

Câu 1: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $|z| = \sqrt{a+b}$ là mô-đun của z .
B. $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .
C. a là phần thực của z .
D. b là phần ảo của z .

Câu 2: Cho số phức $z = 2 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là

- A. 2 và 1. B. -2 và -1. C. -2 và 1. D. 2 và -1.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$.

- A. $\int f(x) dx = x^3 + x + C$.
B. $\int f(x) dx = x^3 + C$.
C. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
D. $\int f(x) dx = 6x + C$.

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.
B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.
D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 5: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(1; 1; 0)$. B. $M(1; 0; 1)$. C. $N(0; 1; 1)$. D. $Q(1; 1; 1)$.

Câu 7: Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, ($k \neq 0$).
B. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$, ($C \in \mathbb{R}$).

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3z - 5 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -1; 2)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{4}{5}$. B. $d = 1$. C. $d = \frac{7}{5}$. D. $d = \frac{1}{5}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2 - 1)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -3)$?

- A. $2x - 3z - 5 = 0$. B. $2x - 3z + 5 = 0$. C. $x + 2y - z - 6 = 0$. D. $x + 2y - z - 5 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; 1 - 1)$. B. $I(2; 0; -1)$. C. $I(-2; 0; 1)$. D. $I(-2; 1; 1)$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^1 3^x dx$.

- A. $I = \frac{2}{\ln 3}$. B. $I = \frac{3}{\ln 3}$. C. $I = \frac{9}{5}$. D. $I = 2 \ln 3$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(0; -3; -1)$. C. $(-2; 0; 0)$. D. $(0; 3; 1)$.

Câu 13: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2, F(1) = 5$.

- A. $\int_0^1 f(x) dx = -3$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$. C. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

Câu 14: Tính mô-đun của số phức z biết $z = \frac{1+7i}{3-4i}$.

- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 0$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| = 2$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) có tọa độ là

- A. $(0; -2; -4)$. B. $(0; 2; 4)$. C. $(3; -1; 1)$. D. $(3; -1; 0)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

- A. $x - y + 2z - 9 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 14 = 0$. C. $x - y + 2z + 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Câu 17: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{256}{27}$. B. $S = \frac{269}{27}$. C. $S = 9$. D. $S = 27$.

Câu 18: Cho số phức z , biết số phức liên hợp $\bar{z} = (1 - 2i)(1 + i)^3$. Điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức Oxy là điểm nào dưới đây?

- A. $P(6; -2)$. B. $M(2; 6)$. C. $Q(6; 2)$. D. $N(2; -6)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 0)$, $B(1; 0; -4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Câu 20: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x + 1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.
C. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 21: Cho tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx = 8$. Tính tích phân $I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx$

- A. $I = 12$. B. $I = 2$. C. $I = 32$. D. $I = 3$.

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực x, y sao cho: $x - 1 - yi = y + (2x - 5)i$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = 2, y = 1$. C. $x = -2, y = -1$. D. $x = -2, y = 9$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (4; 2; -9)$. B. $\vec{u} = (-4; -2; 9)$. C. $\vec{u} = (1; 3; -11)$. D. $\vec{u} = (-4; -5; 9)$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên $(0; +\infty)$?

- A. $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$. B. $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$. C. $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$. D. $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$.

Câu 25: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$.

Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. B. $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$. C. $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. D. $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Câu 27: Cho biết $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx$.

A. $I = 18$. B. $I = 5$. C. $I = 11$. D. $I = 3$.

Câu 28: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = -\frac{4}{9}$. B. $P = \frac{4}{9}$. C. $P = \frac{9}{4}$. D. $P = -\frac{9}{4}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Phương trình

nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng (d) ?

A. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$. B. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$.
C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$. D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Câu 31: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)^{2023}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2025}}{2025} - \frac{(x+1)^{2024}}{2024} + C$.
B. $\int f(x) dx = 2025(x+1)^{2024} + 2024(x+1)^{2023} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2025}}{2025} + \frac{(x+1)^{2024}}{2024} + C$.
D. $\int f(x) dx = 2025(x+1)^{2024} - 2024(x+1)^{2023} + C$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng

đi qua điểm $M(0; 1; -1)$ và song song với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$.

A. $F(x) = x^2 + e^x - 1$. B. $F(x) = x^2 + e^x$. C. $F(x) = e^x - 1$. D. $F(x) = x^2 + e^x + 1$.

Câu 35: Tìm tất cả các số phức z thỏa $2z - 3(1 + i) = iz + 7 - 3i$.

A. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$. B. $z = 4 - 2i$. C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $z = 4 + 2i$.

Câu 36: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x - 1}$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Tính $F(-1)$.

A. $F(-1) = -\ln 2$. B. $F(-1) = -2 + \ln 2$. C. $F(-1) = \ln 2$. D. $F(-1) = 2 + \ln 2$.

Câu 37: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 1| = |1 - i - 2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C) .

A. $R = \frac{10}{9}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = \frac{7}{3}$. D. $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Câu 38: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ bằng cách đặt $u = \tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du$. B. $I = \int_0^1 \frac{1}{u^2} du$. C. $I = -\int_0^1 u^2 du$. D. $I = \int_0^1 u^2 du$.

Câu 39: Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.

A. $S = -\frac{7}{3}$. B. $S = 3$. C. $S = -3$. D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và điểm $A(1; 1; 0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là

A. $x + y = 1 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $x + y - 2 = 0$. D. $x - 1 = 0$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - my + z - 1 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$), mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; -3; 1)$. Tìm số thực m để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc.

A. $m = -3$. B. $m = -\frac{1}{3}$. C. $m = \frac{1}{3}$. D. $m = 3$.

Câu 42: Cho $\int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx = \frac{a - b\sqrt{3}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a - 2b = 12$. B. $ab = 24$. C. $a - b = 10$. D. $a + b = 10$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 3), B(2; -1; 1), C(-1; 3; -4), D(2; 6; 0)$ tạo thành một hình tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD . Tìm tọa độ trung điểm G của đoạn MN .

A. $G(4; 8; 0)$. B. $G(2; 4; 0)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$. D. $G(1; 2; 0)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2; 0; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) là điểm nào dưới đây?

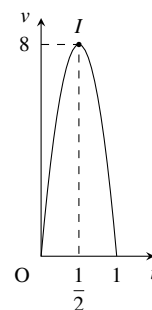
A. $Q(2; 2; 3)$. B. $M(-1; 4; -4)$. C. $N(0; -2; 1)$. D. $P(1; 0; 2)$.

Câu 45: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2, y = 0$ và $x = 2$.

A. $S = \frac{2 + 2\ln 2}{\ln 2}$. B. $S = \frac{3 - 4\ln 2}{\ln 2}$. C. $S = \frac{3 + 4\ln 2}{\ln 2}$. D. $S = \frac{2 - 2\ln 2}{\ln 2}$.

Câu 46:

Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị làm một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. $S = 5,3$ km. B. $S = 4,5$ km. C. $S = 4$ km. D. $S = 2,3$ km.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 = (y+2)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn thẳng IM ngắn nhất.

- A. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{11}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{2}{9}\right)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(1; -2; -3)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Câu 49: Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{|z-3+4i|+1}{3|z-3+4i|-3} = \frac{1}{2}$ và mô-đun $|z|$ lớn nhất. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Câu 50: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2}x$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{28\pi}{5}$. B. $V = \frac{12\pi}{5}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

— HẾT —

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.A	2.D	3.C	4.D	5.C	6.C	7.B	8.B	9.A	10.B
11.A	12.C	13.D	14.C	15.C	16.A	17.B	18.D	19.C	20.A
21.C	22.B	23.B	24.D	25.A	26.B	27.C	28.B	29.A	30.C
31.A	32.A	33.B	34.A	35.D	36.A	37.D	38.D	39.B	40.D
41.D	42.C	43.D	44.D	45.D	46.B	47.A	48.D	49.C	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $|z| = \sqrt{a+b}$ là mô-đun của z .
 B. $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .
 C. a là phần thực của z .
 D. b là phần ảo của z .

Lời giải.

Theo định nghĩa có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Vậy $|z| = \sqrt{a+b}$ là mô-đun của z là mệnh đề sai.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 2: Cho số phức $z = 2 + i$. Số phức liên hợp $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là

- A. 2 và 1. B. -2 và -1. C. -2 và 1. D. 2 và -1.

Lời giải.

$z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$. Vậy $\bar{z}$ có phần thực, phần ảo lần lượt là 2 và -1.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$.

- A. $\int f(x) dx = x^3 + x + C$.
 B. $\int f(x) dx = x^3 + C$.
 C. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
 D. $\int f(x) dx = 6x + C$.

Lời giải.

$\int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.
 B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
 C. $\int \cos 2x dx = -2 \sin 2x + C$.
 D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$.

Vậy $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 5: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Theo lý thuyết $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(1; 1; 0)$. B. $M(1; 0; 1)$. C. $N(0; 1; 1)$. D. $Q(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $N(0; 1; 1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P) \Rightarrow 2 \cdot 0 - 1 + 3 \cdot 1 - 2 = 0$ (đúng). Vậy $N \in (P)$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 7: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên tập xác định. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \neq 0)$. B. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. D. $\int f'(x) dx = f(x) + C, (C \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là $\int f(x) dx = \int f(x) \cdot g(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3z - 5 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -1; 2)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{4}{5}$. B. $d = 1$. C. $d = \frac{7}{5}$. D. $d = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|4 + 3 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -1)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -3)$?

- A. $2x - 3z - 5 = 0$. B. $2x - 3z + 5 = 0$. C. $x + 2y - z - 6 = 0$. D. $x + 2y - z - 5 = 0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng qua $M(1; 2; -1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0; -3)$ là $2(x - 1) - 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3z - 5 = 0$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; 1-1)$. B. $I(2; 0; -1)$. C. $I(-2; 0; 1)$. D. $I(-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu (S) là $I(2; 0; -1)$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^1 3^x dx$.

- A. $I = \frac{2}{\ln 3}$. B. $I = \frac{3}{\ln 3}$. C. $I = \frac{9}{5}$. D. $I = 2\ln 3$.

Lời giải.

Áp dụng công thức có $I = \int_0^1 3^x dx = \left. \frac{3^x}{\ln 3} \right|_0^1 = \frac{2}{\ln 3}$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(2; 0; 0)$. B. $(0; -3; -1)$. C. $(-2; 0; 0)$. D. $(0; 3; 1)$.

Lời giải.

Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Ox là $(-2; 0; 0)$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 13: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$ biết $F(0) = 2$, $F(1) = 5$.

- A. $\int_0^1 f(x) dx = -3$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$. C. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 3$.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 3$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 14: Tính mô-đun của số phức z biết $z = \frac{1+7i}{3-4i}$.

- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 0$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| = 2$.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{1+7i}{3-4i} = -1+i \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d) có tọa độ là

- A. $(0; -2; -4)$. B. $(0; 2; 4)$. C. $(3; -1; 1)$. D. $(3; -1; 0)$.

Lời giải.

Đường thẳng $(d): \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ là $(3; -1; 1)$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

- A. $x - y + 2z - 9 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 14 = 0$.
C. $x - y + 2z + 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d nên (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $(x - 1) - (y + 2) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 17: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{256}{27}$. B. $S = \frac{269}{27}$. C. $S = 9$. D. $S = 27$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $3x^2 = 2x + 5 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x = -1$, $x = \frac{5}{3}$.

Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-1}^2 |(3x^2 - 2x - 5)| dx = \left| \int_{-1}^{\frac{5}{3}} (3x^2 - 2x - 5) dx \right| + \left| \int_{\frac{5}{3}}^2 (3x^2 - 2x - 5) dx \right|$
 $= \left| (x^3 - x^2 - 5x) \Big|_{-1}^{\frac{5}{3}} \right| + \left| (x^3 - x^2 - 5x) \Big|_{\frac{5}{3}}^2 \right| = \left| -\frac{175}{27} - 3 \right| + \left| -6 + \frac{175}{27} \right| = \frac{269}{27}$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 18: Cho số phức z , biết số phức liên hợp $\bar{z} = (1 - 2i)(1 + i)^3$. Điểm biểu diễn z trên mặt phẳng phức Oxy là điểm nào dưới đây?

- A. $P(6; -2)$. B. $M(2; 6)$. C. $Q(6; 2)$. D. $N(2; -6)$.

Lời giải.

Có $\bar{z} = (1 - 2i)(1 + i)^3 = (1 - 2i)(1 + 3i + 3i^2 + i^3) = (1 - 2i)(-2 + 2i) = 2 + 6i \Rightarrow z = 2 - 6i$. Vậy điểm biểu diễn của z là $N(2; -6)$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;0)$, $B(1;0;-4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}.$$

Vì mặt cầu nhận AB làm đường kính nên có tâm $I(2;1;-2)$ là trung điểm của AB và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Phương trình của mặt cầu là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 20: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.
C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } u = 2x+1, dv = e^x dx \Rightarrow du = 2dx, v = e^x.$$

$$I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx.$$

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 21: Cho tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx = 8$. Tính tích phân $I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx$

- A. $I = 12$. B. $I = 2$. C. $I = 32$. D. $I = 3$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 4t \Rightarrow dx = 4dt. \text{ Khi } x = 4 \Rightarrow t = 1; x = 12 \Rightarrow t = 3.$$

$$I = \int_4^{12} f\left(\frac{x}{4}\right) dx = 4 \int_1^3 f(t) dt = 4 \cdot 8 = 32.$$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 22: Tìm tất cả các giá trị thực x, y sao cho: $x - 1 - yi = y + (2x - 5)i$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = 2, y = 1$. C. $x = -2, y = -1$. D. $x = -2, y = 9$.

Lời giải.

$$x - 1 - yi = y + (2x - 5)i \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = y \\ -y = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (4; 2; -9)$. B. $\vec{u} = (-4; -2; 9)$. C. $\vec{u} = (1; 3; -11)$. D. $\vec{u} = (-4; -5; 9)$.

Lời giải.

$$\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-4; -2; 9).$$

☞ Chọn đáp án (B) □

Câu 24: Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên $(0; +\infty)$?

A. $F_1(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + 1$. B. $F_3(x) = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + 3$. C. $F_4(x) = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + 4$. D. $F_2(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{4} + 2$.

Lời giải.

Với $x \in (0; +\infty)$, ta có $\int f(x)dx = \int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} + C = \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + C = \frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + C$.

☞ Chọn đáp án (D) □

Câu 25: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. B. $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$. C. $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. D. $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Lời giải.

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} (2x - \sin 2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

☞ Chọn đáp án (A) □

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -2, c = -\frac{3}{2}, d = 7 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{1}{4} > 0$. Vậy $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$ là phương trình mặt cầu.

☞ Chọn đáp án (B) □

Câu 27: Cho biết $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx$.

A. $I = 18$. B. $I = 5$. C. $I = 11$. D. $I = 3$.

Lời giải.

$$I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 g(x) dx = x^2 \Big|_0^2 + 3 - 2 \cdot (-2) = 11.$$

☞ Chọn đáp án (C) □

Câu 28: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = -\frac{4}{9}$. B. $P = \frac{4}{9}$. C. $P = \frac{9}{4}$. D. $P = -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 4z + 9 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = 1 + \frac{\sqrt{14}}{2}i$, $z_2 = 1 - \frac{\sqrt{14}}{2}i$.

