Ths. ĐẶNG VIỆT ĐÔNG – NGỌC HUYỀN LB

THE BEST or NOTHING

TOÁN THỰC TẾ LỚP 12

(Có đáp án chi tiết)

Đây là 1 cuốn ebook tâm huyết thầy Đông và chị biên soạn dành tặng cho tất cả các em học sinh thân yêu đã và đang tin tưởng ngày đêm đọc Công Phá Toán. Chị tin rằng, ebook này sẽ giúp ích cho các em rất nhiều!

Chị, thầy Đông và nhà sách Lovebook biết ơn các em nhiều lắm! ☺

NGỌC HUYỀN LB
Tác giả "Công phá kĩ thuật Casio", "Công Phá Toán", "Bộ đề chuyên môn Toán", "Bộ đề tinh túy Toán".

(facebook.com/huyenvu2405)

LOVEBOOK.VN
YOUR DREAMS - OUR MISSION

Đừng bao giờ bỏ cuộc Em nhé!

Chị tin EM sẽ làm được!

__Ngọc Huyền LB__

Mục lục

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM, GTLN-GTNN CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được quãng đường $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) theo quy tắc sau: $s(t)=e^{t^2+3}+2t.e^{3t+1}(km)$. Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

A. $5e^4$ (km/s) **B.** $3e^4$ (km/s)

C. $9e^4$ (km/s) **D.** $10e^4$ (km/s)

Hướng dẫn:

Ta có công thức vận tốc:

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

$$=2t.e^{t^2+3}+(6t+2)e^{3t+1}$$

Với $t=1$ ta có: $10e^4(km/s)$. Đáp án đúng là **D.**

Sai lầm thường gặp:

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

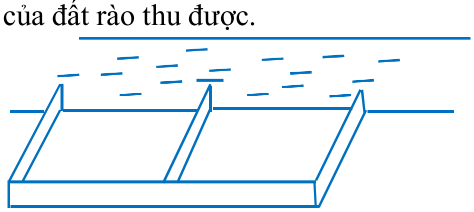
$$=e^{t^2}+(6t+2).e^{3t+1}$$

(do không biết đạo hàm e^{t^2} $\rightarrow$ đáp án C)

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)=e^{t^2}+2.e^{3t+1}$$

(do học vẹt đạo hàm e^x luôn không đổi) nên chọn đáp án B.

Câu 2: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng là một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.

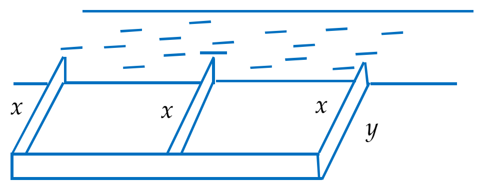


A. $6250\ m^2$ **B.** $1250\ m^2$

C. $3125\ m^2$. **D.** $50\ m^2$

Hướng dẫn:

Phân tích ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ



Từ đề bài ban đầu ta có được mối quan hệ sau: Do bác nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mặt nên ta có mối quan hệ:

$$3x.50000+2y.60000=15000000$$

$$\Leftrightarrow 15x+12y=1500$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{150-15x}{12}=\frac{500-5x}{4}$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$$f(x)=2.x.y=2x.\frac{500-5x}{4}=\frac{1}{2}\left(-5x^2+500x\right)$$

Đến đây ta có hai cách để tìm giá trị lớn nhất của diện tích:

Cách 1: Xét hàm số trên một khoảng, vẽ BBT và kết luận GTLN:

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{2}\left(-5x^2+500x\right)$ trên $(0;100)$

$$f'(x)=\frac{1}{2}(-10x+500), f'(x)=0\Leftrightarrow x=50$$

Ta có BBT:

x	0		50		100
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	↗		6250		↘

Đáp án đúng là A.

Cách 2: Nhẩm nhanh như sau: Ta biết rằng $A-g^2(x)\le A$ với mọi x, nên ta có thể nhẩm nhanh được:

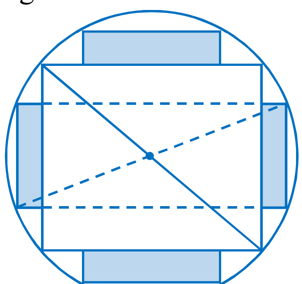
$$f(x)=\frac{5}{2}\left(-x^2+100x\right)$$

$$=\frac{5}{2}\left(-x^2+2.50.x-2500+2500\right)$$

$$=\frac{5}{2}.\left[2500-(x-5)^2\right]\le 6250$$

Hoặc bấm máy tính phần giải phương trình bậc hai và ấn bằng nhiều lần máy sẽ hiện như sau:

Câu 3: Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



A. $x=\dfrac{3\sqrt{34}-17\sqrt{2}}{2}(cm)$

B. $x=\dfrac{3\sqrt{34}-19\sqrt{2}}{2}(cm)$

C. $x=\dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}(cm)$

D. $x=\dfrac{5\sqrt{34}-13\sqrt{2}}{2}(cm)$

Hướng dẫn:

Diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là

$S=S_{MNPQ}+4xy$

Cạnh hình vuông $MN=\dfrac{MP}{\sqrt{2}}=\dfrac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}\,(cm)$

$\Rightarrow S=\left(20\sqrt{2}\right)^2+4xy=800+4xy \qquad (1)$

Ta có

$2x=AB-MN=AB-20\sqrt{2}<BD-20\sqrt{2}=40-20\sqrt{2}$

$\Rightarrow 0<x<20-10\sqrt{2}$

Lại có

$AB^2+AD^2=BD^2=40^2\Rightarrow\left(2x+20\sqrt{2}\right)^2+y^2=1600$

$\Rightarrow y^2=800-80x\sqrt{2}-4x^2\Rightarrow y=\sqrt{800-80x\sqrt{2}-4x^2}$

Thế vào (1)

$\Rightarrow S=800+4x\sqrt{800-80x\sqrt{2}-4x^2}$

$\quad=800+4\sqrt{800x^2-80x^3\sqrt{2}-4x^4}$

Xét hàm số $f(x)=800x^2-80x^3\sqrt{2}-4x^4$, với $x\in\left(0;20-10\sqrt{2}\right)$ có

$f'(x)=1600x-240x^2\sqrt{2}-16x^3$

$\quad=16x\left(100-15x\sqrt{2}-x^2\right)$

Ta có $\begin{cases}x\in\left(0;20-10\sqrt{2}\right)\\ f'(x)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left(0;20-10\sqrt{2}\right)\\ 16x\left(100-15x\sqrt{2}-x^2\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}$

Khi đó $x=\dfrac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}$ chính là giá trị thỏa mãn bài toán. Chọn **C.**

Câu 4: Kỳ thi THPT Quốc gia năm 2016 vừa kết thúc, Nam đỗ vào trường Đại học Bách Khoa Hà Nội. Kỳ I của năm nhất gần qua, kỳ II sắp đến. Hoàn cảnh không được tốt nên gia đình rất lo lắng về việc đóng học phí cho Nam, kỳ I đã khó khăn, kỳ II càng khó khăn hơn. Gia đình đã quyết định bán một phần mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 50 m, lấy tiền lo cho việc học của Nam cũng như tương lai của em. Mảnh đất còn lại sau khi bán là một hình vuông cạnh bằng chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu. Tìm số tiền lớn nhất mà gia đình Nam nhận được khi bán đất, biết giá tiền $1m^2$ đất khi bán là 1500000 VN đồng.

A. 112687500 VN đồng.

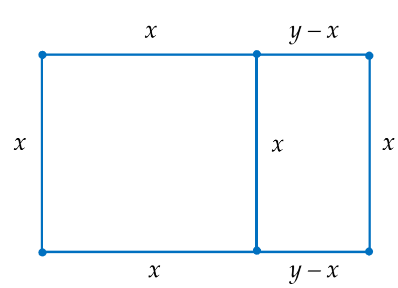
B. 114187500 VN đồng.

C. 115687500 VN đồng.

D. 117187500 VN đồng.

Hướng dẫn:

Diện tích đất bán ra càng lớn thì số tiền bán được càng cao



Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $x,y(m),(x,y>0)$

Chu vi mảnh đất hình chữ nhật ban đầu bằng $50m\Rightarrow 2(x+y)=50\Leftrightarrow y=25-x$

Bài ra, ta có ngay mảnh đất được bán là một hình chữ nhật có diện tích là

$$S = x(y-x) = x(25-x-x) = 25x - 2x^2$$

$$= -\left(x\sqrt{2} - \frac{25}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{625}{8} \le \frac{625}{8} = 78{,}125$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x\sqrt{2} - \frac{25}{2\sqrt{2}} = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{25}{8} \Rightarrow y = 25 - \frac{25}{8} = \frac{175}{8}$

Như vậy, diện tích đất nước được bán ra lớn nhất 78,125 m^2.

Khi đó số tiền lớn nhất mà gia đình Nam nhận được khi bán đất là

$78{,}125.1500000 = 117187500$

Câu 5: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng.

A. 2.225.000. **B.** 2.100.000

C. 2.200.000 **D.** 2.250.000

Hướng dẫn:

Gọi số căn hộ bị bỏ trống là $x\left(x \in [0;50]\right)$

Số tiền 1 tháng thu được khi cho thuê nhà là

$(2000000 + 50000x)(50 - x)$

Khảo sát hàm số trên với $x \in [0;50]$ ta được số tiền lớn nhất công ty thu được khi $x = 5$ hay số tiền cho thuê mỗi tháng là $2.250.000$. Chọn **D**

Câu 6: Người ta muốn sơn một cái hộp không nắp, đáy hộp là hình vuông và có thể tích là 4 (đơn vị thể tích)? Tìm kích thước của hộp để dùng lượng nước sơn tiết kiệm nhất. Giả sử độ dày của lớp sơn tại mọi nơi trên hộp là như nhau.

A. Cạnh ở đáy là 2 (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 1 (đơn vị chiều dài).

B. Cạnh ở đáy là $\sqrt{2}$ (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 2 (đơn vị chiều dài).

C. Cạnh ở đáy là $2\sqrt{2}$ (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 0,5 (đơn vị chiều dài).

D. Cạnh ở đáy là 1 (đơn vị chiều dài), chiều cao của hộp là 2 (đơn vị chiều dài).

Hướng dẫn:

Gọi x, l lần lượt là độ dài cạnh ở đáy và chiều cao của hộp $x > 0, l > 0$.

Khi đó tổng diện tích cần sơn là

$S(x) = 4xl + x^2$ (1)

Thể tích của hộp là $V = x^2 l = 4$, suy ra $l = \frac{4}{x^2}$ (2)

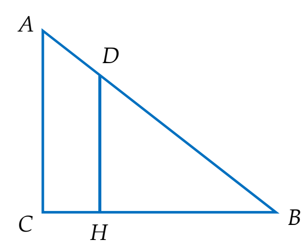
Từ (1) và (2) suy ra:

$S(x) = x^2 + \frac{16}{x} \Rightarrow S'(x) = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$;

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên suy ra $MinS(x) = S(2)$. Vậy cạnh ở đáy là 2 (đơn vị chiều dài) và chiều cao của hộp là 1 (đơn vị chiều dài).

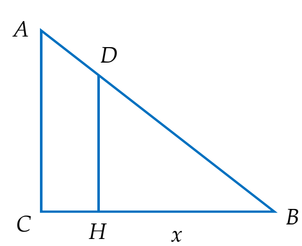
Câu 7: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DH cao 4m, song song và cách tường CH=0,5m là:



A. Xấp xỉ 5,602 **B.** Xấp xỉ 6,5902

C. Xấp xỉ 5,4902 **D.** Xấp xỉ 5,5902

Hướng dẫn:



Đặt $BH = x\,(x > 0)$. Ta có

$BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \sqrt{x^2 + 16}$

Vì $DH\,//\,AC$ nên

$$\frac{DA}{DB} = \frac{HC}{HB} \Rightarrow DA = \frac{DB.HC}{HB} = \frac{\sqrt{x^2+16}}{2x}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2+16} + \frac{\sqrt{x^2+16}}{2x}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+16} + \frac{\sqrt{x^2+16}}{2x}$

trên $(0;+\infty)$. Ta có f(x) liên tục trên $(0;+\infty)$ và

$$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+16}}+\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+16}}.2x-2\sqrt{x^2+16}}{4x^2}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{x^2+16}}-\frac{8}{x^2\sqrt{x^2+16}}=\frac{x^3-8}{x^2\sqrt{x^2+16}}$$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2;$

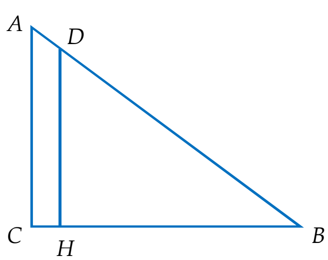
$f'(x)>0\Leftrightarrow x>2; f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<2$

Suy ra

$$\min AB=\min_{x\in(0;+\infty)} f(x)=f(2)=\frac{5\sqrt{5}}{2}\approx 5,5902(m)$$

Chọn **D.**

Câu 8: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao 4m song song và cách tường $CH=0,5m$ là:



A. Xấp xỉ 5,4902 **B.** Xấp xỉ 5,602

C. Xấp xỉ 5,5902 **D.** Xấp xỉ 6,5902

Hướng dẫn:

Đặt $CB=x, CA=y$ khi đó ta có hệ thức:

$$\frac{1}{2x}+\frac{4}{y}=1\Leftrightarrow\frac{4}{y}=\frac{2x-1}{2x}\Leftrightarrow y=\frac{8x}{2x-1}$$

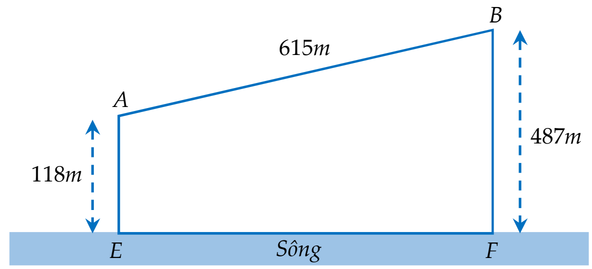
Ta có: $AB=x^2+y^2$

Bài toán quy về tìm min của

$$A=x^2+y^2=x^2+\left(\frac{8x}{2x-1}\right)^2$$

Khảo sát hàm số và lập bảng biến thiên ta thấy GTNN đạt tại $x=\frac{5}{2}; y=5$ hay AB min $=\frac{5\sqrt{5}}{2}$

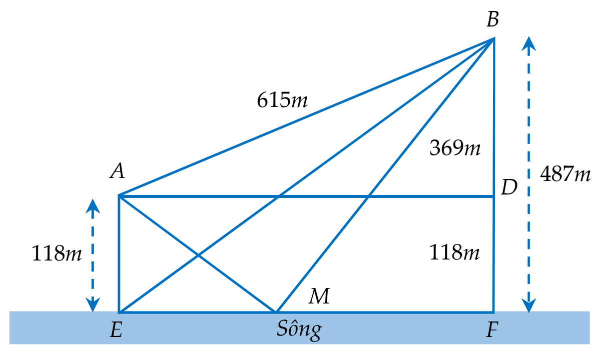
Câu 9: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$ Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:



A. $596,5m$ **B.** $671,4m$

C. $779,8m$ **D.** $741,2m$

Hướng dẫn:



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B.

dễ dàng tính được $BD=369,\ EF=492.$

Ta đặt $EM=x$, khi đó ta được:

$MF=492-x,\ AM=\sqrt{x^2+118^2},$

$BM=\sqrt{(492-x)^2+487^2}.$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$$f(x)=\sqrt{x^2+118^2}+\sqrt{(492-x)^2+487^2}$$

với $x\in[0;492]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}}-\frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}}-\frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}}=\frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492-x)^2+487^2}=(492-x)\sqrt{x^2+118^2}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left[(492-x)^2+487^2\right]=(492-x)^2\left(x^2+118^2\right) \\ 0\le x\le 492 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2=(58056-118x)^2 \\ 0\le x\le 492 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{58056}{605} \; hay \; x=-\dfrac{58056}{369} \\ 0\le x\le 492 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{58056}{605}$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;492]$.

So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\dfrac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\dfrac{58056}{605}\right)\approx 779,8m$

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ 779,8m. Vậy đáp án là **C.**

Câu 10: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 12 **B.** 30 **C.** 20 **D.** 15

Hướng dẫn:

$f'(t)=90t-3t^2 \Rightarrow f''(t)=90-6t=0 \Leftrightarrow t=15$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(t)$ lớn nhất khi $t=15$. Chọn **D.**

Câu 11: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng.

A. 2.225.000. **B.** 2.100.000

C. 2.200.000 **D.** 2.250.000

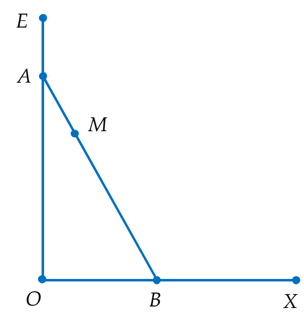
Hướng dẫn:

Gọi số căn hộ bị bỏ trống là $x\left(x\in[0;50]\right)$

Số tiền 1 tháng thu được khi cho thuê nhà là $(2000000+50000x)(50-x)$

Khảo sát hàm số trên với $x\in[0;50]$ ta được số tiền lớn nhất công ty thu được khi $x=5$ hay số tiền cho thuê mỗi tháng là $2.250.000$. Chọn **D.**

Câu 12: Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại O như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại M, vị trí M cách đường OE 125cm và cách đường Ox 1km. Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá trị để làm 100m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của A và B để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là bao nhiêu?



A. 1,9063 tỷ đồng. **B.** 2,3965 tỷ đồng.

C. 2,0963 tỷ đồng. **D.** 3 tỷ đồng.

Hướng dẫn:

Để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất thì phải chọn A, B sao cho đoạn thẳng AB là bé nhất.

$\Rightarrow$ Thiết lập khoảng cách giữa hai điểm A, B và tìm giá trị nhỏ nhất.

Chọn hệ trục tọa độ là Oxy với OE nằm trên Oy.

Khi đó tọa độ $M\left(\dfrac{1}{8};1\right)$.

Gọi $B(m;0), A(0;n)\ (m,n>0)$. Khi đó ta có phương trình theo đoạn chắn là: $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$

Do đường thẳng đi qua $M\left(\dfrac{1}{8};1\right)$ nên

$\dfrac{1}{8m}+\dfrac{1}{n}=1 \Rightarrow \dfrac{1}{n}=1-\dfrac{1}{8m}=\dfrac{8m-1}{8m} \Rightarrow n=\dfrac{8m}{8m-1}$

Có $AB^2=m^2+n^2=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$

Xét hàm số $f(m)=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$;

$f'(m)=2m+2.\dfrac{8m}{8m-1}.\dfrac{-8}{(8m-1)^2}=2m.\left(1-\dfrac{64}{(8m-1)^3}\right)$

$$f'(m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0(L) \\ 1-\dfrac{64}{(8m-1)^3}=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow (8m-1)^3=64 \Leftrightarrow m=\frac{5}{8}$$

$$f(m)\geq f\left(\frac{5}{8}\right)=\left(\frac{5}{8}\right)^2+\left(\frac{8.\frac{5}{8}}{8.\frac{5}{8}-1}\right)^2=\frac{25}{64}+\frac{25}{16}=\frac{125}{64}$$

$$\Rightarrow AB\geq\sqrt{\frac{125}{64}}=\frac{5\sqrt{5}}{8}$$

Vậy quãng đường ngắn nhất là $\frac{5\sqrt{5}}{8}$ (km).

Giá để làm 1km đường là 1500 triệu đồng=1,5 tỉ đồng.

Khi đó chi phí để hoàn thành con đường là:

$$\frac{5\sqrt{5}}{8}.1,5\approx 2,0963 \text{ (tỷ đồng)}$$

Đáp án **C.**

Câu 13: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+9t^2+t+10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

A. $t=5s$ **B.** $t=6s$ **C.** $t=2s$ **D.** $t=3s$

Hướng dẫn:

Cần áp dụng 1 số tính chất trong vật lý như đạo hàm của quãng đường là vận tốc => đưa ra được hàm vận tốc theo t

$S'=-3t^2+18t+1$

Mà $S'=v$. Suy ra $v=-3t^2+18t+1$

$V'=-6t+18$

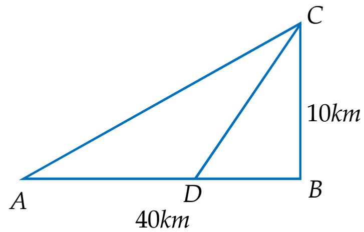
$V'=0\Leftrightarrow t=3$

BTT

t	$-\infty$	3	$+\infty$
V'		0	
V	↗	0	↘

Suy ra v đạt max tại $t=3$

Câu 14: Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là $10\,km$, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C là $40\,km$. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là $5\ USD/km$, đi đường bộ là $3\ USD/km$. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB=40\,km$, $BC=10\,km$).



A. $\frac{15}{2}\,km$. **B.** $\frac{65}{2}\,km$.

C. $10\,km$. **D.** $40\,km$.

Hướng dẫn:

Ta bấm máy MODE $\rightarrow$ 2:CMPLX

Ấn SHIFT+hyp (Abs) và nhập biểu thức $1+2i+2x(3+i)$ máy hiện $\sqrt{65}$

Câu 15: Có hai chiếc cọc cao 10m và 30m lần lượt đặt tại hai vị trí A,B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng 24m. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giăng dây nối đến hai đỉnh C và D của cọc (như hình vẽ). Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào trên mặt đất để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?

A. $AM=6m, BM=18m$

B. $AM=7m, BM=17m$

C. $AM=4m, BM=20m$

D. $AM=12m, BM=12m$

Hướng dẫn:

Ta có đặt $AM=x$ khi đó $MB=24-x$; $x\in(0;24)$

Khi đó

$$CM+DM=f(x)=\sqrt{10^2+x^2}+\sqrt{30^2+(24-x)^2}$$

Lúc này ta thử xem đáp án nào Min.

Câu 16: Một chủ hộ kinh doanh có 50 phòng trọ cho thuê. Biết giá cho thuê mỗi tháng là 2,000,000đ/1 phòng trọ, thì không có phòng trống. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng trọ thêm 50,000đ/tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ hộ kinh doanh sẽ cho thuê với giá là bao nhiêu để có thu nhập mỗi tháng cao nhất ?

A. 2.200.000đ **B.** 2.250.000đ

C. 2.300.000đ **D.** 2.500.000đ

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 17: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t)=\frac{1}{100}\left(30t^3-\frac{t^4}{4}\right)$ $(0\le t\le 90)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t)=V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

A. Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 60 đến phút thứ 90.

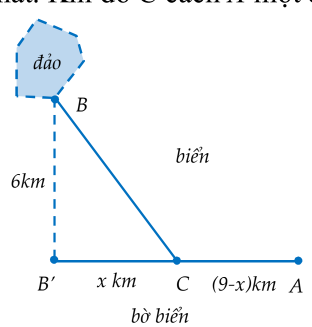
B. Tốc độ luôn bơm giảm.

C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75.

D. Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 18: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm *A* trên bờ đến một điểm *B* trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. *B'* là điểm trên bờ biển sao cho *BB'* vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ *A* đến *B'* là 9*km*. Vị trí *C* trên đoạn *AB'* sao cho khi nối ống theo *ACB* thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách *A* một đoạn bằng:



A. 6.5km **B.** 6km **C.** 0km **D.** 9km

Hướng dẫn:

Đặt $x=B'C\ \ (km), x\in[0;9]$

$BC=\sqrt{x^2+36}; AC=9-x$

Chi phí xây dựng đường ống là

$C(x)=130.000\sqrt{x^2+36}+50.000(9-x)\qquad (USD)$

Hàm $C(x)$, xác định, liên tục trên $[0;9]$ và

$C'(x)=10000.\left(\frac{13x}{\sqrt{x^2+36}}-5\right)$

$C'(x)=0\Leftrightarrow 13x=5\sqrt{x^2+36}$

$\Leftrightarrow 169x^2=25(x^2+36)\Leftrightarrow x^2=\frac{25}{4}\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$

$C(0)=1.230.000$; $C\left(\frac{5}{2}\right)=1.170.000$;

$C(9)\approx 1.406.165$

Vậy chi phí thấp nhất khi $x=2,5$. Vậy C cần cách A một khoảng 6,5km.

Câu 19: Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S=\frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g=9,8\text{m/s}^2$ và t tính bằng giây (s). Vận tốc của vật tại thời điểm $t=5\text{s}$ bằng:

A. 49m/s. **B.** 25m/s. **C.** 10m/s. **D.** 18m/s.

Hướng dẫn: v(5) = S'=gt =9,8.5 = 49 m/s

Câu 20: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình S= t^3 - $3t^2$ + 4t, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm lúc t = 2s bằng:

A. 4m/s^2. **B.** 6m/s^2. **C.** 8m/s^2. **D.** 12m/s^2.

Hướng dẫn: a(2)= v' = S''=6t - 6 = 6 m/s^2

Câu 21: Một vận động viên đẩy tạ theo quỹ đạo là 1 parabol có phương trình $y=-x^2+2x+4$. Vị trí của quả tạ đang di chuyển xem như là một điểm trong không gian Oxy. Khi đó vị trí cao nhất của quả tạ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây ?

A. $z=1-3i$ **B.** $z=5+i$

C. $z=1+5i$ **D.** $z=3-i$

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 22: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng ?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 23: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất ?

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 24

Hướng dẫn:

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $(n>0)$. Khi đó:

Cân nặng của một con cá là: $P(n)=480-20n(gam)$

Cân nặng của n con cá là:

$n.P(n)=480n-20n^2(gam)$

Xét hàm số: $f(n)=480n-20n^2, n\in(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(n)=480-40n$, cho $f'(n)=0\Leftrightarrow n=12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 24: Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái ti vi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 10\$ một cái mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 20\$ cộng thêm 9\$ mỗi cái. Cửa hàng nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là nhỏ nhất?

A. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái ti vi.
B. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 100 cái ti vi.
C. Đặt hàng 25 lần, mỗi lần 90 cái ti vi.
D. Đặt hàng 20 lần, mỗi lần 90 cái ti vi.

Hướng dẫn:

Gọi x là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần ($x\in[1;2500]$, đơn vị cái)

Số lượng ti vi trung bình gửi trong kho là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho tương ứng là $10.\frac{x}{2}=5x$

Số lần đặt hàng mỗi năm là $\frac{2500}{x}$ và chi phí đặt hàng là: $\frac{2500}{x}(20+9x)$

Khi đó chi phí mà cửa hàng phải trả là:

$C(x)=\frac{2500}{x}(20+9x)+5x=5x+\frac{50000}{x}+22500$

Lập bảng biến thiên ta được:

$C_{\min}=C(100)=23500$

Kết luận: đặt hàng 25 lần, mỗi lần 100 cái tivi.

Câu 25: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{max}=3600m^2$ **B.** $S_{max}=4000m^2$
C. $S_{max}=8100m^2$ **D.** $S_{max}=4050m^2$

Hướng dẫn:

Gọi x là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có $x+2y=180$. Diện tích của miếng đất là $S=y(180-2y)$.

Ta có: $y(180-2y)=\frac{1}{2}.2y(120-2y)$

$\le\frac{1}{2}.\frac{(2y+180-2y)^2}{4}=\frac{180^2}{8}=4050$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2y=180-2y\Leftrightarrow y=45m$.

Vậy $S_{max}=4050m^2$ khi $x=90m, y=45m$.

Câu 26: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800(m)$. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. $200m\times 200m$ **B.** $300m\times 100m$
C. $250m\times 150m$ **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn:

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là: $x(m)$ và $y(m)$ $(x,y>0)$.

Diện tích miếng đất: $S=xy$

Theo đề bài thì: $2(x+y)=800$ hay $y=400-x$.

Do đó: $S=x(400-x)=-x^2+400x$ với $x>0$

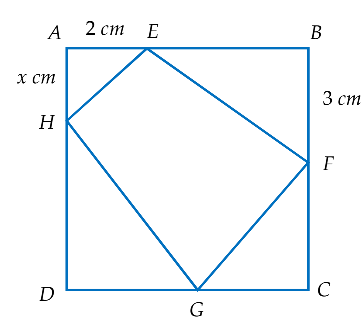
Đạo hàm: $S'(x)=-2x+400$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow x=200$.

Lập bảng biến thiên ta được: $S_{max}=40000$ khi $x=200\Rightarrow y=200$.

Kết luận: Kích thước của miếng đất hình chữ nhật là 200×200 (là hình vuông).

Câu 27: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ Tìm tổng x + y để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.



A. 7 **B.** 5 **C.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn:

Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất

$\Leftrightarrow S = S_{AEH} + S_{CGF} + S_{DGH}$ lớn nhất.

Tính được

$2S = 2x + 3y + (6-x)(6-y) = xy - 4x - 3y + 36\,(1)$

Mặt khác ΔAEH đồng dạng ΔCGF nên

$\dfrac{AE}{CG} = \dfrac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2S = 42 - (4x + \dfrac{18}{x})$.

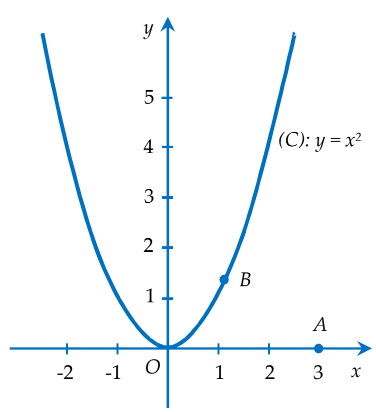
Ta có 2S lớn nhất khi và chỉ khi $4x + \dfrac{18}{x}$ nhỏ nhất.

Biểu thức $4x + \dfrac{18}{x}$ nhỏ nhất

$\Leftrightarrow 4x = \dfrac{18}{x} \Rightarrow x = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$.

Vậy đáp án cần chọn là C.

Câu 28: Trên sân bay một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y = x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:



A. $300(m)$ **B.** $100.\sqrt{5}(m)$

C. $200(m)$ **D.** $100\sqrt{3}(m)$

Hướng dẫn:

Xét hệ trục Oxy với gốc tọa độ O là vị trí máy bay rời mặt đất, trục Ox trùng với đường thẳng d và chiều dương hướng sang phải, trục Oy vuông góc với mặt đất.

Gọi $B(t;t^2)$ $(t \ge 0)$ là tọa độ của máy bay trong hệ Oxy. Tọa độ của người A là $A(3;0)$.

Khoảng cách từ người A đến máy bay B bằng $d = \sqrt{(3-t)^2 + t^4}$.

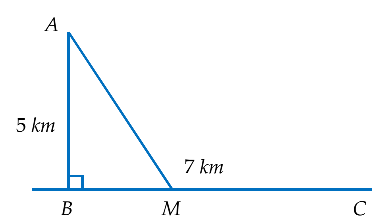
Suy ra $d^2 = t^4 + t^2 - 6t + 9 = f(t)$.

$f'(t) = 4t^3 + 2t - 6.$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $d^2 = f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $t = 1$. Vậy khoảng cách nhỏ nhất là $100\sqrt{5}(m)$

Câu 29: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5km$ .Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến M trên bờ biểnvới vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6km/h$.Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất?



A. $0\,km$ **B.** $7\,km$

C. $2\sqrt{5}\,km$ **D.** $\dfrac{14+5\sqrt{5}}{12}$ km

Hướng dẫn:

Đặt $BM = x(km) \Rightarrow MC = 7 - x(km)$,$(0 < x < 7)$.

Ta có:

Thời gian chèo đò từ A đến M là:

$$t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2+25}}{4}(h).$$

Thời gian đi bộ đi bộ đến C là: $t_{MC} = \dfrac{7-x}{6}(h)$

Thời gian từ A đến kho $t = \dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \dfrac{7-x}{6}$

Khi đó: $t' = \dfrac{x}{4\sqrt{x^2+25}} - \dfrac{1}{6}$,

cho $t' = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$

Lập bảng biến thiên, ta thấy thời gian đến kho nhanh nhất khi $x=2\sqrt{5}(km)$.

Câu 30: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{t^3}{2}+9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quảng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 12 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động tại thời điểm t bằng bao nhiêu giây thì vận tốc của vật đạt giá trị lớn nhất?

A. $t=12$ (giây) **B.** $t=6$ (giây)

C. $t=3$ (giây) **D.** $t=0$ (giây)

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 31: Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số 120cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40cm$. **B.** $40\sqrt{3}cm$.

C. $80cm$. **D.** $40\sqrt{2}cm$.

Hướng dẫn:

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB=x, 0<x<60$

Khi đó cạnh huyền $BC=120-x$, cạnh góc vuông kia là $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{120^2-240x}$

Diện tích tam giác ABC là:

$S(x)=\frac{1}{2}x.\sqrt{120^2-240x}$. Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $(0;60)$

Ta có:

$$S(x)=\frac{1}{2}\sqrt{120^2-240x}+\frac{1}{2}x\frac{-240}{2\sqrt{120^2-240x}}$$

$$=\frac{14400-360x}{2\sqrt{120^2-240x}}\Rightarrow S'(x)=0\Leftrightarrow x=40$$

Lập bảng biến thiên ta có:

x	0		40		60
$S'(x)$		+	0	−	
$S(x)$		↗	$S(40)$	↘	

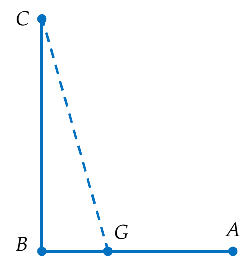
Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC=80$

Từ đó chọn đáp án **C.**

Câu 32: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.

A. 40km **B.** 45km **C.** 55km **D.** 60km

Hướng dẫn:



Gọi BG = x (0<x<100) $\Rightarrow AG=100-x$

Ta có $GC=\sqrt{BC^2+GC^2}=\sqrt{x^2+3600}$

Chi phi mắc dây điện theo giải thiết là:

$f(x)=3000.(100-x)+5000.\sqrt{x^2+3600}$

Khảo sát hàm ta được $x=45$ chọn phương án B.

Câu 33: Một công ti bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống.

Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ti đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá trị bao nhiêu một tháng? (đồng/tháng)

A. 2 250 000 **B.** 2 450 000

C. 2 300 000 **D.** 2 225 000

Hướng dẫn:

Gọi x (đồng/tháng) là số tiền tăng thêm của giá cho thuê mỗi căn hộ. ($x\geq 0$)

Khi đó số căn hộ bị bỏ trống là: $\frac{2x}{100\,000}$ (căn hộ).

Khi đó, số tiền công ti thu được là:

$$T(x)=(2\,000\,000+x)\left(50-\frac{2x}{100\,000}\right)$$

$$=100\,000\,000+10x-\frac{2x^2}{100\,000}$$ (đồng/tháng).

Khảo sát hàm số $T(x)$ trên $[0;+\infty)$.

$T'(x) = 10 - \dfrac{4x}{100\,000}$.

$T'(x) = 0 \Leftrightarrow 1000000 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 250000$.

Bảng biến thiên:

x	0	250 000	$+\infty$
T’	+	0	−
T	↗		↘

Do đó $\max\limits_{x \geq 0} T(x) = T(250000)$.

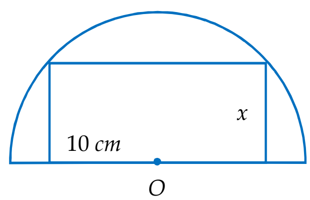
Vậy để có thu nhập cao nhất thì số tiền cho thuê một căn hộ mỗi tháng là 2 250 000 đồng.

Câu 34: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $10cm$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

A. $80cm^2$ **B.** $100cm^2$

C. $160cm^2$ **D.** $200cm^2$

Hướng dẫn:



Gọi $x(cm)$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn $(0 < x < 10)$.

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}\ (cm)$.

Diện tích hình chữ nhật: $S = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$

Ta có $S' = 2\sqrt{10^2 - x^2} - \dfrac{2x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}} = 2.10^2 - 4x^2$

$$S' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{thoa}) \\ x = -\dfrac{10\sqrt{2}}{2} & (\text{khong thoa}) \end{array}\right.$$

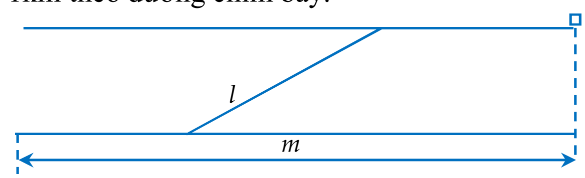
$S'' = -8x \Rightarrow S''\left(\dfrac{10\sqrt{2}}{2}\right) = -40\sqrt{2} < 0$.

Suy ra $x = \dfrac{10\sqrt{2}}{2}$ là điểm cực đại của hàm $S(x)$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là:

$$S = 10\sqrt{2}.\sqrt{10^2 - \frac{10^2}{2}} = 100\ (cm^2)$$

Câu 35: Trong bài thực hành của môn huấn luyện quân sự có tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công một mục tiêu ở phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một nửa vận tốc chạy trên bộ. Bạn hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất, nếu như dòng sông là thẳng, mục tiêu ở cách chiến sĩ 1km theo đường chim bay.



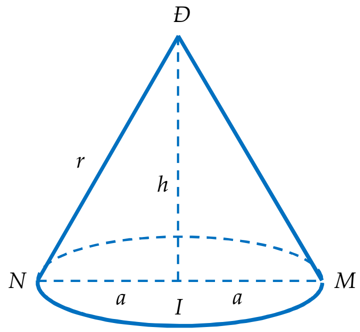
A. $\dfrac{400}{3}$ **B.** $\dfrac{40}{33}$ **C.** $\dfrac{100}{3}$ **D.** $\dfrac{200}{3}$

Hướng dẫn:

Vấn đề là chọn *thời gian bơi* và *thời gian đi bộ* sao cho “tối ưu”. Giả sử độ dài đoạn bơi là l và tốc độ bơi của chiến sĩ là v. Ký hiệu m là độ dài đoạn sông kể từ người chiến sĩ đến đồn địch, khi ấy tổng thời gian bơi và chạy bộ của người chiến sĩ là $t = \dfrac{l}{v} + \dfrac{m - \sqrt{l^2 - 100^2}}{2v}$.

