

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Câu 1: Hàm số $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = 15x^2 + 8x - 7$.

B. $f(x) = 5x^2 + 4x - 7$.

C. $f(x) = 5x^2 + 4x + 7$.

D. $f(x) = \frac{5x^2}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{7x^2}{2}$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn: $F'(x) = (5x^3 + 4x^2 - 7x + 120)' = 15x^2 + 8x - 7$

Câu 2: Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-3x}} + 1$ là hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{2}{3}$.

Khi đó $F(x)$ là hàm số nào sau đây ?

A. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 3$.

B. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} - 3$.

C. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 1$.

D. $F(x) = 4 - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x}$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn: $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + C$. Từ gt $F(-1) = \frac{2}{3}$ tính được $C = 3$.

Câu 3: Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

Đáp án: B.

Hướng dẫn: $I = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

Câu 4: Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A. $\int_a^b xf(x)dx = x \int_a^b f(x)dx$.

B. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$.

$$\text{C. } \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$$

$$\text{D. } \int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$$

Đáp án: A.

Hướng dẫn:

Câu 5: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^{12} f(x)dx = 8$. Giá trị của $\int_4^{48} f\left(\frac{x}{4}\right)dx$ bằng

A. 16

B. 2

C. 8

D. 32.

Đáp án: D.

Hướng dẫn: Đặt $t = \frac{x}{4} \Rightarrow \int_4^{48} f\left(\frac{x}{4}\right)dx = 4 \cdot \int_1^{12} f(t)dt = 32$

Câu 6: Biết rằng $I = \int_2^3 \frac{x}{(x-1)(x+2)}dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của tổng $a + b$

là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. -1.

Đáp án: B.

Hướng dẫn:

$$\bullet I = \int_2^3 \frac{x}{(x-1)(x+2)}dx = \frac{2}{3} \ln 5 - \ln 2$$

$$\bullet a + b = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

Câu 7: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$ là

A. $\frac{46}{5}$.

B. $\frac{47}{5}$.

C. $\frac{48}{5}$.

D. $\frac{49}{5}$.

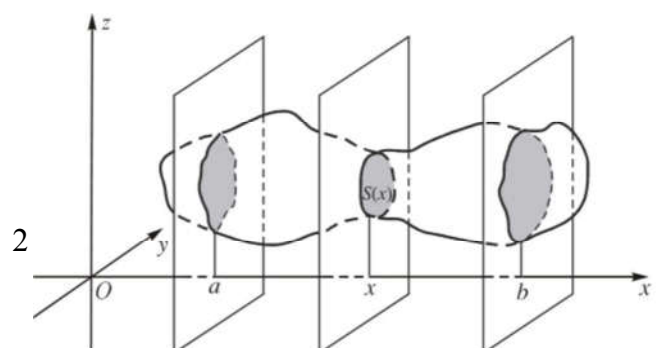
Đáp án: C.

Hướng dẫn: $S = -\int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4)dx = \left(-\frac{x^5}{5} + x^3 + 4x \right) \Big|_0^2 = \frac{48}{5}.$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

A. $V = \int_a^b S(x)dx$.

B. $V = \pi \int_a^b S(x)dx$.



$$C. V = \int_a^b [S(x)]^2 dx.$$

$$D. V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx.$$

Đáp án: A.

Hướng dẫn: Dùng định nghĩa.

Câu 9: Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia 2 phần bởi đường cong (C) có phương trình

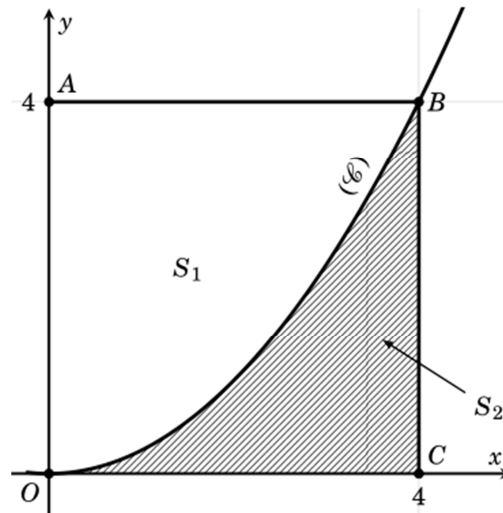
$y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của 2 phần như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{S_1}{S_2} = 2$



Đáp án: D.