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{14}}{2}i} + \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{14}}{2}i} = \frac{4}{9}.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Phương

trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng (d) ?

A. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.

B. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$.

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(3; -1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của (d) : $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$.

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải.

ặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 31: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+1)^{2023}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2025}}{2025} - \frac{(x+1)^{2024}}{2024} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2025(x+1)^{2024} + 2024(x+1)^{2023} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{(x+1)^{2025}}{2025} + \frac{(x+1)^{2024}}{2024} + C$.

D. $\int f(x) dx = 2025(x+1)^{2024} - 2024(x+1)^{2023} + C$.

Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int x(x+1)^{2023} dx = \int (x+1-1)(x+1)^{2023} dx = \int [(x+1)^{2024} - (x+1)^{2023}] dx = \frac{(x+1)^{2025}}{2025} - \frac{(x+1)^{2024}}{2024} + C.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Đường thẳng đi qua điểm $M(0; 1; -1)$ và song song với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Rõ ràng $M \notin (d)$.

Đường thẳng (d) có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; -1)$.

Đường thẳng đi qua $M(0; 1; -1)$ và song song với đường thẳng (d) có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$.

- A. $F(x) = x^2 + e^x - 1$. B. $F(x) = x^2 + e^x$. C. $F(x) = e^x - 1$. D. $F(x) = x^2 + e^x + 1$.

Lời giải.

$F(x) = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

$F(0) = 0 \Rightarrow 1 + C = 0 \Rightarrow C = -1$. Vậy $F(x) = x^2 + e^x - 1$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 35: Tìm tất cả các số phức z thỏa $2z - 3(1 + i) = iz + 7 - 3i$.

- A. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$. B. $z = 4 - 2i$. C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $z = 4 + 2i$.

Lời giải.

Ta có $2z - 3(1 + i) = iz + 7 - 3i \Leftrightarrow (2 - i)z = 10 \Leftrightarrow z = \frac{10}{2 - i} \Leftrightarrow z = 4 + 2i$.

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 36: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x - 1}$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Tính $F(-1)$.

- A. $F(-1) = -\ln 2$. B. $F(-1) = -2 + \ln 2$. C. $F(-1) = \ln 2$. D. $F(-1) = 2 + \ln 2$.

Lời giải.

$$F(x) = \int \frac{2x^2 - 2x - 1}{x-1} dx = \int \left(2x - \frac{1}{x-1} \right) dx = x^2 - \ln|x-1| + C.$$

$$F(0) = 0 - \ln 1 + C \Rightarrow C = -1. \text{ Vậy } F(-1) = 1 - \ln 2 - 1 = -\ln 2.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 37: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+1| = |1-i-2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $R = \frac{10}{9}$. B. $R = 2\sqrt{3}$. C. $R = \frac{7}{3}$. D. $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải.

Gọi số phức $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$|x + yi + 1| = |1 - i - 2(x + yi)| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{(1-2x)^2 + (-1-2y)^2} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 = 1 - 4x + 4x^2 + 1 + 4y + 4y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + \frac{4}{3}y + \frac{1}{3} = 0.$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(1; -\frac{2}{3}\right)$, bán kính $R = \sqrt{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 38: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ bằng cách đặt $u = \tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du$. B. $I = \int_0^1 \frac{1}{u^2} du$. C. $I = -\int_0^1 u^2 du$. D. $I = \int_0^1 u^2 du$.

Lời giải.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } u = \tan x \Rightarrow du = \frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow u = 0, x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 1. \text{ Suy ra } I = \int_0^1 u^2 du.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 39: Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.

- A. $S = -\frac{7}{3}$. B. $S = 3$. C. $S = -3$. D. $S = \frac{7}{3}$.

Lời giải.

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có phương trình } z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow (a + bi) + 1 + 3i - i\sqrt{a^2 + b^2} = 0 \Leftrightarrow (a + 1) + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}. \text{ Suy ra } S = a - 3b = 3.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và điểm $A(1; 1; 0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là

- A. $x + y = 1 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $x + y - 2 = 0$. D. $x - 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1 + 0 + 4} = 3$. Ta có $\vec{IA} = (3; 0; 0)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua A có véc-tơ pháp tuyến $\vec{IA} = (3; 0; 0)$ có phương trình là $3(x - 1) + 0(y - 1) + 0(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - my + z - 1 = 0 (m \in \mathbb{R})$, mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; -3; 1)$. Tìm số thực m để hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc.

- A. $m = -3$. B. $m = -\frac{1}{3}$. C. $m = \frac{1}{3}$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Ta có $\vec{OA} = (1; -3; 1)$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; -3; 1)$ và chứa trục $Ox \Rightarrow (Q)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; 1; 3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -m; 1)$.

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-m) + 1 \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 42: Cho $\int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx = \frac{a - b\sqrt{3}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a - 2b = 12$. B. $ab = 24$. C. $a - b = 10$. D. $a + b = 10$.

Lời giải.

Đặt $u = \sqrt{3 + \ln x} \Rightarrow u^2 = 3 + \ln x \Rightarrow 2udu = \frac{dx}{x}$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow u = \sqrt{3}$; $x = e \Rightarrow u = 2$.

Khi đó $\int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{x} dx = 2 \int_{\sqrt{3}}^2 u^2 dx = \frac{2u^3}{3} \Big|_{\sqrt{3}}^2 = \frac{16 - 6\sqrt{3}}{3}$. Vậy $a = 16, b = 6 \Rightarrow a - b = 10$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(-1; 3; -4)$, $D(2; 6; 0)$ tạo thành một hình tứ diện. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, CD . Tìm tọa độ trung điểm G của đoạn MN .

- A. $G(4; 8; 0)$. B. $G(2; 4; 0)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; 0\right)$. D. $G(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; 2\right)$.

Gọi N là trung điểm đoạn thẳng $CD \Rightarrow N\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}; -2\right)$.

Gọi G là trung điểm đoạn thẳng $MN \Rightarrow G(1; 2; 0)$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $A(2;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(2;2;3)$. B. $M(-1;4;-4)$. C. $N(0;-2;1)$. D. $P(1;0;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M(-1;-4;0)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1;2;1)$.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } (\Delta): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = t. \end{cases}$$

Gọi P là hình chiếu vuông góc của A trên (Δ) . Khi đó $P \in (\Delta) \Rightarrow P(-1+t; -4+2t; t)$.

Ta có $\vec{AP} = (-3+t; -4+2t; t-1)$.

Vì $\vec{AP} \perp \vec{u}_\Delta$ nên $\vec{AP} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-3+t) + 2 \cdot (-4+2t) + 1 \cdot (t-1) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow P(1;0;2)$.

☞ Chọn đáp án (D) □

Câu 45: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2$, $y = 0$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{2+2\ln 2}{\ln 2}$. B. $S = \frac{3-4\ln 2}{\ln 2}$. C. $S = \frac{3+4\ln 2}{\ln 2}$. D. $S = \frac{2-2\ln 2}{\ln 2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^x - 2$ và trục hoành: $2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

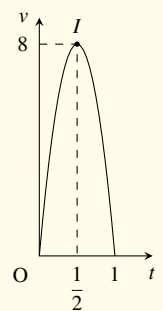
$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_1^2 |2^x - 2| dx = \int_1^2 (2^x - 2) dx = \left(\frac{2^x}{\ln 2} - 2x \right) \Big|_1^2 = \frac{2-2\ln 2}{\ln 2}.$$

☞ Chọn đáp án (D) □

Câu 46:

Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị làm một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

- A. $S = 5,3$ km. B. $S = 4,5$ km. C. $S = 4$ km. D. $S = 2,3$ km.



Lời giải.

Từ giả thiết công thức biểu thị vận tốc theo thời gian có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$.

Dựa vào hình vẽ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}. \text{ Vậy hàm vận tốc là } v(t) = -32t^2 + 32t.$$

Do đó quãng đường người đó đi được sau 45 phút là $S = \int_0^{\frac{3}{4}} (-32t^2 + 32t) dt = 4,5$ km.

☞ Chọn đáp án (B) □

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 = (y+2)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn thẳng IM ngắn nhất.

- A. $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{11}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{2}{9}\right)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(1; -2; -3)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) ngắn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) .

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad . \text{ Khi đó}$$

tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \\ 2x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \\ 2(1 + 2t) - (-2 - t) + 2(2t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \\ z = -\frac{4}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm M là $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Lời giải.

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, khi đó phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c), \overrightarrow{CA} = (a; 0; -c)$ và $\overrightarrow{AM} = (3 - a; 2; 1), \overrightarrow{BM} = (3; 2 - b; 1)$.

Vì M là trực tâm tam giác ABC nên ta có hệ

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + c = 0 \\ 3a - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b \\ c = 3a \end{cases}.$$

Mặt khác vì M thuộc (ABC) nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{a} + \frac{2}{\frac{3a}{2}} + \frac{1}{3a} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{14}{3}$.

Thay $a = \frac{14}{3}, b = 7, c = 14$ ta được phương trình mặt phẳng $(ABC): 3x + 2y + z - 14 = 0$.

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 49: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{|z - 3 + 4i| + 1}{3|z - 3 + 4i| - 3} = \frac{1}{2}$ và mô-đun $|z|$ lớn nhất. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Đặt $t = |z - 3 + 4i|$, ta được phương trình $\frac{t+11}{3t-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2t+2 = 3t-3 \Rightarrow t = 5$.

$$|z - 3 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |a + bi - 3 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |(a-3) + (b+4)i| = 5 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+4)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 6a + 8b = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 6a - 8b.$$

Ta có $(6a - 8b)^2 \leq 100(a^2 + b^2)$, suy ra $|z|^4 \leq 100|z|^2 \Leftrightarrow |z|^4 - 100|z|^2 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq |z|^2 \leq 100 \Leftrightarrow 0 \leq |z| \leq 10$.

$$\text{Giá trị lớn nhất của } |z| \text{ bằng } 10 \text{ khi } \begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ a^2 + b^2 = 6a - 8b \\ \frac{a}{6} = -\frac{b}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a - 8b = 100 \\ 4a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow S =$$

$$a + b = -2.$$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 50: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{28\pi}{5}$.

B. $V = \frac{12\pi}{5}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3}$.

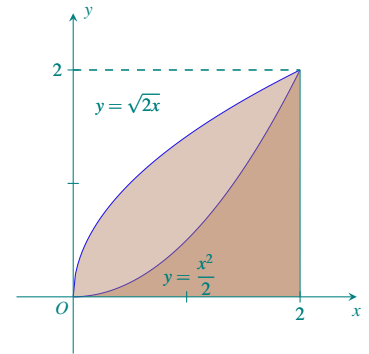
D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } \frac{x^2}{2} = \sqrt{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \frac{x^4}{4} = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là } V = \pi \cdot \int_0^2 \left[(\sqrt{2x})^2 - \left(\frac{x^2}{2} \right)^2 \right] dx =$$

$$\pi \cdot \int_0^2 \left(2x - \frac{x^4}{4} \right) dx = \pi \cdot \left(x^2 - \frac{x^5}{20} \right) \Big|_0^2 = \frac{12\pi}{5}.$$



🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{n} = (0; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R bằng

- A. $I(2; -1; 0), R = 4$. B. $I(2; -1; 0), R = 2$. C. $I(-2; 1; 0), R = 2$. D. $I(-2; 1; 0), R = 4$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây **thuộc** mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

- A. $N(0; 1; 1)$. B. $Q(2; 0; -1)$. C. $M(3; 1; 0)$. D. $P(1; 1; 1)$.

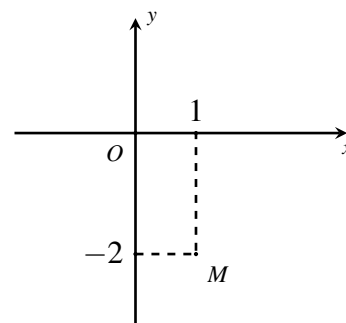
Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. B. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. 2. B. 3. C. $3i$. D. -3 .

Câu 6: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức.



- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
C. Phần thực là -2 và phần ảo là i . D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- A. $\int (2x + 1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.
C. $\int (2x + 1) dx = 2x^2 + 1 + C$. D. $\int (2x + 1) dx = x^2 + C$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(1; -1; -3)$. B. $N(3; -2; -1)$. C. $P(1; -1; -5)$. D. $Q(5; -3; 3)$.

Câu 10: Cho số phức $z = -3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. -1 .

B. $-i$.

C. -5 .

D. $-5i$.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

A. $I = e^2 - 2e$.

B. $I = 2e$.

C. $I = 2e + 2$.

D. $I = 2e - 2$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2\sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = 3x - 2\cos x + 5$.

B. $f(x) = 3x + 2\cos x + 3$.

C. $f(x) = 3x - 2\cos x + 3$.

D. $f(x) = 3x + 2\cos x + 5$.

Câu 13: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = 3^x + C$.

B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$.

D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$.

B. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.

C. $\int e^x dx = e^x + C$.

D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

A. $\vec{u} = (5; -3; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; -3; 5)$.

C. $\vec{u} = (2; 5; -3)$.

D. $\vec{u} = (-3; 5; 2)$.

Câu 16: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính mô-đun của số phức $\bar{z}$.

A. $|\bar{z}| = a^2 + b^2$.

B. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

C. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}$.

D. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}$.

Câu 17: Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$ (với m, n là những số thực dương và $\frac{m}{n}$ tối giản), khi đó, tổng $m + n$ bằng

A. 12.

B. 7.

C. 1.

D. 5.

Câu 18: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

A. $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b |f^2(x)| dx$.

D. $S = \pi \int_a^b |f^2(x)| dx$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^a f(x) dx = a^2$. C. $\int_a^a f(x) dx = 2a$. D. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \sqrt{5}$. B. $OM = 9$. C. $OM = \sqrt{3}$. D. $OM = 3$.

Câu 23: Biết $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x) dx$.

A. $x^2 + 2x + C'$. B. $-x^2 + 2x + C'$. C. $-x^2 - 2x + C'$. D. $x^2 - 2x + C'$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(4; -3; 1)$. B. $I(-4; 3; 1)$. C. $I(-4; 3; -1)$. D. $I(4; 3; 1)$.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $\bar{z} = 2+i$. B. $\bar{z} = -2+i$. C. $\bar{z} = -2-i$. D. $\bar{z} = 2-i$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 28: Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là

A. 3. B. -3. C. -4. D. 4.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Câu 30: Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

A. $3x+y-1=0$. B. $y+z-3=0$. C. $x-3y-1=0$. D. $2x+y-2z=0$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; -3; 1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-5t \\ z = 2+4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 3-t \\ y = -8+5t \\ z = 5-4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-5t \\ z = -3-2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+5t \\ z = 1+4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 33: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

- A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$. B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$. C. $N(-1; \sqrt{2})$. D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -2; 1), B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- A. $H(0; -5; -1)$. B. $H(1; -5; -1)$. C. $H(4; 1; 0)$. D. $H(5; 0; -1)$.

Câu 35: Tính nguyên hàm $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $A = \int dt$. B. $A = \int \frac{1}{t^2} dt$. C. $A = \int t dt$. D. $A = \int \frac{1}{t} dt$.

Câu 36: Biết rằng $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$ với $(a, b \in \mathbb{Q})$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = 1$.

Câu 37: Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox .

- A. $V = 3$. B. $V = \pi$. C. $V = 1$. D. $V = 3\pi$.