Do m, v là cố định nên thời gian đạt cực tiểu khi hàm số $f(l) = \dfrac{l}{v} - \dfrac{\sqrt{l^2 - 100^2}}{2v} = \dfrac{2l - \sqrt{l^2 - 100^2}}{2v}$ đạt cực tiểu, và cũng tức là khi hàm $g(l) = 2l - \sqrt{l^2 - 100^2}$ đạt cực tiểu. Điều này xảy ra khi $2 - \dfrac{l}{\sqrt{l^2 - 100^2}} = 0$, hay $l = 2\sqrt{l^2 - 100}$, tức là $l = 400/3 = 133,333333$ (met).

Câu 36: Cần phải đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k\dfrac{\sin\alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).



A. $h=\dfrac{3a}{2}$ **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $h=\dfrac{a}{2}$ **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn:

Ta có: $r=a^2+h^2$ (Định lý Py-ta-go)

$$\sin\alpha=\frac{h}{R}=\frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}$$

$$\Rightarrow C=k.\frac{\sin\alpha}{R^2}=k\frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}\left(a^2+h^2\right)}$$

Xét hàm $f\left(h\right)=\dfrac{h}{\left(\sqrt{a^2+h^2}\right)^3}\left(h>0\right)$, ta có:

$$f'\left(h\right)=\frac{\sqrt{\left(a^2+h^2\right)^3}-2h^2.\frac{3}{2}\sqrt{a^2+h^2}}{\left(a^2+h^2\right)^3}$$

$$f'\left(h\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{\left(h^2+a^2\right)^3}=3.h^2.\sqrt{a^2+h^2}$$

$$\Leftrightarrow h^2+a^2=3h^2\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
f '(h)	+		-
f(h)	↗		↘

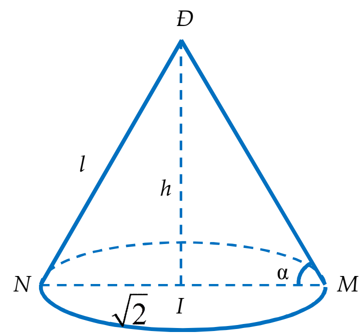
Từ bảng biến thiên suy ra:

$$f\left(h\right)_{\max}\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow C=k.f\left(h\right)_{\max}\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 37: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C=c\dfrac{\sin\alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là

A. 1m **B.** 1,2m **C.** 1.5 m **D.** 2m

Hướng dẫn:



Gọi h là độ cao của bóng điện so với mặt bàn (h > 0); Đ là bóng điện; I là hình chiếu của Đ lên mặt bàn. MN là đường kính của mặt bàn. (như hình vẽ)

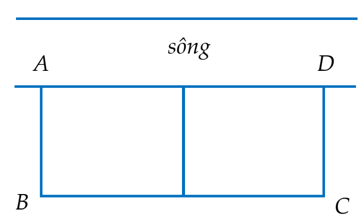
Ta có $\sin\alpha=\dfrac{h}{l}$ và $h^2=l^2-2$, suy ra cường độ sáng là: $C(l)=c\dfrac{\sqrt{l^2-2}}{l^3}$ $(l>\sqrt{2})$.

$$C'\left(l\right)=c.\frac{6-l^2}{l^4.\sqrt{l^2-2}}>0\left(\forall l>\sqrt{2}\right)$$

$$C'\left(l\right)=0\Leftrightarrow l=\sqrt{6}\left(l>\sqrt{2}\right)$$

Lập bảng biến thiên ta thu được kết quả C lớn nhất khi $l=\sqrt{6}$, khi đó $h=2$

Câu 38: Một chủ trang trại nuôi gia súc muốn rào thành hai chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng cho cừu, một chuồng cho gia súc. Đã có sẵn 240m hàng rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh là bao nhiêu?

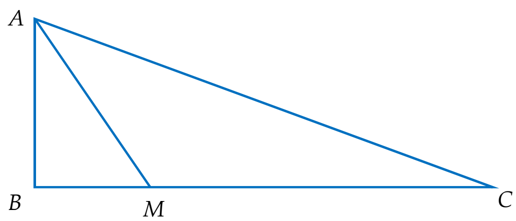


A. 4000 m^2 **B.** 8400 m^2

C. 4800 m^2 **D.** 2400 m^2

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 39: Nhà của 3 bạn A, B, C nằm ở 3 vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B (như hình vẽ), AB = 10 km; BC = 25 km và 3 bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn C. Bạn B hẹn chở bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Từ nhà, bạn A đi xe buýt đến điểm hẹn M với tốc độ 30km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C bằng xe máy với tốc độ 50km/h. Hỏi điểm hẹn M cách nhà bạn B bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?



A. 5 km **B.** 7,5 km **C.** 10 km **D.** 12,5 km

Hướng dẫn:

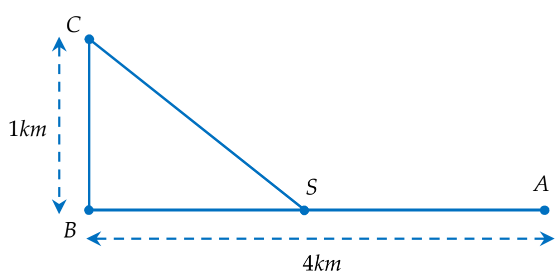
Đặt BM = x (km), $x \ge 0$

Thời gian để bạn A di chuyển từ A đến M rồi đến nhà C là: $t(x) = \dfrac{\sqrt{100+x^2}}{30} + \dfrac{25-x}{50}$ (h)

Lập bảng biến thiên, ta tìm được giá trị nhỏ nhất của $t(x)$ là $\dfrac{23}{30}$ khi $x = \dfrac{15}{2}$

Chọn đáp án B

Câu 40: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.



A. $\dfrac{15}{4}$km **B.** $\dfrac{13}{4}$km **C.** $\dfrac{10}{4}$km **D.** $\dfrac{19}{4}$km

Hướng dẫn:

Trước tiên, ta xây dựng hàm số $f(x)$ là hàm số tính tổng chi phí sử dụng.

Đặt $BS = x$ thì ta được:

$SA = 4 - x,\ CS = \sqrt{x^2+1}$

Theo đề bài, mỗi km dây điện đặt dưới nước mất 5000USD, còn đặt dưới đất mất 3000USD, như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định như sau:

$f(x) = 3000.(4-x) + 5000.\sqrt{x^2+1}$ với $x \in [0;4]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được số tiền ít nhất cần sử dụng và từ đó xác định được vị trí điểm S.

$f'(x) = -3000 + 5000.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3000 + 5000.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} = 0$

$\Leftrightarrow -3000\sqrt{x^2+1} + 5000x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+1} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^2 = 9 \\ x \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\dfrac{3}{4} \\ x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{4}$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$.

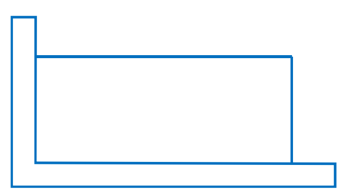
Ta có: $f(0) = 17000,\ f\left(\dfrac{3}{4}\right) = 16000,$

$f(4) = 20615,52813.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 16000 và tại $x = \dfrac{3}{4}$. Khi đó chi phí là thấp nhất và điểm S nằm cách A một đoạn $SA = 4 - x = 4 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{13}{4}$.

Vậy đáp án là **B.**

Câu 41: Một cửa hàng bán thú kiểng cần làm một chuồng thú hình chữ nhật sao cho phần cần làm hàng rào là 20 m. Chú ý rằng, hình chữ nhật này có hai cạnh trùng với mép của hai bức tường trong góc nhà nên không cần rào. Các cạnh cần rào của hình chữ nhật là bao nhiêu để diện tích của nó là lớn nhất ?



A. Mỗi cạnh là 10 m **B.** Mỗi cạnh là 9 m
C. Mỗi cạnh là 12 m **D.** Mỗi cạnh là 5 m

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 42: Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành 2 phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phầm thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích 2 hình thu được là nhỏ nhất?

A. $\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m) **B.** $\dfrac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m)

C. $\dfrac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m) **D.** $\dfrac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m)

Hướng dẫn:

Gọi độ dài cạnh hình tam giác đều là x (m) khi đó độ dài cạnh hình vuông là $\dfrac{6-3x}{4}$

Tổng diện tích khi đó là:

$$S=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\left(\frac{6-3x}{4}\right)^2=\frac{1}{16}\left(\left(9+4\sqrt{3}\right)x^2-36x+36\right)$$

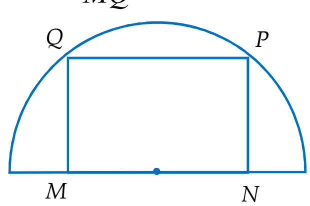
Diện tích nhỏ nhất khi $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$

Vậy diện tích Min khi $x=\dfrac{18}{9+4\sqrt{3}}$

Hoặc đến đây ta có thể bấm máy tính giải phương trình $\left(9+4\sqrt{3}\right)x^2-36x+36$ ấn bằng và hiện giá trị.

Đây chính là đáp án A mà ta vừa tìm được ở trên.

Câu 43: Cho hình chữ nhật MNPQ nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R. Chu vi hình chữ nhật lớn nhất khi tỉ số $\dfrac{MN}{MQ}$ bằng:



A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0,5

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 44: Một người thợ mộc cần xây một căn phòng hình chữ nhật bằng gỗ với chu vi là 54m. Các canh của căn phòng là bao nhiêu để diện tích của căn phòng là lớn nhất ?

A. $\dfrac{21}{4}$ **B.** $\dfrac{27}{2}$ **C.** $\dfrac{25}{2}$ **D.** $\dfrac{27}{4}$

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 45: Giám đốc của nhà hát A đang phân vân trong việc xác định giá vé xem các chương trình được chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng, nó sẽ quyết định nhà hát thu được lợi nhuận hay bị tổn thất. Theo những cuốn sổ ghi chép, ông ta xác định rằng: Nếu giá vé vào cửa Là 20$ thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng tiền vé lên 1$ mỗi người thì sẽ mất 100 khách hàng trong số trung bình. Trung bình mỗi khách hàng dành 1,8$ cho việc uống nước trong nhà hát. Hãy giúp giám đốc nhà máy này xác định xem cần tính giá vé vào cửa bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất.

A. giá vé là 14,1 $ **B.** giá vé là 14 $

C. giá vé là 12,1 $ **D.** giá vé là 15 $

Câu 46: Bác Tôm có cái ao có diện tích $50m^2$ để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Vậy vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con **B.** 512 con

C. 1000 con **D.** 215 con

Hướng dẫn: Đây là một bài toán thực tế dựa trên kiến thức đã học, đó là tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Đề bài cho ta khá nhiều dữ kiện. Thực chất dữ kiện diện tích mặt ao và mật độ ban đầu là cho ta dữ kiện rằng năm đó bác đã thả bao nhiêu con giống, ta bắt dầu tiền hành vào bài toán như sau:

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20.50=100$ con.

Tiếp đến ta phải tìm xem nếu giảm đi x con thì mỗi con sẽ tăng thêm bao nhiêu. Trong hóa học các quý độc giả đã học cách làm này rồi, và bây giờ tôi sẽ giới thiệu lại cho quý độc giả:

Khi giảm 8 con thì năng suất tăng 0,5kg/con.

Khi giảm x con thì năng suất tăng a kg/con.

Đến đây ta tính theo cách nhân chéo: $a = \dfrac{0,5.x}{8} = 0,0625$ kg/con.

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là : $f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x)$ kg

$f(x) = -0,0625x^2 - 1,5x + 1500 + 62,5x$

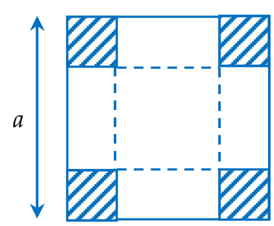
$= -0,0625x^2 + 62x + 1500$

Vì đây là hàm số bậc 2 nên đến đây ta có thể tìm nhanh GTNN của hàm số bằng cách bấm máy tính như sau:

1. Ấn MODE $\rightarrow$ 5:EQN $\rightarrow$ ấn 3 để giải phương trình bậc 2.
2. Lần lượt nhập các hệ số vào và ấn bằng cho đến khi máy hiện:

Lúc đó ta nhận được hàm số đạt GTNN tại $x = 488$. Vậy số cá giảm đi là 488 con. Đến đây nhiều độc giả có thể sẽ chọn ngay đáp án A. Tuy nhiên đề bài hỏi "vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống" thì đáp án chúng ta cần tìm phải là $1000 - 488 = 512$. Đáp án **B.**

Câu 47: Từ một tấm bìa cứng hình vuông cạnh a, người ta cắt bốn góc bốn hình vuông bằng nhau rồi gấp lại tạo thành một hình hộp không nắp. Tìm cạnh của hình vuông bị cắt để thể tích hình hộp lớn nhất.



A. $\dfrac{a}{2}$ **B.** $\dfrac{a}{8}$ **C.** $\dfrac{a}{3}$ **D.** $\dfrac{a}{6}$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 48: Xét các hình chữ nhật được lát khít bởi các cặp gạch lát hình vuông có tổng diện tích là 1, việc lát được thực hiện theo cách: hai hình vuông được xếp nằm hoàn toàn trong hình chữ nhật mà phần trong của chúng không đè lên nhau, các cạnh của hai hình vuông thì nằm trên hoặc song song với các cạnh của hình chữ nhật. Khi đó giá trị bé nhất của diện tích hình chữ nhật nêu trên là:

A. $2 + \sqrt{2}$ **B.** $\dfrac{1}{2}(1 + \sqrt{2})4$

C. $1 - \sqrt{2}$ **D.** $1 + \sqrt{2}$

Hướng dẫn:

Hình chữ nhật nhỏ nhất chứa cặp gạch lát vuông (có tổng diện tích là 1)

có diện tích $f(x) = x^2 + x.\sqrt{1 - x^2}$

với $x \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{1 - x^2}$ ta tìm đọc tại $x = \sqrt{\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{4}}$

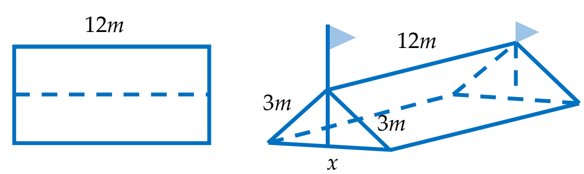
có giá trị bé nhất của $f(x) = \dfrac{1}{2}(1 + \sqrt{2}) \approx 1,20711$

Câu 49: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc v(m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là:

A. $t = 2$ **B.** t=3 **C.** t=4 **D.** t=5

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 50: Trong đợt chào mừng ngày 26/03/2016, trường THPT Lương Tài số 2 có tổ chức cho học sinh các lớp tham quan dã ngoại ngoài trời, trong số đó có lớp 12A11. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, lớp 12A11 đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 12m và chiều rộng là 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau *x* m (xem hình vẽ). Tìm *x* để khoảng không gian phía trong lều là lớn nhất?



A. $x = 4$ **B.** $x = 3\sqrt{3}$

C. $x = 3$ **D.** $x = 3\sqrt{2}$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 51: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300km. Vận tốc của dòng nước là $6km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức.

$$E(v) = cv^3t$$

Trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. 6km/h **B.** 9km/h **C.** 12km/h **D.** 15km/h

Hướng dẫn:

Vận tốc của cá bơi khi ngược dòng là: v- 6 (km/h).

Thời gian để cá bơi vượt khoảng cách 300km là

$t = \dfrac{300}{v-6}$

Năng lượng tiêu hao của cá để vượt khoảng cách đó là:

$E(v) = cv^3.\dfrac{300}{v-6} = 300c.\dfrac{v^3}{v-6}(jun), v > 6$

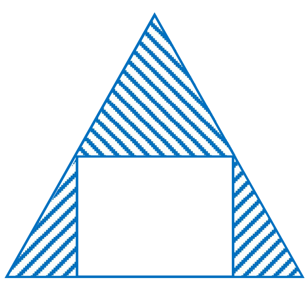
$E'(v) = 600cv^2\dfrac{v-9}{(v-6)^2}$

V	6		9		$+\infty$
$E'(v)$		$-$		$+$	
$E(v)$		↘	$E(9)$	↗	

$E'(v) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 0(loai) \\ v = 9 \end{array}\right.$

Đáp án **B.**

Câu 52: Một miếng gỗ hình tam giác đều chiều dài cạnh là a. Cắt bỏ 3 phần như hình vẽ để được một miếng gỗ hình chữ nhật có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.



A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{a^2}{8}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{8}$

Hướng dẫn:

Gọi $MN = x, 0 < x < a$

Khi đó : $S_{MNPQ} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x(a-x)$

Khảo sát hàm số ta tìm được GTLN là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$ khi

$x = \dfrac{a}{2}$

Câu 53: Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất.

A. 480 ngàn. **B.** 50 ngàn.

C. 450 ngàn. **D.** 80 ngàn.

Hướng dẫn:

Gọi x (ngàn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x > 400$ (đơn vị: ngàn đồng).

Giá chênh lệch sau khi tăng $x - 400$.

Số phòng cho thuê giảm nếu giá là x:

$\dfrac{(x-400)+2}{20} = \dfrac{x-400}{10}$.

Số phòng cho thuê với giá x

là $50 - \dfrac{x-400}{10} = 90 - \dfrac{x}{10}$.

Tổng doanh thu trong ngày là:

$f(x) = x\left(90 - \dfrac{x}{10}\right) = -\dfrac{x^2}{10} + 90x$.

$f'(x) = -\dfrac{x}{5} + 90$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450$.

Bảng biến thiên:

x	400		450		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	20250	↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 450$.

Vậy nếu cho thuê với giá 450 ngàn đồng thì sẽ có doanh thu cao nhất trong ngày là 2.025.000 đồng.

Câu 54: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

A. $0m/s^2$. **B.** $6m/s^2$.

C. $24m/s^2$. **D.** $12m/s^2$.

Hướng dẫn:

$v = S' = 3t^2 + 6t - 9 = 0$

$\Leftrightarrow$ x= - 3 (loại) hoặc x = 1

$\Leftrightarrow$ a= v' = 6t +6 = 6+6 = 12 (m/s^2)

Câu 55: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$ trong đó x (mg) và x > 0 là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng:

A. 15mg. **B.** 30mg. **C.** 40mg. **D.** 20mg.

Hướng dẫn:

$G'(x) = 1{,}5x - 0{,}075x^2 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 0 (loại) hoặc x = 20 (nhận)

Câu 56: Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $2\sqrt{S}$. **B.** $4\sqrt{S}$. **C.** $2S$. **D.** $4S$.

Hướng dẫn:

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x, chiều rộng là y (x, y >0). Ta có: xy = S

Áp dụng bất đẳng thức Cô si:

$x+y \geq 2 \Leftrightarrow 2\,(x+y) \geq 4 \quad \geq 4$

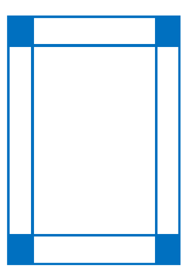
Câu 57: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ:

A. 12. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 15.

Hướng dẫn:

$f''(t) = 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$

Câu 58: Một trang chữ của cuốn sách giáo khoa cần diện tích 384 cm^2. Lề trên và dưới là 3cm, lề trái và phải là 2cm. Kích thước tối ưu của trang giấy là:



A. Dài 24cm; rộng 16cm

B. Dài 24cm; rộng 17cm

C. Dài 25cm; rộng 15,36cm

D. Dài 25,6cm; rộng 15cm

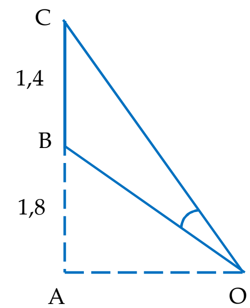
Hướng dẫn:

Gọi chiều dài của trang chữ là x, chiều rộng là y

Ta có: xy = 384

Diện tích trang giấy là: 384 + 4.2.3= 408 = 24.17.

Câu 59: Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? (góc $\widehat{BOC}$ gọi là góc nhìn)



A. $AO = 2{,}4m$ **B.** $AO = 2m$

C. $AO = 2{,}6m$ **D.** $AO = 3m$

Hướng dẫn: Gọi cạnh OA = x

OB = và OC =

Lại có: $\cos(\widehat{BOC}) = \dfrac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2OB.OC}$

Tìm giá trị lớn nhất ta được kết quả. Đáp án **A.**

Câu 60: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 300km (đến nơi sinh sản).Vận tốc trong nước là 6 km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là *v* km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức: $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số cho trước, E tính bằng jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. 9 km/h **B.** 8 km/h

C. 10 km/h **D.** 12 km/h

Hướng dẫn: Ta có t =

$E(v) = cv^3.$

$E'(v) = \quad = 0 \Leftrightarrow 600v^3 - 5400v^2 = 0$

$\Leftrightarrow$ v = 9 (nhận) hoặc v = 0 (loại)

Câu 61: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) trong một ngày cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6} + \dfrac{\pi}{3}\right) + 12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất ?

A. $t = 16$ **B.** $t = 15$ **C.** $t = 14$ **D.** $t = 13$

Hướng dẫn:

h(13) = 12; h(14) = 10,5; h(15) = 9,4;

h(16) = 9 $\Rightarrow$ t = 13

Câu 62: Học sinh lần đầu thử nghiệm tên lửa tự chế phóng từ mặt đất theo phương thẳng đứng với vận tốc 15m/s. Hỏi sau 2,5s tên lửa bay đến độ cao bao nhiêu ? (giả sử bỏ qua sức cản gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực g = 9,8 m/s^2)

A. 61,25(m) **B.** 6,875(m)
C. 68,125(m) **D.** 30,625(m)

Hướng dẫn: S = vt - gt^2 = 6,875 (m)

Câu 63: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó t tính bằng giây, S được tính bằng mét (m). Vận tốc của chuyển động tại thời điểm t = 4 s bằng.

A. 280m/s. **B.** 232m/s.
C. 140m/s. **D.** 116m/s.

Hướng dẫn:
$v(t) = S' = 2t^3 - 3t$.
Thời điểm t = 4: v(4) = 2.4.4.4 - 3.4 = 116 (m/s)

Câu 64: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$, chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm.

A. $t = 1$ **B.** $t = 16$ **C.** $t = 5$ **D.** $t = 3$

Hướng dẫn:
$S' = t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = -2$ (loại)

Câu 65: Vi khuẩn HP (Helicobacter pylori) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng là F(m), biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(m) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh.Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ hàng thập phân thứ hai) và bệnh nhân đó có cứu chữa được không ?

A. 5433,99 và không cứu được
B. 1499,45 và cứu được
C. 283,01 và cứu được
D. 3716,99 và cứu được

Hướng dẫn: F(m) = 500.ln(2t + 1) + C
Với t = 0 $\Rightarrow$ c = 2000
Với t = 15 $\Rightarrow$ 500ln(2.15 + 1) + 2000
= 3716,99 < 4000 $\Rightarrow$ cứu được

Câu 66: Một giáo viên đang đau đầu về việc lương thấp và phân vân xem có nên tạm dừng niềm đam mê với con chữ để chuyển hẳn sang kinh doanh đồ uống trà sữa hay không?Ước tính nếu 1 li trà sữa là 20000đ thì trung bình hàng tháng có khoảng 1000 lượt khách tới uống tại quán, trung bình mỗi khách trả thêm 10000đ tiền bánh tráng ăn kèm. Nay người giáo viên muốn tăng thêm mỗi li trà sữa 5000đ thì sẽ mất khoảng 100 khách trong tổng số trung bình. Hỏi giá một li trà sữa nên là bao nhiêu để tổng thu nhập lớn nhất (Giả sử tổng thu chưa trừ vốn)

A. Giảm 15 ngàn đồng
B. Tăng 5 ngàn đồng
C. Giữ nguyên không tăng giá
D. Tăng thêm 2,5 ngàn đồng

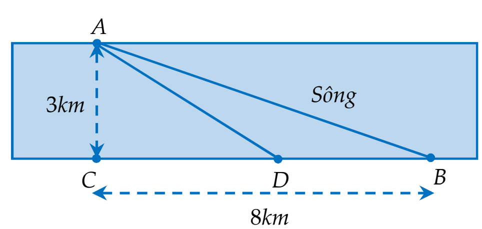
Hướng dẫn: Gọi x là số tiền thay đổi
Thu nhập: F(x) = (30 + x).(1000 + 20x)
F(5) > F(2,5) > F(0) > F(-15)

Câu 67: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 9t^2$, với *t* (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và *s* (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A. 216 (m/s). **B.** 30 (m/s).
C. 400 (m/s). **D.** 54 (m/s).

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 68: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí *A* tới điểm *B* về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng $3km$ (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến *C* và sau đó chạy đến *B*, hay có thể chèo trực tiếp đến *B*, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm *D* giữa *C* và *B* và sau đó chạy đến *B*. Biết anh ấy có thể chèo thuyền $6km/h$, chạy $8km/h$ và quãng đường $BC = 8km$ Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến *B*.



A. $1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\dfrac{9}{\sqrt{7}}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{73}}{6}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$

Hướng dẫn:

Đặt $CD = x$.

Quãng đường chạy bộ $DB = 8-x$ và quãng đường chèo thuyền $AD=\sqrt{9+x^2}$.

Khi đó, thời gian chèo thuyền là $\dfrac{\sqrt{9+x^2}}{6}$ và thời gian chạy bộ là $\dfrac{8-x}{8}$.

Tổng thời gian mà người đàn ông cần có là: $T(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{6}+\dfrac{8-x}{8}, \forall x\in[0;8]$.

Ta có: $T'(x)=\dfrac{x}{6\sqrt{x^2+9}}-\dfrac{1}{8}$.

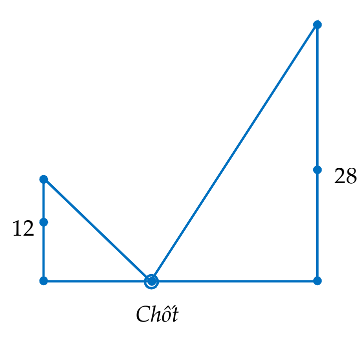
$T'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{6\sqrt{x^2+9}}=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow 4x=3\sqrt{x^2+9}$

$\Leftrightarrow 16x^2=9(x^2+9)\Leftrightarrow 7x^2=81\Rightarrow x=\dfrac{9}{\sqrt{7}}$

Ta có: $T(0)=\dfrac{3}{2}$; $T\left(\dfrac{9}{\sqrt{7}}\right)=1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}$; $T(8)=\dfrac{\sqrt{73}}{6}$

Do đó: $\min\limits_{[0;8]} T(x)=T\left(\dfrac{9}{\sqrt{7}}\right)=1+\dfrac{\sqrt{7}}{8}$.

Câu 69: Có hai chiếc cọc cao *12m* và *28m*, đặt cách nhau *30m* (xem hình minh họa dưới đây). Chúng được buộc bởi hai sợi dây từ một cái chốt trên mặt đất nằm giữa hai chân cột tới đỉnh của mỗi cột. Gọi *x (m)* là khoảng cách từ chốt đến chân cọc ngắn. Tìm *x* để tổng độ dài hai dây ngắn nhất.



A. $x=9$. **B.** $x=10$. **C.** $x=11$. **D.** $x=12$.

Câu 70: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất ?

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 24

Hướng dẫn:

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $n>0$. Khi đó:

Cân nặng của một con cá là: $P(n)=480-20n\,(gam)$

Cân nặng của n con cá là: $n.P(n)=480n-20n^2\,(gam)$

Xét hàm số: $f(n)=480n-20n^2, n(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(n)=480-40n$, cho $f'(n)=0\Leftrightarrow n=12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 71: Một chất điểm chuyển động theo qui luật $s=6t^2-t^3$(trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây mà chất điểm bắt đầu chuyển động). Tính thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

A. $t=2$ **B.** $t=4$ **C.** $t=1$ **D.** $t=3$

Hướng dẫn: Như các bạn đã biết thì phương trình vận tốc chính là phương trình đạo hàm bậc nhất của phương trình chuyển động (li độ) của vật nên ta có phương trình vận tốc của vật là $v=s'=12t-3t^2$. Phương trình vận tốc là phương trình bậc 2 có hệ số $a=-3<0$ nên nó đạt giá trị lớn nhất tại giá trị $t=\dfrac{-b}{2a}$ hay tại $t=2$

Câu 72: Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy chiều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ trong một ngày cho bởi công thức $h=3\cos\left(\dfrac{\pi t}{6}+\dfrac{\pi}{3}\right)+12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất?

A. $t=16$ **B.** $t=15$ **C.** $t=14$ **D.** $t=13$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 73: Một khúc gỗ tròn hình trụ xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. ãy ác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.

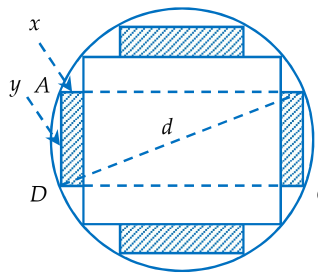
A. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

B. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{15}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

C. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{14}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

D. Rộng $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{13}d$, dài $\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$

Hướng dẫn:



Gọi chiều rộng và chiều dài của miếng phụ lần lượt là x, y.

Đường kính của khúc gỗ là d khi đó tiết diện ngang của thanh xà có độ dài cạnh là $\frac{d}{\sqrt{2}}$ và

$$0<x<\frac{d\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}, 0<y<\frac{d}{\sqrt{2}}$$

Theo đề bài ta được hình chữ nhật ABCD như hình vẽ theo định lý Pitago ta có:

$$\left(2x+\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2+y^2=d^2$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}x}$$

Do đó, miếng phụ có diện tích là:

$$S(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}x\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}$$

với $0<x<\frac{d\left(2-\sqrt{2}\right)}{4}$

Bài toán trở thành tìm x để S(x) đạt giá trị lớn nhất.

$$S'(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}x}+\frac{x-8x-2\sqrt{2}d}{\sqrt{2}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}}$$

$$=\frac{-16x^2-6\sqrt{2}dx+d^2}{\sqrt{2}\sqrt{d^2-8x^2-4\sqrt{2}dx}}$$

$$S'(x)=0\Leftrightarrow -16x^2-6\sqrt{2}dx+d^2=0$$

$$\Leftrightarrow -16\left(\frac{x}{d}\right)^2-6\sqrt{2}\left(\frac{x}{d}\right)+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$$

Bảng biến thiên

x	0 $\qquad$ $\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d$ $\qquad$ $\frac{2-\sqrt{2}}{4}d$
y'	+ $\qquad$ 0 $\qquad$ –
y	↗ S_{max} ↘

Vậy miếng phụ có kích thước

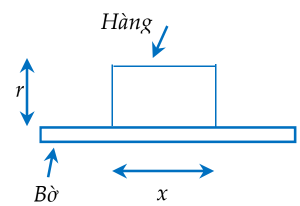
$$x=\frac{\sqrt{34}-3\sqrt{2}}{16}d, y=\frac{\sqrt{7-\sqrt{17}}}{4}d$$

Câu 74: Bác nông dân muốn làm một hàng rào trồng rau hình chữ nhật có chiều dài song song với hàng tường gạch. Bác chỉ làm ba mặt hàng rào bởi vì mặt thứ tư bác tận dụng luôn bờ tường (như hình vẽ 1). Bác dự tính sẽ dùng 200 m lưới sắt để làm nên toàn bộ hàng rào đó.

Diện tích đất trồng rau lớn nhất mà bác có thể rào nên là

A. $1500m^2$ $\qquad$ **B.** $10000m^2$

C. $2500m^2$ $\qquad$ **D.** $5000m^2$



Hướng dẫn: Chọn **D.**

Đề bài cho ta dữ kiện về chu vi của hàng rào là 200 m. Từ đó ta sẽ tìm được mối quan hệ giữa x và r, đến đây ta có thể đưa về hàm số một biến theo l hoặc theo r như sau:

Ta có $x+2r=200\Leftrightarrow r=100-\frac{x}{2}$.

Từ đây ta có $r>0\Rightarrow x<200$.

Diện tích đất rào được tính bởi:

$$f(x)=x.\left(100-\frac{x}{2}\right)=\frac{-x^2}{2}+100x.$$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{-x^2}{2}+100x$ trên khoảng $\left(0;200\right)$.

Đến đây áp dụng quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn như ở phần lý thuyết trên thì ta có phương trình:

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -x+100=0\Leftrightarrow x=100$

Từ đó ta có $f\left(100\right)=5000$ là giá trị lớn nhất của diện tích đất rào được.

Trên đây là cách làm áp dụng quy tắc chúng ta vừa học, tuy nhiên tôi muốn phân tích thêm cho quý độc giả như sau: Ta nhận thấy hàm số trên là hàm số bậc hai có hệ số $a=-\dfrac{1}{2}<0$, vậy đồ thị hàm số có dạng parabol và đạt giá trị lớn nhất tại $x=-\dfrac{b}{2a}$. Vậy áp dụng vào bài này thì hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=\dfrac{-100}{-\frac{1}{2}.2}=100$. Từ đó tìm $f\left(100\right)$ luôn mà không cần đi tính $f'\left(x\right)$.

Câu 75: Một ca sĩ có buổi diễn âm nhạc với giá vé đã thông báo là 600 đô la thì sẽ có 1000 người đặt vé. Tuy nhiên sau khi đã có 1000 người đặt vé với giá 600 đô la thì nhà quản lí kinh doanh của ca sĩ này nhận thấy, cứ với mỗi 20 đô la giảm giá vé thì sẽ thu hút được thêm 100 người mua vé nên ông quyết định mở ra một chương trình giảm giá vé. Tìm giá vé phù hợp để có được số tiền vé thu vào là cao nhất và số tiền đó là bao nhiêu?

A. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 800 000 đô la

B. 400 đô la/ vé, số tiền thu vào là 640 000 đô la

C. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 11 000 đô la

D. 100 đô la/ vé, số tiền thu vào là 110 000 đô la

Hướng dẫn: Chọn **A.**

Gọi x là số lần giảm bớt đi 20 đô la trong giá vé.

Khi đó giá vé sẽ là $600-20x$ một người.

Số người mua vé sẽ là $1000+100x$.

Khi đó số tiền thu được sẽ là:

$f\left(x\right)=\left(600-20x\right)\left(1000+100x\right)$

$=-2000x^2+40000x+600000$

Tương tự như Câu 74 thì hàm số là hàm số bậc hai có hệ số $a=-2000<0$ ta sẽ áp dụng kết quả đã được đưa ra đó là hàm số sẽ đạt giá trị lớn nhất tại $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-40000}{2.\left(-2000\right)}=10$.

Khi đó $f\left(10\right)=800000$.

Giải thích thực tế: Nguyên lí của bài toán này chính là càng giảm giá vé thì càng thu hút thêm nhiều người mua.

Câu 76: Bác Tôm có cái ao có diện tích $50m^2$ để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của của mình, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5\ kg$. Vậy vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con **B.** 512 con

C. 1000 con **D.** 215 con.

Hướng dẫn: Chọn **B.**

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20.50=1000$ con.

Tiếp đến ta phải tìm xem nếu giảm đi x con thì mỗi con sẽ tăng thêm bao nhiêu. Trong hóa học các quý độc giả đã học cách làm này rồi, và bây giờ tôi sẽ giới thiệu lại cho quý độc giả:

Khi giảm 8 con thì năng suất tăng $0,5kg/con$.

Khi giảm x con thì năng suất tăng $a\ kg/con$.

Đến đây ta tính theo cách nhân chéo:

$a=\dfrac{0,5.x}{8}=0,0625x\,kg/con$.

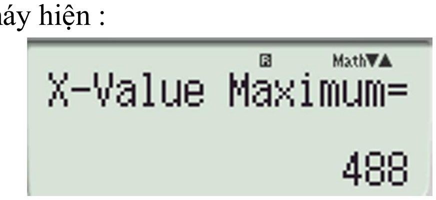
Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là: $f\left(x\right)=\left(1000-x\right)\left(1,5+0,0625x\right)\ kg$

$f\left(x\right)=-0,0625x^2-1,5x+1500+62,5x$

$=-0,0625x^2+61x+1500$

1. Ấn MODE $\to$ 5: EQN $\to$ ấn 3 để giải phương trình bậc 2.

2. Lần lượt nhập các hệ số vào và ấn bằng cho đến khi máy hiện :



Lúc đó ta nhận được hàm số đạt *GTLN* tại $x=488$

Vậy số cá giảm đi là 488 con. Đến đây nhiều độc giả có thể sẽ chọn ngay đáp án A. Tuy nhiên đề bài hỏi "vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống" thì đáp án chúng ta cần tìm phải là $1000-488=512$.

Câu 77: Một công ty kinh doanh thực phẩm ước tính rằng số tiền thu vào ở việc kinh doanh rau được tính xấp xỉ bằng công thức $h(x)=x^2-29\,000x+1000\,100\,000$ và tiền lãi được tính bằng công thức $g(x)=1000x+100\,000$ với x là số tiền cho mỗi *kg* rau. Tìm x để số tiền vốn bỏ ra là ít nhất.

A. 15000 đồng **B.** 30000 đồng
C. 10000 đồng **D.** 20000 đồng.

Hướng dẫn: Chọn **A.**

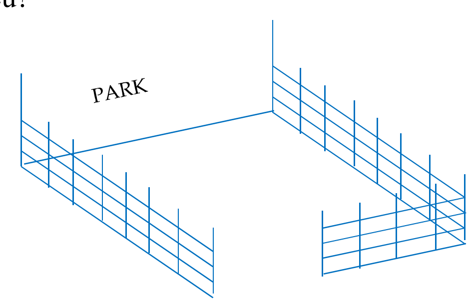
Khi đó số tiền vốn bỏ ra sẽ được tính bằng công thức $f(x)=h(x)-g(x)$

$=x^2-30\,000x+1000\,000\,000$

$=(x-15000)^2+775\,000\,000\geq 775\ 000\ 000$

Dấu bằng xảy ra khi $x=15000$.

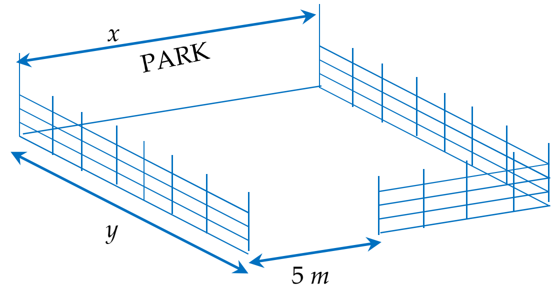
Câu 78: Chủ của một nhà hàng muốn làm tường rào bao quanh $600\,m^2$ đất để làm bãi đỗ xe. Ba cạnh của khu đất sẽ được rào bằng một loại thép với chi phí 14 000 đồng một mét, riêng mặt thứ tư do tiếp giáp với mặt bên của nhà hàng nên được xây bằng tường gạch xi măng với chi phí là 28000 đồng mỗi mét. Biết rằng cổng vào của khu đỗ xe là 5 *m*. Tìm chu vi của khu đất sao cho chi phí nguyên liệu bỏ ra là ít nhất, chi phí đó là bao nhiêu?



