SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 001
(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên:..... **Số báo danh:**..... **Trường, trung tâm:**.....

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(4;\ -1;\ 4)$. (B) $(8;\ -4;\ -4)$. (C) $(8;\ -2;\ 8)$. (D) $(4;\ -2;\ 4)$.

Câu 02. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3\ ;\ 3)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?
(A) $3i$. (B) $3-3i$. (C) $-3+3i$. (D) $3+3i$.

Câu 03. Số phức liên hợp của số phức $z=8-6i$ là
(A) $\overline{z}=-8-6i$. (B) $\overline{z}=8+6i$. (C) $\overline{z}=6-8i$. (D) $\overline{z}=-8+6i$.

Câu 04. Cho hàm số $f(x)=3-6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-2x^3+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=3-2x^3+C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=3-3x^3+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-6x^3+C$.

Câu 05. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\ x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là
(A) $\overrightarrow{n_2}=(1;\ -1;\ 1)$. (B) $\overrightarrow{n_4}=(1;\ 1;\ -1)$. (C) $\overrightarrow{n_1}=(-1;\ 1;\ 1)$. (D) $\overrightarrow{n_3}=(1;\ 1;\ 1)$.

Câu 06. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng
(A) $\sqrt{7}$. (B) 25. (C) 7. (D) 5.

Câu 07. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là
(A) $(4;\ -2;\ 4)$. (B) $(4;\ 0;\ 0)$. (C) $(2;\ -1;\ 2)$. (D) $(-4;\ 2;\ -4)$.

Câu 08. Nếu $\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 16. (B) 7. (C) 12. (D) 4.

Câu 09. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x=-10$ thì $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 12. (B) -12. (C) 8. (D) -8.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1)=2, F(3)=6$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) -4. (B) 2. (C) 8. (D) 4.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d):\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là
(A) $\overrightarrow{u_4}=(1;\ 0;\ 2)$. (B) $\overrightarrow{u_3}=(2;\ 1;\ 5)$. (C) $\overrightarrow{u_1}=(1;\ 0;\ -2)$. (D) $\overrightarrow{u_2}=(2;\ 1;\ -5)$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-5+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $-4-2i$. (B) $4-3i$. (C) $-4-3i$. (D) $4-2i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=2$ là
(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. (B) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=2$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=3+2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+2\sin 2x+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-\sin 2x+C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+\sin 2x+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-2\sin 2x+C$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
(A) $(0;\ 0;\ 1)$. (B) $(1;\ 0;\ 0)$. (C) $(0;\ 1;\ 0)$. (D) $(1;\ 1;\ 0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P):\ 2x+y-2z=0$ bằng
(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

Câu 17. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x, y=0, x=1, x=2$ có diện tích bằng
(A) e^2-1. (B) e^2+e. (C) e^2. (D) e^2-e.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?
(A) $(P_1):\ y+z-1=0$. (B) $(P_4):\ x-y-z=0$. (C) $(P_2):\ x+y-1=0$. (D) $(P_3):\ x-z-1=0$.

Câu 19. Số phức $z=2-3i$ có phần ảo bằng
(A) $-3i$. (B) -3. (C) 2. (D) 3.

Câu 20. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=6x, y=0, x=0, x=1$ quay quanh trục hoành bằng
(A) 12π. (B) 3π. (C) 18π. (D) 6π.

Câu 21. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ thỏa mãn $F(\pi)=1$ thì $F(0)$ bằng
(A) -2. (B) 0. (C) 1. (D) -1.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là
(A) $(0;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 3;\ 0)$. (C) $(-2;\ 0;\ 1)$. (D) $(-2;\ 0;\ 0)$.

Câu 23. Cho số phức $z=4-i$. Phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng
(A) 3. (B) -5. (C) -3. (D) 5.

Câu 24. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0)=1, f(2)=7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 6. (B) -8. (C) 8. (D) -6.

Câu 25. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_{-1}^{2}\left(6-f(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 9. (B) 3. (C) 15. (D) 6.

Câu 26. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là
(A) $(6;\ 0)$. (B) $(6;\ 1)$. (C) $(-1;\ 6)$. (D) $(6;\ -1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\,1;\,0)$, $B(2;\,0;\,0)$, $C(0;\,0;\,9)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{9}=1$. (B) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{9}$. (C) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=1$. (D) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\,0;\,3)$. (B) $(0;\,0;\,4)$. (C) $(0;\,0;\,5)$. (D) $(0;\,5;\,0)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\,0;\,0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+y+6z+9=0$ là

(A) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$.

Câu 30. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -16. (B) 4 (C) -4. (D) 16.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\,0;\,0)$ và $B(2;\,3;\,6)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Câu 32. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $1-i$. (B) $-i$. (C) 9. (D) $1+i$.

Câu 33. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) -1. (C) -3. (D) 7.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\,0;\,1), B(1;\,0;\,1), C(1;\,1;\,3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \\ z=2+t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (B) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (C) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $N(-1;\,0;\,3)$. (B) $P(1;\,0;\,3)$. (C) $M(2;\,1;\,-2)$. (D) $Q(1;\,0;\,-3)$.

Câu 36. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $-3+6i$. (B) $6+4i$. (C) $6-3i$. (D) $3-6i$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{31}$. (B) 16. (C) 31. (D) 4.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(-2;\,-6;\,4)$. (B) $(2;\,6;\,-4)$. (C) $(1;\,3;\,-2)$. (D) $(-1;\,-3;\,2)$.

Câu 39. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2. (B) -10. (C) $-2i$. (D) -2.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\,2;\,-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $Q(-1;\,-2;\,3)$. (B) $M(1;\,-2;\,-3)$. (C) $N(1;\,-2;\,3)$. (D) $P(-1;\,-2;\,-3)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. (B) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$. (D) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B, C, D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4z+1=0$. (B) $4z-1=0$. (C) $4y+1=0$. (D) $4y-1=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$. (B) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. (D) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 44. Cho hai số phức z, w (với $w\neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(1\ ;\ 4)$. (B) $(7\ ;\ +\infty)$. (C) $(4\ ;\ 7)$. (D) $(-\infty\ ;\ 1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_1(1;\ -2;\ -3)$. (B) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$. (C) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $M_2(1;\ 2;\ 3)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 47. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$. (B) $(3\ ;\ 5)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(5\ ;\ 7)$.

Câu 48. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a-a^2+1$. (B) $2a^2\ln a+2a^2+1$. (C) $2a^2\ln a-a^2-1$. (D) $2a^2\ln a+a^2-1$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y+z+7=0$. (B) $7y+z-7=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y+z+1=0$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) 1. (B) -1. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) 3.

—— HẾT ——

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 001

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

KẾT QUẢ CHỌN PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

01. A	05. A	11. D	17. D	22. B	28. B	32. B	37. D	42. B	48. A
02. C	06. D	12. A	18. C	23. D	29. B	33. C	38. C	43. C	49. A
03. B	07. A	13. B	19. B	24. A	30. B	34. B	39. D	44. C	
04. A	08. C	14. C	20. A	25. C	31. B	35. D	40. B	45. C	50. A
	09. D	15. C		26. D		36. A	41. A	46. A	
	10. D	16. C	21. D	27. C				47. C	

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 001
(Hướng dẫn gồm 16 trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

HƯỚNG DẪN TÌM PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(4;\ -1;\ 4)$. (B) $(8;\ -4;\ -4)$. (C) $(8;\ -2;\ 8)$. (D) $(4;\ -2;\ 4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$.
Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\dfrac{0+8}{2};\ \dfrac{1+(-3)}{2};\ \dfrac{6+2}{2}\right) = (4;\ -1;\ 4)$. □

Câu 02. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3\ ;\ 3)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?
(A) $3i$. (B) $3-3i$. (C) $-3+3i$. (D) $3+3i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Điểm $M(-3\ ;\ 3)$ là biểu diễn của số phức $-3+3i$. □

Câu 03. Số phức liên hợp của số phức $z = 8-6i$ là
(A) $\overline{z} = -8-6i$. (B) $\overline{z} = 8+6i$. (C) $\overline{z} = 6-8i$. (D) $\overline{z} = -8+6i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Số phức liên hợp của số phức $z = 8-6i$ là $\overline{z} = 8+6i$. □

Câu 04. Cho hàm số $f(x) = 3-6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-2x^3+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3-2x^3+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3-3x^3+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-6x^3+C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $f(x) = 3-6x^2$.
Vì $(3x-2x^3+C)' = 3-6x^2 = f(x)$ nên $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \int(3-6x^2)\mathrm{d}x = 3x-2x^3+C$.
□

Câu 05. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là
(A) $\overrightarrow{n_2} = (1;\ -1;\ 1)$. (B) $\overrightarrow{n_4} = (1;\ 1;\ -1)$. (C) $\overrightarrow{n_1} = (-1;\ 1;\ 1)$. (D) $\overrightarrow{n_3} = (1;\ 1;\ 1)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có tọa độ là $(1;\ -1;\ 1)$. □

Câu 06. Môđun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) 25. (C) 7. (D) 5.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $z = 4 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$. □

Câu 07. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $(4;\ -2;\ 4)$. (B) $(4;\ 0;\ 0)$. (C) $(2;\ -1;\ 2)$. (D) $(-4;\ 2;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4;\ -2;\ 4)$. □

Câu 08. Nếu $\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) 7. (C) 12. (D) 4.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Vì $\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ nên $\int\limits_1^8 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 2.6 = 12$. □

Câu 09. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -10$ thì $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 12. (B) -12. (C) 8. (D) -8.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -10$.

Vậy $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = 2 + (-10) = -8$. □

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1) = 2, F(3) = 6$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -4. (B) 2. (C) 8. (D) 4.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1) = 2, F(3) = 6$.

Vậy $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^3 = F(3) - F(1) = 4$. □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_4} = (1;\ 0;\ 2)$. (B) $\overrightarrow{u_3} = (2;\ 1;\ 5)$. (C) $\overrightarrow{u_1} = (1;\ 0;\ -2)$. (D) $\overrightarrow{u_2} = (2;\ 1;\ -5)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có tọa độ là $(2;\ 1;\ -5)$. □

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $-4 - 2i$. (B) $4 - 3i$. (C) $-4 - 3i$. (D) $4 - 2i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$

nên $z_1 + z_2 = 1 - 3i + (-5) + i = 1 + (-5) + (-3 + 1)i = -4 - 2i$. □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R = 2$ là

(A) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$. (B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.

(C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$. (D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R = 2$ là

$(x-1)^2 + [y-(-2)]^2 + (z-0)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$. □

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3 + 2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + 2\sin 2x + C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \sin 2x + C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin 2x + C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - 2\sin 2x + C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $f(x) = 3 + 2\cos 2x$

Vậy $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3 + 2\cos 2x)\mathrm{d}x = 3x + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C = 3x + \sin 2x + C$. □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 1)$. (B) $(1;\ 0;\ 0)$. (C) $(0;\ 1;\ 0)$. (D) $(1;\ 1;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0;\ 1;\ 0)$. □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$ bằng

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $(P): 2x + y - 2z = 0$ và $M(0;\ 0;\ 3)$.

