

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (32 câu, 8,0 điểm).

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-10;5)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x = 3t' \\ y = -1 - t' \\ z = 1 + t' \end{cases}$. Biết rằng trên đường thẳng Δ_1 tồn tại điểm B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc đường thẳng Δ_2 . Tính độ dài đoạn thẳng AB .
- A. $2\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{77}$. C. $7\sqrt{11}$. D. $\sqrt{35}$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) \neq 0$ và $f'(x) + [f(x)]^2 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(1) = 1$, tính giá trị của $f(2)$.
- A. $f(2) = 3$. B. $f(2) = 0$. C. $f(2) = -2$. D. $f(2) = \frac{1}{2}$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ cắt mặt cầu (S) tâm $I(1;-3;2)$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 4π . Tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 2$. C. $R = \sqrt{20}$. D. $R = 3$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 5t' \\ y = 2 + t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .
- A. $\Delta: \frac{x-3}{9} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$. B. $\Delta: \frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x-4}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$. D. $\Delta: \frac{x+6}{-5} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
- Câu 5:** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần ảo b của z .
- A. $b = 2$. B. $b = 3$. C. $b = -3$. D. $b = -3i$.
- Câu 6:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là
- A. $F(x) = -\ln|x| + C$. B. $F(x) = \frac{1}{x^2} + C$. C. $F(x) = \ln|x| + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-3), B(-2;2;-1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa hai điểm A, B và song song với đường thẳng Δ . Biết phương trình mặt phẳng (α) có dạng $ax + by + cz + 1 = 0, (a; b; c \in \mathbb{R})$. Tính $T = 2a - b + 3c$.
- A. $T = -4$. B. $T = -1$. C. $T = 8$. D. $T = 2$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác OBC đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng (Oxy) , với $B \in Ox$. Dựng OO_1, BB_1, CC_1 cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) sao cho $OO_1 = 2a, BB_1 = a$ và diện tích tam giác $O_1B_1C_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giả sử giá trị nhỏ nhất đó là ma^2 . Khi đó, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây, biết tọa độ các điểm O_1, B_1, C_1 đều không âm?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 + d^2 > 0$). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$. B. $\frac{|d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$. C. $\frac{|a + b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$. D. $\frac{a + b + c + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Câu 10: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}, y = 0, x = 0, x = 1$ quanh trục Ox là

- A. $V = e - 2$. B. $V = \pi e^2$. C. $V = \pi(e - 2)$. D. $V = \frac{9\pi}{4}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 5z - 1 = 0$.

- A. $(1; 2; 5)$. B. $(1; 5; -1)$. C. $(1; -2; 5)$. D. $(1; -2; -1)$.

Câu 12: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $\int f(x)dx = \sin 2x + \cos 2x + e^{2x} + C$.

- A. $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}e^{2x}$. B. $f(x) = 2\cos 2x + 2\sin 2x + 2e^{2x}$.
C. $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}e^{2x}$. D. $f(x) = 2\cos 2x - 2\sin 2x + 2e^{2x}$.

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Cho số phức z bất kì, khi đó số phức $z - \bar{z}$ là số thực.
B. Số 0 vừa là số thực vừa là số thuần ảo.
C. Cho số phức z bất kì, khi đó $z^2 = |z|^2$.
D. Cho số phức z bất kì, khi đó số phức $z + \bar{z}$ là số thuần ảo.

Câu 14: Xét $\int x\sqrt{1+x}dx$, nếu đặt $t = \sqrt{1+x}$ thì $\int x\sqrt{1+x}dx$ bằng

- A. $\int xtdx$. B. $\int 2(t-1)tdt$. C. $\int 2(t^2-1)t^2dt$. D. $\int (t^2-1)tdt$.

Câu 15: Cho a là số thực dương thỏa mãn $\int_{-a}^a \frac{x^2-1}{e^x+1}dx = a$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $a \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $a \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$. D. $a \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2020]$, thỏa mãn $f(x) > 0$ và $f(x) \cdot f(2020 - x) = 1, \forall x \in [0; 2020]$. Khi đó $\int_0^{2020} \frac{1}{1+f(x)}dx$ bằng

- A. 1010. B. $\frac{1}{2020}$. C. 4040. D. 2020.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính lớn nhất.