A. 100 *m*, 1 610 000 đồng
B. 100 *m*, 1 680 000 đồng
C. 50 *m*, 1 610 000 đồng
D. 50 *m*, 1 680 000 đồng

Hướng dẫn: Chọn **A.**

Ta có các kích thước được kí hiệu như sau



Do đề đã cho diện tích khu đất nên

$xy=600\Rightarrow y=\dfrac{600}{x}$

Chi phí nguyên liệu được tính bằng công thức

$$f(x)=\left(x-5+2.\frac{600}{x}\right).14\,000+28\,000x$$

$$=42\,000x+\frac{16\,800\,000}{x}-70\,000$$

với $x>5$.

Nhận thấy x dương, do vậy ở đây ta có thể nhận ra ngay bất đẳng thức Cauchy với hai số dương. Vậy

$$f(x)\geq 2\sqrt{42000x.\frac{16800000}{x}}-70\,000=1610\,000$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$42000x=\frac{16800000}{x}\Leftrightarrow x=20$$

Vậy chu vi của khu đất là:

$$2.(x+y)=2.\left(20+\frac{600}{20}\right)=100\,m.$$

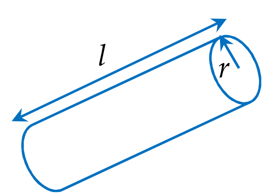
<u>Chú ý</u>: Nhiều độc giả quên trừ đi đoạn cổng vào nên sẽ chọn nhầm phương án B hoặc D.

Câu 79: Một công ty sản xuất khoai tây chiên giới hạn về kích thước hộp sao cho tổng chiều dài l của hộp khoai tây chiên và chu vi đường tròn đáy không vượt quá 84 *cm* (để phù hợp với phương thức vận chuyển và chiều dài truyền thống của dòng sản phẩm). Công ty đang tìm kích thước để thiết kế hộp sao cho thể tích đựng khoai tây chiên là lớn nhất, thể tích đó là:

A. $\dfrac{29152}{\pi}cm^3$ **B.** $29152\ cm^3$

C. $14576\ cm^3$ **D.** $\dfrac{14576}{\pi}\ cm^3$

Hướng dẫn: Chọn **A.**



Do đề bài yêu cầu tìm thể tích lớn nhất của hộp khoai tây chiên và tổng chiều dài l và chu vi đường tròn đáy không vượt quá 84 *cm* nên:
Nếu muốn thể tích lớn nhất ta sẽ lấy giới hạn max của tổng độ dài tức là
$l+P=84 \Leftrightarrow l+2\pi r=84$ với r là bán kính đường tròn đáy $\Leftrightarrow l=84-2\pi r$.
Thể tích của hộp khoai tây chiên được tính bằng công thức:

$$V=\pi r^2 l=\pi r^2\left(84-2\pi r\right)$$
$$=84\pi r^2-2\pi^2 r^3=f\left(r\right)$$

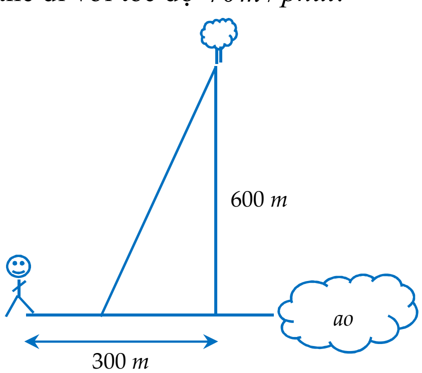
Ta có

$$f'\left(r\right)=168\pi r-6\pi^2.r^2=6\pi r\left(28-\pi r\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r=\dfrac{28}{\pi}>0 \\ r=0 \end{array}\right.$$

Giống như trong cuốn Bộ đề tinh túy ôn thi THPT quốc gia năm 2017 tôi đã viết thì quý độc giả có thể nhận ra ngay $f\left(0\right)$ là giá trị cực tiểu của hàm số, $f\left(\dfrac{28}{\pi}\right)$ là giá trị cực đại của hàm số.
Vậy đến đây ta tư duy nhanh.

$$\underset{\mathbb{R}}{Max}\, f\left(r\right)=f\left(\frac{28}{\pi}\right)=\frac{29152}{\pi}cm^3.$$

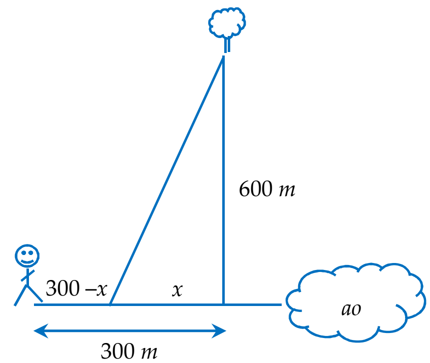
Câu 80: Một người phải đi đến một cái cây quí trong rừng càng nhanh càng tốt. Con đường mòn chính mà người ta hay đi được miêu tả như sau: Từ vị trí người đó đi thẳng 300 *m* gặp một cái ao nên không đi tiếp được nữa , sau khi rẽ trái đi thẳng 600 *m* đường rừng sẽ đến cái cây quí đó. Biết rằng nếu đi đường mòn thì anh ta có thể chạy với tốc độ $160\, m/phút$, còn khi đi qua rừng anh ta chỉ có thể đi với tốc độ $70\, m/phút$.



Đó là con đường đi truyền thống mà người ta hay đi, vậy con đường đi mà mất ít thời gian nhất được miêu tả

A. đi thẳng từ vị trí người đó đứng đến cái cây.
B. đi theo đường mòn 292 *m* rồi rẽ trái đi đến cái cây.
C. đi theo cách truyền thống ở trên.
A. đi thẳng 8 *m* rồi rẽ trái đi đến cái cây.

Hướng dẫn: Chọn **D.**
Ta có hình vẽ:



Kí hiệu như hình vẽ trên ta có
Tổng thời gian người đó đi đến cái cây được tính theo công thức:

$$f\left(x\right)=\frac{300-x}{160}+\frac{\sqrt{600^2+x^2}}{70} \text{ với } 0\le x\le 300$$

Đến đây công việc của ta là đi tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\left[0;300\right]$. Ta lần lượt làm theo các bước: $f'\left(x\right)=-\dfrac{1}{160}+\dfrac{1}{70}.\dfrac{2x}{2\sqrt{600^2+x^2}}$

$$f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 16x=7\sqrt{600^2+x^2}$$
$$\Leftrightarrow 256x^2=49.\left(600^2+x^2\right) \Leftrightarrow 207x^2=49.600^2$$
$$\Leftrightarrow x^2=\frac{49.600^2}{207} \Leftrightarrow x=\frac{7.600}{\sqrt{207}}\approx 292\ m$$

Đến đây nhiều độc giả có thể vội chọn B. Tuy nhiên nhìn kĩ thì thấy D mới đúng, vì theo miêu tả thì người đó sẽ đi $300-x$ mét sau đó thì đi thẳng đến cái cây.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG HÌNH ĐA DIỆN

Câu 1: Một trang trại chăn nuôi dự định xây dựng một hầm biogas với thể tích 12 m^3 để chứa chất thải chăn nuôi và tạo khí sinh học. Dự kiến hầm chứa có dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu gấp rưỡi chiều rộng. Hãy xác định các kích thước đáy (dài, rộng) của hầm biogas để thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất (không tính đến bề dày của thành bể). Ta có kích thước (dài; rộng – tính theo đơn vị m, làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy) phù hợp yêu cầu là:

A. Dài 2,42m và rộng 1,82m
B. Dài 2,74m và rộng 1,71m
C. Dài 2,26m và rộng 1,88m
D. Dài 2,19m và rộng 1,91m

Hướng dẫn:

Gọi chiều sâu và chiều rộng của bể lần lượt là 3x và 2x (m)

Chiều dài của bể là $\frac{12}{2x.3x}=\frac{2}{x^2}(m)$

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của bể phải nhỏ nhất. Ta có

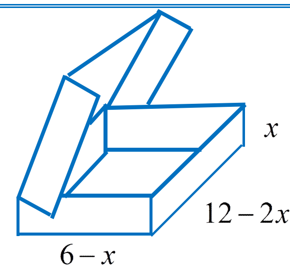
$$S_{tp}=2\left(2x.3x+2x.\frac{2}{x^2}.\frac{2}{x^2}\right)=2\left(6x^2+\frac{10}{x}\right)$$

$$6x^2+\frac{5}{x}+\frac{5}{x}\ge 3\sqrt[3]{150}\Rightarrow S_{xq}\ge 6\sqrt[3]{150}\left(m^2\right)$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $6x^2+\frac{5}{x}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$

Khi đó chiều rộng và chiều dài của bể lần lượt là $2x=1,88m;\frac{2}{x^2}=2,26m$. Chọn **C.**

Câu 2: Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được dải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x=x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0. Tìm V_0.



A. 48 đvtt **B.** 16 đvtt **C.** 64 đvtt **D.** $\frac{64}{3}$ đvtt

Hướng dẫn:

Phân tích: Đây là một dạng bài toán ứng dụng thực thể kết hợp với cả phần tính thể tích khối đa diện ở hình học và phần tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một đa thức đã học ở chương I phần giải thích.

Trước tiên ta nhận thấy

$$V=(6-x)(12-2x)x=2x(x-6)^2$$

$$=2x\left(x^2-12x+36\right)=2x^3-24x^2+72x$$

Xét hàm số $f(x)=2x^3-24x^2+72x$ trên $(0;6)$

$$f'(x)=6x^2-48x+72; f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=2\end{array}\right.$$

Khi đó $\max\limits_{(0;6)}f(x)=f(2)=64$ đvtt.

Đến đây nhiều quý độc gỉ vội vã khoanh C mà không đắn đo gì. Tuy nhiên, nếu vội vã như vậy là bạn đã sai, bởi đề bài yêu cầu tìm thể tích chocolate nguyên chất mà không phải là thể tích hộp do đó ta cần. Tức là $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ thể tích hộp.

tức là $\frac{3}{4}.64=48$ đvtt

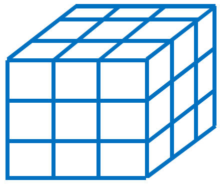
Câu 3: Tính thể tích khối rubic mini (mỗi mặt của rubic có 9 ô vuông), biết chu vi mỗi ô (ô hình vuông trên một mặt) là 4cm.

A. 27 cm^3. **B.** 1728 cm^3.
C. 1 cm^3. **D.** 9 cm^3.

Hướng dẫn:

Đây là một bài toán ăn điểm, nhưng nếu đọc không kĩ từng câu chữ trong đề bài các độc giả rất có thể sai.

Ta có khối rubic như sau:



Hướng sai 1: Nghĩ rằng mỗi cạnh của ô vuông là 4 nên chiều dài mỗi cạnh của khối rubic là

$a=4.3=12\Rightarrow V=12^3=1728\Rightarrow B$

Hướng sai 2: Nghĩ rằng chu vi mỗi ô vuông là tổng độ dài của cả 12 cạnh nên chiều dài mỗi cạnh là $\frac{1}{3}$, nên độ dài của khối rubik là

$a=\frac{1}{3}.3=1\Rightarrow V=1^3=1\Rightarrow C$

Hướng sai 3: Nhầm công thức thể tích sang công thức tính diện tích nên suy ra ý D.

Cách làm đúng: Chu vi của một ô nhỏ là 4 cm nên độ dài mỗi cạnh nhỏ là 1cm, vậy độ dài cạnh của khối rubic là

$a=3.1=3\,cm\Rightarrow V=3.3.3=27\,cm^3$. Đáp án **A.**

Câu 4: Một công ty sản xuất gỗ muốn thiết kế các thùng đựng hàng bên trong dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp có thể tích là $62,5dm^2$. Để tiết kiệm vật liệu làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất, S bằng

A. $106,25dm^2$. **B.** $75dm^2$.

C. $50\sqrt{5}dm^2$. **D.** $125dm^2$.

Hướng dẫn:

Gọi a là độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ.

Theo bài ta có chiều cao của lăng trụ là $\frac{62,5}{a^2}$.

Suy ra $S=4.\frac{62.5}{a^2}.a+a^2=\frac{250}{a}+a^2$

$=\frac{125}{a}+\frac{125}{a}+a^2\geq 3\sqrt[3]{\frac{125}{a}.\frac{125}{a}.a^2}=75$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=\sqrt[3]{125}=5$. Vậy S là nhỏ nhất bằng 75.

Chọn đáp án **B.**

Câu 5: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V\left(m^3\right)$, hệ số k cho trước (k- tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Gọi $x,y,h>0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga. Hãy xác định $x,y,h>0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x,y,h lần lượt là

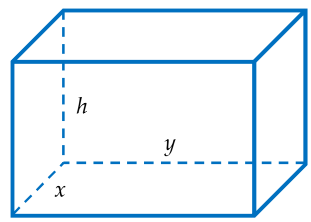
A. $x=2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

B. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

C. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

D. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=6\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

Hướng dẫn:



Gọi $x,y,h\left(x,y,h>0\right)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga.

Ta có: $k=\frac{h}{x}\Leftrightarrow h=kx$

và $V=xyh\Leftrightarrow y=\frac{V}{xh}=\frac{V}{kx^2}$.

Nên diện tích toàn phần của hố ga là:

$S=xy+2yh+2xh=\frac{(2k+1)V}{kx}+2kx^2$

Áp dụng đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi

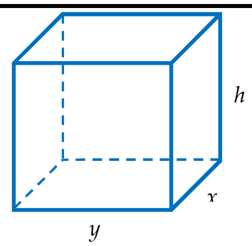
$$x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$$

Khi đó $y=2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}},h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

Câu 6: Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. $1200cm^2$ **B.** $160cm^2$ **C.** $1600cm^2$ **D.** $120cm^2$

Hướng dẫn:



Gọi x, y $(x, y > 0)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài của đáy hố ga.

Gọi h là chiều cao của hố ga ($h > 0$).

Ta có $\frac{h}{x} = 2 => h = 2x\left(1\right)$

suy ra thể tích của hố ga là:

$V = xyh = 3200 => y = \frac{3200}{xh} = \frac{1600}{x^2}\left(2\right)$

Diện tích toàn phần của hố ga là:

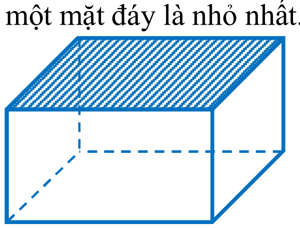
$S = 2xh + 2yh + xy = 4x^2 + \frac{6400}{x} + \frac{1600}{x}$

$= 4x^2 + \frac{8000}{x} = f\left(x\right)$

Khảo sát hàm số $y = f(x), \left(x > 0\right)$ suy ra diện tích toàn phần của hố ga nhỏ nhất bằng $1200cm^2$ khi

$x = 10\,cm => y = 16cm$ Suy ra diện tích đáy của hố ga là $10.16 = 160cm^2$

Câu 7: Một công ty Container cần thiết kế cái thùng hình hộp chữ nhật, không nắp, có đáy hình vuông, thể tích $108\ \text{m}^3$. Các cạnh hình hộp và đáy là bao nhiêu để tổng diện tích xung quanh và diện tích tích của một mặt đáy là nhỏ nhất.



A. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 3 m

B. Cạnh đáy hình hộp là 3 m, chiều cao là 6 m

C. Cạnh đáy hình hộp là 9 m, chiều cao là 3 m

D. Cạnh đáy hình hộp là 6 m, chiều cao là 3 m

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 8: Một kim tự tháp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 154m; độ dài cạnh đáy là 270m. Khi đó thể tích của khối kim tự tháp là:

A. 3.742.200 **B.** 3.640.000

C. 3.500.000 **D.** 3.545.000

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 9: Do nhu cầu sử dụng các nguyên liệu thân thiện với môi trường. Một công ty sản suất bóng tenis muốn thiết kế một hộp làm bằng giấy cứng để đựng 4 quả bóng tenis có bán kính bằng r, hộp đựng có dạng hình hộp chữ nhật theo 2 cách như sau:

Cách 1: Mỗi hộp đựng 4 quả bóng tenis được đặt dọc, đáy là hình vuông cạnh $2r$, cạnh bên bằng $8r$.

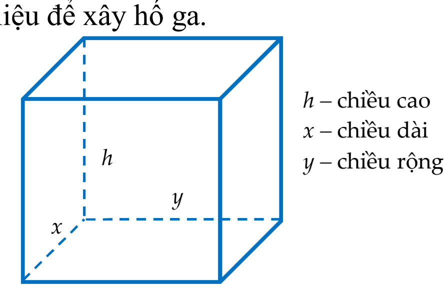
Cách 2: Mỗi hộp đựng 4 quả bóng tenis được xếp theo một hình vuông, đáy của hộp là hình vuông cạnh bằng $4r$, cạnh bên bằng $2r$.

Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hộp theo cách 1, S_2 là diện tích toàn phần của hộp theo cách 2.

Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{9}{8}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 10: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3(\text{m}^3)$. Tỉ số giữa chiều cao của hố (h) và chiều rộng của đáy (y) bằng 4. Biết rằng hố ga chỉ có các mặt bên và mặt đáy (tức không có mặt trên). Chiều dài của đáy (x) gần nhất với giá trị nào ở dưới để người thợ tốn ít nguyên vật liệu để xây hố ga.



A. 1 **B.** 1,5 **C.** 2 **D.** 2,5

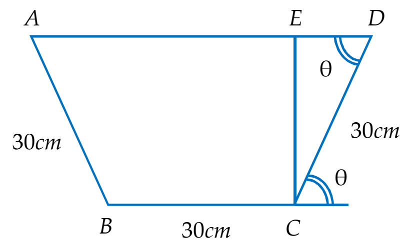
Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 11: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là V. Hãy tính chiều cao của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. m **B.** $h = 2\ m$

C. $h = \frac{3}{2}\ m$ **D.** $h = \frac{5}{2}\ m$

Hướng dẫn:



Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hình hộp

Theo đề bài ta có $y = 3x$

và $V = hxy \Rightarrow h = \frac{V}{xy} = \frac{V}{3x^2}$

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ta cần tìm các kích thước sao cho diện tích toàn phần của hồ nước là nhỏ nhất.

Khi đó ta có:

$$S_{tp} = 2xh + 2yh + xy$$

$$= 2x\frac{V}{3x^2} + 2.3x.\frac{V}{3x^2} + x.3x = \frac{8V}{3x} + 3x^2$$

Ta có

$$S_{tp} = \frac{8V}{3x} + 3x^2 = \frac{4V}{3x} + \frac{4V}{3x} + 3x^2 \overset{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{\frac{16V^2}{3}} = 36$$

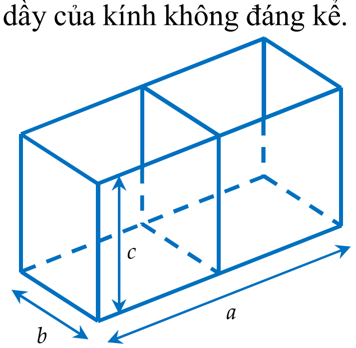
.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{4V}{3x} = 3x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{4V}{9}} = 2 \Rightarrow h = \frac{V}{3x^2} = \frac{3}{2}.$$

Vậy chọn **C.**

Câu 12: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích 1,296 m^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước *a*, *b*, *c* như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước *a*, *b*, *c* bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dầy của kính không đáng kể.



A. $a = 3,6m;\ b = 0,6m;\ c = 0,6m$

B. $a = 2,4m;\ b = 0,9m;\ c = 0,6m$

C. $a = 1,8m;\ b = 1,2m;\ c = 0,6m$

D. $a = 1,2m;\ b = 1,2m;\ c = 0,9m$

Hướng dẫn:

Thể tích bể cá là: $V = abc = 1,296$

Diện tích tổng các miếng kính là

$S = ab + 2ac + 3bc$ (kể cả miếng ở giữa)

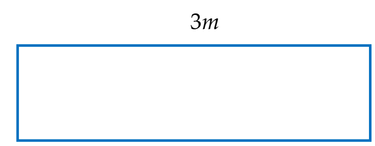
Ta có:

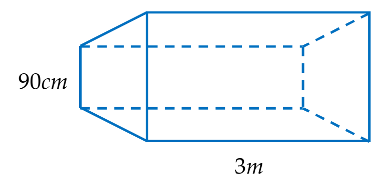
$$\frac{S}{abc} = \underbrace{\frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{c}.\frac{2}{b}.\frac{3}{a}}}_{Cauchy\ cho\ 3\ so\ \frac{1}{c},\frac{2}{b},\frac{3}{a}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{abc}} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{1,296}}$$

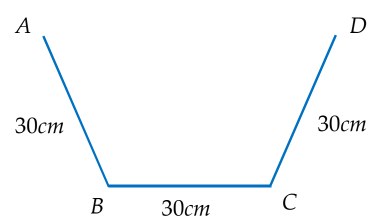
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{1}{c} = \frac{2}{b} = \frac{3}{a} \\ abc = 1,296 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}$.

Đáp án: **C.**

Câu 13: Từ một tấm tôn có kích thước 90cmx3m người ta làm một máng xối nước trong đó mặt cắt là hình thang *ABCD* có hình dưới. Tính thể tích lớn nhất của máng xối.







A. $40500\sqrt{3}cm^3$ **B.** $40500\sqrt{2}cm^3$

C. $40500\sqrt{6}cm^3$ **D.** $40500\sqrt{5}cm^3$

Hướng dẫn:

Thể tích máng xối: $V = S_{ABCD}.300\ (cm^2)$.

Vậy thể tích lớn nhất khi diện tích hình thang là lớn nhất.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + AD).CE$$

$$CE = CDsin\theta = 30.sin\theta$$

$$AD = BC + 2ED = 30 + 60cos\theta$$

$$S_{ABCD} = 90sin\theta + \frac{90}{2}sin2\theta$$

Đặt $f(\theta)=90sin\theta+\frac{90}{2}sin2\theta\quad,\ \theta\in[0;\pi]$

$f'(\theta)=90cos\theta+\frac{90}{2}.2cos2\theta$

$f'(\theta)=0\Leftrightarrow\cos\theta+\cos2\theta=0$

$\Leftrightarrow2\cos^2\theta+\cos\theta-1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\theta=\frac{1}{2}\\ \cos\theta=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\theta=\frac{\pi}{3}\\ \theta=\pi\end{array}\right.$

$f(0)=f(\pi)=0;f\left(\frac{\pi}{3}\right)=135\sqrt{3}$.

Vậy GTLN của diện tích $ABCD$ là $135\sqrt{3}cm^2$.

Vậy thể tích máng xối lớn nhất bằng $40500\sqrt{3}cm^3$ khi ta cạnh CD tạo với BC góc 60^0

Câu 14: Một người thợ xây cần xây một bể chứa $108\,m^3$ nước, có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông và không có nắp. Hỏi chiều dài, chiều rộng và chiều cao của lòng bể bằng bao nhiêu để số viên gạch dùng xây bể là ít nhất? Biết thành bể và đáy bể đều được xây bằng gạch, độ dày của thành bể và đáy là như nhau, các viên gạch có kích thước như nhau và số viên gạch trên một đơn vị diện tích là bằng nhau.

A. 6; 6; 3.   **B.** $2\sqrt{3};2\sqrt{3};9$.

C. $3\sqrt{2};3\sqrt{2};6$ **D.** $3\sqrt{3};3\sqrt{3};4$

Hướng dẫn:

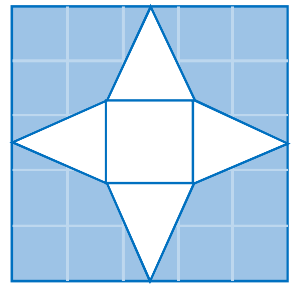
Gọi x(m) là cạnh của đáy bể, y(m) là chiều cao bể, x, y > 0

Ta có: $x^2y=108\Rightarrow y=\frac{108}{x^2}$

Diện tích xây dựng: $S=x^2+4xy=x^2+\frac{432}{x}$

$S'=2x-\frac{432}{x^2};S'=0\Leftrightarrow x=6\Rightarrow y=3$

Câu 15: Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 5, người ta cắt 4 góc bìa 4 tứ giác bằng nhau và gập lại phần còn lại của tấm bìa để được một khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x (xem hình). Nếu chiều cao khối chóp tứ giác đều này bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ thì x bằng:



A. x=1.   **B.** x=2.   **C.** x=3.   **D.** x= 4

Câu 16: Khi xây dựng nhà, chủ nhà cần làm một bể nước bằng gạch có dạng hình hộp có đáy là hình chữ nhật chiều dài $d(m)$ và chiều rộng $r(m)$ với $d=2r$. Chiều cao bể nước là $h(m)$ và thể tích bể là $2\,m^3$. Hỏi chiều cao bể nước như thế nào thì chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}(m)$.   **B.** $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}(m)$.

C. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}(m)$.   **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(m)$.

Hướng dẫn:

Gọi $x(x>0)$ là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$V=2x^2.h=2\Leftrightarrow h=\frac{1}{x^2}$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là

$S=6x.h+2x^2=\frac{6}{x}+2x^2\ (x>0)$

Xét hàm số $f(x)=\frac{6}{x}+2x^2$ với $x>0$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.

Vậy chiều cao cần xây là

$$h=\frac{1}{x^2}=\frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^2}}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(m).$$

Câu 17: Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V. Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng

A. $x=V^{\frac{2}{3}}$ **B.** $x=\sqrt[3]{V}$

C. $x=V^{\frac{1}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{V}$

Hướng dẫn:

Gọi a là độ dài cạnh đáy, x là độ dài đường cao của thùng đựng đồ $(a,x>0)$

Khi đó, $V=a^2x\Rightarrow a=\sqrt{\dfrac{V}{x}}$

$\Rightarrow S_{tp}=2a^2+4ax=2\dfrac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$

Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì S_{tp} nhỏ nhất $\Rightarrow 2\dfrac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$ nhỏ nhất.

Cách 1: Xét hàm số $f(x)=2\dfrac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$ trên $(0;+\infty)$

Ta có $f'(x)=\dfrac{-2V}{x^2}+\dfrac{2\sqrt{V}}{\sqrt{x}}$;

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2\sqrt{V}=V\sqrt{x}\Leftrightarrow x=V^{\frac{1}{3}}$

x	0		$V^{\frac{1}{3}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f\left(V^{\frac{1}{3}}\right)$	$\nearrow$	

Từ BBT ta thấy để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng $V^{\frac{1}{3}}$.

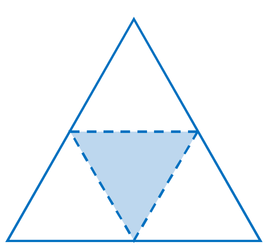
Cách 2: Ta có

$2\dfrac{V}{x}+4\sqrt{Vx}=2\dfrac{V}{x}+2\sqrt{Vx}+2\sqrt{Vx}\ge 6\sqrt[3]{V^2}$

Dấu "=" xảy ra tại $\dfrac{V}{x}=\sqrt{Vx}$

$\Leftrightarrow x^3=V\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{V}$

Câu 18: Người ta cắt miếng bìa tam giác đều như hình vẽ và gấp lại theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều có thể tích $V=a^3\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. Tính độ dài cạnh của miếng bìa theo a?



A. a **B.** $2a$ **C.** $\dfrac{a}{2}$ **D.** $3a$

Hướng dẫn:

Đặt $2x$ là cạnh của miếng bìa. Khi đó cạnh của tứ diện đều là x, suy ra thể tích tứ diện đều là:

$V=x^3\dfrac{\sqrt{2}}{12}=a^3\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. Do đó $x=a$, suy ra cạnh của miếng bìa là $2a$. Chọn **B.**

Lưu ý: Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích của nó là $V=a^3\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

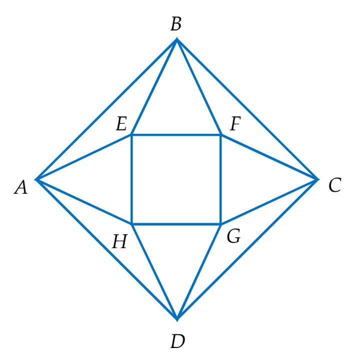
Câu 19: Người ta cắt một tờ giấy hình vuông cạnh bằng $5\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích lớn nhất.

A. 4 **B.** 4

C. 2 **D.** A, B, C đều sai

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 20: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An đã nhờ bố làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông *ABCD* có cạnh bằng *a*, cắt mảnh tôn theo các tam giác cân *AEB; BFC; CGD* và *DHA;* sau đó gò các tam giác *AEH; BEF; CFG; DGH* sao cho 4 đỉnh *A;B;C;D* trùng nhau *(Như hình).*



Thể tích lớn nhất của khối tứ diện đều tạo được là:

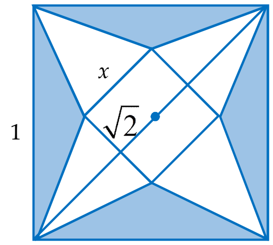
A. $\dfrac{a^3}{36}$ **B.** $\dfrac{a^3}{24}$ **C.** $\dfrac{a^3}{54}$ **D.** $\dfrac{a^3}{48}$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 21: Người ta cắt một tờ giấy hìnhvuông cạnh bằng 1 để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp.Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích lớn nhất.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{5}$

Hướng dẫn:



* Gọi cạnh đáy hình chóp là x, $x \in (0;\frac{\sqrt{2}}{2})$.

Chiều cao của hình chóp là:

$$h = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}}$$

Thể tích của khối chóp:

$$V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{x^4 - x^5\sqrt{2}}{2}}$$

* Xét hàm số: $y = x^4 - x^5\sqrt{2}$ trên $(0;\frac{\sqrt{2}}{2})$

$$y' = 4x^3 - 5x^4\sqrt{2}\ ;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & (l) \\ x = \frac{2\sqrt{2}}{5} & (n) \end{array}\right.$$

BBT:

x	0		$\frac{2\sqrt{2}}{5}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$
y'	‖	+	0	-	‖
y	‖	↗		↘	‖

Vậy khi $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ thì khối chóp đạt GTLN

Câu 22: Người ta muốn mạ vàng bên ngoài cho một cái hộp có đáy hình vuông, không nắp, thể tích hộp là 4 lít. Giả sử độ dày của lớp mạ tại một điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy lần lượt là x và h. Giá trị của x và h để lượng vàng cần dùng nhỏ nhất là:

A. $x = \sqrt[3]{4}; h = \frac{4}{\sqrt[3]{16}}$ **B.** $x = \sqrt[3]{12}; h = \frac{12}{\sqrt[3]{144}}$

C. $x = 2; h = 1$ **D.** $x = 1; h = 2$

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 23: Có một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng $24(cm)$, chiều rộng bằng $18(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$ rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Hỏi thể tích lớn nhất của cái hộp là bao nhiêu?

A. $V_{max} \approx 640cm^3$ **B.** $V_{max} \approx 617,5cm^3$

C. $V_{max} \approx 845cm^3$ **D.** $V_{max} \approx 645cm^3$

Hướng dẫn:

Chiều dài, chiều rộng đáy của cái hộp lần lượt là: $24 - 2x$ và $18 - 2x$.

Diện tích đáy của cái hộp: $(24 - 2x)(18 - 2x)$.

Thể tích cái hộp là:

$V = (24 - 2x)(18 - 2x)x = 4(x^3 - 21x^2 + 108x)$

với $0 < x < 9$

Ta có: $V'(x) = 4(3x^2 - 42x + 108)$. Cho $V'(x) = 0$, giải ta nhận nghiệm $x = 7 - \sqrt{13} \approx 3,4$

Lập bảng biến thiên ta thấy

$V_{max} = V(7 - \sqrt{13}) \approx 645$ khi $x = 7 - \sqrt{13} \approx 3,4$

Câu 24: Một công ti chuyên sản xuất container muốn thiết kế các thùng gỗ đựng hàng bên trong dạng hình hộp chữ nhật không nắp, đáy là hình vuông, có V = 62,5 cm^3. Hỏi các cạnh hình hộp và cạnh đáy là bao nhiêu để S xung quanh và S đáy nhỏ nhất ?

A. Cạnh bên 2,5m, cạnh đáy 5m

B. Cạnh bên 4m, cạnh đáy $\frac{5\sqrt{10}}{4}$ m

C. Cạnh bên 3m, cạnh đáy $\frac{5\sqrt{30}}{6}$

D. Cạnh bên 5m, cạnh đáy $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn:

Gọi đáy là a (a > 0)

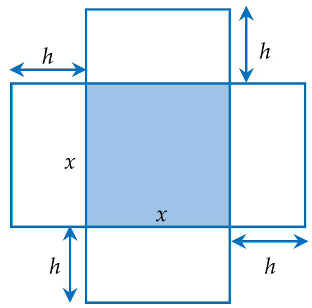
Gọi cạnh bên là h (h > 0)

$V = a^2.h = 62,5 \Rightarrow h = 62,5/a^2$

$S = S_{xq} + S_{đáy} = 4ah + a^2$

$S' = 0 \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow h = 2,5$

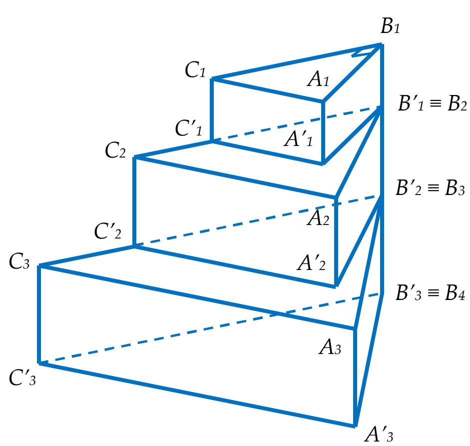
Câu 25: Một cái hộp hình hộp chữ nhật không nắp được làm từ một mảnh bìa cứng (xem hình bên dưới đây). Hộp có đáy là hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và có thể tích là 500 cm^3. Gọi S(x) là diện tích của mảnh bìa cứng theo x. Tìm x sao cho S(x) nhỏ nhất (tức là tìm x để tốn ít nguyên liệu nhất).



A. $x=8$ **B.** $x=9$ **C.** $x=10$ **D.** $x=11$

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 26: Một khối tháp gồm 20 bậc. Mỗi bậc là một khối đá hình lăng trụ đứng tam giác. Bậc trên cùng là khối lăng trụ $A_1B_1C_1.A_1'B_1'C_1'$ có: $A_1B_1=3dm, B_1C_1=2dm, A_1A_1'=2dm$, $\angle A_1B_1C_1=90^0$. Với i = 1, 2,..., 20, các cạnh B_iC_i lập thành một cấp số cộng có công sai 1dm, các góc $\angle A_iB_iC_i$ lập thành một cấp số cộng có công sai 3°, các chiều cao A_iA_i' lập thành một cấp số cộng có công sai 0,1dm. Các mặt $B_iC_iC_i'B_i'$ cùng nằm trên một mặt phẳng. Cạnh $A_{i+1}B_{i+1}=A_iC_i$, đỉnh $B_{i+1}\equiv B_i'$, i = 1, 2,..., 19. Thể tích V toàn bộ của khối tháp gần số nào nhất sau đây:



A. V = 17560 **B.** V = 17575
C. V = 16575 **D.** V = 17755

Hướng dẫn:

Gọi các biến: X là số thứ tự khối lăng trụ tam giác, A là độ dài các cạnh B_iC_i, Y là các góc $\angle A_iB_iC_i$, B là độ dài các cạnh $A_iC_i=A_{i+1}B_{i+1}$, C là độ dài A_iA_i', D là tổng thể tích. Khi đó, thể tích mỗi lăng trụ là

$$V=A_iA_i'.S_{\Delta A_iB_iC_i}=\frac{1}{2}A_iB_i.A_iC_i.A_iA_i'.\sin A_iB_iC_i.$$

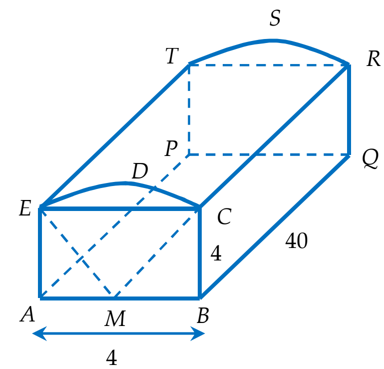
Để máy ở chế độ đơn vị độ. Nhập vào máy tính biểu thức:

$$X=X+1:A=A+1:Y$$
$$=Y+3:B=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos Y}:C$$
$$=C+0,1:D=D+\frac{1}{2}A.B.C.\sin Y$$

Ấn CALC, nhập X = 1, A = 2, Y = 90, B = 3, C = 2, D = 6.

Ấn = cho đến khi được X = 19 ta được D = 17575,2103.

Câu 27: Một thùng đựng thư được thiết kế như hình bên, phần phía trên là nửa hình trụ. Thể tích thùng đựng thư là:



A. 640 + 160π **B.** 640 + 80π
C. 640 + 40π **D.** 320 + 80π

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 28: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m². Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất. Chi phí đó là ?

A. 74 triệu đồng **B.** 75 triệu đồng
C. 76 triệu đồng **D.** 77 triệu đồng

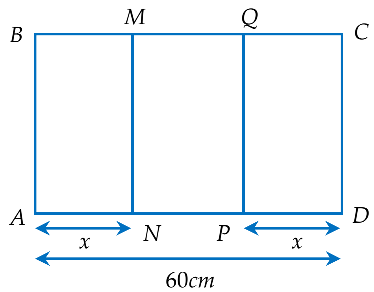
Hướng dẫn: Đáp án **B.**

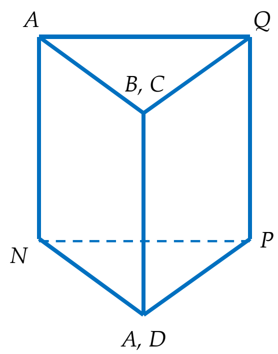
Câu 29: Do nhu cầu sử dụng, người ta cần tạo ra một lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h, có thể tích $1m^3$. Với a, h như thế nào để đỡ tốn nhiêu vật liệu nhất?