Vậy $d(M,\ (P)) = \dfrac{|2.0 + 0 - 2.3)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2$. □

Câu 17. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) $e^2 - 1$. (B) $e^2 + e$. (C) e^2. (D) $e^2 - e$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích là $\int\limits_1^2 |\mathrm{e}^x| \mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x \Big|_1^2 = e^2 - e.$ □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_1): y + z - 1 = 0.$ (B) $(P_4): x - y - z = 0.$ (C) $(P_2): x + y - 1 = 0.$ (D) $(P_3): x - z - 1 = 0.$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Thế $x = 1, y = 0, z = -1$ vào phương trình của mặt phẳng $(P_2): x + y - 1 = 0$ thỏa mãn. Vậy $M \in (P_2)$. Tương tự điểm M không thuộc ba mặt phẳng còn lại. □

Câu 19. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng

(A) $-3i.$ (B) $-3.$ (C) 2. (D) 3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì số phức $z = 2 - 3i = 2 + (-3)i$ nên z có phần ảo bằng -3. □

Câu 20. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) $12\pi.$ (B) $3\pi.$ (C) $18\pi.$ (D) $6\pi.$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Khối tròn xoay đã cho có thể tích là $\pi. \int\limits_0^1 (6x)^2 \mathrm{d}x = 36\pi. \int\limits_0^1 x^2 \mathrm{d}x = 12\pi x^3 \Big|_0^1 = 12\pi.$

□

Câu 21. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

(A) $-2.$ (B) 0. (C) 1. (D) $-1.$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + C.$

Mặt khác $F(\pi) = 1 \Leftrightarrow C = 0$. Vậy $F(x) = -\cos x \Rightarrow F(0) = -1.$ □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 1).$ (B) $(0;\ 3;\ 0).$ (C) $(-2;\ 0;\ 1).$ (D) $(-2;\ 0;\ 0).$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;\ 3;\ 0)$.

□

Câu 23. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

(A) 3. (B) $-5.$ (C) $-3.$ (D) 5.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $z = 4 - i \Rightarrow \overline{z} = 4 + i$. Vậy $(1 - i)\overline{z} = (1 - i)(4 + i) = 5 - 3i$.
Nên phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng 5. □

Câu 24. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1, f(2) = 7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) -8. (C) 8. (D) -6.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì hàm số $f'(x)$ có một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $f(x)$
nên $\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 7 - 1 = 6$. □

Câu 25. Nếu $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_{-1}^2 (6 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 9. (B) 3. (C) 15. (D) 6.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$.

$\Rightarrow \int_{-1}^2 (6 - f(x))\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^2 6\mathrm{d}x - \int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 6x\Big|_{-1}^2 - 3 = 18 - 3 = 15$. □

Câu 26. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ 0)$. (B) $(6;\ 1)$. (C) $(-1;\ 6)$. (D) $(6;\ -1)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là $(6;\ -1)$. □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là

(A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{9} = 1$. (B) $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{9}$. (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 1$. (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$.
Vậy mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 1$. □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 3)$. (B) $(0;\ 0;\ 4)$. (C) $(0;\ 0;\ 5)$. (D) $(0;\ 5;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Mặt phẳng $(P) : \frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là $(0;\ 0;\ 4)$. □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

(A) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và $d\perp(P): x+y+6z+9=0$.

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;\ 1;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 30. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -16. (B) 4 (C) -4. (D) 16.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$.

Xét $I=\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $u=2x\Rightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\Leftrightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{d}u$.

Khi $x=0\Rightarrow u=0$, khi $x=3\Rightarrow u=6$.

Vậy $I=\dfrac{1}{2}\cdot\displaystyle\int_0^6 f(u)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{2}\cdot\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=4$. □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;\ 3;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 32. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $1-i$. (B) $-i$. (C) 9. (D) $1+i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Số phức $-i$ là một số thuần ảo. □

Câu 33. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) -1. (C) -3. (D) 7.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$.

Vậy $\int\limits_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2-5=-3.$ □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=2+t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1 \end{cases}$

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$.

Đường thẳng d đi qua A song song với BC nên d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(0;\ 1;\ 2)$.

Vậy d có phương trình là $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $N(-1;\ 0;\ 3)$. (B) $P(1;\ 0;\ 3)$. (C) $M(2;\ 1;\ -2)$. (D) $Q(1;\ 0;\ -3)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Thế $x=1, y=0, z=-3$ vào phương trình của d thỏa mãn. Vậy $Q(1;\ 0;\ -3)\in d$.

Kiểm tra tương tự, ba điểm còn lại không thuộc d. □

Câu 36. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $-3+6i$. (B) $6+4i$. (C) $6-3i$. (D) $3-6i$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Vậy $z_1z_2=(6+3i)i=6i+3i^2=-3+6i$. □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{31}$. (B) 16. (C) 31. (D) 4.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=4$. □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(-2;\ -6;\ 4)$. (B) $(2;\ 6;\ -4)$. (C) $(1;\ 3;\ -2)$. (D) $(-1;\ -3;\ 2)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=12$.

Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(1;\ 3;\ -2)$. □

Câu 39. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2. (B) -10. (C) $-2i$. (D) -2.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Vì z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$ nên áp dụng định lý Viète có $z_1+z_2=2$ và $z_1z_2=3$.

Vậy $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=2^2-2.3=-2$. □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (B) $M(1;\ -2;\ -3)$. (C) $N(1;\ -2;\ 3)$. (D) $P(-1;\ -2;\ -3)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(1;\ 2;\ -3)$.

Vậy điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là $M(1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. (B) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$. (D) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+4=0$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính là $R=d(I,(P))=\dfrac{|0+2.1-2.0+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2$ nên có phương trình là $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B,C,D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4z+1=0$. (B) $4z-1=0$. (C) $4y+1=0$. (D) $4y-1=0$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$ có tâm $O(0;\ 0;\ 0)$ và bán kính $R=1$.

Điểm $A(0;\ 0;\ 4)\Rightarrow OA=4>R\Rightarrow A$ nằm bên ngoài của (S).

B là tiếp điểm của tiếp diện đi qua A của $(S)\Rightarrow \widehat{OBA}=90^\circ\Leftrightarrow B\in(S')$ là mặt cầu đường kính OA.

$\Rightarrow (S')$ có tâm $I(0;\ 0;\ 2)$ là trung điểm của OA và bán kính $R'=\dfrac{1}{2}\cdot OA=2$

nên (S') có phương trình $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-2)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4z=0$.

Vậy $B\in(S)\cap(S'):\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x^2+y^2+z^2-4z=0\end{cases}\Rightarrow 4z-1=0$.

$\Rightarrow B\in(P):4z-1=0$. Tương tự $C,D\in(P)$. Mà B,C,D phân biệt nên $(BCD)\equiv(P)$. □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.
(B) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.
(D) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$.
$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=IM=\sqrt{(4-3)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.
Vậy (S) có phương trình là $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 44. Cho hai số phức z, w (với $w\neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(1\ ;\ 4)$.
(B) $(7\ ;\ +\infty)$.
(C) $(4\ ;\ 7)$.
(D) $(-\infty\ ;\ 1)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Xét hai số phức $z=a+bi$ và $w=c+di\neq -2$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=1$ và $\dfrac{c-2+di}{c+2+di}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow a^2+b^2=1$ (1) và $\dfrac{(c-2+di)(c+2-di)}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo (2).

(2) $\Leftrightarrow \dfrac{c^2-4+d^2+4cdi}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow c^2+d^2=4$ (3).

$|z-w|=2\Leftrightarrow |a-c+(b-d)i|=2\Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2=4\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2-2(ac+bd)=4\Leftrightarrow 2(ac+bd)=1$ (do (1), (3)).

Vậy $|z+2w|=|a+2c+(b+2d)i|=\sqrt{(a+2c)^2+(b+2d)^2}=\sqrt{a^2+b^2+4(c^2+d^2)+4(ac+bc)}=\sqrt{19}\in(4\ ;\ 7)$.
□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_1(1;\ -2;\ -3)$.
(B) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$.
(C) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$.
(D) $M_2(1;\ 2;\ 3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $M(1;\ -2;\ 3)$.
Vậy điểm đối xứng với M qua qua trục Oy là $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(B) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.
(D) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Gọi mặt cầu (S) đường kính AB.
$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;\ 0;\ 0)$ (là trung điểm của đoạn thẳng AB)
và bán kính $R=IA=\sqrt{(0-1)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.
Vậy (S) có phương trình là $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 47. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\,;\,3)$. (B) $(3\,;\,5)$. (C) $(7\,;\,+\infty)$. (D) $(5\,;\,7)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Xét các số phức $z=a+bi, w=c+di$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20.

$\Leftrightarrow |a-c+(b-d)i|=\sqrt{10}$, $\sqrt{a^2+b^2}=5$ và $(a-bi)(c+di)$ có phần thực bằng 20

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}=\sqrt{10}$ (1), $a^2+b^2=25$ (2) và $ac+bd=20$ (3)

(1) $\Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2=10 \Leftrightarrow c^2+d^2=25$ (do (2) và (3)).

$\Rightarrow |z+w|=|a+c+(b+d)i|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2+2(ac+bd)}=3\sqrt{10}$.

Vậy $P=|z+w+1+3i|\le |z+w|+|1+3i)|=4\sqrt{10}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=3,b=4,c=0,d=5$. Do đó $\max P=4\sqrt{10}$. □

Câu 48. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a-a^2+1$. (B) $2a^2\ln a+2a^2+1$. (C) $2a^2\ln a-a^2-1$. (D) $2a^2\ln a+a^2-1$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $I=\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ (với $a>2$).

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=2x^2\end{cases}$.

Vậy $I=(2x^2\ln x)\Big|_1^a-\displaystyle\int_1^a 2x\mathrm{d}x=2a^2\ln a-x^2\Big|_1^a=2a^2\ln a-a^2+1$. □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\,-1;\,0)$ và $B(2;\,6;\,1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y+z+7=0$. (B) $7y+z-7=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y+z+1=0$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;\,-1;\,0)$ và $(P)\perp AB$, với $B(2;\,6;\,1)$

$\Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(0;\,7;\,1)$

Vậy (P) có phương trình là $0(x-2)+7(y+1)+1(z-0)=0\Leftrightarrow 7y+z+7=0$. □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\,1;\,2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\,0;\,0)$ đến (P) bằng

(A) 1. (B) -1. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) 3.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow d$ đi qua điểm $N(2;\ 1;\ 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (2;\ 2;\ -3) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (2;\ 0;\ -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa A và d nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{u}] = (2;\ 4;\ 4)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-0) + 4(y-1) + 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0$. Mà $M(3;\ 0;\ 0)$.

Do đó $\mathrm{d}(M, (P)) = \dfrac{|3 + 2.0 + 2.0 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1.$ □

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 002
(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên:..... **Số báo danh:**..... **Trường, trung tâm:**.....

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là
(A) $(2;\ -1;\ 0)$. (B) $(4;\ -2;\ 4)$. (C) $(4;\ 0;\ 0)$. (D) $(-4;\ 2;\ -4)$.

Câu 02. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=3$ là
(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=3$.
(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$. (D) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(8;\ -2;\ 8)$. (B) $(4;\ -2;\ 4)$. (C) $(4;\ -1;\ 4)$. (D) $(8;\ -4;\ -4)$.

Câu 04. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x=-11$ thì $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 8. (B) 14. (C) -8. (D) -14.

Câu 05. Số phức liên hợp của số phức $z=9-6i$ là
(A) $\overline{z}=-9-6i$. (B) $\overline{z}=-9+6i$. (C) $\overline{z}=9+6i$. (D) $\overline{z}=6-9i$.

Câu 06. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-5+i$. Số phức z_1+z_2 bằng
(A) $4-3i$. (B) $4-2i$. (C) $-4-3i$. (D) $-4-2i$.

