

**Câu 1.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $0 < a \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A.  $\int a^x dx = a^x + C.$

B.  $\int a^{2x} dx = a^{2x} \ln a + C.$

C.  $\int a^x dx = a^x \ln a + C.$

D.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$ .

Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

A.  $I(3; -1; 2); R = 5.$

B.  $I(-3; 1; -2); R = 5.$

C.  $I(-3; 1; -2); R = 25.$

D.  $I(3; -1; 2); R = 25.$

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vector  $\vec{a} = (0; 1; 0), \vec{b} = (\sqrt{3}; 1; 0)$ . Tính góc giữa hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

A.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ.$

B.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$

C.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ.$

D.  $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ.$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ của vector  $\vec{u}$  biết  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k}$ .

A.  $\vec{u} = (0; 1; -2).$

B.  $\vec{u} = (1; 0; -2).$

C.  $\vec{u} = (1; -2; 0).$

D.  $\vec{u} = (1; 0; 2).$

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vector  $\vec{a} = (1; 0; -2), \vec{b} = (-1; 1; 2)$  và  $\vec{c} = (3; -1; 1)$ . Tính  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c}$ .

A.  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 5.$

B.  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 6.$

C.  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = -7.$

D.  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 7.$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 5x - 3y + 2z - 7 = 0$ .

Trong các vector sau, vector nào là vector pháp tuyến của  $(P)$ ?

A.  $\vec{n} = (5; 2; 1).$

B.  $\vec{n} = (5; 3; 2).$

C.  $\vec{n} = (5; -3; 2).$

D.  $\vec{n} = (5; -3; 1).$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , hình thang cong  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ . Khối tròn xoay tạo thành khi  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$  có thể tích  $V$  được tính bởi công thức

A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C.  $V = \pi \int_a^b f(x^2) dx.$

D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(2; 3; 1), N(3; 1; 5)$ . Tìm tọa độ vector  $\overline{MN}$ .

A.  $\overline{MN} = (-1; 2; -4).$

B.  $\overline{MN} = (-1; 2; -4).$

C.  $\overline{MN} = (1; -2; 4).$

D.  $\overline{MN} = (6; 3; 5).$

**Câu 9.** Cho  $f, g$  là hai hàm số liên tục trên đoạn  $[2; 5]$ , biết  $\int_2^5 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^5 g(t) dt = 9$ .

Tính  $A = \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx.$

A.  $A = 3.$

B.  $A = 12.$

C.  $A = 6.$

D.  $A = 8.$

**Câu 10.** Tính  $I = \int_1^2 x dx$ .

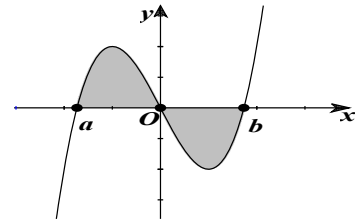
- A.  $I = \frac{3}{2}$ .                      B.  $I = -3$ .                      C.  $I = 1$ .                      D.  $I = 3$ .

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình tham số của đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $M(2;0;-1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (4;-6;2)$ .

- A.  $(\Delta): \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$ .                      B.  $(\Delta): \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .                      C.  $(\Delta): \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ .                      D.  $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Diện tích hình phẳng (phần tô màu trong hình vẽ) được tính bởi công thức nào?

- A.  $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .                      B.  $S = 2 \int_0^b f(x) dx$ .  
 C.  $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .                      D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .



**Câu 13.** Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z = 1 - 4(i + 3)$ .

- A. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $(-4)i$ .                      B. Phần thực bằng  $13$  và phần ảo bằng  $-4$ .  
 C. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $4i$ .                      D. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $-4$ .

**Câu 14.** Tính  $I = \int (\sin x + 1) dx$ .

- A.  $I = -\cos x + 1 + C$ .                      B.  $I = -\cos x + x + C$ .                      C.  $I = \cos x + C$ .                      D.  $I = \cos x + x + C$ .

**Câu 15.** Tính  $5 + 3i - (7 - 4i)$ .

- A.  $-2 - i$ .                      B.  $-2 + 7i$ .                      C.  $12 - i$ .                      D.  $12 + 7i$ .

**Câu 16.** Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì

- A.  $f'(x) = F(x)$ .                      B.  $F'(x) = f(x)$ .                      C.  $F(x) = f(x)$ .                      D.  $F(x) = f(x) + C$ .

**Câu 17.** Nếu  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a, b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx$  bằng

- A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .                      B.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$ .  
 C.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .                      D.  $\int_a^b f(x) dx = F(b - a)$ .

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(2;6;-3)$  và các mặt phẳng  $(\alpha): x - 2 = 0$ ,  $(\beta): y - 6 = 0$ ,  $(\gamma): z + 3 = 0$ . Tìm khẳng định sai.

- A.  $(\beta)$  đi qua  $I$ .                      B.  $(\alpha) \perp (\beta)$ .  
 C.  $(\gamma)$  song song với  $Oz$ .                      D.  $(\beta)$  song song với  $(xOz)$ .

**Câu 19.** Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in R$ ).

- A.  $a + bi$ .                      B.  $a - bi$ .                      C.  $-a + bi$ .                      D.  $-a - bi$ .

**Câu 20.** Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $F = |z_1| + |z_2|$ .

- A.  $F = 2$ .                      B.  $F = 10$ .                      C.  $F = \sqrt{10}$ .                      D.  $F = 2\sqrt{5}$ .

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;3;-2), B(0;-1;3), C(m;n;8)$  (với  $m, n$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m, n$  để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

- A.**  $m=3; n=11$ .      **B.**  $m=-1; n=-5$ .      **C.**  $m=-1; n=5$ .      **D.**  $m=1; n=5$ .

