TRƯỜNG THPT TRẦN HƯNG ĐẠO THANH XUÂN	**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II, NĂM HỌC 2016 – 2017**
Đề gồm có 05 trang	**MÔN: Toán, khối 12**
	Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:.. Số báo danh:.. **Mã đề 254**

Câu 1. Giải phương trình $9x^2-12x+20=0$ trên tập số phức, được tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{2}{3}-\frac{4}{3}i;\frac{4}{3}+\frac{2}{3}i\right\}$. **B.** $\left\{\frac{2}{3}-\frac{4}{3}i;\frac{2}{3}+\frac{4}{3}i\right\}$.

C. $\left\{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i;\frac{2}{3}-\frac{1}{3}i\right\}$. **D.** $\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}i;\frac{4}{3}+\frac{2}{3}i\right\}$.

Câu 2. Cho $I=\int_0^1 xe^{1-x^2}\mathrm{d}x$. Biết rằng $I=\frac{ae-b}{2}$ trong đó a và b là các số nguyên dương. Khi đó, $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+10$ đạt

A. cực đại tại $x=-1$. **B.** cực đại tại $x=3$.

C. cực tiểu tại $x=-1$. **D.** cực tiểu tại $x=1$.

Câu 4. Tính $I=\int_e^{e^2}\frac{(1-\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x$ được kết quả là

A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x$ và hai đường thẳng $y=1$, $x=1$ là

A. $e-1$. **B.** $e+1$. **C.** e. **D.** $e-2$.

Câu 6. Đường thẳng $y=-2x$ và đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ có số điểm chung là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 7. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C) và Δ là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=-3x+3$, Δ tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $x=1$.

Câu 8. Khi tính $I=\int_0^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$, bằng phép đặt $x=2\sin t$, thì được

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}2(1+\cos 2t)\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}}2(1-\cos 2t)\mathrm{d}t$. **C.** $\int_0^2 4\cos^2 t\mathrm{d}t$. **D.** $\int_0^2 2\cos^2 t\mathrm{d}t$.

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ -1 có phương trình là

A. $y=x+2$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=-x-3$. **D.** $y=x-1$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-3-i$. Khi đó, $\left|\overline{z_1}-2z_2\right|=$

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{63}$. **C.** $\sqrt{89}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Câu 11. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+mx-2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 0\end{array}\right.$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $-1\le m\le 0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>0\end{array}\right.$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn : $z(1-3i)+\overline{z}(2+i)=3-4i$. Khi đó tính được

A. $z=\frac{14}{5}+\frac{7}{5}i$. **B.** $z=\frac{14}{5}-\frac{7}{5}i$. **C.** $z=\frac{13}{5}+\frac{6}{5}i$. **D.** $z=\frac{13}{5}-\frac{6}{5}i$.

Câu 13. Tính $\int x\cos x\mathrm{d}x$ bằng phương pháp nguyên hàm từng phần thì đặt

A. $\begin{cases}u=\cos x\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}u=x\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=\cos x\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}u=\cos x\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=x\end{cases}$.

Câu 14. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x-x^2$, $y=0$ quay xung quanh Ox là

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{16}{15}$.

Câu 15. Cho $z(3+2i)-(3z-2)i=4-i$ là phương trình với ẩn z. Nghiệm của phương trình là

A. $z=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$. **B.** $z=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$. **C.** $z=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$. **D.** $z=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$.

Câu 16. Gọi x_1, x_2 là nghiệm phức của phương trình $x^2-4x+13=0$. Giá trị của biểu thức $\left|x_1^3+x_2^3\right|$

A. 92. **B.** 100. **C.** 36. **D.** 18.

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=1$ và trục tung là

A. $\int_0^1\left(x^3-1\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1\left|1+x^3\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\int_0^1\left|x^3\right|\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1\left|1-x^3\right|\mathrm{d}x$.

Câu 18. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x$ có hai điểm cực trị cùng dấu khi và chỉ khi

A. $m>1$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-\frac{3}{4}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}-3<m<-\frac{3}{4}\\ m>1\end{array}\right.$. **D.** $m>-3$.

Câu 19. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+1)\sin x\mathrm{d}x$ được kết quả là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 2. **C.** $2+\frac{\pi}{2}$. **D.** $1+\frac{\pi}{2}$.

Câu 20. Tính $\int e^{\cos x}\sin x\mathrm{d}x$ được kết quả là

A. $-e^{\sin x}+C$. **B.** $e^{\cos x}+C$. **C.** $e^{\sin x}+C$. **D.** $-e^{\cos x}+C$.

Câu 21. Cho x,y là các số thực và hai số phức $z_1=-2-5i$, $z_2=3x+1-(y-2)i$ bằng nhau thì:

A. $\begin{cases}x=-1\\ y=7\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\ y=-3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1\\ y=-3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\ y=7\end{cases}$.