Câu 07. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là
(A) $\overrightarrow{u_3}=(2;\ 1;\ 5)$. (B) $\overrightarrow{u_2}=(2;\ 1;\ -5)$. (C) $\overrightarrow{u_1}=(1;\ 0;\ -2)$. (D) $\overrightarrow{u_4}=(1;\ 0;\ 2)$.

Câu 08. Cho hàm số $f(x)=4-6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=4x-6x^3+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=4x-2x^3+C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=4-3x^3+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=4-2x^3+C$.

Câu 09. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-8\ ;\ 8)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?
(A) $8+8i$. (B) $8-8i$. (C) $-8+8i$. (D) $8i$.

Câu 10. Nếu $\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 16. (B) 4. (C) 12. (D) 7.

Câu 11. Môđun của số phức $z=-3+4i$ bằng
(A) $\sqrt{7}$. (B) 5. (C) 25. (D) 7.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là
(A) $\overrightarrow{n_4}=(1;\ 1;\ -1)$. (B) $\overrightarrow{n_1}=(-1;\ 1;\ 1)$. (C) $\overrightarrow{n_2}=(1;\ -1;\ 1)$. (D) $\overrightarrow{n_3}=(1;\ 1;\ 1)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1)=3, F(3)=7$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) -4. (D) 10.

Câu 14. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ thỏa mãn $F(\pi)=1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) -2. (D) -1.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ -1)$. (B) $(6;\ 0)$. (C) $(6;\ 1)$. (D) $(-1;\ 6)$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_{-1}^{2}(6-f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 9. (D) 15.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_2): x+y-1=0$. (B) $(P_3): x-z-1=0$. (C) $(P_4): x-y-z=0$. (D) $(P_1): y+z-1=0$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\ 1;\ 0)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(0;\ 1;\ 0)$. (D) $(1;\ 0;\ 0)$.

Câu 19. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0)=1, f(2)=7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int\limits_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 8. (C) -8. (D) -6.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P):\ 2x+y-2z=0$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Câu 21. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=6x, y=0, x=0, x=1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 12π. (B) 6π. (C) 3π. (D) 18π.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=3+2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+2\sin 2x+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+\sin 2x+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-2\sin 2x+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-\sin 2x+C$.

Câu 23. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x, y=0, x=1, x=2$ có diện tích bằng

(A) e^2-e. (B) e^2+e. (C) e^2. (D) e^2-1.

Câu 24. Cho số phức $z=4-i$. Phần thực của số phức $(1-i)\overline{z}$ bằng

(A) -5. (B) 3. (C) 5. (D) -3.

Câu 25. Số phức $z=2-3i$ có phần ảo bằng

(A) 2. (B) 3. (C) -3. (D) $-3i$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(-2;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(-2;\ 0;\ 0)$. (D) $(0;\ 3;\ 0)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0$ có bán kính bằng

(A) 31. (B) 16. (C) $\sqrt{31}$. (D) 4.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\,1;\,0)$, $B(2;\,0;\,0)$, $C(0;\,0;\,9)$ có phương trình là

(A) $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{9}=1$. (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{9}=0$. (C) $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{9}$. (D) $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{9}=1$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\,0;\,4)$. (B) $(0;\,0;\,3)$. (C) $(0;\,5;\,0)$. (D) $(0;\,0;\,5)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(1;\,0;\,3)$. (B) $M(2;\,1;\,-2)$. (C) $N(-1;\,0;\,3)$. (D) $Q(1;\,0;\,-3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\,0;\,0)$ và $B(2;\,3;\,6)$ có phương trình là

(A) $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$. (B) $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$. (C) $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$. (D) $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{6}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\,0;\,1), B(1;\,0;\,1), C(1;\,1;\,3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+2t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2+t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+2t \end{cases}$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\,0;\,0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

(A) $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{6}$. (B) $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{6}$. (C) $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-9}{6}$. (D) $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+9}{6}$.

Câu 34. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) 9. (B) $1+i$. (C) $1-i$. (D) $-i$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(-2;\,-6;\,4)$. (B) $(-1;\,-3;\,2)$. (C) $(1;\,3;\,-2)$. (D) $(2;\,6;\,-4)$.

Câu 36. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $-3+6i$. (B) $6+4i$. (C) $6-3i$. (D) $3-6i$.

Câu 37. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) -4. (C) 4 (D) -16.

Câu 38. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) -1. (C) 3. (D) 7.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\,0;\,0)$ và đi qua điểm $M(4;\,-2;\,2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$. (B) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B, C, D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4y+1=0$. (B) $4z-1=0$. (C) $4z+1=0$. (D) $4y-1=0$.

Câu 41. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) -10. (D) $-2i$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. (B) $M_2(1;\ 2;\ 3)$. (C) $M_1(1;\ -2;\ -3)$. (D) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. (B) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$. (D) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.

Câu 44. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a-a^2-1$. (B) $2a^2\ln a+a^2-1$. (C) $2a^2\ln a+2a^2+1$. (D) $2a^2\ln a-a^2+1$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $x+y+z=0$. (B) $y+z+1=0$. (C) $7y+z+7=0$. (D) $7y+z-7=0$.

Câu 47. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$. (B) $(3\ ;\ 5)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(5\ ;\ 7)$.

Câu 48. Cho hai số phức z, w (với $w\neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 1)$. (B) $(4\ ;\ 7)$. (C) $(1\ ;\ 4)$. (D) $(7\ ;\ +\infty)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $M(1;\ -2;\ -3)$. (B) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (C) $P(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $N(1;\ -2;\ 3)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) 1. (B) -1. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) 3.

—— HẾT ——

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 002

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

KẾT QUẢ CHỌN PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

01. B	07. B	12. C	17. A	21. A	26. D	32. D	37. C	42. A	47. C
02. D	08. B	13. A	18. C	22. B	27. D	33. A	38. A	43. A	48. B
03. C	09. C	14. D	19. A	23. A	28. D	34. D	39. D	44. D	49. A
04. C	10. C	15. A	20. B	24. C	29. A	35. C	40. B	45. B	50. A
05. C	11. B	16. D		25. C	30. D	36. A	41. B	46. C	
06. D					31. B				

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 002
(Hướng dẫn gồm 16 trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

HƯỚNG DẪN TÌM PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là
(A) $(2;\ -1;\ 0)$. (B) $(4;\ -2;\ 4)$. (C) $(4;\ 0;\ 0)$. (D) $(-4;\ 2;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4;\ -2;\ 4)$. □

Câu 02. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R = 3$ là
(A) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. (B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 3$.
(C) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. (D) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R = 3$ là
$(x-1)^2 + [y-(-2)]^2 + (z-0)^2 = 3^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. □

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(8;\ -2;\ 8)$. (B) $(4;\ -2;\ 4)$. (C) $(4;\ -1;\ 4)$. (D) $(8;\ -4;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$.
Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\dfrac{0+8}{2};\ \dfrac{1+(-3)}{2};\ \dfrac{6+2}{2}\right) = (4;\ -1;\ 4)$. □

Câu 04. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -11$ thì $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 8. (B) 14. (C) -8. (D) -14.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -11$.
Vậy $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^6 f(x)\mathrm{d}x = 3 + (-11) = -8$. □

Câu 05. Số phức liên hợp của số phức $z = 9 - 6i$ là
(A) $\overline{z} = -9 - 6i$. (B) $\overline{z} = -9 + 6i$. (C) $\overline{z} = 9 + 6i$. (D) $\overline{z} = 6 - 9i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Số phức liên hợp của số phức $z = 9 - 6i$ là $\overline{z} = 9 + 6i$. □

Câu 06. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $4 - 3i$. (B) $4 - 2i$. (C) $-4 - 3i$. (D) $-4 - 2i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Vì $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$

nên $z_1 + z_2 = 1 - 3i + (-5) + i = 1 + (-5) + (-3 + 1)i = -4 - 2i$. □

Câu 07. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d) : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_3} = (2;\ 1;\ 5)$. (B) $\overrightarrow{u_2} = (2;\ 1;\ -5)$. (C) $\overrightarrow{u_1} = (1;\ 0;\ -2)$. (D) $\overrightarrow{u_4} = (1;\ 0;\ 2)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d) : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có tọa độ là $(2;\ 1;\ -5)$. □

Câu 08. Cho hàm số $f(x) = 4 - 6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 6x^3 + C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 2x^3 + C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 3x^3 + C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 2x^3 + C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $f(x) = 4 - 6x^2$.

Vì $(4x - 2x^3 + C)' = 4 - 6x^2 = f(x)$ nên $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4 - 6x^2)\mathrm{d}x = 4x - 2x^3 + C$. □

Câu 09. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-8\ ;\ 8)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $8 + 8i$. (B) $8 - 8i$. (C) $-8 + 8i$. (D) $8i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Điểm $M(-8\ ;\ 8)$ là biểu diễn của số phức $-8 + 8i$. □

Câu 10. Nếu $\displaystyle\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) 4. (C) 12. (D) 7.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Vì $\displaystyle\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ nên $\displaystyle\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 2.6 = 12$. □

Câu 11. Môđun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) 5. (C) 25. (D) 7.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $z = -3 + 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$. □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

(A) $\overrightarrow{n_4}=(1;\ 1;\ -1)$. (B) $\overrightarrow{n_1}=(-1;\ 1;\ 1)$. (C) $\overrightarrow{n_2}=(1;\ -1;\ 1)$. (D) $\overrightarrow{n_3}=(1;\ 1;\ 1)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-y+z-1=0$ có tọa độ là $(1;\ -1;\ 1)$. □

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1)=3, F(3)=7$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) -4. (D) 10.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3, F(3)=7$.

Vậy $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^3 = F(3)-F(1)=4.$ □

Câu 14. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ thỏa mãn $F(\pi)=1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) -2. (D) -1.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\displaystyle\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + C.$

Mặt khác $F(\pi)=1 \Leftrightarrow C=0$. Vậy $F(x)=-\cos x \Rightarrow F(0)=-1$. □

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ -1)$. (B) $(6;\ 0)$. (C) $(6;\ 1)$. (D) $(-1;\ 6)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là $(6;\ -1)$. □

Câu 16. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\displaystyle\int_{-1}^2 (6-f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 9. (D) 15.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\displaystyle\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3.$

$\Rightarrow \displaystyle\int_{-1}^2 (6-f(x))\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^2 6\mathrm{d}x - \int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 6x\Big|_{-1}^2 - 3 = 18-3=15.$ □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_2): x+y-1=0$. (B) $(P_3): x-z-1=0$. (C) $(P_4): x-y-z=0$. (D) $(P_1): y+z-1=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Thế $x=1, y=0, z=-1$ vào phương trình của mặt phẳng $(P_2): x+y-1=0$ thỏa mãn. Vậy $M \in (P_2)$. Tương tự điểm M không thuộc ba mặt phẳng còn lại. □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\ 1;\ 0)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(0;\ 1;\ 0)$. (D) $(1;\ 0;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0;\ 1;\ 0)$. □

Câu 19. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0)=1, f(2)=7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int\limits_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 8. (C) -8. (D) -6.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì hàm số $f'(x)$ có một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $f(x)$

nên $\int\limits_0^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^2 = f(2)-f(0) = 7-1 = 6.$ □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x+y-2z=0$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $(P): 2x+y-2z=0$ và $M(0;\ 0;\ 3)$.