Câu 38: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1 + 3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $-3 + 3i$. B. $-3 + 9i$. C. $-3 - 3i$. D. $-3 + 9i$.

Câu 39: Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2 - x)$. Thể tích của vật thể B là

- A. $V = \frac{2}{3}\pi$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 40: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

- A. $S = 7$. B. $S = 24$. C. $S = -7$. D. $S = 0$.

Câu 41: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

- A. 150 m. B. 250 m. C. 246 m. D. 540 m.

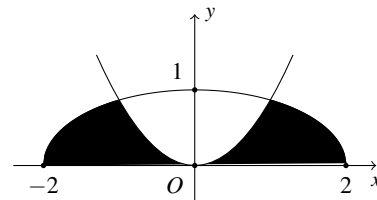
Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = 2\sqrt{6}$. B. $AB = 24$. C. $AB = 4$. D. $AB = \sqrt{6}$.

Câu 43: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P): 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo tiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $2x + y - 2z - 11 = 0$. B. $2x - y - 2z - 7 = 0$.
C. $2x + y - 2z - 5 = 0$. D. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Câu 44: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a + b + c$.



- A. $P = 9$. B. $P = 12$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính $I = \int_1^{10} f(x) dx$.

- A. $\frac{135}{4}$. B. $\frac{125}{4}$. C. $\frac{105}{4}$. D. $\frac{75}{4}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, điểm

$M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

- A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$. B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.
C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$. D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4), F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 2; 0)$. B. $M(-1; -2; 0)$. C. $M(1; -2; 0)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Câu 48: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $P = 4$. B. $P = 2 - \sqrt{2}$. C. $P = 2$. D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P): mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. 1.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2023}$, với mọi $x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{2023 \cdot 2026}$. B. $I = \frac{1}{2024 \cdot 2025}$. C. $I = \frac{1}{2024 \cdot 2026}$. D. $I = \frac{1}{2023 \cdot 2024}$.

— HẾT —

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.A	2.C	3.A	4.A	5.D	6.D	7.B	8.D	9.A	10.C
11.D	12.A	13.B	14.C	15.B	16.B	17.B	18.A	19.B	20.A
21.A	22.D	23.A	24.C	25.B	26.C	27.C	28.B	29.A	30.D
31.B	32.B	33.D	34.A	35.D	36.A	37.D	38.C	39.C	40.D
41.B	42.A	43.D	44.A	45.A	46.C	47.C	48.C	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{n} = (0; 0; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R bằng

- A. $I(2; -1; 0), R = 4$. B. $I(2; -1; 0), R = 2$. C. $I(-2; 1; 0), R = 2$. D. $I(-2; 1; 0), R = 4$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Tâm $I(a, b, c)$, bán kính R . Tâm $I(-2; 1; 0)$, bán kính $R = 2$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây **thuộc** mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$?

- A. $N(0; 1; 1)$. B. $Q(2; 0; -1)$. C. $M(3; 1; 0)$. D. $P(1; 1; 1)$.

Lời giải.

Ta có $0 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 = 0$. Vậy $N(0; 1; 1)$ thuộc mặt phẳng $x - 3y + 2z + 1 = 0$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. B. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (-1; 2; -1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

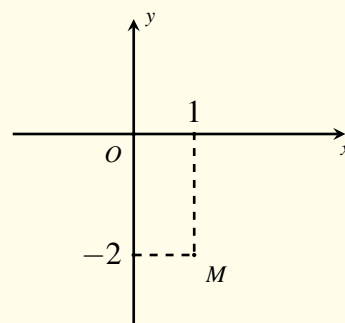
- A. 2. B. 3. C. $3i$. D. -3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 6: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức.



- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
C. Phần thực là -2 và phần ảo là i . D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Lời giải.

Số phức z có phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

- A. $\int (2x + 1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.
C. $\int (2x + 1) dx = 2x^2 + 1 + C$. D. $\int (2x + 1) dx = x^2 + C$.

Lời giải.

$$\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2; 3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

- A. $M(1; -1; -3)$. B. $N(3; -2; -1)$. C. $P(1; -1; -5)$. D. $Q(5; -3; 3)$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{1-3}{2} = \frac{-1+2}{2} \neq \frac{-3+1}{4}$ nên điểm $M(1; -1; -3)$ không thuộc đường thẳng d .

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 10: Cho số phức $z = -3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. -1 . B. $-i$. C. -5 . D. $-5i$.

Lời giải.

Số phức $z = -3 - 2i$ có phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 . Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là -5 .

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^1 2e^x dx$.

- A. $I = e^2 - 2e$. B. $I = 2e$. C. $I = 2e + 2$. D. $I = 2e - 2$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_0^1 2e^x dx = 2 \int_0^1 e^x dx = 2(e^x) \Big|_0^1 = 2e - 2$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 + 2 \sin x$ và $f(0) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$. B. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 3$.
C. $f(x) = 3x - 2 \cos x + 3$. D. $f(x) = 3x + 2 \cos x + 5$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 + 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C$.

$f(0) = 3 \Leftrightarrow -2 + C = 3 \Leftrightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 3x - 2 \cos x + 5$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 13: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$.

- A. $\int 3^x dx = 3^x + C$. B. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
C. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

B. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C.$

C. $\int e^x dx = e^x + C.$

D. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C.$

Lời giải.

$\int e^x dx = e^x + C.$

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

A. $\vec{u} = (5; -3; 2).$

B. $\vec{u} = (2; -3; 5).$

C. $\vec{u} = (2; 5; -3).$

D. $\vec{u} = (-3; 5; 2).$

Lời giải.

$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2; -3; 5).$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 16: Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính mô-đun của số phức $\bar{z}$.

A. $|\bar{z}| = a^2 + b^2.$

B. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}.$

C. $|\bar{z}| = \sqrt{a^2 - b^2}.$

D. $|\bar{z}| = \sqrt{a + b}.$

Lời giải.

$|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}.$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 17: Biết $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{m}{n}$ (với m, n là những số thực dương và $\frac{m}{n}$ tối giản), khi đó, tổng $m + n$ bằng

A. 12.

B. 7.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $\int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| \Big|_2^3 = \ln 4 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}.$

Vậy $m = 4, n = 3$. Tổng $m + n = 7$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 18: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

A. $I = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$

B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $I = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \int_a^b |f^2(x)| dx.$ D. $S = \pi \int_a^b |f^2(x)| dx.$

Lời giải.

$S = \int_a^b |f(x)| dx.$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int_a^a f(x) dx = 0.$ B. $\int_a^a f(x) dx = a^2.$ C. $\int_a^a f(x) dx = 2a.$ D. $\int_a^a f(x) dx = 1.$

Lời giải.

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Ta có: $\int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0.$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \sqrt{5}.$ B. $OM = 9.$ C. $OM = \sqrt{3}.$ D. $OM = 3.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; -1; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3.$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 23: Biết $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C$. Tính $\int f(-x) dx$.

- A. $x^2 + 2x + C'$. B. $-x^2 + 2x + C'$. C. $-x^2 - 2x + C'$. D. $x^2 - 2x + C'$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = -x^2 + 2x + C \Rightarrow f(x) = -2x + 2 \Rightarrow f(-x) = 2x + 2$
 $\Rightarrow \int f(-x) dx = x^2 + 2x + C'$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(4; -3; 1)$. B. $I(-4; 3; 1)$. C. $I(-4; 3; -1)$. D. $I(4; 3; 1)$.

Lời giải.

Dạng phương trình mặt cầu (S) là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Khi đó mặt cầu (S) có tâm $I(a, b, c)$.
Vậy $I(-4; 3; -1)$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = 4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là

- A. $\bar{z} = 2+i$. B. $\bar{z} = -2+i$. C. $\bar{z} = -2-i$. D. $\bar{z} = 2-i$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$.

Ta có: $(1+2i)z = 4-3i+2z \Leftrightarrow (-1+2i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = -2-i$.

Vậy $\bar{z} = -2+i$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Lấy $M(-3; 0; 0) \in (P)$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) .

Ta có $d(M, (Q)) = \frac{|x_M + 2y_M - 2z_M - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $y = x^2 - x$ và $y = x$ là:

$$x^2 - x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

$$\int_0^2 |x^2 - x - x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = - \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 28: Số phức $z = \frac{4-3i}{i}$ có phần thực là

- A. 3. B. -3. C. -4. D. 4.

Lời giải.

Ta có $z = \frac{4-3i}{i} = \frac{-i(4-3i)}{-i^2} = \frac{-4i+3i^2}{1} = -3-4i$. Vậy phần thực của số phức z là -3 .

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (Oxy) là $d = 3 = R$.

Mặt cầu thỏa yêu cầu bài toán có phương trình là

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 30: Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -1; 2)$ và $N(2; 1; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

- A. $3x + y - 1 = 0$. B. $y + z - 3 = 0$. C. $x - 3y - 1 = 0$. D. $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = 3 \end{cases}$$

Khi đó $I(2;0;3)$. $\overrightarrow{MN} = (0;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là $2y + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow y + z - 3 = 0$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (1; -5; 4)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-3;1)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 5t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -3 - 4t \end{cases}$

Với $t = -2$, ta được $M(3;-8;5)$ thuộc đường thẳng AB . Khi đó, đường thẳng AB có phương trình tham số

$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 33: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức z_1 ?

A. $P(-1; -\sqrt{2}i)$.

B. $Q(-1; \sqrt{2}i)$.

C. $N(-1; \sqrt{2})$.

D. $M(-1; -\sqrt{2})$.

Lời giải.

Ta có $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + \sqrt{2}i \\ z = -1 - \sqrt{2}i \end{cases}$. Vì z_1 có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z_1 là điểm $M(-1; -\sqrt{2})$.

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm H của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

A. $H(0; -5; -1)$.

B. $H(1; -5; -1)$.

C. $H(4; 1; 0)$.

D. $H(5; 0; -1)$.

Lời giải.

$$\vec{AB} = (1; 3; 2).$$

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Vì H là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) nên H thuộc đường thẳng AB .

Khi đó $H(1+t, -2+3t, 1+2t)$. Vì H cũng thuộc mặt phẳng (P) nên

$$1+t - (-2+3t) + 2(1+2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Vậy $H(0; -5; -1)$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 35: Tính nguyên hàm $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $A = \int dt.$ B. $A = \int \frac{1}{t^2} dt.$ C. $A = \int t dt.$ D. $A = \int \frac{1}{t} dt.$

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

$$A = \int \frac{1}{t} dt.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 36: Biết rằng $\int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b$ với $(a, b \in \mathbb{Q})$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \frac{1}{2}.$ B. $P = 0.$ C. $P = \frac{1}{4}.$ D. $P = 1.$

Lời giải.

$$I = \int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases}, \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}.$$

$$I = \frac{1}{2} x \cdot e^{2x} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4}. \text{ Vậy } P = \frac{1}{2}.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 37: Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox .

A. $V = 3.$ B. $V = \pi.$ C. $V = 1.$ D. $V = 3\pi.$

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^2 (\sqrt{2x})^2 dx = \pi \int_1^2 x^2 dx = \pi \cdot x^2 \Big|_1^2 = 3\pi.$$

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 38: Biết phương trình $z^2 + 2z + m = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức $z_1 = -1 + 3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. $-3 + 3i$. B. $-3 + 9i$. C. $-3 - 3i$. D. $-3 + 9i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = -2 \Leftrightarrow z_2 = -2 - z_1 = -2 + 1 - 3i = -1 - 3i$.

Vậy $z_1 + 2z_2 = -3 - 3i$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 39: Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2 - x)$. Thể tích của vật thể B là

- A. $V = \frac{2}{3}\pi$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Lời giải.

Thể tích của vật thể B là $V = \int_0^2 x^2(2 - x) dx = \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = \frac{4}{3}$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 40: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)z + i\bar{z} = 7 + 5i$. Tính $S = 4a + 3b$.

- A. $S = 7$. B. $S = 24$. C. $S = -7$. D. $S = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Ta có:

$$(1 + 2i)(a + bi) + i(a - bi) = 7 + 5i \Leftrightarrow a + bi + 2ai + 2bi^2 + ai - bi^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow a + bi + 2ai - 2b + ai + b = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow (a - b) + (3a + b)i = 7 + 5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy $S = 4a + 3b = 0$.

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 41: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

A. 150 m. B. 250 m. C. 246 m. D. 540 m.

Lời giải.
 Ta có 54 km/h = 15 m/s.
 Vận tốc của ô tô có phương trình $v(t) = \int (3t - 8) dt = \frac{3}{2}t^2 - 8t + C$.
 Vì $v(0) = 15$ nên $v(t) = \frac{3}{2}t^2 - 8t + 15$.
 Quãng đường đi được của ô tô có phương trình
 $s(t) = \int \left(\frac{3}{2}t^2 - 8t + 15 \right) dt = \frac{1}{2}t^3 - 4t^2 + 15t + C$.
 Vì $s(0) = 0$ nên $C = 0$.
 Vậy quãng đường đi được của ô tô sau 10 s là 250 m.
 Chọn đáp án (B) □

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 2\sqrt{6}$. B. $AB = 24$. C. $AB = 4$. D. $AB = \sqrt{6}$.

Lời giải.
 Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.
 Lấy điểm $M(-2; 1; 0) \in \Delta$. $\vec{IM} = (-4; 0; 1)$.
 Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là $\frac{||\vec{IM}, \vec{u}||}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{72}}{3} = 2\sqrt{2}$.
 Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ là
 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 8$.
 Hoành độ của hai điểm A, B là nghiệm của phương trình
 $(x - 2)^2 + (0 - 1)^2 + (0 + 1)^2 = 8 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} + 2 \\ x = -\sqrt{6} + 2 \end{cases}$.
 Từ đó, ta được $A(\sqrt{6} + 2; 0; 0)$ và $B(-\sqrt{6} + 2; 0; 0)$. Vậy độ dài đoạn AB bằng $2\sqrt{6}$.
 Chọn đáp án (A) □

Câu 43: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) , biết (α) song song với $(P) : 2x + y - 2z + 11 = 0$ và cắt mặt cầu (S) theo tiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $2x + y - 2z - 11 = 0$. B. $2x - y - 2z - 7 = 0$.
 C. $2x + y - 2z - 5 = 0$. D. $2x + y - 2z - 7 = 0$.

Lời giải.
 Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng $2x + y - 2z + c = 0$.
 Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$.
 Đường tròn có chu vi 8π nên bán kính $r = 4$.

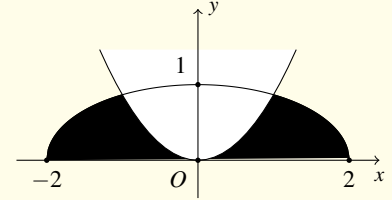
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng P bằng 3.

$$\text{Từ đó ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3 \Leftrightarrow |-2 + c| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 11 \\ c = -7 \end{cases}.$$

Vì $(\alpha) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (α) là $2x + y - 2z - 7 = 0$.

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 44: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a + b + c$.



A. $P = 9$. B. $P = 12$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.

Lời giải.

