PHAN NHẬT LINH

10 ĐỀ THI HK1

MÔN TOÁN LỚP 12

File word cho giáo viên liên hệ Zalo: 0817.098.716

NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ SỐ 01 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 2: Hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1+x)(1-x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+9$ có tọa độ là:

A. $(1;9)$. **B.** $(2;9)$. **C.** $(-2;9)$. **D.** $(0;9)$.

Câu 5: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

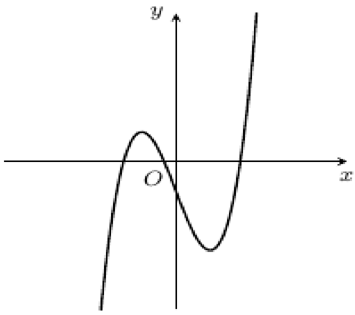
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2024$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2024$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2024$ và $x=-2024$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2024$ và $y=-2024$.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng $l=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 19π. **D.** 48π.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.

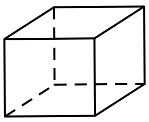


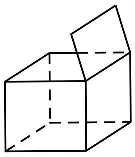
A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

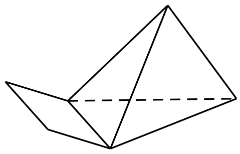
Câu 10: Tìm số giao điểm của $(C): y=x^3+x-3$ và đường thẳng $y=x-2$?

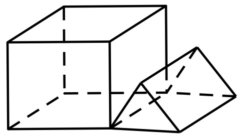
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình đa diện.


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 1.

Câu 12: Cho $a, x, y > 0; a \neq 1; \alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$.

C. $\log_a\sqrt{x}=\frac{1}{2}\log_a x$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} x=\frac{1}{2}\log_a x$.

Câu 13: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là

A. $\frac{1}{2}B.h$. **B.** $3B.h$. **C.** $B.h$. **D.** $\frac{1}{3}B.h$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int x^\alpha \mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=a^x\ln a+C\ (0<a\neq 1)$.

Câu 15: Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng:

A. a^3. **B.** a^2. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^2$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-(m+1)x^2+3x-m^2+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$. **B.** $-4\leq m\leq 2$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Câu 17: Số nghiệm thực của phương trình $\log_{2024}(x^2-3x+2)=\log_{2024}(x-1)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** 8π. **C.** 12π. **D.** 9π.

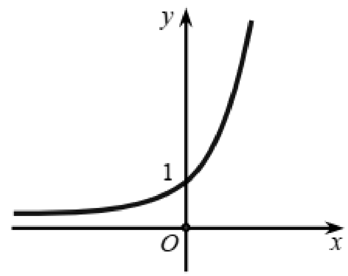
Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$. **D.** $\frac{3}{2\pi}$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)\ge -\frac{1}{2}$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(1;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



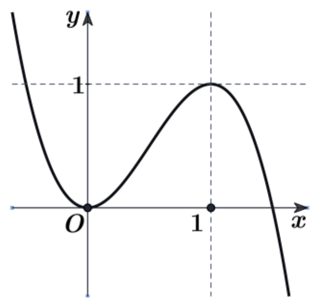
A. $y=x^3-3x+1$ **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=2024^x$. **D.** $y=\log_{2024}(x+2024)$.

Câu 22: Cho biết $\int\frac{2x-13}{(x+1)(x-2)}dx=a\ln|x+1|+b\ln|x-2|+C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=8$. **C.** $2a-b=8$. **D.** $a-b=8$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ là:



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=2x^2-4x+3$. Tìm m để phương trình $f(x)=m^2-3m+1$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l}m>3\\m<0\end{array}\right.$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 3\\m\le 0\end{array}\right.$. **D.** $0\le m\le 3$.

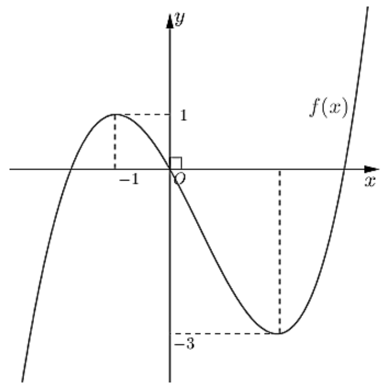
Câu 25: Cho hàm số $y=x^3-x$ có đồ thị (C). Gọi M,N là hai điểm phân biệt trên (C) và các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau. Tính x_M+x_N.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 26: Cho hàm số (P) với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

A. 6. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 4.

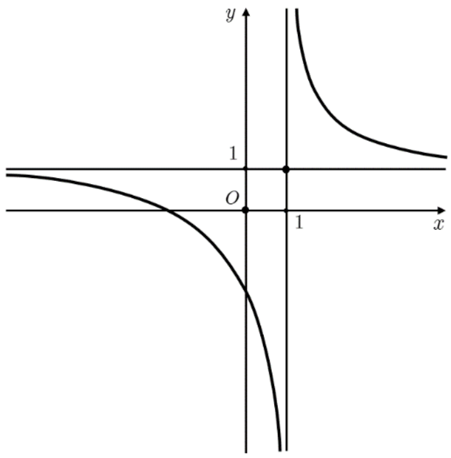
Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Câu 29: Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo hình thức lãi kép với lãi suất $0{,}5\%$ một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 44 tháng. **B.** 45 tháng. **C.** 46 tháng. **D.** 47 tháng.

Câu 30: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ là:

A. $\log_6 5$. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 31: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{3}$, $BC=3a$, $ACB=30^\circ$. Gọi H là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $HC=2HB$. Hai mặt phẳng $(A'AH)$ và $(A'BC)$ cùng vuông góc với (ABC). Cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{9a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{2}$.

Câu 32: Tìm nguyên hàm của hàm số $\int x^5\sqrt{1-x^3}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2}-\frac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+C$.

B. $-\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}}+\frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+C$.

C. $-\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}}-\frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2}+\frac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+C$.

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3-mx^2+(m-1)x+2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(-5;-3)$.

Câu 34: Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h=\frac{m}{n}$ với m,n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m+n$ là

A. 12. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 14.

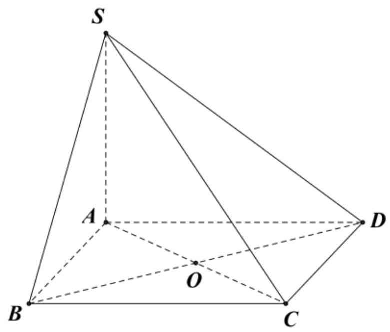
Câu 35: Một khách hàng gửi ngân hàng 20 triệu đồng, kỳ hạn 3 tháng, với lãi suất 0,65% một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng? Giả sử người đó không rút lãi ở tất cả các định kỳ.

A. 8 năm. **B.** 19 tháng. **C.** 18 tháng. **D.** 9 năm.

Câu 36: Cho phương trình $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5\left(4-3x-x^2\right)=0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 18 **B.** 17 **C.** 23 **D.** 15

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SBD=60°$ (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng

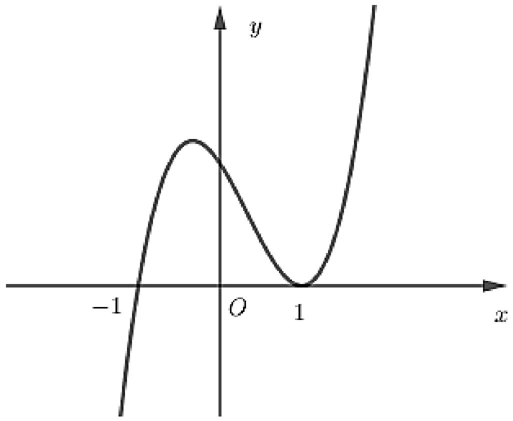


A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{5}$.

Câu 38: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là:

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-24;24]$ để phương trình $f(x)|x-1| = m^2 - m$ có hai nghiệm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. 45 . **B.** 47 . **C.** 44 . **D.** 46 .

Câu 40: Khối bát diện đều có độ dài cạnh bằng a thì mặt cầu nội tiếp mặt cầu có diện tích bằng:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** $\dfrac{V}{6}$. **C.** $\dfrac{V}{12}$. **D.** $\dfrac{2V}{9}$.

Câu 42: Cho phương trình $\left(\log_3\left(\dfrac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -2024 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả $x_1 + x_2 > 10$?

A. 2023. **B.** 2019 . **C.** 2020 . **D.** 2021 .

Câu 43: Số giá trị thực của tham số $m \in [0;24]$ để phương trình $4^x - 2m2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 22 . **B.** 21 . **C.** 24 . **D.** 20 .

Câu 44: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 45: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn hàm số $y = \dfrac{4a^3 + a}{b+1}x + \cos\left(x\sqrt{2b+1}\right)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 27b - 8a^3$.

A. 40 . **B.** 351. **C.** 345. **D.** 81.

Câu 46: Năm 2023, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là $\dfrac{397}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí tăng $0,4\%$ mỗi năm. Vậy ít nhất đến năm bao nhiêu thì tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí vượt ngưỡng $\dfrac{41}{10^5}$.

A. 2029. **B.** 2031. **C.** 2028. **D.** 2033.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = AC = 3AB, BAC = 60^0$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AHK$ và hình chóp $A.BCKH$. Tính $\dfrac{S_1}{S_2}$

A. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{27}{28}$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{27}{92}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{81}{28}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{4}{3}$.

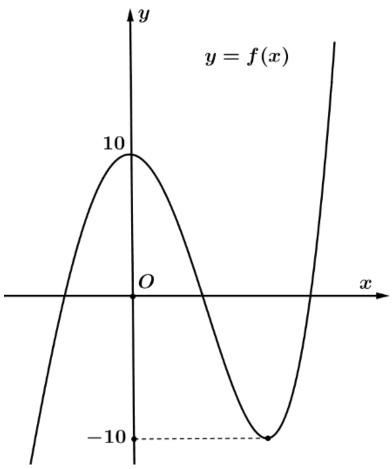
Câu 48: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\begin{cases} x \ge 3y > 3 \\ x - 2y + z - y^2 - yz + 1 = 0. \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P(x, y, z) = x^2 + 9y^2 - 2(3x - 1)y + z$.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2024]$ để đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 2mx + 4}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. 2024. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2022.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để phương trình $|f(x)|^3 - 4f^2(x) + 2mf(x) - m^2 = 0$ có đúng hai nghiệm thực (Giả thiết rằng các nghiệm bội chỉ được tính là một nghiệm)?



A. 3976. **B.** 3971. **C.** 3974. **D.** 3975.

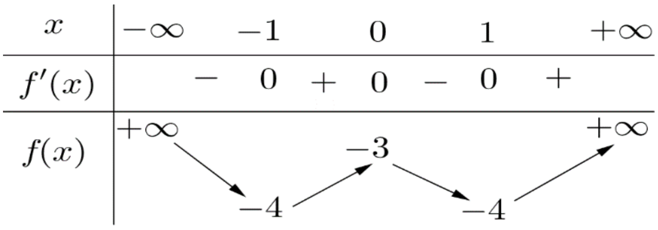
----------------------**HẾT**----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.A**	**3.C**	**4.D**	**5.A**	**6.A**	**7.D**	**8.D**	**9.D**	**10.D**
11.D	**12.D**	**13.D**	**14.D**	**15.A**	**16.B**	**17.B**	**18.C**	**19.D**	**20.B**
21.C	**22.D**	**23.D**	**24.A**	**25.C**	**26.C**	**27.B**	**28.A**	**29.B**	**30.B**
31.A	**32.C**	**33.B**	**34.C**	**35.D**	**36.A**	**37.A**	**38.B**	**39.B**	**40.A**
41.B	**42.A**	**43.A**	**44.D**	**45.B**	**46.D**	**47.A**	**48.A**	**49.C**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 2: Hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Do $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1+x)(1-x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = (1+x)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ nên hàm số có hai điểm cực trị.