Câu 22. Hàm số nào sau đây có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=\sqrt{4+x^2}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=-1+2i$, $z_2=2-i$. Khi đó số phức $z=z_1.\overline{z}_2+\overline{z}_1.z_2$ có phần ảo là

A. -9. **B.** 10. **C.** -8. **D.** 0.

Câu 24. Tính $\int \cos 4x dx$ được kết quả là

A. $\dfrac{1}{4}\sin 4x+C$. **B.** $-\dfrac{1}{4}\sin 4x+C$. **C.** $-\sin 4x+C$. **D.** $\sin 4x+C$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x$ cắt đường thẳng $y=k(x-1)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi k thuộc

A. $\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)\backslash\{-1\}$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)\backslash\{0\}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm đến cấp hai trên $(a;b);x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x)<0\ \forall x\in(a;x_0), f'(x)>0 \forall x\in(x_0;b)$ thì $x=x_0$ là một điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì $x=x_0$ là một điểm cực trị của hàm số.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua x_0 thì $x=x_0$ là một điểm cực đại của hàm số.

D. Nếu $\begin{cases} f'(x)=0 \\ f''(x)\neq 0\end{cases}$ thì $x=x_0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Câu 27. Hình tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=5$ là tập hợp điểm biểu diễn hình học của các số phức z thỏa mãn

A. $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z|\geq\sqrt{5}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases} z=(x+1)+(y-2)i \\ |z|=5\end{cases}$.

C. $\begin{cases} z=(x-1)+(y+2)i \\ |z|\leq\sqrt{5}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z|\leq 5\end{cases}$.

Câu 28. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{28\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{28}{15}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 29. Hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$

A. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Nghịch biến trên $(0;+\infty)$. **D.** Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y=\cos x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{2}$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi D khi quay quanh trục Ox là

A. $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx$. **B.** $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x^2 dx$. **C.** $V=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx$. **D.** $V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$.

Câu 31. Hàm số $y=x+2\cos x$ có giá trị lớn nhất trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\frac{\pi}{6}+\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$. **C.** π. **D.** 2.

Câu 32. Cho số phức $z=3+4i$, biểu thức $A=\frac{1}{5}|z|^2-3|z|+10$ bằng

A. 0. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -5.

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3,\ x=4$ bằng

A. $\frac{119}{4}$. **B.** 44. **C.** $\frac{201}{4}$. **D.** 36.

Câu 34. Cho hai mặt phẳng $(P): 2y-z=0, (Q): x-2y+2z+3=0$ và d là giao tuyến của chúng. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-5-2t \\ y=1-t \\ z=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-5+2t \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-5+2t \\ y=1-t \\ z=2-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-5+2t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 35. Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-2;1;-1)$, $B(0;-1;-3)$ là

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+2t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=-3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Câu 36. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (P) và (S) không có điểm chung.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là khác đường tròn lớn.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $A(2;1;-2)$, $B(1;-3;-1)$, $C(0;2;-1)$. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của D là

A. $(1;6;-2)$. **B.** $(1;6;2)$. **C.** $(1;-6;-2)$. **D.** $(-1;6;-2)$.

Câu 38. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và điểm $A(0;2;2)$ có phương trình là

A. $5x+2y-z+2=0$. **B.** $5x-2y+z+2=0$. **C.** $5x+5z-2=0$. **D.** $x+z-2=0$.

Câu 39. Cho $A(-1;\ 3;\ 1)$, $B(1;\ -1;\ 2)$, $C(2;\ 1;\ 3)$, $D(0;\ 1;\ -1)$. Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD là

A. $x+2z-4=0$. **B.** $2x-4z+z+2=0$.

C. $8x+3y-4z+3=0$. **D.** $8x+3y-4z-3=0$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$, $d_2: \frac{x}{2}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z-2}{-1}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng này là

A. $\frac{5}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41. Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm $A(-2;\,2;\,2)$, $B(4;\,-2;\,-2)$, $C(1;\,1;\,-2)$ và $D(1;\,2;\,-1)$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 42. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$, và mặt phẳng $(P): x-y-z+3=0$. Gọi d' là hình chiếu của d trên (P), khi đó d' có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;1)$.

