

MÃ ĐỀ 210

- Câu 1.** Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$; $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và môđun của số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. B. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:
- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $3x - 2y - z - 3 = 0$. C. $3x - 2y - z + 3 = 0$. D. $-x + y = 0$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:
- A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.
C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$. D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.
- Câu 4.** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Giả sử M, N là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là
- A. $\sqrt{5}$. B. 4. C. $2\sqrt{5}$. D. 5.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là
- A. $r = \sqrt{6}$. B. $r = \sqrt{14}$. C. $r = 3$. D. $r = \sqrt{5}$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M trên trục Oy là:
- A. $Q(0; 2; 0)$. B. $S(0; 0; 3)$. C. $R(1; 0; 0)$. D. $P(1; 0; 3)$.
- Câu 7.** Tìm số phức z biết: $(1 - i)z - 1 + 5i = 0$.
- A. $z = -3 - 2i$. B. $z = 3 - 2i$. C. $z = 3 + 2i$. D. $z = -3 + 2i$.
- Câu 8.** Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn ba số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = (1 + i)^2$ và $z_3 = a - i$. Để tam giác ABC vuông tại B thì a bằng:
- A. -3. B. -2. C. 3. D. -4.
- Câu 9.** Tính môđun của số phức $z = 2 + i + i^{2019}$.
- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 2\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{10}$.
- Câu 10.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 9 = 0$. Tính $\overline{z_1} + \overline{z_2}$.
- A. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 3$. B. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 4i$. C. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 9i$. D. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 0$.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC .

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 4; 1)$, $\vec{c} = (-1; 3; 4)$. Véc tơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là:

- A. $\vec{v} = (3; 7; 23)$. B. $\vec{v} = (23; 7; 3)$. C. $\vec{v} = (7; 3; 23)$. D. $\vec{v} = (7; 23; 3)$.

Câu 13. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$.

- A. $2x^3 - \frac{3}{x} + C$. B. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$. D. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4; 0; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Gọi $H(a; b; c)$

là chân hình chiếu từ M lên Δ . Tính $a + b + c$.

- A. 5. B. 7. C. -3. D. -1.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (2; 3; -4)$ làm véc tơ chỉ phương? (với $t \in \mathbb{R}$)

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -4 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1; 0; -1)$, $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $Q(1; -3; -4)$. B. $P(1; -2; 0)$. C. $N(0; 1; -2)$. D. $M(2; -1; 1)$.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

- A. $F(x) = e^x + \cos x + C$. B. $F(x) = e^x - \sin x + C$.
C. $F(x) = e^x - \cos x + C$. D. $F(x) = e^x + \sin x + C$.

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) theo điều kiện $(2 - 3i)z - 7i\bar{z} = 22 - 20i$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 3$. B. $S = -4$. C. $S = -6$. D. $S = 2$.

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C$. B. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C.$

D. $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 3} + C.$

Câu 21. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $F(1) = 1$

A. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}.$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}.$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{5}{3}.$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}.$

Câu 22. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1-i)(3+2i)$

A. $\bar{z} = 1-i.$

B. $\bar{z} = 5+i.$

C. $\bar{z} = 5+i.$

D. $\bar{z} = 1+i.$

Câu 23. Cho số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -4-5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 2+2i.$

B. $z = -2+2i.$

C. $z = 2-2i.$

D. $z = -2-2i.$

Câu 24. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n}_1 = (6; 3; 2).$

B. $\vec{n}_2 = (6; 2; 3).$

C. $\vec{n}_2 = (3; 6; 2).$

D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 6).$

Câu 25. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \neq 0$.

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$

C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

D. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

Câu 26. Trong mặt phẳng (Oxy) , điểm $M(3; -1)$ biểu diễn số phức

A. $z = -1+3i.$

B. $z = -3+i.$

C. $z = 1-3i.$

D. $z = 3-i.$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overline{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tọa độ của điểm A là:

A. $A(3; 0; -1).$

B. $A(-1; 0; 3).$

C. $A(-1; 3; 0).$

D. $A(3; -1; 0).$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

A. $x = 0.$

B. $y + z = 0.$

C. $z = y + z.$

D. $y - z = 0.$

Câu 29. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^5 - x^3$ và trục hoành.

