

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM – 60 PHÚT)

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(5x - 2)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$

B. $F(x) = 5 \sin(5x - 2) + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{5} \sin(5x - 2) + C$

D. $F(x) = -5 \sin(5x - 2) + C$

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số).

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số, $x \neq 0$).

C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số).

D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Câu 3: Cho $\int_0^m (2x + 6) dx = 7$. Tìm m

A. $m = 1$ hoặc $m = 7$

B. $m = 1$ hoặc $m = -7$

C. $m = -1$ hoặc $m = 7$

D. $m = -1$ hoặc $m = -7$

Câu 4: Tích phân $I = \int_1^2 x^2 \cdot \ln x dx$ có giá trị bằng:

A. $8 \ln 2 - \frac{7}{3}$

B. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9}$

C. $24 \ln 2 - 7$

D. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{3}$

Câu 5: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$

A. $I = \frac{\pi}{16}$

B. $I = \frac{\pi}{32}$

C. $I = \frac{\pi}{64}$

D. $I = \frac{\pi}{128}$

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 3} x e^x dx$

A. $I = 3 \ln 3 - 3$

B. $I = 3 \ln 3 - 2$

C. $I = 2 - 3 \ln 3$

D. $I = 3 - 3 \ln 3$

Câu 7: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x$

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 8: Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$ (m/s). Tính quãng đường S vật đó đi được trong 20 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 190 (m).

B. 191 (m).

C. 190,5 (m).

D. 190,4 (m).

Câu 9: Diện tích tam giác được cắt ra bởi các trục tọa độ và tiếp tuyến của đồ thị $y = \ln x$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là:

A. $S = \frac{2}{3}$

B. $S = \frac{1}{4}$

C. $S = \frac{2}{5}$

D. $S = \frac{1}{2}$

Câu 10: Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$ là:

A. $I = x + \ln|x| + C$

B. $I = e^x + 1 - \ln(e^x + 1) + C$

C. $I = x - \ln|x| + C$

D. $I = e^x + \ln(e^x + 1) + C$

Câu 11: Cho số phức $z = 1 - 4(i + 3)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

A. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $4i$

B. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng 4

C. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $-4i$

D. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng -4

Câu 12: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm M trong mặt phẳng phức Oxy.

B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$

C. Số phức $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$

Câu 13: Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Số phức $z.z'$ có phần thực là:

A. $a + a'$

B. aa'

C. $aa' - bb'$

D. $2bb'$

Câu 14: Phần thực của số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$

A. -7

B. $6\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 3

Câu 15: Cho số phức z thỏa $z(1 - 2i) = (3 + 4i)(2 - i)^2$. Khi đó, số phức z là:

A. $z = 25$

B. $z = 5i$

C. $z = 25 + 50i$

D. $z = 5 + 10i$

Câu 16: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 2$ là:

A. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính 2

B. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính 2

C. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính 4

D. Đường thẳng $x + y = 2$.

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Môđun của z là:

A. $|z| = 3$

B. $|z| = 4$

C. $|z| = 5$

D. $|z| = 6$

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z = 3$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + \frac{36}{6} = 0$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{35}{6} = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + \frac{35}{6} = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{14}{3} = 0$

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (ABC) là điểm H, khi đó H là:

A. $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B. $H\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$

C. $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$

D. $H\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 20: Trong không gian $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\vec{OI} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 9 = 0$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$

B. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$

C. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$

D. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$

Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB.

- A. $y - 3z + 4 = 0$ **B.** $y - 3z - 8 = 0$ C. $y - 2z - 6 = 0$ D. $y - 2z + 2 = 0$

Câu 22: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng

(d): $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm m để (d) cắt (S) tại hai điểm M, N sao cho độ dài MN bằng 8.

- A. $m = -24$ B. $m = 8$ C. $m = 16$ **D.** $m = -12$

Câu 23: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2; -1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm K

hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng Δ .