Câu 43. Cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$. Khi đó tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(2;-3;0)$. **C.** $(0;2;-3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Câu 44. Cho ΔABC với $A(1;0;0)$; $B(0;2;0)$; $C(3;0;4)$ và M thuộc (Oyz). Nếu $MC\perp(ABC)$ thì tọa độ của M là

A. $\left(0;\dfrac{3}{2};\dfrac{11}{2}\right)$ **B.** $\left(0;-\dfrac{3}{2};\dfrac{11}{2}\right)$ **C.** $\left(0;\dfrac{3}{2};-\dfrac{11}{2}\right)$ **D.** $\left(0;-\dfrac{3}{2};-\dfrac{11}{2}\right)$

Câu 45. Cho mặt phẳng (P): $2x-3z-1=0$. Khi đó (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Câu 46. Cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$, $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$, vị trí tương đối hai đường thẳng này là

A. trùng nhau. **B.** song song với nhau.

C. cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Câu 47. Cho $A(1;2;2), B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-3=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $2x-2y+3=0$. **D.** $x-y-1=0$.

Câu 48. Phương trình đường thẳng đi qua $A(2;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-t\end{cases}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 49. Mặt cầu $(S): 2x^2+2y^2+2z^2+6x-8y+4z+2=0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I\left(-\dfrac{3}{2};2;-1\right), R=\dfrac{5}{2}$. **B.** $I\left(\dfrac{3}{2};-2;1\right), R=5$.

C. $I\left(\dfrac{3}{2};-2;1\right), R=\dfrac{25}{4}$. **D.** $I\left(-\dfrac{3}{2};2;-1\right), R=25$.

Câu 50. Mặt phẳng đi qua $A(1;2;1)$ và song song với mặt phẳng (P): $2x-y+z-2=0$ có phương trình là

A. $-2x+y-z-1=0$. **B.** $x+2y+z-1=0$. **C.** $2x-y+z-2=0$. **D.** $2x-y+z-1=0$.

----------HẾT----------

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	B	D	C	B	C	C	A	C	D	B	C	B	A	D	C	B	D	A	B	D	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	B	A	B	A	C	C	D	C	A	D	C	B	D	A	C	B	D	C	D	C	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Giải phương trình $9x^2-12x+20=0$ trên tập số phức, được tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{2}{3}-\frac{4}{3}i;\frac{4}{3}+\frac{2}{3}i\right\}$. **B.** $\left\{\frac{2}{3}-\frac{4}{3}i;\frac{2}{3}+\frac{4}{3}i\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i;\frac{2}{3}-\frac{1}{3}i\right\}$. **D.** $\left\{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}i;\frac{4}{3}+\frac{2}{3}i\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $9x^2-12x+20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}i \\ x=\frac{2}{3}-\frac{4}{3}i \end{array}\right.$

Câu 2. Cho $I=\int_0^1 xe^{1-x^2}\mathrm{d}x$. Biết rằng $I=\frac{ae-b}{2}$, trong đó a và b là các số nguyên dương. Khi đó, $a+b$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $I=\int_0^1 xe^{1-x^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\int_0^1 e^{1-x^2}\mathrm{d}\left(1-x^2\right)=-\frac{1}{2}e^{1-x^2}\Big|_0^1=\frac{e-1}{2}$

Vì $I=\frac{ae-b}{2} \Rightarrow a=1$, $b=1$. Vậy $a+b=2$.

Câu 3. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+10$ đạt

A. cực đại tại $x=-1$. **B.** cực đại tại $x=3$.

C. cực tiểu tại $x=-1$. **D.** cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$y'=x^2-2x-3$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$

Câu 4. Tính $I=\int_{e}^{e^2}\frac{(1-\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x$ được kết quả là

A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t=\ln x\Leftrightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$. Với $x=e\Rightarrow t=1$; $x=e^2\Rightarrow t=2$

$$I=\int_{e}^{e^2}\frac{(1-\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x=\int_{1}^{2}(1-t)^2\,\mathrm{d}t=-\frac{1}{3}(1-t)^3\Big|_1^2=\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$$

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=e^x$ và hai đường thẳng $y=1$, $x=1$ là

A. $e-1$. **B.** $e+1$. **C.** e. **D.** $e-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=e^x$ và đường thẳng $y=1$ là $e^x=1\Leftrightarrow x=0$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^1\left(e^x-1\right)\mathrm{d}x=(e^x-x)\Big|_0^1=e-2$.

Câu 6. Đường thẳng $y=-2x$ và đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ có số điểm chung là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Số điểm chung của hai đồ thị là số nghiệm khác 2 của phương trình

$$-2x=\frac{x+1}{x-2}\Leftrightarrow -2x(x-2)=x+1\Leftrightarrow -2x^2+3x-1=0\Leftrightarrow x=1,\ x=\frac{1}{2}.$$

Câu 7. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C) và Δ là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=-3x+3$, Δ tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TXĐ $D=\mathbb{R}$. Ta có $y=x^3+3x^2+2\Rightarrow y'=3x^2+6x$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của (C) và Δ. Tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $y=-3x+3$ khi và chỉ khi $3x_0^2+6x_0=-3\Leftrightarrow (x_0+1)^2=0\Leftrightarrow x_0=-1$.