A. $S = \frac{13}{6}.$

B. $S = \frac{7}{6}.$

C. $S = \frac{1}{6}.$

D. $S = \frac{17}{6}.$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. $M(-1; 0; 4).$

B. $M(0; 0; 5).$

C. $M(-5; -2; 2).$

D. $M(-3; -1; 3).$

Câu 31. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ là đường thẳng.

A. $4x + 2y - 1 = 0.$

B. $4x - 2y + 1 = 0.$

C. $4x - 2y - 1 = 0.$

D. $4x - 6y - 1 = 0.$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$.

B. Không tồn tại m .

C. $m=-2$.

D. $m=2$.

Câu 34. Biết $\int_0^1 \frac{x^2-2}{x+1} dx = \frac{-1}{m} + n \ln 2$, (với $m, n \in \mathbb{Z}$). Tính $S = m+n$.

A. $S=1$.

B. $S=4$.

C. $S=-1$.

D. $S=-5$.

Câu 35. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_1^3 [4f(x) + 2019g(x)] dx$

A. 2025.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2027.

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_0^1 (e^x + 2) dx$.

A. $I = e+1$.

B. $I = e+2$.

C. $I = e+3$.

D. $I = e-1$.

Câu 37. Phần ảo của số phức $z = 2-3i$ là:

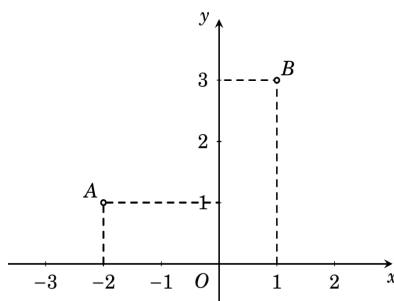
A. 2.

B. 3.

C. -3.

D. $-3i$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm A, B như hình vẽ bên.



Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức

A. $-1+2i$.

B. $-\frac{1}{2}+2i$.

C. $2-i$.

D. $2-\frac{1}{2}i$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-4t, t \in \mathbb{R} \\ z=3-5t \end{cases}$. Hỏi d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;6;8)$.

B. $(1;-4;-5)$.

C. $(-1;2;3)$.

D. $(0;6;8)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-9=0$ và $(Q): 4x-2y-4z-6=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 41. Cho tích phân $\int_2^9 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_1^2 x^2 \cdot f(x^3+1) dx$.

A. $I=3$.

B. $I=2$.

C. $I=8$.

D. $I=4$.

- Câu 42.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$.
- A. $M(0;0;-3)$. B. $M(0;0;3)$. C. $M(0;0;-4)$. D. $M(0;0;4)$.
- Câu 43.** Cho tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cdot \cos x \, dx$ và đặt $u = x^2$, $dv = \cos x \, dx$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?
- A. $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin x \, dx$. B. $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \cdot \sin x \, dx$.
- C. $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \cdot \sin x \, dx$. D. $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \cdot \sin x \, dx$.
- Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;3)$ và $B(0;3;1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:
- A. $(2;4;-2)$. B. $(-2;2;4)$. C. $(-1;1;2)$. D. $(-2;-4;2)$.
- Câu 45.** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tính $|z|$.
- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = 2$.
- Câu 46.** Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức:
- A. $V = \int_0^1 (2x+1) \, dx$. B. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} \, dx$. C. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) \, dx$. D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} \, dx$.
- Câu 47.** Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là:
- A. $\frac{4000}{3}$ (m). B. 500 (m). C. $\frac{2500}{3}$ (m). D. 2000 (m).
- Câu 48.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng
- A. 8 . B. $\frac{5}{2}$. C. 10 . D. 4 .
- Câu 49.** Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = t \\ z = 3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$. Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là:
- A. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{9}{4}$. B. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{3}{2}$.
- C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{3}{2}$. D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{9}{4}$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = \frac{x^2}{8}$, $y = -x + 6$. Tính diện tích hình phẳng D nằm bên phải của trục tung.