Vậy $d(M,\ (P)) = \dfrac{|2.0+0-2.3)|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = 2.$ □

Câu 21. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=6x, y=0, x=0, x=1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 12π. (B) 6π. (C) 3π. (D) 18π.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Khối tròn xoay đã cho có thể tích là $\pi.\int\limits_0^1 (6x)^2\mathrm{d}x = 36\pi.\int\limits_0^1 x^2\mathrm{d}x = 12\pi x^3\Big|_0^1 = 12\pi.$

□

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=3+2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x+2\sin 2x+C.$ (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x+\sin 2x+C.$

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-2\sin 2x+C.$ (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-\sin 2x+C.$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $f(x) = 3 + 2\cos 2x$

Vậy $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3 + 2\cos 2x)\mathrm{d}x = 3x + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C = 3x + \sin 2x + C$. □

Câu 23. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) $e^2 - e$. (B) $e^2 + e$. (C) e^2. (D) $e^2 - 1$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích là

$\int_1^2 |\mathrm{e}^x|\mathrm{d}x = \int_1^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x\Big|_1^2 = e^2 - e$. □

Câu 24. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

(A) -5. (B) 3. (C) 5. (D) -3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $z = 4 - i \Rightarrow \overline{z} = 4 + i$. Vậy $(1 - i)\overline{z} = (1 - i)(4 + i) = 5 - 3i$.

Nên phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng 5. □

Câu 25. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng

(A) 2. (B) 3. (C) -3. (D) $-3i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Vì số phức $z = 2 - 3i = 2 + (-3)i$ nên z có phần ảo bằng -3. □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(-2;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(-2;\ 0;\ 0)$. (D) $(0;\ 3;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;\ 3;\ 0)$. □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0$ có bán kính bằng

(A) 31. (B) 16. (C) $\sqrt{31}$. (D) 4.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R = 4$. □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là

(A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{9} = 1$. (B) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 0$. (C) $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{9}$. (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 1$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{9} = 1$. □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 4)$. (B) $(0;\ 0;\ 3)$. (C) $(0;\ 5;\ 0)$. (D) $(0;\ 0;\ 5)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là $(0;\ 0;\ 4)$. □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(1;\ 0;\ 3)$. (B) $M(2;\ 1;\ -2)$. (C) $N(-1;\ 0;\ 3)$. (D) $Q(1;\ 0;\ -3)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Thế $x=1, y=0, z=-3$ vào phương trình của d thỏa mãn. Vậy $Q(1;\ 0;\ -3)\in d$.

Kiểm tra tương tự, ba điểm còn lại không thuộc d. □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;\ 3;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (C) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \\ z=2+t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (D) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$.

Đường thẳng d đi qua A song song với BC nên d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(0;\ 1;\ 2)$.

Vậy d có phương trình là $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và $d\perp(P): x+y+6z+9=0$.

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;\ 1;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 34. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) 9. (B) $1+i$. (C) $1-i$. (D) $-i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Số phức $-i$ là một số thuần ảo. □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(-2;\ -6;\ 4)$. (B) $(-1;\ -3;\ 2)$. (C) $(1;\ 3;\ -2)$. (D) $(2;\ 6;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=12$.
Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(1;\ 3;\ -2)$. □

Câu 36. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $-3+6i$. (B) $6+4i$. (C) $6-3i$. (D) $3-6i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Vậy $z_1z_2=(6+3i)i=6i+3i^2=-3+6i$. □

Câu 37. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) -4. (C) 4 (D) -16.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$.

Xét $I=\int\limits_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $u=2x \Rightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x \Leftrightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{d}u$.

Khi $x=0 \Rightarrow u=0$, khi $x=3 \Rightarrow u=6$.

Vậy $I=\dfrac{1}{2}\cdot\int\limits_0^6 f(u)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{2}\cdot\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=4$. □

Câu 38. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) -1. (C) 3. (D) 7.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$.

Vậy $\int\limits_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2-5=-3$. □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.
(B) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(D) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$.
$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=IM=\sqrt{(4-3)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.
Vậy (S) có phương trình là $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B,C,D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4y+1=0$.
(B) $4z-1=0$.
(C) $4z+1=0$.
(D) $4y-1=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$ có tâm $O(0;\ 0;\ 0)$ và bán kính $R=1$.
Điểm $A(0;\ 0;\ 4)\Rightarrow OA=4>R\Rightarrow A$ nằm bên ngoài của (S).
B là tiếp điểm của tiếp diện đi qua A của $(S)\Rightarrow \widehat{OBA}=90^\circ\Leftrightarrow B\in(S')$ là mặt cầu đường kính OA.
$\Rightarrow (S')$ có tâm $I(0;\ 0;\ 2)$ là trung điểm của OA và bán kính $R'=\dfrac{1}{2}\cdot OA=2$
nên (S') có phương trình $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-2)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4z=0$.
Vậy $B\in(S)\cap(S'):\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x^2+y^2+z^2-4z=0\end{cases}\Rightarrow 4z-1=0$.
$\Rightarrow B\in(P):4z-1=0$. Tương tự $C,D\in(P)$. Mà B,C,D phân biệt nên $(BCD)\equiv(P)$. □

Câu 41. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2.
(B) -2.
(C) -10.
(D) $-2i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$ nên áp dụng định lý Viète có $z_1+z_2=2$ và $z_1z_2=3$.
Vậy $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=2^2-2.3=-2$. □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$.
(B) $M_2(1;\ 2;\ 3)$.
(C) $M_1(1;\ -2;\ -3)$.
(D) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $M(1;\ -2;\ 3)$.
Vậy điểm đối xứng với M qua qua trục Oy là $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$.
(B) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$.
(D) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính là $R = d(I,(P)) = \dfrac{|0+2.1-2.0+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 2$ nên có phương trình là $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. □

Câu 44. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a - a^2 - 1$. (B) $2a^2\ln a + a^2 - 1$. (C) $2a^2\ln a + 2a^2 + 1$. (D) $2a^2\ln a - a^2 + 1$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $I = \displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ (với $a>2$).

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = 4x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = 2x^2 \end{cases}$.

Vậy $I = (2x^2\ln x)\Big|_1^a - \displaystyle\int_1^a 2x\mathrm{d}x = 2a^2\ln a - x^2\Big|_1^a = 2a^2\ln a - a^2 + 1$. □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Gọi mặt cầu (S) đường kính AB.

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;\ 0;\ 0)$ (là trung điểm của đoạn thẳng AB)

và bán kính $R = IA = \sqrt{(0-1)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2} = 3$.

Vậy (S) có phương trình là $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $x+y+z=0$. (B) $y+z+1=0$. (C) $7y+z+7=0$. (D) $7y+z-7=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $(P)\perp AB$, với $B(2;\ 6;\ 1)$

$\Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (0;\ 7;\ 1)$

Vậy (P) có phương trình là $0(x-2)+7(y+1)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow 7y+z+7=0$. □

Câu 47. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$. (B) $(3\ ;\ 5)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(5\ ;\ 7)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Xét các số phức $z = a + bi, w = c + di$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - w| = \sqrt{10}$, $|z| = 5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20.

$\Leftrightarrow |a - c + (b - d)i| = \sqrt{10}$, $\sqrt{a^2 + b^2} = 5$ và $(a - bi)(c + di)$ có phần thực bằng 20

$\Leftrightarrow \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = \sqrt{10}$ (1), $a^2 + b^2 = 25$ (2) và $ac + bd = 20$ (3)

(1) $\Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 10 \Leftrightarrow c^2 + d^2 = 25$ (do (2) và (3)).

$\Rightarrow |z + w| = |a + c + (b + d)i| = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac + bd)} = 3\sqrt{10}$.

Vậy $P = |z + w + 1 + 3i| \le |z + w| + |1 + 3i)| = 4\sqrt{10}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = 3, b = 4, c = 0, d = 5$. Do đó $\max P = 4\sqrt{10}$. □

Câu 48. Cho hai số phức z, w (với $w \neq -2$) thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w - 2}{w + 2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z - w| = 2$ thì giá trị của $|z + 2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 1)$. (B) $(4\ ;\ 7)$. (C) $(1\ ;\ 4)$. (D) $(7\ ;\ +\infty)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Xét hai số phức $z = a + bi$ và $w = c + di \neq -2$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w - 2}{w + 2}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 1$ và $\dfrac{c - 2 + di}{c + 2 + di}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$ (1) và $\dfrac{(c - 2 + di)(c + 2 - di)}{(c + 2)^2 + d^2}$ là số thuần ảo (2).

(2) $\Leftrightarrow \dfrac{c^2 - 4 + d^2 + 4cdi}{(c + 2)^2 + d^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow c^2 + d^2 = 4$ (3).

$|z - w| = 2 \Leftrightarrow |a - c + (b - d)i| = 2 \Leftrightarrow (a - c)^2 + (b - d)^2 = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2(ac + bd) = 4 \Leftrightarrow 2(ac + bd) = 1$ (do (1), (3)).

Vậy $|z + 2w| = |a + 2c + (b + 2d)i| = \sqrt{(a + 2c)^2 + (b + 2d)^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + 4(c^2 + d^2) + 4(ac + bc)} = \sqrt{19} \in (4\ ;\ 7)$.

□

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $M(1;\ -2;\ -3)$. (B) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (C) $P(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $N(1;\ -2;\ 3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(1;\ 2;\ -3)$.

Vậy điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là $M(1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x - 2}{2} = \dfrac{y - 1}{2} = \dfrac{z - 1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) 1. (B) -1. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) 3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x - 2}{2} = \dfrac{y - 1}{2} = \dfrac{z - 1}{-3}$.

$\Rightarrow d$ đi qua điểm $N(2;\ 1;\ 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (2;\ 2;\ -3) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (2;\ 0;\ -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa A và d nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{u}] = (2;\ 4;\ 4)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-0)+4(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-6=0$. Mà $M(3;\ 0;\ 0)$.

Do đó $\mathrm{d}(M,(P)) = \dfrac{|3+2.0+2.0-6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 1.$ □

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 003
(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên:..... **Số báo danh:**..... **Trường, trung tâm:**.....

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=2$ là
(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$.
(B) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=2$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.
(D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=4$.

Câu 02. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là
(A) $\overrightarrow{n_4}=(1;\ 1;\ -1)$.
(B) $\overrightarrow{n_3}=(1;\ 1;\ 1)$.
(C) $\overrightarrow{n_1}=(-1;\ 1;\ 1)$.
(D) $\overrightarrow{n_2}=(1;\ -1;\ 1)$.

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(8;\ -2;\ 8)$.
(B) $(4;\ -2;\ 4)$.
(C) $(4;\ -1;\ 4)$.
(D) $(8;\ -4;\ -4)$.

Câu 04. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là
(A) $\overrightarrow{u_4}=(1;\ 0;\ 2)$.
(B) $\overrightarrow{u_2}=(2;\ 1;\ -5)$.
(C) $\overrightarrow{u_3}=(2;\ 1;\ 5)$.
(D) $\overrightarrow{u_1}=(1;\ 0;\ -2)$.

Câu 05. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-5+i$. Số phức z_1+z_2 bằng
(A) $-4-3i$.
(B) $-4-2i$.
(C) $4-3i$.
(D) $4-2i$.

Câu 06. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3\ ;\ 3)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?
(A) $-3+3i$.
(B) $3-3i$.
(C) $3+3i$.
(D) $3i$.

Câu 07. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=-10$ thì $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) -8.
(B) 12.
(C) -12.
(D) 8.

Câu 08. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là
(A) $(2;\ -1;\ 2)$.
(B) $(-4;\ 2;\ -4)$.
(C) $(4;\ -2;\ 4)$.
(D) $(4;\ 0;\ 0)$.

Câu 09. Cho hàm số $f(x)=3-6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=3-2x^3+C$.
(B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=3x-6x^3+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=3x-2x^3+C$.
(D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=3-3x^3+C$.