Câu 8. Khi tính $I=\int_0^2\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$, bằng phép đặt $x=2\sin t$, thì được

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2(1-\cos 2t)\,\mathrm{d}t$. **C.** $\int_0^{2} 4\cos^2 t\mathrm{d}t$. **D.** $\int_0^{2} 2\cos^2 t\mathrm{d}t$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $x = 2\sin t \Rightarrow \mathrm{d}x = 2\cos t\mathrm{d}t$

Đổi cận

$x = 0 \Rightarrow t = 0$

$x = 2 \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{2}$

Khi đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t\mathrm{d}t.$

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ -1 có phương trình là

A. $y = x+2$. **B.** $y = -x+1$. **C.** $y = -x-3$. **D.** $y = x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $M(-1; y_M)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C). Vì $M \in (C): y = \dfrac{4}{x-1}$ nên $y_M = \dfrac{4}{x_M - 1} = \dfrac{4}{-1-1} = -2$, hay $M(-1;-2)$. Hơn nữa $y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2}$ nên $y'(-1) = \dfrac{-4}{(-1-1)^2} = -1$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $M(-1;-2)$ là

$$y-(-2) = -1\big(x-(-1)\big), \text{ hay } y = -x-3.$$

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -3-i$. Khi đó, $\left|\overline{z_1} - 2z_2\right| =$

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{63}$. **C.** $\sqrt{89}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\left|\overline{z_1} - 2z_2\right| = \left|(2-3i) - 2(-3-i)\right| = |8-i| = \sqrt{8^2 + (-1)^2} = \sqrt{65}$.

Câu 11. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + mx - 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 0 \end{array}\right.$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $-1 \le m \le 0$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

TXĐ $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = -x^2 - 2mx + m$.

Vì y' là hàm bậc hai có hệ số của x^2 khác 0 nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ \Delta'_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + m \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $z(1-3i) + \overline{z}(2+i) = 3-4i$. Khi đó tính được

A. $z = \frac{14}{5} + \frac{7}{5}i$. **B.** $z = \frac{14}{5} - \frac{7}{5}i$. **C.** $z = \frac{13}{5} + \frac{6}{5}i$. **D.** $z = \frac{13}{5} - \frac{6}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, suy ra $\overline{z} = a - bi$.

$z(1-3i) + \overline{z}(2+i) = 3-4i \Leftrightarrow (a+bi)(1-3i) + (a-bi)(2+i) = 3-4i$.

$\Leftrightarrow (3a+4b) - (2a+b)i = 3-4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+4b = 3 \\ 2a+b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{5} \\ b = \frac{-6}{5} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{13}{5} - \frac{6}{5}i$.

Chú ý : có thể dùng máy tính để giải bằng cách thử từng kết quả.

Câu 13: Tính $\int x\cos x\mathrm{d}x$ bằng phương pháp nguyên hàm từng phần thì đặt

A. $\begin{cases} u = \cos x \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \cos x\mathrm{d}x \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u = x\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = \cos x \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u = \cos x\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = x \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \cos x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = \sin x \end{cases}$. Khi đó $\int x\cos x\mathrm{d}x = x\sin x - \int \sin x\mathrm{d}x = x\sin x + \cos x + C$

Câu 14: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ quay xung quanh Ox là

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{16}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ là

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array} \right.$$

Thể tích khối tròn xoay $V = \pi\int_0^2 (2x - x^2)^2 \,\mathrm{d}x = \pi.\frac{16}{15}(đvtt)$

Câu 15: Cho $z(3+2i) - (3z-2)i = 4 - i$ là phương trình với ẩn z. Nghiệm của phương trình là

A. $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$. **B.** $z = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. **C.** $z = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. **D.** $z = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $z(3+2i)-(3z-2)i=4-i \Leftrightarrow z(3+2i)-3zi+2i=4-i \Leftrightarrow (3-i)z=4-3i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{4-3i}{3-i} \Leftrightarrow z=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

Câu 16: Gọi x_1, x_2 là nghiệm phức của phương trình $x^2-4x+13=0$. Giá trị của biểu thức $\left|x_1^3+x_2^3\right|$

A. 92. **B.** 100. **C.** 36. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $x^2-4x+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=2+3i \\ x_2=2-3i \end{array}\right.$. Khi đó $\left|x_1^3+x_2^3\right|=\left|(2+3i)^3+(2-3i)^3\right|=|-92|=92$

Câu 17: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=1$ và trục tung là

A. $\int\limits_0^1 \left(x^3-1\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_0^1 \left|1+x^3\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_0^1 \left|x^3\right|\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^1 \left|1-x^3\right|\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số $y=x^3$ và trục tung là: $x^3=0 \Leftrightarrow x=0$.