Hoàn độ giao điểm của hai đồ thị:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Do tính chất đối xứng của đồ thị nên

$$S = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 x^2 dx + \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2(S_1 + S_2).$$

$$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 x^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx. \text{ Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}, x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Với } t \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow \cos t \geq 0 \Rightarrow \sqrt{4-x^2} = 2\sqrt{\cos^2 t} = 2 \cos t.$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6} \Rightarrow a = 4, b = -1, c = 6.$$

$$\Rightarrow P = a + b + c = 9.$$

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x^3 + 2x - 2) = 3x - 1$. Tính $I =$

$$\int_1^{10} f(x) dx.$$

A. $\frac{135}{4}$. B. $\frac{125}{4}$. C. $\frac{105}{4}$. D. $\frac{75}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } u = x^3 + 2x - 2 \Rightarrow du = (3x^2 + 2) dx. \text{ Ta có } x = 1 \Rightarrow u = 1, x = 2 \Rightarrow u = 10.$$

$$I = \int_1^2 f(x^3 + 2x - 2)(3x^2 + 2) dx = \int_1^{10} f(u) du = \int_1^2 (3x - 1)(3x^2 + 2) dx = \frac{135}{4}.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}), \text{ điểm} \\ z = -2 + t \end{cases}$
 $M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $2x + 4y - 4z - 19 = 0$. B. $3x - 6y - 6z - 62 = 0$.
 C. $2x - 4y - 4z - 43 = 0$. D. $3x + 6y - 6z - 31 = 0$.

Lời giải.

Vì $A \in \Delta$ nên ta có $A(3 + t; -1 - t; -2 + t)$.

Gọi $B(x, y, z)$.

$\vec{AM} = (-2 - t; 3 + t; 1 - t), \vec{AB} = (x - 3 - t; y + 1 + t; z + 2 - t)$.

Do $\frac{AM}{AB} = 3$ nên $\begin{cases} \vec{AB} = 3\vec{AM} \\ \vec{AB} = -3\vec{AM} \end{cases}$.

Trường hợp 1: $\vec{AB} = 3\vec{AM}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3 - t = -6 - 3t \\ y + 1 + t = 9 + 3t \\ z + 2 - t = 3 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 8 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}.$$

Vì $B \in (S)$ nên

$$(-3 - 2t - 2)^2 + (8 + 2t + 5)^2 + (1 - 2t + 7)^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 + 40t + 244 = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Trường hợp 2: $\vec{AB} = -3\vec{AM}$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 3 - t = 6 + 3t \\ y + 1 + t = -9 - 3t \\ z + 2 - t = -3 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 4t \\ y = -10 - 4t \\ z = -5 + 4t \end{cases}.$$

Vì $B \in (S)$ nên

$$(9 + 4t - 2)^2 + (-10 - 4t + 5)^2 + (-5 + 4t + 7)^2 - 14 = 0 \Leftrightarrow 48t^2 + 112t + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vì B có hoành độ nguyên nên $t = -1$. Từ đó, ta được $A(2; 0; -3), B(5; -6; -9)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$2x - 4y - 4z - 43 = 0.$$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1; -2; 4), F(1; -2; -3)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng $ME + MF$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 2; 0)$. B. $M(-1; -2; 0)$. C. $M(1; -2; 0)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

Thay tọa độ điểm E, F vào phương trình mặt phẳng (Oxy) ta được $4 \cdot (-3) < 0$. Vậy E, F nằm khác phía so

với mặt phẳng (Oxy).

$ME + MF$ nhỏ nhất khi 3 điểm M, E, F thẳng hàng hay $\overrightarrow{ME}$ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$.

Do $M \in (Oxy)$ nên đặt $M(a; b; 0)$.

$$\overrightarrow{ME} = (1 - a; -2 - b; 4), \overrightarrow{EF} = (0; 0; -7).$$

$$\text{Từ đó ta được } \begin{cases} 1 - a = 0 \\ -2 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

Vậy $M(1; -2; 0)$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 48: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$) thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $P = 4$.

B. $P = 2 - \sqrt{2}$.

C. $P = 2$.

D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Lời giải.

$$z = a + bi, |z| = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1 - a^2.$$

Để ý $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ và $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ nên

$$|z^3 - z + 2| = \left| z \left(z^2 - 1 + \frac{2}{z} \right) \right| = |z| \cdot \left| z^2 - 1 + \frac{2\bar{z}}{z \cdot \bar{z}} \right| = |z^2 - 1 + 2\bar{z}| = |(a + bi)^2 - 1 - 2a - 2bi| = |(a^2 - b^2 - 1) + 2b(a - 1)i| = \sqrt{(a^2 - b^2 - 1)^2 + 4b^2(a - 1)^2}.$$

$$\text{Thay } f(a) = (a^2 + a - 1)^2 + (1 - a^2)(a - 1)^2 = 4a^3 - a^2 - 4a + 2 \text{ trên } [-1; 1].$$

$$f'(a) = 12a^2 - 2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3} \text{ hoặc } a = -\frac{1}{2}.$$

$$f(-1) = 1, f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{13}{4}, f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{27}, f(1) = 1.$$

$$\text{Suy ra } \max |z^3 - z + 2| = 13 \text{ khi } a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow P = 2a + 4b^2 = 2.$$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho m, n là hai số thực dương thỏa mãn $m + 2n = 1$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(P) : mx + ny + mnz - mn = 0$ với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz .

Khi mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính nhỏ nhất thì $2m + n$ có giá trị bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. 1.

Lời giải.

$$(P) : mx + ny + mnz - mn = 0.$$

$$\text{Suy ra } A(n; 0; 0), B(0; m; 0), C(0; 0; 1).$$

$$\text{Tâm mặt cầu ngoại tiếp } OABC \text{ là } K\left(\frac{n}{2}; \frac{m}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Bán kính } r = OK = \frac{\sqrt{n^2 + m^2 + 1}}{2}.$$

$$r \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } n^2 + m^2 + 1 \text{ nhỏ nhất.}$$

$$m + 2n = 1 \Leftrightarrow m = 1 - 2n \Rightarrow n^2 + m^2 + 1 = 5n^2 - 4n + 1.$$

$$\text{Xét } P(n) = 5n^2 - 4n + 1 = 5\left(n - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5}.$$

$$\text{Suy ra } r \text{ nhỏ nhất } \Leftrightarrow n = \frac{2}{5} \Rightarrow m = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}. \text{ Khi đó } 2m + n = \frac{4}{5}.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $3f(x) + xf'(x) = x^{2023}$, với mọi $x \in [0; 1]$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{1}{2023 \cdot 2026}$.

B. $I = \frac{1}{2024 \cdot 2025}$.

C. $I = \frac{1}{2024 \cdot 2026}$.

D. $I = \frac{1}{2023 \cdot 2024}$.

Lời giải.

Từ $3f(x) + xf'(x) = x^{2023} \Rightarrow f(0) = 0$. Ta có $3f(x) + xf'(x) = x^{2023}$

$$\Leftrightarrow 3x^2 f(x) + x^3 f'(x) = x^{2025}$$

$$\Leftrightarrow \int 3x^2 f(x) dx + \int x^3 f'(x) dx = \int x^{2025} dx \quad (*).$$

Đặt $K = \int x^3 f'(x) dx$.

$$\begin{cases} u = x^3 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3x^2 dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow K = x^3 \cdot f(x) - \int 3x^2 f(x) dx.$$

Từ (*), ta được $x^3 f(x) = \int x^{2025} dx \Rightarrow x^3 f(x) = \frac{1}{2026} x^{2026} + C$. Mà $f(0) = 0$.

Vậy $f(x) = \frac{1}{2026} x^{2023}$.

Từ đó $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2024 \cdot 2026}$.

 Chọn đáp án  

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 2: Tính mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 7$.

B. $|z| = \sqrt{7}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = 25$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$.

D. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây không phải là phương trình đường thẳng AB ?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$.

Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng d .

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2; 4; -5)$.

B. $D(4; 2; 9)$.

C. $D(6; 2; -3)$.

D. $D(-4; -2; 9)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN .

A. 49.

B. 7.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{41}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 9: Cho biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + 1]dx$.

A. $I = 2F(x) + 1 + C$.

B. $I = 2xF(x) + 1 + C$.

C. $I = 2xF(x) + x + C$.

D. $I = 2F(x) + x + C$.

Câu 10: Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 6.

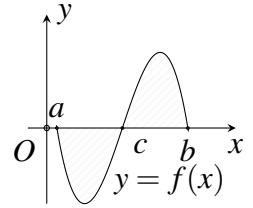
C. 12.

D. -6.

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^2 2^{2023x} dx$.

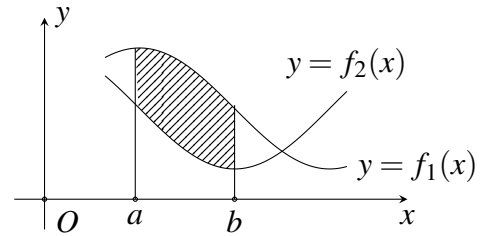
- A. $I = \frac{2^{4046} - 1}{\ln 2}$. B. $I = \frac{2^{4046} - 1}{2023}$. C. $I = \frac{2^{4046}}{2023 \ln 2}$. D. $I = \frac{2^{4046} - 1}{2023 \ln 2}$.

Câu 12: Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



- A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
C. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 13: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a; x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi S quay quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



- A. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx$. B. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$.
C. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 60° . B. 120° . C. 150° . D. 30° .

Câu 15: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_0^1 u^2 du$. B. $I = 2 \int_0^1 u du$. C. $I = - \int_{-1}^0 u^2 du$. D. $I = - \int_0^1 u^2 du$.

Câu 16: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ, N là điểm đối xứng của M qua Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Số phức ω có điểm biểu diễn lên mặt phẳng tọa độ là N . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\omega = -z$. B. $\omega = -\bar{z}$. C. $\omega = \bar{z}$. D. $|\omega| > |z|$.

Câu 17: Tính $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2023} + i^{2024}$.

- A. $S = -i$. B. $S = i$. C. $S = 1 - i$. D. $S = 1$.

Câu 18: Tính mô-đun của số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{25}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 19: Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

- A. -6 . B. 6 . C. 12 . D. -12 .

Câu 20: Cho số phức z thỏa $(1+i)z = 3-i$. Tìm phần ảo của z .

- A. $-2i$. B. $2i$. C. 2 . D. -2 .

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

- A. $r = \frac{1}{3}$. B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): -x + 2y + 2z - 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β)

- A. 3 . B. -1 . C. 0 . D. 1 .

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với trục Oy .

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$. B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12; -1; 3)$.

Câu 26: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}$. B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1$.
C. $V = F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1$. D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$.

Câu 27: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \cdot e^{2x}$.

- A. $F(x) = 2e^{2x}(x-2) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x-2) + C$.
C. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

Câu 28: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó tính $I = \int_2^5 f(3x-6) dx$.

- A. $I = 27$. B. $I = 3$. C. $I = 24$. D. $I = 0$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

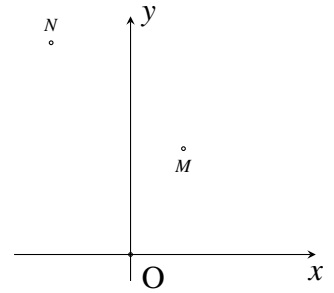
- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{4}{3}\pi$. C. $V = \frac{16}{15}\pi$. D. $V = \frac{16}{15}$.

Câu 30: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0.2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 31: Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M , biết z^2 có điểm biểu diễn là N như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| < 1$. B. $1 < |z| < 3$. C. $3 < |z| < 5$. D. $|z| > 5$.



Câu 32: Tìm số thực m sao cho $m^2 - 1 + (m + 1)i$ là số ảo.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 33: Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trong mặt phẳng phức, I là trung điểm MN , O là gốc tọa độ (3 điểm O, M, N phân biệt và không thẳng hàng). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z_1 + z_2| = 2OI$. B. $|z_1 + z_2| = OI$.
C. $|z_1 - z_2| = OM + ON$. D. $|z_1 - z_2| = 2(OM + ON)$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa $2z + 3\bar{z} = 10 + i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 1$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 35: Cho a, b là các số thực thỏa phương trình $z^2 + az + b = 0$ có nghiệm $3 - 2i$, tính $S = a + b$.

- A. $S = 19$. B. $S = -7$. C. $S = 7$. D. $S = -19$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1), C(4; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

- A. $A'(-3; 3; 3)$. B. $A'(-3; -3; -3)$. C. $A'(-3; 3; 1)$. D. $A'(-3; -3; 3)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) .

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 7 = 0$ và điểm $A(1; 3; 3)$. Qua A vẽ tiếp tuyến AT của mặt cầu (T là tiếp điểm), tập hợp các tiếp điểm T là đường tròn khép kín (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) (phần bên trong mặt cầu).

- A. $\frac{144}{25}$. B. 16π . C. 4π . D. $\frac{144\pi}{25}$.

Câu 39: Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{2^{2026}}{2025}$. C. $I = \frac{2^{2025}}{2025}$. D. $I = \frac{2^{2024}}{2024}$.

Câu 40: Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính $S = 2a + b^2 + c^2$.

- A. $S = 515$. B. $S = 164$. C. $S = 436$. D. $S = -9$.

Câu 41: Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_1^{x^3+1} (\sqrt{t^2+12}-4)^{2023} dt$ là.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 42: Biết phương trình $z^2 + 2023 \cdot 2024z + 2^{2024} = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Tính $S = |z_1| + |z_2|$

- A. 2^{2024} . B. 2^{2025} . C. 2^{1012} . D. 2^{1013} .

Câu 43: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = -17$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 17$.

Câu 44: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\left| \frac{(12-5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13$ có phương trình nào sau đây?

- A. (d): $6x + 4y - 3 = 0$. B. (d): $x + 2y - 1 = 0$.
C. (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. D. (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

Câu 45: Tìm tổng các giá trị số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

- A. 0. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(3;2;1), C\left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$ và M thay đổi sao cho hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC và các mặt phẳng $(MAB), (MBC), (MCA)$ hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của OM .

- A. $\frac{\sqrt{26}}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{28}}{3}$.

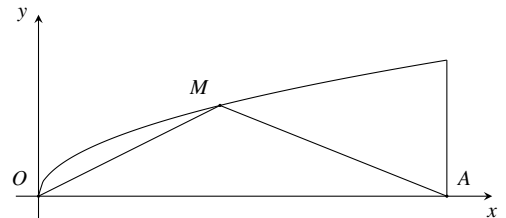
Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}, (d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}, (d_3): \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt cầu bán kính nhỏ nhất tâm $I(a;b;c)$, tiếp xúc với ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$. Tính $S = a + 2b + 3c$.

- A. $S = 10$. B. $S = 11$. C. $S = 12$. D. $S = 13$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = \frac{e}{3}$. B. $f(2) = \frac{e}{6}$. C. $f(2) = \frac{e^2}{3}$. D. $f(2) = \frac{e^2}{6}$.

Câu 49: Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9, Ox$. Cho điểm M thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi $(C), OM$ (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z^5 + \bar{z}^3 + 6z| - |z^4 + 1|$. Tính $M - m$

- A. $M - m = 1$. B. $M - m = 3$. C. $M - m = 6$. D. $M - m = 12$.

— HẾT —

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.A	2.C	3.A	4.A	5.B	6.D	7.B	8.B	9.D	10.C
11.D	12.C	13.A	14.D	15.A	16.B	17.D	18.D	19.B	20.D
21.C	22.B	23.D	24.D	25.D	26.D	27.D	28.B	29.C	30.C
31.B	32.C	33.A	34.D	35.C	36.A	37.B	38.D	39.C	40.A
41.C	42.D	43.C	44.A	45.D	46.A	47.B	48.D	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2: Tính mô-đun của số phức $z = 4 - 3i$.