Câu 10. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng
(A) 25.
(B) 7.
(C) 5.
(D) $\sqrt{7}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1)=2, F(3)=6$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 4.
(B) 8.
(C) -4.
(D) 2.

Câu 12. Nếu $\int\limits_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 12. (B) 7. (C) 4. (D) 16.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 8 - 6i$ là

(A) $\overline{z} = 8 + 6i$. (B) $\overline{z} = -8 - 6i$. (C) $\overline{z} = 6 - 8i$. (D) $\overline{z} = -8 + 6i$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_2) : x + y - 1 = 0$. (B) $(P_1) : y + z - 1 = 0$. (C) $(P_4) : x - y - z = 0$. (D) $(P_3) : x - z - 1 = 0$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ -1)$. (B) $(6;\ 0)$. (C) $(6;\ 1)$. (D) $(-1;\ 6)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\ 0;\ 0)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(1;\ 1;\ 0)$. (D) $(0;\ 1;\ 0)$.

Câu 17. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng

(A) -3. (B) $-3i$. (C) 3. (D) 2.

Câu 18. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 3π. (B) 12π. (C) 6π. (D) 18π.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z = 0$ bằng

(A) 3. (B) 6. (C) 2. (D) 4.

Câu 20. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) e^2. (B) $e^2 - e$. (C) $e^2 + e$. (D) $e^2 - 1$.

Câu 21. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1, f(2) = 7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int\limits_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 8. (C) -8. (D) 6.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 3;\ 0)$. (C) $(-2;\ 0;\ 1)$. (D) $(-2;\ 0;\ 0)$.

Câu 23. Nếu $\int\limits_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_{-1}^2 (6 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 9. (B) 6. (C) 3. (D) 15.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 3 + 2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - 2\sin 2x + C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \sin 2x + C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + 2\sin 2x + C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin 2x + C$.

Câu 25. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 1. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

Câu 26. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

A -5. **B** 5. **C** 3. **D** -3.

Câu 27. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A $-i$. **B** $1+i$. **C** $1-i$. **D** 9.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

A $(1;\ 3;\ -2)$. **B** $(-1;\ -3;\ 2)$. **C** $(-2;\ -6;\ 4)$. **D** $(2;\ 6;\ -4)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $P(1;\ 0;\ 3)$. **B** $M(2;\ 1;\ -2)$. **C** $Q(1;\ 0;\ -3)$. **D** $N(-1;\ 0;\ 3)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0$ có bán kính bằng

A 4. **B** 31. **C** 16. **D** $\sqrt{31}$.

Câu 31. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A -4. **B** 16. **C** -16. **D** 4

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là

A $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=1$. **B** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{9}=1$. **C** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=0$. **D** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{9}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

A $(0;\ 0;\ 3)$. **B** $(0;\ 5;\ 0)$. **C** $(0;\ 0;\ 5)$. **D** $(0;\ 0;\ 4)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. **B** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. **D** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

A $\begin{cases} x=-1 \\ y=t\ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+2t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=-t \\ y=1\ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=2+t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0\ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t\ \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+2t \end{cases}$.

Câu 36. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 7. **C** -1. **D** -3.

Câu 37. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

A $6-3i$. **B** $3-6i$. **C** $-3+6i$. **D** $6+4i$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

A $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$. **B** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. **C** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. **D** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

A $M_2(1;\ 2;\ 3)$. **B** $M_3(-1;\ 2;\ -3)$. **C** $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. **D** $M_1(1;\ -2;\ -3)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.
(B) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(D) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 41. Cho số thực $a>2$, tích phân $\int\limits_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a+2a^2+1$.
(B) $2a^2\ln a+a^2-1$.
(C) $2a^2\ln a-a^2-1$.
(D) $2a^2\ln a-a^2+1$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B,C,D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4z+1=0$.
(B) $4z-1=0$.
(C) $4y+1=0$.
(D) $4y-1=0$.

Câu 43. Cho hai số phức z,w (với $w\neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(4\ ;\ 7)$.
(B) $(-\infty\ ;\ 1)$.
(C) $(7\ ;\ +\infty)$.
(D) $(1\ ;\ 4)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $P(-1;\ -2;\ -3)$.
(B) $Q(-1;\ -2;\ 3)$.
(C) $M(1;\ -2;\ -3)$.
(D) $N(1;\ -2;\ 3)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y+z-7=0$.
(B) $x+y+z=0$.
(C) $y+z+1=0$.
(D) $7y+z+7=0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) 3.
(B) 1.
(C) -1.
(D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(B) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$.
(D) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.
(B) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(D) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 49. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2.
(B) -2.
(C) -10.
(D) $-2i$.

Câu 50. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$.
(B) $(5\ ;\ 7)$.
(C) $(7\ ;\ +\infty)$.
(D) $(3\ ;\ 5)$.

—— HẾT ——

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 003

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

KẾT QUẢ CHỌN PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

01. C	06. A	11. A	15. A	20. B	25. D	30. A	35. A	41. D	46. B
02. D	07. A	12. A	16. D	21. D	26. B	31. D	36. D	42. B	47. D
03. C	08. C	13. A	17. A	22. B	27. A	32. A	37. C	43. A	48. C
04. B	09. C	14. A	18. B	23. D	28. A	33. D	38. C	44. C	49. B
05. B	10. C		19. C	24. D	29. C	34. C	39. C	45. D	50. C
							40. A		

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 003
(Hướng dẫn gồm 15 trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

HƯỚNG DẪN TÌM PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

Câu 01. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=2$ là
(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$.
(B) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=2$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.
(D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=4$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=2$ là
$(x-1)^2+[y-(-2)]^2+(z-0)^2=2^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$. □

Câu 02. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là
(A) $\overrightarrow{n_4}=(1;\ 1;\ -1)$.
(B) $\overrightarrow{n_3}=(1;\ 1;\ 1)$.
(C) $\overrightarrow{n_1}=(-1;\ 1;\ 1)$.
(D) $\overrightarrow{n_2}=(1;\ -1;\ 1)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$ có tọa độ là
$(1;\ -1;\ 1)$. □

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
(A) $(8;\ -2;\ 8)$.
(B) $(4;\ -2;\ 4)$.
(C) $(4;\ -1;\ 4)$.
(D) $(8;\ -4;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$.
Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\dfrac{0+8}{2};\ \dfrac{1+(-3)}{2};\ \dfrac{6+2}{2}\right)=(4;\ -1;\ 4)$. □

Câu 04. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là
(A) $\overrightarrow{u_4}=(1;\ 0;\ 2)$.
(B) $\overrightarrow{u_2}=(2;\ 1;\ -5)$.
(C) $\overrightarrow{u_3}=(2;\ 1;\ 5)$.
(D) $\overrightarrow{u_1}=(1;\ 0;\ -2)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$ có tọa độ là
$(2;\ 1;\ -5)$. □

Câu 05. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-5+i$. Số phức z_1+z_2 bằng
(A) $-4-3i$.
(B) $-4-2i$.
(C) $4-3i$.
(D) $4-2i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì $z_1=1-3i$ và $z_2=-5+i$
nên $z_1+z_2=1-3i+(-5)+i=1+(-5)+(-3+1)i=-4-2i$. □

Câu 06. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3\,;\,3)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $-3+3i$. (B) $3-3i$. (C) $3+3i$. (D) $3i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Điểm $M(-3\,;\,3)$ là biểu diễn của số phức $-3+3i$. □

Câu 07. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -10$ thì $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -8. (B) 12. (C) -12. (D) 8.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -10$.

Vậy $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = 2+(-10) = -8$. □

Câu 08. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\,1;\,-2)$ và $B(5;\,-1;\,2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $(2;\,-1;\,2)$. (B) $(-4;\,2;\,-4)$. (C) $(4;\,-2;\,4)$. (D) $(4;\,0;\,0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(1;\,1;\,-2)$ và $B(5;\,-1;\,2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4;\,-2;\,4)$. □

Câu 09. Cho hàm số $f(x) = 3-6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3-2x^3+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-6x^3+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x-2x^3+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3-3x^3+C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $f(x) = 3-6x^2$.

Vì $(3x-2x^3+C)' = 3-6x^2 = f(x)$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3-6x^2)\mathrm{d}x = 3x-2x^3+C$.

□

Câu 10. Môđun của số phức $z = 4-3i$ bằng

(A) 25. (B) 7. (C) 5. (D) $\sqrt{7}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $z = 4-3i \Rightarrow |z| = \sqrt{4^2+(-3)^2} = 5$. □

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1) = 2, F(3) = 6$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 8. (C) -4. (D) 2.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=2, F(3)=6$.

Vậy $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^3 = F(3)-F(1)=4$. □

Câu 12. Nếu $\displaystyle\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 12. (B) 7. (C) 4. (D) 16.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì $\displaystyle\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ nên $\displaystyle\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 2.6 = 12$. □

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z=8-6i$ là

(A) $\overline{z}=8+6i$. (B) $\overline{z}=-8-6i$. (C) $\overline{z}=6-8i$. (D) $\overline{z}=-8+6i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Số phức liên hợp của số phức $z=8-6i$ là $\overline{z}=8+6i$. □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_2): x+y-1=0$. (B) $(P_1): y+z-1=0$. (C) $(P_4): x-y-z=0$. (D) $(P_3): x-z-1=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Thế $x=1, y=0, z=-1$ vào phương trình của mặt phẳng $(P_2): x+y-1=0$ thỏa mãn. Vậy $M\in(P_2)$. Tương tự điểm M không thuộc ba mặt phẳng còn lại. □

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ -1)$. (B) $(6;\ 0)$. (C) $(6;\ 1)$. (D) $(-1;\ 6)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=6-i$ có tọa độ là $(6;\ -1)$. □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\ 0;\ 0)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(1;\ 1;\ 0)$. (D) $(0;\ 1;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0;\ 1;\ 0)$. □

Câu 17. Số phức $z=2-3i$ có phần ảo bằng

(A) -3. (B) $-3i$. (C) 3. (D) 2.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì số phức $z=2-3i=2+(-3)i$ nên z có phần ảo bằng -3. □

Câu 18. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 3π. (B) 12π. (C) 6π. (D) 18π.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Khối tròn xoay đã cho có thể tích là $\pi \int_0^1 (6x)^2 \mathrm{d}x = 36\pi \int_0^1 x^2 \mathrm{d}x = 12\pi x^3 \Big|_0^1 = 12\pi$.

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z = 0$ bằng

(A) 3. (B) 6. (C) 2. (D) 4.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $(P) : 2x + y - 2z = 0$ và $M(0;\ 0;\ 3)$.

Vậy $d(M,\ (P)) = \dfrac{|2.0 + 0 - 2.3)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2.$ □

Câu 20. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) e^2. (B) $e^2 - e$. (C) $e^2 + e$. (D) $e^2 - 1$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích là

$\int_1^2 |\mathrm{e}^x| \mathrm{d}x = \int_1^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x \Big|_1^2 = e^2 - e.$ □

Câu 21. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1, f(2) = 7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 8. (C) -8. (D) 6.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Vì hàm số $f'(x)$ có một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $f(x)$

nên $\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 7 - 1 = 6.$ □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 3;\ 0)$. (C) $(-2;\ 0;\ 1)$. (D) $(-2;\ 0;\ 0)$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;\ 3;\ 0)$.

□

Câu 23. Nếu $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_{-1}^2 (6 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 9. (B) 6. (C) 3. (D) 15.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 3$.