A. $a=1;h=1$ **B.** $a=\frac{1}{3};h=\frac{1}{3}$
C. $a=\frac{1}{2};h=\frac{1}{2}$ **D.** $a=2;h=2$

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 30: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có AD=60cm. Ta gập tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy.





Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất ?

A. x=20 **B.** x=30 **C.** x=45 **D.** x=40

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 31: Một công ty chuyên sản xuất gỗ muốn thiết kế các thùng đựng hàng bên trong dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp, có thể tích là $62,5dm^3$. Để tiết kiệm vật liệu làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho tổng S của diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất, S bằng:

A. $106,25dm^2$ **B.** $125dm^2$

C. $75dm^2$ **D.** $50\sqrt{5}dm^2$

Câu 32: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. 65,09% **B.** 47,64%

C. 82,55% **D.** 83,3%

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 33: Gia đình em dự kiến xây một cái bể nước dạng hình hộp chữ nhật, với kích thước chiều cao, rộng và dài trong lòng bể lần lượt là 2 mét, 2 mét, 3 mét. Em hãy giúp Bố tính số gạch cần mua để xây thành bên của cái bể, biết rằng viên gạch có chiều rộng, chiều dài và chiều cao lần lượt là 10 (cm), 20(cm), 5(cm).(Bỏ qua lượng vữa xây)

A. 2080 viên **B.** 2000 viên

C. 2160 viên **D.** 4160 viên

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 34: Gia đình em dự kiến xây một cái bể nước dạng hình hộp chữ nhật, với kích thước chiều cao, rộng và dài trong lòng bể lần lượt là 2 mét, 2 mét, 3 mét. Em hãy giúp Bố tính số gạch cần mua để xây thành bên của cái bể, biết rằng viên gạch có chiều rộng, chiều dài và chiều cao lần lượt là 10 (cm), 20(cm), 5(cm).(Bỏ qua lượng vữa xây)

A. 2080 viên **B.** 2000 viên

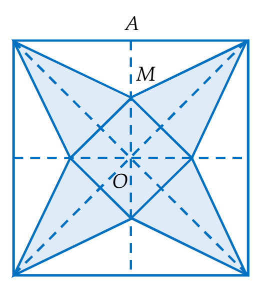
C. 2160 viên **D.** 4160 viên

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

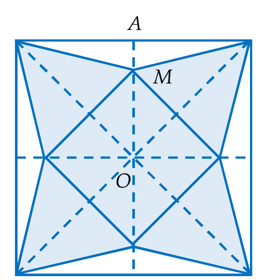
Câu 35: Hai miếng giấy hình vuông bằng nhau được hai bạn Việt và Nam cắt ra và tạo thành một hình chóp tứ giác đều như sau.

Việt: Cắt bỏ miếng giấy như ***Hình 1*** (với M là trung điểm OA) rồi tạo thành một hình chóp tứ giác đều.

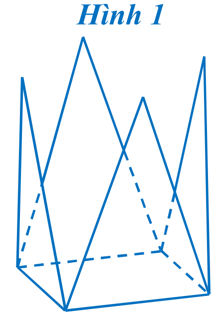
Nam: Cắt bỏ miếng giấy như ***Hình 2*** (với M nằm trên OA thỏa $OM = 3MA$) rồi tạo thành một hình chóp tứ giác đều.

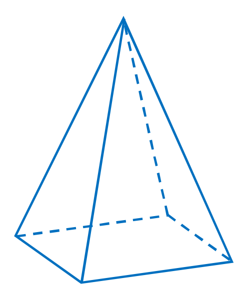


Hình 1



Hình 2





Gọi V_1 là thể tích khối chóp của Việt, V_2 là thể tích khối chóp của Nam. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 36: Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x,y,z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3,$ thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của thùng là:

A. $x=2;y=6;z=\frac{3}{2}$ **B.** $x=1;y=3;z=6$

C. $x=\frac{3}{2};y=\frac{9}{2};z=\frac{8}{3}$ **D.** $x=\frac{1}{2};y=\frac{3}{2};z=24$

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 37: Người ta sản xuất các hộp bánh hình hộp chữ nhật có các kích thước 7cm, 25cm, 35cm. Khi đó, một thùng gỗ hình hộp chữ nhật có kích thước 42x50x70 (đơn vị cm) sẽ chứa được nhiều nhất số hộp bánh là

A. 12 **B.** 16 **C.** 18 **D.** 24

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 38: Một hộp giấy hình hộp chữ nhật có thể tích $3\,\text{dm}^3$. Nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy thêm $\sqrt[3]{3}\,\text{dm}$ thì thể tích của hộp giấy là $24\,\text{dm}^3$. Hỏi nếu tăng mỗi cạnh của hộp giấy ban đầu lên $2\sqrt[3]{3}\,\text{dm}$ thì thể tích hộp giấy mới là:

A. $48\,\text{dm}^3$. **B.** $192\,\text{dm}^3$.

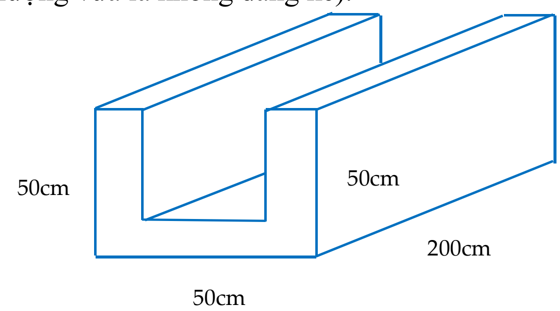
C. $72\,\text{dm}^3$. **D.** $81\,\text{dm}^3$

Hướng dẫn:

Chọn kích thước 3 cạnh là $\sqrt[3]{3}dm$, $\sqrt[3]{3}dm$, $\sqrt[3]{3}dm$ thỏa mãn giả thiết bài toán. Khi đó tăng thêm mỗi kích thước $2\sqrt[3]{3}$ dm thì thể tích khối hộp là

$$V=3\sqrt[3]{3}.3\sqrt[3]{3}.3\sqrt[3]{3}=81dm^3$$

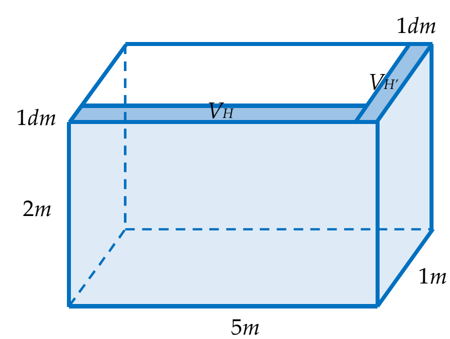
Câu 39: Người ta xây một đoạn cống bằng gạch thiết diện hình chữ U, bề dày 10cm (như hình vẽ). Một viên gạch có kích thước là 20cm*10cm*5cm. Hỏi số lượng viên gạch tối thiểu dùng để xây cống là bao nhiêu? (Giả sử lượng vữa là không đáng kể).



A. 260000. **B.** 26000. **C.** 2600. **D.** 260.

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 40: Người ta muốn xây một bồn chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5m, 1m, 2m (hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bồn đó và thể tích thực của bồn chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể)



A. 1180 viên, 8820 lít **B.** 1180 viên, 8800 lít

C. 1182 viên, 8820 lít **D.** 1180 viên, 8800 lít

Hướng dẫn:

Phân tích:

* Theo mặt trước của bể:

Số viên gạch xếp theo chiều dài của bể mỗi hàng là $x=\frac{500}{20}=25$ viên

Số viên gạch xếp theo chiều cao của bể mỗi hàng là: $\frac{200}{5}=40$. Vậy tính theo chiều cao thì có 40 hàng gạch mỗi hàng 25 viên. Khi đó theo mặt trước của bể. $N=25.40=1000$ viên.

* Theo mặt bên của bể: ta thấy, nếu hàng mặt trước của bể đã được xây viên hoàn chỉnh đoạn nối hai mặt thì ở mặt bên viên gạch còn lại sẽ được cắt đi còn $\frac{1}{2}$ viên. Tức là mặt bên sẽ có

$\frac{1}{2}.40+\frac{100-20}{20}.40=180$ viên.

Vậy tổng số viên gạch là 1180 viên.

Khi đó thể tích bờ tường xây là

$1180.2.1.0,5=1180$ lít

Vậy thể tích bốn chứa nước là:

$50.10.20-1180=8820$ lít

Câu 41: Thể tích của khối hai mươi mặt đều cạnh $a=1$ đơn vị là:

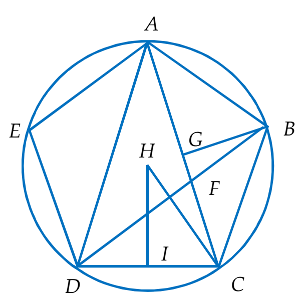
A. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$(đơn vị thể tích);

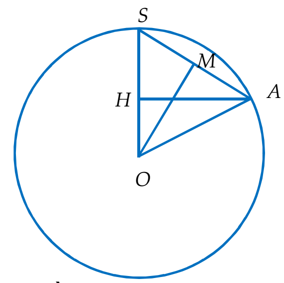
B. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích);

C. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích);

D. $\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$ (đơn vị thể tích)

Hướng dẫn:





Xét ngũ giác đều ABCDE cạnh là 1 và có tâm đường tròn H.

G, I lần lượt là trung điểm AC, DC. Gọi AC và BD cắt nhau tại F, đặt AC =d

tam giác ADC có DF là phân giác

$$\frac{DC}{FC}=\frac{DA}{FA}=\frac{DC+DA}{FC+FA}=\frac{1+d}{d}\quad(1)$$

Có $\Delta CDF\sim\Delta CDA\Rightarrow\frac{DC}{FC}=\frac{AC}{DC}=d\quad(2)$

Từ 1, 2 $\Rightarrow d=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow GB=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$

$$\Delta HIC\sim\Delta AGB\Rightarrow HC=\sqrt{\frac{2}{5-\sqrt{5}}}$$

+ 5 mặt có một điểm chung của hình khối tại thành hình chóp ngũ giác đều S.ABCDE có cạnh bên =cạnh đáy, H là tâm ngoại tiếp ABCDE. Có SH vuông góc HA

$$SH^2=SA^2-HA^2=\frac{5-\sqrt{5}}{10}$$

gọi O là tâm khối 20 mặt đều, gọi M là trung điểm SA có $\Delta SMO\sim\Delta SHA\Rightarrow\frac{SO}{SM}=\frac{SH}{SA}$

$$\Rightarrow SO=\frac{1}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$$

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp SAB,

$JS=\frac{\sqrt{3}}{3}$; $OJ^2=OS^2-JS^2=\frac{7+3\sqrt{5}}{24}$

Suy ra $V=\frac{5\sqrt{14+6\sqrt{5}}}{3}$

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG HÀM SỐ MŨ-LÔGARIT

Câu 1: Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{N.r}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Đầu năm 2010 dân số tỉnh Bắc Ninh là 1.038.229 người, tính đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh là 1.153.600 người. Hỏi nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm giữ nguyên thì đầu năm 2025 dân số của tỉnh nằm trong khoảng nào?

A. $(1.424.300;1.424.400)$.

B. $(1.424.000;1.424.100)$.

C. $(1.424.200;1.424.300)$.

D. $(1.424.100;1.424.200)$.

Hướng dẫn:

Gọi S_1 là dân số năm 2015,

ta có $S_1 = 1.153.600, N = 5, A = 1.038.229$

Ta có: $S_1 = A.e^{N.r} \Rightarrow e^{N.r} = \dfrac{S_1}{A} \Rightarrow r = \dfrac{\ln\frac{S_1}{A}}{5}$

Gọi S_2 là dân số đầu năm 2025, ta có

$S_2 = A.e^{15.r} = 1.038.229.e^{15.\frac{\ln\frac{S}{A}}{5}} \approx 1.424.227,71$

Chọn đáp án **C.**

Câu 2: Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị cacbon). Khi một bộ phận của cây đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phạn đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức:

$P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21(%). Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

A. 3574 năm **B.** 3754 năm

C. 3475 năm **D.** 3547 năm

Hướng dẫn:

Đề bài tuy khá là dài, tuy nhiên đây thực chất chỉ là bài toán giải phương trình mũ.

Ta thay $65,21\%$ vào sau đó tìm t.

Ta có $100.(0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65,21 \Leftrightarrow 0.5^{\frac{t}{5750}} = 0,6521$

$\Leftrightarrow \dfrac{t}{5750} = \log_{0.5} 0,6521$

Câu 3: Huyện A có 100 000 người. Với mức tăng dân số bình quân 1,5% năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 130 000 người. Hỏi n nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. 18 năm **B.** 17 năm

C. 19 năm **D.** 16 năm

Hướng dẫn:

+ áp dụng công thức

$S_n = A\left(1 + \dfrac{r}{100}\right)^n \Rightarrow n = \log_{\left(1+\frac{r}{100}\right)}\left(\dfrac{S_n}{A}\right)$

+ trong đó A = 100 000; r = 1,5; S_n = 130 000

+ $n \approx 17,6218$

Câu 4: Một máy tính được lập trình để vẽ một chuỗi các hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của trục tọa độ Oxy, nội tiếp dưới đường cong y = e^{-x}. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể được vẽ bằng cách lập trình trên

A. 0,3679 (đvdt) **B.** 0,3976 (đvdt)

C. 0,1353 (đvdt) **D.** 0,5313 (đvdt)

Hướng dẫn: Diện tích hình chữ nhật tại điểm x là S=xe^{-x}

$S'(x) = e^{-x}(1-x)$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Smax = $e^{-1} \simeq 0,3679$ khi x=1

Câu 5: Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ Plutoni Pu239 là 24360 năm. Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$. Trong đó A là số lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỷ lệ phân hủy hằng năm (r<0),t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi 10 gam Pu239 sau bao nhiêu năm phân hủy sẽ còn 1 gam

A. 80922 năm **B.** 24360 năm

C. 35144 năm **D.** 48720 năm

Hướng dẫn: Theo giả thiết ta có:

$\frac{A}{2} = Ae^{24360.r} \Leftrightarrow e^{24360.r} = \frac{1}{2}$

Với A=10 gam, gọi t là thời gian phân hủy để còn lại S=1gam ta có phương trình

$1 = 10e^{rt} \Leftrightarrow 0,1 = e^{24360.r.\frac{t}{24360}}$

$\Leftrightarrow t \approx 80922$ (năm).

Câu 6: Trong một bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cường độ âm và coi cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì cường độ âm là 68dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80dB. Tính số ca sĩ có trong ban hợp ca đó, biết mức cường độ âm L được tính theo công thức $L = 10\log\frac{I}{I_0}$ trong đó I là cường độ âm và I_0 là cường độ âm chuẩn

A. 16 người **B.** 12 người

C. 10 người **D.** 18 người

Hướng dẫn:

Gọi $I_1; I_n$ lần lượt là cường độ âm của một người và của n người.

Ta có $I_n = nI_1 \Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1}$

Ta có $L_1 = 10log\frac{I_1}{I_0} = 68$; $L_n = 10log\frac{I_n}{I_0} = 80$

Khi đó

$L_n - L_1 = 10log\frac{I_n}{I_0} - 10log\frac{I_1}{I_0} = 10log\frac{I_n}{I_1}$

$n = \frac{I_n}{I_1} = 10^{\frac{L_n - L_1}{10}} = 10^{\frac{6}{5}} \approx 15,89$

Vậy có 16 ca sĩ.

Câu 7: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(x) = Ae^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng $(r > 0)$, x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sao bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần

A. $5\ln 20$ (giờ) B. $5\ln 10$ (giờ)

C. $10\log_5 10$ (giờ) D. $10\log_5 20$ (giờ)

Hướng dẫn:

Gọi thời gian cần tìm là t. Ta có: 5000 = 1000. e^{10r}

nên r = $\frac{\ln 5}{10}$.

Do đó, 10000 = 1000. e^{rt} suy ra

t = $\frac{\ln 10}{r} = \frac{10\ln 10}{\ln 5} = 10\log_5 10$ giờ nên chọn **C.**

Câu 8: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?" Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dì có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vỏn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 21 **B.** 22 **C.** 19 **D.** 20

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 9: Một người gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép như sau: Mỗi tháng người này tiết kiệm một số tiền cố định là X đồng rồi gửi vào ngân hàng theo kì hạn một tháng với lãi suất $0,8\%$/tháng. Tìm X để sau ba năm kể từ ngày gửi lần đầu tiên người đó có được tổng số tiền là 500 triệu đồng.

A. $X = \frac{4.10^6}{1,008^{37} - 1}$ **B.** $X = \frac{4.10^6}{1 - 0,008^{37}}$

C. $X = \frac{4.10^6}{1,008\left(1,008^{36} - 1\right)}$ **D.** $X = \frac{4.10^6}{1,008^{36} - 1}$

Câu 10: Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được quãng đường $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) theo quy tắc sau: $s(t) = e^{t^2+3} + 2t.e^{3t+1}(km)$. Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian).

A. $5e^4$ (km/s) **B.** $3e^4$ (km/s)

C. $9e^4$ (km/s) **D.** $10e^4$ (km/s)

Hướng dẫn:

Ta có công thức vận tốc:

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

$$=2t.e^{t^2+3}+(6t+2)e^{3t+1}$$

Với $t=1$ ta có: $10e^4\,(km/s)$. Đáp án đúng là **D.**

Sai lầm thường gặp:

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)$$

$$=e^{t^2}+(6t+2).e^{3t+1}$$

(do không biết đạo hàm e^{t^2} -> đáp án C)

$$v(t)=s'(t)=\left(e^{t^2}\right)+\left(2t.e^{3t+1}\right)=e^{t^2}+2.e^{3t+1}$$

(do học vẹt đạo hàm e^x luôn không đổi)

Câu 11: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

A. 45 năm **B.** 50 năm

C. 41 năm **D.** 47 năm

Hướng dẫn: Giả sử số lượng dầu của nước A là 100 đơn vị.

Số dầu sử dụng không đổi mà 100 năm mới hết thì suy ra số dầu nước A dùng 1 năm là 1 đơn vị.

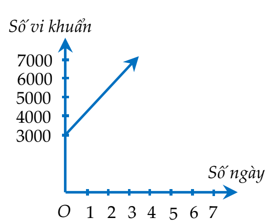
Gọi n là số năm tiêu thụ hết sau khi thực tế mỗi năm tăng 4%, ta có

$$\frac{1.(1+0,04).\left((1+0,04)^n-1\right)}{0,04}=100$$

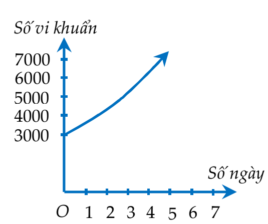
$$\Rightarrow n=log_{1.04}4,846=40,23$$

Vậy sau 41 năm thì số dầu sẽ hết.

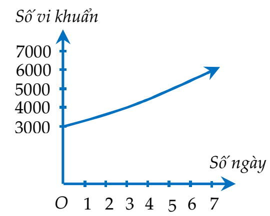
Câu 12: Số lượng vi khuẩn ban đầu là 3000 con, và tăng 20% một ngày. Đồ thị nào sau đây mô tả hàm số lượng vi khuẩn sau t ngày?



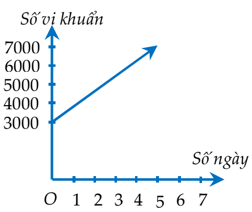
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn:

Công thức số vi khuẩn: $Q(x)=3000.1,2^x$

Hàm mũ nên loại A, D.

Xét $Q(5)=3000.(1,2)^5=7460$ nên chọn B.

Câu 13: Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn tỉnh Bình Phước đạt gần 905. 300, mức tăng dân số là 1,37% mỗi năm. Tỉnh thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1. Đến năm học 2024-2025 ngành giáo dục của tỉnh cần chuẩn bị bao nhiêu phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng dành cho 35 học sinh? (Giả sử trong năm sinh của lứa học sinh vào lớp 1 đó toàn tỉnh có 2400 người chết, số trẻ tử vong trước 6 tuổi không đáng kể)

A. 458. **B.** 222. **C.** 459. **D.** 221.

Hướng dẫn:

Chỉ những em sinh năm 2018 mới đủ tuổi đi học (6 tuổi) vào lớp 1 năm học 2024-2025.

Áp dụng công thức $S_n=A(1+r)^n$ để tính dân số năm 2018.

Trong đó: $A=905300; r=1,37; n=8$

Dân số năm 2018 là:

$$A=905300.\left(1+\frac{1,37}{100}\right)^8=1009411$$

Dân số năm 2017 là:

$$A=905300.\left(1+\frac{1,37}{100}\right)^7=995769$$

Số trẻ vào lớp 1 là:

$1009411-995769+2400=16042$

Số phòng học cần chuẩn bị là:

$16042:35=458,3428571$.

Câu 14: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t)=75-20\ln(t+1), t\ge 0$ (đơn vị %).

Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 25 tháng. **B.** 23 tháng.
C. 24 tháng. **D.** 22 tháng.

Hướng dẫn:

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$75-20\ln(1+t)\le 10$

$\Leftrightarrow \ln(t+1)\ge 3.25 \Leftrightarrow t\ge 24.79$

Câu 15: Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x)=A.(1+0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu tháng 2 năm 2004. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194 790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108 160 người.

A. 1 năm 5 tháng. **B.** 1 năm 2 tháng.
C. 1 năm. **D.** 11 tháng.

Hướng dẫn:

Do đề đã cho công thức tổng quát và có dữ kiện là sau hai tháng số tài khoản hoạt động là 108 160 người. Do đó thay vào công thức tổng quát ta sẽ tìm được A. Khi đó

$A(1+0.04)^2=108160 \Leftrightarrow A=100000.$

Khi đó công việc của ta chỉ là tìm x sao cho

$$100000(1+0.04)^x=194790$$

$\Leftrightarrow x=\log_{(1+0.04)}\dfrac{194790}{100000}\approx 17$ hay 1 năm 5 tháng.

Câu 16: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $3.10^6\left(m^3\right)$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 5% mỗi năm. Sau 10 năm nữa, trữ lượng gỗ trong rừng là

A. $4886683,88\left(m^3\right)$ **B.** $4668883\left(m^3\right)$
C. $4326671,91\left(m^3\right)$ **D.** $4499251\left(m^3\right)$

Hướng dẫn: Gọi A là trữ lượng gỗ ban đầu của khu rừng$\left(m^3\right)$; r là tốc độ sinh trưởng hàng năm(%); M_n là trữ lượng gỗ sau n năm$\left(m^3\right)$.

Năm đầu tiên, $M_1=A+A.r=A(1+r)$

Năm thứ hai,

$M_2=M_1+M_1.r=M_1(1+r)=A(1+r)^2$

Năm thứ ba,

$M_3=M_2+M_2.r=M_2(1+r)=A(1+r)^3$

Tương tự năm thứ n, $M_n=A(1+r)^n$

Áp dụng công thức ta có

$M_{10}=A(1+r)^{10}=3.10^6(1+0,05)^{10}$

$=4886683,88\left(m^3\right)$

Câu 17: Thang đo Richter được Charles Francis Richter đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị là độ Richter. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L=\lg A-\lg A_o$, với M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_o là một biên độ chuẩn. (nguồn: *Trung tâm tư liệu khí tượng thủy văn*). Hỏi theo thang độ Richter, với cùng một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 7 độ Richter sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richter ?

A. 2. B. 20. C. $10^{\frac{7}{5}}$. D. 100.

Hướng dẫn: Gọi A_1 và A_2 lần lượt là biên độ tối đa của hai trận động đất 7 độ Richter và 5 độ Richter. Theo công thức, ta có: $\begin{cases}7=\lg A_1-\lg A_o\\5=\lg A_2-\lg A_o\end{cases}$

Trừ vế theo vế của hai đẳng thức trên, ta có :

$2=\lg A_1-\lg A_2=\lg\dfrac{A_1}{A_2}\Rightarrow\dfrac{A_1}{A_2}=10^2=100.$

Câu 18: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r>0$), t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi.

A. 3 giờ 16 phút **B.** 3 giờ 9 phút
C. 3 giờ 30 phút **D.** 3 giờ 2 phút

Hướng dẫn: $300=100.\ e^{r.5}$

$\Rightarrow$ r = 3 giờ 16 phút

Câu 19: Chất phóng xạ ^{25}Na có chu kỳ bán rã $T = 62\ (s)$. Sau bao lâu chất phóng xạ chỉ còn $\frac{1}{5}$ độ phóng xạ ban đầu ?

A. $t = \frac{\ln 5}{62 \ln 2}$ (s) B. $t = \frac{62 + \ln 2}{\ln 5}$ (s)

C. $t = \frac{62 \ln 5}{\ln 2}$ (s) D. $t = 62 \log_5 2$ (s)

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 20: Cho biết chu kì bán hủy của chất phóng xạ Plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm (r<0), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi sau bao nhiêu năm thì 10 gam Pu^{239} sẽ phân hủy còn 1 gam có giá trị gần nhất với giá trị nào sau?

A. 82135 **B.** 82335 **C.** 82235 **D.** 82435

Hướng dẫn: Vì Pu^{239} có chu kì bán hủy là 24360 năm nên $e^{r24360} = \frac{S}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow r \approx -0{,}000028$

$\Rightarrow$ Công thức phân hủy của Pu^{239} là

$$S = A.\ e^{-0{,}000028t}$$

Theo giả thiết: $1 = 10.\ e^{-0{,}000028t}$

$\Rightarrow t \approx 82235{,}18$ năm

Câu 21: Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức:

$m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); T là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Cho trước mẫu Cabon có khối lượng 100g. Hỏi sau khoảng thời gian t thì khối lượng còn bao nhiêu?

A. $m(t) = 100.e^{-\frac{t\ln 2}{5730}}$ **B.** $m(t) = 100.\left(\frac{1}{2}\right)^{5730}$

C. $m(t) = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{100t}{5730}}$ **D.** $m(t) = 100.e^{-\frac{100t}{5730}}$

Hướng dẫn: Theo công thức $m(t) = m_0 e^{-kt}$ ta có:

$$m(5730) = \frac{100}{2} = 50 = 100.e^{-k.5730} \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{5730}$$

suy ra $m(t) = 100e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$

Câu 22: Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); T là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A. 2378 năm **B.** 2300 năm

C. 2387 năm **D.** 2400 năm

Hướng dẫn: Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là m_0, tại thời điểm t tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m(t) = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{5730 \ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln 2} \approx 2378\,(\text{năm})$$

Câu 23: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 24,79 tháng **B.** 23 tháng

C. 24 tháng **D.** 22 tháng

Hướng dẫn: Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$$75 - 20\ln(1+t) \leq 10$$

$$\Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3.25 \Leftrightarrow t \geq 24.79$$

Câu 24: Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là

$P(x)=\dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}}, x\geq 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 333 **B.** 343 **C.** 330 **D.** 323

Hướng dẫn: Khi có 100 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\left(100\right)=\frac{100}{1+49e^{-1.5}}\approx 9.3799\%$$

Khi có 200 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\left(200\right)=\frac{100}{1+49e^{-3}}\approx 29.0734\%$$

Khi có 500 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\left(500\right)=\frac{100}{1+49e^{-7.5}}\approx 97.3614\%$$

Câu 25: Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Kinh nghiệm cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ ?

A. 3 **B.** $\dfrac{10^9}{3}$

C. $9-\log 3$ **D.** $\dfrac{9}{\log 3}$.

Hướng dẫn: Gọi t là thời gian các lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ. Vì tốc độ tăng không đổi nên, 1 giờ tăng gấp 10 lần nên ta có $10^t=\frac{1}{3}10^9 \Leftrightarrow t=9-\log 3$.

Câu 26: Một lon nước soda 80^0F được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại 32^0F. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t)=32+48.(0.9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là 50^0F ?

A. 1,56 **B.** 9,3 **C.** 2 **D.** 4

Hướng dẫn: $T(t) = 32 + 48.(0,9)^t = 50$

$\Rightarrow t = 9,3$

Câu 27: Cường độ một trận động đất M *(richter)* được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

A. 8,9 **B.** 33,2 **C.** 2,075 **D.** 11

Hướng dẫn: $M=\log A-\log A_0=\log\dfrac{A}{A_0}$

Trận động đất ở San Francisco:

$M_1=8,3=\log\dfrac{A_1}{A_0}$ (1)

Ở Nam Mỹ: $M_2=\log\dfrac{A_2}{A_0}$ (2)

Biên độ ở Nam Mỹ gấp 4 lần ở San Francisco nên

$A_2=4A_1\Rightarrow\dfrac{A_2}{A_1}=4$

Lấy (2) - (1) ta được:

$M_2-8,3=\log\dfrac{A_2}{A_0}-\log\dfrac{A_1}{A_0}=\log\dfrac{A_2}{A_1}=\log 4$

$\Rightarrow M_2=\log 4+8,3\approx 8,9$

Câu 28: Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 78. 685. 800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức S= A. e^{Nr} (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số như vậy đến thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

A. 2026 **B.** 2022 **C.** 2020 **D.** 2025

Hướng dẫn: S = A. $e^{N.r}$ $\Rightarrow$ N = 25 năm

Đáp án **A.**

Câu 29: Một loại virus có số lượng cá thể tăng trưởng mũ với tốc độ $x\%/h$, tức là cứ sau 1 giờ thì số lượng của chúng tăng lên $x\%$. Người ta thả vào ống nghiệm 20 cá thể, sau 53 giờ số lượng cá thể virus đếm được trong ống nghiệm là 1,2 triệu. Tìm x? (tính chính xác đến hàng phần trăm)

A. $x\approx 13,17\%$ **B.** $x\approx 23,07\%$

C. $x\approx 7,32\%$ **D.** $x\approx 71,13\%$

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 30: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t (phút). Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 48 phút. **B.** 19 phút.
C. 7 phút. D. 12 phút.

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 31: Người ta thả một lá bèo vào một hồ nước. Giả sử sau t giờ, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần lượng lá bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì số lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ?

A. $\frac{t}{3}$. **B.** $\frac{10^t}{3}$. **C.** $t-\log 3$. **D.** $\frac{t}{\log 3}$.

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 32: Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Châu tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng, bạn Châu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa, khi rút tiền bạn Châu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Hỏi bạn Châu đã gửi tiền tiết kiệm trong bao nhiêu tháng ?

A. 15 **B.** 12 **C.** 10 **D.** 20

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 33: Bà Hoa gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 5 năm bà rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bà tiếp tục gửi vào ngân hàng. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

A. 81,412tr **B.** 115,892tr
C. 119tr **D.** 78tr

Hướng dẫn: Sau 5 năm bà Hoa rút được tổng số tiền là: $100(1+8\%)^5=146.932$ triệu

Suy ra số tiền lãi là: $100(1+8\%)^5-100=L_1$

Bà dùng một nửa để sửa nhà, nửa còn lại gửi vào ngân hàng.

Suy ra số tiền bà gửi tiếp vào ngân hàng là: $73.466(1+8\%)^5=107.946$ triệu. Suy ra số tiền lãi là $107.946-73.466=L_2$

Vậy số tiền lãi bà Hoa thu được sao 10 năm là: $\sum L=L_1+L_2\approx 81,412tr$

Câu 34: An vừa trúng tuyển đại học được ngân hàng cho vay vốn trong bốn năm đại học, mỗi năm 10. 000. 000 đồng để nộp học phí với lãi xuất ưu đãi 7,8% một năm. Sau khi tốt nghiệp đại học An phải trả góp cho ngân hàng số tiền m đồng (không đổi) cũng với lãi xuất 7,8% một năm trong vòng 5 năm. Tính số tiền m hàng tháng An phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 1005500 **B.** 100305
C. 1003350 **D.** 1005530

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 35: Ông Đông gửi 100 triệu vào tài khoản định kì tính lãi kép với lãi suất là 8%/năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm

A. $215,892tr$. **B.** $115,892tr$.
C. $215,802tr$. **D.** $115,802tr$.

Hướng dẫn: Số tiền thu được sau 1 năm: 100. (1 + 2%)

Số tiền thu được sau 2 năm: 100. $(1 + 2\%)^2$

. . . . . .

Số tiền thu được sau 10 năm: 100. $(1 + 2\%)^{10}$

Số tiền lãi thu được sau 10 năm:

100. $(1 + 2\%)^{10} - 100 = 115,892$ triệu

Câu 36: Một người gửi ngân hàng lần đầu 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền là bao nhiêu?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu.
C. 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Hướng dẫn:

Số tiền thu được sau 3 tháng: 100. (1 + 2%))

Số tiền thu được sau 6 tháng: 100. $(1 + 2\%)^2$

Số tiền thu được sau 9 tháng:

$(100. (1 + 2\%)^2 + 100). (1 + 2\%)$

$= 100. (1 + 2\%)((1+2\%) +1)$

Số tiền thu được sau 12 tháng:

100. $(1 + 2\%)^2$. $((1 + 2\%) + 1) = 212$ triệu

Câu 37: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

Hướng dẫn: Gọi n là số năm sau đó số tiền thu được gấp đôi, gọi a là số tiền ban đầu

Ta có: a. $(1 + 8,4\%)^n = 2^a$

$\Leftrightarrow (1 + 8,4\%)^n = 2 \Leftrightarrow n = 9$

Câu 38: Anh Thắng gửi ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu là 4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau 1 năm lãi suất tăng 0,3%. Hỏi sau 4 năm tổng số tiền anh Thắng có là bao nhiêu ?

A. 119 triệu. **B.** $119,5$ triệu.

C. 120 triệu. **D.** $120,5$ triệu

Hướng dẫn:

Số tiền thu được sau 1 năm: 100. $(1 + 4\%)$

Số tiền thu được sau 2 năm:

100. $(1 + 4\%)$. $(1 + 4,3\%)$

. . . .

Số tiền thu được sau 4 năm:

100. $(1 + 4\%)$. $(1 + 4,3\%)$. $(1 + 4,6\%)$. $(1 + 4,9\%)$ = 199 triệu

Câu 39: Anh Nam mong muốn rằng 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau với lãi suất hàng năm gần nhất với giá trị nào biết rằng lãi của ngân hàng là 8% / năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. $253,5$ triệu. **B.** 251 triệu.

C. 253 triệu. **D.** $252,5$ triệu.

Hướng dẫn: Gọi a là số tiền gửi vào hàng năm

Số tiền thu được sau 1 năm là: $a(1 + 8\%)$

Số tiền thu được sau 2 năm là:

a. $((1 + 8\%)^2 + (1 + 8\%))$

. . . .

Số tiền thu được sau 6 năm là:

$a((1 + 8\%)^6 + (1 + 8\%)^5 + \ldots + (1 + 8\%)^1)$ = 2000

$\Rightarrow a = 252,5$ triệu

Câu 40: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 quý, với lãi suất 1,65%/ quý. Hỏi sau bao lâu người gửi có ít nhất 20 triệu đồng?(Bao gồm cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu ? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 16 quý **B.** 18 quý

C. 17 quý **D.** 19 quý

Hướng dẫn:

Số tiền thu được sau n quý: 15. $(1 + 1,65\%)^n = 20$

$\Rightarrow n = 18$

Câu 41: Số tiền 58 000 000 đồng gủi tiết kiệm trong 8 tháng thì lãnh về được 61 329 000 đồng, lãi xuất hàng tháng là bao nhiêu ?

A. 0,8% **B.** 0,6% **C.** 0,5% **D.** 0,7%

Hướng dẫn:

58 000 000. $(1 + r)^8 = 61\,329\,000$

$\Rightarrow r = 0,7\%$

Câu 42: Cô giáo dạy văn gửi 200 triệu đồng loại kì hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi xuất 6,9% một năm thì sau 6 năm 9 tháng hỏi cô giáo dạy văn nhận được bao nhiêu tiền cả vốn và lãi biết rằng cô giáo không rút lãi ở tất cả các kì hạn trước và nếu rút trước ngân hàng sẽ trả lãi xuất theo loại lãi suất không kì hạn là 0,002% một ngày(1 tháng tính 30 ngày).

A. 471688328,8 **B.** 302088933,9

C. 311392005,1 **D.** 321556228,1

Hướng dẫn: 1 năm: 6,9% $\Rightarrow$ 6 tháng: 3,45%

Tổng số tiền 200. 10^6. $(1 + 3,45\%)^{13}$. $(1 + 0,002\%.90) = 311392005,1$

Câu 43: Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20. 000. 000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm ngân hàng loại kì hạn 6 tháng với lãi suất kép là 8,4% một năm. Hỏi sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng bác nông dân đó không rút vốn cũng như lãi trong tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày)

A. 31803311 **B.** 32833110

C. 33083311 **D.** 30803311

Hướng dẫn: Áp dụng công thức tính tiền tiết kiệm thu được: $A = a(1+r)^n$

Với a là số tiền gửi vào, r là lãi suất mỗi kì, n là kì

Lãi suất 1 năm là 8,5% $\Rightarrow$ lãi suất 6 tháng là 4,25%

Vì bác nông dân gửi tiết kiệm kỳ hạn 6 tháng nên sau 5 năm 6 tháng có 11 lần bác được tính lãi

=> Số tiền bác nhận được sau 5 năm 6 tháng là:

$$(1+0,0425)^{11}.20=31,61307166 \text{ (triệu đồng)}$$

Do bác rút trước kỳ hạn => 2 tháng cuối nhân lãi suất 0,01% mỗi ngày (2 tháng=60 ngày)

=> Số tiền cuối cùng bác nhận được là

$$31,61307166.(1+0,0001)^{60}=31,803311$$

(triệu đồng)

Câu 44: Bạn Hùng trúng tuyển vào trường đại học A nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

A. 232518 đồng. **B.** 309604 đồng.
C. 215456 đồng. **D.** 232289 đồng.

Hướng dẫn:

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$s=3000000\left[(1+3\%)^4+(1+3\%)^3+(1+3\%)^2+(1+3\%)\right]$$
$$=12927407,43$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 12.927.407,43 đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm. Ta có công thức:

$$\Rightarrow T=\frac{N(1+r)^n.r}{(1+r)^n-1}=\frac{12927407,4(1+0,0025)^{60}.0,0025}{(1+0,0025)^{60}-1}$$
$$\approx 232289$$

Câu 45: Biết rằng khi đỗ vào trường đại học X, mỗi sinh viên phải đóng một khoản ban đầu là 10 triệu đồng. Ông A dự kiến cho con thi và vào học tại trường này, để có số tiền đó, gia đình đã tiết kiệm và hàng tháng gửi ngân hàng với số tiền không đổi, với lãi suất 0,7%/tháng theo thể thức lãi kép. Hỏi để được số tiền trên thì gia đình phải gửi tiết kiệm mỗi tháng là bao nhiêu để sau 12 tháng gia đình đủ tiền đóng cho con ăn học? (làm tròn tới hàng ngìn)

A. 796. 000^đ **B.** 833. 000^đ
C. 794. 000^đ **D.** 798. 000^đ

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 46: Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu ?