A. $S = \frac{1075}{192}$.

B. $S = \frac{135}{64}$.

C. $S = \frac{185}{24}$.

D. $S = \frac{335}{96}$.

----- HẾT -----

MÃ ĐỀ 210

Câu 1. Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$; $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và môđun của số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. B. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Do M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ nên $M(2y - 1; y)$.

Điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z_3 \Rightarrow z_3 = x + yi = 2y - 1 + yi$.

Ta có: $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1 = 3[(2y - 1) + yi] - (-5 - 3i) - 2(1 + 3i) = 6y + 3(y - 1)i$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{(6y)^2 + [3(y - 1)]^2} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{\left(y - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{25}} \geq \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow y = \frac{1}{5} \Rightarrow x = -\frac{3}{5}.$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $3x - 2y - z - 3 = 0$. C. $3x - 2y - z + 3 = 0$. D. $-x + y = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$ và $\overrightarrow{n_p} = (1; 1; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Gọi $\overrightarrow{n_q} \neq \vec{0}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Do mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{n_q} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{n_q} \perp \overrightarrow{n_p} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_q} // [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}] = (3; -2; -1).$$

$$\text{Chọn } \overrightarrow{n_q} = (3; -2; -1).$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; -1; 2)$, có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_q} = (3; -2; -1)$ là:

$$(Q): 3(x - 1) + (-2)(y + 1) + (-1)(z - 2) = 0 \Leftrightarrow (Q): 3x - 2y - z - 3 = 0.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

- A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 5$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 5$.

D. $I(-1; 2; -3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Viết lại phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 4. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Giả sử M, N là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là

A. $\sqrt{5}$.

B. 4.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + \sqrt{5}i \\ z_2 = 2 - \sqrt{5}i \end{cases}$ nên $M(2; \sqrt{5})$ và $N(2; -\sqrt{5})$.

Suy ra $MN = 2\sqrt{5}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $r = \sqrt{6}$.

B. $r = \sqrt{14}$.

C. $r = 3$.

D. $r = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{14}$.

Hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; 2; 0)$.

Do đó, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oxy) là $d(I; (Oxy)) = IH = 3$.

Đường tròn giao tuyến có bán kính là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M trên trục Oy là:

A. $Q(0; 2; 0)$.

B. $S(0; 0; 3)$.

C. $R(1; 0; 0)$.

D. $P(1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng lý thuyết: Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có hình chiếu vuông góc lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là $M_{Ox}(x_0; 0; 0), M_{Oy}(0; y_0; 0), M_{Oz}(0; 0; z_0)$. Do đó hình chiếu vuông góc của $M(1; 2; 3)$ trên trục Oy là $(0; 2; 0)$.

Câu 7. Tìm số phức z biết: $(1-i)z - 1 + 5i = 0$.

A. $z = -3 - 2i$.

B. $z = 3 - 2i$.

C. $z = 3 + 2i$.

D. $z = -3 + 2i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $(1-i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} = \frac{(1-5i)(1+i)}{1^2 - i^2} = \frac{1+i-5i-5i^2}{2} = 3-2i$.

Câu 8. Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm A, B, C lần lượt biểu diễn ba số phức $z_1 = 1+i, z_2 = (1+i)^2$ và $z_3 = a-i$. Để tam giác ABC vuông tại B thì a bằng:

A. -3.

B. -2.

C. 3.

D. -4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $z_1 = 1 + i \Rightarrow A(1; 1)$

$z_2 = (1 + i)^2 = 2i \Rightarrow B(0; 2)$

$z_3 = a - i \Rightarrow C(a; -1)$. Nên $\overrightarrow{AB} = (-1; 1)$, $\overrightarrow{BC} = (a; -3)$.

Để tam giác ABC vuông tại B thì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow -1 \cdot a + 1 \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow a = -3$.

Câu 9. Tính môđun của số phức $z = 2 + i + i^{2019}$.

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = 2$.

C. $|z| = 2\sqrt{2}$.

D. $|z| = \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z = 2 + i + i^{2019} = 2$

Nên $|z| = 2$.