**Câu 22.** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=x^2-x+3$  và đường thẳng  $y=2x+1$ .

- A.**  $S=\frac{19}{6}$ .      **B.**  $S=\frac{47}{6}$ .      **C.**  $S=\frac{1}{6}$ .      **D.**  $S=\frac{11}{6}$ .

**Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P):x+y-z+5=0$  và  $(Q):2x+2y-2z+3=0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $(P)$  song song với  $(Q)$ .      **B.**  $(P)$  vuông góc với  $(Q)$ .  
**C.**  $(P)$  cắt  $(Q)$ .      **D.**  $(P)$  trùng với  $(Q)$ .

**Câu 24.** Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y=\sqrt{\tan x}, y=0, x=0, x=\frac{\pi}{4}$  xung quanh trục  $Ox$ .

- A.**  $V=\pi \ln \sqrt{2}$ .      **B.**  $V=\ln \sqrt{2}$ .      **C.**  $V=\frac{\sqrt{\pi \ln 2}}{4}$ .      **D.**  $V=\frac{\pi^2}{4}$ .

**Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$  và

$(d): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.**  $(\Delta)$  và  $(d)$  trùng nhau.      **B.**  $(\Delta)$  và  $(d)$  chéo nhau.  
**C.**  $(\Delta)$  và  $(d)$  cắt nhau.      **D.**  $(\Delta)$  và  $(d)$  song song.

**Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P):x-2y+2z-6=0$  và điểm  $M(1;2;-1)$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(P)$  là

- A.**  $\frac{11}{3}$ .      **B.**  $\frac{11}{9}$ .      **C.**  $\frac{5}{3}$ .      **D.**  $\frac{13}{3}$ .

**Câu 27.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x)=2\cos 2x$ .

- A.**  $\int f(x)dx = -\sin 2x + C$ .      **B.**  $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$ .      **D.**  $\int f(x)dx = \sin 2x + C$ .

**Câu 28.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** Có vô số số phức bằng số phức liên hợp của nó.  
**B.** Nếu số phức  $z$  cũng là số thực thì giá trị tuyệt đối của  $z$  cũng là môđun của  $z$ .  
**C.** Số phức  $z=\sqrt{10}+2i$  có phần ảo bằng 2.  
**D.** Số phức  $z=3+7e$  có phần thực là 3.

**Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;2;-1)$  và nhận vectơ  $\vec{n}=(2;3;5)$  làm vectơ pháp tuyến.

- A.**  $(P):2x+3y+5z-2=0$ .      **B.**  $(P):2x+3y+5z+1=0$ .  
**C.**  $(P):2x+3y+5z-3=0$ .      **D.**  $(P):2x+3y+5z+2=0$ .

**Câu 30.** Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} t dt.$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx.$

C.  $\int_2^5 (x^2 + 1) dx = \int_2^5 (t^2 + 1) dt.$

D.  $\int_1^2 e^{2x} dx = \int_1^2 e^t dt.$

**Câu 31.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x - 2, y = 0, x = 0, x = 2$ . Tính thể tích V khối tròn xoay khi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A.  $V = 2\pi.$

B.  $V = \frac{8\pi}{3}.$

C.  $V = \frac{8}{3}.$

D.  $V = 2.$

**Câu 32.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C.$

B.  $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

C.  $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C.$

D.  $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$

**Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm  $A(-1; 2; 1), B(-4; 2; -2), C(-1; -1; -2)$ . Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC).

A. (ABC):  $x + y - z + 2 = 0.$

B. (ABC):  $x + y + z - 2 = 0.$

C. (ABC):  $-x - y + z + 7 = 0.$

D. (ABC):  $x + y - z = 0.$

**Câu 34.** Trên mặt phẳng phức, gọi  $M(1; 2)$  là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm số phức liên hợp của z.

A.  $1 - 2i.$

B.  $2 + i.$

C.  $2 - i.$

D.  $-1 - 2i.$

**Câu 35.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}, \forall x \neq 1$  biết  $F(2) = 1$ .

A.  $F(x) = \ln|x-1| + C.$

B.  $F(x) = \ln|x-1| + 1.$

C.  $F(x) = \ln(x-1) + 1.$

D.  $F(x) = \ln|x-1|.$

**Câu 36.** Trong mặt phẳng phức, xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho  $\frac{1}{z-i}$  là số thuần ảo.

A. Trục tung, bỏ điểm có tọa độ (0;1).

B. Trục tung.

C. Đường thẳng  $y = 1$ , bỏ điểm có tọa độ (0;1).

D. Đường thẳng  $y = 1$ .

**Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d):  $\begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$  và mặt phẳng

(P):  $x + y + z - 7 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng (d') là hình chiếu vuông góc của đường thẳng (d) lên mặt phẳng (P).

A. (d'):  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 12 + 5t \\ z = 5 - t \end{cases}$

B. (d'):  $\begin{cases} x = -4 + 8t \\ y = 10 - 10t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

C. (d'):  $\begin{cases} x = 3 + 8t \\ y = 1 - 10t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. (d'):  $\begin{cases} x = 4t \\ y = 8 - 5t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**Câu 38.** Cho số phức z thỏa mãn:  $(3 - 2i)\bar{z} - 4(1 - i) = (2 + i)z$ . Tính môđun của z.

A.  $|z| = 2\sqrt{10}.$

B.  $|z| = 4\sqrt{5}.$

C.  $|z| = 2\sqrt{2}.$

D.  $|z| = \sqrt{10}.$

**Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc trục  $Oz$  và đi qua hai điểm  $A(2; -1; 4)$ ,  $B(0; 2; -1)$ .

- A.  $(S): x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{\sqrt{269}}{25}$ .      B.  $(S): x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{\sqrt{269}}{5}$ .  
 C.  $(S): x^2 + y^2 + \left(z + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{269}{25}$ .      D.  $(S): x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{269}{25}$ .

