

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM (30 câu - 60 phút - 6 điểm)

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{-x}$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = -1$. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $F(x) + x + 1 = 0$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = 0$. D. $S = -3$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của d là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Trên đường thẳng d_1 lấy hai điểm A, B sao cho $AB = 6$, trên đường thẳng d_2 lấy hai điểm C, D sao cho $CD = 12$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

- A. $2\sqrt{21}$. B. $\sqrt{21}$. C. 24 . D. $12\sqrt{21}$.

Câu 4: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (1 - 2x)^5$ là

- A. $F(x) = 5(1 - 2x)^6 + C$. B. $F(x) = -\frac{1}{12}(1 - 2x)^6 + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{6}(1 - 2x)^6 + C$. D. $F(x) = 5(1 - 2x)^4 + C$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1 - 2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{b} = (2; 1; -3)$. B. $\vec{a} = (-2; 1; -3)$. C. $\vec{c} = (0; -3; 2)$. D. $\vec{d} = (2; -1; -3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 10z - 11 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -2; 5), R = 7$. B. $I(-3; 2; -5), R = 3\sqrt{3}$.
C. $I(3; 2; 5), R = 7$. D. $I(-3; 2; -5), R = 5$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (1; 3; 2)$, $\vec{c} = (0; 1; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{u} = (3; -4; -3)$. B. $\vec{u} = (3; 4; 3)$. C. $\vec{u} = (4; -3; -3)$. D. $\vec{u} = (-4; 3; 3)$.

Câu 9: Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài của MN .

A. $MN = 4$. B. $MN = 5$. C. $MN = -2\sqrt{5}$ D. $MN = 2\sqrt{5}$

Câu 10: Cho parabol $(P): y = 3x^2$ và đường thẳng d qua $M(1;5)$ có hệ số góc là k . Tìm k để hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d có diện tích nhỏ nhất.

A. $k = -6$. B. $k = 6$. C. $k = \frac{49}{4}$. D. $k = \frac{25}{2}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 12: Cho số z thỏa mãn các điều kiện $|z+8-3i| = |z-i|$ và $|z+8-7i| = |z+4-i|$. Tìm số phức $w = zi + 7 - 3i$.

A. $w = 1 - 6i$. B. $w = 13 - 6i$. C. $w = 1 + i$. D. $w = 3 - i$.

Câu 13: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C): y = \frac{2x+1}{x+1}$, trục Ox và trục Oy . Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là

A. $(3 - 4\ln 2)\pi$. B. $(4 - 3\ln 2)\pi$. C. 3π . D. $4\pi \ln 2$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; -2; 1), B(-1; 1; 0), C(1; 0; 2)$. Tìm tọa độ của đỉnh D .

A. $D(-3; 1; -3)$. B. $D(-1; 3; 2)$. C. $D(-1; 3; 1)$. D. $D(3; -3; 3)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in R$. Biết $f(0) = 1$ và $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < e$. B. $m > e$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 < m < e$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 5; 0), \vec{b} = (3; -7; 0)$. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 135° .

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 5i; z_2 = 3 - 4i$. Phần thực của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 26. B. 28. C. 27. D. 25.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0; 4; -2)$. Lập phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz .

A. $x^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 20$. B. $x^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 20$.

C. $x^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

D. $x^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f'(x) = 3 + 2\sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 2\cos x + 3$.

B. $f(x) = 3x + 2\cos x + 1$.

C. $f(x) = 3x - 2\cos x + 5$.

D. $f(x) = 3x + 2\cos x + 5$.

Câu 21: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 1, \int_1^3 g(x)dx = 3$, tính $\int_3^1 [f(x) - 2g(x)]dx$.

A. 1.

B. 5.

C. $\frac{5}{2}$.

D. -1.

Câu 22: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z - 12 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc (P) ?

A. $M(4;4;4)$.

B. $M(2;4;-4)$.

C. $M(10;5;-3)$.

D. $M(3;3;-4)$.

Câu 23: Biểu thức tích phân $I = \int_0^1 \ln(3x+1)dx = \frac{a}{b} \ln 2 - c$ với a, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b - c$.

A. $S = 13$.

B. $S = 10$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

A. $x - y + z = 0$.

B. $-x + y - z + 7 = 0$.

C. $x - y - z + 4 = 0$.

D. $x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 25: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 - 3i - 2i(1+i)$.

A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-5i$.

B. Phần thực là -5 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -5 .

D. Phần thực là 3 và phần ảo là 5.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4), C(5;-1;0), D(1;2;1)$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. 40.

B. 30.

C. 60.

D. 50.

Câu 27: Cho $\int_0^9 f(x)dx = 27$. Tính $\int_{-3}^0 f(-3x)dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = -3$.

C. $I = 9$.

D. $I = 27$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z - 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) , nhưng không vuông góc với mặt phẳng (P) .

B. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) .

C. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) .

D. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

Câu 29: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

C. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx, (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

A. $MN = 3$.

B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$.

C. $MN = 3\sqrt{2}$.

D. $MN = 14$.

II - PHẦN TỰ LUẬN (30 phút - 4 điểm)

Bài 1: (0.75 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm

$A(5; 1; 3), B(1; 2; 6), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD .

Bài 2: (0.75 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

Bài 3: (0,5 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t, \\ z = 3 \end{cases}$

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 \\ z = -2 + t' \end{cases} \quad (\text{với } t, t' \in \mathbb{R}). \text{ Tính góc giữa hai đường thẳng } (d_1) \text{ và } (d_2).$$

Bài 4: (0,5 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và điểm $M(1; 2; 1)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

Bài 5: (0.75 điểm) Tính diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$.

Bài 6: (0.75 điểm) Cho số phức z thỏa mãn: $3z + 2\bar{z} = (4 - i)^2$. Tính môđun của số phức z .

----- HẾT -----