Câu 10. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 9 = 0$. Tính $\overline{z_1} + \overline{z_2}$.

A. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 3$.

B. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 4i$.

C. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 9i$.

D. $\overline{z_1} + \overline{z_2} = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 0$

Nên $\overline{z_1 + z_2} = 0 \Leftrightarrow \overline{z_1} + \overline{z_2} = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; 3; 1), C(-1; 4; 2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC .

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1); \overrightarrow{AC} = (-3; 4; 2), \overrightarrow{BC} = (-1; 1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 1; 1)$ và $BC = \sqrt{3}$.

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Gọi AH là đường cao của tam giác ABC

Khi đó: $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \sqrt{2}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (-1; 3; 4)$. Véc tơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là:

A. $\vec{v} = (3; 7; 23)$.

B. $\vec{v} = (23; 7; 3)$.

C. $\vec{v} = (7; 3; 23)$.

D. $\vec{v} = (7; 23; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Có $2\vec{a} = (2; 4; 6), -3\vec{b} = (6; -12; -3), 5\vec{c} = (-5; 15; 20)$, nên $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = (3; 7; 23)$.

Câu 13. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$.

- A. $2x^3 - \frac{3}{x} + C$. B. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. C. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$. D. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Có } f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2} = 2x^2 + 3.x^{-2}, \Rightarrow \int f(x) dx = \int (2x^2 + 3.x^{-2}) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$$

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-4; 0; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Gọi $H(a; b; c)$

là chân hình chiếu từ M lên Δ . Tính $a + b + c$.

- A. 5. B. 7. C. -3. D. -1.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta gọi } H(1-t; -2+3t; -2t) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (5-t; -2+3t; -2t)$$

$$\text{Do } H \text{ là chân hình chiếu từ } M \text{ lên } \Delta \text{ nên ta có } \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow -5+t-6+9t+4t=0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{14}$$

$$\text{Vậy } H\left(\frac{3}{14}; \frac{5}{14}; -\frac{22}{14}\right) \Rightarrow a+b+c = -1.$$

- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u} = (2; 3; -4)$ làm véc tơ chỉ phương? (với $t \in \mathbb{R}$)

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -4 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1; 0; -1)$, $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Bán kính mặt cầu: } R = IA = 3.$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt cầu: } (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9.$$

- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $Q(1; -3; -4)$. B. $P(1; -2; 0)$. C. $N(0; 1; -2)$. D. $M(2; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm Q, P, N, M lần lượt vào phương trình $(P): 2x - y + z - 1 = 0$ ta được:

$$2.1 - (-3) - 4 - 1 = 0 \text{ (đúng) nên } Q \in (P).$$

$$2.1 - (-2) - 1 = 0 \text{ (sai) nên } P \notin (P).$$

$$-1 - 2 - 1 = 0 \text{ (sai) nên } N \notin (P).$$

$$2.1 - (-1) + 1 - 1 = 0 \text{ (sai) nên } M \notin (P).$$

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

A. $F(x) = e^x + \cos x + C.$

B. $F(x) = e^x - \sin x + C.$

C. $F(x) = e^x - \cos x + C.$

D. $F(x) = e^x + \sin x + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } F(x) = \int (e^x + \sin x) dx = \int e^x dx + \int \sin x dx = e^x - \cos x + C.$$

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) theo điều kiện $(2 - 3i)z - 7i\bar{z} = 22 - 20i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 3.$

B. $S = -4.$

C. $S = -6.$

D. $S = 2.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (2 - 3i)z - 7i\bar{z} = 22 - 20i$$

$$\Leftrightarrow (2 - 3i)(a + bi) - 7i(a - bi) = 22 - 20i$$

$$\Leftrightarrow 2a + 2bi - 3ai + 3b - 7ai - 7b = 22 - 20i$$

$$\Leftrightarrow 2a - 4b + (2b - 10a)i = 22 - 20i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4b = 22 \\ 2b - 10a = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = a + b = -4.$$

Câu 20. Chọn khẳng định đúng?

A. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C.$

B. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C.$

C. $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C.$

D. $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 3} + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\int 3^{2x} dx = \int 9^x dx = \frac{9^x}{\ln 9} + C.$$

Câu 21. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $F(1) = 1$

A. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}.$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}.$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{5}{3}.$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{1}{3}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x) = \int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$.

Ta có $F(1) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{3}$, suy ra $F(x) = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{1}{3}$.

Câu 22. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1-i)(3+2i)$

A. $\bar{z} = 1-i$.

B. $\bar{z} = 5+i$.

C. $\bar{z} = 5-i$.

D. $\bar{z} = 1+i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (1-i)(3+2i) = 5-i \Rightarrow \bar{z} = 5+i$.

Câu 23. Cho số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -4-5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 2+2i$.

B. $z = -2+2i$.

C. $z = 2-2i$.

D. $z = -2-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 2+3i-4-5i = -2-2i$.

Câu 24. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n}_1 = (6; 3; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (6; 2; 3)$.

C. $\vec{n}_2 = (3; 6; 2)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 6)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ là $\vec{n}_1 = (6; 3; 2)$.

Câu 25. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \neq 0$.

B. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ sai.

Câu 26. Trong mặt phẳng (Oxy) , điểm $M(3; -1)$ biểu diễn số phức

A. $z = -1+3i$.

B. $z = -3+i$.

C. $z = 1-3i$.

D. $z = 3-i$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng (Oxy) , điểm $M(3; -1)$ biểu diễn số phức $z = 3-i$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{k} - \vec{i}$. Tọa độ của điểm A là:

A. $A(3; 0; -1)$.

B. $A(-1; 0; 3)$.

C. $A(-1; 3; 0)$.

D. $A(3; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của điểm A là $A(-1; 0; 3)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $x = 0$. B. $y + z = 0$. C. $z = y + z$. D. $y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (Oyz) qua O có véc tơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Nên phương trình mặt phẳng (Oyz) : $x = 0$.

Câu 29. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^5 - x^3$ và trục hoành.

- A. $S = \frac{13}{6}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{1}{6}$. D. $S = \frac{17}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là:

$$x^5 - x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích } S = \int_{-1}^1 |x^5 - x^3| dx = \frac{1}{6}$$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $M(-1; 0; 4)$. B. $M(0; 0; 5)$. C. $M(-5; -2; 2)$. D. $M(-3; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x - 2y = -1 \\ x - 2z = -9 \\ x + 2y - z + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 0; 4).$$

Câu 31. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ là đường thẳng.

- A. $4x + 2y - 1 = 0$. B. $4x - 2y + 1 = 0$. C. $4x - 2y - 1 = 0$. D. $4x - 6y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } z = x + yi \mid x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1 \text{ .Ta có}$$

$$|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i| \Leftrightarrow |(x - 2) + (y - 1)i| = |x - (y - 2)i| \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2y - 1 = 0$$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$.

Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$.
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$. D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có

$$R = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2.$$

Vậy mặt cầu cần tìm có phương trình $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$. **B.** Không tồn tại m . **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải**Chọn B**

Mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau khi

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \text{hệ vô nghiệm.}$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34. Biết $\int_0^1 \frac{x^2 - 2}{x + 1} dx = \frac{-1}{m} + n \ln 2$, (với $m, n \in \mathbb{Z}$). Tính $S = m + n$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = -5$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 2}{x + 1} dx = \int_0^1 \frac{(x^2 - 1) - 1}{x + 1} dx = \int_0^1 \left(x - 1 - \frac{1}{x + 1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x - \ln|x + 1| \right) \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} - \ln 2.$$

Suy ra $\begin{cases} m = 2 \\ n = -1 \end{cases}$. Vậy $S = m + n = 1$.

Câu 35. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_1^3 [4f(x) + 2019g(x)] dx$

A. 2025. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2027.

Lời giải**Chọn D**

$$I = \int_1^3 [4f(x) + 2019g(x)] dx = 4 \int_1^3 f(x) dx + 2019 \int_1^3 g(x) dx = 4 \cdot 2 + 2019 \cdot 1 = 2027.$$

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_0^1 (e^x + 2) dx$.