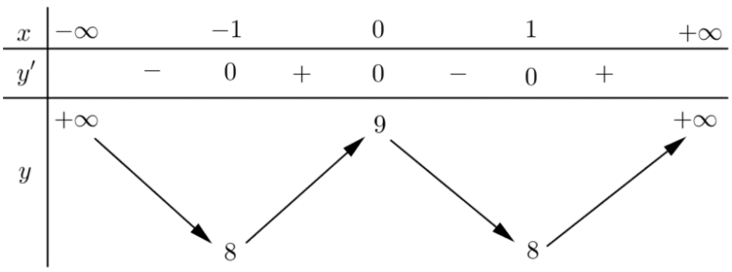
Câu 4: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 9$ có tọa độ là:

A. $(1;9)$. **B.** $(2;9)$. **C.** $(-2;9)$. **D.** $(0;9)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$. Giải phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = -1;0;1$

Bảng biến thiên:



Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;9)$.

Câu 5: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S=\pi rl=\pi.2a.5a=10\pi a^2$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$ và có đạo hàm: $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0,\forall x\in[0;2]$

Khi đó: $y(0)=\dfrac{1}{3}$; $y(2)=-5$ nên suy ra $\max\limits_{[0;2]} y=\dfrac{1}{3}$ khi $x=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2024$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2024$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2024$ và $x=-2024$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2024$ và $y=-2024$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2024$ và $y=-2024$.

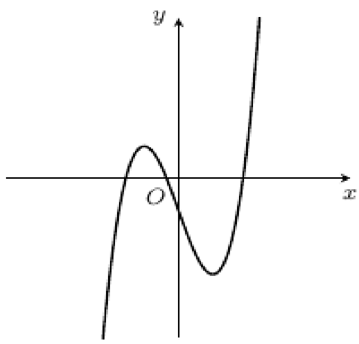
Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng $l=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 19π. **D.** 48π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V=\pi r^2 l=\pi.4^2.3=48\pi$.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$.

Do đó đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 10: Tìm số giao điểm của $(C): y = x^3 + x - 3$ và đường thẳng $y = x - 2$?

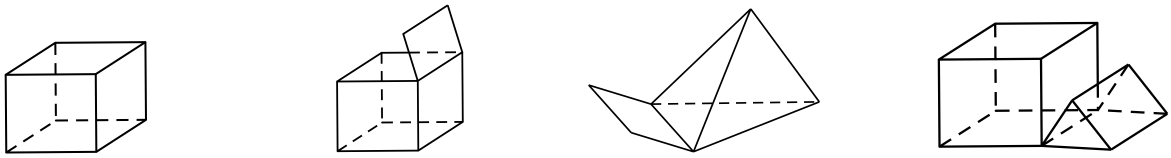
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + x - 3 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy có 1 giao điểm giữa (C) và đường thẳng $y = x - 2$.

Câu 11: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình đa diện.



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 1.

Lời giải

Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì từ hai cạnh của đa giác đều phải nằm trong đa giác đó $\Rightarrow$Hình 2,3,4 không thỏa mãn.

Câu 12: Cho $a, x, y > 0; a \neq 1; \alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$. **B.** $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

C. $\log_a \sqrt{x} = \dfrac{1}{2}\log_a x$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} x = \dfrac{1}{2}\log_a x$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} x = \log_{a^{\frac{1}{2}}} x = 2\log_a x$ nên đáp án **D** sai.

Câu 13: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là

A. $\dfrac{1}{2}B.h$. **B.** $3B.h$. **C.** $B.h$. **D.** $\dfrac{1}{3}B.h$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là $V = \dfrac{1}{3}B.h$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int x^\alpha \mathrm{d}x = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x \mathrm{d}x = a^x \ln a + C\ (0 < a \neq 1)$.

Lời giải

Ta có $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C\ (0 < a \neq 1)$ nên phương án **D** sai.

Câu 15: Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng:

A. a^3. **B.** a^2. **C.** $\dfrac{1}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^2$.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương có cạnh a bằng: $V = a^3$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-(m+1)x^2+3x-m^2+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -4 \end{array}\right.$. **B.** $-4\le m\le 2$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Hàm số $y=x^3-(m+1)x^2+3x-m^2+2$ có $y'=3x^2-2(m+1)x+3$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-2(m+1)x+3$ là tam thức bậc hai có hệ số của x^2 bằng $3>0$ và biệt thức $\Delta'=(m+1)^2-9$.

Do đó $\Leftrightarrow \Delta'\le 0\Leftrightarrow (m+1)^2-9\le 0\Leftrightarrow (m+1)^2\le 9\Leftrightarrow -3\le m+1\le 3\Leftrightarrow -4\le m\le 2$.

Câu 17: Số nghiệm thực của phương trình $\log_{2024}(x^2-3x+2)=\log_{2024}(x-1)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x-1>0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right. \\ x>1 \end{cases}\Leftrightarrow x>2$.

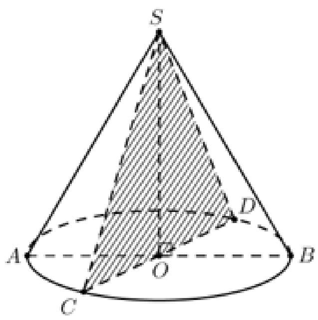
Phương trình đã cho tương đương với $x^2-3x+2=x-1\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x>2$, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

Câu 18: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** 8π. **C.** 12π. **D.** 9π.

Lời giải



Theo bài ra, thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng 4 nên ta có: $l=4$; $r=\frac{l}{2}=2$.

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là:

$S_{tp}=S_{xq}+S_{day}=\pi rl+\pi r^2=\pi.2.4+\pi.2^2=12\pi$.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$. **D.** $\frac{3}{2\pi}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{-x\sin x-\cos x}{x^2}<0$, $\forall x\in\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3}\right]$ suy ra $\min\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]} f(x)=f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{3}{2\pi}$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)\geq -\dfrac{1}{2}$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(1;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

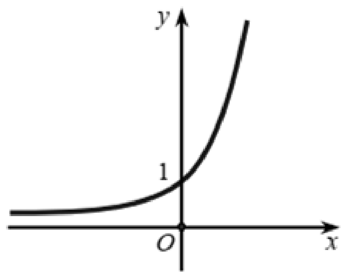
Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Vì $0<\dfrac{1}{9}<1$ nên $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)\geq -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x-1\leq \left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x-1\leq 3 \Leftrightarrow x\leq 4$.

Kết hợp với điều kiện, ta có $1<x\leq 4$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;4]$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$ **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=2024^x$. **D.** $y=\log_{2024}(x+2024)$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại các phương án **A, B.**
Mà đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox nên loại phương án **D.**

Câu 22: Cho biết $\displaystyle\int \dfrac{2x-13}{(x+1)(x-2)}\mathrm{d}x=a\ln|x+1|+b\ln|x-2|+C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=8$. **C.** $2a-b=8$. **D.** $a-b=8$.

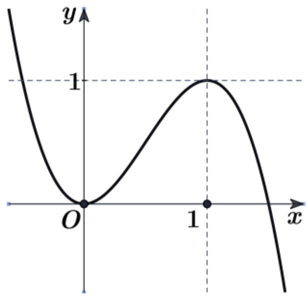
Lời giải

Ta có

$$\int \dfrac{2x-13}{(x+1)(x-2)}\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{5}{x+1}-\dfrac{3}{x-2}\right)\mathrm{d}x=5\int\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x-3\int\dfrac{1}{x-1}\mathrm{d}x=5\ln|x+1|-3\ln|x-2|+C.$$

Vậy $\begin{cases}a=5\\ b=-3\end{cases}\Rightarrow a-b=8$.

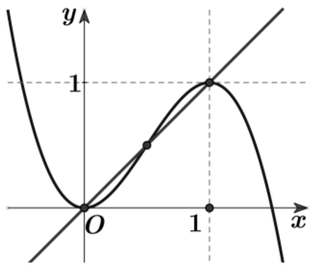
Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ là:



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x$.



Dựa và hình vẽ suy ra phương trình $f(x)=x$ có 3 nghiệm.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=2x^2-4x+3$. Tìm m để phương trình $f(x)=m^2-3m+1$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le 0 \end{array}\right.$. **D.** $0\le m\le 3$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=4x-4=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		$+\infty$
					$y=m^2-3m+1$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình $f(x)=m^2-3m+1$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2-3m+1>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 25: Cho hàm số $y=x^3-x$ có đồ thị (C). Gọi M,N là hai điểm phân biệt trên (C) và các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau. Tính x_M+x_N.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-1$.

Vì các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau nên:

$y'(x_M)=y'(x_N) \Leftrightarrow 3x_M^2-1=3x_N^2-1 \Leftrightarrow (x_M-x_N)(x_M+x_N)=0$

$\Leftrightarrow x_M+x_N=0$ do M,N là hai điểm phân biệt.

Câu 26: Cho hàm số (P) với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

A. 6 . **B.** 3 . **C.** 7 . **D.** 4 .

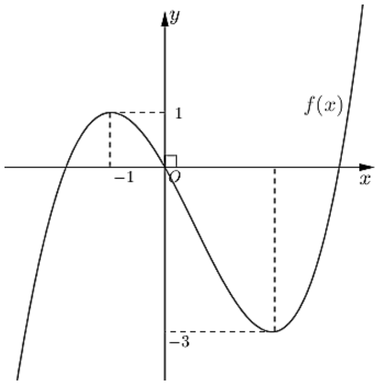
Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 12m + 27 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \le m \le -3$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-9;-8;...;-3\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

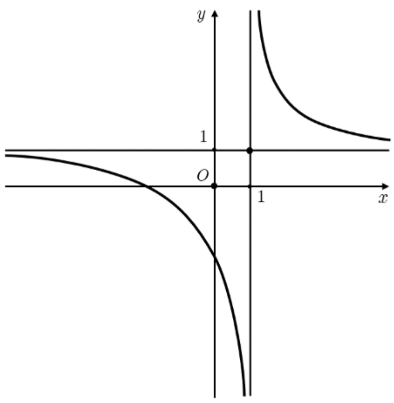
Dựa vào hình dạng đồ thị ta có $a > 0$.

Đồ thị hàm số qua gốc tọa độ nên $d = 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 với $|x_1| < |x_2|$ nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$

Khi đó: $x_1x_2 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0$

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=1$ và một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy hàm số đó là: $y=\dfrac{x+1}{x-1}$

Câu 29: Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,5% một tháng. Sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 44 tháng. **B.** 45 tháng. **C.** 46 tháng. **D.** 47 tháng.

Lời giải

Số tiền thu được sau n tháng là $P_n=100(1+0,5\%)^n$

Ta có $P_n>125\Rightarrow n>\log_{(1+0,5\%)}\left(\dfrac{125}{100}\right)\approx 44,7$.

Vậy sau ít nhất 45 tháng thì người đó có nhiều hơn 125 tr.