- A. $(\alpha): x + y + 3z + 1 = 0$. B. $(\alpha): x - 2y - 3z - 2 = 0$.
C. $(\alpha): 3x - y + z + 1 = 0$. D. $(\alpha): x + z = 0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = -3\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ (với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là ba vector đơn vị). Tìm tọa độ của vector $\vec{a}$.

- A. $\vec{a} = (-3; 3; 3)$. B. $\vec{a} = (-3; -3; -3)$. C. $\vec{a} = (-3; -3; 3)$. D. $\vec{a} = (-3; 3; 1)$.

Câu 19: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$. Xác định mệnh đề đúng.

- A. $S = \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx$. B. $S = \int_1^2 |x^2 + 3x + 2| dx$. C. $S = \int_1^2 (|x^2 + 2| - |3x|) dx$. D. $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

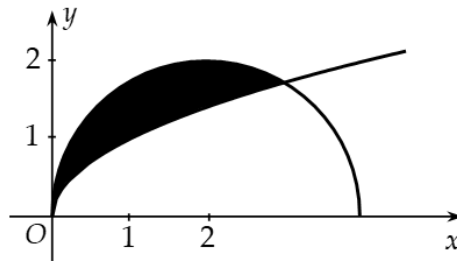
Câu 20: Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $\Delta: y = k(x-1) + 4$. Để diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng Δ đạt giá trị nhỏ nhất thì điểm $M(k; 3)$ thuộc đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x - 2y - 1 = 0$. B. $x + 2y - 1 = 0$. C. $2x + y - 1 = 0$. D. $2x - y - 1 = 0$.

Câu 21: Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = a, x = b$ (với $a < b$) là

- A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)|^2 dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 22: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4x - x^2}$ với $0 \leq x \leq 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ. Tính diện tích S của hình (H) .



- A. $S = \frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{6}$. B. $S = \frac{4\pi + 15\sqrt{3}}{24}$. C. $S = \frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{6}$. D. $S = \frac{10\pi - 15\sqrt{3}}{6}$.

Câu 23: Tìm phần thực a của số phức z thỏa mãn $iz + (1 + 3i) \cdot \bar{z} = 2 - i$.

- A. $a = 1$. B. $a = 0$. C. $a = -1$. D. $a = 5$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$. Biết $f(1) = 1, f(2) = 2$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 xf'(x) dx$ bằng

- A. 0 B. 4 C. 2 D. 3.

Câu 25: Cho hai số phức $z = 1 - 3i$ và $w = 2 + i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là A và B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = 5$. B. $AB = \sqrt{5}$. C. $AB = 17$. D. $AB = \sqrt{17}$.

- Câu 26:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^4 + 3z^2 - 4 = 0$?
A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.
- Câu 27:** Cho $F(x) = x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^x$. Nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^x$ là
A. $x^2 - 2x + C$. B. $2x - x^2 + C$. C. $(2x - x^2)e^x + C$. D. $x - \frac{1}{2}x^2 + C$.
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng có phương trình nào sau đây nhận vectơ $\vec{u} = (1; -1; 2)$ làm vectơ chỉ phương?
A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-2}$.
- Câu 29:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K . Gọi a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K và $a < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
A. $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$. B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = \left[\int_a^b f(x)dx \right]^2$.
- Câu 30:** Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 1$ thì giá trị của $I = \int_0^1 [2f(x) + 1]dx$ là
A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 0$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 4)$ và bán kính $R = 3$.
A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 9$. B. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 3$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 9$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 3$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3; 4; 4), B(1; 0; 6), C(0; -1; 2)$ và $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D sao cho tổng các khoảng cách từ A, B, C đến Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $N(-17; 11; 3)$. B. $P(19; 11; 3)$. C. $M(5; 14; 8)$. D. $Q(9; -5; 1)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (02 câu, 2,0 điểm).

Câu 21: Giải các phương trình sau trên tập số phức:

a) $x(1+i) - 2x = 3xi + 5$.

b) $x^2 + 2x + 26 = 0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(a): \frac{x-1}{6} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 4 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng (b) qua $M(5; 5; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) .

b) Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng (a) và (b) .

HẾT