A. $I = e + 1$. **B.** $I = e + 2$. **C.** $I = e + 3$. **D.** $I = e - 1$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $I = \int_0^1 (e^x + 2) dx = (e^x + 2x) \Big|_0^1 = e + 1$.

Câu 37. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là :

A. 2 .

B. 3 .

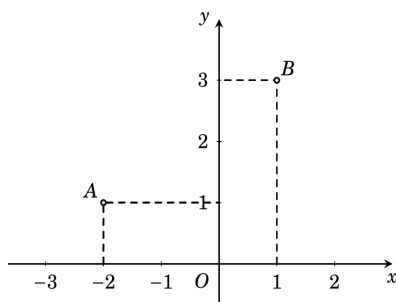
C. -3 .

D. $-3i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm A, B như hình vẽ bên.



Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức

A. $-1 + 2i$.

B. $-\frac{1}{2} + 2i$.

C. $2 - i$.

D. $2 - \frac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(-2;1), B(1;3)$ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(-\frac{1}{2};2\right)$ biểu diễn số phức $-\frac{1}{2} + 2i$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - 5t \end{cases}$. Hỏi d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;6;8)$.

B. $(1;-4;-5)$.

C. $(-1;2;3)$.

D. $(0;6;8)$.

Lời giải

Chọn D

Chọn $t = -1$ ta có d đi qua điểm $(0;6;8)$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q):4x - 2y - 4z - 6 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 0 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Lấy $A(0;-3;0) \in (Q):4x - 2y - 4z - 6 = 0$.

Dễ thấy $(P) \parallel (Q)$ suy ra $d((P),(Q)) = d(A,(P)) = 2$.

Câu 41. Cho tích phân $\int_2^9 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_1^2 x^2 \cdot f(x^3 + 1) dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = 2$.

C. $I = 8$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2$ và $x=2 \Rightarrow t=9$.

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 x^2 \cdot f(x^3+1) dx = \frac{1}{3} \int_2^9 f(t) dt = 2.$$

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$.

- A.** $M(0;0;-3)$. **B.** $M(0;0;3)$. **C.** $M(0;0;-4)$. **D.** $M(0;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(0;0;m) \in Oz$.

$$\text{Theo đề: } AM = d(M; (P)) \Leftrightarrow \sqrt{13 + (m-4)^2} = \frac{|m-17|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow 14(m^2 - 8m + 29) = m^2 - 34m + 289$$

$$\Leftrightarrow 13m^2 - 78m + 117 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 43. Cho tích phân $I = \int_0^\pi x^2 \cdot \cos x dx$ và đặt $u = x^2$, $dv = \cos x dx$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^\pi - \int_0^\pi x \cdot \sin x dx$. **B.** $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^\pi + 2 \int_0^\pi x \cdot \sin x dx$.
C. $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi x \cdot \sin x dx$. **D.** $I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi x \cdot \sin x dx$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } I = x^2 \cdot \sin x \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi x \cdot \sin x dx.$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;3)$ và $B(0;3;1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A.** $(2;4;-2)$. **B.** $(-2;2;4)$. **C.** $(-1;1;2)$. **D.** $(-2;-4;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó tọa độ điểm I là:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=-1 \end{cases} \Rightarrow A(2;1;3), B(1;-1;1) \Rightarrow \overline{AB} = (-1;-2;-2) \Rightarrow I(-1;1;2).$$

Vậy chọn C.

Câu 45. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tính $|z|$.

- A.** $|z| = 5$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = 3$. **D.** $|z| = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 46. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức:

A. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$. **B.** $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$. **C.** $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$. **D.** $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{2x+1})^2 dx = \pi \int_0^1 (2x+1) dx.$$

Câu 47. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính bằng đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là:

A. $\frac{4000}{3}(m)$. **B.** $500(m)$. **C.** $\frac{2500}{3}(m)$. **D.** $2000(m)$.

Lời giải

Chọn C

Khi $v = 200$ ta suy ra $t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow t = 10$ (s).