Câu 30: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ là:

A. $\log_6 5$. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

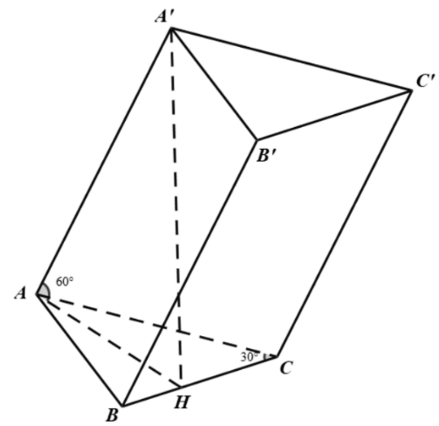
Phương trình tương đương $6^{x+1}-36^x=5\Leftrightarrow 36^x-6.6^x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6^x=1\\6^x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_6 5\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm bằng 0.

Câu 31: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{3}$, $BC=3a$, $\widehat{ACB}=30^\circ$. Gọi H là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $HC=2HB$. Hai mặt phẳng $(A'AH)$ và $(A'BC)$ cùng vuông góc với (ABC). Cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{9a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{2}$.

Lời giải



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CB.CA.\sin C=\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Từ giả thiết $\begin{cases}(A'AH)\perp(ABC)\\(A'BC)\perp(ABC)\\(A'AH)\cap(A'BC)=A'H\end{cases}\Rightarrow A'H\perp(ABC)$.

Do đó góc hợp bởi cạnh bên AA' và đáy (ABC) là $A'AH=60^\circ$.

Xét tam giác $\Delta AA'H$ ta có:

$AH^2=AC^2+HC^2-2AC.HC.\cos C=\left(\sqrt{3}a\right)^2+(2a)^2-2.\sqrt{3}a.2a\cos 30^\circ=a^2$ nên $AH=a$.

Xét tam giác ΔACH vuông tại H ta có $A'H=AH.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V=A'H.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9a^3}{4}$.

Câu 32: Tìm nguyên hàm của hàm số $\int x^5\sqrt{1-x^3}\,dx$.

A. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2}-\frac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+C$.

B. $-\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}}+\frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+C$.

C. $-\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}}-\frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2}+\frac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $I=\int x^5\sqrt{1-x^3}\,dx=\int x^2x^3\sqrt{1-x^3}\,dx$

Đặt $u=\sqrt{1-x^3}\Rightarrow u^2=1-x^3\Rightarrow 2udu=-3x^2dx\Leftrightarrow x^2dx=-\frac{2}{3}udu$

Khi đó: $I=\int-\frac{2}{3}u\left(1-u^2\right)udu=-\frac{2}{3}\int\left(u^2-u^4\right)du=-\frac{2}{3}\left(\frac{u^3}{3}-\frac{u^5}{5}\right)+C$

Suy ra: $I=-\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}}-\frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+C$

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3-mx^2+(m-1)x+2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(4;7)$. **D.** $(-5;-3)$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-2mx+m-1\Rightarrow y''=6x-2m$

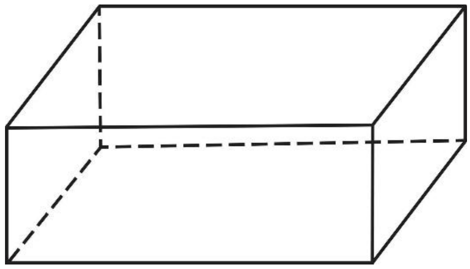
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$ $\Leftrightarrow\begin{cases}f'(1)=0\\f''(1)>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2m+m-1=0 \\ 6-2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow m=2 \in (1;3)$

Câu 34: Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h=\dfrac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m+n$ là

A. 12. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 14.

Lời giải



Gọi chiều dài, chiều rộng của hộp là $2x$ và x $(x>0)$.

Khi đó, ta có thể tích của cái hộp là: $V=2x^2.h \Rightarrow 2x^2.h=48 \Leftrightarrow x^2.h=24$

Do giá thành làm đáy và mặt bên hộp là 3, giá thành làm nắp hộp là 1 nên giá thành làm hộp là

$L=3\left(2x^2+2xh+4xh\right)+2x^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm, ta được:

$L=8x^2+9xh+9xh \ge 3\sqrt[3]{8x^2.9xh.9xh}=3\sqrt[3]{648\left(x^2h\right)^2}=216$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} 8x^2=9xh \\ x^2h=24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{9h}{8} \\ \dfrac{9^2}{8^2}.h^3=24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ h=\dfrac{8}{3} \end{cases}$

Vậy $m=8, n=3$ và $m+n=11$.

Câu 35: Một khách hàng gửi ngân hàng 20 triệu đồng, kỳ hạn 3 tháng, với lãi suất $0,65\%$ một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng? Giả sử người đó không rút lãi ở tất cả các định kỳ.

A. 8 năm. **B.** 19 tháng. **C.** 18 tháng. **D.** 9 năm.

Lời giải

Lãi suất theo kỳ hạn 3 tháng là $3.0,65\%=1,95\%$

Gọi n là số kỳ hạn cần tìm. Theo giả thiết, ta có n là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa: $20(1+0,0195)^n-20>20 \Leftrightarrow n>35.89$

Ta chọn $n=36$, một kỳ hạn là 3 tháng, nên thời gian cần là 108 tháng, tức là 9 năm.

Câu 36: Cho phương trình $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5\left(4-3x-x^2\right)=0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 18 **B.** 17 **C.** 23 **D.** 15

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 5x+m+1>0 \\ 4-3x-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4<x<1 \\ 5x+m+1>0 \end{cases}$.

Khi đó, $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5(4-3x-x^2)=0 \Leftrightarrow \log_5(4-3x-x^2)=\log_5(5x+m+1)$

$\Leftrightarrow 4-3x-x^2=5x+m+1 \Leftrightarrow 3-8x-x^2=m\ (*)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2-8x+3$ trên $(-4;1)$, ta có $f'(x)=-2x-8$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng biến thiên

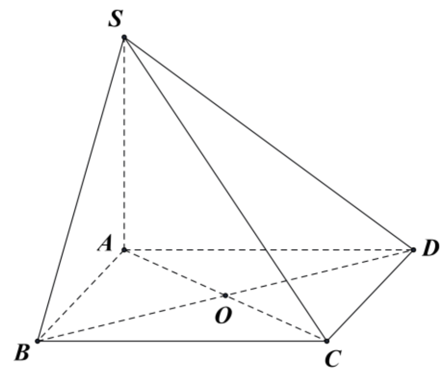
x	-4		1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	19	$\searrow$	-6

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm trên $(-4;1) \Leftrightarrow -6<m<19$.

Do m nguyên dương nên $m\in\{1;2;...;18\}$.

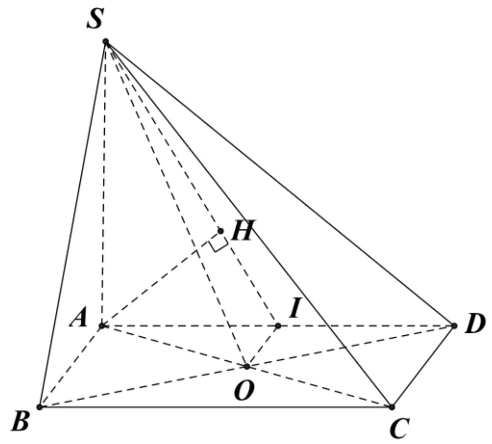
Vậy có 18 giá trị của m.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SBD=60°$ (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{5}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm AD suy ra $OI//AB \Rightarrow OI\perp(SAB)$

Ta có: $AB//OI\subset(SOI)\Rightarrow AB//(SOI)\Rightarrow d(AB;SO)=d(AB;(SOI))=d(A;(SOI))$

Trong (SAI) kẻ $AH \perp SI\,(H \in SI) \Rightarrow OI \perp AH$

Do đó: $AH \perp (SOI) \Rightarrow d\left(A;(SOI)\right) = AH$

Ta có: $\Delta SAB = \Delta SAD\,(c-g-c) \Rightarrow SB = SD$ mà $SBD = 60° \Rightarrow \Delta SAD$ là tam giác đều.

$SB = BD = a\sqrt{2}$.

Xét ΔSAB: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$.

Xét ΔSAI có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AI^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow d(AB;SO) = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 38: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là:

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2+1} - m$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$f(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} - m \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \underset{(-\infty;+\infty)}{Min} \frac{2x}{x^2+1} \geq m$$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ trên $\mathbb{R}$ có $g'(x) = \dfrac{2-2x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$

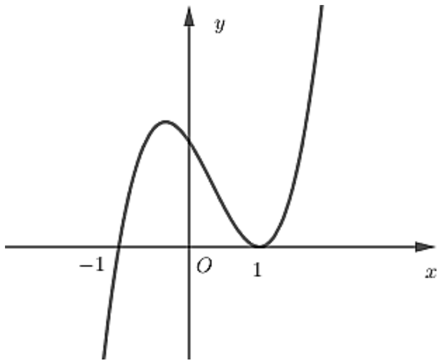
Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Suy ra $\underset{(-\infty;+\infty)}{min} \dfrac{2x}{x^2+1} = -1$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $m \leq -1$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-24;24]$ để phương trình $f(x)|x-1| = m^2 - m$ có hai nghiệm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. 45. **B.** 47. **C.** 44. **D.** 46.

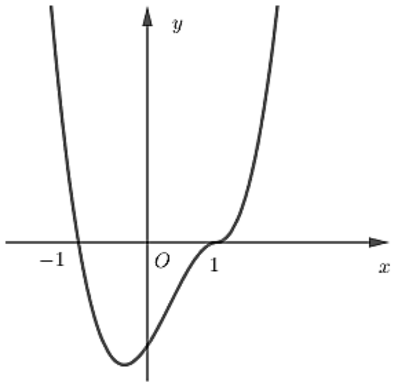
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)|x-1| = m^2 - m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m^2 - m$ và đồ thị hàm số $y = f(x)|x-1|$.

Ta có $y = f(x)|x-1| = \begin{cases} f(x)(x-1) & \text{khi } x \geq 1 \\ -f(x)(x-1) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ nên hàm số $y = f(x)|x-1|$ có đồ thị:

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y = f(x)(x-1)$ ứng với miền $x \geq 1$.

Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị của hàm số $y = f(x)(x-1)$ ứng với miền $x < 1$ và bỏ phần đồ thị của hàm số $y = f(x)(x-1)$ ứng với miền $x < 1$.



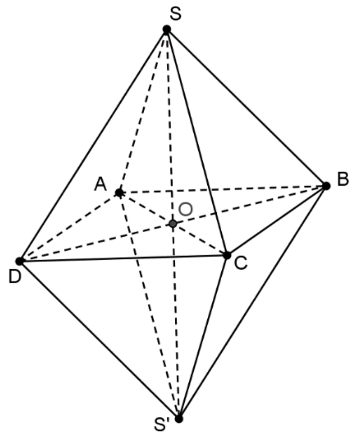
Để đường thẳng $y = m^2 - m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$ thì đường thẳng $y = m^2 - m$ nằm hoàn toàn trên trục hoành.

Khi đó $m^2 - m > 0 \Leftrightarrow m > 1$ hoặc $m < 0$ suy ra có 47 giá trị m thỏa mãn.