**Câu 40.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  và điểm

$A(1; 1; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua đường thẳng  $(d)$ .

- A.  $A'(-3; 17; 1)$ .      B.  $A'(-1; 9; 1)$ .      C.  $A'(3; -7; 1)$ .      D.  $A'(5; -15; 1)$ .

**Câu 41.** Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ , trong đó  $z_1$  có phần ảo dương. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + yi$  trên mặt phẳng phức. Tìm số phức  $k$  để tứ giác  $OMNP$  là hình bình hành ( $O$  là gốc tọa độ của mặt phẳng phức).

- A.  $k = -6i$ .      B.  $k = 6i$ .      C.  $k = -2$ .      D.  $k = 2$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $R$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 5$ . Tính  $I = \int_1^2 f(2x-1)dx$ .

- A.  $I = \frac{15}{2}$ .      B.  $I = \frac{5}{2}$ .      C.  $I = \frac{7}{2}$ .      D.  $I = \frac{9}{2}$ .

**Câu 43.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ . Khi  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$  thu được khối tròn xoay có thể tích  $V = \pi \left(\frac{a}{b} + 1\right)$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản.

Khi đó  $ab$  bằng bao nhiêu?

- A.  $ab = 3$ .      B.  $ab = 12$ .      C.  $ab = 24$ .      D.  $ab = 15$ .

**Câu 44.** Cho  $I = \int_1^e x \ln x dx = ae^2 + b$ . Tính giá trị biểu thức  $A = a - b$ .

- A.  $A = 0$ .      B.  $A = \frac{1}{2}$ .      C.  $A = -e$ .      D.  $A = -e - \frac{1}{2}$ .

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y - z + 17 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  song song với  $(\alpha)$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$ .

- A.  $(\beta): 2x + 2y - z - 7 = 0$ .      B.  $(\beta): 2x + 2y - z + 17 = 0$ .  
 C.  $(\beta): 2x + 2y - z + 7 = 0$ .      D.  $(\beta): 2x + 2y - z - 17 = 0$ .

**Câu 46.** Trong mặt phẳng phức, cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3 + 4i| = 2$  và  $w = 2z + i - 1$ . Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  là đường tròn có tâm  $I$ , bán kính  $R$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$ .

- A.  $I(5; -7), R = 4$ .      B.  $I(4; -5), R = 4$ .      C.  $I(3; -4), R = 2$ .      D.  $I(7; -9), R = 4$ .

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(1;2;-1), B(2;1;1), C(0;1;2)$ . Lập phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua trực tâm của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .

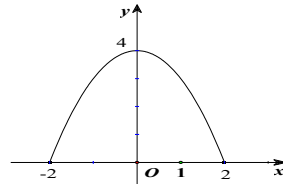
**A.**  $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{5}t \\ y = 1 + 1t \\ z = 4 + \frac{2}{5}t \end{cases}$     
**B.**  $(\Delta): \begin{cases} x = \frac{7}{3} + \frac{1}{5}t \\ y = \frac{8}{3} + 1t \\ z = \frac{5}{3} + \frac{2}{5}t \end{cases}$     
**C.**  $(\Delta): \begin{cases} x = 1 - 1t \\ y = \frac{4}{3} - 5t \\ z = \frac{2}{3} - 2t \end{cases}$     
**D.**  $(\Delta): \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = \frac{8}{3} - 10t \\ z = \frac{4}{3} - 2t \end{cases}$

**Câu 48.** Để đảm bảo an toàn giao thông, khi dừng đèn đỏ các xe ô tô phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc  $12m/s$  thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A phải hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 12 - 3t(m/s)$ . Để đảm bảo an toàn thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

- A.** 23.                      **B.** 24.                      **C.** 25.                      **D.** 22.

**Câu 49.** Cho parabol như hình vẽ. Hãy tính diện tích giới hạn bởi parabol và trục hoành.

- A.**  $S = 16$ .                      **B.**  $S = \frac{28}{3}$ .  
**C.**  $S = \frac{16}{3}$ .                      **D.**  $S = \frac{32}{3}$ .



**Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(6;0;6), B(8;-4;-2), C(0;0;6), D(1;1;5)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  thuộc đường thẳng  $CD$  sao cho diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất. Tính  $T = a - b + 3c$ .

- A.**  $T = 16$ .                      **B.**  $T = -12$ .                      **C.**  $T = 12$ .                      **D.**  $T = 8$ .

..... HẾT .....

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....  
 Chữ kí GT1: .....Chữ kí GT2:.....

**Câu 1.** Cho số thực  $0 < a \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A.  $\int a^x dx = a^x + C.$

B.  $\int a^{2x} dx = a^{2x} \ln a + C.$

C.  $\int a^x dx = a^x \ln a + C.$

D.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

Sử dụng trực tiếp bản nguyên hàm của hàm số cơ bản ta có  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 25$ . Tìm tâm và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

A.  $I(3; -1; 2), R = 5.$

B.  $I(-3; 1; -2), R = 5.$

C.  $I(-3; 1; -2), R = 25.$

D.  $I(3; -1; 2), R = 25.$

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

Phương trình mặt cầu  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b; c)$ , bán kính  $R$ . Vậy suy ra tâm và bán kính của mặt cầu là:  $I(-3; 1; -2), R = 5$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai véc tơ  $\vec{a} = (0; 1; 0)$ ;  $\vec{b} = (\sqrt{3}; 1; 0)$ . Tìm góc giữa hai véc tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

A.  $(\vec{a}; \vec{b}) = 30^\circ.$

B.  $(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ.$

C.  $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ.$

D.  $(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ.$

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

Ta có  $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{2}$  Suy ra  $(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ.$

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ của véc tơ  $\vec{u}$  biết  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k}$ .