A. 32.412.582 đồng **B.** 35.412.582 đồng
C. 33.412.582 đồng **D.** 34.412.582 đồng

Hướng dẫn:

Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua là 5.000.000 đồng, qua năm 2 sẽ thanh toán 6.000.000 đồng, năm 3: 10.000.000 đồng và năm 4:20.000.000 đồng. Các khoản tiền này đã có lãi trong đó. Do đó giá trị chiếc xe phải bằng tổng các khoản tiền lúc chưa có lãi. Gọi V_0 là tiền ban đầu mua chiếc xe. Giá trị của chiếc xe là:

$$V_0=5.1,08^{-1}+6.1,08^{-2}+10.1,08^{-3}+20.1,08^{-4}$$
$$=32.412.582 \text{ đồng}$$

Câu 47: Anh Bách vay ngân hàng 100 triêu đồng, với lãi suất 1,1% / tháng. Anh Bách muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, anh bắt đầu hoàn nợ, và những liên tiếp theo cách nhau đúng một tháng. Số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng 18 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, tổng số tiền lãi mà anh Bách phải trả là bao nhiêu (làm tròn kết quả hàng nghìn)? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh Bách vay.

A. 10773700 (đồng). **B.** 10774000 (đồng).
C. 10773000 (đồng). **D.** 10773800 (đồng).

Hướng dẫn:

Bài toán này người vay trả cuối tháng nên ta có:

Số tiền mà anh Bách phải trả hàng tháng là:

$$m=\frac{100.0,011.(1,011)^{18}}{(1,011)^{18}-1}.10^6$$

Tổng số tiền lãi anh Bách phải trả là:

$$(m.18-100)10^6=10774000 \text{ (đồng).}$$

Câu 48: Anh A mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh A trả 10,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao nhiêu tháng anh trả hết số tiền trên ?

A. 53 tháng **B.** 54 tháng
C. 55 tháng **D.** 56 tháng

Hướng dẫn:

Đặt $x=1,005; y=10,5$

* Cuối tháng thứ 1, số tiền còn lại (tính bằng triệu đồng) là $500x-y$

* Cuối tháng thứ 2, số tiền còn lại là

$(500x-y)x-y=500x^2-(x+1)y$

* Cuối tháng thứ 3, số tiền còn lại là

$500x^3-(x^2+x+1)y$

* Cuối tháng thứ n, số tiền còn lại là

$500x^{n+1}-(x^n+...+x+1)y$

Giải phương trình $500x^{n+1}-(x^n+...+x+1)y=0$

thu được $n=54,836$ nên chọn **C.**

Câu 49: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi thêm tiền gần nhất với kết quả nào sau đây ?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu.
C. 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Hướng dẫn:

3 tháng là 1 quý nên 6 tháng bằng 2 quý và 1 năm ứng với 4 quý. Sau 6 tháng người đó có tổng số tiền là: $100.(1+2\%)^2=104,04\,\text{tr}$. Người đó gửi thêm 100tr nên sau tổng số tiền khi đó là: 104,04 + 100 = 204,04 tr. Suy ra số tiền sau 1 năm nữa là: $204,04(1+2\%)^4\approx 220tr$

Câu 50: Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng trong thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7% tháng chưa đầy một năm thì lãi suất tăng lên 1,15% tháng trong nửa năm tiếp theo và ông A tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9% tháng, ông A tiếp tục gửi thêm một số tháng nữa, khi rút tiền ông A thu được cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng (chưa làm tròn). Khi đó tổng số tháng mà ông A gửi là

A. 13 tháng **B.** 14 tháng
C. 15 tháng **D.** 16 tháng

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 51: Một người gửi gói tiết kiệm linh hoạt của ngân hàng cho con với số tiền là 500000000 VNĐ, lãi suất 7%/năm. Biết rằng người ấy không lấy lãi hàng năm theo định kỳ sổ tiết kiệm. Hỏi sau 18 năm, số tiền người ấy nhận về là bao nhiêu? (Biết rằng, theo định kì rút tiền hằng năm, nếu không lấy lãi thì số tiền sẽ được nhập vào thành tiền gốc và sổ tiết kiệm sẽ chuyển thành kì hạn 1 năm tiếp theo)

A. 4.689.966.000 VNĐ
B. 3.689.966.000 VNĐ
C. 2.689.966.000 VNĐ
D. 1.689.966.000 VNĐ

Hướng dẫn:

Gọi a là số tiền gửi vào hàng tháng gửi vào ngân hàng x là lãi suất ngân hàng n là số năm gửi

Ta có

Sau năm 1 thì số tiền là: $a+ax=a(x+1)$

Sau năm 2:

$a(x+1)+a(x+1)x=a(x+1)(x+1)=a(x+1)^2$

Sau năm 3:

$a(x+1)^2+a(x+1)^2x=a(x+1)^2(x+1)=a(x+1)^3$

Sau năm 4:

$a(x+1)^3+a(x+1)^3x=a(x+1)^3(x+1)=a(x+1)^4$

Sau n năm, số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a(x+1)^n$

Vậy sau 18 năm, số tiền người ý nhận được là:

$500.000.000(0,07+1)^{18}=1,689,966,000$

Câu 52: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách : Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu ? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).

C. $m=\frac{100.1,03}{3}$ (triệu đồng).

D. $m=\frac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

Hướng dẫn:

Lãi suất 12% / năm = 1% / tháng (do vay ngắn hạn)

Sau tháng 1, ông A còn nợ: 100. 1,01 – m (triệu)

Sau tháng 2, ông còn nợ: (100. 1,01 – m). 1,01 – m = 100. $1,01^2$ – 2,01m (triệu)

Sau tháng 3, ông hết nợ do đó

(100. $1,01^2$ – 2,01m). 1,01 – m

= 100. $1,01^3$ – 3,0301m = 0

=> m ≈ $\frac{100.1,01^3}{3}$ (triệu đồng)

Câu 53: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên một tháng (chuyển vào tại khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

A. 50 triệu 730 nghìn đồng

B. 48 triệu 480 nghìn đồng

C. 53 triệu 760 nghìn đồng

D. 50 triệu 640 nghìn đồng

Hướng dẫn:

Số tiền tháng 1 mẹ được nhận là 4 triệu, gửi đến đầu tháng 12 (được 11 kỳ hạn), vậy cả vốn lẫn lãi do số tiền tháng 1 nhận sinh ra là:

$4.(1+\frac{1}{100})^{11}=4\times1,01^{11}$ (triệu đồng).

Tương tự số tiền tháng 2 nhận sẽ sinh ra: $4\times1,01^{10}$ (triệu đồng)

. . . .

Số tiền tháng 12 mẹ lĩnh luôn nên là: 4 (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền mẹ lĩnh là:

$$4\times1,01^{11}+4\times1,01^{10}+...+4\times1,01+4=4\frac{1-1,01^{12}}{1-1,01}\approx50,730$$

(50 triệu 730 nghìn đồng).

Đáp án **A.**

Câu 54: Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 20 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 0,72%/tháng. Sau một năm, bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi lại theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78%/tháng. Sau khi gửi được đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc nên bác gửi thêm một số tháng nữa thì phải rút tiền trước kỳ hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là 23263844,9 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước thời hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn, tức tính theo hàng tháng. Trong một số tháng bác gửi thêm lãi suất là:

A. 0,4% **B.** 0,3% **C.** 0,5% **D.** 0,6%

Hướng dẫn:

. Gửi được 1 năm coi như gửi được 4 kỳ hạn 3 tháng; thêm một kỳ hạn 6 tháng số tiền khi đó là:

$20000000.\left(1+0,72.3:100\right)^4\left(1+0,78.6:100\right)$

. Giả sử lãi suất không kỳ hạn là A%; gửi thêm B tháng khi đó số tiền là:

$20000000.\left(1+0,72.3:100\right)^4\left(1+0,78.6:100\right)\left(1+A:100\right)^B$

$=23263844,9$

. Lưu ý: $1\le B\le5$ và B nguyên dương, nhập máy tính:

$20000000.\left(1+0,72.3:100\right)^4\left(1+0,78.6:100\right)\left(1+A:100\right)^B$

$-23263844,9$ thử với $A=0,3$ rồi thử B từ 1 đến 5, sau đó lại thử $A=0,5$ rồi thử B từ 1 đến 5, . . . cứ như vậy đến bao giờ kết quả đúng bằng 0 hoặc xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

Kết quả: $A=0,5;B=4$

Câu 55: Cô giáo Thảo ra trường xa quê lập nghiệp, đến năm 2014 sau gần 5 năm làm việc tiết kiệm được x(triệu đồng) và định dùng số tiền đó để mua nhà nhưng trên thực tế cô giáo phải cần 1,55x (triệu đồng). Cô quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là 6,9% /năm với lãi hàng tháng nhập gốc và cô không rút trước kì hạn. Hỏi năm bao nhiêu cô mua được căn nhà đó, biết rằng chủ nhà đó vẫn bán giá như cũ.

A. Năm 2019 **B.** Năm 2020

C. Năm 2021 **D.** Năm 2022

Hướng dẫn:

Tiền lãi sau n (năm) tiết kiệm là

$x_n=x.(1+0,069)^n=(1,069)^n.x$

Theo giả thiết ta có $x_n=1,55x\Rightarrow(1,069)^n=1,55$

$\Rightarrow n=\log_{1,069}1,55\approx6,56$

Vì $n \in \mathbb{N}$ do đó sau 7 năm cô giáo Thảo mua được nhà, năm đó là 2021, đáp án **C.**

Câu 56: Một người nọ đem gửi tiết kiệm ở một ngân hàng với lãi suất là 12% năm. Biết rằng cứ sau mỗi một quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) gấp ba lần số tiền ban đầu.

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11

Hướng dẫn:

Gọi số tiền người đó gửi là A, lãi suất mỗi quý là 0,03

. Sau n quý, tiền mà người đó nhận được là:

$$\mathrm{A}(1+0,03)^{\mathrm{n}}.$$

. ycbt $\Leftrightarrow \mathrm{A}(1+0,03)^{\mathrm{n}} = 3\mathrm{A}$

$\Leftrightarrow \mathrm{n} = \log_{1,03} 3 \approx 37,16$

Vậy số năm tối thiểu là xấp xỉ 9,29 năm.

Vậy đáp án là **C.**

Câu 57: Một Bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20. 000. 000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên Bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8. 5% một năm thì sau 5 năm 8 tháng Bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi. Biết rằng Bác nông dân đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0. 01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày)

A. $31802750,09$ (đồng)

B. $30802750,09$ (đồng)

C. $32802750,09$ (đồng)

D. $33802750,09$ (đồng)

Hướng dẫn:

Một kì hạn 6 tháng có lãi suất là $\frac{8.5\%}{12}.6 = \frac{4.25}{100}$

. Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức là 11 kỳ hạn), số tiền cả vốn lẫn lãi Bác nôn dân nhận được là: $A = 20000000.\left(1+\frac{4.25}{100}\right)^{11}$ (đồng). Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng hay dư 60 ngày nên số tiền A được tính lãi suất không kỳ hạn trong 60 ngày là:

$$B = A.\frac{0.01}{100}.60 = 120000.\left(1+\frac{4.25}{100}\right)^{11} \text{ (đồng)}.$$

Suy ra sau 5 năm 8 tháng số tiền bác nông dân nhận được là $C = A + B$

$$= 20000000.\left(1+\frac{4.25}{100}\right)^{11} + 120000.\left(1+\frac{4.25}{100}\right)^{11}$$

$$= 31802750,09 \text{ (đồng)}$$

Câu 58: Ông A gửi tiết kiệm 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất 5% một năm. Ông B cũng đem 100 triệu đồng gửi vào ngân hàng với lãi suất $\frac{5}{12}$ % một tháng. Sau 10 năm, hai ông A và B cùng đến ngân hàng rút tiền ra. Khẳng định nào sau đây là đúng ? (Lưu ý: tiền lãi được tính theo công thức lãi kép và được làm tròn đến hàng hàng triệu)

A. Số tiền của hai ông A, B khi rút ra là như nhau.

B. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 1 triệu.

C. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 2 triệu.

D. Ông B có số tiền nhiều hơn ông A là 3 triệu.

Hướng dẫn: Sau 10 năm:

- Số tiền của ông A có được:

100. 000. 000$(1+5\%)^{10} \approx$ 163. 000. 000.

(làm tròn đến hàng triệu)

- Số tiền của ông B có được:

100. 000. 000$(1+5/12\%)^{120} \approx$ 165. 000. 000.

(làm tròn đến hàng triệu)

Chọn đáp án **C.**

Câu 59: Một gia đình có con vào lớp một, họ muốn để dành cho con một số tiền là 250.000.000 để sau này chi phí cho 4 năm học đại học của con mình. Hỏi bây giờ họ phải gửi vào ngân hàng số tiền là bao nhiêu để sau 12 năm họ sẽ được số tiền trên biết lãi suất của ngân hàng là 6,7% một năm và lãi suất này không đổi trong thời gian trên?

A. $P = \frac{250.000.000}{(0,067)^{12}}$ (triệu đồng)

B. $P = \frac{250.000.000}{(1+6,7)^{12}}$ (triệu đồng)

C. $P = \frac{250.000.000}{(1,067)^{12}}$ (triệu đồng)

D. $P = \frac{250.000.000}{(1,67)^{12}}$ (triệu đồng)

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 60: Một người vay ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi kép là 12%/năm. Hỏi người đó phải trả ngân hàng hàng tháng bao nhiêu tiền để sau đúng 5 năm người đó trả xong nợ ngân hàng?

A. 88 848 789 đồng. **B.** 14 673 315 đồng.
C. 47 073 472 đồng . **D.** 111 299 776 đồng.

Hướng dẫn:

Gọi A là số tiền người đó vay ngân hàng (đồng), a là số tiền phải trả hàng tháng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có:

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ nhất:

$R_1 = A(1+r)$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ hai:

$R_2 = \left(A(1+r)-a\right)(1+r) = A(1+r)^2 - a(1+r)$

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ ba:

$$R_3 = \left(A(1+r)^2 - a(1+r) - a\right)(1+r)$$
$$= A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r)$$

….

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ n:

$R_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - ... - a(1+r)$

Tháng thứ n trả xong nợ:

$$R_n = a \Leftrightarrow a = \frac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Áp dụng với $A = 1.10^9$ đồng, $r = 0,01$, và $n = 24$, ta có $a = 47\,073\,472$

Đáp án: **C**

Câu 61: Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất $2,1\%$ một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là $27\,507\,768,13$ (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu.
B. 180 triệu và 140 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu.
D. 120 triệu và 200 triệu.

Hướng dẫn: Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là $347,507\,76813$ triệu đồng.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320 - x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y. Theo giả thiết ta có:

$$x(1+0,021)^5 + (320-x)(1+0,0073)^9 = 347,50776813$$

Ta được $x = 140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.

Câu 62: Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 5% một quý theo hình thức lãi kép (sau 3 tháng sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 50 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$, trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền.

A. $\approx 176,676$ triệu đồng
B. $\approx 178,676$ triệu đồng
C. $\approx 177,676$ triệu đồng
D. $\approx 179,676$ triệu đồng

Hướng dẫn: Sau 6 tháng: 100. $(1 + 5\,\%)^2$

Sau 1 năm:

100. $(1 + 5\%)^2$ + 50. $(1 + 5\%)^2 = 176,676$

Câu 63: Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả trong mỗi lần là bao nhiêu?

A. $m = \dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m = \dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$(triệu đồng).

C. $m = \dfrac{100 \times 1,03}{3}$(triệu đồng).

D. $m = \dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$(triệu đồng).

Hướng dẫn: Lãi suất 1 tháng: 12: 12 = 1% /tháng

Sau 1 tháng: 100 – m

Sau 2 tháng: (100 – m). 1,01 – m

Sau 3 tháng: ((100 – m). 1,01 – m). 1,01 – m = 0

$$\Rightarrow m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$$

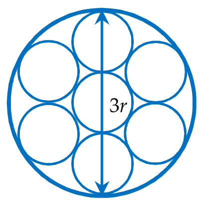
DẠNG 4: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG HÌNH NÓN-TRỤ-CẦU

Câu 1: Người ta xếp 7 hình trụ có cùng bán kính đáy r và cùng chiều cao h vào một cái lọ hình trụ cũng có chiều cao h, sao cho tất cả các hình tròn đáy của hình trụ nhỏ đều tiếp xúc với đáy của hình trụ lớn, hình trụ nằm chính giữa tiếp xúc với sáu hình trụ xung quanh, mỗi hình trụ xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ lớn. Khi thể tích của lọ hình trụ lớn là:

A. $16\pi r^2 h$ **B.** $18\pi r^2 h$

C. $9\pi r^2 h$ **D.** $36\pi r^2 h$

Hướng dẫn:



Ta có hình vẽ minh họa mặt đáy của hình đã cho như trên, khi đó ta rõ ràng nhận ra rằng $R = 3r$, đề bài thì có vẻ khá phức tạp, tuy nhiên nếu để ý kĩ thì lại rất đơn giản.

Vậy khi đó $V = B.h = (3r)^2 .\pi.h = 9\pi r^2 h.$

Câu 2: Khi sản xuất vỏ lon sữa Ông Thọ hình trụ, các nhà sản xuất luôn đặt chỉ tiêu sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất, tức là nguyên liệu (sắt tây) được dùng là ít nhất. Hỏi khi đó tổng diện tích toàn phần của lon sữa là bao nhiêu, khi nhà sản xuất muốn thể tích của hộp là $V\ cm^3$

A. $S_{tp} = 3\sqrt[3]{\dfrac{\pi V^2}{4}}$ **B.** $S_{tp} = 6\sqrt[3]{\dfrac{\pi V^2}{4}}$

C. $S_{tp} = 3\sqrt{\dfrac{\pi V^2}{4}}$ **D.** $S_{tp} = 6\sqrt{\dfrac{\pi V^2}{4}}$

Hướng dẫn:

Đây là bài toán vừa kết hợp yếu tố hình học và yếu tố đại số. Yếu tố hình học ở đây là các công thức tính diện tích toàn phần, diện tích xung quanh, thể tích của hình trụ. Còn yếu tố đại số ở đây là tìm GTNN của S_{tp}

Ta có yếu tố đề bài cho

$$V = B.h = \pi R^2.h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}\ (*)$$

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day} = 2.\pi R^2 + 2\pi R.h$$

$$= 2\left(\pi R^2 + \pi R.\frac{V}{\pi R^2}\right) = 2\left(\pi R^2 + \frac{V}{R}\right)$$

Đến đây ta có hai hướng giải quyết, đó là tìm đạo hàm rồi xét $y' = 0$ rồi vẽ BBT tìm GTNN. Tuy nhiên ở đây tôi giới thiệu đến quý độc giả cách làm nhanh bằng BĐT Cauchy.

Ta nhận thấy ở đây chỉ có một biến R và bậc của R ở hạng tử thứ nhất là bậc 2, nhưng bậc của R ở hạng tử thứ 2 chỉ là 1. Vậy làm thế nào để khi áp dụng BĐT Cauchy triệt tiêu được biến R. Ta sẽ tìm cách tách $\dfrac{V}{R}$ thành 2 hạng tử bằng nhau để khi nhân vào triệt tiêu được R^2 ban đầu. Khi đó ta có như sau:

$$S_{tp} = 2.\left(\pi R^2 + \frac{V}{2R} + \frac{V}{2R}\right) \geq 2.3\sqrt[3]{\frac{\pi V^2}{4}}$$

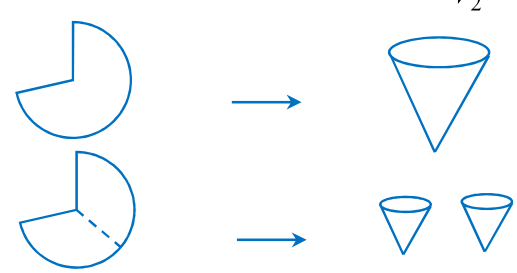
=> Đáp án **B.**

Câu 3: Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R = 5$ và chu vi của hình quạt là $P = 8\pi + 10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu

Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu

Gọi V_1 là thể tích của cái phễu thứ nhất, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$?



A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{21}{\sqrt{7}}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2\sqrt{21}}{7}$

C. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Hướng dẫn:

Do chu vi của hình quạt tròn là

P = độ dài cung + 2R.

Do đó độ dài cung tròn là $l = 8\pi$

Theo cách thứ nhất: 8π chính là chu vi đường tròn đáy của cái phễu. Tức là $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$

Khi đó $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}.3\pi.4^2$

Theo cách thứ hai: Thì tổng chu vi của hai đường tròn đáy của hai cái phễu là $8\pi \Leftrightarrow$ chu vi của một đường tròn đáy là $4\pi \Rightarrow 4\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 2$

Khi đó $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

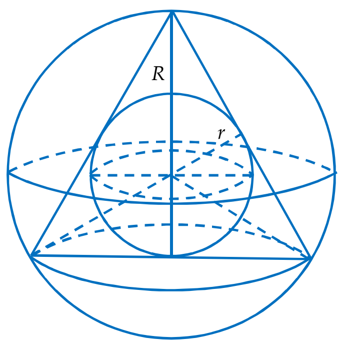
$\Rightarrow V_2 = 2.\frac{1}{3}\sqrt{21}.2^2.\pi$

Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4^2}{\frac{8\sqrt{21}}{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

Câu 4: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón là:

A. 8 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 2

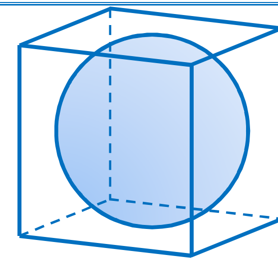
Hướng dẫn:



Giả sử đường sinh hình nón có độ dài là a. Gọi G là trọng tâm của tam giác thiết diện, do đó G cách đều 3 đỉnh và 3 cạnh của tam giác thiết diện, nên G là tâm của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón, suy ra bán kính R, r của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón lần lượt là $\frac{a\sqrt{3}}{3}, \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và khối cầu nội tiếp khối nón.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{r^3} = 8$

Câu 5: Có một hộp nhựa hình lập phương người ta bỏ vào hộp đó 1 quả bóng đá. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, trong đó V_1 là tổng thể tích của quả bóng đá, V_2 là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết rằng đường tròn lớn trên quả bóng có thể nội tiếp 1 mặt hình vuông của chiếc hộp.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{8}$

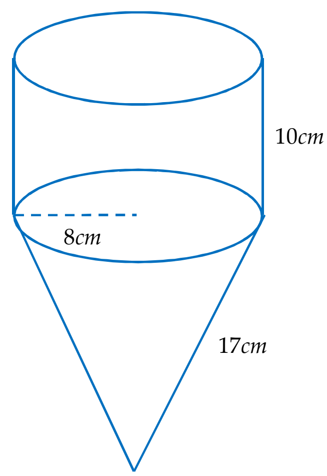
Hướng dẫn:

Gọi R là bán kính của mặt cầu, khi đó cạnh của hình lập phương là 2R

Ta được

Thể tích hình lập phương là $V_2 = 8R^3$, thể tích quả bóng là $V_1 = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$

Câu 6: Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ.



Diện tích xung quanh của phễu là:

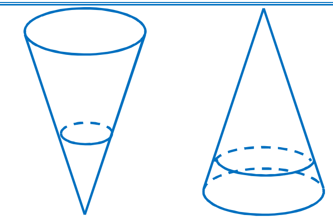
A. $S_{xq} = 360\pi\ cm^2$ **B.** $S_{xq} = 424\pi\ cm^2$

C. $S_{xq} = 296\pi\ cm^2$ **D.** $S_{xq} = 960\pi\ cm^2$

Hướng dẫn:

$S_{xq} = 2.\pi.8.10 + \pi.8.17 = 296\pi\ cm^2$

Câu 7: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.



A. 0,188(cm). **B.** 0,216(cm).
C. 0,3(cm). **D.** 0,5 (cm).

Hướng dẫn:

Tính thể tích của phần hình nón không chứa nước, từ đó suy ra chiều cao h', chiều cao của nước bằng chiều cao phễu trừ đi h'

Công thức thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h$

Gọi bán kính đáy phễu là R, chiều cao phễu là $h=15(cm)$, do chiều cao nước trong phễu ban đầu bằng $\frac{1}{3}h$ nên bán kính đáy hình nón tạo bởi lượng nước là $\frac{1}{3}R$. Thể tích phễu và thể tích nước lần lượt là $V=\frac{1}{3}\pi R^2.15=5\pi R^2\left(cm^3\right)$ và $V_1=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2.\frac{15}{3}=\frac{5}{27}\pi R^2\left(cm^3\right)$. Suy ra thể tích phần khối nón không chứa nước là $V_2=V-V_1=5\pi R^2-\frac{5}{27}\pi R^2=\frac{130}{27}\pi R^2\left(cm^3\right)$ $\Rightarrow\frac{V_2}{V}=\frac{26}{27}(1)$. Gọi h' và r là chiều cao và bán kính đáy của khối nón không chứa nước, có

$\frac{h'}{h}=\frac{r}{R}\Rightarrow\frac{V_2}{V}=\frac{h'^3}{h^3}=\frac{h'^3}{15^3}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra

$h'=5\sqrt[3]{26}\Rightarrow h_1=15-5\sqrt[3]{26}\approx 0,188(cm)$

Câu 8: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó 2016 quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao hình trụ bằng 2016 lần đường kính của quả banh. Gọi V_1 là tổng thể tích của 2016 quả banh và V_2 là thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$

C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$ **D.** Một kết quả khác.

Hướng dẫn:

Gọi bán kính quả banh tennis là r, theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ là r, chiều cao của hình trụ là 2016.2r

Thể tích của 2016 quả banh là $V_1=2016.\frac{4}{3}\pi r^3$

Thể tích của khối trụ là $V_2=\pi r^2.2016.2r$

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2016.\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3.2016}=\frac{2}{3}$

Câu 9: Từ một nguyên vật liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì để đựng sữa với thể tích $1dm^2$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình sau: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào sẽ tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất? Và thiết kế mô hình đó theo kích thước như thế nào?

A. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên bằng cạnh đáy

B. Hình trụ và chiều cao bằng bán kính đáy

C. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy

D. Hình trụ và chiều cao bằng đường kính đáy.

Hướng dẫn:

Đối với các bài toán liên quan đến diện tích của khối tròn xoay như thế này, cần áp dụng các công thức tính diện tích của từng khối một cách chính xác rồi đem so sánh

Để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì diện tích xung quanh bao bì phải là nhỏ nhất.

Trong lời giải dưới đây các đơn vị độ dài tính bằng dm, diện tích tính bằng dm2.

Xét mô hình hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao h.

Khi đó ta có a2h=1 và diện tích toàn phần bằng $S=2a^2+4ah$.

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho 3 số $2a^2,2ah,2ah$ ta có: $S\geq 3\sqrt[3]{2a^2.2ah.2ah}=6$.

Dấu bằng xảy ra khi a = b.

Xét mô hình hình trụ có đáy là hình tròn bán kính r và chiều cao là h. Ta có $\pi r^2h=1$ và diện tích toàn phần bằng $S=2\pi r^2+2\pi rh$

Áp dụng bất đẳng thức cosi, ta có:

$S=2\pi r^2+2\pi rh\geq 3\sqrt[3]{2\pi r^2.\pi rh.\pi rh}=5,536$

Khi $h=2r$

Vậy mô hình hình trụ là tốt nhất. Hơn nữa ta còn thấy trong mô hình hình hộp thì hình lập phương là tiết kiệm nhất, trong mô hình hình trụ thì hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy là tiết kiệm nhất.

Câu 10: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27 cm³. Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$

C. $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$

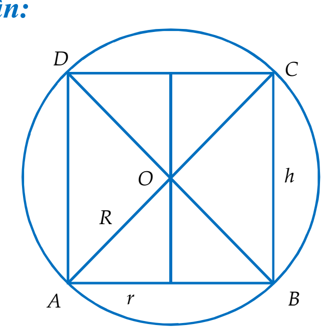
Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 11: Người ta cần chế tạo một ly dạng hình cầu tâm O, đường kính 2R. Trong hình cầu có một hình trụ tròn xoay nội tiếp trong hình cầu. Nước chỉ chứa được trong hình trụ. Hãy tìm bán kính đáy r của hình trụ để ly chứa được nhiều nước nhất.

A. $r=\dfrac{R\sqrt{6}}{3}$ **B.** $r=\dfrac{2R}{3}$

C. $r=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$ **D.** $r=\dfrac{R}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn:



Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Bài toán quy về việc tính h và r phụ thuộc theo R khi hình chữ nhật ABCD nội tiếp trong hình tròn (O,R) thay đổi về $V=\pi r^2h$ đạt giá trị lớn nhất.

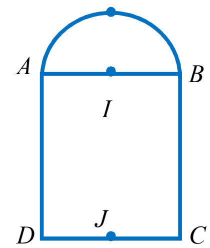
Ta có: $AC^2=AB^2+BC^2\Leftrightarrow 4R^2=4r^2+h^2$

$$V=\pi\left(R^2-\frac{1}{4}h^2\right)h=\pi\left(-\frac{1}{4}h^3+R^2h\right)\left(0<h<2\mathrm{R}\right)$$

$$V'=\pi\left(-\frac{3}{4}h^2+R^2\right)\Leftrightarrow h=\pm\frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Vậy $V=V_{\max}=\dfrac{4}{9}\pi R^3\sqrt{3}\Leftrightarrow h=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$

Câu 12: Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $AB=4;\ AD=6$ Thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ là:



A. $V=\dfrac{56}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{104}{3}\pi$.

C. $V=\dfrac{40}{3}\pi$. **D.** $V=\dfrac{88}{3}\pi$.

Hướng dẫn: Khi xoay mô hình quanh trục IJ thì nửa đường tròn tạo thành nửa mặt cầu có $R=2$; hình chữ nhật ABCD tạo thành hình trụ có $r=2;h=6$.

$\Rightarrow$ Thể tích nửa khối cầu là $V_1=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{16\pi}{3}$

Thể tích khối trụ là $V_2=\pi r^2h=24\pi$

$\Rightarrow V=V_1+V_2=\dfrac{88\pi}{3}$

Câu 13: Người ta bỏ vào một chiếc hộp hình trụ ba quả bóng tennis hình cầu, biết rằng đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\dfrac{S_1}{S_2}$ là:

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 1

Hướng dẫn:

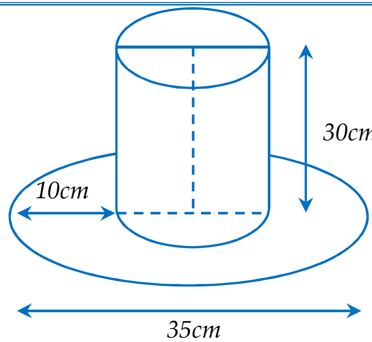
Tổng diện tích xung quanh của ba quả bóng là $S_1=3.4\pi R^2$ (với R là bán kính của khối cầu).

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S_2=\left(2\pi R\right).3.2R=12\pi R^2$.

Từ đây suy ra $\dfrac{S_1}{S_2}=1$

Câu 14: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



A. $700\pi\left(cm^2\right)$ **B.** $754,25\pi\left(cm^2\right)$

C. $750,25\pi\left(cm^2\right)$ **D.** $756,25\pi\left(cm^2\right)$

Hướng dẫn:

Tổng diện tích được tính bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích một đáy, với diện tích hình vành khăn.

Ta có

$S = 2\pi.7,5.30 + \pi.7,5^2 + \pi.\left(17,5^2 - 7,5^2\right)$.

$= 756,25\pi$

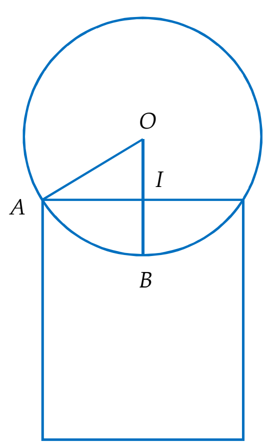
Đáp án **D.**

Câu 15: Một một chiếc chén hình trụ có chiều cao bằng đường kính quả bóng bàn. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $9V_1 = 8V_2$ **B.** $3V_1 = 2V_2$

C. $16V_1 = 9V_2$ **D.** $27V_1 = 8V_2$

Hướng dẫn:



Gọi h là đường cao của hình trụ, r là bán kính của quả bóng, R là bán kính của chén hình trụ

=>h=2r$\Rightarrow r = OA = OB = \frac{h}{2}$

Theo giả thiết: $IB = \frac{h}{4} \Rightarrow OI = \frac{h}{4}$(vì phần bên ngoài $= \frac{3}{4}h$)

Bán kính đáy của chén hình trụ là

$R = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \frac{h\sqrt{3}}{4}$

Tỉ số thể tích là

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\pi R^2 h} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3}{\pi\left(\frac{h\sqrt{3}}{4}\right)^2 h} = \frac{8}{9} \Rightarrow 9V_1 = 8V_2$$

Câu 16: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích của khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

A. 0,68. **B.** 0,6. **C.** 0,12. **D.** 0,52.

Hướng dẫn:

Gọi x $(x > 0)$ là bán kính đáy của lon sữa.

Khi đó $V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2}$.

Diện tích toàn phần của lon sữa là

$$S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi xh = 2\pi x^2 + 2\pi x\frac{V}{\pi x^2}$$

$$= 2\pi x^2 + 2\frac{2}{x} = 2\pi x^2 + \frac{4}{x},\ x > 0$$

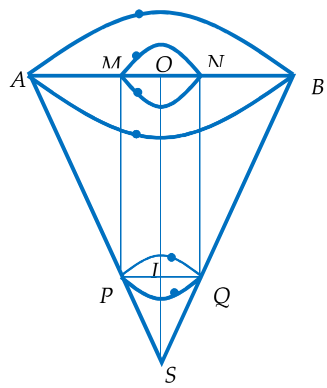
Bài toán quy về tìm GTNN của hàm số

$S(x) = 2\pi x^2 + \frac{4}{x},\ x > 0$

$S'(x) = 4\pi x - \frac{4}{x^2}$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}} \approx 0,6827$

Câu 17: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:



A. $S_{xq}=\dfrac{9\pi\sqrt{10}}{2}dm^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$.

C. $S_{xq}=4\pi\, dm^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi}{2}\ dm^2$.

Hướng dẫn:

Xét hình nón : $h=SO=3r$, $r=OB,\ l=SA$.

Xét hình trụ : $h_1=2r=NQ$, $r_1=ON=QI$

$\Delta SQI\sim\Delta SBO \Rightarrow \dfrac{QI}{BO}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow r_1=\dfrac{r}{3}$

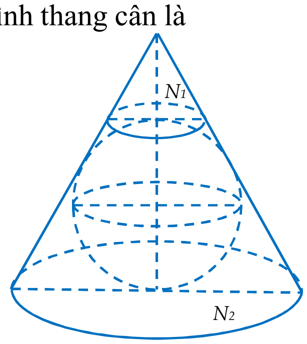
Thể tích khối trụ là:

$V_t=\pi r_1^2h_1=\dfrac{2\pi r^3}{9}=\dfrac{16\pi}{9}\Rightarrow r=2\Rightarrow h=6$

$\Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=2\sqrt{10}$

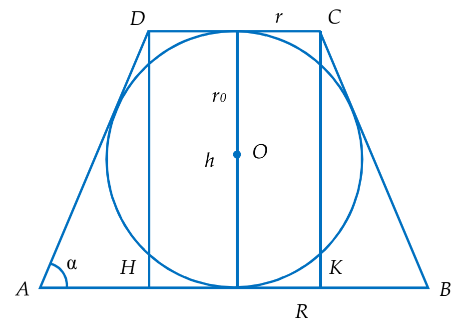
$\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$

Câu 18: Một hình nón bị cắt bởi mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng (P) chia hình nón làm hai phần (N_1) và (N_2). Cho hình cầu nội tiếp (N_2) như hình vẽ sao cho thể tích hình cầu bằng một nửa thể tích của (N_2). Một mặt phẳng đi qua trục hình nón và vuông góc với đáy cắt (N_2) theo thiết diện là hình thang cân, tang góc nhọn của hình thang cân là



A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** $\sqrt{3}$

Hướng dẫn:



Giả sử ta có mặt cắt của hình nón cụt và các đại lượng như hình vẽ.

Gọi α là góc cần tìm.

Xét ΔAHD vuông tại H có

$DH=h,\ AH=R-r$

$\Rightarrow h=2r_0=AH.\tan\alpha=(R-r)\tan\alpha\quad(1)$

Thể tích khối cầu là $V_1=\dfrac{4}{3}\pi r_0^3=\dfrac{\pi h^3}{6}$

Thể tích của (N_2) là $V_2=\dfrac{1}{3}\pi h\left(R^2+r^2+Rr\right)$

$\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow h^2=R^2+r^2+Rr\quad(2)$

Ta có $BC=R+r$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $h^2=BC^2-(R-r)^2=4Rr\quad(3)$

Từ $(2),(3)\Rightarrow(R-r)^2=Rr\quad(4)$

Từ $(1),(3),(4)$

$\Rightarrow h^2=(R-r)^2.\tan^2\alpha=4(R-r)^2$

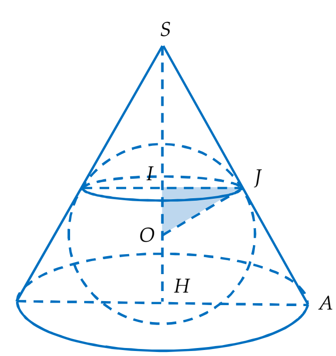
$\Rightarrow\tan^2\alpha=4\Rightarrow\tan\alpha=2$ (vì α là góc nhọn)

Câu 19: Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính $50cm$. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là

A. $10\sqrt{2}cm$ **B.** $20cm$

C. $50\sqrt{2}cm$ **D.** $25cm$

Hướng dẫn:



Đặt $a=50cm$

Gọi bán kính đáy và chiều cao của hình nón lần lượt là $x, y\left(x, y>0\right)$.