A. $|z| = 7$.

B. $|z| = \sqrt{7}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = 25$.

Lời giải.

Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$.

C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$.

D. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (1; 3; -2)$ hay $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây không phải là phương trình đường thẳng AB ?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{BA} = (1; 1; -5)$.

Vì điểm $A(2; 3; -1) \notin \frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ nên $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ không phải là phương trình đường thẳng AB .

Các đường thẳng còn lại đều có véc-tơ chỉ phương là $(1; 1; -5)$ và đi qua điểm $A(2; 3; -1)$ hoặc đi qua điểm $B(1; 2; 4)$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng d .

A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $M(1; 2; 3) \in d \Rightarrow \vec{AM} = (-1; 1; 2) \Rightarrow [\vec{AM}; \vec{u}] = (-6; 0; -3)$.

Ta có $d(A; d) = \frac{|[\vec{AM}; \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2; 4; -5)$.

B. $D(4; 2; 9)$.

C. $D(6; 2; -3)$.

D. $(-4; -2; 9)$.

Lời giải.

Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \vec{CD} = (x+3; y-1; z-2)$ và $\vec{BA} = (-1; -3; 7)$.

Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành ta có $\vec{BA} = \vec{CD} \Rightarrow \begin{cases} x+3 = -1 \\ y-1 = -3 \\ z-2 = 7 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -2; 9)$.

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$, $N(4; -5; 1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN .

A. 49.

B. 7.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{41}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{MN} = (2; -6; 3) \Rightarrow MN = \sqrt{4+36+9} = 7$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

🐭 Chọn đáp án (B) □

Câu 9: Cho biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + 1]dx$.

A. $I = 2F(x) + 1 + C$. B. $I = 2xF(x) + 1 + C$. C. $I = 2xF(x) + x + C$. D. $I = 2F(x) + x + C$.

Lời giải.

Ta có $I = \int [2f(x) + 1]dx = 2 \int f(x)dx + x + C' = 2F(x) + x + C$.

🐭 Chọn đáp án (D) □

Câu 10: Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3. B. 6. C. 12. D. -6.

Lời giải.

Ta có $\int_2^7 f(x)dx = \int_2^5 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx = 3 + 9 = 12$.

🐭 Chọn đáp án (C) □

Câu 11: Tính tích phân $I = \int_0^2 2^{2023x}dx$.

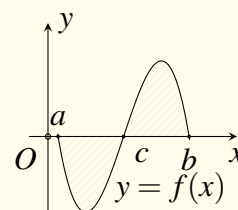
A. $I = \frac{2^{4046} - 1}{\ln 2}$. B. $I = \frac{2^{4046} - 1}{2023}$. C. $I = \frac{2^{4046}}{2023 \ln 2}$. D. $I = \frac{2^{4046} - 1}{2023 \ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $I = \int_0^2 2^{2023x}dx = \frac{1}{2023} \int_0^2 2^{2023x}d(2023x) = \frac{2^{2023x}}{2023 \ln 2} \Big|_0^2 = \frac{2^{4046} - 1}{2023 \ln 2}$.

🐭 Chọn đáp án (D) □

Câu 12: Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.

B. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

C. $S = - \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

D. $S = \int_a^b f(x)dx$.

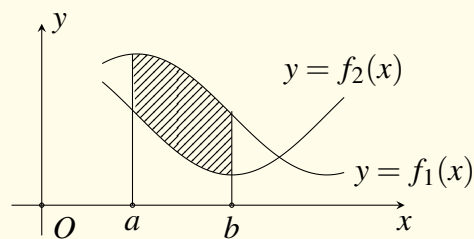
Lời giải.

Dựa vào hình biểu diễn hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$,

$$x = b, \text{ ta có } S = - \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a; x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi S quay quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)]dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]dx.$

C. $V = \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)]dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2dx.$

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)]dx.$

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. $60^\circ.$

B. $120^\circ.$

C. $150^\circ.$

D. $30^\circ.$

Lời giải.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$ và $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 2)$.

Do đó $\cos(\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}) = \frac{|1 - 2 - 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2}$, suy ra góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^1 u^2 du.$

B. $I = 2 \int_0^1 u du.$

C. $I = - \int_{-1}^0 u^2 du.$

D. $I = - \int_0^1 u^2 du.$

Lời giải.

Với $u = \sin x$, ta có $x = 0 \Rightarrow u = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$. Vậy

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x d(\sin x) = \int_0^1 u^2 du.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 16: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ, N là điểm đối xứng của M qua Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Số phức ω có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là N . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\omega = -z$. B. $\omega = -\bar{z}$. C. $\omega = \bar{z}$. D. $|\omega| > |z|$.

Lời giải.

Giả sử $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$, N là điểm đối xứng của M qua Oy .

Khi đó $N(-x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $\omega = -x + yi = -(x - yi) = -\bar{z}$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 17: Tính $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2023} + i^{2024}$.

- A. $S = -i$. B. $S = i$. C. $S = 1 - i$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Ta có $(i)^{4n} = 1$, $(i)^{4n+1} = i$, $(i)^{4n+2} = -1$, $(i)^{4n+3} = -i$. Do đó

$$S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2023} + i^{2024} = \frac{1 - i^{2025}}{1 - i} = \frac{1 - i}{1 - i} = 1.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 18: Tính mô-đun của số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{25}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi ω là số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2 \Rightarrow \omega = \frac{1}{z} = \frac{-3 + 4i}{25}$.

$$\text{Vậy } |\omega| = \frac{1}{5}.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 19: Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

- A. -6 . B. 6 . C. 12 . D. -12 .

Lời giải.

$$\text{Theo Vi-ét ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = -3 \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 9. \end{cases}$$

Do đó ta có $S = 9 - 3 = 6$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 20: Cho số phức z thỏa $(1 + i)z = 3 - i$. Tìm phần ảo của z .

- A. $-2i$. B. $2i$. C. 2 . D. -2 .

Lời giải.

Ta có $z = \frac{3 - i}{1 + i} = 1 - 2i$, do đó phần ảo của z bằng -2 .

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải.

Vì $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$ và $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 0$ nên ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (-5; -5; 10)$. Để cho gọn ta có thể chọn $\vec{u}_\Delta = (1; 1; -2)$.

Phương trình đường thẳng Δ qua M có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ là $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. $r = \frac{1}{3}$.

B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của $(S) \Rightarrow I(0; 0; 0), R = 1$.

Ta có $d(I; (P)) = \frac{|1|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): -x + 2y + 2z - 7 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β)

A. 3.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta thấy (α) và (β) song song với nhau nên với $A(0; 2; 0) \in (\alpha)$.

Khi đó $d[(\alpha); (\beta)] = d(A; (\beta)) = \frac{|4-7|}{\sqrt{1+4+4}} = 1$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với trục Oy .

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Lời giải.

Ta có $R = d(I; Oy) = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) là $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. D. $D(-12; -1; 3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} \cdot d(A; BC) \cdot (BC + AD) \\ &= 3S_{\triangle ABC} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot d(A; BC) \cdot BC \\ \Rightarrow AD &= 2BC. \end{aligned}$$

Mặt khác $BC \parallel AD \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Gọi $D(x; y; z)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x+2; y-3; z-1)$ và $\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x+2 = -10 \\ y-3 = -4 \\ z-1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -1 \\ z = 3. \end{cases}$$

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 26: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}$. B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1$.
C. $V = F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1$. D. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$.

Lời giải.

$$\int f(x) dx = \int (6x + \sin 3x) dx = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + C.$$

Từ $F(0) = \frac{2}{3}$ suy ra $-\frac{1}{3} + C = \frac{2}{3}$ hay $C = 1$.

$$\text{Vậy } F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$$

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 27: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x \cdot e^{2x}$.

- A. $F(x) = 2e^{2x}(x-2) + C$. B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x-2) + C$.
C. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}e^{2x}. \end{cases}$$

Khi đó

$$I = \int x \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$$

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 28: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó tính $I = \int_2^5 f(3x-6) dx$.

- A. $I = 27$. B. $I = 3$. C. $I = 24$. D. $I = 0$.

Lời giải.

Đặt $t = 3x - 6$ suy ra $dt = 3 dx$. Khi đó

- Với $x = 2$ thì $t = 0$.
- Với $x = 5$ thì $t = 9$.

$$\text{Vậy } I = \int_2^5 f(3x-6) dx = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = 3.$$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{4}{3}\pi$. C. $V = \frac{16}{15}\pi$. D. $V = \frac{16}{15}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành là

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

Khi đó thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 + x^4 - 4x^3) dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 30: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/ s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0.2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Lời giải.

Khi dừng hẳn thì vận tốc lúc đó bằng không nên thời gian ô tô chạy được từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là

$$0 = -5t + 10 \text{ hay } t = 2.$$

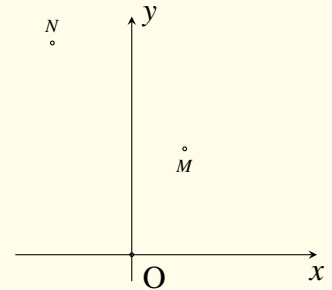
Quảng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^2 = 10\text{m}.$$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 31: Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M , biết z^2 có điểm biểu diễn là N như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| < 1$. B. $1 < |z| < 3$. C. $3 < |z| < 5$. D. $|z| > 5$.



Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}^+$ và $a < b$. Khi đó $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$.

Từ hình vẽ ta thấy

$$\begin{cases} a^2 - b^2 < 0 \\ 2ab > 2b \\ a^2 - b^2 > -a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ b < \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 < a < b < \sqrt{2}$$

Vậy $1 < |z| < 3$.

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 32: Tìm số thực m sao cho $m^2 - 1 + (m + 1)i$ là số ảo.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

$m^2 - 1 + (m + 1)i$ là số ảo khi $m^2 - 1 = 0$ hay $m = \pm 1$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 33: Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trong mặt phẳng phức, I là trung điểm MN , O là gốc tọa độ (3 điểm O, M, N phân biệt và không thẳng hàng). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z_1 + z_2| = 2OI$. B. $|z_1 + z_2| = OI$.
C. $|z_1 - z_2| = OM + ON$. D. $|z_1 - z_2| = 2(OM + ON)$.

Lời giải.

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$.

Khi đó $OMPN$ là hình bình hành nên $2OI = OP = |z_1 + z_2|$.

$|z_1 - z_2| = MN$ và $MN \neq OM + ON$, $MN \neq 2(OM + ON)$.

Vậy đáp số đúng là $|z_1 + z_2| = 2OI$.

🔍 Chọn đáp án **A** □

Câu 34: Cho số phức z thỏa $2z + 3\bar{z} = 10 + i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 1$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = \sqrt{3}$.

D. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Khi đó từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} 2(a + bi) + 3(a - bi) &= 10 + i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 3a = 10 \\ 2b - 3b = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó $|z| = \sqrt{5}$.

🔍 Chọn đáp án **D** □

Câu 35: Cho a, b là các số thực thỏa phương trình $z^2 + az + b = 0$ có nghiệm $3 - 2i$, tính $S = a + b$.

A. $S = 19$.

B. $S = -7$.

C. $S = 7$.

D. $S = -19$.

Lời giải.

Thay $z = 3 - 2i$ vào phương trình $z^2 + az + b = 0$ ta được phương trình

$$\begin{aligned} (3 - 2i)^2 + a(3 - 2i) + b &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4 + 3a + b = 0 \\ -12 - 2a = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 13 \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó $S = a + b = -6 + 13 = 7$.

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3; 2; 1), C(4; 2; 0), B'(-2; 1; 1), D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm A' của hình hộp.

A. $A'(-3; 3; 3)$.

B. $A'(-3; -3; -3)$.

C. $A'(-3; 3; 1)$.

D. $A'(-3; -3; 3)$.

Lời giải.

Gọi I, I' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó:

- I là trung điểm AC nên $I\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$.
- I' là trung điểm $B'D'$ nên $I'\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{5}{2}\right)$.

Hơn nữa

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{II'} \Leftrightarrow (x_{A'} + 3; y_{A'} - 2; z_{A'} - 1) = (0; 1; 2) \text{ hay } A'(-3; 3; 3).$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) .

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải.

Gọi B là giao điểm của (Δ) với (d) nên tọa độ điểm B có dạng $B(3+t; 3+3t; 2t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

Từ (Δ) song song với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow (2+t) + (1+3t) - (1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$ hay $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$.

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6}$, $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OA}] = (-4; 0; -4)$.

Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ) là $d(O, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OA}]|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 7 = 0$ và điểm $A(1; 3; 3)$. Qua A vẽ tiếp tuyến AT của mặt cầu (T là tiếp điểm), tập hợp các tiếp điểm T là đường tròn khép kín (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) (phần bên trong mặt cầu).

- A. $\frac{144}{25}$. B. 16π . C. 4π . D. $\frac{144\pi}{25}$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 3$. Khi đó $AT = \sqrt{AI^2 - R^2} = 4$. Do đó T nằm trên mặt cầu tâm A bán kính 4 nên tập hợp các điểm T là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S) và $S(A; 4)$. Khi đó (C) có bán kính r được tính bởi công thức

$$r = \frac{AT \cdot R}{\sqrt{AT^2 + R^2}} = \frac{4 \cdot 3}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{5}.$$

Diện tích cần tìm bằng $\pi \cdot r^2 = \frac{144\pi}{25}$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Tr4

Câu 39: Tính tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{2^{2026}}{2025}$. C. $I = \frac{2^{2025}}{2025}$. D. $I = \frac{2^{2024}}{2024}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx = \int_{-2}^0 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx + \int_0^2 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx = J + K.$$

$$\text{Ta tính tích phân } J = \int_{-2}^0 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx.$$

Đặt $t = -x$, khi đó $dt = -dx$ và với $x = -2$ thì $t = 2$, với $x = 0$ thì $t = 0$. Khi đó

$$J = - \int_0^2 \frac{(-t)^{2024}}{e^{-t} + 1} dt = \int_0^2 \frac{e^t \cdot t^{2024}}{e^t + 1} dt = \int_0^2 \frac{e^x \cdot x^{2024}}{e^x + 1} dx.$$

$$\text{Do đó } I = J + K = \int_0^2 \frac{e^x \cdot x^{2024}}{e^x + 1} dx + \int_0^2 \frac{x^{2024}}{e^x + 1} dx = \int_0^2 x^{2024} dx = \left. \frac{x^{2025}}{2025} \right|_0^2 = \frac{2^{2025}}{2025}.$$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 40: Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính $S = 2a + b^2 + c^2$.

- A. $S = 515$. B. $S = 164$. C. $S = 436$. D. $S = -9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = \int_0^1 \left(x - 3 - \frac{4}{x+1} + \frac{14}{x+2} \right) dx =$$

$$\left(\frac{x^2}{2} - 3x - 4 \ln|x+1| + 14 \ln|x+2| \right) \Big|_0^1 = -\frac{5}{2} - 18 \ln 2 + 14 \ln 3.$$

Vậy $a = -\frac{5}{2}, b = -18, c = 14$. Khi đó tổng $S = 2a + b^2 + c^2 = 515$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 41: Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_1^{x^3+1} \left(\sqrt{t^2 + 12} - 4 \right)^{2023} dt$ là.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\sqrt{(x^3+1)^2 + 12} - 4 \right)^{2023} (3x^2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{(x^3 + 1)^2 + 12} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x^3 + 1)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\sqrt[3]{3} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như hình sau

x	$-\infty$	$-\sqrt[3]{3}$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Từ đó ta thấy hàm số có hai cực trị.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 42: Biết phương trình $z^2 + 2023 \cdot 2024z + 2^{2024} = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Tính $S = |z_1| + |z_2|$
A. 2^{2024} . B. 2^{2025} . C. 2^{1012} . D. 2^{1013} .