A.  $\vec{u} = (0; 1; -2).$

B.  $\vec{u} = (1; 0; -2).$

C.  $\vec{u} = (1; -2; 0).$

D.  $\vec{u} = (1; 0; 2).$

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

Ta có  $\vec{i} = (1; 0; 0); \vec{k} = (0; 0; 1) \Rightarrow 2\vec{k} = (0; 0; 2) \Rightarrow \vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k} = (1; 0; -2).$

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba véc tơ  $\vec{a} = (1; 0; -2); \vec{b} = (-1; 1; 2); \vec{c} = (3; -1; 1)$ .  
 Tính  $[\vec{a}; \vec{b}] \vec{c}$ ?

- A.  $[\vec{a}; \vec{b}] \vec{c} = 5$ .    B.  $[\vec{a}; \vec{b}] \vec{c} = 6$ .    C.  $[\vec{a}; \vec{b}] \vec{c} = -7$ .    D.  $[\vec{a}; \vec{b}] \vec{c} = 7$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có } [\vec{a}; \vec{b}] = \left( \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (2; 0; 1) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \vec{c} = 2 \cdot 3 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 7.$$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 5x - 3y + 2z - 7 = 0$ . Trong các véc tơ sau, vectơ nào là vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (5; 2; 1)$ .    B.  $\vec{n} = (5; 3; 2)$ .    C.  $\vec{n} = (5; -3; 2)$ .    D.  $\vec{n} = (5; -3; 1)$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn C.**

**Câu lý thuyết nhận biết.**

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ , hình thang cong  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a; x = b$ . Khối tròn xoay tạo thành khi  $(H)$  quay quanh trục  $Ox$  có thể tích  $V$  được tính bởi công thức

- A.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .    B.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .    C.  $V = \pi \int_a^b f(x^2) dx$ .    D.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

**Câu lý thuyết nhận biết.**

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(2; 3; 1), N(3; 1; 5)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$

- A.  $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -4)$ .    B.  $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -4)$ .    C.  $\overrightarrow{MN} = (1; -2; 4)$ .    D.  $\overrightarrow{MN} = (6; 3; 5)$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn C.**

Tọa độ của vectơ bằng tọa độ điểm ngọn trừ tọa độ điểm gốc.

$$\overrightarrow{MN} = (3 - 2; 1 - 3; 5 - 1) = (-1; -2; 4).$$

**Câu 9.** Cho  $f, g$  là hai hàm số liên tục trên  $[2; 5]$ , biết  $\int_2^5 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^5 g(t) dt = 9$ . Tính

$$A = \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx.$$



A.  $A = 3.$

B.  $A = 12.$

C.  $A = 6.$

D.  $A = 8.$

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

$$A = \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(t) dt = 3 + 9 = 12.$$

Câu 10. Tính  $I = \int_1^2 x dx$

A.  $I = \frac{3}{2}.$

B.  $I = -3.$

C.  $I = 1.$

D.  $I = 3.$

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$I = \int_1^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình tham số của đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{a} = (4; -6; 2)$ .

A.  $(\Delta): \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$  .      B.  $(\Delta): \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  .      C.  $(\Delta): \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$  .      D.  $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  .

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Phương trình tham số của đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $M(2; 0; -1)$  và có vectơ chỉ phương

$$\vec{a} = (4; -6; 2) \text{ là } (\Delta): \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -6t \\ z = -1 + 2t \end{cases} .$$

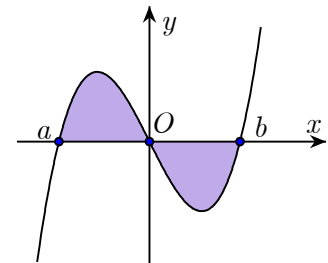
Câu 12. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Diện tích hình phẳng (phần tô màu trong hình vẽ) được tính bởi công thức nào?

A.  $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B.  $S = 2 \int_0^b f(x) dx.$

C.  $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D.  $S = \int_0^b f(x) dx.$



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì trong đoạn  $[a; 0]$  thì  $f(x) > 0$ , còn trong đoạn  $[0; b]$  thì  $f(x) < 0$  nên ta tính theo công

$$\text{thức } S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 13. Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z = 1 - 4(i + 3)$ .

- A. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $(-4)i$ . B. Phần thực bằng  $13$  và phần ảo bằng  $-4$ .  
 C. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $4i$ . D. Phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $-4$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn D.**

Có  $z = 1 - 4(i + 3) = 1 - 4i - 12 = -11 - 4i$ . Vậy phần thực bằng  $-11$  và phần ảo bằng  $-4$ .

**Câu 14.** Tính  $I = \int (\sin x + 1) dx$ .

- A.  $I = -\cos x + 1 + C$ . B.  $I = -\cos x + x + C$ . C.  $I = \cos x + C$ . D.  $I = \cos x + x + C$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

Có  $I = \int (\sin x + 1) dx = -\cos x + x + C$

**Câu 15.** Tính  $5 + 3i - (7 - 4i)$ .

- A.  $-2 - i$ . B.  $-2 + 7i$ . C.  $12 - i$ . D.  $12 + 7i$

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

Có  $5 + 3i - (7 - 4i) = 5 + 3i - 7 + 4i = -2 + 7i$ .

**Câu 16.** Nếu hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì

- A.  $f'(x) = F(x)$ . B.  $F'(x) = f(x)$ .  
 C.  $F(x) = f(x)$ . D.  $F'(x) = f(x) + C$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

**Câu 17.** Nếu  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a, b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx$  bằng

- A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ . B.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$ .  
 C.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ . D.  $\int_a^b f(x) dx = F(b - a)$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn A.**

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $I(2; 6; -3)$  và các mặt phẳng  $(\alpha): x - 2 = 0$   $(\beta): y - 6 = 0$ ;  $(\gamma): z + 3 = 0$ . Tìm khẳng định sai.