Câu 40: Khối bát diện đều có độ dài cạnh bằng a thì mặt cầu nội tiếp mặt cầu có diện tích bằng:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải



Xét bát diện đều $SABCDS'$ cạnh a.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow DO = BO = AO = OC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lại có $SD^2 + SB^2 = BD^2 \Rightarrow \Delta SBD$ vuông cân tại S nên $SO = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = S'O$

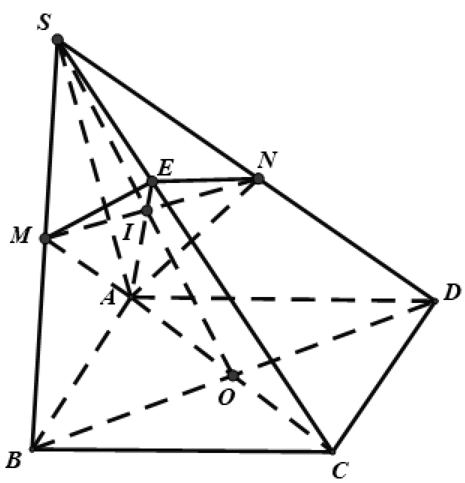
$\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều, bán kính của mặt cầu là $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

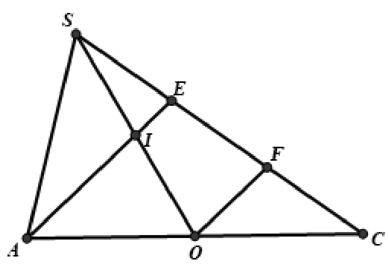
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp bát diện đều là: $4\pi r^2 = 4\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2\pi a^2$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** $\dfrac{V}{6}$. **C.** $\dfrac{V}{12}$. **D.** $\dfrac{2V}{9}$.

Lời giải





Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; I là giao điểm của AE và SO.

Theo bài ra: $\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{1}{3}$; MN đi qua điểm I và $MN // BD$.

Ta có: $\dfrac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SE}{SC}$; $\dfrac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SE}{SC}$, $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \dfrac{V}{2}$.

Kẻ $OF//AE, F \in [SC]$. Vì O là trung điểm của AC nên F là trung điểm của EC, theo giả thiết suy ra E là trung điểm của SF.

Xét tam giác SOF có E là trung điểm của SF và $OF//IE$, suy ra I là trung điểm của SO.

$\Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{SN}{SD} = \dfrac{1}{2}$.

Do đó $\dfrac{V_{S.AME}}{\frac{1}{2}V} = \dfrac{V_{S.ANE}}{\frac{1}{2}V} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow V_{SAMEN} = \dfrac{1}{6}V$.

Câu 42: Cho phương trình $\left(\log_3\left(\dfrac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -2024 sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả $x_1 + x_2 > 10$?

A. 2023. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\left(\log_3\left(\dfrac{x}{3}\right)\right)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)^2 + 3m\log_3 x + 2m^2 - 2m - 1 = 0$

Đặt $t = \log_3 x$ thì phương trình trở thành:

$(t-1)^2 + 3mt + 2m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + (3m-2)t + 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -m \\ t = -2m+2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3^{-m} \\ x = 3^{-2m+2} \end{array}\right.$

Do $x_1 + x_2 > 10 \Leftrightarrow 3^{-m} + 3^{-2m+2} > 10 \Leftrightarrow 9.3^{-2m} + 3^{-m} - 10 > 0 \Leftrightarrow 3^{-m} > 1 \Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m > -2024$ nên $m \in \{-2023; -2019; ...; -1\}$.

Câu 43: Số giá trị thực của tham số $m \in [0;24]$ để phương trình $4^x - 2m2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 22. **B.** 21. **C.** 24. **D.** 20.

Lời giải

Đặt $t = 2^x > 0$ ta có phương trình $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ (1).

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi (1) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right. \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z};\, m\in[0;24]} 3 \le m \le 24.$$

Câu 44: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ mx-8>0 \\ 2\log_2(x-1) = \log_2(mx-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ mx-8>0 \\ \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m = x + \dfrac{9}{x} - 2 \quad (1) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Xét hàm số $f(x) = x + \dfrac{9}{x} - 2$ trên khoảng $(1;+\infty)$

Đạo hàm: $f'(x) = 1 - \dfrac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Bảng biến thiên:

x	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	8	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $4 < m < 8$. Vậy $m \in \{5;6;7\}$.

Câu 45: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn hàm số $y = \dfrac{4a^3 + a}{b+1}x + \cos\left(x\sqrt{2b+1}\right)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 27b - 8a^3$.

A. 40. **B.** 351. **C.** 345. **D.** 81.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $y' = \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right)$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' = \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right) \geq 0,\ \forall x$

$\Leftrightarrow \min\limits_{\mathbb{R}}\left(\dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right)\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1} \geq 0 \Leftrightarrow 4a^3+a \geq (b+1)\sqrt{2b+1} \Leftrightarrow 8a^3+2a \geq \left[(2b+1)+1\right]\sqrt{2b+1}$

$\Leftrightarrow (2a)^3 + 2a \geq \left(\sqrt{2b+1}\right)^3 + \sqrt{2b+1} \Leftrightarrow 2a \geq \sqrt{2b+1}$.

Khi đó $S \leq f(b) = 27b - \left(\sqrt{2b+1}\right)^3 \leq \max\limits_{(0;+\infty)} f(b)$.

Xét hàm số $f(b) = 27b - \left(\sqrt{2b+1}\right)^3$ với $b>0$; $f'(b) = 27 - 3\sqrt{2b+1} = 0 \Leftrightarrow b = 40$

Bảng biến thiên hàm $f(b)$

b	0		40		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	
$f(b)$	-1	$\nearrow$	351	$\searrow$	$-\infty$

Do đó: $S \leq \max\limits_{(0;+\infty)} f(b) = f(40) = 351$

Câu 46: Năm 2023, tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí là $\dfrac{397}{10^6}$. Biết rằng tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí tăng $0,4\%$ mỗi năm. Vậy ít nhất đến năm bao nhiêu thì tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí vượt ngưỡng $\dfrac{41}{10^5}$.

A. 2029. **B.** 2031. **C.** 2028. **D.** 2033.

Lời giải

Sau n năm, tỉ lệ thể tích khí CO_2 đạt: $T = \dfrac{397}{10^6}.(1+0,4\%)^n$.

Do đó: tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí vượt ngưỡng $\dfrac{41}{10^5}$ khi

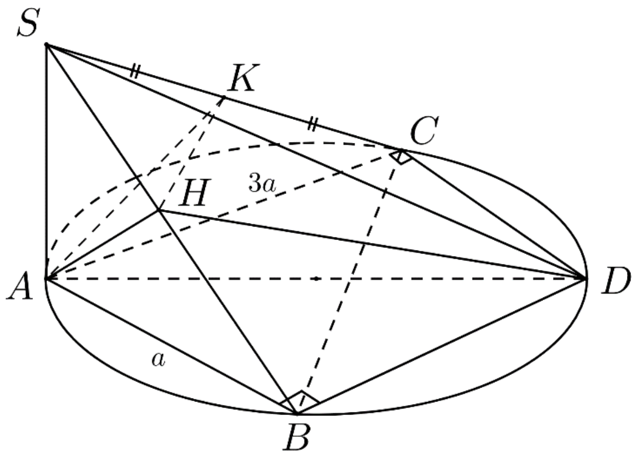
$T > \dfrac{41}{10^5} \Leftrightarrow \dfrac{397}{10^6}.(1+0,4\%)^n > \dfrac{41}{10^5} \Leftrightarrow (1+0,4\%)^n > \dfrac{410}{397} \Leftrightarrow n > \log_{1,004}\dfrac{410}{397} \approx 8,1$

Vậy $n=9$ nên ít nhất đến năm 2033 thì tỉ lệ thể tích khí CO_2 trong không khí vượt ngưỡng $\dfrac{41}{10^5}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = AC = 3AB, BAC = 60^0$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AHK$ và hình chóp $A.BCKH$. Tính $\frac{S_1}{S_2}$

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{28}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{92}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{81}{28}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{3}$.

Lời giải



$SA = AC = 3AB = 3a$.

Gọi AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow AC \perp CD, AB \perp BD$.

Ta có $\left.\begin{matrix} AC \perp CD \\ SA \perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AK$.

Ta có $\left.\begin{matrix} AK \perp SC \\ AK \perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp KD$.

Tương tự $AH \perp HD$.

Vậy hình chóp $A.BCKH$ có H, K, B, C nhìn AD dưới một góc vuông nên hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp đường kính AD.

Xét ΔABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A = a^2 + 9a^2 - 2.a.3a.\cos 60^0 = 7a^2$

$\Rightarrow BC = a\sqrt{7}$.

Gọi R_2 là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$

$\Rightarrow 2R_2 = \frac{BC}{\sin A} = \frac{a\sqrt{7}}{\sin 60^0} \Rightarrow R_2 = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Hình chóp $S.AHK$ có $AH \perp HS, AK \perp KS$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu đường kính SA, vậy bán kính mặt cầu là $R_1 = \frac{SA}{2} = \frac{3a}{2}$.

Ta có $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{21}{9}} = \frac{27}{28}$.

Câu 48: Cho các số thực $x,\,y,\,z$ thỏa mãn $\begin{cases} x \geq 3y > 3 \\ x-2y+z-y^2-yz+1=0. \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P(x,y,z)=x^2+9y^2-2(3x-1)y+z$.

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $P(x,y,z)=x^2+9y^2-2(3x-1)y+z=x^2-6xy+9y^2+2y+z=(x-3y)^2+2y+z$.

Suy ra $P \geq 2y+z$.

Theo đề bài: $x-2y+z-y^2-yz+1=0 \Leftrightarrow x=2y-z+y^2+yz-1$.

Do $x \geq 3$ nên $2y-z+y^2+yz-1 \geq 3 \Leftrightarrow 4y^2+4yz+8y-4z-16 \geq 0$

$\Leftrightarrow 4y^2+4yz+z^2-z^2-8z-16+8y+4z \geq 0 \Leftrightarrow (2y+z)^2+4(2y+z) \geq (z+4)^2$

$\Leftrightarrow (2y+z)^2+4(2y+z)+4 \geq (z+4)^2+4 \Leftrightarrow (2y+z+2)^2 \geq (z+4)^2+4 \geq 4$.

Mặt khác vì $(2y+z+2)^2 \geq (z+4)^2+4 \Leftrightarrow (2y+z+2)^2-(z+4)^2 \geq 4 > 0$

Hay $(2y-2)(2y+2z+6) > 0$.

Vì $3y > 3 \Rightarrow 2y-2 > 0$ nên $2y+2z+6 > 0 \Leftrightarrow y+z+3 > 0 \Leftrightarrow 2y+z > y-3$.

Mà $y > 1 \Rightarrow y-3 > -2 \Rightarrow 2y+z > -2$.

Từ ta có $P+2 \geq 2y+z+2 \Rightarrow (P+2)^2 \geq (2y+z+2)^2$.

Từ ta suy ra $(P+2)^2 \geq 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P+2 \geq 2 \\ P+2 \leq -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P \geq 0 \\ P \leq -4 \end{array}\right.$.

Do $P \geq 2y+z > -2$ nên loại $P \leq -4$. Suy ra $P \geq 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 0, dấu "=" xảy ra $\begin{cases} z=-4 \\ x=3y \\ 2y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-4 \\ y=2 \\ x=6 \end{cases}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0;2024]$ để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+4}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. 2024. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2022.