Hướng dẫn: $S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{1}{12}x^3 \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$; $S_1 = 16 - S_2 = \frac{32}{3}$

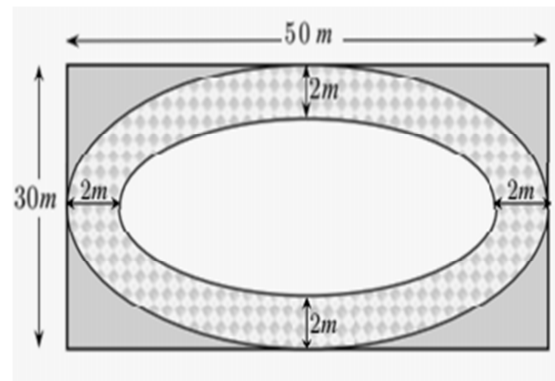
Câu 10: Một sân chơi dành cho trẻ em có dạng hình chữ nhật với chiều dài $50m$ và chiều rộng $30m$. Người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết viên ngoài và viên trong của con đường là hai đường elip. Kinh phí để làm mỗi m^2 đường là 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).

A. 118.000.000 đồng.

B. 152.000.000 đồng.

C. 119.380.000 đồng.

D. 125.520.000 đồng.



Đáp án: C.

Hướng dẫn:

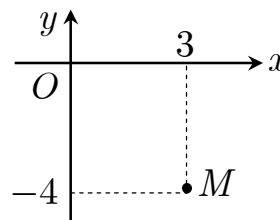
- Diện tích con đường = dt(elip lớn) – dt (elip nhỏ)

$$= \pi \cdot 15 \cdot 25 - \pi \cdot 13 \cdot 23 = 76\pi (m^2).$$
- Kinh phí tổng cộng là $500.000đ \times 76\pi \approx 119.380.000$ đồng.

Câu 11: Điểm M trong hình vẽ bên cạnh là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng phức Oxy .

Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
 D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Đáp án: C.

Hướng dẫn: Dùng định nghĩa.

Câu 12: Số nghiệm thuần ảo của phương trình $(z^2 + 2i)(z^2 + 1) = 0$ là

- A. 4. B. 1. **C. 2.** D. 3.

Đáp án: C.

Hướng dẫn: Phương trình có 4 nghiệm là $z_1 = i$; $z_2 = -i$; $z_3 = 1 - i$; $z_4 = -1 + i$.

Câu 13: Trong mặt phẳng phức Oxy , cho điểm M biểu diễn số phức $z_1 = 3 + 2i$, điểm N biểu diễn số phức $z_2 = 2 - 5i$ và điểm P biểu diễn số phức $z_3 = 1 - 3i$. Gọi w là số phức có điểm biểu diễn là trọng tâm ΔMNP . Số phức liên hợp của w là:

- A. $2 + 2i$.** B. $2 - 2i$. C. $-2 - 2i$. D. $-2 + i$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn: $w = \frac{1}{3}(z_1 + z_2 + z_3) = 2 - 2i$

Câu 14: Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{3 + 2i} = 1 - i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ là

- A. $\bar{z} = -5 - i$. **B. $\bar{z} = 5 + i$.** C. $\bar{z} = -1 + 5i$. D. $\bar{z} = -1 - 5i$.

Đáp án: B.

Hướng dẫn: $z = (1 - i)(3 + 2i) = 5 - i$

Câu 15: Tính $|z_1| + |z_2|$ biết z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$

- A. $2\sqrt{2}$.** B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $4\sqrt{2}$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn:

• $z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = -1 + i \vee z_2 = -1 - i$

• $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Câu 16: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ là đường nào sau đây ?

- A. Đường thẳng $2x - 4y + 1 = 0$. B. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 1$.
 C. Parabol $y = x^2 + 1$. **D. Đường thẳng $4x - 2y - 1 = 0$.**

Đáp án: D.

Hướng dẫn:

- Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.
- Ta có $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 2 - i| = |x - yi + 2i|$

$$\Leftrightarrow |(x-2) + (y-1)i| = |x - (y-2)i| \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + y^2 - 4y + 4 \Leftrightarrow 4x - 2y - 1 = 0.$$

Câu 17: Số phức z thỏa $|z|^2 + z\bar{z} - 6|\bar{z}|^2 = -12$ và có phần thực là 1 thì phần ảo có thể nhận giá trị nào sau đây ?

- A.** 0. **B.** ± 1 . **C.** $\pm\sqrt{2}$. **D.** $\pm\sqrt{3}$.

Đáp án: C.