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số $y=x^3$ và đường thẳng $y=1$ là: $x^3=1 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=1$ và trục tung là $\int\limits_0^1 \left|1-x^3\right|\mathrm{d}x$.

Câu 18: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x$ có hai điểm cực trị cùng dấu khi và chỉ khi

A. $m>1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-\dfrac{3}{4} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} -3<m<-\dfrac{3}{4} \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $m>-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-4mx+(m+3)$. Vậy $y'=0 \Leftrightarrow x^2-4mx+(m+3)=0$.

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị cùng dấu khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ \dfrac{m+3}{1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2m)^2-(m+3)>0 \\ \dfrac{m+3}{1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-\dfrac{3}{4} \\ m>1 \end{array}\right. \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3<m<-\dfrac{3}{4} \\ m>1 \end{array}\right..$$

Câu 19: Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\sin x dx$ được kết quả là

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** 2. **C.** $2+\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $1+\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$.

$I = -(x+1)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 1 + \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1+1 = 2$.

Câu 20: Tính $\int e^{\cos x} \sin x dx$ được kết quả là

A. $-e^{\sin x} + C$. **B.** $e^{\cos x} + C$. **C.** $e^{\sin x} + C$. **D.** $-e^{\cos x} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\int e^{\cos x} \sin x dx = -\int e^{\cos x} d(\cos x) = -e^{\cos x} + C$.

Câu 21: Cho x, y là các số thực và hai số phức $z_1 = -2-5i$, $z_2 = 3x+1-(y-2)i$ bằng nhau thì

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=7 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ y=-3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3} \\ y=7 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $z_1 = z_2 \Leftrightarrow -2-5i = 3x+1-(y-2)i \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 3x+1 \\ -5 = -(y-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=7 \end{cases}$.

Câu 22: Hàm số nào sau đây có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2 + 3$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = \sqrt{4+x^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = -4x^3 - 4x$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, $y(0) = 3$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = -\infty$.

Nên hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$ và $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$.

Câu 23: Cho hai số phức $z_1 = -1+2i$, $z_2 = 2-i$. Khi đó số phức $z = z_1.\overline{z}_2 + \overline{z}_1.z_2$ có phần ảo là

A. -9. **B.** 10. **C.** -8. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Cho nD.

Ta có $z_1 = -1+2i \Rightarrow \overline{z}_1 = -1-2i$; $z_2 = 2-i \Rightarrow \overline{z}_2 = 2+i$.

$z = z_1.\overline{z}_2 + \overline{z}_1.z_2 = (-1+2i)(2+i) + (-1-2i)(2-i) = -8$.

Vậy số phức $z = z_1.\overline{z}_2 + \overline{z}_1.z_2$ có phần ảo là 0.

Câu 24: Tính $\int \cos 4x dx$ được kết quả là

A. $\frac{1}{4}\sin 4x + C$. **B.** $-\frac{1}{4}\sin 4x + C$. **C.** $-\sin 4x + C$. **D.** $\sin 4x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọ nA.

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + C$ nên $\int \cos 4x\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\sin 4x + C$

Câu 25: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ cắt đường thẳng $y = k(x-1)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi k thuộc

A. $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)\backslash\{-1\}$. **D.** $\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)\backslash\{0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$ và đường thẳng $y = k(x-1)$:

$$x^3 - 2x^2 + x = k(x-1)\ (1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - k) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - x - k = 0\ \ (2) \end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán tương đương (1) có ba nghiệm phân biệt, tức (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1^2 - 1 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4k > 0 \\ k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{1}{4} \\ k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k \in \left(-\frac{1}{4};+\infty\right)\backslash\{0\}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm đến cấp hai trên $(a;b); x_0 \in (a;b)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $f'(x) < 0\ \forall x \in (a;x_0), f'(x) > 0 \forall x \in (x_0;b)$ thì $x = x_0$ là một điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $x = x_0$ là một điểm cực trị của hàm số.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua x_0 thì $x = x_0$ là một điểm cực đại của hàm số.

D. Nếu $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ f''(x) \neq 0 \end{cases}$ thì $x = x_0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta biết rằng nếu $f'(x_0) = 0$ và $f'(x_0)$ đổi dấu khi x đi qua x_0 thì $x = x_0$ là một điểm cực trị của hàm số. Vì vậy kết luận ở câu B là chưa đầy đủ.

Thật vậy, ví dụ hàm số $f(x) = x^3$ có $f'(x) = 3x^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Trong khi hàm này không có cực trị.