Lời giải

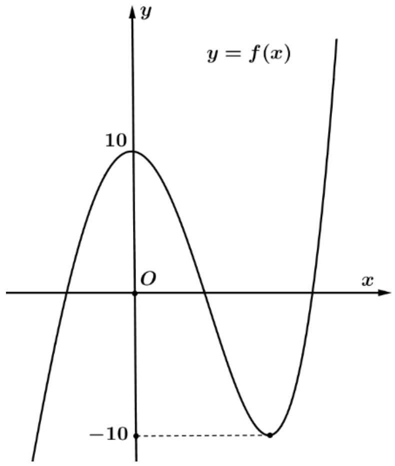
Ta có: $\lim\limits_{x \to -\infty} y=0,\ \lim\limits_{x \to +\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0,\ \forall m$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-2m\text{x}+4=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4 > 0 \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \end{cases} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z};\ m\in[0;2024]} 3 \leq m \leq 2024.$$

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2024;2024\right]$ để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|^3-4f^2\left(x\right)+2mf\left(x\right)-m^2=0$ có đúng hai nghiệm thực (Giả thiết rằng các nghiệm bội chỉ được tính là một nghiệm)?



A. 3976. **B.** 3971. **C.** 3974. **D.** 3975.

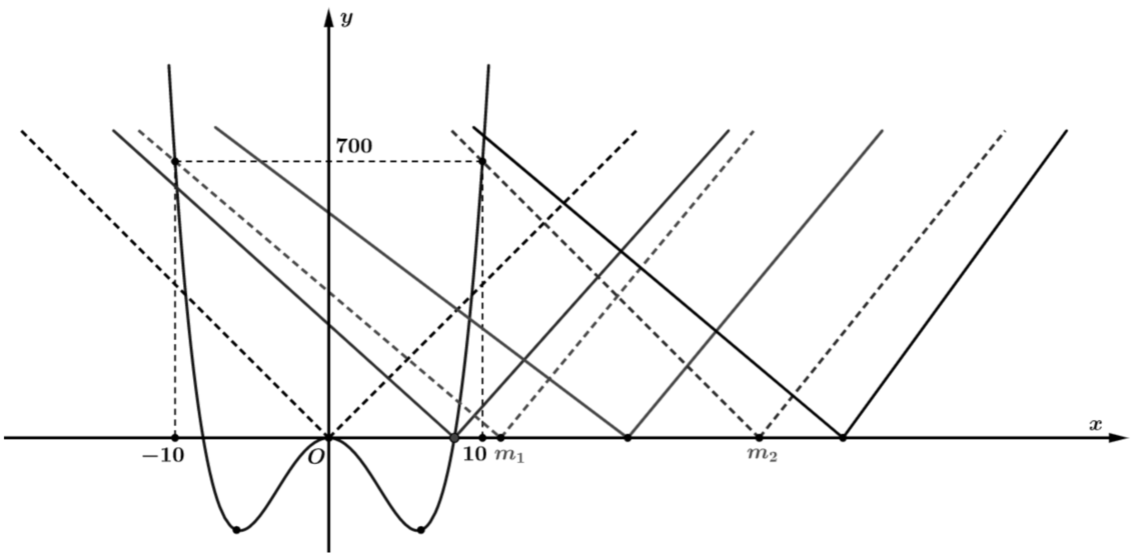
Lời giải

Xét phương trình $f\left(x\right)=t$.

Nếu $\left|t\right|<10$ thì phương trình có 3 nghiệm, $\left|t\right|=10$ thì phương trình có 2 nghiệm và $\left|t\right|>10$ thì phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|^3-3f^2\left(x\right)=f^2\left(x\right)-2mf\left(x\right)+m^2$

Đặt $t=f\left(x\right)$ thì phương trình trở thành $\left|t\right|^3+t^2=\left(t-m\right)^2\Leftrightarrow g\left(\left|t\right|\right)=h\left(t\right)$ và $g\left(\left|\pm10\right|\right)=700$.



Từ sơ đồ ta có các nhận xét như sau :

Nếu $\left|m\right|=0$ thì có 3 nghiệm $t\in\left(-10;10\right)$ $\Rightarrow$ Có tất cả 9 nghiệm thực của x nên không thỏa mãn.

Nếu $0<\left|m\right|<m_1$ thì có 2 nghiệm $t\in\left(-10;10\right)$ $\Rightarrow$Có tất cả 6 nghiệm thực của x nên không thỏa mãn.

Nếu $|m| = m_1$ thì có 1 nghiệm $|t| = 10$ và 1 nghiệm $t \in (-10;10) \Rightarrow$ Có tất cả 5 nghiệm thực của x nên không thỏa mãn.

Nếu $m_1 < |m| < m_2$ thì có 1 nghiệm $t \in (-10;10)$ và 1 nghiệm $|t| > 10$ và $\Rightarrow$ Có tất cả 4 nghiệm thực của x nên không thỏa mãn.

Nếu $|m| = m_2$ thì có 1 nghiệm $|t| = 10$ và 1 nghiệm $|t| > 10 \Rightarrow$ Có tất cả 3 nghiệm thực của x nên không thỏa mãn.

Nếu $|m| > m_2$ thì có 2 nghiệm $|t| > 10 \Rightarrow$ Có tất cả 2 nghiệm thực của x nên thỏa mãn.

Ta có hàm số $y = (t - m_2)^2$ đi qua $(10;700)$ nên $m_2 = 36,5$

Suy ra yêu cầu bài toán $|m| > 36,5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -2024 \le m \le -37 \\ 37 \le m \le 2024 \end{array}\right. \Rightarrow$ có 3976 giá trị m thỏa mãn.

-----------------------HẾT-----------------------

ĐỀ SỐ 02 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ là

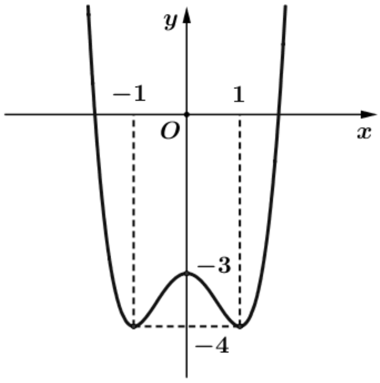
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 2: Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A**, **B**, **C**, **D**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



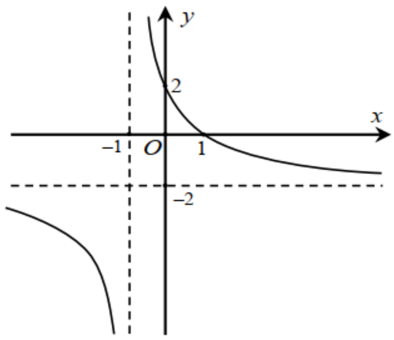
A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4+3x^2-3$.

Câu 4: Hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **B.** $y'=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **C.** $y'=x.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$. **D.** $y'=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$. **B.** $y=x^4+2x^2+2$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+2}$. **D.** $y=2x^3-x+1$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên $[-1;2]$ là

A. 29. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\frac{13}{4}$.

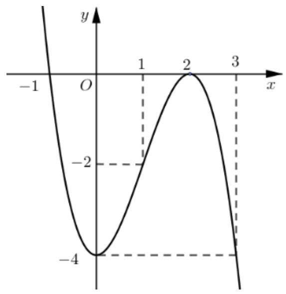
Câu 7: Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{9}{5}}.\sqrt[5]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{8}{5}}$. **B.** $x^{\frac{11}{5}}$. **C.** $P=\sqrt{x}$. **D.** $P=x^2$.

Câu 8: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(7a)-\log(2a)$ bằng

A. $\frac{\log(7a)}{\log(2a)}$. **B.** $\log\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{\log 7}{\log 2}$. **D.** $\log(5a)$.

Câu 9: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y=f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\log_{2022}x$. Khi đó $f'(2)$ bằng

A. $\frac{1}{2022}$. **B.** $\frac{1}{2022\ln 2}$. **C.** $\frac{1}{2\ln 2022}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=\log_7(x-1)$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<3^3$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-4;4)$. **D.** $(0;4)$.

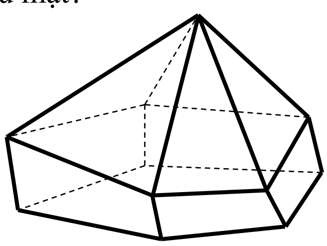
Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$ là

A. $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=65$. **B.** $x=63$. **C.** $x=80$. **D.** $x=82$.

Câu 15: Hình đa diện bên dưới có bao nhiêu mặt?



A. 12. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 11.

Câu 16: Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17: Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N). Thể tích V của khối nón (N) bằng

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **B.** $V=\pi R^2h$. **C.** $V=\pi R^2l$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2l$.

Câu 18: Cho hình nón có thể tích $V=36\pi a^3$ và bán kính đáy bằng 3a.Tính độ dài đường cao h của hình nón đã cho.

A. $4a$. **B.** $12a$. **C.** $5a$. **D.** a.

Câu 19: Cho hình lăng trụ có bán kính đáy $r=7$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 21π. **B.** 49π. **C.** 147π. **D.** 42π.

Câu 20: Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích khối cầu đã cho là

A. 16π. **B.** 32π. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^2-2x$.

Câu 22: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+8$ đạt cực trị tại $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5$.

A. $m=3$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=0$. **B.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=25$. **C.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=15$. **D.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=-10$.

Câu 24: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$					
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x)=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x^5}$ là

A. $y'=\frac{1}{3}\sqrt[3]{x^2}$. **B.** $y'=\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}\sqrt{x}$. **D.** $y'=5\sqrt[3]{x}$.

Câu 27: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_{\sqrt{2}} b=5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^2b^3=32$. **B.** $a^3b^2=32$. **C.** $ab^2=-32$. **D.** $a^2b^2=-32$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $f'(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **B.** $f'(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\lg 2$.

C. $f'(x)=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **D.** $f'(x)=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\lg 2$.

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y=\log_5\left(x^2+3x+2\right)$ là

A. $D=(-\infty;-2)\cup(-1:+\infty)$. **B.** $D=(-1;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-2]\cup[-1;+\infty)$. **D.** $D=(-2;-1)$.

Câu 30: Phương trình $9^x-5.3^x+6=0$ có tổng các nghiệm là:

A. $\log_3 6$. **B.** $\log_3\frac{2}{3}$. **C.** $\log_3\frac{2}{3}$. **D.** $-\log_3 6$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$ nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 32: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối mười hai mặt đều.

C. Khối tứ diện đều. **D.** Khối hai mươi mặt đều.

Câu 33: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 34: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$ và chiều cao bằng $2\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 35: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Tồn tại hình chóp có số cạnh gấp đôi số mặt.

B. Tồn tại hình lăng trụ có số cạnh gấp đôi số mặt.

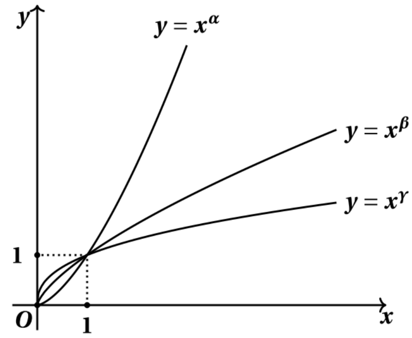
C. Tồn tại hình lăng trụ có số cạnh bằng số mặt.