Ta có $SA=\sqrt{SH^2+AH^2}=\sqrt{x^2+y^2}$

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp}=\pi x^2+\pi x\sqrt{x^2+y^2}$

Theo giả thiết ta có

$\pi x^2+\pi x\sqrt{x^2+y^2}=\pi a^2$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2+y^2}+x^2=a^2$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2+y^2}=a^2-x^2$

$\Leftrightarrow x^2\left(x^2+y^2\right)=a^4+x^4-2a^2x^2,\left(DK: x<a\right)$

$\Leftrightarrow x^2=\dfrac{a^4}{y^2+2a^2}$

Khi đó thể tích khối nón là

$V=\dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{a^4}{y^2+2a^2}.y=\dfrac{1}{3}\pi a^4.\dfrac{y}{y^2+2a^2}$

V đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\dfrac{y^2+2a^2}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Ta có $\dfrac{y^2+2a^2}{y}=y+\dfrac{2a^2}{y}\geq 2\sqrt{y.\dfrac{2a^2}{y}}=2\sqrt{2}a$

Vậy V đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $y=\dfrac{2a^2}{y}$

tức là $y=a\sqrt{2}\Rightarrow x=\dfrac{a}{2}=25cm$

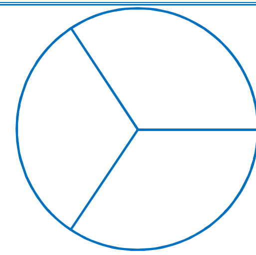
Lưu ý: Bài trên các em xét hàm số và lập bảng biến thiên cũng được nhé

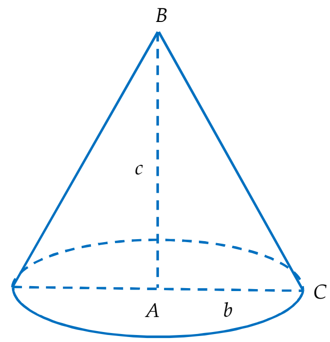
Câu 20: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$ **B.** $18\pi r^2$ **C.** $36\pi r^2$ **D.** $9\pi r^2$

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 21: Người ta cắt một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón?



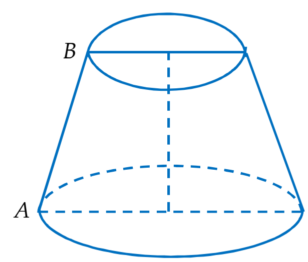


A. $2\varphi=120^0$ **B.** $2\varphi=60^0$

C. $2\varphi=2\arcsin\dfrac{1}{2}$ **D.** $2\varphi=2\arcsin\dfrac{1}{3}$

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 22: Có một cái cốc úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của cốc là 30cm, bán kính đáy cốc là 3cm, bán kính miệng cốc là 5cm. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò ba vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Tính quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình.

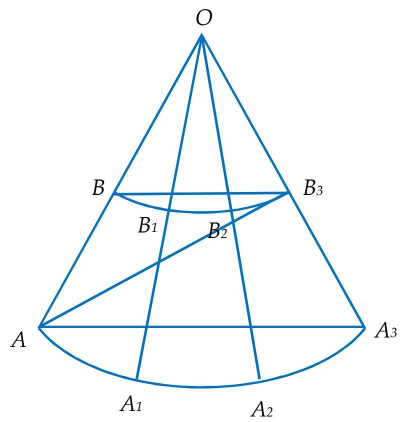


A. $l\approx 76cm$ **B.** $l\approx 75,9324cm$

C. $l\approx 74cm$ **D.** $l\approx 74,6386cm$

Hướng dẫn:

Đặt r_1, r_2, h lần lượt là bán kính đáy cốc, miệng cốc và chiều cao của cốc, α là góc kí hiệu như trên hình vẽ. Ta "trải" ba lần mặt xung quanh cốc lên mặt phẳng sẽ được một hình quạt của một khuyên với cung nhỏ $l(BB_3)=6\pi r_1=18\pi$ và cung lớn $l(AA_3)=6\pi r_2=30\pi$.



Hướng dẫn:

Con kiến muốn đi từ A tới B phải vòng 3 vòng quanh cốc. Đường đi ngắn nhất là đi theo đoạn AB_3, Theo định lý Côsin ta có

$$AB_3 = \sqrt{OA^2 + OB_3^2 - 2OA.OB_3.\cos 3\alpha} \quad (1)$$

với $\alpha = \widehat{AOA_1}$

Độ dài $AB = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2} = 2\sqrt{226}$

$$\frac{OB}{OA} = \frac{l(BB_3)}{l(AA_3)} = \frac{3}{5} = \frac{OB}{OB+BA} \Rightarrow OB = 3\sqrt{226}$$

$$\Rightarrow OA = OB + BA = 5\sqrt{226}$$

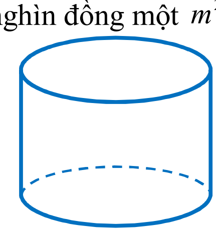
Lại có

$$l(BB_1) = OB.\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{l(BB_1)}{OB} = \frac{2\pi.r_1}{3\sqrt{226}} = \frac{2\pi}{\sqrt{226}}$$

Thay vào công thức (1) có kết quả.

ĐS: 74,6386cm

Câu 23: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ bên). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và bề làm bằng bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa nước (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: bê tông 100 nghìn đồng một m^2, tôn 90 một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2.



A. 15037000 đồng. **B.** 15038000 đồng.
C. 15039000 đồng. **D.** 15040000 đồng.

Hướng dẫn:

Gọi r, h (m^2) $(r>0, h>0)$ lần lượt là bán kính đường tròn đáy và đường cao của hình trụ. theo đề ta có $\pi r^2 h = 150 \Leftrightarrow h = \frac{150}{\pi r^2}$. Khi đó chi phí làm nên bồn chứa nước được xác định theo hàm số $f(r) = 220\pi r^2 + 90.2\pi r\frac{150}{\pi r^2} = 220\pi r^2 + \frac{27000}{r}$ (nghìn đồng).

$$f'(r) = 440\pi r - \frac{27000}{r^2},$$

$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}} = a.$$

BBT:

r	0		a		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$		$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	

Dựa vào BBT ta suy ra chi phí thấp nhất là

$$f(a) = f\left(\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}\right) \approx 15038{,}38797 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 24: Khi sản xuất cái phễu hình nón (không có nắp) bằng nhôm, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm phễu là ít nhất, tức là diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất. Giá trị gần đúng diện tích xung quanh của phễu khi ta muốn có thể tích của phễu là $1dm^3$ là ? *(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*

A. 4.18 dm^2 **B.** 4.17 dm^2
C. 4.19 dm^2 **D.** 4.1 dm^2

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 25: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi m^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $0{,}8m$ **B.** $1{,}2m$ **C.** $2m$ **D.** $2{,}4m$

Hướng dẫn:

Gọi $x(m)$ là bán kính đáy của hình trụ $(x>0)$.

Ta có: $V = \pi x^2.h \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$S(x) = S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x.h = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x}, (x>0)$

Khi đó: $S'(x) = S'(x) = 4\pi x - \frac{32\pi}{x^2}$,

cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là $2(m)$.

Câu 26: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $1m$ và $2m$ **B.** $1dm$ và $2dm$
C. $2m$ và $1m$ **D.** $2dm$ và $1dm$

Hướng dẫn:

Đổi $2000\pi(lit) = 2\pi(m^3)$. Gọi bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $x(m)$ và $h(m)$.

Ta có thể tích thùng phi $V = \pi x^2.h = 2\pi \Rightarrow h = \dfrac{2}{x^2}$

Vật liệu tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần nên ta chỉ cần tìm x để diện tích toàn phần bé nhất.

$S_{tp} = 2\pi x^2 + 2\pi x.h = 2\pi x(x + \dfrac{2}{x^2}) = 2\pi(x^2 + \dfrac{2}{x})$

Đạo hàm lập BBT ta tìm đc $f(x)$ GTNN tại $x = 1$ khi đó $h = 2$.

Câu 27: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi m^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $0,8m$ **B.** $1,2m$ **C.** $2m$ **D.** $2,4m$

Hướng dẫn:

Gọi $x(m)$ là bán kính đáy của hình trụ $(x > 0)$.

Ta có: $V = \pi x^2.h \Leftrightarrow h = \dfrac{16}{r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

S(x) = $S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x.h = 2\pi x^2 + \dfrac{32\pi}{x}, (x > 0)$

Khi đó: S'(x) = $S'(x) = 4\pi x - \dfrac{32\pi}{x^2}$,

cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là $2(m)$.

Câu 28: Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không nắp chứa 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít vật liệu nhất.

A. 14,7cm. **B.** 15cm.
C. 15,2cm. **D.** 14cm.

Hướng dẫn:

. Gọi x(cm) là bán kính đáy của chiếc xô. x > 0

. khi đó $V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi x^2}$

. Để tiết kiện vật liệu thì diện tích toàn phần của chiếc xô bé nhất

. Ta có: 1lít = $1dm^3 = 1000cm^3$.

. Diện tích toàn phần của chiếc xô là

$$S = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$$

. $S' = 2\pi x - \dfrac{20000}{x^2} = \dfrac{2\pi x^3 - 20000}{x^2}$.

. $S' = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{\dfrac{10}{\pi}} \approx 14,2cm.$

. Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích toàn phần của chiếc xô bé nhất khi $x \approx 14,2cm$

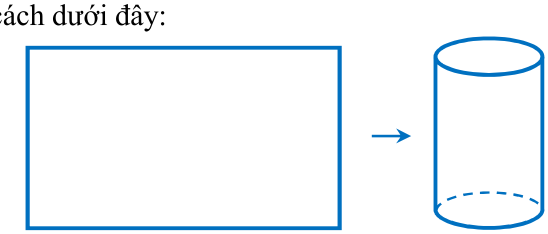
Câu 29: Làm 1 m^2 mặt nón cần: 120 lá nón (Đã qua sơ chế). Giá 100 lá nón là 25.000 đồng. Vậy để làm 100 cái nón có chu vi vành nón là 120 cm, và khoảng từ đỉnh nón tới 1 điểm trên vành nón là 25 cm thì cần bao nhiêu tiền mua lá nón?

A. 400.000đ **B.** 450.000đ
C. 500.000đ **D.** 550.000đ

Hướng dẫn:

Làm 100 cái nón hết 450.000 đ tiền để mua lá nón.

Câu 30: Bạn An là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:



Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là:

A. $35cm; 25cm$ **B.** $40cm; 20cm$
C. $50cm; 10cm$ **D.** $30cm; 30cm$

Hướng dẫn:

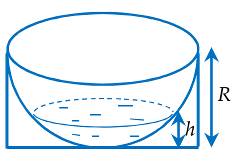
Gọi một chiều dài là $x(cm)$ $(0 < x < 60)$, khi đó chiều còn lại là $60 - x(cm)$, giả sử quấn cạnh có chiều dài là x lại thì bán kính đáy là $r = \dfrac{x}{2\pi}; h = 60 - x$. Ta có: $V = \pi r^2.h = \dfrac{-x^3 + 60x^2}{4\pi}$.

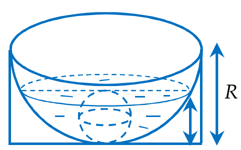
Xét hàm số: $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0;60)$

$f'(x)=-3x^2+120x; f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=40 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(x)=-x^3+60x^2, x\in(0;60)$ lớn nhất khi *x=40*. *60-x=20*. Khi đó chiều dài là 40 cm; chiều rộng là 20 cm.

Câu 31: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính *R* =10*cm,* đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (hình 1). Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao *h* = 4*cm.* Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (hình 2). Bán kính của viên bi gần số nguyên nào sau đây. (Cho biết thể tích khối chỏm cầu là $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)$)





A. 2 **B.** 4 **C.** 7 **D.** 10

Hướng dẫn:

Gọi *x* là bán kính viên bi hình cầu.

Điều kiện: $0<2x<10 \Leftrightarrow 0<x<5$

-Thể tích viên bi là $V_{bi}=\dfrac{4}{3}\pi x^3$.

-Thể tích khối nước hình chỏm cầu khi chưa thả viên bi vào

$$V_1=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=16\pi\left(10-\frac{4}{3}\right)=\frac{416\pi}{3}$$

-Khi thả viên bi vào thì khối chỏm cầu gồm khối nước và viên bi có thể tích là:

$$V_2=\pi(2x)^2\left(R-\frac{2x}{3}\right)=\frac{4\pi x^2(30-2x)}{3}$$

-Ta có phương trình:

$$V_2-V_1=V_{bi} \Leftrightarrow \frac{4\pi x^2(30-2x)}{3}-\frac{416\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi x^3$$

$$\Leftrightarrow 4\pi x^2(30-2x)-416\pi=4\pi x^3$$

$$\Leftrightarrow 3x^3-30x^2+104=0$$

-Giải phương trình ta có các nghiệm: $x_1\approx 9{,}6257 > 5$ (loại)

$x_2\approx 2{,}0940<5$ (thỏa mãn), và $x_3\approx -1{,}8197$ (loại).

Vậy bán kính viên bi là: $r\approx 2{,}09$ (cm).

Câu 32: Công ty chuyên sản xuất bao bì đựng sản phẩm sữa nhận đơn đặt hàng sản xuất hộp đựng sữa có thể tích $1dm^3$. Các nhân viên thiết kế phân vân giữa làm hộp đựng dạng hình trụ hay hình hộp chữ nhật đáy hình vuông. Hỏi công ty sẽ làm hộp hình gì để chi phí nguyên liệu nhỏ nhất.

A. Hình trụ

B. Hình hộp chữ nhật đáy hình vuông

C. Cả hai như nhau

D. Hình lập phương

Hướng dẫn:

TH1: Nếu làm hình trụ có bán kính đáy là $x(dm)$ và chiều cao là $h(dm)$

Ta có $V=\pi x^2 h=1 \Rightarrow h=\dfrac{1}{\pi x^2}$

$$S_{tp}=2\pi xh+2\pi x^2=\frac{2}{x}+2\pi x^2 \overset{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{2\pi}\approx 5{,}5$$

(dm^2)

TH2: Nếu làm hình hộp chữ nhật có đáy hình vuông cạnh $x(dm)$ và cao $h(dm)$

$V=x^2.h=1\Rightarrow h=\dfrac{1}{x^2}$

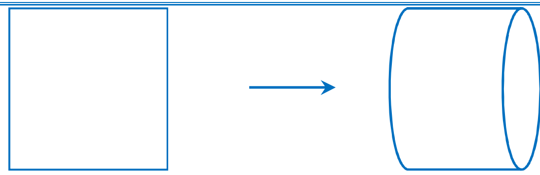
$$\Rightarrow S_{tp}=4xh+2x^2=\frac{4}{x}+2x^2 \overset{AM-GM}{\geq} 6$$

Kết luận: Chọn đáp án **A.**

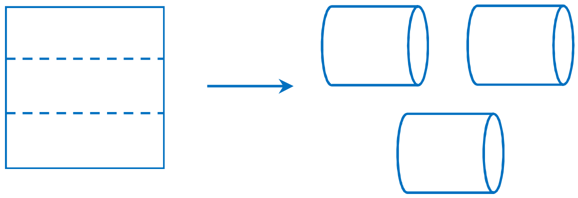
Lời bình: Thực tế các loại thực phẩm, nước uống có loại dùng hình trụ (các loại nước giải khát như coca, pepsi…) có loại hình hộp (như sữa…). Nếu tính toán chi tiết ta thấy cùng 1 đơn vị thể tích, nếu làm hình hộp thì đó sẽ là hình lập phương,nhưng đa số chúng ta thấy các hộp đựng sữa là dạng hình hộp thường (là do đặc tính riêng về chi tiết quảng cáo trên sản phẩm,do cách bảo quản sữa trong tủ lạnh và đôi khi do tính tiện dụng cầm nắm) vì thế các bài toán về chi phí sản xuất vật liệu cần phải đi sâu sát hơn vào đời sống, tìm hiểu kĩ nhu cầu tiêu dùng,sự hài lòng khách hàng. Do đó nhiều khi cần phải “tốn tiền cho vật liệu”.

Câu 33: (Thể tích – mặt cầu – mặt nón – mặt trụ) Có một miếng nhôm hình vuông, cạnh là 3dm, một người dự tính tạo thành các hình trụ (không đáy) theo hai cách sau:

Cách 1: gò hai mép hình vuông để thành mặt xung quanh của một hình trụ, gọi thể tích là của khối trụ đó là V_1



Cách 2: cắt hình vuông ra làm ba, và gò thành mặt xung quanh của ba hình trụ, gọi tổng thể tích của chúng là V_2.



Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn:

.Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có

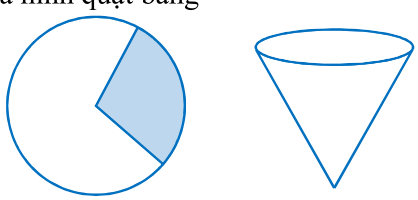
$$2\pi R_1 = 3 \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \pi R_1^2 h = \frac{27}{4\pi}$$

. Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có

$$2\pi R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow V_2 = 3\pi R_1^2 h = \frac{9}{4\pi}$$

Vậy đáp án là **A.**

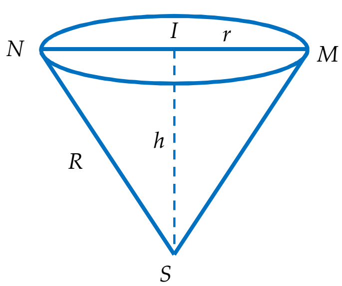
Câu 34: Với một miếng tôn hình tròn có bán kính bằng R = 6cm. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của hình tròn này và gấp phần còn lại thành hình nón (Như hình vẽ). Hình nón có thể tích lớn nhất khi người ta cắt cung tròn của hình quạt bằng



A. $\pi\sqrt{6}$ cm **B.** $6\pi\sqrt{6}$ cm

C. $2\pi\sqrt{6}$ cm **D.** $8\pi\sqrt{6}$ cm

Hướng dẫn:



Gọi x (x>0) là chiều dài cung tròn của phần được xếp làm hình nón.

Như vậy, bán kính R của hình tròn sẽ là đường sinh của hình nón và đường tròn đáy của hình nón sẽ có độ dài là x.

Bán kính r của đáy được xác định bởi đẳng thức

$$2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

Chiều cao của hình nón tính theo Định lý Pitago là: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thể tích của khối nón:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2.H = \frac{\pi}{3}\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}.$$

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có:

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9}.\frac{x^2}{8\pi^2}.\frac{x^2}{8\pi^2}(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2})$$

$$\le \frac{4\pi^2}{9}\left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{9}.\frac{R^6}{27}$$

Do đó V lớn nhất khi và chỉ khi

$$\frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}R\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 6\sqrt{6}\pi$$

(Lưu ý bài toán có thể sử dụng đạo hàm để tìm giá trị lớn nhất, tuy nhiên lời giải bài toán sẽ dài hơn)

Câu 35: Một người có một dải duy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dải duy băng đỏ đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10 cm của dải duy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải duy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu ?

A. $4000\pi\ cm^3$ **B.** $32000\pi\ cm^3$

C. $1000\pi\ cm^3$ **D.** $16000\pi\ cm^3$

Hướng dẫn:

Một bài toán thực tế khá hay trong ứng dụng của việc tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Ta nhận thấy, dải duy băng tạo thành hai hình chữ nhật quanh cái hộp, do đó chiều dài của dải duy băng chính là tổng chu vi của hai hình chữ nhật đó. Tất nhiên chiều dài duy băng đã phải trừ đi phần duy băng dùng để thắt nơ, có nghĩa là:

$$22(2r+h)=120 \Leftrightarrow h=30-2r$$

Khi đó thể tích của hộp quà được tính bằng công thức: $V=B.h=\pi.r^2(30-2r)=\pi\left(-2r^3+30r^2\right)$

Xét hàm số $f(r)=-2r^3+30r^2$ trên $(0;15)$

$f'(r)=-6r^2+60r; f'(r)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r=0(l) \\ r=10 \end{array}\right.$

Khi đó vẽ BBT ta nhận ra $\underset{(0;10)}{Max} f(r)=f(10)$.

Khi đó thể tích của hộp quà

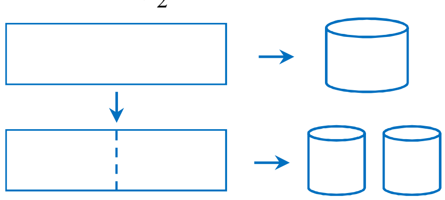
$$V=B.h=\pi.10^2.10=1000\pi$$

Câu 36: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm × 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

• Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

• Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

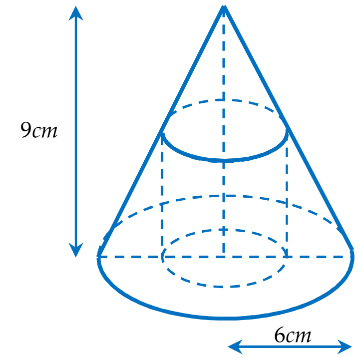


A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$.

C. $\frac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$.

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 37: Một hình nón có bán kính đáy bằng 6 cm và chiều cao bằng 9 cm. Tính thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp trong hình nón.



A. 36π **B.** 54π **C.** 48π **D.** $\frac{81}{2}\pi$

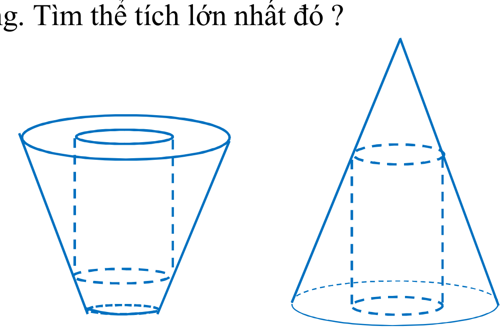
Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 38: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{6}{5}$

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

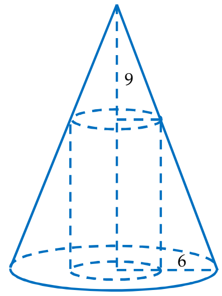
Câu 39: Khi sản xuất hộp mì tôm, các nhà sản xuất luôn để một khoảng trống ở dưới đáy hộp để nước chảy xuống dưới và ngấm vào vắt mì, giúp mì chín. Hình vẽ dưới mô tả cấu trúc của một hộp mình tôm (hình vẽ chỉ mang tính chất minh họa). Vắt mì tôm có hình một khối trụ, hộp mì tôm có dạng hình nón cụt được cắt ra bởi hình nón có chiều cao 9cm và bán kính đáy 6cm. Nhà sản xuất đang tìm cách để sao cho vắt mì tôm có thể tích lớn nhất trong hộp với mục địch thu hút khách hàng. Tìm thể tích lớn nhất đó ?



A. $V=36\pi$ **B.** $V=54\pi$

C. $V=48\pi$ **D.** $V=\frac{81}{2}\pi$

Hướng dẫn: Đây thực chất là bài toán khối trụ nội tiếp khối nón, ta có kí hiệu các kích thước như sau:



Ta có thể tích vắt mì tôm được tính bằng $V = B.h = \pi r^2.h$

Đây là ứng dụng của bài toán tìm GTLN, GTNN trên một khoảng (đoạn) xác định:

Ta sẽ đưa thể tích về hàm số một biến theo h hoặc r. Trước tiên ta cần đi tìm mối liên hệ giữa h và r. Nhìn vào hình vẽ ta thấy các mối quan hệ vuông góc và song song, dùng định lí Thales ta sẽ có:

$\frac{h}{9} = \frac{6-r}{6} \Leftrightarrow h = \frac{18-3r}{2}$

Khi đó $V = f(r) = \pi r^2.\frac{18-3r}{2} = -\frac{3\pi r^3}{2} + 9\pi r^2$

với $0 < r < 6$

$f'(r) = -\frac{9}{2}\pi r^2 + 18\pi r = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 0 \\ r = 4 \end{array}\right.$

Khi đó ta không cần phải vẽ BBT ta cũng có thể suy ra được với $r = 4$ thì V đạt GTLN, khi đó $V = 48\pi$

Câu 40: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy R bằng:

A. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ **B.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$

C. $R = \sqrt{\frac{V}{2\pi}}$ **D.** $R = \sqrt{\frac{V}{\pi}}$

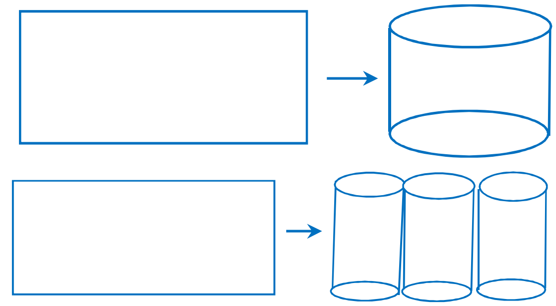
Câu 40.1: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27cm^3. Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $r = \sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

C. $r = \sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r = \sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 41: Từ tấm tôn hình chữ nhật cạnh 90cm x 180cm người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 80cm theo 2 cách(Xem hình minh họa dưới)



Cách 1. Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng

Cách 2.Cắt tấm tôn ban đầu thành 3 tấm bằng nhau và gò các tấm đó thành mặt xung quanh của thùng.

Ký hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách thứ nhất và V_2 là tổng thể tích của ba thùng gò được theo cách thứ 2.Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 3 **D.** 2

Hướng dẫn: Vì các thùng đều có chung chiều cao nên: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_{day1}}{S_{day2}}$

+) Diện tích đáy 1: S_{day1}

Chu vi đáy 1: $2\pi r_1 = 180$

$=> r_1 = \frac{90}{\pi}$; $S_{day1} = \pi r_1^2 = \frac{90^2}{\pi}$

+) Diện tích đáy 1: S_{day2}

Chu vi đáy 1: $2\pi r_2 = 60 => r_2 = \frac{30}{\pi}$;

$S_{day2} = \pi r_2^2 = \frac{30^2}{\pi} => 3\,S_{day2} = \frac{3.30^2}{\pi}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_{day1}}{S_{day2}} = 3$

Câu 42: Cối xay gió của Đôn ki hô tê (từ tác phẩm của Xéc van téc). Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón. Chiều cao của hình nón là 40 cm và thể tích của nó là 18000 cm^3. Tính bán kính của đáy hình nón (làm tròn đến kết quả chữ số thập phân thứ hai).

A. 12 cm **B.** 21 cm **C.** 11 cm **D.** 20 cm

Hướng dẫn:

Theo đề bài ta có: $V = 18000\,cm^3, h = 40\,cm$.

Do đó, ta có:

$V = \frac{1}{3}.\pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3.18000}{40\pi}}$

$\Rightarrow r \approx 20,72\,cm$

Vậy bán kính của hình tròn là $r = 21cm$

Câu 43: Từ một miếng tôn hình vuông cạnh a(cm) người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật và hai hình tròn có cùng đường kính để làm thân và các đáy của một hình trụ. Hỏi khối trụ được tạo thành có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu, biết rằng các cạnh của hình chữ nhật song song hoặc trùng với các cạnh ban đầu của tấm tôn.

A. $\frac{a^3\pi}{4(\pi+1)^2}$ **B.** $\frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$

C. $\frac{a^3(\pi+1)}{4\pi^2}$ **D.** $\frac{a^3\pi}{4\pi^2}$

Hướng dẫn:

Ta có 2 cách để cắt hình để tạo thành hình trụ.

+) Cách 1: Cắt thành 2 phần: Một phần có kích thước x và a. Một phần có kích thước a-x và a. Phần có kích thước x và a để làm hai đáy và phần có kích thước a-x và a cuộn dọc để tạo thành thân (tạo thành hình trụ có chiều cao bằng a). Điều kiện là $x \le \frac{a}{\pi+1}$ thì $V = \frac{\pi a x^2}{4} \le \frac{a^3\pi}{4(\pi+1)^2}$.

+) Cách 2: Cắt như trên. Nhưng phần có kích thước a-x và a cuộn ngang để làm thành thân (tạo thành hình trụ có chiều cao là a-x). Điều kiện là $x \le \frac{a}{\pi}$ do chu vi của hình tròn cắt ra phải bằng với phần đáy của hình chữ nhật. Khi đó $V = \frac{\pi(a-x)x^2}{4}$.

Xét hàm số $V = \frac{\pi(a-x)x^2}{4}$, với $x \le \frac{a}{\pi}$.

Ta có $V = \frac{\pi(a-x)x^2}{4} \le \frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ được tạo thành là: $\frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$.

Câu 44: Một phễu đựng kem hình nón bằng giấy bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần, nhưng chiều cao không thay đổi, diện tích miếng giấy bạc cần thêm là.

A. $(12\sqrt{13}-15)\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$.

C. $\frac{12\sqrt{13}}{15}\left(cm^2\right)$. **D.** $(12\sqrt{13}+15)\pi\left(cm^2\right)$

Hướng dẫn: Gọi R_1 là bán kính đường tròn đáy hình nón lúc đầu; h_1 là chiều cao của hình nón lúc đầu.

Gọi R_2 là bán kính đường tròn đáy hình nón sau khi tăng thể tích; h_2 là chiều cao của hình nón sau khi tăng thể tích.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \Rightarrow 12\pi = \frac{1}{3}\pi R_1^2 4 \Rightarrow R_1 = 3$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \\ V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2 h_2 \\ h_2 = h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 4 \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 6$$

Diện tích xung quanh hình nón lúc đầu:

$S_{xp1} = \pi R_1 l_1 = \pi 3\sqrt{16+9} = 15\pi\left(cm^2\right)$

Diện tích xung quanh hình nón sau khi tăng thể tích:

$S_{xp2} = \pi R_2 l_2 = \pi 6\sqrt{16+36} = 12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$

Diện tích phần giấy bạc cần tăng thêm là:

$S = \left(12\sqrt{13}-15\right)\pi\left(cm^2\right)$.

Đáp án: **A.**

Câu 45: Một tấm vải được quấn 357 vòng quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng 5,678cm, bề dày vải là 0,5234cm. Khi đó chiều dài tấm vải gần số nguyên nào nhất sau đây:

A. 330 **B.** 336 **C.** 332 **D.** 334

Hướng dẫn: Gọi r là bán kính lõi gỗ, d là chiều dài vải, l_k chiều dài vải vòng thứ k

Ta có

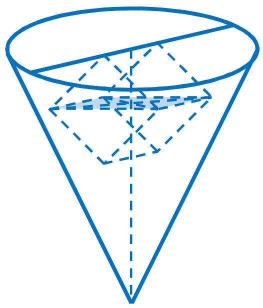
$l_1 = 2\pi r; l_2 = 2\pi(r+d); ...; l_n = 2\pi(r+(n-1)d)$

Ta có tổng chiều dài của n vòng

$S = l_1 + l_2 + ... + l_n = 2\pi\left[nr + \frac{n(n-1)d}{2}\right]$

Suy ra $S \approx 336,3417m$

Câu 46: Một khối gạch hình lập phương (không thấm nước) có cạnh bằng 2 được đặt vào trong một chiếu phễu hình nón tròn xoay chứa đầy nước theo cách như sau: Một cạnh của viên gạch nằm trên mặt nước (nằm trên một đường kính của mặt này); các đỉnh còn lại nằm trên mặt nón; tâm của viên gạch nằm trên trục của hình nón. Tính thể tích nước còn lại ở trong phễu (làm tròn 2 chữ số thập phân).



A. V = 22,27 **B.** V = 22,30
C. V = 23.10 **D.** V = 20,64

Hướng dẫn: Gọi R,h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình nón (phễu).

Thiết diện của hình nón song song với đáy của hình nón, qua tâm của viên gạch là hình tròn có bán kính $R_1=\sqrt{3}$ thỏa mãn

$$\frac{R_1}{R}=\frac{h-\sqrt{2}}{h}\Rightarrow\frac{h-\sqrt{2}}{h}.R=\sqrt{3}\,(1)$$

Thiết diện của hình nón song song với đáy hình nón, chứa cạnh đối diện với cạnh nằm trên đáy của hình nón là hình tròn có bán kính $R_2=1$ thỏa mãn $\frac{R_2}{R}=\frac{h-2\sqrt{2}}{h}\Rightarrow\frac{h-2\sqrt{2}}{h}.R=1(2)$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{h-\sqrt{2}}{h-2\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow h=\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} \text{ và } R=2\sqrt{3}-1$$

Thể tích lượng nước còn lại trong phễu là

$$V=V_{\text{nón}}-V_{\text{gạch}}=\frac{1}{3}\pi R^2h-2^3\approx 22,2676$$

Câu 47: Cho 4 hình cầu có cùng bán kính bằng 2006^{-1} và chúng được sắp xếp sao cho đôi một tiếp xúc nhau. Ta dựng 4 mặt phẳng sao cho mỗi mặt phẳng đều tiếp xúc với 3 hình cầu và không có điểm chung với hình cầu còn lại. Bốn mặt phẳng đó tạo nên một hình tứ diện. Gọi V là thể tích của khối tứ diện đó (làm tròn 2 chữ số thập phân), khi đó thể tích V là:

A. V = 1,45 **B.** V = 1,55
C. V = 1,43 **D.** V = 1,44

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 48: Trong quá trình làm đèn chùm pha lê, người ta cho mài những viên bi thuỷ tinh pha lê hình cầu để tạo ra những hạt thủy tinh pha lê hình đa diện đều có độ chiết quang cao hơn. Biết rằng các hạt thủy tinh pha lê được tạo ra có hình đa diện đều nội tiếp hình cầu với 20 mặt là những tam giác đều mà cạnh của tam giác đều này bằng hai lần cạnh của thập giác đều nội tiếp đường tròn lớn của hình cầu. Khối lượng thành phẩm có thể thu về từ 1 tấn phôi các viên bi hình cầu gần số nào sau đây:

A. 355,689kg **B.** 433,563 kg
C. 737,596 kg **D.** 625,337kg

Hướng dẫn:

Lấy bán kính viên bi hình cầu làm đơn vị độ dài thì thể tích của viên bi là $\frac{4\pi}{3}$.

tính cạnh của thập giác đều nội tiếp đường tròn lớn của hình cầu.

tính cạnh của hình đa điện đều 20 mặt. tính thể tích hình chóp tam giác đều có đỉnh là tâm hình cầu, đáy là mặt của hình đa diện đều. nhân số đo thể tích đó với 20 rồi chia cho $\frac{4\pi}{3}$.

Nhân kết quả này với 1000kg.

Ta có m ≈ 737,59644 kg

Câu 49: Một nhà sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000 cm^3. Biết rằng bán kính nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm vật liệu nhất có giá trị a. Hỏi giá trị a gần với giá trị nào gần nhất?

A. 11.677 **B.** 11.674
C. 11.676 **D.** 11.675

Hướng dẫn:

$$V=1000=a^2h\pi\Rightarrow h=\frac{1000}{\pi a^2}$$

$$S_{tp}=2\pi h+2\pi a^2=\frac{2000}{a}+2\pi a^2$$

$\Rightarrow$ S'=0 $\Leftrightarrow$ a = 11.675

Câu 50: Bốn quả cầu đặc bán kính $r=\sqrt[5]{112e^2}$ tiếp xúc nhau từng đôi một, ba quả nằm trên mặt bàn phẳng và quả thứ tư nằm trên ba quả kia. Một tứ diện đều ngoại tiếp với 4 quả cầu này. Độ dài cạnh a của tứ diện gần số nào sau đây nhất:

A. 22. **B.** 25 **C.** 30 **D.**15

Hướng dẫn: Chiều cao h_1 của tứ diện đều mà 4 đỉnh là 4 tâm của 4 quả cầu:

$$h_1=\sqrt{(2r)^2-(\frac{2r\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}r.$$

Chiều cao h của tứ diện ngoại tiếp 4 mặt cầu:

$$h=h_1+r+3r=h_1+4r=\left(4+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)r$$

Cạnh của tứ diện muốn tìm $a=\dfrac{h}{\sin\alpha}$

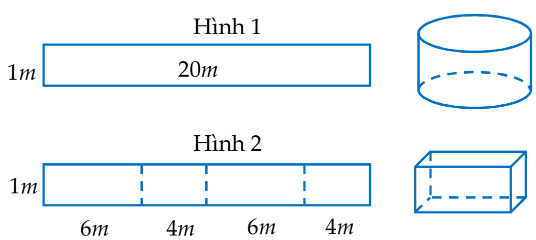
$\Rightarrow a=\left(2\sqrt{6}+2\right)r\Rightarrow a\approx 22,4452$

Câu 51: Một thầy giáo dự định xây dựng bể bơi di động cho học sinh nghèo miền núi từ 1 tấm tôn 5(dem) có kích thước 1m x 20m (biết giá $1m^2$ tôn là 90000đ) bằng 2 cách:

Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành 1 hình trụ (hình 1)

Cách 2: Chia chiều dài tấm tôn thành 4 phần bằng nhau rồi gò tấm tôn thành 1 hình hộp chữ nhật như (hình 2).

Biết sau khi xây xong bể theo dự định, mức nước chỉ đổ đến 0,8m và giá nước cho đơn vị sự nghiệp là 9955đ/m^3. Chi phí trong tay thầy là 2 triệu đồng. Hỏi thầy giáo sẽ chọn cách nào để không vượt quá kinh phí (giả sử chỉ tính đến các chi phí theo dữ kiện trong bài toán).



A. Cả 2 cách như nhau

B. Không chọn cách nào

C. Cách 2

D. Cách 1

Hướng dẫn:

Tiền tôn: S. 90000 = 20.90000=1800000(đ)

Cách 1: Chu vi đáy C: 2πr = 20⇒r

Tiền nước: V.9955 = πr^2h9955 = 253501,99(đ)

Cách 2:

Tiền nước: V.9955 = 20.0,8.9955 = 159280 đ

Tổng tiền = 1800000 + 159280 = 1959280

(thỏa mãn)

Câu 52: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

A. 0.7 **B.** 0.6 **C.** 0.8 **D.** 0.5

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 53: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$ **B.** $18\pi r^2$ **C.** $9\pi r^2$ **D.** $36\pi r^2$

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 54: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$. Vói chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

A. $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$

C. $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn:

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=>h=\dfrac{3V}{\pi r^2}$ => độ dài đường sinh là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{(\dfrac{3V}{\pi r^2})^2+r^2}$

$$=\sqrt{(\frac{81}{\pi r^2})^2+r^2}=\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}$$

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq}=\pi rl=\pi r\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^4}+r^2}=\pi\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2r^2}+r^4}$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta được giá trị nhỏ nhất là khi $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 55: Cho hình nón có chiều cao *h*, đường tròn đáy bán kính R. Một mặt phẳng (P) song song với đáy cách đáy một khoảng bằng d cắt hình nón theo đường tròn (L). Dựng hình trụ có một đáy là (L), đáy còn lại thuộc đáy của hình nón và trục trùng với trục hình nón. Tìm d để thể tích hình trụ là lớn nhất.