Lời giải.

Phương trình $z^2 + 2023 \cdot 2024z + 2^{2024} = 0$ (1)

(1) có $\Delta = (2023 \cdot 2024)^2 - 4 \cdot 2^{2024} < 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phức z_1, z_2 .

Khi đó $z_1 = \bar{z}_2 \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{z_1 \cdot z_2} = \sqrt{2^{2024}} = 2^{1012} \Rightarrow S = 2^{1013}$.

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 43: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.
A. $S = -17$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 17$.

Lời giải.

Từ $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$ lấy liên hợp hai vế ta được $z\bar{z} - 12|z| + (\bar{z} - z) = 13 + 10i$ (*).

Khi đó $2|z|^2 - 24|z| - 26 = 0 \Rightarrow |z| = 13$.

Từ (*) ta có $z - \bar{z} = -10i \Rightarrow b = -5 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow S = 7$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 44: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\left| \frac{(12-5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13$ có phương trình nào sau đây?

A. (d): $6x + 4y - 3 = 0$.

B. (d): $x + 2y - 1 = 0$.

C. (C): $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.

D. (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \left| \frac{(12-5i)z + 17 + 7i}{z - 2 - i} \right| = 13 \\ \Leftrightarrow & |12-5i||z+1+i| = 13|z-2-i| \\ \Leftrightarrow & |z+1+i| = |z-2-i| \\ \Leftrightarrow & 6x+4y-3=0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 45: Tìm tổng các giá trị số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

A. 0.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Có 3 trường hợp sau:

Trường hợp 1. $z_0 = 2$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a + 10 = 0$ vô nghiệm.

Trường hợp 2. $z_0 = -2$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a - 2 = 0 \Rightarrow a_1 + a_2 = 2$.

Trường hợp 3. $z_0 \notin \mathbb{R}$ là nghiệm phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ nên $a^2 - 2a = 4 \Rightarrow a_3 + a_4 = 2$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của số thực a để phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$ là 4.

Chọn đáp án **D** □

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0), B(3;2;1), C\left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$ và M thay đổi sao cho hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC và các mặt phẳng $(MAB), (MBC), (MCA)$ hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của OM .

A. $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{28}}{3}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (ABC) .

Giả thiết suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC nên thỏa $BC \cdot \overrightarrow{HA} + AC \cdot \overrightarrow{HB} + AB \cdot \overrightarrow{HC} = \vec{0}$

Ta có $AB = 3, AC = 4, BC = 5$, suy ra

$$\begin{aligned} 5 \cdot \overrightarrow{HA} + 4 \cdot \overrightarrow{HB} + 3 \cdot \overrightarrow{HC} &= \vec{0} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} 5(x-1) + 4(x-3) + 3x+5=0 \\ 5y+4(y-2) + 3y-4=0 \\ 5z+4(z-1) + 3z-8=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1. \end{cases} \text{ Hay } H \text{ là } H(1;1;1). \end{aligned}$$

Phương trình đường thẳng MH nhận $\vec{u} = \vec{n}_{(ABC)}$ làm véc-tơ chỉ phương nên $MH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

$$\text{Khi đó } OM_{\min} = d(O; MH) = \frac{|\left[\vec{MH}, \vec{OH}\right]|}{|\vec{MH}|} = \frac{|[(1; -2; 2), (1; 1; 1)]|}{|(1; -2; 2)|} = \frac{\sqrt{26}}{3}.$$

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2}$, $(d_3): \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt cầu bán kính nhỏ nhất tâm $I(a; b; c)$, tiếp xúc với ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$. Tính $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 10$. B. $S = 11$. C. $S = 12$. D. $S = 13$.

Lời giải.

$d_1 d_2 d_3$

Nhận xét: ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ đôi một vuông góc với nhau và cách đều nhau.

Dựng hình lập phương sao cho $(d_1), (d_2), (d_3)$ chứa 3 cạnh. Ta có cạnh hình lập phương là $a = 3$.

Ta có:

$$d^2(I; d_3) = d^2(I; (A'B'C'D')) + d^2(I; (ADD'A')) = u^2 + v^2.$$

Cộng vế theo vế ta được:

$$3r^2 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2 + v^2 \geq \frac{1}{2}(x+u)^2 + \frac{1}{2}(y+t)^2 + \frac{1}{2}(z+v)^2 = \frac{3}{2} \cdot 3^2 \Rightarrow r \geq \frac{9}{2}.$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi I là tâm hình lập phương.

Mặt phẳng (P) qua d_1 và vuông góc d_2 có phương trình

$$(x-1) + 2(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 5 = 0.$$

Mặt phẳng (Q) qua d_1 và vuông góc d_3 có phương trình

$$2(x-1) - 2(y-1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 1 = 0.$$

Ta có $C = d_2 \cap (P)$ nên có tọa độ là nghiệm $\begin{cases} x + 2y + 2z - 5 = 0 \\ \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$

nên $C(3; -1; 2)$.

Ta có $A' = d_3 \cap (Q)$ nên có tọa độ là nghiệm $\begin{cases} 2x - 2y + z - 1 = 0 \\ \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$

nên $A'(4; 4; 1)$.

Theo trên thì I là trung điểm của CA' nên I có tọa độ $\begin{cases} x_I = \frac{x_{A'} + x_C}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} \\ y_I = \frac{y_{A'} + y_C}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_{A'} + z_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy tọa $S = a + 2b + 3c = 11$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = \frac{e}{3}$.

B. $f(2) = \frac{e}{6}$.

C. $f(2) = \frac{e^2}{3}$.

D. $f(2) = \frac{e^2}{6}$.

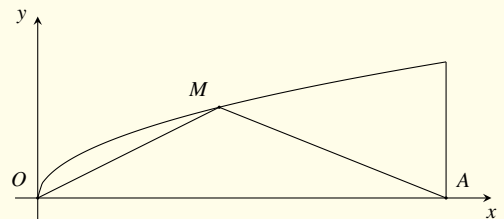
Lời giải.

Từ

$$\begin{aligned} & (x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x \\ \Leftrightarrow & e^x(x+2)f(x) + e^x(x+1)f'(x) = e^{2x} \\ \Leftrightarrow & (e^x(x+1))' f(x) + e^x(x+1)f'(x) = e^{2x} \\ \Leftrightarrow & \int_0^2 [(e^x(x+1))' f(x) + e^x(x+1)f'(x)] dx = \int_0^2 e^{2x} dx \\ \Leftrightarrow & (x+1)e^x f(x) \Big|_0^2 = \frac{1}{2} (e^4 - 1) \\ \Leftrightarrow & 3e^2 f(2) - f(0) = \frac{1}{2} (e^4 - 1) \\ \Rightarrow & f(2) = \frac{e^2}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 49: Cho đồ thị $(C) : y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$, Ox . Cho điểm M thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) , OM (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



A. $S = 3$.

B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$.

C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $S = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_1 = \pi \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx = \frac{81\pi}{2}$.

$V_2 = \frac{81\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi (y_M)^2 OA = \frac{81\pi}{4} \Leftrightarrow y_M^2 = \frac{27}{4}$ hay $M\left(\frac{27}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Gọi S_1 là diện tích giới hạn bởi (C) , Ox , $(d) : x = \frac{27}{4}$. Suy ra $S_1 = \int_0^{\frac{27}{4}} (\sqrt{x}) dx = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

$\Leftrightarrow S = S_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{27}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi m, M lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = \left| z^5 + \bar{z}^3 + 6z \right| - \left| z^4 + 1 \right|$. Tính $M - m$

A. $M - m = 1$. B. $M - m = 3$. C. $M - m = 6$. D. $M - m = 12$.

Lời giải.

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |z^2| = 1 \Leftrightarrow z^2 + \bar{z}^2 \in \mathbb{R}$ và $-2 \leq z^2 + \bar{z}^2 \leq 2$.

Ta có $P =$

$$\begin{aligned} &= \left| z^5 + \bar{z}^3 + 6z \right| - \left| z^4 + 1 \right| \\ &= \left| z \left(z^4 + \frac{\bar{z}^3}{z} + 6 \right) \right| - \left| z^2 \left(z^2 + \frac{1}{z^2} \right) \right| \\ &= \left| z^4 + \bar{z}^4 + 6 \right| - \left| z^2 + \bar{z}^2 \right| \\ &= \left| (z^2 + \bar{z}^2)^2 + 4 \right| - \left| z^2 + \bar{z}^2 \right| \\ &= (z^2 + \bar{z}^2)^2 + 4 - 2 \left| z^2 + \bar{z}^2 \right| \\ &= (|z^2 + \bar{z}^2| - 1)^2 + 3. \end{aligned}$$

Khi đó $m = 3; M = 4$. Vậy $M - m = 1$.

🔑 Chọn đáp án **A** □

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -5; 1)$. B. $\left(1; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(2; 5; -1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 1 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 0; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (0; 3; -1)$.

Câu 3: Mô-đun của số phức $w = a + 2i$ với $a \in \mathbb{R}$ bằng

- A. $|w| = \sqrt{a+2}$. B. $|w| = \sqrt{a^2-4}$. C. $|w| = \sqrt{a^2+4}$. D. $|w| = a^2+4$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \sin 3x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** đường thẳng d ?

- A. $M(-4; -2; -4)$. B. $N(1; 0; -3)$. C. $P(6; 2; 2)$. D. $Q(51; 20; 7)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-4; 2; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$ là

- A. $x - 2y + 2z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 8 = 0$. C. $x - 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng lần lượt cắt ba trục tọa độ Ox , Oy , Oz tại các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 8: Cho số thực $a > 0$, $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int a^x dx = a^x \ln a + C$. B. $\int a^x dx = \frac{a^{x+1}}{x+1} + C$.
C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C$. D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 9: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách d từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 3z + 1 = 0$ là

- A. $d = \frac{6}{7}$. B. $d = \frac{4}{7}$. C. $d = \frac{4}{49}$. D. $d = \frac{6}{49}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 5$. B. $AB = \sqrt{5}$. C. $AB = 3$. D. $AB = \sqrt{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 1$; $f(2) = 5$. Tích phân $\int_0^2 f'(x) dx$.

- A. 1. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 13: Cho số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. $\sqrt{2} + 3$. B. $6\sqrt{2} + 11$. C. $6\sqrt{2} - 7$. D. 11.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; 3)$, $B(2; -3; 1)$ và $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 0; 2)$. B. $G(3; 0; 3)$. C. $G(3; 2; 1)$. D. $G(6; 0; 6)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 1; \sqrt{5})$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = \sqrt{5}$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

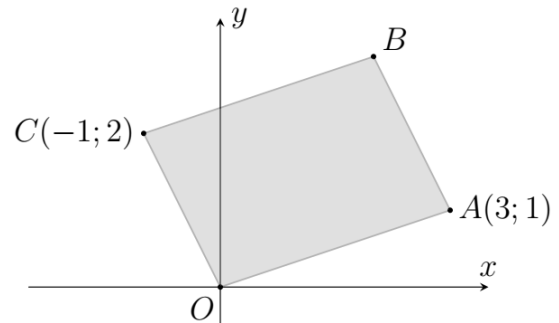
Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = (2 - 3i) - (3 + i)$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

- A. $M(-1; -4)$. B. $N(1; -4)$. C. $P(1; 4)$. D. $Q(-1; 4)$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$ có tọa độ điểm $A(3; 1)$, $C(-1; 2)$ (như hình vẽ bên).

Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm B ?

- A. $w_1 = -2 + 3i$. B. $w_2 = 2 + 3i$.
C. $w_3 = 4 - i$. D. $w_4 = -4 + i$.



Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Câu 19: Cho $x > 0$. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$.

- A. $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. B. $f(x) = \ln x - \frac{1}{x^2}$. C. $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z_1 z_2 + (z_1 + z_2)i$.

- A. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng 3. B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 5.
C. Phần thực bằng -5 , phần ảo bằng 3. D. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3 .

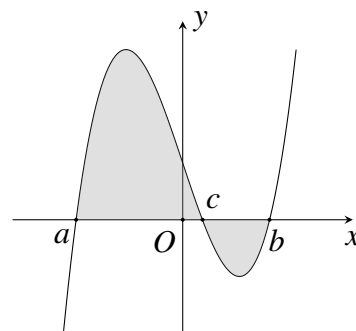
Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) đi qua tâm của mặt cầu (S) . B. (P) cắt mặt cầu (S) .
C. (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . D. (P) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 22: Cho phương trình $z^2 + mz + n = 0$ với $m, n \in \mathbb{R}$ có một nghiệm là $z = 1 + i$. Tìm mô-đun của số phức $w = m + ni$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 8. D. 16.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a, b, c với $c \in (a; b)$ như hình bên. Đặt $m = \int_a^c f(x) dx$, $n = \int_c^b f(x) dx$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành (phần tô đậm) bằng bao nhiêu?



- A. $m + n$. B. $-m - n$. C. $m - n$. D. $n - m$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{v}_1 = (3; -2; 2)$. B. $\vec{v}_2 = (-8; -11; 23)$.
C. $\vec{v}_3 = (4; 5; -1)$. D. $\vec{v}_4 = (8; -11; -23)$.

Câu 25: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. Không có. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d chứa trong (P) .

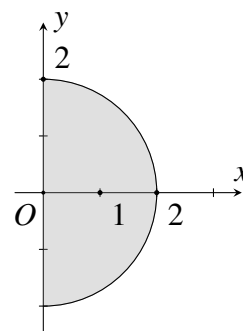
Câu 27: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1 + \ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. B. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. C. $I = 2 \int_1^2 t^2 dt$. D. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (1; m-1; m)$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. Giá trị m bằng bao nhiêu?

- A. $m = \frac{1}{5}$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = -\frac{2}{5}$. D. $m = \frac{2}{5}$.

Câu 29: Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là nửa hình tròn tâm $O(0; 0)$ bán kính $R = 2$ (phần tô đậm, kể cả đường giới hạn) như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?



- A. $x \geq 0$ và $|z| = \sqrt{2}$. B. $y \geq 0$ và $|z| = 2$.
C. $x \geq 0$ và $|z| \leq 2$. D. $y \geq 0$ và $|z| \leq 2$.

Câu 30: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, đặt $u = 2x + 1$ và $dv = e^x dx$. Kết quả nào sau đây **đúng**?

- A. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$.

$$\text{C. } I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx.$$

$$\text{D. } I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx.$$

Câu 31: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$. Tính giá trị $x+y$.

- A. $x+y=4$. B. $x+y=3$. C. $x+y=2$. D. $x+y=-3$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+5=0$. Tìm tọa độ điểm H thuộc đường thẳng d , biết rằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 3.

- A. $H(0;0;-1)$. B. $H(-2;1;-2)$. C. $H(2;-1;0)$. D. $H(4;-2;1)$.

Câu 33: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{9}{8}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{11}{4}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;0;1)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(2;2;3)$. B. $H(0;-2;1)$. C. $H(1;0;2)$. D. $H(-1;-4;0)$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z+1-2i| = |z|$. Biết rằng tập hợp các điểm M là một đường thẳng, tìm phương trình đường thẳng đó.