D. Tồn tại hình chóp có số cạnh bằng số mặt.

Câu 36: Một mặt cầu (S) có diện tích bằng $16\pi a^2$. Thể tích của khối cầu (S) tương ứng là

A. $\frac{32}{3}\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 37: Cho ba hàm số lũy thừa $y=x^{\alpha}$, $y=x^{\beta}$ và $y=x^{\gamma}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $\alpha>\beta>\gamma$. **B.** $\alpha>\gamma>\beta$. **C.** $\alpha<\beta<\gamma$. **D.** $\alpha<\gamma<\beta$.

Câu 38: Giá trị của biểu thức $S=\log_a 2023+\log_{\sqrt{a}} 2023+\log_{\sqrt[3]{a}} 2023+...+\log_{\sqrt[2022]{a}} 2023$ $(a>0;a\neq 1)$ là:

A. $1011.2022.\log_a 2023$. **B.** $1012.2024.\log_a 2023$.

C. $1012.2022.\log_a 2023$. **D.** $1011.2023.\log_a 2023$.

Câu 39: Cho các số thực dương a,b,c (với a,c khác 1) thỏa mãn các điều kiện $\log_a\left(ac^2\right)=\log_c\left(b^3c\right)$ và $2\log_a c+\log_c b=8$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a b+\log_c\left(ab^2\right)$.

A. $\frac{31}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{29}{3}$. **D.** $\frac{28}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình $\frac{2^x-m}{\sqrt{\log_3^2 x-2\log_3 x}}=0$ có nghiệm.

A. 1510. **B.** 1513. **C.** 1512. **D.** 1509.

Câu 41: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}$ chứa mấy số nguyên.

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ có điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O. Tích tất cả các giá trị của tập S bằng

A. -1. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 1.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB=2a\sqrt{3}$; $AD=2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là

A. $4\sqrt{3}a^3$.. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.. **C.** $4a^3$.. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BA = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Thể tích của khối đa diện $SAHCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45: Số nghiệm thực của phương trình $2^{x+\frac{1}{4x}} + 2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}} = 4$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

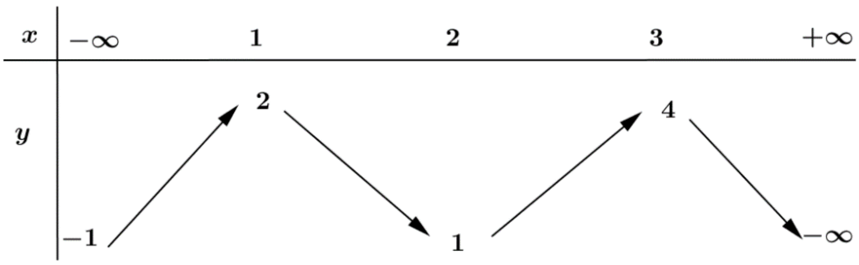
Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 47: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O', chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30°, cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f(5-2x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



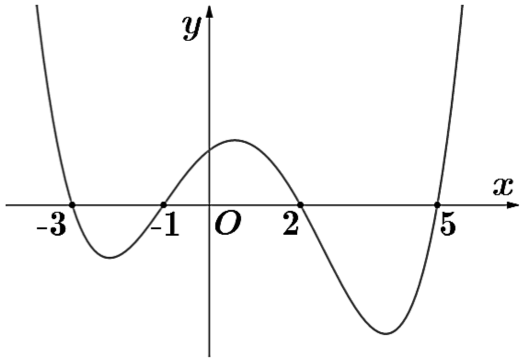
Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm $g(x) = \left|2f\left(x^2-4x+3\right)-m\right|$ có giá trị lớn nhất?

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 49: Một anh sinh viên T nhập học đại học vào tháng 8 năm 2020. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2020, cứ vào ngày mồng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định 0,8% /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mồng một hàng tháng kể từ tháng 9 năm 2022 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do việc làm thêm. Hỏi vào ngày anh ra trường $(30/6/2024)$, số tiền anh nợ ngân hàng gần nhất với số nào sau đây?

A. 49.024.000 đồng **B.** 46.640.000 đồng **C.** 47.024.000 đồng **D.** 45.401.000 đồng

Câu 50: Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)$ có đúng ba điểm cực đại?

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

-----------------------**HẾT**-----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.A	5.A	6.D	7.D	8.B	9.B	10.C
11.D	12.C	13.D	14.A	15.D	16.D	17.A	18.B	19.D	20.C
21.A	22.D	23.C	24.D	25.C	26.B	27.B	28.C	29.A	30.A
31.D	32.B	33.B	34.B	35.B	36.A	37.A	38.D	39.A	40.A
41.B	42.A	43.D	44.C	45.D	46.B	47.B	48.D	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

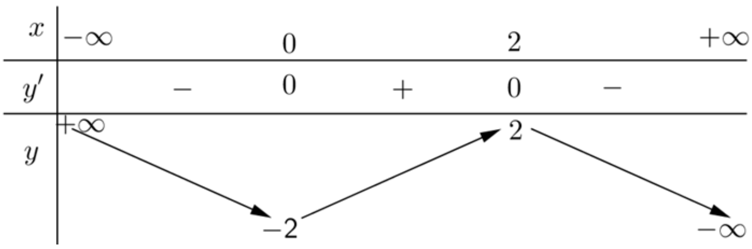
Câu 1: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

Câu 2: Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn đáp án **A**, **B**, **C**, **D**?



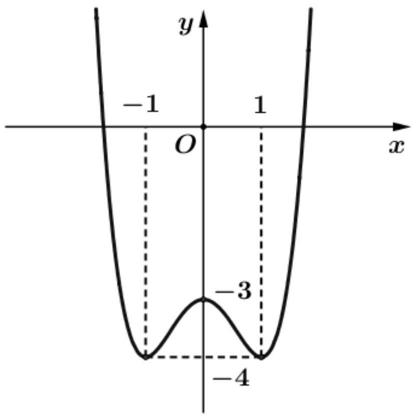
A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3-3x-2$.

Lời giải

Ta nhận thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)$ nên ta loại được các phương án **A,C.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;2)$ nên ta loại phương án **D.**

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4+3x^2-3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đường cong là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a>0$, $d=-3$ và hàm số có ba cực trị suy ra $ab<0 \Leftrightarrow b<0$.

Câu 4: Hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ có đạo hàm là

A. $y'=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **B.** $y'=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **C.** $y'=x.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$. **D.** $y'=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

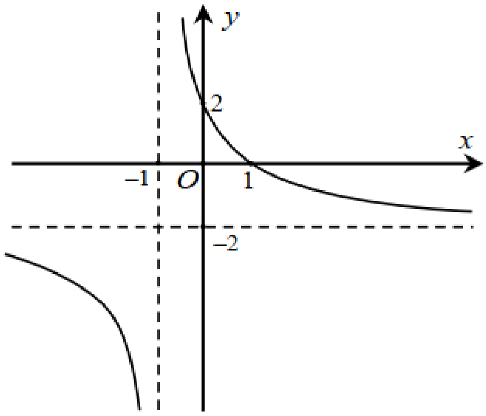
.

Lời giải

Với $a>0, a\neq 1$ ta có: $\left(a^x\right)'=a^x\ln a, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $y'=\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)'=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln\left(2^{-1}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y=\frac{2-2x}{x+1}$. **B.** $y=x^4+2x^2+2$. **C.** $y=\frac{-2x+1}{x+2}$. **D.** $y=2x^3-x+1$.

Lời giải

Đây là độ thị của hàm nhất biến nên loại đáp án **B** và **D.**

Từ đồ thị suy ra: Tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

Loại đáp án **C.**

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ trên $[-1;2]$ là

A. 29. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\frac{13}{4}$.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên [-1; 2]

Ta có $y'=-4x^3+6x=-2x\left(2x^2-3\right)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;\,2]\\ x=\frac{\sqrt{6}}{2}\in[-1;\,2]\\ x=-\frac{\sqrt{6}}{2}\notin[-1;\,2]\end{array}\right.$

Vì $y(0)=1;\ y\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{13}{4};\ y(2)=-3;\ y(-1)=3$ nên $\max\limits_{[-1;\,2]}y=\frac{13}{4}$

Câu 7: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{9}{5}}.\sqrt[5]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{8}{5}}$. **B.** $x^{\frac{11}{5}}$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^2$.

Lời giải

Với $x > 0$, ta có $P = x^{\frac{9}{5}}.\sqrt[5]{x} = x^{\frac{9}{5}}.x^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{9}{5}+\frac{1}{5}} = x^2$

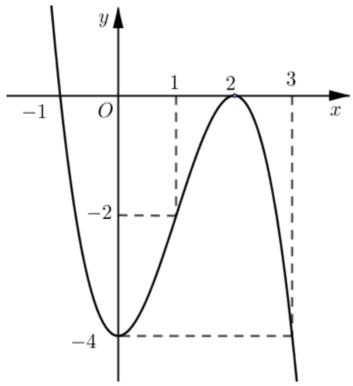
Câu 8: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(7a) - \log(2a)$ bằng

A. $\frac{\log(7a)}{\log(2a)}$. **B.** $\log\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{\log 7}{\log 2}$. **D.** $\log(5a)$.

Lời giải

Với $a > 0$, ta có: $\log(7a) - \log(2a) = \log\frac{7a}{2a} = \log\frac{7}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y = f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty;-1)$. Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \log_{2022} x$. Khi đó $f'(2)$ bằng

A. $\frac{1}{2022}$. **B.** $\frac{1}{2022\ln 2}$. **C.** $\frac{1}{2\ln 2022}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x\ln a}$ ta được $f'(2) = \frac{1}{2\ln 2022}$.

Vậy $f'(2) = \frac{1}{2\ln 2022}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \log_7(x-1)$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_7(x-1)$ xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_7\left(x-1\right)$ là $D=\left(1;+\infty\right)$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<3^3$ là

A. $\left(4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;4\right)$. **C.** $\left(-4;4\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-13}<3^3 \Leftrightarrow x^2-13<3 \Leftrightarrow x^2-16<0 \Leftrightarrow -4<x<4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-4;4\right)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$ là

A. $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Ta có: $2^{x-1}=8 \Leftrightarrow 2^{x-1}=2^3 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=4$.

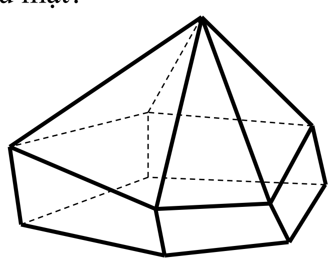
Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=65$. **B.** $x=63$. **C.** $x=80$. **D.** $x=82$.

Lời giải

Ta có: $\log_4\left(x-1\right)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=65$.

Câu 15: Hình đa diện bên dưới có bao nhiêu mặt?



A. 12. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 11.

Lời giải

Hình đa diện đã cho có 11 mặt.

Câu 16: Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Ta có $V=B.h=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 17: Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối nón $\left(N\right)$. Thể tích V của khối nón $\left(N\right)$ bằng

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **B.** $V=\pi R^2h$. **C.** $V=\pi R^2l$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2l$.

Lời giải

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$.

Câu 18: Cho hình nón có thể tích $V=36\pi a^3$ và bán kính đáy bằng 3a.Tính độ dài đường cao h của hình nón đã cho.

A. $4a$. **B.** $12a$. **C.** $5a$. **D.** a.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h \Leftrightarrow 36\pi a^3=\frac{1}{3}\pi(3a)^2 h \Leftrightarrow h=12a$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ có bán kính đáy $r=7$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 21π. **B.** 49π. **C.** 147π. **D.** 42π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S=2\pi rl=2\pi.7.3=42\pi$.

