

ĐỀ 001

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z+1 \right|=1$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 2. Họ nguyên hàm $f(x) = \frac{e^{3x}+1}{e^x+1}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + x + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + 1 + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}e^x - e^x + C$.

Câu 3. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+5=0$?

- A. $\vec{n} = (2; -3; 5)$. B. $\vec{n} = (2; -3; 0)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 3; 5)$.

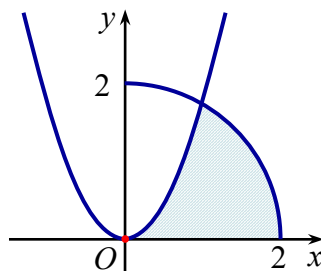
Câu 4. Tính $F(x) = \int x \sin 2x dx$. Chọn kết quả đúng:

- A. $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$. D. $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$.

Câu 5. Cho phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 có điểm biểu diễn là A và B . Độ dài đoạn AB là:

- A. 3. B. $\sqrt{11}$. C. 5. D. $2\sqrt{11}$.

Câu 6. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần gạch sọc trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng:



- A. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$. B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

Câu 7. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx$ là:

- A. $1 - e^{\frac{\pi}{2}}$. B. $2\left(1 + e^{\frac{\pi}{2}}\right)$. C. $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$. D. $\frac{1}{2}\left(1 + e^{\frac{\pi}{2}}\right)$.

Câu 8. Cho $\int_2^4 f(x) dx = 10$ và $\int_2^4 g(x) dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)] dx$.

- A. $I = 10$. B. $I = -5$. C. $I = 15$. D. $I = 5$.

Câu 9. Cho $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$ và $(\alpha): x + 2y - 3z + 4 = 0$. Tìm tung độ của M là giao điểm của d và (α) .

- A. $y_M = 1$. B. $y_M = 2$. C. $y_M = 3$. D. $y_M = 4$.

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $(3 + i)z = 13 - 9i$, ta có:

- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 5$.

Câu 11. Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a - b = -c$. C. $a - b = -3c$. D. $a + b = 3c$.

Câu 12. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ B. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $S = \int_0^2 e^x dx$.

Câu 13. Số phức z thỏa $(2 + i)z = \bar{z} - 3 + 5i$ là:

- A. $z = 3 + i$. B. $z = -1 - 2i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = 2 - i$.

Câu 14. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ thỏa $F(1) = 2$ là:

- A. $F(x) = -\frac{1}{x^3} \ln x + \frac{1}{x} + 2$. B. $F(x) = \frac{1}{x} (\ln x - 1) + 3$.
C. $F(x) = -\frac{1}{x} (\ln x + 1) + 3$. D. $F(x) = \frac{1}{x} (\ln x + 1) + 1$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Gọi (S) là mặt cầu

có tâm $I(4; 5; -2)$ và cắt d tại 2 điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại A . Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = \sqrt{42}$. B. $R = 3\sqrt{5}$. C. $R = \sqrt{6}$. D. $R = \sqrt{61}$.

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Môđun của số phức $w = \bar{z} + iz$ bằng:

- A. $8\sqrt{2}$. B. 8. C. 0. D. 16.

Câu 17. Tính tích phân $I = \int_1^2 (4x+3) \cdot \ln x dx = a \ln 2 + b$. Tính giá trị của $a+2b$?

- A. -1. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $3z + 5\bar{z} = 5 - 5i$. Tính giá trị $P = \frac{a}{b}$.

- A. $P = 4$. B. $P = \frac{16}{25}$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = \frac{25}{16}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 22 = 0$. Mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$ cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có bán kính r là:

- A. $r = 3\sqrt{2}$. B. $r = 4$. C. $r = \sqrt{7}$. D. $r = 3$.

Câu 20. Phương trình mặt cầu tâm $A(1; -2; 2)$ và đi qua điểm $M(2; 0; 4)$ là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 10$.

Câu 21. Đường thẳng d đi qua $A(2; -1; 0)$ và nhận $\vec{a} = (3; -2; 1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-1=0$ và $(\beta): -x+2y+3z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(\alpha) // (\beta)$. B. (α) trùng (β) . C. $(\alpha) \perp (\beta)$. D. (α) cắt (β) .

Câu 23. Cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng (d) nằm trong (P) sao cho (d) cắt và vuông góc với (Δ) .