A. $d=\dfrac{h}{3}$ **B.** $d=\dfrac{h}{2}$ **C.** $d=\dfrac{h}{6}$ **D.** $d=\dfrac{h}{4}$

Hướng dẫn:

Gọi r là bán kính của (L).

Ta có $\frac{r}{R}=\frac{h-d}{h}\Rightarrow r=\frac{R}{h}(h-d)$

$\Rightarrow V=\pi\frac{R^2}{h^2}(h-d)^2.d=\pi\frac{R^2}{2h^2}(h-d)(h-d).2d$

$\le\pi\frac{R^2}{2h^2}\left(\frac{(h-d)+(h-d)+2d}{3}\right)^3=\frac{4\pi R^2h}{27}$

Dấu bằng xảy ra khi $h-d=2d\Leftrightarrow d=\frac{h}{3}$.

Câu 56: Người ta cần đổ một ống bi thoát nước hình trụ với chiều cao 200 cm, độ dày của thành bi là 10 cm và đường kính của bi là 60 cm. Lượng bê tông cần phải đổ của bi đó là:

A. $0,1\pi$ m^3. **B.** $0,18\pi$ m^3.

C. $0,14\pi$ m^3. **D.** π m^3.

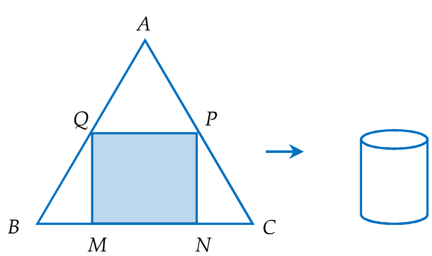
Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 57: Người ta xếp 9 viên bi có cùng bán kính r vào một cái bình hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 8 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của bình hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái bình hình trụ là:

A. $36\pi r^2$ **B.** $16\pi r^2$ **C.** $18\pi r^2$ **D.** $9\pi r^2$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 58: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều *ABC* có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật *MNPQ* từ mảnh tôn nguyên liệu (với *M, N* thuộc cạnh *BC; P* và *Q* tương ứng thuộc cạnh *AC* và *AB*) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng *MQ*. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:



A. $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$ **B.** $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$

C. $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$ **D.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 59: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ngoài của quả bóng có chiều cao bằng 3/4 chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $9V_1=8V_2$ **B.** $3V_1=2V_2$

C. $16V_1=9V_2$ **D.** $27V_1=8V_2$

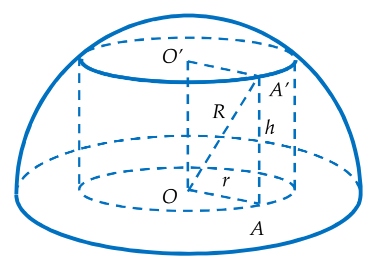
Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 60: Khi cắt mặt cầu $S(O,R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $h=\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r=\frac{\sqrt{6}}{2}$, $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $r=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $h=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn:



Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có:

$h^2+r^2=R^2\ (0<h\le R=1)\Rightarrow r^2=1-h^2$

Thể tích khối trụ là:

$V=\pi r^2h=\pi(1-\mathrm{h}^2)\mathrm{h}=f(\mathrm{h})$

$\Rightarrow f'(\mathrm{h})=\pi(1-3\mathrm{h}^2)=0\Leftrightarrow\mathrm{h}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

h	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		1
f'(h)		+	0	−	
f(h)	0	↗	$\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$	↘	0

Vậy: $\underset{(0;1]}{Max}V=\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r=\frac{\sqrt{6}}{3}$ và $h=\frac{\sqrt{3}}{3}$

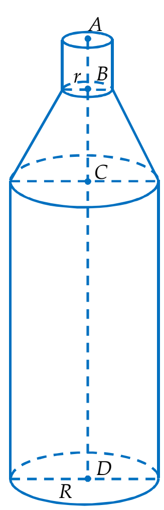
Câu 61: Phần không gian bên trong của chai rượu có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R=4,5\,\text{cm}$, bán kính cổ $r=1,5\,\text{cm}$, $AB=4,5\,\text{cm}, BC=6,5\,\text{cm}, CD=20\,\text{cm}$. Thể tích phần không gian bên trong của chai rượu đó bằng

A. $\frac{3321\pi}{8}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\frac{7695\pi}{16}\left(\text{cm}^3\right)$.

C. $\frac{957\pi}{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $478\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 62: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R=5cm$, bán kính cổ $r=2cm$, $AB=3cm$, $BC=6cm$, $CD=16cm$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:



A. $495\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $462\pi\left(cm^3\right)$.

C. $490\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $412\pi\left(cm^3\right)$.

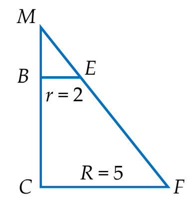
Hướng dẫn:

Thể tích khối trụ có đường cao CD:

$V_1=\pi R^2.CD=400\pi\left(cm^3\right)$.

Thể tích khối trụ có đường cao AB:

$V_2=\pi r^2.AB=12\pi\left(cm^3\right)$.



Ta có $\frac{MC}{MB}=\frac{CF}{BE}=\frac{5}{2}\Rightarrow MB=4$

Thể tích phần giới hạn giữa BC:

$V_3=\frac{\pi}{3}\left(R^2.MC-r^2.MB\right)=78\pi\left(cm^3\right)$.

Suy ra: $V=V_1+V_2+V_3=490\pi\left(cm^3\right)$.

Chọn **C.**

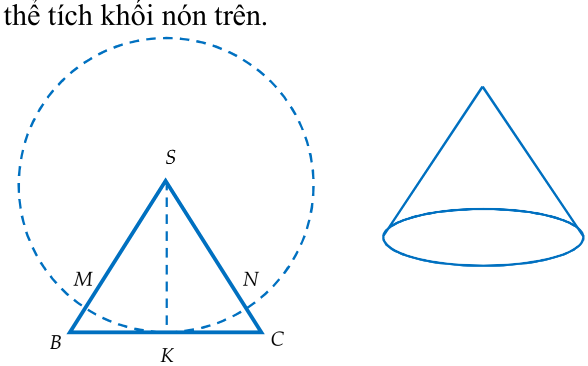
Câu 63: Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài, được một khối trụ đường kính 50 *cm*. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, khối còn lại là một khối trụ có đường kính 45 *cm*. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị) ?

A. 373 (m) **B.** 119 (m)

C. 187 (m) **D.** 94 (m)

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 64: Một tấm tôn hình tam giác đều SBC có độ dài cạnh bằng 3; K là trung điểm BC. Người ta dùng compha có tâm là S, bán kính SK vạch một cung tròn MN. Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là S, cung MN thành đường tròn đáy của hình nón (hình vẽ). Tính thể tích khối nón trên.



A. $\frac{\pi\sqrt{105}}{64}$ **B.** $\frac{3\pi}{32}$ **C.** $\frac{3\pi\sqrt{3}}{32}$ **D.** $\frac{\pi\sqrt{141}}{64}$

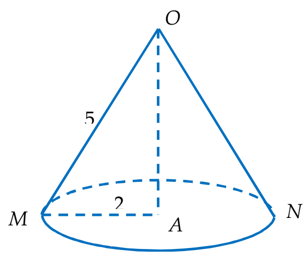
Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 65: Cho một hình cầu bán kính 5cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường kính 4cm. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi \approx 3{,}14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

A. $50{,}24\,ml$ **B.** $19{,}19\,ml$

C. $12{,}56\,ml$ **D.** $76{,}74\,ml$

Hướng dẫn:



Ta có: $MN = 4cm$

$\Rightarrow MA = 2cm \Rightarrow OA = \sqrt{MO^2 - MA^2} = \sqrt{21}cm$

$S_d = \pi R^2 = 3{,}14.4\left(cm^2\right)$

$V = \dfrac{1}{3}\sqrt{21}.3{,}14.4 = 19{,}185\left(ml\right) = 19{,}19\,ml$

Câu 66: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $R = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$ **B.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$

C. $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$ **D.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$

Hướng dẫn: Gọi h và R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy (đơn vị: met)

Ta có: $V = h\pi R^2 = 1 \to h = \dfrac{1}{\pi R^2}$

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2}$

$= 2\pi R^2 + \dfrac{2}{R}\left(R > 0\right)$

Cách 1: Khảo sát hàm số, thu được

$f\left(R\right)_{\min} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}} \Rightarrow h = \dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{\dfrac{1}{4\pi^2}}}$

Cách 2: Dùng bất đẳng thức:

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2}$

$= 2\pi R^2 + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\dfrac{1}{R}.\dfrac{1}{R}} = 3\sqrt[3]{2\pi}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $R^3 = \dfrac{1}{2\pi}$

Câu 67: Một người nông dân có một tấm cót hình chữ nhật có chiều dài $12\pi\left(dm\right)$, chiều rộng $1\left(m\right)$. Người nông dân muốn quây tấm cót thành một chiếc bồ đựng thóc không có đáy, không có nắp đậy, có chiều cao bằng chiều rộng của tấm cót theo các hình dáng sau:

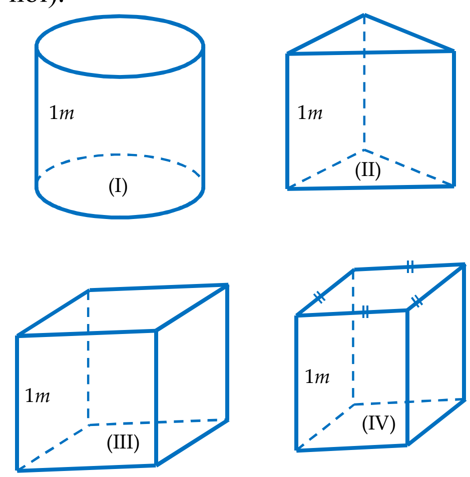
(I). Hình trụ.

(II). Hình lăng trụ tam giác đều.

(III). Hình hộp chữ nhật có đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

(IV). Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.

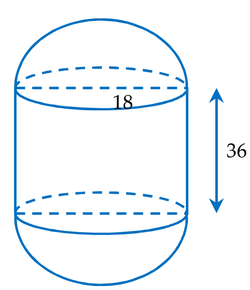
Hỏi theo phương án nào trong các phương án trên thì bồ đựng được nhiều thóc nhất (Bỏ qua riềm, khớp nối).



A. (I) **B.** (II). **C.** (III). **D.** (IV).

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 68: Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu đường kính 18dm, và một hình trụ có chiều cao 36dm. Tính thể tích của bồn chứa (đơn vị dm^3)?



A. 3888π **B.** 9216π.

C. $\dfrac{16\pi}{243}$. **D.** $\dfrac{1024\pi}{9}$.

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

DẠNG 5: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN

Câu 1: Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t)=10t-t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là:

A. $v=7\ (m/p)$ **B.** $v=9\ (m/p)$

C. $v=5\ (m/p)$ **D.** $v=3\ (m/p)$

Hướng dẫn:

Khi bắt đầu tiếp đất vật chuyển động được quảng đường là $s=162m$

Ta có:

$$s=\int_0^t\left(10t-t^2\right)dt=\left.\left(5t^2-\frac{t^3}{3}\right)\right|_0^t=5t^2-\frac{t^3}{3}$$

(trong đó t là thời điểm vật tiếp đất)

Cho $5t^2-\frac{t^3}{3}=162\Rightarrow t=9$

(Do $v(t)=10t-t^2\Rightarrow 0\le t\le 10$)

Khi đó vận tốc của vật là:

$v(9)=10.9-9^2=9\ (m/p)$. Chọn **B.**

Câu 2: Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=3t+2$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị m. Biết tại thời điểm $t=2s$ thì vật đi được quãng đường là $10m$. Hỏi tại thời điểm $t=30s$ thì vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

A. $1410m$ **B.** $1140m$ **C.** $300m$ **D.** $240m$

Hướng dẫn:

Ta có:

$$s(t)=\int v(t)dt=\int(3t+2)dt=\frac{3}{2}t^2+2t+C,$$

$s(2)=10\Leftrightarrow C=0\Rightarrow S(30)=1410\Rightarrow A$

Câu 3: Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t)=90(1+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là số lượng thời gian (tính theo năm) kể từ công ty bắt đầy vay nợ. Đến năm thứ tư công ty đã phải chịu 1 626 000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này?

A. $f(t)=30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}+C$

B. $f(t)=30\sqrt[3]{\left(t^2+12t\right)^2}+1610640$

C. $f(t)=30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}+1595280$

D. $f(t)=30\sqrt[3]{\left(t^2+12t\right)^2}+1610640$

Hướng dẫn:

Thực chất đây là bài toán tìm nguyên hàm. Ta có thể dễ dàng nhận thấy: bài toán cho đạo hàm của một hàm số, công việc của chúng ta là đi tìm nguyên hàm:

$$\int 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}dt=45\int\sqrt{t^2+12t}d\left(t^2+12t\right)$$

$$=45\int\left(t^2+12t\right)^{\frac{1}{2}}d\left(t^2+2t\right)$$

$$=45.\frac{1}{1+\frac{1}{2}}\left(t^2+12t\right)^{1+\frac{1}{2}}=30.\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}$$

Vì đến năm thứ tư công ty đã chịu 1610640 tiền nợ nần nên số tiền mà công ty vay năm đầu sẽ được tính

$$1610640-30\sqrt{\left(4^2+12.4\right)^3}=1595280$$

Vậy công thức tính tiền nợ nần sẽ như sau:

$$D(t)=30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}+1595280$$

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả khi tìm ra được nguyên hàm của hàm số sẽ cộng thêm C luôn như bài toán tìm nguyên hàm bình thường. Tuy nhiên ở đây khoản nợ vay ban đầu đã cố định, tức là hằng số C đã cố định. Ta cần tìm hằng số để cộng thêm vào công thức.

Sai lầm thứ hai: Nhiều quý độc giả cộng luôn với 1610640 luôn nên dẫn đến sai lầm.

Sai lầm thứ ba: Không nhớ công thức $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

Câu 4: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t)=3at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là

$150m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. $8400\ m^3$ **B.** $2200\ m^3$

C. $600\ m^3$ **D.** $4200\ m^3$

Hướng dẫn:

Nhìn vào bài toán ta có thể nhận ra ngay đây là bài toán tính tích phân, vì đã có đạo hàm. Nên từ các dữ kiện đề cho ta có:

$$\int_0^5 \left(3at^2+bt\right)dt = \left(at^3+\frac{1}{2}bt^2\right)\Big|_0^5$$

$$=125a+\frac{25}{2}b=150$$

Tương tự ta có $1000a+50b=1100$

Vậy từ đó ta tính được $a=1; b=2$

Vậy thể tích nước sau khi bơm được 20 giây là

$$\int_0^{20} h'(t)dt = \left(t^3+t^2\right)\Big|_0^{20} = 8400.$$

Câu 5: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t)=3at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. 8400 m^3 **B.** 2200 m^3

C. 600 m^3 **D.** 4200 m^3

Hướng dẫn:

Ta có:

$$h(t)=\int h'(t)dt=\int\left(3at^2+bt\right)dt = at^3+b\frac{t^2}{2}+C$$

Do ban đầu hồ không có nước nên

$$h(0)=0 \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow h(t)=at^3+b\frac{t^2}{2}$$

Lúc 5 giây $h(5)=a.5^3+b.\frac{5^2}{2}=150$

Lúc 10 giây $h(10)=a.10^3+b.\frac{10^2}{2}=1100$

Suy ra $a=1, b=2$

$$\Rightarrow h(t)=t^3+t^2 \Rightarrow h(20)=20^3+20^2=8400m^3$$

Câu 6: Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc $20m/s$ thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn đi được bao nhiêu mét?

A. 10m **B.** 20m **C.** 30m **D.** 40m

Hướng dẫn:

Khi ca nô dừng thì

$$v(t)=0 \Leftrightarrow -5t+20=0 \Leftrightarrow t=4$$

Khi đó quãng đường đi được từ khi hết xăng là

Ta có $s=\int_0^4 (-5t+20)dt = \left(\frac{-5}{2}t^2+20t\right)\Big|_0^4 = 40\,m$.

Câu 7: Người ta thả một ít lá bèo vào hồ nước. Biết rằng sau 1 ngày, bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ và sau mỗi giờ lượng lá bèo tăng gấp 10 so với trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

A. $9-\log 3$ **B.** $9+\log 3$

C. $\frac{9-\log 3}{3}$ **D.** $3-\log 3$

Hướng dẫn:

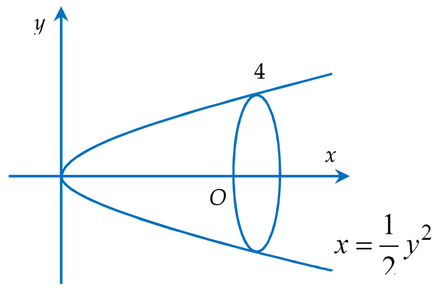
Gọi t là thời gian các lá bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ cái hồ. Vì tốc độ tăng không đổi, 1 giờ tăng gấp 10 lần nên ta có

$$10^t=\frac{1}{3}10^9 \Leftrightarrow \log 10^t = \log\frac{1}{3}10^9 \Leftrightarrow t=9-\log 3.$$

Câu 8: Một cái chuông có dạng như hình vẽ. Giả sử khi cắt chuông bởi mặt phẳng qua trục của chuông, được thiết diện có đường viền là một phần parabol (hình vẽ). Biết chuông cao 4m, và bán kính của miệng chuông là $2\sqrt{2}$. Tính thể tích chuông?

A. 6π **B.** 12π **C.** $2\pi^3$ **D.** 16π

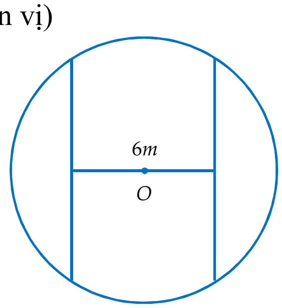
Hướng dẫn:



Xét hệ trục như hình vẽ, dễ thấy parabol đi qua ba điểm $(0;0),\left(4;2\sqrt{2}\right),\left(4;-2\sqrt{2}\right)$ nên có phương trình $x=\frac{y^2}{2}$. Thể tích của chuông là thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng $y=\sqrt{2}x, x=0, x=4$ quay quanh trục Ox. Do đó

Ta có $V=\pi\int_0^4 2xdx=\left(\pi x^2\right)\Big|_0^4=16\pi$

Câu 9: Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính $6m$. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng$/m^2$ Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



A. 8412322 đồng. **B.** 8142232 đồng.
C. 4821232 đồng. **D.** 4821322 đồng

Hướng dẫn:

Xét hệ trục tọa độ oxy đặt vào tâm khu vườn, khi đó phương trình đường tròn tâm O là $x^2+y^2=36$. Khi đó phần nửa cung tròn phía trên trục Ox có phương trình $y=\sqrt{36-x^2}=f(x)$

Khi đó diện tích S của mảnh đất bằng 2 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị $y=f(x)$ và hai đường thẳng $x=-3;\ x=3$

$$\Rightarrow S=2\int_{-3}^{3}\sqrt{36-x^2}dx$$

Đặt $x=6\sin t\Rightarrow dx=6\cos tdt$. Đổi cận:

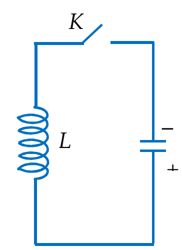
$x=-3\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6}$; $x=3\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow S=2\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}36\cos^2tdt=36\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(\cos 2t+1)\,dt$$

$$=18(\sin 2t+2t)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=18\sqrt{3}+12\pi$$

Do đó số tiền cần dùng là $70000.S\approx 4821322$ đồng

Câu 10: Cho mạch điện như hình vẽ dưới. Lúc đầu tụ điện có điện tích $Q_0(C)$. Khi đóng khóa K, tụ điện phóng điện qua cuộn dây L. Giả sử cường độ dòng điện tại thời điểm t phụ thuộc vào thời gian theo công thức $I=I(t)=Q_0\omega\cos(\omega t)$ (A), trong đó ω (rad/s) là tần số góc, $t\ge 0$ có đơn vị là giây (s). Tính điện lượng chạy qua một thiết diện thẳng của dây từ lúc bắt đầu đóng khóa K $(t=0)$ đến thời điểm $t=6\,(s)$.



A. $Q_0\omega\sin(6\omega)\,(C)$ **B.** $Q_0\sin(6\omega)\,(C)$
C. $Q_0\omega\cos(6\omega)\,(C)$ **D.** $Q_0\cos(6\omega)\,(C)$

Hướng dẫn:

Ta có biểu thức của cường độ dòng điện tại thời điểm t phụ thuộc vào thời gian là biểu thức đạo hàm của biểu thức điện lượn chạy qua tiết diện thẳng của dây, hay nói cách khác

Điện lượng chạy qua tiết diện S trong thời gian từ t_1 đến t_2 là $\Delta q=\int_{t_1}^{t_2}i.dt$.

Vậy $\Delta q=\int_0^6 Q_o\omega\cos(\omega t)\,dt$

$=Q_o\sin(\omega t)\Big|_0^6=Q_0\sin(6\omega)(C)$.

Đáp án **B.**

Câu 11: Một lực 50 N cần thiết để kéo căng một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên 5 cm đến 10 cm. Hãy tìm công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ 10 cm đến 13 cm?

A. 1,95J **B.** 1,59 J **C.** 1000 J **D.** 10000 J

Hướng dẫn:

Theo định luật Hooke, khi chiếc lò xo bị kéo căng thêm x m so với độ dài tự nhiên thì chiếc lò xo trì lại với một lực $f(x) = kx$ .Khi kéo căng lò xo từ 5 cm đến 10 cm, thì nó bị kéo căng thêm 5 cm = 0,05 m. Bằng cách này, ta được $f(0,05) = 50$ bởi vậy: $0.05k = 50 \Rightarrow k = \dfrac{50}{0.05} = 1000$

Do đó: $f(x) = 1000x$ và công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 10 cm đến 13 cm là:

$$W = \int_{0,05}^{0,08} 1000x dx = 1000\frac{x^2}{2}\Big|_{0,05}^{0,08} = 1,95J$$

Vậy chọn **A.**

Câu 12: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi h(t) là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu.

A. $8400m^3$ **B.** $2200m^3$

C. $6000m^3$ **D.** $4200m^3$

Hướng dẫn:

Ta có $h(t) = \int (3at^2 + bt)dt = at^3 + \dfrac{bt^2}{2}$.

Khi đo ta có hệ:

$$\begin{cases} 5^3.a + \frac{1}{2}.b.5^2 = 150 \\ 10^3.a + \frac{1}{2}.b.10^2 = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Khi đó $h(t) = t^3 + t^2$.

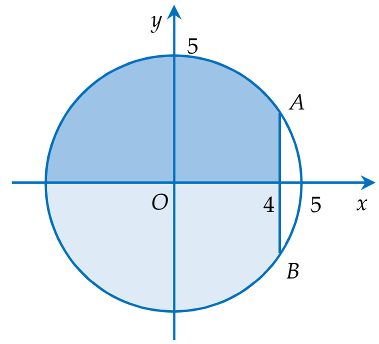
Vậy thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là $h(20) = 8400m^3$.

Đáp án: **B.**

Câu 13: Một người có mảnh đất hình tròn có bán kính 5m, người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được giá 100 nghìn. Tuy nhiên cần có khoảng trống để dựng chòi và đồ dùng nên người này căng sợi dây 6m sao cho 2 đầu mút dây nằm trên đường tròn xung quanh mảnh đất. Hỏi người này thu hoạch được bao nhiêu tiền (tính theo đơn vị nghìn và bỏ phần số thập phân).

A. 3722 **B.** 7445 **C.** 7446 **D.** 3723

Hướng dẫn:



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Phương trình đường tròn của miếng đất sẽ là $x^2 + y^2 = 25$

Diện tích cần tính sẽ bằng 2 lần diện tích phần tô đậm phía trên.

Phần tô đậm được giới hạn bởi đường cong có phương trình là $y = \sqrt{25 - x^2}$, trục $Ox; x = -5; x = 4$ (trong đó giá trị 4 có được dựa vào bán kính bằng 5 và độ dài dây cung bằng 6)

Vậy diện tích cần tính là

$$S = 2\int_{-5}^{4} \sqrt{25 - x^2}dx \approx 74,45228...$$

Do đó, đáp án là câu **B.**

Câu 14: Một người đứng từ sân thượng một tòa nhà cao 262m, ném một quả bi sắt theo phương thẳng đứng hướng xuống (bỏ qua ma sát) với vận tốc 20m/s. Hỏi sau 5s thì quả bi sắt cách mặt đất một đoạn Δd bao nhiêu mét? (Cho gia tốc trọng trường $a = 10\left(m/s^2\right)$)

A. 35 m **B.** 36 m **C.** 37 m **D.** 40 m

Hướng dẫn:

Quả bi sắt chịu tác dụng của trọng lực hướng xuống nên có gia tốc trọng trường $a = 10\left(m/s^2\right)$

Ta có biểu thức v theo thời gian t có gia tốc a là:

$v = \int adt = \int 10dt = 10t + C$

Ở đây, với: $t = 0, v = 20m/s$
$\Rightarrow C = 20$

Vậy ta biểu diễn biểu thức vận tốc có dạng: $v = 10t + 20\left(m/s\right)$

Lấy nguyên hàm biểu thức vận tốc, ta sẽ được biểu thức quãng đường:

$s = \int v dt$

$= \int (10t + 20) dt$

$= 5t^2 + 20t + K$

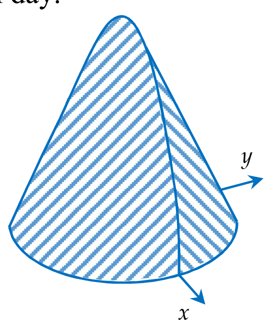
Theo đề bài, ta được khi $t = 0 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow K = 0$

Vậy biểu thức tọa độ quảng đường là: $s = 5t^2 + 20t \left(m/s^2 \right)$

Khi $t = 5s$, ta sẽ được $s = 225(m)$

Vậy quả bi cách mặt đất $\Delta d = 262 - 225 = 37(m)$.

Câu 15: Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây.

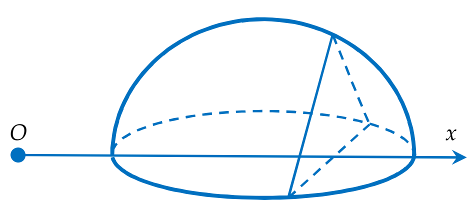


Đáy là hình tròn bán kính 4 cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:

A. $V = \frac{256}{3}$. **B.** $V = \frac{64}{3}$.

C. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn:



Chọn tâm đường tròn làm gốc.

Diện tích thiết diện là $S = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \sqrt{3}(4 - x^2)$

$V = \int_{-2}^{2} S(x)dx = \sqrt{4} \int_{-2}^{2} (4 - x^2)dx = \frac{64}{3}$

Câu 16: Một chiếc xe đang chạy với vận tốc 100Km/h thì đạp phanh dừng lại, vận tốc của xe giảm dần theo công thức $v(t) = -5000t + 100$ (Km/h) cho đến khi dừng lại. Hỏi xe chạy thêm được bao nhiêu *met* thì dừng lại.

A. 25 **B.** 1 **C.** 10^3 **D.** 10^{-3}

Hướng dẫn:

Xe dừng lại nên $v = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{50}$

Phương trình quãng đường

$S(t) = \int v(t) dt = -2500t^2 + 100t$

Quảng đường xe đi được

$S = -2500.\left(\frac{1}{50} \right)^2 + 100.\frac{1}{50} = 1Km = 10^3 m$

Câu 17: Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ *x* có số lượng là $N(x)$. Biết rằng $N'(x) = \frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con .Vậy ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn là?

A. 10130. **B.** 5130. **C.** 5154. **D.** 10129.

Hướng dẫn:

Thực chất đây là một bài toán tìm nguyên hàm. Cho $N'(x)$ và đi tìm $N(x)$.

Ta có $\int \frac{2000}{1+x} dx = 2000.\ln|1 + x| + 5000$ (Do ban đầu khối lượng vi khuẩn là 5000) **.**

Với $x = 12$ thì số lượng vi khuẩn là ≈ 10130 con

Câu 18: Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $\frac{4300}{3}$ m. **B.** 4300 m.

C. 430 m. **D.** $\frac{430}{3}$ m.

Hướng dẫn:

• Hàm vận tốc

$v(t) = \int a(t) dt = \int \left(3t + t^2 \right) dt = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$

• Lấy mốc thời gian lúc tăng tốc

$\Rightarrow v(0) = 10 \Rightarrow C = 10$

Ta được: $v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10$

• Sau 10 giây, quãng đường vật đi được là:

$s = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \right) dt = \left. \left(\frac{t^3}{2} + \frac{t^4}{12} + 10t \right) \right|_0^{10}$

$= \frac{4300}{3}$ m.

Câu 19: Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là $24,5\left(m/s\right)$ và gia tốc trọng trường là $9,8\left(m/s^2\right)$. Quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là (coi như viên đạn được bắn lên từ mặt đất)

A. $61,25\left(m\right)$ **B.** $30,625\left(m\right)$

C. $29,4\left(m\right)$ **D.** $59,5\left(m\right)$

Hướng dẫn:

Chọn chiều dương từ mặt đất hướng lên trên, mốc thời gian $t=0$ bắt đầu từ khi vật chuyển động.

Ta có vận tốc viên đạn theo thời gian t là $v\left(t\right)=v_0-gt=24,5-9,8t\ \ \left(m/s\right)$

Khi vật ở vị trí cao nhất thì có vận tốc bằng 0 tương ứng tại thời điểm $t=\frac{5}{2}$

Quãng đường viên đạn đi được từ mặt đất đến vị trí cao nhất là

$$S\left(t\right)=\int_0^{\frac{5}{2}}\left|v\left(t\right)\right|dt=\int_0^{\frac{5}{2}}\left|24,5-9,8t\right|dt=\frac{245}{8}$$

Vậy quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là $2.\frac{245}{8}=61,25\left(m\right)$

Câu 20: Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1\left(t\right)=2t+10\left(m/s\right)$ sau khi đi được một khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2\left(t\right)=20-4t\left(m/s\right)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Biết tổng thời gian từ lúc xuất phát đến lúc dừng lại là 4 (s). Hỏi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét.

A. 57 m **B.** 64 m **C.** 50 m **D.** 47 m

Hướng dẫn:

Đến lúc phanh vận tốc của xe là: $2t_1+10$ đó cũng là vận tốc khởi điểm cho quãng đường đạp phanh; sau khi đi thêm t_2 thì vận tốc là 0 nên $2t_1+10=20-4t_2\Leftrightarrow t_1+2t_2=5$.

Lại có $t_1+t_2=4$ lập hệ được $t_1=3\ s;\ t_2=1\ s$.

Tổng quãng đường đi được là:

$$S=\int_0^3\left(2x+10\right)dx+\int_0^1\left(20-4x\right)dx=57\left(m\right).$$

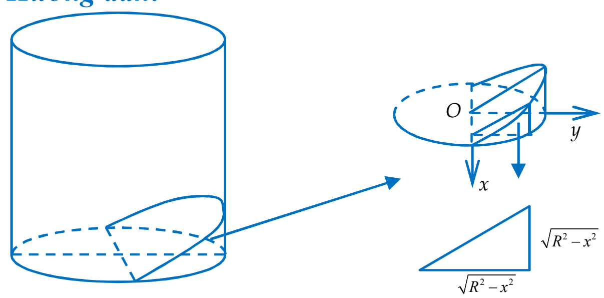
Chọn **A.**

Câu 21: Cho một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng R. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45^0. Thể tích của khối gỗ bé là:

A. $V=\frac{2R^3}{3}$. **B.** $V=\frac{\pi R^3}{6}$.

C. $V=\frac{R^3}{3}$. **D.** $V=\frac{\pi R^3}{3}$.

Hướng dẫn:



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Cắt khối gỗ bé bởi các mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ta được thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng $A(x)=\frac{1}{2}\sqrt{R^2-x^2}$. Vậy thể tích khối gỗ bé bằng: $V=\int_{-R}^{R}\frac{1}{2}\sqrt{R^2-x^2}=\frac{2R^3}{3}$.

Đáp án **A.**

Câu 22: Một vật di chuyển với gia tốc $a\left(t\right)=-20\left(1+2t\right)^{-2}\left(m/s^2\right)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30m/s$ Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S=106m$. **B.** $S=107m$.

C. $S=108m$. **D.** $S=109m$.

Hướng dẫn:

Ta có

$$v\left(t\right)=\int a\left(t\right)dt=\int -20\left(1+2t\right)^{-2}dt=\frac{10}{1+2t}+C.$$

Theo đề ta có

$v\left(0\right)=30\Leftrightarrow C+10=30\Leftrightarrow C=20$.

Vậy quãng đường vật đó đi được sau 2 giây là:

$$S=\int_0^2\left(\frac{10}{1+2t}+20\right)dt=\left(5\ln\left(1+2t\right)+20t\right)\Big|_0^2$$

$$=5\ln 5+100\approx 108m$$

Câu 23: Một vật chuyển động với vận tốc v(t) (m/s) có gia tốc $a(t)=3t^2+t$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s). Hỏi vận tốc của vật sau 2s.

A. 10 m/s **B.** 12 m/s **C.** 16 m/s **D.** 8 m/s.

Hướng dẫn:

Ta có

$$v(t)=\int a(t)\,dt=\int(3t^2+t)\,dt=t^3+\frac{t^2}{2}+C \text{ (m/s)}.$$

Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s)

$\Rightarrow v(0)=2\Rightarrow C=2$.

Vậy vận tốc của vật sau 2s là:

$$V(2)=2^3+\frac{2^2}{2}+2=12 \text{ (m/s)}.$$

Câu 24: Một ô tô chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe đạp phanh còn được gọi là "thắng". Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-40t+20(m/s)$. Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

A. 2m **B.** 3m **C.** 4m **D.** 5m

Hướng dẫn:

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh (t=0)

Gọi T là thời điểm ô tô dừng lại. Khi đó vận tốc lúc dừng là v(T) = 0

Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng là

$$v(T)=0\Leftrightarrow -40T+20=0\Leftrightarrow T=\frac{1}{2}$$

Gọi s(t) là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian T.

Ta có $v(t)=s'(t)$ suy ra s(t) là nguyên hàm của *v(t)*

Vậy trong ½ (s) ô tô đi được quãng đường là:

$$\int_t^T v(t)dt=\int_0^{\frac{1}{2}}(-40t+20)dt=(-20t^2+20t)\Big|_0^{1/2}=5(m)$$

Câu 25: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t)dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi.

B. Nếu dầu rò rỉ từ một cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t, thì $\int_0^{120} r(t)dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên.

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t)dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng.

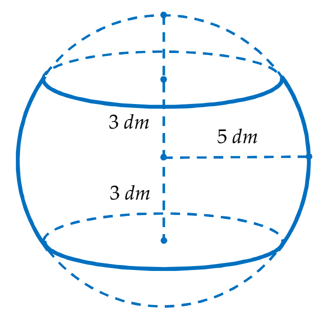
Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 26: Một khối cầu có bán kính 5*dm*, người ta cắt bỏ 2 phần bằng 2 mặt phẳng vuông góc bán kính và cách tâm 3dm để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.

A. $132\pi\ (dm^3)$ **B.** $41\pi\ (dm^3)$

C. $\frac{100}{3}\pi\ (dm^3)$ **D.** $43\pi\ (dm^3)$

Hướng dẫn:



Đặt hệ trục với tâm *O*, là tâm của mặt cầu; đường thẳng đứng là *Ox*, đường ngang là *Oy*; đường tròn lớn có phương trình $x^2+y^2=25$.

Thể tích là do hình giới hạn bởi *Ox*, đường cong $y=\sqrt{25-x^2}$, $x=3, x=-3$ quay quanh *Ox*.

$$V=\pi\int_{-3}^{3}(25-x^2)dx=132\pi \quad \text{(bấm máy)}$$

Câu 27: Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc a(t) = 3t + t² (m/s²). Hỏi quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc ?

A. 11100 **B.** $\frac{6800}{3}m$

C. $\frac{4300}{3}m$ **D.** $\frac{5800}{3}m$

Hướng dẫn:

Ta có $v(t) = t^3 + t^2 + c$

$v(0) = 10 \Leftrightarrow c = 10 \Rightarrow v(t) = t^3 + t^2 + 10$

$$S = \int_0^{10} (t^3 + t^2 + 10)\,dt = \quad (m)$$

Đáp án **C.**

Câu 28: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3s trước khi dừng hẳn vật chuyển động được bao nhiêu mét ?

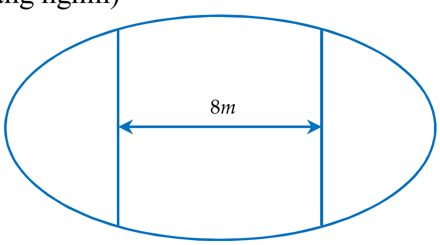
A. 16 m **B.** 130 m **C.** 170 m **D.** 45 m

Hướng dẫn:

$v = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16$

Quãng đường vật đi được trong 3s trước khi dừng hẳn là: $S = \int_{13}^{16} (160 - 10t)dt = 45m$

Câu 29: Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng *16m* và độ dài trục bé bằng *10m.* Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng *8m* và nhận trục bé của elip làm trụ đối xứng(như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa 100.000 đồng/1 m^2. Hỏi Ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



A. 7.862.000 đồng **B.** 7.653.000 đồng

C. 7.128.000 đồng **D.** 7.826.000 đồng

Hướng dẫn:

Phương trình elip là: $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{25} = 1$.