$\Rightarrow \int\limits_{-1}^{2} (6 - f(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{2} 6\mathrm{d}x - \int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 6x\Big|_{-1}^{2} - 3 = 18 - 3 = 15.$ □

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 3 + 2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - 2\sin 2x + C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \sin 2x + C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + 2\sin 2x + C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin 2x + C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $f(x) = 3 + 2\cos 2x$

Vậy $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3 + 2\cos 2x)\mathrm{d}x = 3x + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C = 3x + \sin 2x + C$. □

Câu 25. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 1. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + C$.

Mặt khác $F(\pi) = 1 \Leftrightarrow C = 0$. Vậy $F(x) = -\cos x \Rightarrow F(0) = -1$. □

Câu 26. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

(A) -5. (B) 5. (C) 3. (D) -3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $z = 4 - i \Rightarrow \overline{z} = 4 + i$. Vậy $(1 - i)\overline{z} = (1 - i)(4 + i) = 5 - 3i$.

Nên phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng 5. □

Câu 27. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $-i$. (B) $1 + i$. (C) $1 - i$. (D) 9.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Số phức $-i$ là một số thuần ảo. □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 2 = 0$ có tọa độ là

(A) $(1;\ 3;\ -2)$. (B) $(-1;\ -3;\ 2)$. (C) $(-2;\ -6;\ 4)$. (D) $(2;\ 6;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 12$.

Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(1;\ 3;\ -2)$. □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(1;\ 0;\ 3)$. (B) $M(2;\ 1;\ -2)$. (C) $Q(1;\ 0;\ -3)$. (D) $N(-1;\ 0;\ 3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+3}{-2}$.

Thế $x = 1, y = 0, z = -3$ vào phương trình của d thỏa mãn. Vậy $Q(1;\ 0;\ -3) \in d$.

Kiểm tra tương tự, ba điểm còn lại không thuộc d. □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0$ có bán kính bằng

(A) 4. (B) 31. (C) 16. (D) $\sqrt{31}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R = 4$. □

Câu 31. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -4. (B) 16. (C) -16. (D) 4

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 8$.

Xét $I = \displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $u = 2x \Rightarrow \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x \Leftrightarrow \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\cdot \mathrm{d}u$.

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 0$, khi $x = 3 \Rightarrow u = 6$.

Vậy $I = \dfrac{1}{2}\cdot \displaystyle\int_0^6 f(u)\mathrm{d}u = \dfrac{1}{2}\cdot \int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 4$. □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{9} = 1$. (B) $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{9} = 1$. (C) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{9} = 0$. (D) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{9}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{1} + \dfrac{z}{9} = 1$. □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} + \dfrac{z}{4} = 1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 3)$. (B) $(0;\ 5;\ 0)$. (C) $(0;\ 0;\ 5)$. (D) $(0;\ 0;\ 4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} + \dfrac{z}{4} = 1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là $(0;\ 0;\ 4)$. □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;\ 3;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t\ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=-t \\ y=1\ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=2+t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0\ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t\ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$.

Đường thẳng d đi qua A song song với BC nên d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(0;\ 1;\ 2)$.

Vậy d có phương trình là $\begin{cases} x=-1 \\ y=t\ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ □

Câu 36. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 7. (C) -1. (D) -3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$.

Vậy $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2-5=-3$. □

Câu 37. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $6-3i$. (B) $3-6i$. (C) $-3+6i$. (D) $6+4i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Vậy $z_1z_2=(6+3i)i=6i+3i^2=-3+6i$. □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

(A) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và $d\perp(P): x+y+6z+9=0$.

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;\ 1;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_2(1;\ 2;\ 3)$. (B) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$. (C) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $M_1(1;\ -2;\ -3)$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $M(1;\ -2;\ 3)$.

Vậy điểm đối xứng với M qua qua trục Oy là $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. (B) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.

(C) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=IM=\sqrt{(4-3)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.

Vậy (S) có phương trình là $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 41. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a+2a^2+1$. (B) $2a^2\ln a+a^2-1$. (C) $2a^2\ln a-a^2-1$. (D) $2a^2\ln a-a^2+1$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $I=\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ (với $a>2$).

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=2x^2\end{cases}$.

Vậy $I=(2x^2\ln x)\Big|_1^a-\displaystyle\int_1^a 2x\mathrm{d}x=2a^2\ln a-x^2\Big|_1^a=2a^2\ln a-a^2+1$. □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B,C,D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4z+1=0$. (B) $4z-1=0$. (C) $4y+1=0$. (D) $4y-1=0$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$ có tâm $O(0;\ 0;\ 0)$ và bán kính $R=1$.

Điểm $A(0;\ 0;\ 4)\Rightarrow OA=4>R\Rightarrow A$ nằm bên ngoài của (S).

B là tiếp điểm của tiếp diện đi qua A của $(S)\Rightarrow\widehat{OBA}=90^\circ\Leftrightarrow B\in(S')$ là mặt cầu đường kính OA.

$\Rightarrow (S')$ có tâm $I(0;\ 0;\ 2)$ là trung điểm của OA và bán kính $R'=\dfrac{1}{2}\cdot OA=2$

nên (S') có phương trình $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-2)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4z=0$.

Vậy $B\in(S)\cap(S'):\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x^2+y^2+z^2-4z=0\end{cases}\Rightarrow 4z-1=0$.

$\Rightarrow B\in(P):4z-1=0$. Tương tự $C,D\in(P)$. Mà B,C,D phân biệt nên $(BCD)\equiv(P)$. □

Câu 43. Cho hai số phức z, w (với $w \neq -2$) thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w| = 2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(4\ ;\ 7)$. (B) $(-\infty\ ;\ 1)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(1\ ;\ 4)$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Xét hai số phức $z = a + bi$ và $w = c + di \neq -2$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} = 1$ và $\dfrac{c-2+di}{c+2+di}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$ (1) và $\dfrac{(c-2+di)(c+2-di)}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo (2).

(2) $\Leftrightarrow \dfrac{c^2-4+d^2+4cdi}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow c^2 + d^2 = 4$ (3).

$|z-w| = 2 \Leftrightarrow |a-c+(b-d)i| = 2 \Leftrightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 4 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2-2(ac+bd) = 4 \Leftrightarrow 2(ac+bd) = 1$ (do (1), (3)).

Vậy $|z+2w| = |a+2c+(b+2d)i| = \sqrt{(a+2c)^2+(b+2d)^2} = \sqrt{a^2+b^2+4(c^2+d^2)+4(ac+bc)} = \sqrt{19} \in (4\ ;\ 7)$. □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $P(-1;\ -2;\ -3)$. (B) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (C) $M(1;\ -2;\ -3)$. (D) $N(1;\ -2;\ 3)$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(1;\ 2;\ -3)$.

Vậy điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là $M(1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y + z - 7 = 0$. (B) $x + y + z = 0$. (C) $y + z + 1 = 0$. (D) $7y + z + 7 = 0$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $(P) \perp AB$, với $B(2;\ 6;\ 1)$

$\Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (0;\ 7;\ 1)$

Vậy (P) có phương trình là $0(x-2) + 7(y+1) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 7y + z + 7 = 0$. □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) 3. (B) 1. (C) -1. (D) $\dfrac{1}{3}$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow d$ đi qua điểm $N(2;\ 1;\ 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;\ 2;\ -3) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (2;\ 0;\ -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa A và d nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AN}, \vec{u}] = (2;\ 4;\ 4)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-0)+4(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-6=0$. Mà $M(3;\ 0;\ 0)$.

Do đó $\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|3+2.0+2.0-6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$. □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(B) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$.
(D) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính là $R=d(I,(P))=\dfrac{|0+2.1-2.0+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2$ nên có phương trình là $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$.
(B) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(D) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Gọi mặt cầu (S) đường kính AB.

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;\ 0;\ 0)$ (là trung điểm của đoạn thẳng AB)

và bán kính $R=IA=\sqrt{(0-1)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.

Vậy (S) có phương trình là $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 49. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 2.
(B) -2.
(C) -10.
(D) $-2i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$ nên áp dụng định lý Viète có $z_1+z_2=2$ và $z_1z_2=3$.

Vậy $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=2^2-2.3=-2$. □

Câu 50. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$.
(B) $(5\ ;\ 7)$.
(C) $(7\ ;\ +\infty)$.
(D) $(3\ ;\ 5)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Xét các số phức $z=a+bi, w=c+di$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}$, $|z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20.

$\Leftrightarrow |a-c+(b-d)i|=\sqrt{10}$, $\sqrt{a^2+b^2}=5$ và $(a-bi)(c+di)$ có phần thực bằng 20

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}=\sqrt{10}$ (1), $a^2+b^2=25$ (2) và $ac+bd=20$ (3)

(1) $\Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2=10 \Leftrightarrow c^2+d^2=25$ (do (2) và (3)).

$\Rightarrow |z+w|=|a+c+(b+d)i|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2+2(ac+bd)}=3\sqrt{10}$.

Vậy $P=|z+w+1+3i|\le |z+w|+|1+3i)|=4\sqrt{10}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=3, b=4, c=0, d=5$. Do đó $\max P=4\sqrt{10}$. □

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 004
(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên:..... **Số báo danh:**..... **Trường, trung tâm:**.....

Câu 01. Cho hàm số $f(x) = 4 - 6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 6x^3 + C$.
(B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 3x^3 + C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 2x^3 + C$.
(D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 2x^3 + C$.

Câu 02. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $-4 - 2i$. (B) $4 - 2i$. (C) $4 - 3i$. (D) $-4 - 3i$.

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x - y + z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

(A) $\overrightarrow{n_2} = (1;\ -1;\ 1)$. (B) $\overrightarrow{n_1} = (-1;\ 1;\ 1)$. (C) $\overrightarrow{n_3} = (1;\ 1;\ 1)$. (D) $\overrightarrow{n_4} = (1;\ 1;\ -1)$.

Câu 04. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $(-4;\ 2;\ -4)$. (B) $(4;\ 0;\ 0)$. (C) $(4;\ -2;\ 4)$. (D) $(2;\ -1;\ 0)$.

Câu 05. Nếu $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 12. (C) 7. (D) 16.

Câu 06. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1) = 3, F(3) = 7$. Tích phân $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -4. (C) 2. (D) 10.

Câu 07. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -11$ thì $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -8. (B) 14. (C) -14. (D) 8.

Câu 08. Môđun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng

(A) 25. (B) $\sqrt{7}$. (C) 5. (D) 7.

Câu 09. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d) : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_2} = (2;\ 1;\ -5)$. (B) $\overrightarrow{u_1} = (1;\ 0;\ -2)$. (C) $\overrightarrow{u_4} = (1;\ 0;\ 2)$. (D) $\overrightarrow{u_3} = (2;\ 1;\ 5)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R = 3$ là

(A) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 3$.
(B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$.
(C) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.
(D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A) $(4;\ -2;\ 4)$. (B) $(8;\ -4;\ -4)$. (C) $(4;\ -1;\ 4)$. (D) $(8;\ -2;\ 8)$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 9 - 6i$ là

(A) $\overline{z} = -9 + 6i$. (B) $\overline{z} = 9 + 6i$. (C) $\overline{z} = -9 - 6i$. (D) $\overline{z} = 6 - 9i$.

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-8\,;\,8)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $-8 + 8i$. (B) $8 + 8i$. (C) $8 - 8i$. (D) $8i$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\,0;\,-1)$?

(A) $(P_2) : x + y - 1 = 0$. (B) $(P_1) : y + z - 1 = 0$. (C) $(P_4) : x - y - z = 0$. (D) $(P_3) : x - z - 1 = 0$.

Câu 15. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1, f(2) = 7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 6. (C) 8. (D) -8.