- A.  $(\beta)$  đi qua  $I$ . B.  $(\alpha) \perp (\beta)$ . C.  $(\gamma) // Oz$ . D.  $(\beta)$  song song  $(xOz)$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn C.**

+ Thay tọa độ T vào đáp án A thấy A đúng.

+  $(\alpha)$  có véc tơ pháp tuyến  $(1;0;0)$ ;  $(\beta)$  có véc tơ pháp tuyến  $(0;1;0)$  tích vô hướng bằng 0 nên hai mặt này vuông góc.

+  $(\gamma)$  có véc tơ pháp tuyến  $(0;0;1)$ ;  $Oz$  có VTCP  $(0;0;1)$  nên  $Oz$  vuông với  $(\gamma)$  dẫn đến C sai.

+  $(\beta)$  có véc tơ pháp tuyến  $(0;1;0)$ ;  $(xoz)$  có VTPT  $(0;1;0)$  nên hai mặt này song song.

**Câu 19.** Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = a + bi$ ,  $(a, b \in R)$ .

- A.  $a + bi$ .                      B.  $a - bi$ .                      C.  $-a + bi$ .                      D.  $-a - bi$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

**Câu 20.** Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $F = |z_1| + |z_2|$ .

- A.  $F = 2$ .                      B.  $F = 10$ .                      C.  $F = \sqrt{10}$ .                      D.  $F = 2\sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases} \Rightarrow F = |z_1| + |z_2| = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;3;-2), B(0;-1;3), C(m;n;8)$ , (với  $m, n$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m, n$  để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

- A.  $m = 3; n = 11$ .                      B.  $m = -1; n = -5$ .                      C.  $m = -1; n = 5$ .                      D.  $m = 1; n = 5$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-1; -4; 5) \text{ và } \overline{AC} = (m-1; n-3; 10)$$

$$\text{Ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overline{AB} \text{ và } \overline{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{m-1}{-1} = \frac{n-3}{-4} = \frac{10}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -2 \\ n-3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -5 \end{cases}.$$

**Câu 22.** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - x + 3$  và đường thẳng  $y = 2x + 1$ .

- A.  $S = \frac{19}{6}$ .                      B.  $S = \frac{47}{6}$ .                      C.  $S = \frac{1}{6}$ .                      D.  $S = \frac{11}{6}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có phương trình: } x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$



Đường thẳng  $(d)$  có vtcp  $\vec{v} = (3; 2; 2)$ .

Ta thấy :  $\vec{u} = (2; 3; 1)$  và  $\vec{v} = (3; 2; 2)$  không cùng phương, do đó : **loại đáp án A, D.**

$$\text{PTTS của đường thẳng } (\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases} \text{ và } (d) : \begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$$

$$\text{Xét hệ phương trình : } \begin{cases} 1 + 2t = 1 + 3t' \\ -1 + 3t = -2 + 2t' \\ 5 + t = -1 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{3}{5} \\ t' = -\frac{2}{5} \\ 5 - \frac{3}{5} \neq -1 + 2\left(-\frac{2}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow \text{hệ vô nghiệm.}$$

Vậy  $(\Delta)$  và  $(d)$  chéo nhau.

**Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x - 2y + 2z - 6 = 0$  và điểm  $M(1; 2; -1)$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(P)$  là

- A.  $\frac{11}{3}$ .                      B.  $\frac{11}{9}$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{13}{3}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn A.**

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, ta có:

$$d(M, (P)) = \frac{|x_M - 2y_M + 2z_M - 6|}{\sqrt{1 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 6|}{3} = \frac{11}{3}.$$

**Câu 27.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \cos 2x$

- A.  $\int f(x) dx = -\sin 2x + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = \sin 2x + C$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

$$\int f(x) dx = \int 2 \cos 2x dx = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + C = \sin 2x + C.$$

**Câu 28.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

- A. Có vô số số phức bằng số phức liên hợp của nó.  
B. Nếu số phức  $z$  là số thực thì giá trị tuyệt đối của  $z$  cũng là mô đun của  $z$ .  
C. Số phức  $z = \sqrt{10} + 2i$  có phần ảo bằng 2.  
D. Số phức  $z = 3 + 7e$  có phần thực là 3.

Hướng dẫn giải.

**Chọn D.**

Nếu số phức có dạng  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thì phần thực là  $a$ , phần ảo là  $b$ .

Suy ra, số phức  $z = 3 + 7e$  có phần thực là  $3 + 7e$ .

**Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1; 2; -1)$  và nhận  $\vec{n} = (2; 3; 5)$  làm véc tơ pháp tuyến.

A.  $(P): 2x + 3y + 5z - 2 = 0.$

B.  $(P): 2x + 3y + 5z + 1 = 0.$

C.  $(P): 2x + 3y + 5z - 3 = 0.$

D.  $(P): 2x + 3y + 5z + 2 = 0.$

Hướng dẫn giải.

**Chọn C.**

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $2(x-1) + 3(y-2) + 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 5z - 3 = 0.$

**Câu 30.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

A.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} t dt.$

B.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx.$

C.  $\int_2^5 (x^2 + 1) dx = \int_2^5 (t^2 + 1) dt.$

D.  $\int_1^2 e^{2x} dx = \int_1^2 e^t dt.$

Hướng dẫn giải.

**Chọn C.**

**Câu 31.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x - 2, y = 0, x = 0, x = 2$ . Tính thể tích  $V$  khối tròn xoay khi hình phẳng  $(H)$  quay quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = 2\pi.$

B.  $V = \frac{8\pi}{3}.$

C.  $V = \frac{8}{3}.$

D.  $V = 2.$

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

$$V = \pi \int_0^2 (x-2)^2 dx = \pi \cdot \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^2 = \frac{8\pi}{3}.$$

**Câu 32.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A.  $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C.$

B.  $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

C.  $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C.$

D.  $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

Công thức **đúng** là  $\int e^x dx = e^x + C$  nên **B sai**.

**Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1;2;1)$ ,  $B(-4;2;-2)$ ,  $C(-1;-1;-2)$ .  
Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.**  $x + y - z + 2 = 0$ .      **B.**  $x + y + z - 2 = 0$ .      **C.**  $-x - y + z + 7 = 0$ .      **D.**  $x + y - z = 0$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn D.**

$$\overline{AB} = (-3; 0; -3), \quad \overline{AC} = (0; -3; -3)$$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-9; -9; 9) \text{ cùng phương với } \vec{n} = (1; 1; -1).$$

Mặt phẳng  $(ABC)$  qua điểm  $A(-1;2;1)$  và nhận  $\vec{n} = (1;1;-1)$  có phương trình là:

$$1(x+1)+1(y-2)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0.$$

**Câu 34.** Trên mặt phẳng phức, gọi  $M(1;2)$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ . Tìm số phức liên hợp của  $z$ .

- A.**  $1-2i$ .                      **B.**  $2+i$ .                      **C.**  $2-i$ .                      **D.**  $-1-2i$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn A.**

Điểm biểu diễn của  $z$  là  $M(1;2)$ , suy ra  $z = 1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 - 2i$ .

**Câu 35.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  trên  $(1; +\infty)$ , biết  $F(2) = 1$ .

- A.**  $F(x) = \ln|x-1| + C$ .      **B.**  $F(x) = \ln|x-1| + 1$ .      **C.**  $F(x) = \ln(x-1) + 1$ .      **D.**  $F(x) = \ln|x-1|$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C.$$

$$F(2) = 1 \Rightarrow \ln 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \ln|x-1| + 1.$$

**Câu 36.** Trong mặt phẳng phức, xác định tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  sao cho  $\frac{1}{z-i}$  là số thuần ảo.

- A.** Trục tung, bỏ điểm có tọa độ  $(0;1)$ .                      **B.** Trục tung.  
**C.** Đường thẳng  $y = 1$ , bỏ điểm  $(0;1)$ .                      **D.** Đường thẳng  $y = 1$ .

Hướng dẫn giải.

**Chọn A.**

Gọi  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Với  $z \neq i \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$

Ta có:  $\frac{1}{z-i} = \frac{1}{x+yi-i} = \frac{x-(y-1)i}{x^2+(y-1)^2}$

$\frac{1}{z-i}$  thuần ảo  $\Leftrightarrow \frac{x}{x^2+(y-1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$ .

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn  $z$  là trục tung và bỏ điểm  $(0;1)$ .

**Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = t \\ y = 8 + 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$  và mặt phẳng

$(P): x + y + z - 7 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d'$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  lên mặt phẳng  $(P)$

- A.  $d': \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 12 + 5t \\ z = 5 - t \end{cases}$     B.  $d': \begin{cases} x = -4 + 8t \\ y = 10 - 10t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$     C.  $d': \begin{cases} x = 3 + 8t \\ y = 1 - 10t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$     D.  $d': \begin{cases} x = 4t \\ y = 8 - 5t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải.

**Chọn B.**

$d$  qua  $A(0;8;3)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{u} = (1;4;2)$

$(P)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1;1;1)$

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông với  $(P)$ , suy ra

$d' = (P) \cap (Q)$ .

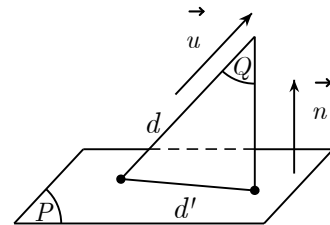
Pháp tuyến của  $(Q)$  là  $\vec{m} = [\vec{u}, \vec{n}] = (2;1;-3)$

Véc tơ chỉ phương của  $d'$  là  $\vec{v} = [\vec{m}, \vec{n}] = (4;-5;1)$

Phương trình  $(Q)$  qua  $A$  và có véc tơ pháp tuyến  $\vec{m}$  là:  $2x + y - 3z + 1 = 0$

Xét hệ  $\begin{cases} 2x + y - 3z + 1 = 0 \\ x + y + z - 7 = 0 \end{cases}$ . Ta chọn được  $x = -4, y = 10, z = 1$  thỏa mãn hệ này.

Suy ra, phương trình  $d'$  qua  $M(-4;10;1)$  và có véc tơ chỉ phương  $\vec{v}$  là





$$d' : \begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = 10 - 5t \\ z = 1 + 1t \end{cases} \text{ hay } d' : \begin{cases} x = -4 + 8t \\ y = 10 - 10t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

**Câu 38.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3-2i)\bar{z} - 4(1-i) = (2+i)z$ . Tính mô đun của  $z$ .

**A.**  $|z| = 2\sqrt{10}$ .      **B.**  $|z| = 4\sqrt{5}$ .      **C.**  $|z| = 2\sqrt{2}$ .      **D.**  $|z| = \sqrt{10}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Suy ra:

$$\begin{aligned} (3-2i)(a-bi) - 4(1-i) &= (2+i)(a+bi) \\ \Leftrightarrow 3a - 3bi - 2ai - 2b - 4 + 4i &= 2a + 2bi + ai - b \\ \Leftrightarrow 3a - 2b - 4 + (4 - 2a - 3b)i &= 2a - b + (a + 2b)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b - 4 = 2a - b \\ 4 - 2a - 3b = a + 2b \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ -3a - 5b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10}$ .

**Câu 39.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc trục  $Oz$  và đi qua hai điểm  $A(2; -1; 4)$ ,  $B(0; 2; -1)$ .