- A. $2x+4y+5=0$. B. $2x-4y+5=0$. C. $2x-4y+3=0$. D. $2x-y+1=0$.

Câu 36: Biết tích phân $I = \int_0^1 \frac{x-5}{x+1} dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a+b=-63$. B. $ab=-64$. C. $a+b=65$. D. $ab=65$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 38: Phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ lần lượt bằng

- A. $\sqrt{3}-1$ và $\sqrt{3}+1$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ và $\sqrt{3}+1$. D. $\sqrt{3}-1$ và $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx = 4$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 4$. C. $\int_0^1 f(x) dx = 2$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 8$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d .

- A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$.

Câu 41: Cho số phức $z = x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2i(\bar{z}) = 3(1+i)$. Tính giá trị của biểu thức $P = 4x+5y$.

- A. $P=12$. B. $P=8$. C. $P=9$. D. $P=21$.

Câu 42: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, đường thẳng $x=4$, trục Ox quay quanh trục Ox .

- A. $V=8\pi$. B. $V=4\pi$. C. $V=16\pi$. D. $V=8\pi^2$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) > 0, \forall x \in [1;2]$ và có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$. Biết $f(2) = 20$ và

$$\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2. \text{ Tính giá trị của } f(1).$$

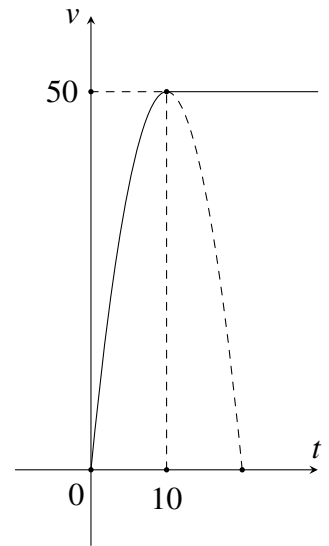
- A. $f(1) = 10.$ B. $f(1) = 20.$ C. $f(1) = -10.$ D. $f(1) = 0.$

Câu 44: Cho tập $X = \{1;3;5;7;9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

- A. 20. B. 10. C. 15. D. 24.

Câu 45: Một ô tô bắt đầu chuyển động với vận tốc $v(t) = at^2 + bt$ với t tính bằng giây và v tính bằng mét/giây (m/s). Sau 10 giây thì ô tô đạt vận tốc cao nhất $v = 50 \text{ m/s}$ và giữ nguyên vận tốc đó, có đồ thị vận tốc như hình bên. Tính quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu.

- A. $s = \frac{2500}{3} \text{ m.}$ B. $s = \frac{2600}{3} \text{ m.}$ C. $s = 800 \text{ m.}$ D. $s = \frac{2000}{3} \text{ m.}$



Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$ và $D\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O, A, B, C, D ?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 10.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-4}$ và $d_4: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho?

- A. Không có. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 48: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1-3i| \leq |z+2i|$ và $|w+1+3i| \leq |w-2i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z-w|$.

- A. $\min P = \frac{3}{13}.$ B. $\min P = \frac{3\sqrt{26}}{13}.$ C. $\min P = \frac{\sqrt{26}}{4}.$ D. $\min P = \frac{\sqrt{13}+1}{2}.$

Câu 49: Biết tích phân $\int_1^2 \frac{4}{(x+4)\sqrt{x}+x\sqrt{x+4}} dx = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} - d$ (với a, b, c, d là các số nguyên dương). Tính giá trị $T = a + b + c + d$.

- A. $T = 48.$ B. $T = 46.$ C. $T = 54.$ D. $T = 52.$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$ và $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 4$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{9}{2} - \sqrt{15}.$ B. $\sqrt{15}.$ C. $\frac{9 + \sqrt{15}}{2}.$ D. $\frac{8\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}.$

— HẾT —

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.C	3.C	4.B	5.C	6.A	7.C	8.D	9.D	10.B
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.A	17.B	18.B	19.D	20.D
21.B	22.A	23.C	24.D	25.C	26.A	27.B	28.D	29.C	30.B
31.D	32.C	33.C	34.C	35.B	36.C	37.C	38.B	39.B	40.B
41.C	42.A	43.A	44.C	45.A	46.C	47.D	48.B	49.C	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -5; 1)$. B. $\left(1; \frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $(2; 5; -1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{v} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k} = (2; 5; -1)$.

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x - z + 1 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 0; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (0; 3; -1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_3 = (3; 0; -1)$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3: Mô-đun của số phức $w = a + 2i$ với $a \in \mathbb{R}$ bằng

- A. $|w| = \sqrt{a+2}$. B. $|w| = \sqrt{a^2-4}$. C. $|w| = \sqrt{a^2+4}$. D. $|w| = a^2+4$.

Lời giải.

Số phức $w = a + 2i$ có mô-đun là $|w| = \sqrt{a^2+4}$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \sin 3x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = 3 \cos 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x) dx = \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây **không thuộc** đường thẳng d ?

A. $M(-4; -2; -4)$. B. $N(1; 0; -3)$. C. $P(6; 2; 2)$. D. $Q(51; 20; 7)$.

Lời giải.

Thế tọa độ $P(6; 2; 2)$ vào phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$ ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 6 = 1 + 5t \\ 2 = 2t \\ 2 = -3 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = -5 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Vậy $P(6; 2; 2)$ không thuộc d .

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-4; 2; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$ là

A. $x - 2y + 2z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 2z + 8 = 0$. C. $x - 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua $M(-4; 2; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$ có phương trình là

$$\begin{aligned} 1(x + 4) - 2(y - 2) + 2(z - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 6 &= 0. \end{aligned}$$

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng lần lượt cắt ba trục tọa độ Ox , Oy , Oz tại các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$ là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải.

Mặt phẳng qua ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$ có phương trình là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1.$$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8: Cho số thực $a > 0$, $a \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int a^x dx = a^x \ln a + C.$

B. $\int a^x dx = \frac{a^{x+1}}{x+1} + C.$

C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a} + C.$

D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

Lời giải.

Ta có $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$

🐞 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

🐞 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách d từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 3z + 1 = 0$ là

A. $d = \frac{6}{7}.$

B. $d = \frac{4}{7}.$

C. $d = \frac{4}{49}.$

D. $d = \frac{6}{49}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} d = d(M, (P)) &= \frac{|2 \cdot (-1) - 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} \\ &= \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

🐞 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 5.$

B. $AB = \sqrt{5}.$

C. $AB = 3.$

D. $AB = \sqrt{3}.$

Lời giải.

Ta có $AB = \sqrt{(-1+1)^2 + (1-2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{5}.$

🐞 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 1$; $f(2) = 5$. Tích phân

$\int_0^2 f'(x) dx.$

A. 1.

B. 4.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 5 - 1 = 4.$$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 13: Cho số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. $\sqrt{2} + 3$. B. $6\sqrt{2} + 11$. C. $6\sqrt{2} - 7$. D. 11.

Lời giải.

Ta có

$$z = (\sqrt{2} + 3i)^2 = -7 + 6\sqrt{2}i.$$

Vậy số z có phần thực bằng -7 và phần ảo bằng $6\sqrt{2}$.

Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng $6\sqrt{2} - 7$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; 3)$, $B(2; -3; 1)$ và $C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 0; 2)$. B. $G(3; 0; 3)$. C. $G(3; 2; 1)$. D. $G(6; 0; 6)$.

Lời giải.

Ta có

$$G = \left(\frac{1+2+3}{3}; \frac{2-3+1}{3}; \frac{3+1+2}{3} \right) = (2; 0; 2).$$

Vậy $G(2; 0; 2)$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 1; \sqrt{5})$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = \sqrt{5}$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-\sqrt{5})^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1; 1; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 1; \sqrt{5})$ có bán kính

$$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2 + (\sqrt{5}-0)^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy mặt cầu có phương trình

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5.$$

🐞 Chọn đáp án (D) □

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = (2 - 3i) - (3 + i)$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

- A. $M(-1; -4)$. B. $N(1; -4)$. C. $P(1; 4)$. D. $Q(-1; 4)$.

Lời giải.

Ta có

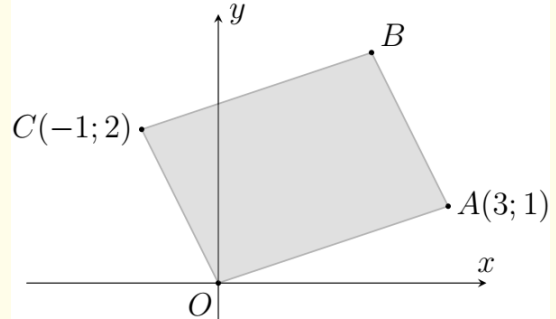
$$z = (2 - 3i) - (3 + i) = -1 - 4i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là điểm $M(-1; -4)$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$ có tọa độ điểm $A(3; 1)$, $C(-1; 2)$ (như hình vẽ bên). Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm B ?

- A. $w_1 = -2 + 3i$. B. $w_2 = 2 + 3i$.
C. $w_3 = 4 - i$. D. $w_4 = -4 + i$.



Lời giải.

Do $OABC$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}. \quad (1)$$

Mà $\overrightarrow{OA} = (3; 1)$ và $\overrightarrow{OC} = (-1; 2)$ nên từ (1) suy ra

$$\overrightarrow{OB} = (2; 3). \quad (2)$$

Từ (2) suy ra điểm $B(2; 3)$ hay điểm B là điểm biểu diễn của số phức $w_2 = 2 + 3i$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$ là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}$.
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng qua điểm $E(1; 2; -3)$ và $F(3; -1; 1)$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u} = \overrightarrow{EF} = (2; -3; 4).$$

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng EF qua $F(3; -1; 1)$ là

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{4}.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 19: Cho $x > 0$. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$.

- A. $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$. B. $f(x) = \ln x - \frac{1}{x^2}$. C. $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$. D. $f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$.

Lời giải.

Vì $\int f(x) dx = \frac{1}{x} + \ln x + C$ nên

$$f(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x + C \right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z_1 z_2 + (z_1 + z_2)i$.

- A. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng 3. B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 5.
C. Phần thực bằng -5 , phần ảo bằng 3. D. Phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3 .

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3z + 5 = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -3 \\ z_1 z_2 = 5. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} w &= z_1 z_2 + (z_1 + z_2)i \\ &= 5 - 3i. \end{aligned}$$

Do đó số phức w có phần thực bằng 5, phần ảo bằng -3 .

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (P) đi qua tâm của mặt cầu (S) . B. (P) cắt mặt cầu (S) .
C. (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . D. (P) không cắt mặt cầu (S) .

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 9 - 5} = 3$.

Ta có

$$\begin{aligned} d(I, (P)) &= \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - (-3) - 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \\ &= \frac{8}{3} < R. \end{aligned}$$

Do đó (P) cắt mặt cầu (S) .

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 22: Cho phương trình $z^2 + mz + n = 0$ với $m, n \in \mathbb{R}$ có một nghiệm là $z = 1 + i$. Tìm mô-đun của số phức $w = m + ni$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 8. D. 16.

Lời giải.

Đặt $z_1 = 1 + i$, phương trình $z^2 + mz + n = 0$ có thêm một nghiệm là $z_2 = 1 - i$.

Ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 = -m \\ z_1 z_2 = 2 = n. \end{cases}$$

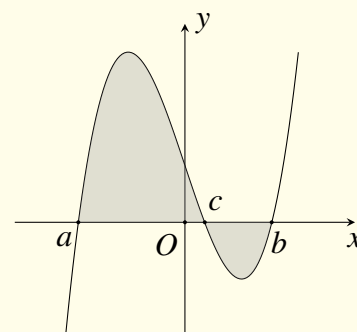
Suy ra

$$\begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow w = m + ni = -2 + 2i.$$

Vậy $|w| = |-2 + 2i| = 2\sqrt{2}$.

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a, b, c với $c \in (a; b)$ như hình bên. Đặt $m = \int_a^c f(x) dx$, $n = \int_c^b f(x) dx$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành (phần tô đậm) bằng bao nhiêu?



- A. $m + n$. B. $-m - n$. C. $m - n$. D. $n - m$.

Lời giải.

Ta có diện tích phần tô đậm bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b |f(x)| dx \\ &= \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx \\ &= \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx \\ &= m - n. \end{aligned}$$

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{v}_1 = (3; -2; 2)$. B. $\vec{v}_2 = (-8; -11; 23)$.
C. $\vec{v}_3 = (4; 5; -1)$. D. $\vec{v}_4 = (8; -11; -23)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (4; 5; -1)$.

Vì $d = (P) \cap (Q)$ nên véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là

$$\vec{u}_d = [\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = (8; -11; -23).$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 25: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x - 1$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. Không có. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải.

Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (4x - 1) dx = 2x^2 - x + C.$$

Vì $F(0) = -1$ nên

$$2 \cdot 0^2 - 0 + C = -1 \Leftrightarrow C = -1.$$

Vậy $F(x) = 2x^2 - x - 1$. Số điểm chung của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = F(x)$ bằng số nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 1 &= 4x - 1 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 5x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = F(x)$ có 2 điểm chung.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **đúng**?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d chứa trong (P) .

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3; -1)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -3; 2)$. Rõ ràng, $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{n}$. (1) Ta có

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 3 + (-3) \cdot (-3) + (-1) \cdot 2 = 10 \neq 0. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra d cắt và không vuông góc với (P) .

🔍 Chọn đáp án (A) □

Câu 27: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1+\ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

- A. $I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. B. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. C. $I = 2 \int_1^2 t^2 dt$. D. $I = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t dt$.

Lời giải.

Ta có

$$t = \sqrt{1 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x}.$$

Với

$$x = 1 \Rightarrow t = 1,$$

$$x = e \Rightarrow t = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^{\sqrt{2}} t \cdot 2t dt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (1; m-1; m)$ thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. Giá trị m bằng bao nhiêu?

A. $m = \frac{1}{5}$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = -\frac{2}{5}$.

D. $m = \frac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot 1 + 2 \cdot (m-1) + 3 \cdot m = 1$$

$$\Leftrightarrow 5m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}.$$

🔍 Chọn đáp án (D) □

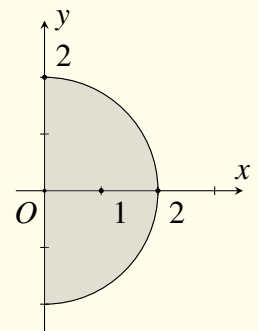
Câu 29: Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ là nửa hình tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 2$ (phần tô đậm, kể cả đường giới hạn) như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $x \geq 0$ và $|z| = \sqrt{2}$.

B. $y \geq 0$ và $|z| = 2$.

C. $x \geq 0$ và $|z| \leq 2$.

D. $y \geq 0$ và $|z| \leq 2$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ trên ta thấy số phức z có phần thực không âm và $|z| \leq 2$.

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 30: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, đặt $u = 2x+1$ và $dv = e^x dx$. Kết quả nào sau đây **đúng**?

A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx.$

B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx.$

C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx.$

D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx.$

Lời giải.

Đặt

$$\begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = e^x. \end{cases}$$

Khi đó

$$I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 31: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$. Tính giá trị $x+y$.