Câu 27: Hình tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r = 5$ là tập hợp điểm biểu diễn hình học của các số phức z thỏa mãn

A. $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z| \geq \sqrt{5} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} z=(x+1)+(y-2)i \\ |z| = 5 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} z=(x-1)+(y+2)i \\ |z| \leq \sqrt{5} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z| \leq 5 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z| \leq 5 \end{cases} \Rightarrow |z|=\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2} \leq 5 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2 \leq 25$.

Suy ra: tập hợp điểm biểu diễn hình học của các số phức z thỏa mãn $\begin{cases} z=(x+1)-(y-2)i \\ |z| \leq 5 \end{cases}$ là hình tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $r=5$.

Câu 28: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{28\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{28}{15}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quay quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^1 (x^2+1)^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_0^1 (x^4+2x^2+1)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{5}+\frac{2}{3}x^3+x\right)\Bigg|_0^1=\frac{28}{15}\pi\,(\text{đvtt}).$$

Câu 29: Hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$

A. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

D. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Vì $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ nên ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 30: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y=\cos x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{2}$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi D khi quay quanh trục Ox là

A. $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\mathrm{d}x$.
B. $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x^2\mathrm{d}x$.
C. $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\mathrm{d}x$.
D. $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 31: Hàm số $y=x+2\cos x$ có giá trị lớn nhất trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{2}$.
B. $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.
C. π.
D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Ta có $y'=1-2\sin x$. Vậy $y'=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Do $y(0)=2$, $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$, $y\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$ nên $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y=\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Câu 32: Cho số phức $z=3+4i$, biểu thức $A=\dfrac{1}{5}|z|^2-3|z|+10$ bằng

A. 0.
B. 5.
C. 10.
D. -5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

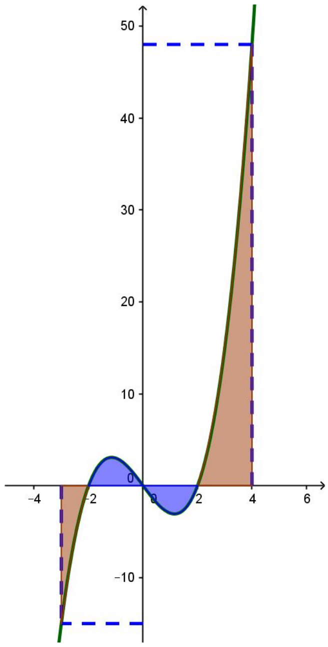
Ta có $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5\Rightarrow A=\dfrac{1}{5}.5^2-3.5+10=0$.

Câu 33: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-3,\ x=4$ bằng

A. $\dfrac{119}{4}$.
B. 44.
C. $\dfrac{201}{4}$.
D. 36.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ với trục hoành là

$$x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-3; 4] \\ x = \pm 2 \in [-3; 4] \end{array}\right..$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{4} \left|x^3 - 4x\right| \mathrm{d}x \\ &= \int_{-3}^{-2} \left|x^3 - 4x\right| \mathrm{d}x + \int_{-2}^{0} \left|x^3 - 4x\right| \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} \left|x^3 - 4x\right| \mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left|x^3 - 4x\right| \mathrm{d}x \\ &= \int_{-3}^{-2} \left(4x - x^3\right) \mathrm{d}x + \int_{-2}^{0} \left(x^3 - 4x\right) \mathrm{d}x + \int_{0}^{2} \left(4x - x^3\right) \mathrm{d}x + \int_{2}^{4} \left(x^3 - 4x\right) \mathrm{d}x \\ &= \frac{25}{4} + 4 + 4 + 36 \\ &= \frac{201}{4} \end{aligned}$$

Câu 34: Cho hai mặt phẳng $(P): 2y - z = 0, (Q): x - 2y + 2z + 3 = 0$ và d là giao tuyến của chúng. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phân tích: Do các đáp đều có điểm đi qua là $M(-5; 1; 2)$. Ta chỉ cần tính VTCP của d.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (0; 2; -1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -2; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (2; -1; -2)$. Chọn đáp án **C.**

Câu 35: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-2;1;-1)$, $B(0;-1;-3)$ là

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+2t \\ z=-1-2t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=-3-t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-2)$ nên đường thẳng AB có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;-1)$.

Phương trình tham số đường thẳng đi qua $A(-2;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-1)$

là: $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Câu 36: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+10=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (P) và (S) không có điểm chung.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

C. (P) tiếp xúc với (S).

D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là khác đường tròn lớn.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-1)$ và bán kính $R=4$, đồng thời

$$d(I,(P))=\frac{|2+2.(-1)-2.(-1)+10|}{\sqrt{1+(2)^2+(-2)^2}}=\frac{12}{3}=R.$$

Suy ra (P) tiếp xúc với (S).