Hướng dẫn:

- Gọi $z = 1 + bi$.
- Khi đó $|z|^2 + z\bar{z} - 6|\bar{z}|^2 = -12 \Leftrightarrow (1+b^2) + (1+b^2) - 6(1+b^2) = -12 \Leftrightarrow b^2 = 2$

Câu 18: Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng:

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Đáp án: A

Hướng dẫn:

- $$\bullet \left| z^2 + 4 \right| = \left| z(z + 2i) \right| \Leftrightarrow |z + 2i| \cdot |z - 2i| = |z| \cdot |z + 2i| \Leftrightarrow |z + 2i| = 0 \vee |z - 2i| = |z|$$
- $$\Leftrightarrow z = -2i \vee z = a + i \quad (a \in \mathbb{R})$$

- Với $z = -2i$: $|z + i| = 1$
- Với $z = a + i$: $|z + i| = |a + 2i| = \sqrt{a^2 + 4} \geq 2$.
- Vậy $\min|z + i| = 1$ khi $z = -2i$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$; cho hai điểm $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$. Khi đó, độ dài đoạn AB nhận giá trị nào sau đây ?

- A.** $3\sqrt{18}$. **B.** $\sqrt{18}$. **C.** $2\sqrt{18}$. **D.** $4\sqrt{18}$.

Đáp án: B

Hướng dẫn: $AB^2 = (1-2)^2 + (2-1)^2 + (3+1)^2 = 18$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(6;5;4)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

- A.** $(6; 0; 0)$. **B.** $(6; 0; 4)$. **C.** $(0; 5; 4)$. **D.** $(0; 5; 0)$.

Đáp án: B

Hướng dẫn: Cho tung độ bằng 0, giữ nguyên 2 thành phần còn lại.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 12z + 7 = 0$.

Tọa độ tâm I của mặt cầu là

A. $(-4; -8; -12)$.

B. $(4; 8; 12)$.

C. $(-2; -4; -6)$.

D. $(2; 4; 6)$.

Đáp án: D.

Hướng dẫn: Lấy hệ số x, y, z chia 2 và đổi dấu.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 12z + 7 = 0$.

Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(-4; 1; 4)$ có phương trình là

A. $2x - 5y - 10z + 53 = 0$.

B. $8x + 7y + 8z - 7 = 0$.

C. $9x + 16z - 73 = 0$.

D. $6x + 3y + 2z + 13 = 0$.

Đáp án: D.

Hướng dẫn:

• (S) có tâm $I(2; 4; 6)$.

• (P) qua A và có vtpt $\overrightarrow{AI} = (6; 3; 2)$. Suy ra $(P): 6x + 3y + 2z + 13 = 0$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1; 0; 1)$; $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có dạng:

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $x + 2z - 3 = 0$.

C. $2y - z + 1 = 0$.

D. $x + y - z = 0$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn:

• Mặt phẳng qua A và B và song song với trục Ox nhận $\overrightarrow{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{i}] = (0; 1; -2)$ làm VTPT.

• Phương trình mặt phẳng là: $y - 2z + 2 = 0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và

$(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc nhau thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -5$.

Đáp án: B

Hướng dẫn: $Y_{cbt} \Leftrightarrow 1.2 + (m+1).(-1) + (-2).0 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(-2; 1; 3)$ và song song với mặt phẳng

$(P): x - 3y + z + 5 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tung độ là

A. $\frac{1}{3}$

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{2}{3}$.

Đáp án: D.

Hướng dẫn:

• $(Q): x - 3y + z + 2 = 0$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;4)$, $B(-2;3;5)$, $C(-9;7;6)$.

- A.** $(3;4;5)$. **B.** $(3;-4;5)$. **C.** $(-3;4;-5)$. **D.** $(3;4;-5)$.

Đáp án: A.

Hướng dẫn: Vtcp $\vec{a}_{(d)} = [\vec{AB}; \vec{AC}] = (-3; -4; -5)$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ đồng thời

vuông góc với hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và $(d_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-2}$

- A.** $\begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -7 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 - 8t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - 7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 7t \end{cases}$.

Đáp án: B.

Hướng dẫn:

- $\vec{a}_{(d)} = [\vec{a}_{(d_1)}; \vec{a}_{(d_2)}] = (-8; 3; -7)$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) biết M có tung độ âm và khoảng cách từ M đến (P) bằng 2.

- A.** $M(-1; -3; -5)$. **B.** $M(-2; -3; -1)$
C. $M(-2; -5; -8)$. **D.** $M(-1; -5; -7)$

Đáp án: A.

Hướng dẫn:

- $M(t; -1 + 2t; -2 + 3t)$
- $d(M; (P)) = \frac{|t + 2(-1 + 2t) - 2(-2 + 3t) + 3|}{3} = 2 \Leftrightarrow t = -1$ (nhận) hoặc $t = 11$ (loại).
- $M(-1; -3; -5)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$ và cắt mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 6$ theo giao tuyến là một đường tròn (C) có chu vi bằng $2\sqrt{2}\pi$. Biết phương trình (Q) có dạng $-x + ay + bz + c = 0$, giá trị của c là

- A.** 1 hoặc 13. **B.** -1 hoặc 13. **C.** -13. **D.** 13.