- A. $K\left(\frac{17}{12}; -\frac{13}{12}; \frac{2}{3}\right)$ **B.** $K\left(\frac{17}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{8}{9}\right)$ C. $K\left(\frac{17}{6}; -\frac{13}{6}; \frac{8}{6}\right)$ D. $K\left(\frac{17}{3}; -\frac{13}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Câu 24: Cho điểm $M(-3; 2; 4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng song song với mp(ABC) có phương trình là:

- A.** $4x - 6y - 3z - 12 = 0$. B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$. C. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$. D. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 - t' \\ z = 1 \end{cases}$. Vị trí tương đối của hai đường

thẳng là

- A.** Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Trùng nhau.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có các điểm $A(0; 1; 0)$, $B(0; 1; 1)$,

$C(2; 1; 1)$, $D(1; 2; 1)$. Thể tích của tứ diện ABCD bằng

- A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $G(1; 2; -1)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Viết phương trình mặt phẳng (P).

- A. (P). $x + 2y - z - 4 = 0$ B. (P). $2x + y - 2z - 2 = 0$
C. (P). $x + 2y - z - 2 = 0$ **D.** (P). $2x + y - 2z - 6 = 0$

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(-2;0;3)$, $M(0;0;1)$ và $N(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P). Có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?

- A. Có hai mặt phẳng (P). B. Không có mặt phẳng (P) nào.
C. Có vô số mặt phẳng (P). D. Chỉ có một mặt phẳng (P).

Câu 29: Trong các số phức z thỏa điều kiện: $|z - 3i| + |i\bar{z} + 3| = 10$, có 2 số phức z

có mô đun nhỏ nhất. Tính tổng của 2 số phức đó.

- A. -3. B. $4 + 4i$ C. $4 - 4i$ **D.** 0

Câu 30: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - b$.

- A.** $S = 11$. B. $S = 5$. C. $S = -3$. D. $S = 9$.

B. PHẦN TỰ LUẬN (4 ĐIỂM – 30 PHÚT)

Câu 1. (1,5 điểm)

- a) Nêu các bước (hoặc công thức) để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.
b) Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng :

$$(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = z \quad \& \quad (d_2): \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+3t \\ z = 0 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Câu 2. (1,5 điểm) Tính các tích phân :

$$\text{a) } I = \int_0^1 (1 - xe^x) dx \qquad \text{b) } J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin x dx$$

Câu 3. (1 điểm) Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$ và số phức w thỏa mãn $i\bar{w} = (3 - 4i)z + 2i$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|w|$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 2. (1,5 điểm) Tính các tích phân :

$$a) I = \int_0^1 (1 - xe^x) dx = \int_0^1 dx - \int_0^1 xe^x dx = I_1 - I_2$$

$$I_1 = \int_0^1 dx = x \Big|_0^1 = 1. \quad \underline{0,25đ}$$

$$I_2 = \int_0^1 xe^x dx. \text{ Đặt } u=x \Rightarrow du=dx; dv=e^x dx \Rightarrow v=e^x$$

$$\Rightarrow I_2 = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = xe^x \Big|_0^1 - e^x \Big|_0^1 = e - (e - 1) = 1.$$

$$\Rightarrow I = I_1 - I_2 = 1 - 1 = 0. \quad \underline{0,5đ}$$

$$b)) J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin x dx$$

$$\text{Đặt } u = \cos x \text{ thì } du = -\sin x dx \quad \underline{0,25 đ}$$

$$\text{Ta có : } x = 0 \text{ thì } u = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ thì } u = 0$$

$$\text{Vậy } J = \int_1^0 u^2 (-du) = \left(-\frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^0 = \frac{1}{3} \quad \underline{0,5đ}$$

Câu 3.

$$w = x + yi \Rightarrow i\bar{w} = i(x - yi) = (3 - 4i)z + 2i \Leftrightarrow (3 - 4i)z = y + (x - 2)i \Leftrightarrow z = \frac{y + (x - 2)i}{3 - 4i}$$

$$\Rightarrow |z| = \left| \frac{y + (x - 2)i}{3 - 4i} \right| = \frac{\sqrt{(x - 2)^2 + y^2}}{5}$$

$$\text{Ta có } |z| = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(x - 2)^2 + y^2}}{5} = 2 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 10^2$$

Theo giả thiết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn nên bán kính $r = \sqrt{10^2} = 10 \Rightarrow$ theo hình vẽ ta có :

w có modun lớn nhất khi $w = 12$, và nhỏ nhất khi $w = -8$