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $A(2;1;-2)$, $B(1;-3;-1)$, $C(0;2;-1)$. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của D là

A. $(1;6;-2)$.   **B.** $(1;6;2)$.   **C.** $(1;-6;-2)$.   **D.** $(-1;6;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $D(x;y;z)$, $\overrightarrow{AB}=(-1;-4;1)$, $\overrightarrow{DC}=(-x;2-y;-1-z)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1=-x \\ -4=2-y \\ 1=-1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=6 \\ z=-2 \end{cases}$.

Vậy $D(1;6;-2)$.

Câu 38: Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và điểm $A(0;2;2)$ có phương trình là

A. $5x+2y-z+2=0$.   **B.** $5x-2y+z+2=0$.   **C.** $5x+5z-2=0$.   **D.** $x+z-2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d đi qua $B(1;-1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), ta có $\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}=(1;2;-1)\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(1;-3;-1)\end{cases}$.

Chọn $\vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(-5;0;-5)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-5(x-0)-5(z-2)=0\Leftrightarrow x+z-2=0$.

Câu 39: Cho $A(-1;\,3;\,1)$, $B(1;\,-1;\,2)$, $C(2;\,1;\,3)$, $D(0;\,1;\,-1)$. Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD là

A. $x+2z-4=0$.
B. $2x-4z+z+2=0$.
C. $8x+3y-4z+3=0$.
D. $8x+3y-4z-3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vectơ chỉ phương AB là $\vec{u}_{AB}=(2;-4;1)$.

Vectơ chỉ phương CD là $\vec{u}_{CD}=(-2;0;-4)$.

$\vec{n}=[\vec{u}_{AB},\vec{u}_{CD}]=(16;6;-8)$

Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD : $\begin{cases}\text{đi qua } A(-1;\,3;\,1)\\ VTPT\ \vec{n}=(16;6;-8)\end{cases}$

là $(P):16(x+1)+6(y-3)-8(z-1)=0\Leftrightarrow 8x+3y-4z+3=0$.

Câu 40: Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z-2}{-1}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng này là

A. $\dfrac{5}{\sqrt{6}}$.
B. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.
C. $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.
D. $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1:

Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 $(M\in d_1, N\in d_2)$.

Vì $M\in d_1\Rightarrow M(2+t;-1+t;2+t)$ và $N\in d_2\Rightarrow N(2t';5-4t';2-t')$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(2t'-t-2;-4t'-t+6;-t'-t)$.

Đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có VTCP là $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;1;1)$ và $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-4;-1)$.

Ta có: $\begin{cases}MN\perp d_1\\ MN\perp d_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1(2t'-t-2)+1(-4t'-t+6)+1(-t'-t)=0\\ 2(2t'-t-2)-4(-4t'-t+6)-1(-t'-t)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\ t'=\dfrac{4}{3}\end{cases}$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$ và $MN=\left|\overrightarrow{MN}\right|=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Cách 2 :

Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 là:

$$h=\frac{\left|\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]\right|},\ \left(M\in d_1,N\in d_2\right).$$

Câu 41: Phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm $A(-2;\,2;\,2)$, $B(4;\,-2;\,-2)$, $C(1;\,1;\,-2)$ và $D(1;\,2;\,-1)$ là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt cầu dưới dạng khai triển: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Mặt cầu qua $A,B,C,D \Leftrightarrow \begin{cases}4a-4b-4c+d=-12\\-8a+4b+4c+d=-24\\-2a-2b+4c+d=-6\\-2a-4b+2c+d=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-2\\c=2\\d=-16\end{cases}$

Suy ra mặt cầu có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính $R=\sqrt{(1)^2+(-2)^2+(2)^2+16}=5$

Câu 42: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$, và mặt phẳng $(P): x-y-z+3=0$. Gọi d' là hình chiếu của d trên (P), khi đó d' có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương pháp tự luận

Đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$ đi qua điểm $M(-1;2;0)$.