Ta có: diện tích mảnh vườn cần tìm được chia làm 2 qua trục lớn, gọi diện tích 1 phần là S.

Gắn tâm elip là O, trục lớn là Ox, trục bé là Oy.

Sử dụng ứng dụng tích phân, diện tích phần này sẽ giới hạn qua đường cong $y = \sqrt{25 - \dfrac{25x^2}{64}}$ và 2 đường $x = 4; x = -4$.

Ta có: $S = \int\limits_{-4}^{4} \sqrt{25 - \dfrac{25x^2}{64}} dx = 38,2644591$

(Sử dụng CASIO, tuy nhiên có thể giải thông thường qua đặt $x = 8\sin t$)

Như vậy số tiền cần có là:

$38,2644591.2.100000 = 7652891 \approx 7653000$

Câu 30: Gọi $h(t)(\text{cm})$ là mực nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

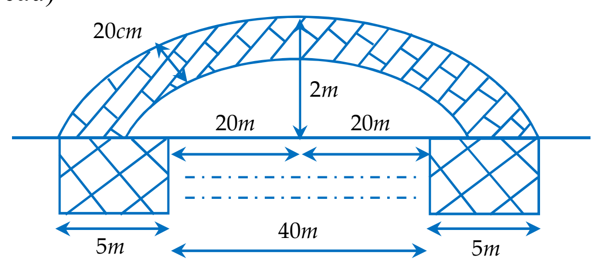
A. 2,33 cm. **B.** 5,06 cm.

C. 2,66 cm. **D.** 3,33 cm.

Hướng dẫn: $h(t) = \int \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}dt$, $h(0) = 0$

$\Rightarrow h(6) = 2,66$

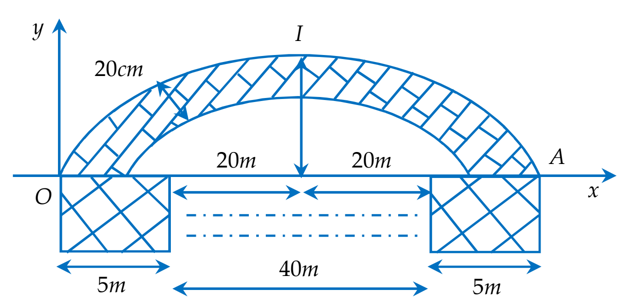
Câu 31: Thành phố định xây cây cầu bắc ngang con sông dài 500m, biết rằng người ta định xây cầu có 10 nhịp cầu hình dạng parabol,mỗi nhịp cách nhau 40m, biết 2 bên đầu cầu và giữa mối nhịp nối người ta xây 1 chân trụ rộng 5m. Bề dày nhịp cầu không đổi là 20cm. Biết 1 nhịp cầu như hình vẽ. Hỏi lượng bê tông để xây các nhịp cầu là bao nhiêu (bỏ qua diện tích cốt sắt trong mỗi nhịp cầu)



A. $20m^3$ **B.** $50m^3$ **C.** $40m^3$ **D.** $100m^3$

Hướng dẫn:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với gốc O(0;0) là chân cầu (điểm tiếp xúc Parabol trên), đỉnh I(25; 2), điểm A(50;0) (điểm tiếp xúc Parabol trên với chân đế)



Gọi Parabol trên có phương trình

$(P_1): y_1 = ax^2 + bx + c = ax^2 + bx$ (do (P) đi qua O)

$\Rightarrow y_2 = ax^2 + bx - \dfrac{20}{100} = ax^2 + bx - \dfrac{1}{5}$ là phương trình parabol dưới

Ta có (P_1) đi qua I và A

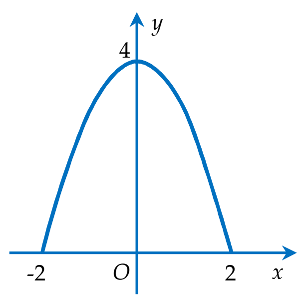
$\Rightarrow (P_1): y_1 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \Rightarrow y_2 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x - \frac{1}{5}$

Khi đó diện tích mỗi nhịp cầu là $S = 2S_1$ với S_1 là phần giới hạn bởi $y_1; y_2$ trong khoảng $(0;25)$

$$S = 2\left(\int_0^{0,2}(-\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x)dx + \int_{0,2}^{25}\frac{1}{5}dx\right) \approx 9,9m^2$$

Vì bề dày nhịp cầu không đổi nên coi thể tích là tích diện tích và bề dày $V = S.0,2 \approx 9,9.0,2 \approx 1,98m^3 \Rightarrow$ số lượng bê tông cần cho mỗi nhịp cầu $\approx 2m^3$. Vậy 10 nhịp cầu 2 bên cần $\approx 40m^3$ bê tông. Chọn đáp án **C.**

Câu 32: Có một người cần làm một cái của cổng cố xưa, có hình dạng một parabol bậc hai như hình vẽ. Giả sử đặt cánh cổng vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ (mặt đất là trục Ox). Hãy tính diện tích của cánh cửa cổng.



A. $\frac{16}{3}$ **B.** $\frac{32}{3}$ **C.** 16 **D.** $\frac{28}{3}$

Hướng dẫn:

.Dựa vào đồ thị, ta xây dựng được công thức của hàm số là $y = 4 - x^2$.

.Diện tích là: $S = \int_{-2}^{2}(4 - x^2)dx = \frac{32}{3}$.

Vậy đáp án là **B.**

Câu 33: Trong hệ trục Oxy, cho tam giác OAB vuông ở A, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất. A nằm trên trục hoành, OB = 2017. Góc $\widehat{AOB} = \alpha$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{3}\right)$. Khi quay tam giác đó quanh trục Ox ta được khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón lớn nhất khi:

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Hướng dẫn:

Phương trình đường thẳng

$OB: y = x.\tan\alpha;\quad OA = 2017\cos\alpha.$

Khi đó thể tích nón tròn xoay là:

$$V = \pi\int_0^{2017.\cos\alpha} x^2\tan^2\alpha.dx = \frac{2017^3.\pi}{3}.\cos\alpha.\sin^2\alpha$$

$$= \frac{2017^3.\pi}{3}.\cos\alpha\left(1 - \cos^2\alpha\right).$$

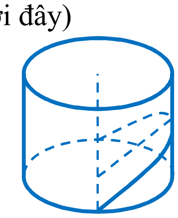
Đặt $t = \cos\alpha \Rightarrow t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Xét hàm số $f(t) = t\left(1 - t^2\right),\ t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

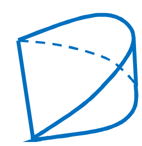
Ta tìm được $f(t)$ lớn nhất khi

$t = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 34: Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30cm, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45^0 để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới đây)



Hình 1



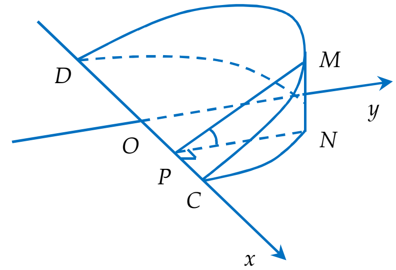
Hình 2

Kí hiệu V là thể tích của hình nêm (Hình 2). Tính V.

A. $V = 2250\left(cm^3\right)$ **B.** $V = \frac{225\pi}{4}\left(cm^3\right)$

C. $V = 1250\left(cm^3\right)$ **D.** $V = 1350\left(cm^3\right)$

Hướng dẫn:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó hình nêm có đáy là nửa hình tròn có phương trình:

$y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15;15]$

Một một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, \left(x \in \left[-15;15\right]\right)$ cắt hình nêm theo thiết diện có diện tích là $S\left(x\right)$ (xem hình).

Dễ thấy $NP = y$

và $MN = NP\tan 45^0 = y = \sqrt{15 - x^2}$

Khi đó $S\left(x\right) = \frac{1}{2}MN.NP = \frac{1}{2}.\left(225 - x^2\right)$

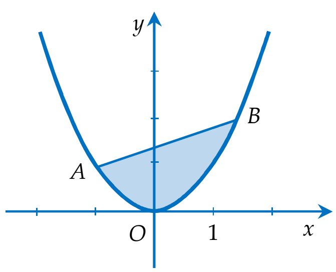
Suy ra thể tích hình nêm là: $V = \int\limits_{-15}^{15} S\left(x\right)dx$

$= \frac{1}{2}\int\limits_{-15}^{15}.\left(225 - x^2\right)dx = 2250\left(cm^3\right)$

Câu 35: Cho parabol (P) $y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho AB = 2. Tìm A, B sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn:



Giả sử $A\left(a;a^2\right), B\left(b,b^2\right) \in \left(P\right)\left(b > a\right)$ sao cho AB = 2

Phương trình đường thẳng AB: $y = \left(b+a\right)x - ab$

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm, ta có

$S = \int\limits_a^b |\left(b+a\right)x - ab - x^2|dx$

$= \int\limits_a^b [\left(b+a\right)x - ab - x^2]dx = \frac{1}{6}\left(b-a\right)^3$

Vì AB = 2 nên $|b-a| = b - a \le 2 \Rightarrow S \le \frac{4}{3}$

Câu 36: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) với y<0 và trục hoành, S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) với y>0 và trục hoành. Với giá trị nào của m thì $S = S'$?

A. $m = 2$ **B.** $m = \frac{2}{9}$ **C.** $m = \frac{20}{9}$ **D.** $m = 1$

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^4 - 4x^2 + m = 0$ (*)

Đặt $x^2 = t;\ t \ge 0$, phương trình trở thành:

$t^2 - 4t + m = 0$ (**)

Để S>0, S'>0 thì 0<m<4. Khi đó (*) có 4 nghiệm phân biệt $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$ với $t_1;\ t_2, \left(t_1 < t_2\right)$ là hai nghiệm dương phân biệt của (**)

Do đồ thị hàm số hàm bậc 4 nhận Oy làm trục đối xứng nên

$$S = S' \Leftrightarrow \int\limits_0^{\sqrt{t_1}} \left(x^4 - 4x^2 + m\right)dx = \int\limits_{\sqrt{t_2}}^{\sqrt{t_1}} \left(x^4 - 4x^2 + m\right)dx$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{\sqrt{t_2}} \left(x^4 - 4x^2 + m\right)dx = 0 \Leftrightarrow \frac{t_2^2}{5} - \frac{4t_2}{3} + m = 0$$

Kết hợp với (**) ta được $m = \frac{20}{9}$.

Câu 37: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc a(m/s) thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc v(t) = -5t + a(m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ vận tốc ban đầu a của ô tô là bao nhiêu, biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét.

A. $a = 20$ **B.** $a = 10$ **C.** $a = 40$ **D.** $a = 25$

Hướng dẫn:

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên

$-5\text{t} + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$

Ta có $S = \int\limits_0^{\frac{a}{5}} v(\text{t})dt = \int\limits_0^{\frac{a}{5}} (-5\text{t} + a)dt = \frac{1}{10}a^2$

$S = 40 \Leftrightarrow \frac{1}{10}a^2 = 40 \Leftrightarrow a = 20$

Câu 38: Một thanh AB có chiều dài là 2a ban đầu người ta giữ thanh ở góc nghiêng $\alpha = \alpha_o$, một đầu thanh tựa không ma sát với bức tường thẳng đứng. Khi buông thanh, nó sẽ trượt xuống dưới tác dụng của trọng lực. Hãy biểu diễn góc α theo thời gian t (Tính bằng công thức tính phân)

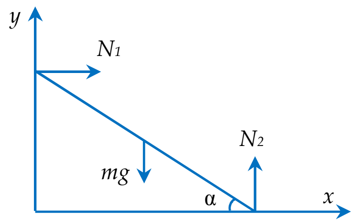
A. $t = -\int\limits_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha\ )}}$

B. $t = -\int\limits_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3g}{2a}(\sin\alpha_o + \sin\alpha\ )}}$

C. $t=-\int_{\alpha_o}^{\alpha}\dfrac{d\alpha}{\sqrt{\dfrac{3g}{a}(\sin\alpha_o-\sin\alpha\ )}}$

D. $t=-\int_{\alpha_o}^{\alpha}\dfrac{d\alpha}{\sqrt{\dfrac{3g}{2a}(\sin\alpha_o-\sin\alpha\ )}}$

Hướng dẫn:



Do trượt không ma sát nên cơ năng của thanh được bảo toàn

$mga\sin\alpha_o=mga\sin\alpha+K_q+K_{tt}$ (1)

Do khối tâm chuyển động trên đường tròn tâm O bán kính a nên: $K_{tt}=\dfrac{ma^2\omega^2}{2}=\dfrac{1}{2}ma^2\alpha'^2$

Động năng quay quanh khối tâm:

$K_q=\dfrac{1}{2}I\omega^2=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{12}m(2a)^2\alpha'^2=\dfrac{1}{6}ma^2\alpha'^2$

Thay vào (1) ta được: $\dfrac{2}{3}a\alpha'^2=g(\sin\alpha_o-\sin\alpha)$

$\alpha'=-\sqrt{\dfrac{3g}{2a}(\sin\alpha_o-\sin\alpha\ )}$

$t=-\int_{\alpha_o}^{\alpha}\dfrac{d\alpha}{\sqrt{\dfrac{3g}{2a}(\sin\alpha_o-\sin\alpha\ )}}$

Câu 39: Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=5t+1$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị mét. Quãng đường vật đó đi được trong 10 giây đầu tiên là:

A. $15m$. **B.** $620m$. **C.** $51m$. **D.** $260m$.

Hướng dẫn:

$$S=\int_0^{10}(5t+1)\,dt=260\ (m)$$

Câu 40: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\ (m/s^2)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30\,(m/s)$. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (m là mét, s là giây).

A. 46 m. **B.** 48 m. **C.** 47 m. **D.** 49 m.

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 41: Một đám vi trùng ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\dfrac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250.000 con. Sau 10 ngày số lượng vi trùng là (lấy xấp xỉ hang đơn vị):

A. 264.334 con. **B.** 257.167 con.

C. 258.959 con **D.** 253.584 con.

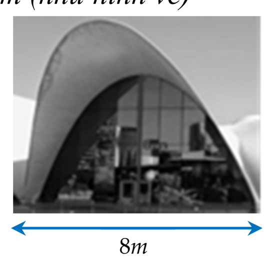
Hướng dẫn:

$N(t)=\int\dfrac{4000}{1+0,5t}dt=8000.\ln(1+0,5t)+C$

$N(0)=250000\ \Rightarrow C=250000$

$N(10)=264.334$ con

Câu 42: Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hoá có dạng hình Parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cường lực cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao *8m* và rộng *8m (như hình vẽ)*



A. $\dfrac{28}{3}(m^2)$ **B.** $\dfrac{26}{3}(m^2)$

C. $\dfrac{128}{3}(m^2)$ **D.** $\dfrac{131}{3}(m^2)$

Hướng dẫn:

Đáp án đúng: **C.**

Các phương án nhiễu:

A. HS tính tích phân sai:

$$S=\int_{-4}^{4}\left|-\frac{1}{2}x^2+8\right|dx=\frac{28}{3}\ (m^2)$$

B. HS tính tích phân sai

$$S=\int_{-4}^{4}\left|-\frac{1}{2}x^2+8\right|dx=\frac{26}{3}\ (m^2)$$

D. HS nhầm a = $-\dfrac{1}{2}$, b= 8, c = 0

$$S=\int_{-4}^{4}\left|-\frac{1}{2}x^2+8x\right|dx=\frac{131}{3}\ (m^2)$$

DẠNG 6: CÁC BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ KHÁC

Câu 1: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây một nhóm các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể được dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A. $7\times\log_3 25$. **B.** $3^{\frac{25}{7}}$.

C. $7\times\frac{24}{3}$. **D.** $7\times\log_3 24$.

Hướng dẫn:

Gọi A là lượng bèo ban đầu, để phủ kín mặt hồ thì lượng bèo là $\frac{100}{4}A$.

Sau 1 tuần số lượng bèo là $3A$ suy ra sau n tuần lượng bèo là: $3^n.A$

Để lượng bèo phủ kín mặt hồ thì

$$3^n.A=\frac{100}{4}.A\Rightarrow n=\log_3\frac{100}{4}=\log_3 25$$

$\Rightarrow$ thời gian để bèo phủ kín mặt hồ là:

$t=7\log_3 25$. Chọn **A.**

Câu 2: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 17 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 14 cm; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa tổng hợp vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 30 cm. Biết chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 390 cm. Tính lượng vữa hỗn hợp cần dùng (tính theo đơn vị m^3, làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy). Ta có kết quả:

A. 1,3 m^3 **B.** 2,0 m^3 **C.** 1,2 m^3 **D.** 1,9 m^3

Hướng dẫn:

Với cột bê tông hình lăng trụ: Đáy của mỗi cột là hình lục giác đều có diện tích bằng 6 tam giác đều cạnh 14 cm, mỗi tam giác có diện tích là $\frac{14^2\sqrt{3}}{4}\left(cm^3\right)$

Với cột bê tông đã trái vữa hình trụ: Đáy của mỗi cột là hình tròn bán kính 15 cm nên có diện tích là $15^2\pi\left(cm^2\right)$

Số lượng vữa cần trát thêm vào tất cả 17 cột, mỗi cột cao 290 cm là:

$$17.390\left(15^2\pi-6.\frac{14^2\sqrt{3}}{4}\right)=1,31.10^6cm^3=1,31m^3$$

Chọn **A.**

Câu 3: Số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM năm không nhuận được cho bởi $y=4\sin\left(\frac{\pi}{178}(x-60)\right)+10$ với $1\le x\le 365$ là số ngày trong năm. Ngày $25/5$ của năm thì số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM gần với con số nào nhất ?

A. $2h$ **B.** $12h$ **C.** $13h30$ **D.** $14h$

Hướng dẫn:

Ngày 25/5 là ngày thứ 145 của năm

Số giờ y = 14

Câu 4: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t (phút). Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

A. 48 phút. **B.** 19 phút.

C. 7 phút. **D.** 12 phút.

Hướng dẫn:

Đáp án **C.**

Theo giả thiết

$$\Rightarrow 62500=s(0).2^3\rightarrow s(0)=\frac{625000}{8}$$

Khi số vi khuẩn là 10 triệu con thì

$$10^7=s(0).2^t\Rightarrow 2^t=128\Rightarrow t=7\ \text{(phút)}$$

Câu 5: Người ta khảo sát gia tốc a(t) của một vật thể chuyển động (t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc vật thể bắt đầu chuyển động) từ giây thứ nhất đến giây thứ 10 và ghi nhận được a(t) là một hàm số liên tục có đồ thị như hình bên. Hỏi trong thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ 10 được khảo sát đó, thời điểm nào vật thể có vận tốc lớn nhất?

A. giây thứ nhất **B.** giây thứ 3
C. giây thứ 10 **D.** giây thứ 7

- Phương pháp:

+ a là đạo hàm của v, v đạt cực trị khi a = 0

Vậy nên vận tốc của vật sẽ lớn nhất tại thời điểm mà a=0 và gia tốc đổi từ dương sang âm (vận tốc của vật sẽ nhỏ nhất tại thời điểm mà a=0 và gia tốc đổi từ âm sang dương)

Hướng dẫn:

+ Nhìn vào đồ thị ta thấy Trong thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ 10 thì chỉ có tại giây thứ 3 gia tốc a = 0 và gia tốc đổi từ dương sang âm

Vậy nên tại giây thứ 3 thì vận tốc của vật là lớn nhất.

Câu 6: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng nạp được tính theo công thức $Q(t)=Q_0\left(1-e^{\frac{-3t}{2}}\right)$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Nếu điện thoại nạp pin từ lúc cạn pin (tức là dung lượng pin lúc bắt đầu nạp là 0%) thì sau bao lâu sẽ nạp được 90% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $t\approx 1,54h$ **B.** $t\approx 1,2h$
C. $t\approx 1h$ **D.** $t\approx 1,34h$

- Phương pháp:

$e^x=a\Rightarrow x=\ln a$

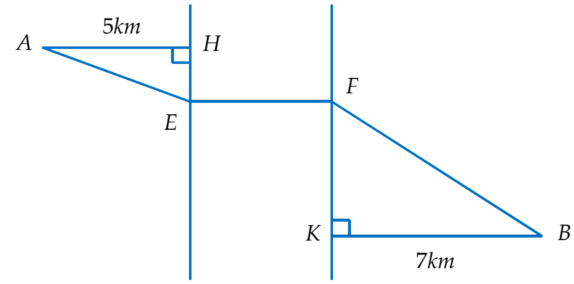
Hướng dẫn:

+ Pin nạp được 90% tức là $Q(t)=Q_0.0,9$

$$\to Q(t)=Q_0.0,9=Q_0\left(1-e^{\frac{-3t}{2}}\right)$$

$$\Rightarrow e^{\frac{-3t}{2}}=0,1\Rightarrow \frac{-3t}{2}=\ln 0,1\Rightarrow t\approx 1,54h$$

Câu 7: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắt qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7 km (hình vẽ), biết tổng độ dài $HE+HF=24(km)$. Hỏi cây cầu cách thành phố A một khoảng là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường AEFB)



A. $5\sqrt{3}km$ **B.** $10\sqrt{2}km$
C. $5\sqrt{5}km$ **D.** $7,5km$

Hướng dẫn:

Đặt $HE=x$ và $KF=y$, theo giả thiết ta có

$HE+KF=x+y=24$

Xét các tam giác vuông AHE và BKF, ta được

$$\begin{cases} AE=\sqrt{AH^2+HE^2}=\sqrt{x^2+25}\\ BF=\sqrt{BK^2+KF^2}=\sqrt{y^2+49}\end{cases}$$

Vì độ dài cầu EF là không đổi nên để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất theo con đường AEFB thì $AE+EF+FB$ ngắn nhất. Hay $AE+BF$ ngắn nhất.

Ta có $P=AE+BF=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{y^2+49}$ với $x+y=24, x>0, y>0$

Cách 1: Sử dụng bất đẳng thức

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$$

với mọi $a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Vì $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$

$\Leftrightarrow (ad-bc)^2\ge 0,\forall a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Sử dụng bất đẳng thức trên, ta được

$$P=\sqrt{x^2+5^2}+\sqrt{y^2+7^2}\ge\sqrt{(x+y)^2+(5+7)^2}=12\sqrt{5}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{5}=\frac{y}{7}$ suy ra $x=10, y=14$ nên $AE=5\sqrt{5}km$

Cách 2: Với $x+y=24\Leftrightarrow y=24-x$,

$\Rightarrow P=f(x)=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2-48x+625}$

với $0<x<24$

Có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}}$,

$\forall x\in(0;24); f'(x)=0\Leftrightarrow x=10$

Do đó $\min f(x)=12\sqrt{5} \Leftrightarrow x=10$

$\Rightarrow AE=5\sqrt{5}\,km$. Chọn **C.**

Câu 8: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?" Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dì có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vỏn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 21 **B.** 22 **C.** 19 **D.** 20

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 9: E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

A. 48 giờ. **B.** 24 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 10: Một cái tháp hình nón có chu vi đáy bằng 207,5 m. Một học sinh nam muốn đo chiều cao của cái tháp đã làm như sau. Tại thời điểm nào đó, cậu đo bóng của mình dài 3,32 m và đồng thời đo được bóng của cái tháp (kể từ chân tháp) dài 207,5 m. Biết cậu học sinh đó cao 1,66 m, hỏi chiều cao của cái tháp dài bao nhiêu m?

A. $h=103,75+\dfrac{51,875}{\pi}$ **B.** $h=103+\dfrac{51,87}{\pi}$

C. $h=103,75+\dfrac{25,94}{\pi}$ **D.** $h=103,75$

Hướng dẫn:

Đáp án **A.**

Ta có:

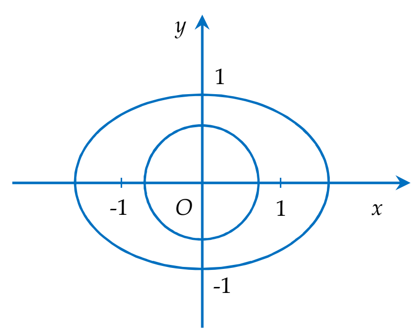
$$\frac{1,66}{3,32}=\frac{h}{\dfrac{207,5}{2\pi}+207,5}\Rightarrow h=103,75+\frac{51,875}{\pi}$$

Câu 11: Người ta cần trồng hoa tại phần đất nằm phía ngoài đường tròn tâm gốc tọa độ, bán kính bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và phía trong của Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{2}$ và độ dài trục nhỏ bằng 2 (như hình vẽ). Trong mỗi một đơn vị diện tích cần bón $\dfrac{100}{\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}$ kg phân hữu cơ. Hỏi cần sử dụng bao nhiêu kg phân hữu cơ để bón cho hoa?

A. 30 kg **B.** 40 kg **C.** 50 kg **D.** 45 kg

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 12: Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?



A. $\dfrac{40}{9+4\sqrt{3}}m$ **B.** $\dfrac{180}{9+4\sqrt{3}}m$

C. $\dfrac{120}{9+4\sqrt{3}}m$ **D.** $\dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}m$

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 13: Một bể nước có dung tích 1000 lít. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

A. 3,14 giờ **B.** 4,64 giờ

C. 4,14 giờ **D.** 3,64 giờ

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 14: Một thanh AB có chiều dài là 2a ban đầu người ta giữ thanh ở góc nghiêng $\alpha = \alpha_o$, một đầu thanh tựa không ma sát với bức tường thẳng đứng. Khi buông thanh, nó sẽ trượt xuống dưới tác dụng của trọng lực. Tính góc $\sin\alpha$ khi thanh rời khỏi tường

A. $\sin\alpha = \frac{1}{3}\sin\alpha_o$ **B.** $\sin\alpha = \frac{2}{3}\sin\alpha_o$

C. $\sin\alpha = \frac{2}{5}\sin\alpha_o$ **D.** $\sin\alpha = \frac{4}{3}\sin\alpha_o$

Hướng dẫn:

Xét chuyển động khối tâm của thanh theo phương Ox: $N_1 = mx"$. Tại thời điểm thanh rời tường thì $N_1 = 0 \to x" = 0$

Toạ độ khối tâm theo phương x là: $x = a\cos\alpha$

Đạo hàm cấp 1 hai vế: $x' = -a\sin\alpha.\alpha'$

Đạo hàm cấp 2 hai vế:

$x" = -a\left(\cos\alpha.\alpha'^2 + \sin\alpha.\alpha"\right) = a\left(\cos\alpha.\alpha'^2 + \sin\alpha.\alpha"\right)$

Khi $x" = 0 \to \cos\alpha.\alpha'^2 = -\sin\alpha.\alpha"$ (2)

Từ (1) suy ra: $\frac{2}{3}a\alpha'^2 + g\sin\alpha = g\sin\alpha_o$

Lấy đạo hàm 2 vế: $\frac{4}{3}a\alpha".\alpha' + g\cos\alpha.\alpha' = 0$

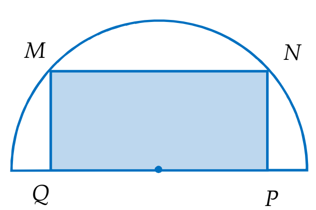
Hay: $\alpha" = -\frac{3g}{4a}\cos\alpha$

Thay vào (2) ta có phương trình:

$\cos\alpha.\frac{3g}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha) = -\sin\alpha.\left(-\frac{3g}{4a}\cos\alpha\right)$

$\sin\alpha = 2(\sin\alpha_o - \sin\alpha) \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{2}{3}\sin\alpha_o$

Câu 15: Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:



A. $6\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 9 **D.** 7

Hướng dẫn:

Gọi O là tâm hình bán nguyệt,

$MQ = x \Rightarrow OQ = \sqrt{3^2 - x^2}$

$S_{hcn} = 4S_{MQO} = 2x.\sqrt{3^2 - x^2} \le x^2 + 3^2 - x^2 = 9$

(áp dụng bđt côsi).

Vậy $S_{hcn} \le 9$

Câu 16: Người ta tiến hành mạ vàng chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật có nắp. Thể tích của hộp là 1000 cm^3, chiều cao của hộp là 10cm. Biết rằng đơn giá mạ vàng là 10.000 đ/ cm^2. Gọi x (triệu đồng) là tổng số tiền bỏ ra khi mạ vàng cả mặt bên trong và mặt bên ngoài chiếc hộp. Tìm giá trị nhỏ nhất của x.

A. 12 triệu. **B.** 6 triệu.

C. 8 triệu. **D.** 4 triệu.

Hướng dẫn: Đáp án **A.**

Câu 17: Anh Phong có một cái ao với diện tích $50\,m^2$ để nuôi cá điêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình, anh thấy cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5kg. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới ông nên mua bao nhiêu cá giống để thả ? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con **B.** 658 con

C. 342 con **D.** 512 con

Hướng dẫn: Đáp án **D.**

Câu 18: Trong phòng thí nghiệm sinh học người ta quan sát 1 tế bào sinh dục sơ khai của ruồi giấm với bộ nhiễm sắc thể $2n = 8$, nguyên phân lên tiếp k lần, thì thấy rằng: Sau khi kết thúc k lần nguyên phân thì số nhiễm sắc thể đơn mà môi trường cần cung cấp cho quá trình phân bào là 2040. Tính k?

A. $k = 6$ **B.** $k = 8$ **C.** $k = 9$ **D.** $k = 7$

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 19: Một bể nước có dung tích 1000 lít .Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/1phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

A. 3,14 giờ. **B.** 4,64 giờ.

C. 4,14 giờ. **D.** 3,64 giờ.

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 20: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Ký hiệu $(a;b)$ là kết quả xảy ra sau khi gieo, trong đó a, b lần lượt là số chấm xuất hiện lần thứ nhất, thứ hai. Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên hai lần gieo như nhau. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $|z+2+3i|\le 12$ **B.** $|z+2+3i|=10$

C. $|z+2+3i|\le 13$ **D.** $|z+2+3i|\le 11$

Hướng dẫn:

Ta có

$A=\{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5),(6;6)\}$

Gọi $z=x+yi;\ x,y\in R$

khi đó $|z+2+3i|=\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}$

Giả sử

$|z+2+3i|\le R\Rightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}\le R$

$\Rightarrow(x+2)^2+(y+3)^2\le R^2$. Khi đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là những điểm thuộc miền trong và trên đường tròn tâm $I(-2;-3)$ và bán kính R.

Để tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thì $IM\le R;\ \forall M\in A$

Khi đó ta được R=13

Câu 21: Trong phòng thí nghiệm sinh học người ta quan sát 1 tế bào sinh dục sơ khai của ruồi giấm với bộ nhiễm sắc thể $2n=8$, nguyên phân lên tiếp k lần, thì thấy rằng: Sau khi kết thúc k lần nguyên phân thì số nhiễm sắc thể đơn mà môi trường cần cung cấp cho quá trình phân bào là 2040. Tính k?

A. $k=6$ **B.** $k=8$ **C.** $k=9$ **D.** $k=7$

Hướng dẫn: Đáp án **B.**

Câu 22: Một đoàn tàu chuyển động trên một đường thẳng nằm ngang với vận tốc không đổi v_0.Vào thời điểm nào đó người ta tắt máy. Lực hãm và lực cản tổng hợp cả đoàn tàu bằng 1/10 trọng lượng P của nó. Hãy xác định chuyển động của đoàn tàu khi tắt máy và hãm.

A. $x=v_0.t-\dfrac{g.t^2}{20}$ **B.** $x=v_0.t-\dfrac{g.t^2}{10}$

C. $x=v_0.t-\dfrac{g.t^2}{30}$ **D.** $x=v_0.t-\dfrac{t^2}{20}$

Hướng dẫn:

- Khảo sát đoàn tàu như một chất điểm có khối lượng m, chịu tác dụng của $\vec{P},\vec{N},\vec{F_c}$.

- Phương trình động lực học là:

$$m\vec{a}=\vec{P}+\vec{N}+\vec{F_c}\quad(1)$$

Chọn trục Ox nằm ngang, chiều (+) theo chiều chuyển động gốc thời gian lúc tắt máy. Do vậy chiếu (1) lên trục Ox ta có:

$ma_x=-F_c$ hay viết: $mx''=-F$

hay $F=\dfrac{p}{10};\ x''=-\dfrac{g}{10}\quad(2)$

hay $\dfrac{dv}{dt}=-\dfrac{g}{10}\to-\dfrac{g}{10}dt\quad(2')$

nguyên hàm hai vế (2') ta có: $V=-\dfrac{g}{10}t+C_1$

hay $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{g}{10}t+C_1\to dx=\dfrac{g}{10}t.dt+C_1dx$

nguyên hàm tiếp 2 vế ta được

$$x=-\frac{g}{20}t^2+C_1.t+C_2\qquad(3)$$

Dựa vào điều kiện ban đầu để xác định các hằng số C_1 và C_2 như sau:

$t_0=0$; $v=v_0$; $v_0=0$ Ta có: $C_2=0$ và $C_1=v_0$

thay C_1 và C_2 vào (3): $x=v_0.t-\dfrac{g.t^2}{20}$

Câu 23: Một xí nghiệp chế biến thực phẩm muốn sản xuất những loại hộp hình trụ có thể tích V cho trước để đựng thịt bò. Gọi x, h ($x>0$, $h>0$) lần lượt là độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Để sản xuất hộp hình trụ tốn ít vật liệu nhất thì giá trị của tổng x + h là:

A. $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{3V}{2\pi}}$ **C.** $2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ **D.** $3.\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

Hướng dẫn:

Đây là một bài toán sử dụng bất đẳng thức AM-GM !

Thể tích hình trụ được tính theo công thức

$$V=\pi x^2h$$

Ta có:

$V=\pi x^2h=\dfrac{\pi}{2}x^2 2h$

$\le\dfrac{\pi}{2}\left(\dfrac{x+x+2h}{3}\right)^3=\dfrac{4\pi}{54}(x+h)^3$

$\Rightarrow x+h\ge\sqrt[3]{\dfrac{54V}{4\pi}}=3\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

Lưu ý: Với bài toán này, các bạn biết sử dụng bất đẳng thức AM-GM

$$x_1x_2....x_n \le \left(\frac{x_1+x_2+...+x_n}{n}\right)^n$$

Câu 24: Khi quan sát qua trình sao chéo tế bào trong phòng thí nghiệm sinh học, nhà sinh vật học nhận thấy các tế báo tăng gấp đôi mỗi phút. Biết sau một thời gian t giờ thì có 100 000 tế bào và ban đầu có 1 tế bào duy nhất. Tìm t:

A. $t \approx 16,61$ phút **B.** $t \approx 16,5$ phút

C. $t \approx 15$ phút **D.** $t \approx 15,5$ phút

Hướng dẫn:

Đây là bài toán đơn giản sử dụng ứng dụng của số mũ.

Do ban đầu có một tế bào duy nhất nên:

Sau phút sao chép thứ nhất số tế bào là: $N_1 = 2$

Sau phút sao chép thứ hai số tế bào là: $N_2 = 2^2$

…

Sau phút sao chép thứ t số tế bào là:

$N_t = 2^t = 100000$

$\Rightarrow t = \log_2 100000 \approx 16,61$ phút.

Câu 25: Giả sử tỉ lệ lạm phát của Việt Nam trong 10 năm qua là 5%. Hỏi nếu năm 2007, giá xăng là 12000VND/lít. Hỏi năm 2016 giá tiền xăng là bao nhiêu tiền một lít?

A. 11340,00 VND/lít **B.** 113400 VND/lít

C. 18616,94 VND/lít **D.** 18615,94 VND/lít

Hướng dẫn:

Đây là bài toán ứng dụng về hàm số mũ mà chúng ta đã học, bài toán rất hơn giản. Tuy nhiên nhiều độc giả có thể mắc sai lầm như sau:

Lời giải sai

Giá xăng 9 năm sau là

$12000(1+0.05).9 = 113400\ VND/lit$.

Và chọn A hay B (do nhìn nhầm chẳng hạn)

Lời giải đúng:

Giá xăng năm 2008 là $12000(1+0.05)$

Giá xăng năm 2009 là $12000(1+0.05)^2$

………………………

Giá xăng năm 2016 là

$12(1+0.05)^9 \approx 18615,94\ VND/$ lit

Câu 26: Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau năm năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666.10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ:

A. 3,5%. **B.** 4%. **C.** 4,5%. **D.** 5%

Hướng dẫn:

Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là:

$N = 4.10^5 + 4.10^5.a\% = 4.10^5(1+a\%)$

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là:

$N = 4.10^5(1+a\%)^2$

...

Trữ lượng gỗ sau năm năm của khu rừng là:

$N = 4.10^5(1+a\%)^5 = 4,8666.10^5 \Rightarrow a \approx 4\%$

Chọn **B.**

Câu 27: Trong một trận mưa, cứ một mét vuông mặt đất thì hứng thì hứng 1,5 lít nước mưa rơi xuống. Hỏi mực nước trong một bể bơi ngoài trời tăng lên bao nhiêu ?

A. 1,5 (cm)

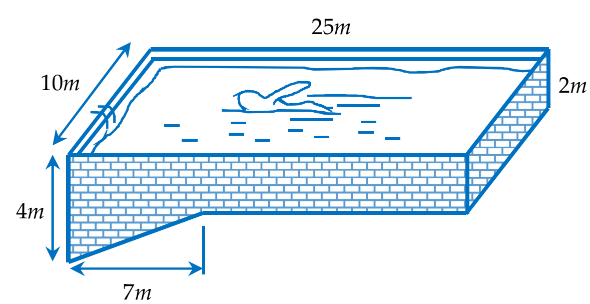
B. 0,15 (cm)

C. Phụ thuộc vào kích thước của bể bơi

D. 15 (cm)

Hướng dẫn: Đáp án **C.**

Câu 28: Các kích thước của một bể bơi được cho trên hình vẽ (mặt nước có dạng hình chữ nhật). Hãy tính xem bể chứa được bao nhiêu mét khối nước khi nó đầy ắp nước ?



A. 1000m³ **B.** 640m³

C. 570m³ **D.** 500m³

Hướng dẫn:

Đáp án đúng: **C.**

HD: $V = 10.25.2 + \frac{1}{2}.7.2.10 = 570$ (dvtt)

Các phương án nhiễu:

A. HS nhầm $V = 10.25.4 = 1000$

B. HS nhầm $V = 10.25.2 + 7.2.10 = 640$

D. HS nhầm $V = 10.25.2 = 500$