Câu 16. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) $e^2 + e$. (B) e^2. (C) $e^2 - e$. (D) $e^2 - 1$.

Câu 17. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 6π. (B) 18π. (C) 12π. (D) 3π.

Câu 18. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 1. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\,3;\,1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(-2;\,0;\,1)$. (B) $(0;\,0;\,1)$. (C) $(-2;\,0;\,0)$. (D) $(0;\,3;\,0)$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là

(A) $(6;\,-1)$. (B) $(-1;\,6)$. (C) $(6;\,0)$. (D) $(6;\,1)$.

Câu 21. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\displaystyle\int_{-1}^2 (6 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 15. (C) 9. (D) 6.

Câu 22. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng

(A) -3. (B) 3. (C) $-3i$. (D) 2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\,1;\,0)$. (B) $(1;\,0;\,0)$. (C) $(0;\,0;\,1)$. (D) $(0;\,1;\,0)$.

Câu 24. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

(A) -5. (B) 3. (C) 5. (D) -3.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\,0;\,3)$ đến mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z = 0$ bằng

(A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 3 + 2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - 2\sin 2x + C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + 2\sin 2x + C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \sin 2x + C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin 2x + C$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x+4z-11=0$ có bán kính bằng
(A) 31. (B) 16. (C) $\sqrt{31}$. (D) 4.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là
(A) $(0;\ 0;\ 3)$. (B) $(0;\ 0;\ 4)$. (C) $(0;\ 0;\ 5)$. (D) $(0;\ 5;\ 0)$.

Câu 29. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng
(A) 7. (B) 3. (C) -1. (D) -3.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng
(A) $6+4i$. (B) $-3+6i$. (C) $3-6i$. (D) $6-3i$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?
(A) $N(-1;\ 0;\ 3)$. (B) $Q(1;\ 0;\ -3)$. (C) $P(1;\ 0;\ 3)$. (D) $M(2;\ 1;\ -2)$.

Câu 32. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng
(A) 16. (B) 4 (C) -16. (D) -4.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là
(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{9}=1$. (B) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=1$. (C) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{9}$. (D) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là
(A) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \\ z=2+t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (B) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (C) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \\ z=1+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là
(A) $(-2;\ -6;\ 4)$. (B) $(-1;\ -3;\ 2)$. (C) $(1;\ 3;\ -2)$. (D) $(2;\ 6;\ -4)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là
(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là
(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Câu 38. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?
(A) $1+i$. (B) $1-i$. (C) $-i$. (D) 9.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là
(A) $M_2(1;\ 2;\ 3)$. (B) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$. (C) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $M_1(1;\ -2;\ -3)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là
(A) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (B) $M(1;\ -2;\ -3)$. (C) $N(1;\ -2;\ 3)$. (D) $P(-1;\ -2;\ -3)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) -1. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) 3. (D) 1.

Câu 42. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w| = \sqrt{10}$, $|z| = 5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P = |z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$. (B) $(5\ ;\ 7)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(3\ ;\ 5)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. (B) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$. (D) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B, C, D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4y-1=0$. (B) $4y+1=0$. (C) $4z-1=0$. (D) $4z+1=0$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$. (D) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 47. Cho số thực $a>2$, tích phân $\displaystyle\int_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a - a^2 + 1$. (B) $2a^2\ln a - a^2 - 1$. (C) $2a^2\ln a + a^2 - 1$. (D) $2a^2\ln a + 2a^2 + 1$.

Câu 48. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) $-2i$. (B) 2. (C) -10. (D) -2.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y+z+7=0$. (B) $7y+z-7=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y+z+1=0$.

Câu 50. Cho hai số phức z, w (với $w \neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 1)$. (B) $(4\ ;\ 7)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(1\ ;\ 4)$.

——- HẾT ——-

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 004

(Đề gồm 4 trang, có 50 câu)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)

Thời gian làm bài: 90 phút

KẾT QUẢ CHỌN PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

01. D	06. A	11. C	15. B	21. B	26. D	31. B	35. C	41. D	46. D
02. A	07. A	12. B	16. C	22. A	27. D	32. B	36. A	42. C	47. A
03. A	08. C	13. A	17. C	23. D	28. B	33. B	37. A	43. A	48. D
04. C	09. A	14. A	18. D	24. C	29. D	34. B	38. C	44. C	49. A
05. B	10. B		19. D	25. A	30. B		39. C	45. B	50. B
			20. A				40. B		

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI

Mã đề kiểm tra: 004
(Hướng dẫn gồm 16 trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II LỚP 12
NĂM HỌC 2023-2024
Môn Toán THPT và GDTX (đề chính thức)
Thời gian làm bài: 90 phút

HƯỚNG DẪN TÌM PHƯƠNG ÁN TRẢ LỜI

Câu 01. Cho hàm số $f(x) = 4 - 6x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 6x^3 + C$.
(B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 3x^3 + C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4 - 2x^3 + C$.
(D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x - 2x^3 + C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $f(x) = 4 - 6x^2$.
Vì $(4x - 2x^3 + C)' = 4 - 6x^2 = f(x)$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4 - 6x^2)\mathrm{d}x = 4x - 2x^3 + C$. □

Câu 02. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $-4 - 2i$.
(B) $4 - 2i$.
(C) $4 - 3i$.
(D) $-4 - 3i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -5 + i$
nên $z_1 + z_2 = 1 - 3i + (-5) + i = 1 + (-5) + (-3 + 1)i = -4 - 2i$. □

Câu 03. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x - y + z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

(A) $\overrightarrow{n_2} = (1;\ -1;\ 1)$.
(B) $\overrightarrow{n_1} = (-1;\ 1;\ 1)$.
(C) $\overrightarrow{n_3} = (1;\ 1;\ 1)$.
(D) $\overrightarrow{n_4} = (1;\ 1;\ -1)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : x - y + z - 1 = 0$ có tọa độ là $(1;\ -1;\ 1)$. □

Câu 04. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $(-4;\ 2;\ -4)$.
(B) $(4;\ 0;\ 0)$.
(C) $(4;\ -2;\ 4)$.
(D) $(2;\ -1;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(1;\ 1;\ -2)$ và $B(5;\ -1;\ 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4;\ -2;\ 4)$. □

Câu 05. Nếu $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4.
(B) 12.
(C) 7.
(D) 16.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì $\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 6$ nên $\int_1^8 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_1^8 f(x)\mathrm{d}x = 2.6 = 12$. □

Câu 06. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, $F(1)=3, F(3)=7$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -4. (C) 2. (D) 10.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3, F(3)=7$.

Vậy $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^3 = F(3)-F(1)=4$. □

Câu 07. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -11$ thì $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -8. (B) 14. (C) -14. (D) 8.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = -11$.

Vậy $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^6 f(x)\mathrm{d}x = 3+(-11) = -8$. □

Câu 08. Môđun của số phức $z=-3+4i$ bằng

(A) 25. (B) $\sqrt{7}$. (C) 5. (D) 7.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $z=-3+4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2+4^2} = 5$. □

Câu 09. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là

(A) $\overrightarrow{u_2} = (2;\ 1;\ -5)$. (B) $\overrightarrow{u_1} = (1;\ 0;\ -2)$. (C) $\overrightarrow{u_4} = (1;\ 0;\ 2)$. (D) $\overrightarrow{u_3} = (2;\ 1;\ 5)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$ có tọa độ là $(2;\ 1;\ -5)$. □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=3$ là

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;\ -2;\ 0)$ và bán kính $R=3$ là $(x-1)^2+[y-(-2)]^2+(z-0)^2=3^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$. □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A) $(4;\ -2;\ 4)$. (B) $(8;\ -4;\ -4)$. (C) $(4;\ -1;\ 4)$. (D) $(8;\ -2;\ 8)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $A(0;\ 1;\ 6)$ và $B(8;\ -3;\ 2)$.

Vậy trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\dfrac{0+8}{2};\ \dfrac{1+(-3)}{2};\ \dfrac{6+2}{2}\right) = (4;\ -1;\ 4)$. □

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 9 - 6i$ là

(A) $\overline{z} = -9 + 6i$. (B) $\overline{z} = 9 + 6i$. (C) $\overline{z} = -9 - 6i$. (D) $\overline{z} = 6 - 9i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Số phức liên hợp của số phức $z = 9 - 6i$ là $\overline{z} = 9 + 6i$. □

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-8\ ;\ 8)$ là biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $-8 + 8i$. (B) $8 + 8i$. (C) $8 - 8i$. (D) $8i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Điểm $M(-8\ ;\ 8)$ là biểu diễn của số phức $-8 + 8i$. □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;\ 0;\ -1)$?

(A) $(P_2) : x + y - 1 = 0$. (B) $(P_1) : y + z - 1 = 0$. (C) $(P_4) : x - y - z = 0$. (D) $(P_3) : x - z - 1 = 0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Thế $x = 1, y = 0, z = -1$ vào phương trình của mặt phẳng $(P_2) : x + y - 1 = 0$ thỏa mãn. Vậy $M \in (P_2)$. Tương tự điểm M không thuộc ba mặt phẳng còn lại. □

Câu 15. Nếu hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1, f(2) = 7$ và đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 6. (C) 8. (D) -8.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Vì hàm số $f'(x)$ có một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $f(x)$

nên $\displaystyle\int_0^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 7 - 1 = 6.$ □

Câu 16. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích bằng

(A) $e^2 + e$. (B) e^2. (C) $e^2 - e$. (D) $e^2 - 1$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích là

$\displaystyle\int_1^2 |\mathrm{e}^x|\mathrm{d}x = \int_1^2 \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x\Big|_1^2 = e^2 - e.$ □

Câu 17. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng

(A) 6π. (B) 18π. (C) 12π. (D) 3π.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Khối tròn xoay đã cho có thể tích là $\pi.\int\limits_0^1 (6x)^2 \mathrm{d}x = 36\pi.\int\limits_0^1 x^2 \mathrm{d}x = 12\pi x^3\Big|_0^1 = 12\pi.$

□

Câu 18. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 1$ thì $F(0)$ bằng

(A) 1. (B) -2. (C) 0. (D) -1.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + C.$

Mặt khác $F(\pi) = 1 \Leftrightarrow C = 0$. Vậy $F(x) = -\cos x \Rightarrow F(0) = -1.$ □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(-2;\ 0;\ 1)$. (B) $(0;\ 0;\ 1)$. (C) $(-2;\ 0;\ 0)$. (D) $(0;\ 3;\ 0)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;\ 3;\ 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;\ 3;\ 0)$.

□

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là

(A) $(6;\ -1)$. (B) $(-1;\ 6)$. (C) $(6;\ 0)$. (D) $(6;\ 1)$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 6 - i$ có tọa độ là $(6;\ -1)$. □

Câu 21. Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_{-1}^{2} (6 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 15. (C) 9. (D) 6.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 3.$

$\Rightarrow \int\limits_{-1}^{2} (6 - f(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{2} 6\mathrm{d}x - \int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 6x\Big|_{-1}^{2} - 3 = 18 - 3 = 15.$ □

Câu 22. Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng

(A) -3. (B) 3. (C) $-3i$. (D) 2.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Vì số phức $z = 2 - 3i = 2 + (-3)i$ nên z có phần ảo bằng -3. □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;\ 1;\ 0)$. (B) $(1;\ 0;\ 0)$. (C) $(0;\ 0;\ 1)$. (D) $(0;\ 1;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0;\ 1;\ 0)$. □

Câu 24. Cho số phức $z = 4 - i$. Phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

(A) -5. (B) 3. (C) 5. (D) -3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $z = 4 - i \Rightarrow \overline{z} = 4 + i$. Vậy $(1 - i)\overline{z} = (1 - i)(4 + i) = 5 - 3i$.