Ta thấy điểm $M(-1;2;0)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-y-z+3=0$

Lấy điểm $N(-2;4;1)\in d$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $N(-2;4;1)$ và vuông góc với $(P): x-y-z+3=0$ là:

$$\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=4-t\\z=1-t\end{cases}$$

Gọi M' là giao điểm của Δ và (P), suy ra tọa độ M' thỏa mãn:

$$\Rightarrow -2+t-(4-t)-(1-t)+3=0 \Leftrightarrow t=\frac{4}{3} \Rightarrow M'\left(-\frac{2}{3};\frac{8}{3};-\frac{1}{3}\right)$$

Khi đó hình chiếu d' đi qua hai điểm M và M' nên có vectơ chỉ phương là :

$$\vec{u}_{MM'}=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right) \text{ hay } \vec{u}=3\vec{u}_{MM'}=(1;2;-1)$$

Phương pháp trắc nghiệm:

Hình chiếu của đường thẳng d xuống mặt phẳng (P) là đường thẳng có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=\left[\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right],\overrightarrow{n_{(P)}}\right]$. Áp dụng trong bài này với $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;-1)$ và $\overrightarrow{u_d}=(-1;2;1)$, ta suy ra $\overrightarrow{u_1}=(-1;-2;1)$. Vậy chọn $\overrightarrow{u_1}=-\vec{u}=(1;2;-1)$.

Câu 43: Cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$. Khi đó tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(2;-3;0)$. **C.** $(0;2;-3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}=2.(0;1;0)-3(0;0;1)=(0;2;-3)$

Câu 44: Cho ΔABC với $A(1;0;0)$; $B(0;2;0)$; $C(3;0;4)$ và M thuộc (Oyz). Nếu $MC\perp(ABC)$ thì tọa độ của M là

A. $\left(0;\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **B.** $\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ **C.** $\left(0;\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$ **D.** $\left(0;-\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có M thuộc (Oyz) nên tọa độ $M(0;a;b)$.

Lại có $\overrightarrow{MC}=(3;-a;4-b)$; $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$; $\overrightarrow{AC}=(2;0;4)$

Vì $MC\perp(ABC)\Leftrightarrow\begin{cases}MC\perp AB\\MC\perp AC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB}=0\\\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3-2a=0\\6+4(4-b)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{3}{2}\\b=\frac{11}{2}\end{cases}$

Vậy tọa độ $M\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$.

Câu 45: Cho mặt phẳng $(P): 2x-3z-1=0$. Khi đó (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-3;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình mặt phẳng có dạng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$. Vậy $(P): 2x-3z-1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Câu 46: Cho hai đường thẳng $d:\frac{x-3}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$, $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$, vị trí tương đối hai đường thẳng này là

A. trùng nhau. **B.** song song với nhau.
C. cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{n}_d=(-1;2;1)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{n}_\Delta=(2;1;-1)$.

Ta thấy $\vec{n}_d\neq k.\vec{n}_\Delta$.

Viết lại phương trình đường d thẳng về dạng tham số như sau: $d:\begin{cases}x=3-t'\\y=0+2t'\\z=-1+t'\end{cases}$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}1+2t=3-t'\\-1+t=0+2t'\\-t=-1+t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1-\dfrac{1}{2}t'\\t=1+2t'\\t=1-t'\end{cases}$.

Hệ có nghiệm $t'=0$ và $t=1$, suy ra hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 47: Cho $A(1;2;2)$, $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-3=0$. **B.** $x-y+1=0$. **C.** $2x-2y+3=0$. **D.** $x-y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $I(2;1;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-2)-2(y-1)=0$ hay $x-y-1=0$.

Câu 48: Phương trình đường thẳng đi qua $A(2;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-t\end{cases}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 49: Mặt cầu $(S):2x^2+2y^2+2z^2+6x-8y+4z+2=0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I\left(-\dfrac{3}{2};2;-1\right),R=\dfrac{5}{2}$. **B.** $I\left(\dfrac{3}{2};-2;1\right),R=5$.

C. $I\left(\dfrac{3}{2};-2;1\right),R=\dfrac{25}{4}$. **D.** $I\left(-\dfrac{3}{2};2;-1\right),R=25$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$(S):2x^2+2y^2+2z^2+6x-8y+4z+2=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+3x-4y+2z+1=0$

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S). Ta có

$$-2a=3\Rightarrow a=\frac{-3}{2}\ ;\ -2b=-4\Rightarrow b=2\ ;\ -2c=2\Rightarrow c=-1\ \Rightarrow I\left(\frac{-3}{2};2;-1\right)$$

Bán kính $R=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+2^2+\left(-1\right)^2-1}=\frac{5}{2}$

Câu 50: Mặt phẳng đi qua $A\left(1;2;1\right)$ và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$: $2x-y+z-2=0$ có phương trình là

A. $-2x+y-z-1=0$. **B.** $x+2y+z-1=0$. **C.** $2x-y+z-2=0$. **D.** $2x-y+z-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng cần tìm.

Vì $\left(\alpha\right)//\left(P\right)$ nên có dạng : $2x-y+z+d=0\left(d\neq-2\right)$.

$A\left(1;2;1\right)\in\left(\alpha\right)$ nên ta có: $2.1-2+1+d=0\Rightarrow d=-1$.

Vậy phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là: $2x-y+z-1=0$.