- A. $(d): \begin{cases} x = -3+t \\ y = 1+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. B. $(d): \begin{cases} x = 3-t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t \end{cases}$. C. $(d): \begin{cases} x = 3-t \\ y = -1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$. D. $(d): \begin{cases} x = -3-t \\ y = 1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 24. Thu gọn số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ được

- A. $z = -5$. B. $z = -1 + 6\sqrt{2}i$. C. $z = -7 + 6\sqrt{2}i$. D. $z = 11 + 6\sqrt{2}i$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(3; -1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng

$$d: \frac{x+5}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-3} \text{ là:}$$

- A. $2x+3y-3z-3=0$. B. $2x+3y-3z+3=0$. C. $2x-3y-3z+3=0$. D. $2x-3y-3z-3=0$.

Câu 26. Hàm số $y = e^{1-4x}$ có nguyên hàm là:

- A. $e^{1-4x} + C$. B. $\frac{1}{4}e^{1-4x} + C$. C. $-\frac{1}{4}e^{1-4x} + C$. D. $\frac{1}{4}e^{4x-1} + C$.

Câu 27. Cho $A(1; -1; 2)$, $B(3; 1; 4)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$. Gọi M là điểm thuộc (α) , cách đều A và B đồng thời khoảng cách từ M đến đường thẳng AB là nhỏ nhất. Tìm hoành độ của điểm M .

- A. $x_M = 2$. B. $x_M = 1$. C. $x_M = 0$. D. $x_M = 3$.

Câu 28. Hình phẳng D giới hạn bởi $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Thể tích vật thể khi quay D xung quanh trục hoành là:

- A. $V = 7\pi$. B. $V = \frac{16}{15}\pi$. C. $V = \frac{8\pi}{3}$. D. $V = \frac{16}{3}\pi$.

Câu 29. Phần thực a và phần ảo b của số phức: $z = 1 - 3i$ là:

- A. $a = 1; b = -3i$. B. $a = 1; b = -3$. C. $a = 1; b = 3$. D. $a = -3; b = 1$.

Câu 30. Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7}$?

- A. 19. B. 20. C. 10. D. 9.

II. PHẦN TƯ LUẬN (4 điểm)

Học sinh trình bày ngắn gọn lời giải các câu: 5, 11, 18, 19, 25, 28.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

I. Phần trắc nghiệm:

| Câu | ĐA | Câu | ĐA | Câu | ĐA |
|-----|----|-----|----|-----|----|
| 1 | D | 11 | B | 21 | C |
| 2 | A | 12 | D | 22 | D |
| 3 | B | 13 | C | 23 | D |
| 4 | D | 14 | C | 24 | C |
| 5 | B | 15 | D | 25 | B |
| 6 | B | 16 | A | 26 | C |
| 7 | D | 17 | B | 27 | A |
| 8 | D | 18 | C | 28 | B |
| 9 | B | 19 | D | 29 | B |
| 10 | D | 20 | C | 30 | C |

II. Phần tự luận:

Câu 5. Ta có $z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$. Suy ra $A\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{11}}{2}\right), B\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{11}}{2}\right) \Rightarrow AB = \sqrt{11}$.

Câu 11. $I = \int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}}$.

Đặt $t = \sqrt{x+9} \Rightarrow t^2 = x+9, 2tdt = dx$. Đổi cận: $x=16 \Rightarrow t=5; x=55 \Rightarrow t=8$.

$$I = \int_5^8 \frac{2tdt}{(t^2-9)t} = \int_5^8 \left(\frac{1}{3(t-3)} - \frac{1}{3(t+3)} \right) dt = \frac{1}{3} (\ln|t-3| - \ln|t+3|) \Big|_5^8 = \frac{1}{3} \ln 5 - \frac{1}{3} \ln 11 + \frac{2}{3} \ln 2$$

Suy ra $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{-1}{3}$. Suy ra $a - b = -c$.

Câu 18. Đặt $z = a + bi$. Khi đó :

$$3z + 5\bar{z} = 5 - 5i \Leftrightarrow 3(a + bi) + 5(a - bi) = 5 - 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8a = 5 \\ -2b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{8} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{a}{b} = \frac{1}{4}.$$

Câu 19. Ta có $d(I, (P)) = \frac{|2+2+6-22|}{\sqrt{9}} = 4, R = 5$.

Suy ra $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Câu 25. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Khi đó

$$(P): \begin{cases} \text{qua } A(3; -1; 2) \\ \text{VTPT } \vec{n} = \vec{u}_d = (2; 3; -3) \end{cases}. \text{ Suy ra } (P): 2x + 3y - 3z + 3 = 0.$$

Câu 28. Ta có $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$. Khi đó:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16}{15} \pi.$$

----- HẾT -----