**A.**  $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{\sqrt{269}}{25}$ .      **B.**  $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{\sqrt{269}}{5}$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + \left(z + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{269}{25}$ .      **D.**  $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{269}{25}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

Gọi tâm  $I(0; 0; m) \in Oz$ . Ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 5 + (4 - m)^2 = 4 + (-1 - m)^2 \Leftrightarrow m = \frac{8}{5}. \text{ Suy ra, tâm } I\left(0; 0; \frac{8}{5}\right).$$

$$\text{Bán kính } R = IA = \sqrt{5 + (4 - m)^2} = \frac{\sqrt{269}}{5}.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu } (S): x^2 + y^2 + \left(z - \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{269}{25}.$$

**Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  và điểm  $A(1;1;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $d$ .

- A.  $A'(-3;17;1)$ .      B.  $A'(-1;9;1)$ .      C.  $A'(3;-7;1)$ .      D.  $A'(5;-15;1)$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn C.**

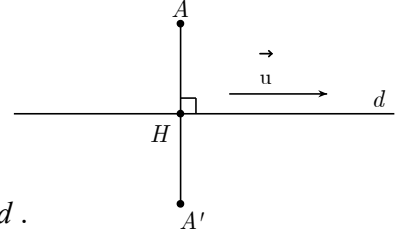
$\vec{u} = (-4; -1; 2)$  là véc tơ chỉ phương của  $d$ .

Gọi  $H(6-4t; -2-t; -1+2t)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$ .

Suy ra  $\overline{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (5-4t) \cdot (-4) + (-3-t) \cdot (-1) + (-2+2t) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow 21t - 21 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ .

Với  $t = 1 \Rightarrow H(2; -3; 1)$

$H$  là trung điểm của  $AA'$ , suy ra  $\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 3 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -7 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(3; -7; 1)$ .



**Câu 41.** Gọi  $z_1, z_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ , trong đó  $z_1$  có phần ảo dương. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  và số phức  $k = x + yi$  trên mặt phẳng phức. Tìm số phức  $k$  để tứ giác  $OMNP$  là hình bình hành ( $O$  là gốc tọa độ của mặt phẳng phức)

A.  $k = -6i$ .      B.  $k = 6i$ .      C.  $k = -2$ .      D.  $k = 2$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn A.**

Phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$  có 2 nghiệm phức là  $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 1 - 3i$ .

Từ đó  $M(1;3), N(1;-3), P(x;y)$ .

Ta có  $OMNP$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \overline{OP} = \overline{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow k = -6i$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  sao cho  $\int_1^3 f(x) dx = 5$ . Tính  $I = \int_1^2 f(2x-1) dx$ .

- A.  $I = \frac{15}{2}$ .      B.  $I = \frac{5}{2}$ .      C.  $I = \frac{7}{2}$ .      D.  $I = \frac{9}{2}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

$I = \int_1^2 f(2x-1) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f(2x-1) d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{5}{2}$  ( $t = 2x-1$ )

**Câu 43.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = 2x - x^2$ ,  $y = 0$ . Khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$  ta thu được khối tròn xoay có thể tích  $V = \pi \left( \frac{a}{b} + 1 \right)$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $ab$  bằng bao nhiêu?

- A.  $ab = 3$ .                      B.  $ab = 12$ .                      C.  $ab = 24$ .                      D.  $ab = 15$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

Phương trình hoành độ:  $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

Thể tích khối tròn xoay (nêu trong đề):  $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16}{15} \pi = \pi \left( \frac{1}{15} + 1 \right)$

Từ đó  $a = 1, b = 15 \Rightarrow ab = 15$ .

**Câu 44.** Cho  $I = \int_1^e x \ln x dx = ae^2 + b$ . Tính giá trị biểu thức  $A = a - b$ .

- A.  $A = 0$ .                      B.  $A = \frac{1}{2}$ .                      C.  $A = -e$ .                      D.  $A = -e - \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn A.**

$$I = \int_1^e x \ln x dx = \int_1^e \ln x \cdot d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \left(\frac{x^2 \cdot \ln x}{2}\right) \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{x^2}{4}\right) \Big|_1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

Từ đó  $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4} \Rightarrow a - b = 0$ .

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y - z + 17 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  song song với  $(\alpha)$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$ .

- A.  $(\beta): 2x + 2y - z - 7 = 0$ .                      B.  $(\beta): 2x + 2y - z + 17 = 0$ .  
C.  $(\beta): 2x + 2y - z + 7 = 0$ .                      D.  $(\beta): 2x + 2y - z - 17 = 0$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn A.**

Do  $(\beta) // (\alpha)$  nên  $(\beta): 2x + 2y - z + D = 0$  ( $D \neq 17$ )

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$ , bán kính  $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 - (-11)} = 5$

Đường tròn giao tuyến của  $(S)$  và  $(\beta)$  có bán kính  $r = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$

Như thế khoảng cách từ tâm  $I$  đến  $(\beta)$  là  $d(I, (\beta)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow \frac{|D - 5|}{3} = 4 \Leftrightarrow D = -7 \text{ (do } D \neq 17)$$

Như vậy  $(\beta): 2x + 2y - z - 7 = 0$

**Câu 46.** Trong mặt phẳng phức, cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3 + 4i| = 2$  và  $w = 2z + i - 1$ . Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  là đường tròn có tâm  $I$ , bán kính  $R$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$ .

- A.  $I(5; -7), R = 4$ .      B.  $I(4; 5), R = 4$ .      C.  $I(3; -4), R = 2$ .      D.  $I(7; -9), R = 4$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn A.**

Đặt  $w = x + yi$  với  $x, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } w = 2z + i - 1 \Leftrightarrow \frac{w + 1 - i}{2} = z \Leftrightarrow \frac{w + 1 - i}{2} - 3 + 4i = z - 3 + 4i \Leftrightarrow \frac{w - 5 + 7i}{2} = z - 3 + 4i$$

$$\text{Vậy } \left| \frac{w - 5 + 7i}{2} \right| = |z - 3 + 4i| \Leftrightarrow \left| \frac{w - 5 + 7i}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow |w - 5 + 7i| = 4 \Leftrightarrow |(x - 5) + (y + 7)i| = 4$$

Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w$  là đường tròn tâm  $I(5; -7), R = 4$ .