Đáp án: D.

Hướng dẫn:

- $(Q): -x - 2y - 2z + c = 0 \ (c \neq 1)$
- $I(1; 0; 3); R^2 = 6$.
- $r = \sqrt{2}$.
- $d(I; (Q)) = \frac{|-1 - 0 - 6 + c|}{3} = 2 \Leftrightarrow c = 13 \ (n) \vee c = 1 \ (l)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) và (Oyz) . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$, giá trị của tổng $a + b + c$ là

A. 11.

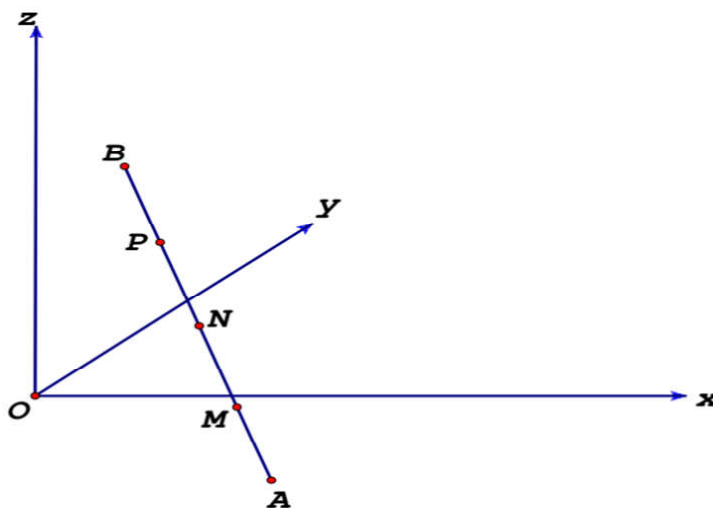
B. 17.

C. -17.

D. -11.

Đáp án: D.

Hướng dẫn: $\overline{AB} = 4\overline{AM} = 2\overline{AN} = \frac{4}{3}\overline{AP} \Leftrightarrow \begin{cases} a-6 = \frac{4}{3}(0-6) \\ b+3 = \frac{4}{3}(y_P+3) \\ c-4 = \frac{4}{3}(y_P-4) \end{cases}; \begin{cases} a-6 = 2(x_N-6) \\ b+3 = 2(0+3) \\ c-4 = 2(z_N-4) \end{cases}; \begin{cases} a-6 = 4(x_M-6) \\ b+3 = 4(y_M+3) \\ c-4 = 4(0-4) \end{cases}$



HẾT

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM (Tự luận)

Bài 1: Hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}; y = 0; x = 1; x = 4$ quay quanh $x'Ox$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.	<u>1đ</u>
$V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big _1^4 = \frac{15\pi}{2}$	0.5+0.25+0.25
Bài 2: Cho số phức z thỏa $z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tính tổng phần thực và phần ảo.	<u>1đ</u>
$z + (2 - i)^2 = 4 + i \Leftrightarrow z = 1 + 5i$	0.25x2
Phần thực là 1; phần ảo là 5 nên tổng bằng 6.	0.25x2
Bài 3: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC biết $A(2; 1; -1), B(-1; 0; 4), C(0; -2; -1)$.	<u>1đ</u>
$\overrightarrow{BC} = (1; -2; -5)$	0.25
$(P): x - 2y - 5z + c = 0$	0.25
(P) qua $A(2; 1; -1)$ nên $2 - 2.1 - 5.(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$.	0.25
$(P): x - 2y - 5z - 5 = 0$.	0.25
Bài 4: ΔABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết điểm B có hoành độ dương. Tìm tọa độ điểm C .	<u>1đ</u>
Tọa độ A thỏa $\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0)$.	0.25
$B(3+t; 4+t; -8-4t)$ với $t > -3$. $AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (t+2)^2 + (t+2)^2 + 16(t+2)^2 = 18 \Rightarrow t = -1$ nên $B(2; 3; -4)$.	0.25
$AC = AB \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC = AB \cos 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. - Ta có hệ $\begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \\ (a-2)^2 + (b-3)^2 + (c+4)^2 = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 3 \\ c = -\frac{5}{2} \end{cases}$ $C\left(\frac{7}{2}; 3; -\frac{5}{2}\right)$.	0.25x2

HẾT