A. $x+y=4.$

B. $x+y=3.$

C. $x+y=2.$

D. $x+y=-3.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i \\ \Leftrightarrow & 3x+2xi+y-4yi = 1+24i \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x-4y=24 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x=2 \\ y=-5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x+y=2+(-5)=-3.$

🔍 Chọn đáp án (D) □

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+5=0$. Tìm tọa độ điểm H thuộc đường thẳng d , biết rằng khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 3.

A. $H(0;0;-1).$

B. $H(-2;1;-2).$

C. $H(2;-1;0).$

D. $H(4;-2;1).$

Lời giải.

Gọi $H(2t; -t; -1+t)$ thuộc đường thẳng d .

Ta có

$$\begin{aligned} d(H, (P)) &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t - 2 \cdot (-t) - 2 \cdot (-1+t) + 5|}{\sqrt{1+4+4}} &= 3 \\ \Leftrightarrow \frac{|2t+7|}{3} &= 3 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+7=9 \\ 2t+7=-9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-8. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t=1$ ta được $H(2; -1; 0)$ và với $t=-8$ ta được $H(-16; 8; -9)$.

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 33: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{9}{8}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{11}{4}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3}. \end{cases}$$

Vậy

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx = \int_{-\sqrt{3}}^0 |x^3 - 3x| dx + \int_0^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx \\ &= \int_{-\sqrt{3}}^0 (x^3 - 3x) dx - \int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{3}} \\ &= \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 0; 1)$ trên đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(2; 2; 3)$. B. $H(0; -2; 1)$. C. $H(1; 0; 2)$. D. $H(-1; -4; 0)$.

Lời giải.

Gọi $H(1+t; 2t; 2+t)$ thuộc đường thẳng d , véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$.

Vì H là hình chiếu của điểm M lên d nên ta có

$$\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_d = 0. \quad (1)$$

Mà $\overrightarrow{MH} = (t-1; 2t; t+1)$ nên từ (1) ta có phương trình

$$1(t-1) + 2 \cdot 2t + 1(t+1) = 0 \Leftrightarrow 6t = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

Với $t = 0$ ta được điểm $H(1; 0; 2)$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |z|$. Biết rằng tập hợp các điểm M là một đường thẳng, tìm phương trình đường thẳng đó.

- A. $2x + 4y + 5 = 0$. B. $2x - 4y + 5 = 0$. C. $2x - 4y + 3 = 0$. D. $2x - y + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |z + 1 - 2i| &= |z| \\ \Leftrightarrow |x + yi + 1 - 2i| &= |x + yi| \\ \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 &= x^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= x^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow 2x - 4y + 5 &= 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng có phương trình $2x - 4y + 5 = 0$.

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 36: Biết tích phân $I = \int_0^1 \frac{x-5}{x+1} dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + b = -63$. B. $ab = -64$. C. $a + b = 65$. D. $ab = 65$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x-5}{x+1} dx &= \int_0^1 \left(1 - \frac{6}{x+1} \right) dx \\ &= (x - 6\ln|x+1|) \Big|_0^1 \\ &= 1 - 6\ln 2 \\ &= 1 - \ln 64. \end{aligned}$$

Vậy theo đề bài ta có $a = 1, b = 64$. Suy ra $a + b = 65$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh là $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$ và $\overrightarrow{CD} = (0; -2; -2)$.

Mà

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD} = \frac{2 \cdot 0 + (-2) \cdot (-2) + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 60^\circ$, hay góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 60° .

🔍 Chọn đáp án (C) □

Câu 38: Phần thực và phần ảo của số phức $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ lần lượt bằng

A. $\sqrt{3}-1$ và $\sqrt{3}+1$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ và $\sqrt{3}+1$. D. $\sqrt{3}-1$ và $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i} = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} + \frac{1+\sqrt{3}}{2}i.$$

Do đó phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt bằng $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ và $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx = 4$. Tính tích phân

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\int_0^1 f(x) dx = 1$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 4$. C. $\int_0^1 f(x) dx = 2$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 8$.

Lời giải.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$.

Với

$$x = 0 \Rightarrow t = 1,$$

$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0.$$

Vậy

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx = 4 \\ \Leftrightarrow & \int_1^0 -f(t) dt = 4 \\ \Leftrightarrow & \int_0^1 f(t) dt = 4 \\ \Leftrightarrow & \int_0^1 f(x) dx = 4. \end{aligned}$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d .

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Đường thẳng qua $M(2;1;0)$ và song song với đường thẳng d cũng nhận $\vec{u} = (2;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương của nó.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}.$$

🔍 Chọn đáp án (B) □

Câu 41: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2i(\bar{z}) = 3(1+i)$. Tính giá trị của biểu thức $P = 4x + 5y$.

A. $P = 12$.

B. $P = 8$.

C. $P = 9$.

D. $P = 21$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & z + 2i(\bar{z}) = 3(1+i) \\ \Leftrightarrow & x + yi + 2i(x - yi) = 3(1+i) \\ \Leftrightarrow & x + yi + 2xi + 2y = 3 + 3i \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = 4x + 5y = 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 9$.

🐞 Chọn đáp án (C) □

Câu 42: Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, đường thẳng $x = 4$, trục Ox quay quanh trục Ox .

- A. $V = 8\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 8\pi^2$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ cắt trục Ox tại hoành độ $x = 0$. Vậy

$$V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi.$$

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) > 0, \forall x \in [1; 2]$ và có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$. Biết $f(2) = 20$ và

$\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2$. Tính giá trị của $f(1)$.

- A. $f(1) = 10$. B. $f(1) = 20$. C. $f(1) = -10$. D. $f(1) = 0$.

Lời giải.

Đặt $t = f(x), \forall x \in [1; 2]$. Suy ra $dt = f'(x) dx$.

Với

$$x = 2 \Rightarrow t = f(2) = 20,$$

$$x = 1 \Rightarrow t = f(1).$$

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx &= \ln 2 \\ \Leftrightarrow \int_{f(1)}^{20} \frac{dt}{t} &= \ln 2 \\ \Leftrightarrow \ln 20 - \ln f(1) &= \ln 2 \\ \Leftrightarrow \ln f(1) &= \ln 20 - \ln 2 \\ \Leftrightarrow \ln f(1) &= \ln 10 \\ \Leftrightarrow f(1) &= 10. \end{aligned}$$

Vậy $f(1) = 10$.

🐞 Chọn đáp án (A) □

Câu 44: Cho tập $X = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ có phần thực, phần ảo đều thuộc X và có tổng $x + y \leq 10$?

- A. 20. B. 10. C. 15. D. 24.

Lời giải.

Xét số phức $z = x + yi$ ($x, y \in X$).

Vì số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $x + y \leq 10$ nên ta xét các trường hợp sau

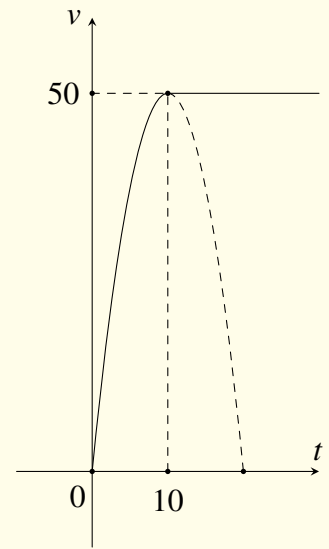
1. $(x; y) \in \{(1; 3), (1; 5), (1; 7), (1; 9), (3; 5), (3; 7)\}$, có $2 \times 6 = 12$ số phức thỏa mãn.
2. $(x; y) \in \{(1; 1), (3; 3), (5; 5)\}$, có 3 số phức thỏa mãn.

Vậy có $12 + 3 = 15$ số phức thỏa mãn đề bài.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 45: Một ô tô bắt đầu chuyển động với vận tốc $v(t) = at^2 + bt$ với t tính bằng giây và v tính bằng mét/giây (m/s). Sau 10 giây thì ô tô đạt vận tốc cao nhất $v = 50$ m/s và giữ nguyên vận tốc đó, có đồ thị vận tốc như hình bên. Tính quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu.

- A. $s = \frac{2500}{3}$ m. B. $s = \frac{2600}{3}$ m. C. $s = 800$ m. D. $s = \frac{2000}{3}$ m.

**Lời giải.**

Hàm số $v(t) = at^2 + bt$ đạt giá trị lớn nhất bằng 50 khi $t = 10$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 10 \\ 100a + 10b = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a + b = 0 \\ 100a + 10b = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 10. \end{cases}$$

Do đó $v(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 10t$.

Quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu được tính bằng công thức

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2}t^2 + 10t\right) dt + \int_{10}^{20} 50 dt \\ &= \left(-\frac{t^3}{6} + 5t^2\right) \Big|_0^{10} + 50t \Big|_{10}^{20} \\ &= \frac{2500}{3}. \end{aligned}$$

Vậy quãng đường ô tô đi được trong 20 giây đầu là $s = \frac{2500}{3}$ m.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và $D\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O, A, B, C, D ?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 10.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(ABC) : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$.

Suy ra $D\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC) .

Số mặt phẳng qua ba trong bốn điểm A, B, C, D là 1.

Số mặt phẳng qua điểm O và hai trong bốn điểm A, B, C, D là $C_4^2 = 6$.

Vậy số mặt phẳng phân biệt đi qua ba trong năm điểm O, A, B, C, D là

$$1 + 6 = 7.$$

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{-4}$ và $d_4: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho?

A. Không có.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua $A(1; 2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; -2)$.

Ta có d_3 đi qua $B(0; -2; 4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (1; -4; 4)$.

Suy ra hai đường thẳng d_1 và d_3 song song nhau và $\vec{AB} = (-1; -4; 4)$.

⚡

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_3 , có véc-tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{u}_1] = (0; -2; -2), \text{ chọn } \vec{n} = (0; 1; 1).$$

Suy ra

$$(\alpha): y + z - 2 = 0.$$

Gọi M là giao điểm của d_2 và $(\alpha) \Rightarrow M(4; 2; 0)$.

Gọi N là giao điểm của d_4 và $(\alpha) \Rightarrow N(4; 2; 0)$.

Do điểm M và N trùng nhau nên d_2 và d_4 cùng cắt nhau tại một điểm.

Suy ra có vô số đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho, các đường thẳng này đi qua điểm M .

🔍 Chọn đáp án **D** □

Câu 48: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z - 1 - 3i| \leq |z + 2i|$ và $|w + 1 + 3i| \leq |w - 2i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - w|$.

A. $\min P = \frac{3}{13}$.

B. $\min P = \frac{3\sqrt{26}}{13}$.

C. $\min P = \frac{\sqrt{26}}{4}$.

D. $\min P = \frac{\sqrt{13} + 1}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$|z - 1 - 3i| \leq |z + 2i|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 \leq x^2 + (y+2)^2$$

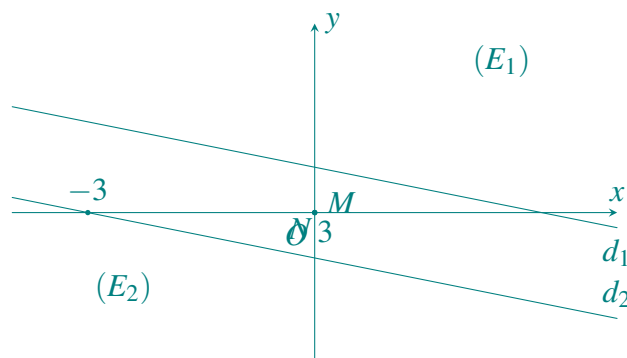
$$\Leftrightarrow x + 5y \geq 3.$$

Suy ra tập hợp số phức z là miền nghiệm (E_1) của bất phương trình $x + 5y \geq 3$ (phần gạch sọc).

Gọi $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned} |w + 1 + 3i| &\leq |w - 2i| \\ \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 3)^2 &\leq a^2 + (b - 2)^2 \\ \Leftrightarrow a + 5b &\leq -3. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp số phức w là miền nghiệm (E_2) của bất phương trình $x + 5y \leq -3$ (phần gạch sọc).



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức w, z . Suy ra $M \in (E_2)$ và $N \in (E_1)$.

Ta có

$$P = |z - w| = MN \Rightarrow \min P = d(d_1, d_2),$$

trong đó

$$d_1: x + 5y - 3 = 0 \text{ và } d_2: x + 5y + 3 = 0.$$

Chọn $N(3; 0) \in d_1$, suy ra

$$d(d_1, d_2) = d(N, d_2) = \frac{|3 + 5 \cdot 0 + 3|}{\sqrt{1 + 25}} = \frac{3\sqrt{26}}{13}.$$

Vậy $\min P = \frac{3\sqrt{26}}{13}.$

🐞 Chọn đáp án (B) □

Câu 49: Biết tích phân $\int_1^2 \frac{4}{(x+4)\sqrt{x}+x\sqrt{x+4}} dx = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} - d$ (với a, b, c, d là các số nguyên dương). Tính giá trị $T = a + b + c + d$.

A. $T = 48$. B. $T = 46$. C. $T = 54$. D. $T = 52$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \int_1^2 \frac{4}{(x+4)\sqrt{x}+x\sqrt{x+4}} dx &= \int_1^2 \frac{4}{\sqrt{x(x+4)}(\sqrt{x+4}+\sqrt{x})} dx \\
 &= \int_1^2 \frac{4(\sqrt{x+4}-\sqrt{x})}{\sqrt{x(x+4)} \cdot 4} dx \\
 &= \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}} dx - \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x+4}} dx \\
 &= 2\sqrt{x} \Big|_1^2 - 2\sqrt{x+4} \Big|_1^2 \\
 &= 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{5} \\
 &= \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{24} - 2.
 \end{aligned}$$

Do đó,

$$T = a + b + c + d = 8 + 20 + 24 + 2 = 54.$$

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có phương trình lần lượt là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$ và $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 4$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{9}{2} - \sqrt{15}$. B. $\sqrt{15}$. C. $\frac{9 + \sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{8\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ và bán kính $R_1 = 4$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Gọi A , B lần lượt là hai tiếp điểm của (S_1) , (S_2) với mặt phẳng (P) .

Gọi M là giao điểm của IJ với mặt phẳng (P) . Ta có

$$\frac{MI}{MJ} = \frac{IA}{JB} = 2.$$

Suy ra J là trung điểm của IM , do đó $M(2; 1; 9)$.

Gọi véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$), khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là

$$a(x-2) + b(y-1) + c(z-9) = 0.$$

Ta có

$$\begin{aligned}d(I, (P)) &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{|8c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} &= 4 \\ \Leftrightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow a^2 + b^2 &= 3c^2 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 &= 3. \quad (1)\end{aligned}$$

Mặt khác,

$$d(O, (P)) = \frac{|2a + b + 9c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2a + b + 9c|}{2c} = \frac{1}{2} \left| \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} + 9 \right|. \quad (2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$\left(\frac{2a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2 \leq (2^2 + 1^2) \left[\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2\right]. \quad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có

$$\left(\frac{2a}{c} + \frac{b}{c}\right)^2 \leq 15 \Leftrightarrow -\sqrt{15} \leq \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} \leq \sqrt{15}. \quad (4)$$

Từ (2) và (4) suy ra

$$\frac{9 - \sqrt{15}}{2} \leq d(O, (P)) \leq \frac{9 + \sqrt{15}}{2}.$$

Vậy khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{9 + \sqrt{15}}{2}$.

 Chọn đáp án  