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; 1; 1)$ ,  $C(0; 1; 2)$ . Lập phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua trực tâm của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .

$$\text{A. } (\Delta): \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{5}t \\ y = 1 + 1t \\ z = 4 + \frac{2}{5}t \end{cases} \quad \text{B. } (\Delta): \begin{cases} x = \frac{7}{3} + \frac{1}{5}t \\ y = \frac{8}{3} + 1t \\ z = \frac{5}{3} + \frac{2}{5}t \end{cases} \quad \text{C. } (\Delta): \begin{cases} x = 1 - 1t \\ y = \frac{4}{3} - 5t \\ z = \frac{2}{3} - 2t \end{cases} \quad \text{D. } (\Delta): \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = \frac{8}{3} - 10t \\ z = \frac{4}{3} - 2t \end{cases}$$

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 3) \Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -5; -2) = -(1; 5; 2)$$

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $C$  và vuông góc với  $AB$ . Khi đó  $(P)$  có phương trình tổng quát là:  $1(x - 0) - 1(y - 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 3 = 0$

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng đi qua  $B$  và vuông góc với  $AC$ . Khi đó  $(Q)$  có phương trình tổng quát là:  $-1(x - 2) - 1(y - 1) + 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow -x - y + 3z = 0$

$$\text{Đường thẳng } (\Delta) = (P) \cap (Q)$$

Ta thấy vectơ chỉ phương của  $(\Delta)$  chính là  $\vec{u}$  nhận thấy hai đáp án B và C có vectơ chỉ phương cùng phương

Điểm  $\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right) \in (P)$  và  $(Q)$  còn điểm  $\left(1; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$  không thuộc mặt phẳng nào.

Nên đáp án **B** là đáp án cần tìm.

**Câu 48.** Để đảm bảo an toàn giao thông, khi dừng đèn đỏ các xe ô tô phải cách nhau tối thiểu  $1m$ . Một ô tô  $A$  đang chạy với vận tốc  $12m/s$  thì gặp ô tô  $B$  đang dừng đèn đỏ nên ô tô  $A$  phải hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức  $v_A(t) = 12 - 3t(m/s)$ . Để đảm bảo an toàn thì ô tô  $A$  phải hãm phanh cách ô tô  $B$  một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

- A. 23.                      B. 24.                      C. 25.                      D. 22.

**Hướng dẫn giải.**

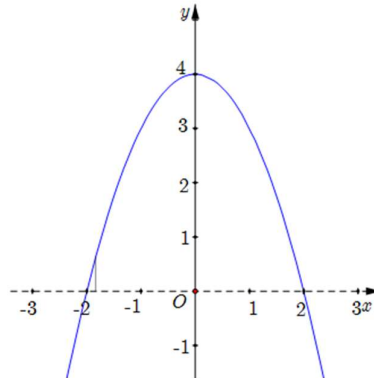
**Chọn C.**

Khi ô tô A dừng hẳn thì  $V = 0$  suy ra:  $v(t) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Quãng đường ô tô A đi được từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn:  $S = \int_0^4 (12 - 3t) dt = 24$

Để có khoảng cách an toàn thì cần quãng đường ít nhất là:  $25 m$  (cộng thêm 1 mét khoảng cách tối thiểu giữa 2 xe).

**Câu 49.** Cho Parabol như hình vẽ. Hãy tính diện tích giới hạn bởi Parabol và trục hoành.



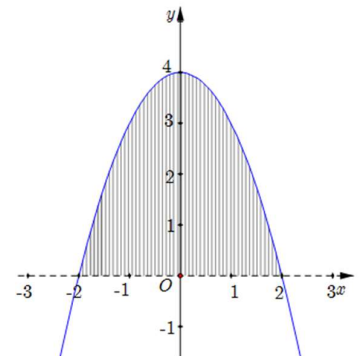
- A.  $S = 16$ .                      B.  $S = \frac{28}{3}$ .                      C.  $S = \frac{16}{3}$ .                      D.  $S = \frac{32}{3}$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn D.**

Từ hình vẽ ta dễ dàng tìm được phương trình của Parabol là  $y = -x^2 + 4$

Diện tích hình cần tìm là  $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3}$



- Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho các điểm  $A(6;0;6)$ ,  $B(8;-4;-2)$ ,  $C(0;0;6)$ ,  $D(1;1;5)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  thuộc đường thẳng  $CD$  sao cho diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất. Tính  $T = a - b + 3c$
- A.  $T = 16$ .                      B.  $T = -12$ .                      C.  $T = 12$ .                      D.  $T = 8$ .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn C.**

Ta có  $\overline{CD} = (1;1;-1)$ , phương trình tham số của đường thẳng  $CD$ : 
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 6 - t \end{cases}$$

Tọa độ  $M(a;b;c) = (t;t;6-t)$

$$\Rightarrow \overline{AM} = (t-6;t;-t); \overline{AB} = (2;-4;-8) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AM}] = (12t; 48-6t; 6t-24) = 6(2t; 8-t; t-4)$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} |[\overline{AB}, \overline{AM}]| = 3\sqrt{4t^2 + (8-t)^2 + (t-6)^2} = 3\sqrt{6t^2 - 24t + 80}$$

Dễ dàng thấy được diện tích tam giác nhỏ nhất bằng  $\sqrt{56}$  tại  $t = 2$

Vậy  $a = b = t = 2; c = 6 - t = 4$

Nên  $T = a - b + 3c = 12$ .