Câu 20: Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích khối cầu đã cho là

A. 16π. **B.** 32π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích khối cầu bán kính $r=2$ là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}.\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=\frac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^2-2x$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+3x$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+8$ đạt cực trị tại $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5$.

A. $m=3$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3x^2+6x-m$.

Hàm số có đạt cực trị tại $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5$ khi phương trình $y'=3x^2+6x-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}9+3m>0\\ x_1^2+x_2^2=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-3\\ (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-3\\ 4-2.\left(-\frac{m}{3}\right)=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-3\\ m=\frac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.$$

Vậy $m=\frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=0$. **B.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=25$. **C.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=15$. **D.** $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=-10$.

Lời giải

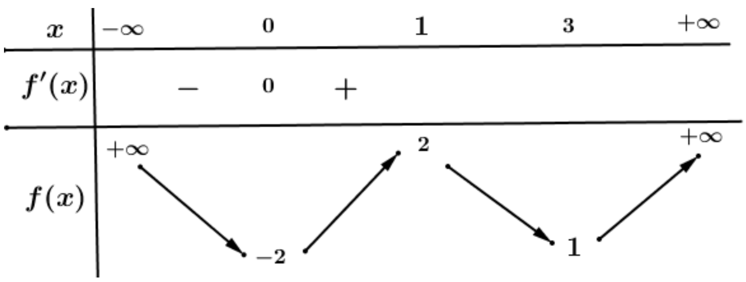
Hàm số liên tục trên $[-4;4]$. Ta có: $f'(x)=3x^2-6x-9$;

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\in[-4;4] \\ x=3\in[-4;4] \end{array}\right.$.

Ta có: $f(-4)=-66$; $f(-1)=15$; $f(3)=-17$; $f(4)=-10$.

Vậy $\max\limits_{[-4;4]} f(x)=f(-1)=15$.

Câu 24: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

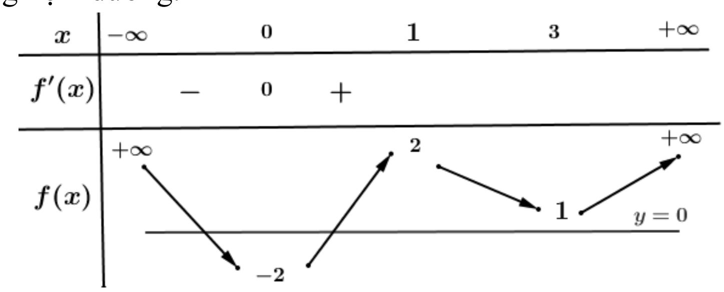


Số nghiệm thực dương của phương trình $f(x)=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Vẽ đường thẳng $y=0$ ta thấy cắt đồ thị tại đúng một điểm có hoành độ dương. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm dương.



.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 3\}$. Ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{x^2-9}=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to -3^+} y=\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x-3}{x^2-9}=+\infty \Rightarrow x=-3$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x-3}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{6}$; $\lim\limits_{x\to 3^-} y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-3}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{6}$.

$\Rightarrow x=3$ không là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang và 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 26: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[3]{x^5}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{x^2}$. **B.** $y'=\dfrac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$. **C.** $y'=\dfrac{5}{3}\sqrt{x}$. **D.** $y'=5\sqrt[3]{x}$.

Lời giải

Trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có $y=\sqrt[3]{x^5}=x^{\frac{5}{3}}$, khi đó $y'=\left(x^{\frac{5}{3}}\right)'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}=\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$.

Câu 27: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_{\sqrt{2}} b=5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^2b^3=32$. **B.** $a^3b^2=32$. **C.** $ab^2=-32$. **D.** $a^2b^2=-32$.

Lời giải

Với mọi a,b dương ta có $\log_2 a^3+\log_{\sqrt{2}} b=5 \Leftrightarrow \log_2 a^3+2.\log_2 b=5$

$\Leftrightarrow \log_2 a^3+\log_2 b^2=5 \Leftrightarrow \log_2\left(a^3b^2\right)=5 \Leftrightarrow a^3b^2=2^5 \Leftrightarrow a^3b^2=32$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $f'(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **B.** $f'(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\lg 2$.

C. $f'(x)=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln 2$. **D.** $f'(x)=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\lg 2$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow f'(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln(2)^{-1}=-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln(2)$.

Câu 29: Tập xác định D của hàm số $y=\log_5\left(x^2+3x+2\right)$ là

A. $D=(-\infty;-2)\cup(-1:+\infty)$. **B.** $D=(-1;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-2]\cup[-1;+\infty)$. **D.** $D=(-2;-1)$.

Lời giải

Hàm số $y=\log_5\left(x^2+3x+2\right)$ xác định khi: $x^2+3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>-1 \\ x<-2 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D=(-\infty;-2)\cup(-1:+\infty)$.

Câu 30: Phương trình $9^x-5.3^x+6=0$ có tổng các nghiệm là:

A. $\log_3 6$. **B.** $\log_3\frac{2}{3}$. **C.** $\log_3\frac{2}{3}$. **D.** $-\log_3 6$.

Lời giải

Xét phương trình: $9^x-5.3^x+6=0$

Đặt $t=3^x,(t>0)$ thì phương trình trở thành $t^2-5.t+6=0$.

Phương trình $t^2-5.t+6=0$ có $\Delta=1>0$.

Theo định lý Vi-ét: $t_1.t_2=3^{x_1}.3^{x_2}=6 \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2}=6 \Leftrightarrow x_1+x_2=\log_3 6$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$ nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x-1>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$

Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1 \Leftrightarrow 2\log_2(x-1)-\log_2(x+1)=1$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)=\log_2(x+1)+\log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2=\log_2\left[2(x+1)\right]$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=2x+2 \Leftrightarrow x^2-4x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{5}\,(L) \\ x=2+\sqrt{5} \end{array}\right.$.

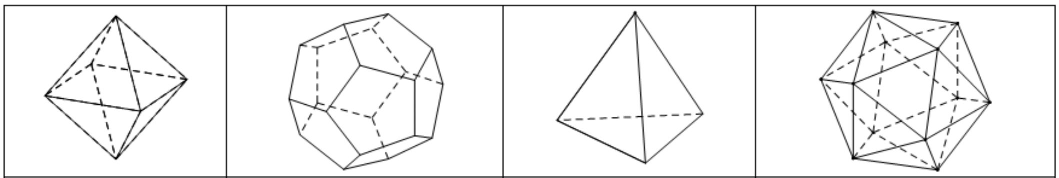
Tập nghiệm phương trình là $S=\left\{2+\sqrt{5}\right\}$.

Câu 32: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối mười hai mặt đều.

C. Khối tứ diện đều. **D.** Khối hai mươi mặt đều.

Lời giải



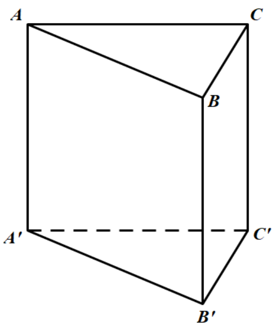
Khối bát diện đều	Khối mười hai mặt đều	Khối tứ diện đều	Khối hai mươi mặt đều

Khối mười hai mặt đều có các mặt không phải là tam giác đều

Câu 33: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

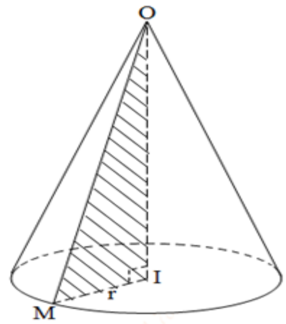


Ta có $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2.a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 34: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và chiều cao bằng $2\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải



Theo đề bài ta có góc ở đỉnh bằng $60°$ suy ra $MOI = 30°$ và chiều cao $OI = 2$.

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là: $l = OM = \dfrac{OI}{\cos 30°} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 4$.

Câu 35: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Tồn tại hình chóp có số cạnh gấp đôi số mặt.
B. Tồn tại hình lăng trụ có số cạnh gấp đôi số mặt.
C. Tồn tại hình lăng trụ có số cạnh bằng số mặt.
D. Tồn tại hình chóp có số cạnh bằng số mặt.

Lời giải

Với n là số nguyên dương lớn hơn hoặc bằng 3.

Hình chóp $n-$ giác có $2n$ cạnh và $(n+1)$ mặt.

Xét đáp án **A**: $2n = 2(n+1) \Leftrightarrow 0 = 1$ (vô lý), vì thế không tồn tại hình chóp có số cạnh gấp đôi số mặt.

Xét đáp án **D**: $2n = n+1 \Leftrightarrow n = 1 < 3$ nên không tồn tại hình chóp có số cạnh bằng số mặt.

Hình lăng trụ $n-$ giác có $3n$ cạnh và $(n+2)$ mặt.

Xét đáp án **C**: $3n = n+2 \Leftrightarrow n = 1 < 3$, vì thế không tồn tại hình lăng trụ có số cạnh bằng số mặt.

Xét đáp án **B**: $3n = 2(n+2) \Leftrightarrow n = 4$. Vậy tồn tại hình lăng trụ tứ giác có số cạnh gấp đôi số mặt.

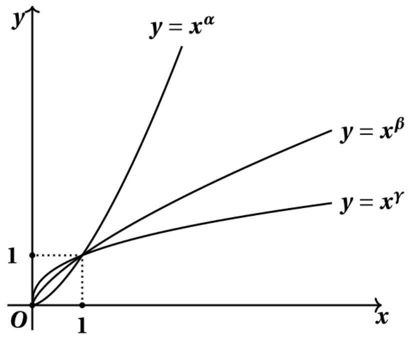
Câu 36: Một mặt cầu (S) có diện tích bằng $16\pi a^2$. Thể tích của khối cầu (S) tương ứng là

A. $\dfrac{32}{3}\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 2a$. Vậy thể tích mặt cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi(2a)^3 = \dfrac{32}{3}\pi a^3$.

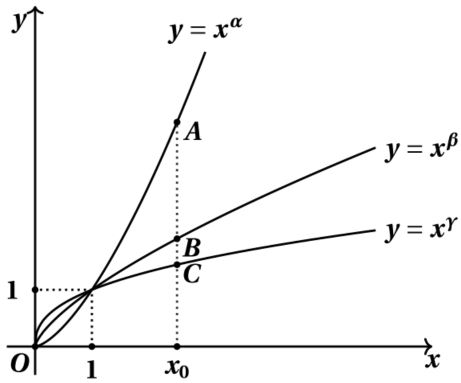
Câu 37: Cho ba hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ và $y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $\alpha > \beta > \gamma$. **B.** $\alpha > \gamma > \beta$. **C.** $\alpha < \beta < \gamma$. **D.** $\alpha < \gamma < \beta$.

Lời giải

Chọn một giá trị $x_0 > 1$, đường thẳng $x = x_0$ cắt ba đồ thị hàm số lần lượt tại A, B, C như hình vẽ.



Khi đó tung độ của các điểm A, B, C lần lượt là $x_0^{\alpha}, x_0^{\beta}, x_0^{\gamma}$.

Từ vị trí của A, B, C ta có $x_0^{\alpha} > x_0^{\beta} > x_0^{\gamma}$, suy ra $\alpha > \beta > \gamma$.