Nên phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng 5. □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;\ 0;\ 3)$ đến mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z = 0$ bằng

(A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $(P) : 2x + y - 2z = 0$ và $M(0;\ 0;\ 3)$.

Vậy $d(M,\ (P)) = \dfrac{|2.0 + 0 - 2.3)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 2$. □

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 3 + 2\cos 2x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - 2\sin 2x + C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + 2\sin 2x + C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \sin 2x + C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin 2x + C$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $f(x) = 3 + 2\cos 2x$

Vậy $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3 + 2\cos 2x)\mathrm{d}x = 3x + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C = 3x + \sin 2x + C$. □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0$ có bán kính bằng

(A) 31. (B) 16. (C) $\sqrt{31}$. (D) 4.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 11 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 16$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R = 4$. □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} + \dfrac{z}{4} = 1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;\ 0;\ 3)$. (B) $(0;\ 0;\ 4)$. (C) $(0;\ 0;\ 5)$. (D) $(0;\ 5;\ 0)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ là $(0;\ 0;\ 4)$. □

Câu 29. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) 3. (C) -1. (D) -3.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=5$.

Vậy $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2-5=-3$. □

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $6+4i$. (B) $-3+6i$. (C) $3-6i$. (D) $6-3i$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $z_1=6+3i$ và $z_2=i$. Vậy $z_1z_2=(6+3i)i=6i+3i^2=-3+6i$. □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $N(-1;\ 0;\ 3)$. (B) $Q(1;\ 0;\ -3)$. (C) $P(1;\ 0;\ 3)$. (D) $M(2;\ 1;\ -2)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Thế $x=1, y=0, z=-3$ vào phương trình của d thỏa mãn. Vậy $Q(1;\ 0;\ -3)\in d$.

Kiểm tra tương tự, ba điểm còn lại không thuộc d. □

Câu 32. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) 4 (C) -16. (D) -4.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $\displaystyle\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=8$.

Xét $I=\displaystyle\int_0^3 f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $u=2x\Rightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\Leftrightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{d}u$.

Khi $x=0\Rightarrow u=0$, khi $x=3\Rightarrow u=6$.

Vậy $I=\dfrac{1}{2}\cdot\displaystyle\int_0^6 f(u)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{2}\cdot\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=4$. □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{9}=1$. (B) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=1$. (C) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{9}$. (D) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(0;\ 1;\ 0)$, $B(2;\ 0;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 9)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{9}=1$. □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-t \\ y=1 \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=2+t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=-1 \\ y=-t \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=0 \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1 \end{cases}$

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(-1;\ 0;\ 1), B(1;\ 0;\ 1), C(1;\ 1;\ 3)$.

Đường thẳng d đi qua A song song với BC nên d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(0;\ 1;\ 2)$.

Vậy d có phương trình là $\begin{cases} x=-1 \\ y=t \ \ (t\in\mathbb{R}). \\ z=1+2t \end{cases}$ □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0$ có tọa độ là

(A) $(-2;\ -6;\ 4)$. (B) $(-1;\ -3;\ 2)$. (C) $(1;\ 3;\ -2)$. (D) $(2;\ 6;\ -4)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x-6y+4z+2=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=12$.

Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(1;\ 3;\ -2)$. □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y+6z+9=0$ là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-9}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;\ 0;\ 0)$ và $d\perp(P): x+y+6z+9=0$.

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;\ 1;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$ có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;\ 0;\ 0)$ và $B(2;\ 3;\ 6)$

$\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;\ 3;\ 6)$ nên có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}$. □

Câu 38. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $1+i$. (B) $1-i$. (C) $-i$. (D) 9.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Số phức $-i$ là một số thuần ảo. □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ -2;\ 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

(A) $M_2(1;\ 2;\ 3)$. (B) $M_3(-1;\ 2;\ -3)$. (C) $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. (D) $M_1(1;\ -2;\ -3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Ta có $M(1;\ -2;\ 3)$.

Vậy điểm đối xứng với M qua qua trục Oy là $M_4(-1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\ 2;\ -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

(A) $Q(-1;\ -2;\ 3)$. (B) $M(1;\ -2;\ -3)$. (C) $N(1;\ -2;\ 3)$. (D) $P(-1;\ -2;\ -3)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(1;\ 2;\ -3)$.

Vậy điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là $M(1;\ -2;\ -3)$. □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 0;\ 0)$ đến (P) bằng

(A) -1. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) 3. (D) 1.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Ta có điểm $A(0;\ 1;\ 2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow d$ đi qua điểm $N(2;\ 1;\ 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(2;\ 2;\ -3) \Rightarrow \overrightarrow{AN}=(2;\ 0;\ -1)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa A và d nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{u}]=(2;\ 4;\ 4)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-0)+4(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-6=0$. Mà $M(3;\ 0;\ 0)$.

Do đó $\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|3+2.0+2.0-6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$. □

Câu 42. Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}\,, |z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w+1+3i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 3)$. (B) $(5\ ;\ 7)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(3\ ;\ 5)$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Xét các số phức $z=a+bi, w=c+di$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-w|=\sqrt{10}\,, |z|=5$ và số phức $\overline{z}w$ có phần thực bằng 20.

$\Leftrightarrow |a-c+(b-d)i|=\sqrt{10}\,, \sqrt{a^2+b^2}=5$ và $(a-bi)(c+di)$ có phần thực bằng 20

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}=\sqrt{10}$ (1), $a^2+b^2=25$ (2) và $ac+bd=20$ (3)

(1) $\Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2=10 \Leftrightarrow c^2+d^2=25$ (do (2) và (3)).

$\Rightarrow |z+w|=|a+c+(b+d)i|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2+2(ac+bd)}=3\sqrt{10}\,.$

Vậy $P=|z+w+1+3i|\le |z+w|+|1+3i)|=4\sqrt{10}\,.$

Dấu bằng xảy ra khi $a=3, b=4, c=0, d=5$. Do đó $\max P = 4\sqrt{10}$. □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$ là

(A) $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. (B) $x^2+(y-1)^2+z^2=2$.
(C) $x^2+(y+1)^2+z^2=2$. (D) $x^2+(y+1)^2+z^2=4$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Mặt cầu (S) có tâm $I(0;\ 1;\ 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y-2z+4=0$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính là $R=d(I,(P))=\dfrac{|0+2.1-2.0+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2$ nên có phương trình là $x^2+(y-1)^2+z^2=4$. □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;\ 0;\ 4)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Biết ba điểm phân biệt B, C, D thuộc (S) thỏa mãn các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Phương trình của mặt phẳng (BCD) là

(A) $4y-1=0$. (B) $4y+1=0$. (C) $4z-1=0$. (D) $4z+1=0$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (C). Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$ có tâm $O(0;\ 0;\ 0)$ và bán kính $R=1$.

Điểm $A(0;\ 0;\ 4) \Rightarrow OA=4>R \Rightarrow A$ nằm bên ngoài của (S).

B là tiếp điểm của tiếp diện đi qua A của $(S) \Rightarrow \widehat{OBA}=90^\circ \Leftrightarrow B \in (S')$ là mặt cầu đường kính OA.

$\Rightarrow (S')$ có tâm $I(0;\ 0;\ 2)$ là trung điểm của OA và bán kính $R'=\dfrac{1}{2}\cdot OA=2$

nên (S') có phương trình $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-2)^2=4 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4z=0$.

Vậy $B \in (S)\cap(S'): \begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x^2+y^2+z^2-4z=0 \end{cases} \Rightarrow 4z-1=0$.

$\Rightarrow B \in (P): 4z-1=0$. Tương tự $C, D \in (P)$. Mà B, C, D phân biệt nên $(BCD) \equiv (P)$. □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+1)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-1)^2+y^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=3$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=9$.

.....

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Ta có $A(0;\ -2;\ 2)$ và $B(2;\ 2;\ -2)$. Gọi mặt cầu (S) đường kính AB.

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;\ 0;\ 0)$ (là trung điểm của đoạn thẳng AB)

và bán kính $R=IA=\sqrt{(0-1)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.

Vậy (S) có phương trình là $(x-1)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$ là

(A) $(x+3)^2+y^2+z^2=3$. (B) $(x-3)^2+y^2+z^2=3$.
(C) $(x+3)^2+y^2+z^2=9$. (D) $(x-3)^2+y^2+z^2=9$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(3;\ 0;\ 0)$ và đi qua điểm $M(4;\ -2;\ 2)$.
$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R=IM=\sqrt{(4-3)^2+(-2-0)^2+(2-0)^2}=3$.
Vậy (S) có phương trình là $(x-3)^2+y^2+z^2=9$. □

Câu 47. Cho số thực $a>2$, tích phân $\int\limits_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2a^2\ln a-a^2+1$. (B) $2a^2\ln a-a^2-1$. (C) $2a^2\ln a+a^2-1$. (D) $2a^2\ln a+2a^2+1$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Ta có $I=\int\limits_1^a 4x\ln x\mathrm{d}x$ (với $a>2$).

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=2x^2\end{cases}$.

Vậy $I=(2x^2\ln x)\Big|_1^a-\int\limits_1^a 2x\mathrm{d}x=2a^2\ln a-x^2\Big|_1^a=2a^2\ln a-a^2+1$. □

Câu 48. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) $-2i$. (B) 2. (C) -10. (D) -2.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (D). Vì z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$ nên áp dụng định lý Viète có $z_1+z_2=2$ và $z_1z_2=3$.

Vậy $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=2^2-2.3=-2$. □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $B(2;\ 6;\ 1)$. Phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB là

(A) $7y+z+7=0$. (B) $7y+z-7=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y+z+1=0$.

Hướng dẫn: Đáp án đúng (A). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;\ -1;\ 0)$ và $(P)\perp AB$, với $B(2;\ 6;\ 1)$
$\Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(0;\ 7;\ 1)$
Vậy (P) có phương trình là $0(x-2)+7(y+1)+1(z-0)=0\Leftrightarrow 7y+z+7=0$. □

Câu 50. Cho hai số phức z,w (với $w\neq -2$) thỏa mãn $|z|=1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo. Nếu $|z-w|=2$ thì giá trị của $|z+2w|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty\ ;\ 1)$. (B) $(4\ ;\ 7)$. (C) $(7\ ;\ +\infty)$. (D) $(1\ ;\ 4)$.

. . . . . .

Hướng dẫn: Đáp án đúng (B). Xét hai số phức $z = a + bi$ và $w = c + di \neq -2$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w-2}{w+2}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} = 1$ và $\dfrac{c-2+di}{c+2+di}$ là số thuần ảo.

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1$ (1) và $\dfrac{(c-2+di)(c+2-di)}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo (2).

(2) $\Leftrightarrow \dfrac{c^2-4+d^2+4cdi}{(c+2)^2+d^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow c^2 + d^2 = 4$ (3).

$|z-w| = 2 \Leftrightarrow |a-c+(b-d)i| = 2 \Leftrightarrow (a-c)^2+(b-d)^2 = 4 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2-2(ac+bd) = 4 \Leftrightarrow 2(ac+bd) = 1$ (do (1), (3)).

Vậy $|z+2w| = |a+2c+(b+2d)i| = \sqrt{(a+2c)^2+(b+2d)^2} = \sqrt{a^2+b^2+4(c^2+d^2)+4(ac+bc)} = \sqrt{19} \in (4\,;\,7)$. □