Máy bay di chuyển trên đường băng từ thời điểm $t = 0(s)$ tới thời điểm $t = 10(s)$

Nên suy ra quãng đường di chuyển trên đường băng là: $S = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \frac{2500}{3}(m)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. 8 . **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 10 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x \Leftrightarrow [f'(x) \cdot f(x)]' = 15x^4 + 12x$$

$$f'(x) \cdot f(x) = 3x^5 + 6x^2 + C, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Mà } f(0) = f'(0) = 1 \text{ nên } 1 = 0 + 0 + C \Rightarrow C = 1$$

$$f'(x) \cdot f(x) = 3x^5 + 6x^2 + 1 \text{ hay } \frac{1}{2} [f^2(x)]' = 3x^5 + 6x^2 + 1$$

$$\frac{1}{2} f^2(x) = \frac{1}{2} x^6 + 2x^3 + x + M$$

$$\text{Mà } f(0) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} = M$$

$$\frac{1}{2} f^2(1) = \frac{1}{2} + 2 + 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow f^2(1) = 4.$$

Câu 49. Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = t \\ z = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ $d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$. Phương trình mặt cầu

có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là:

A. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = \frac{9}{4}$.

B. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = \frac{3}{2}$.

C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{3}{2}$.

D. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$d_1: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = t \\ z = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow d_1 \text{ có vector chỉ phương } \vec{u}_1 = (-2; 1; 0)$$

$$d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R}) \Rightarrow d_2 \text{ vector chỉ phương } \vec{u}_2 = (0; 1; -1)$$

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của $(d_1), (d_2)$ với $A \in d_1; B \in d_2$.

$$A \in d_1 \Rightarrow A(4 - 2t; t; 3); B \in d_2 \Rightarrow B(1; t'; -t') \Rightarrow \overline{AB} = (-3 + 2t; t' - t; -t' - 3)$$

$$AB \text{ là đoạn vuông góc chung của } (d_1), (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overline{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2t - 3) \cdot (-2) + t' - t = 0 \\ 2t' - t = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow A(2; 1; 3), B(1; -1; 1) \Rightarrow \overline{AB} = (-1; -2; -2).$$

Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và chỉ khi

AB là đường kính của mặt cầu (S)

$$(S) \text{ có tâm là trung điểm } I \text{ của } AB, I\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right) \text{ và bán kính } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu } (S): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = \frac{9}{4}.$$

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = \frac{x^2}{8}$, $y = -x + 6$. Tính diện tích hình phẳng D nằm bên phải của trục tung.

A. $S = \frac{1075}{192}$.

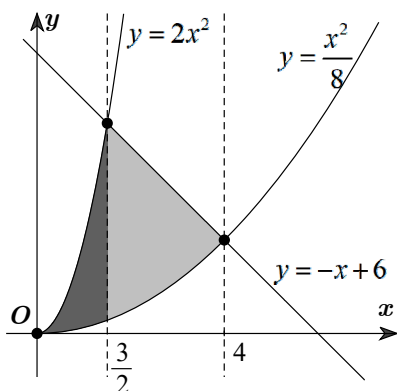
B. $S = \frac{135}{64}$.

C. $S = \frac{185}{24}$.

D. $S = \frac{335}{96}$.

Lời giải

Chọn C.



Phương trình hoành độ giao điểm giữa các đường cong

$$2x^2 = \frac{x^2}{8} \Leftrightarrow x = 0.$$

$$2x^2 = -x + 6 \xrightarrow{x \geq 0} x = \frac{3}{2}.$$

$$\frac{x^2}{8} = -x + 6 \xrightarrow{x \geq 0} x = 4.$$

Khi đó ta xác định được hình phẳng trên mặt phẳng (Oxy) .

$$S = \int_0^{\frac{3}{2}} \left(2x^2 - \frac{x^2}{8} \right) dx + \int_{\frac{3}{2}}^4 \left(-x + 6 - \frac{x^2}{8} \right) dx = \frac{185}{24}.$$