Câu 38: Giá trị của biểu thức $S = \log_a 2023 + \log_{\sqrt{a}} 2023 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2023 + ... + \log_{\sqrt[2022]{a}} 2023$ $(a > 0; a \neq 1)$ là:

A. $1011.2022.\log_a 2023$. **B.** $1012.2024.\log_a 2023$.

C. $1012.2022.\log_a 2023$. **D.** $1011.2023.\log_a 2023$.

Lời giải

Ta có: $\mathrm{S} = \log_a 2023 + \log_{\sqrt{a}} 2023 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2023 + ... + \log_{\sqrt[2022]{a}} 2023$ (*)

Ta có $\log_{\sqrt[n]{a}} 2023 = n.\log_a 2023, \forall n$. Suy ra

$$S = (1 + 2 + ... + 2022).\log_a 2023 = \frac{2022.2023}{2}.\log_a 2023 = 1011.2023.\log_a 2023$$

Câu 39: Cho các số thực dương a, b, c (với a, c khác 1) thỏa mãn các điều kiện $\log_a\left(ac^2\right) = \log_c\left(b^3c\right)$ và $2\log_a c + \log_c b = 8$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a b + \log_c\left(ab^2\right)$.

A. $\frac{31}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{29}{3}$. **D.** $\frac{28}{3}$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} \log_a\left(ac^2\right) = \log_c\left(b^3c\right) \\ 2\log_a c + \log_c b = 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}1+2\log_a c=1+3\log_c b\\ 2\log_a c+\log_c b=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2\log_a c-3\log_c b=0\\ 2\log_a c+\log_c b=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_a c=3\\ \log_c b=2\end{cases}$.

Khi đó $P=\log_a b+\log_c\left(ab^2\right)=\log_a c\log_c b+\log_c a+2\log_c b=2.3+\frac{1}{3}+2.2=\frac{31}{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình $\frac{2^x-m}{\sqrt{\log_3^2 x-2\log_3 x}}=0$ có nghiệm.

A. 1510. **B.** 1513. **C.** 1512. **D.** 1509.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\ \log_3^2 x-2\log_3 x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}\log_3 x>2\\ \log_3 x<0\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x>9\\ x<1\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<1\\ x>9\end{array}\right.$.

Ta có: $\frac{2^x-m}{\sqrt{\log_3^2 x-2\log_3 x}}=0 \Leftrightarrow 2^x-m=0 \Leftrightarrow 2^x=m$.

Do $\left[\begin{array}{l}0<x<1\\ x>9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^0<2^x<2^1\\ 2^x>2^9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1<2^x<2\\ 2^x>512\end{array}\right.$ nên phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}1<m<2\\ m>512\end{array}\right.$. Mà m nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$ nên $m\in\{513,514,...2022\}$.

Vậy ta có $2022-513+1=1510$ giá trị của m thoả mãn.

Câu 41: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}$ chứa mấy số nguyên.

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Điều kiện: $x^2-3x-10\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le -2\\ x\ge 5\end{array}\right.(*)$

Ta có: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x} \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x^2-3x-10}}>3^{2-x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10}<x-2 \Leftrightarrow \begin{cases}x-2>0\\ x^2-3x-10<(x-2)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>2\\ x<14\end{cases}$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ $\Leftrightarrow$ $5\le x<14$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình chứa 9 số nguyên.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ có điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O. Tích tất cả các giá trị của tập S bằng

A. -1. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + m^2 - 1 = 0 \ (1)$

Để hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt, nên $\Delta' = m^2 > 0$ suy ra $m \neq 0$.

Dễ thấy (1) có hai nghiệm $x_1 = 1 - m$ và $x_2 = 1 + m$ nên $A\left(1-m; -2-2m^3\right)$ và $B\left(1+m; -2+2m^3\right)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

Tam giác OAB vuông ở $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow (1-m)(1+m) + \left(-2-2m^3\right)\left(-2+2m^3\right) = 0$

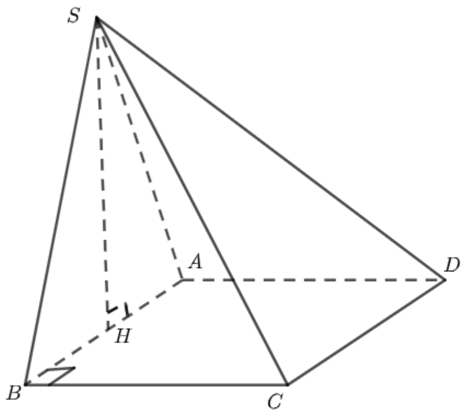
$\Leftrightarrow 1 - m^2 + 4\left(1-m^6\right) = 0 \Leftrightarrow \left(1-m^2\right)\left(4m^4 + 4m + 5\right) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Do đó tích các giá trị thỏa mãn của m bằng -1.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a\sqrt{3}$; $AD = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là

A. $4\sqrt{3}a^3$.. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.. **C.** $4a^3$.. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra SH là đường cao của tam giác SAB $\Rightarrow SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Vì tam giác ABC đều cạnh $2a\sqrt{3}$ nên $SH = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3a.$

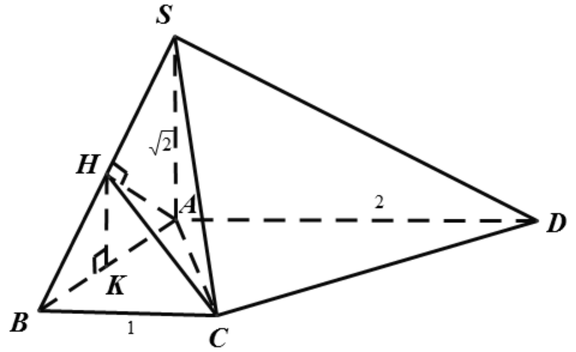
Diên tích tam giác ABD: $S_{\Delta ABD} = \dfrac{1}{2}AB.AD = \dfrac{1}{2}.2a\sqrt{3}.2a = 2a^2\sqrt{3}.$

Thể tích khối chóp $S.ABD$: $V_{S.ABD} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABD}.SH = \dfrac{1}{3}.2a^2\sqrt{3}.3a = 2\sqrt{3}a^3$..

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BA = BC = 1$, $AD = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Thể tích của khối đa diện $SAHCD$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}\frac{(BC+AD)AB}{2}.SA=\frac{1}{3}.\frac{(1+2).1}{2}.\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Kẻ $HK\,//\,SA\ \ (K\in AB)\Rightarrow HK\perp(ABC)$.

Ta có $\Delta KBH\sim\Delta ABS\Rightarrow\frac{HK}{SA}=\frac{BH}{BS}$

$\Leftrightarrow\frac{HK}{SA}=\frac{BH.BS}{BS.BS}=\frac{AB^2}{BS^2}=\frac{1^2}{\left(\sqrt{1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}\right)^2}=\frac{1}{3}\Rightarrow HK=\frac{SA}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Khi đó $V_{H.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.HK=\frac{1}{3}\frac{BA.BC}{2}HK=\frac{1}{3}.\frac{1.1}{2}.\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Suy ra thể tích đa diện cần tính: $V_{SAHCD}=V_{S.ABCD}-V_{H.ABC}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{18}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

Câu 45: Số nghiệm thực của phương trình $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}=4$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện $x\neq 0$.

Trường hợp 1: $x>0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô sy ta có: $x+\frac{1}{4x}\geq 1$, dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{1}{2}$.

$\frac{x}{4}+\frac{1}{x}\geq 1$, dấu "=" xảy ra khi $x=2$.

Suy ra $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}>2^1+2^1=4\quad(1)$.

Trường hợp 2: $x<0\Rightarrow -x>0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô sy ta có:

$(-x)+\frac{1}{4(-x)}\geq 1\Rightarrow x+\frac{1}{4x}\leq -1$, dấu "=" xảy ra khi $x=-\frac{1}{2}$.

$\frac{-x}{4}+\frac{1}{-x}\geq 1\Rightarrow\frac{x}{4}+\frac{1}{x}\leq -1$, dấu "=" xảy ra khi $x=-2$.

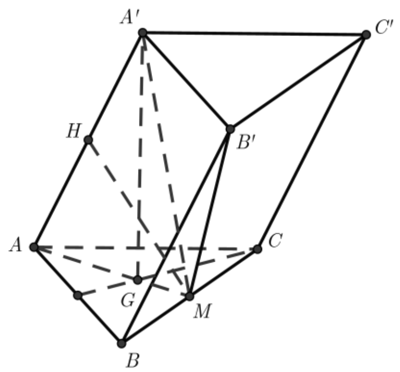
Suy ra $2^{x+\frac{1}{4x}}+2^{\frac{x}{4}+\frac{1}{x}}<2^{-1}+2^{-1}=1<4\quad(2)$.

Từ $(1),(2)$ suy ra phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải



M là trung điểm của BC thì $BC\perp(AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì
$MH\perp A'A$ và $HM\perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC.

Ta có $HM.A'A=A'G.AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{3}.A'A=\frac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2-\frac{a^2}{3}}$

$\Leftrightarrow 4A'A^2=9\left(A'A^2-\frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow 5A'A^2=3a^2 \Leftrightarrow A'A^2=\frac{3a^2}{5} \Leftrightarrow A'A=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

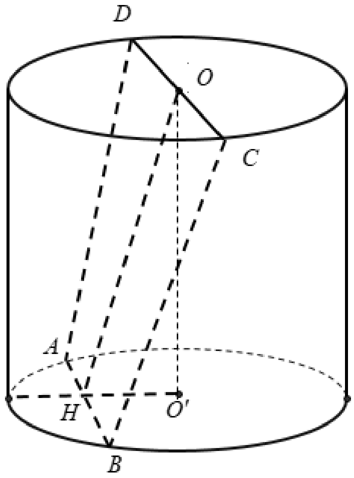
Đường cao của lăng trụ là $A'G=\sqrt{\frac{3a^2}{5}-\frac{3a^2}{9}}=\frac{2a\sqrt{15}}{15}$.

Thể tích $V=\frac{2a\sqrt{15}}{15}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4}=\frac{a^3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 47: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O', chiều cao $h=a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30°, cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Ta có góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và OO' là góc $HOO' = 30°$, $OO' = a\sqrt{3}$.

$$\cos HOO' = \frac{OO'}{OH} \Rightarrow OH = \frac{OO'}{\cos 30°} = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2a$$

Ta có $CD = 2r \Rightarrow AB = r$

Theo giả thiết diện tích hình thang $ABCD$ bằng $3a^2$ nên ta có:

$$(AB + CD)\frac{OH}{2} = 3a^2 \Leftrightarrow 3r.\frac{2a}{2} = 3a^2 \Leftrightarrow r = a$$

Vậy thể tích khối trụ bằng $V = \pi a^2.a\sqrt{3} = \pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f(5-2x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y	-1	↗	2	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm $g(x) = \left|2f(x^2 - 4x + 3) - m\right|$ có giá trị lớn nhất?

A. 5. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Vẽ lại bảng biến thiên $f(x)$:

x	-1		1		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$y = f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	2	↘	-1

Đặt $x^2 - 4x + 3 = t\,(t \geq -1)$

$\Rightarrow$ Hàm số trở thành: $y = \left|2f(t) - m\right|$, với $t \in [-1;+\infty)$

Do $t \in [-1;+\infty) \Rightarrow f(t) \in (-1;4] \Rightarrow 2f(t) - m \in (-2-m;8-m]$

Để hàm số $y=\left|2f(t)-m\right|$ có GTLN $\Leftrightarrow \begin{cases} 8-m>0 \\ \left|-2-m\right|\le 8-m \end{cases} \Rightarrow m\le 2$

Câu 49: Một anh sinh viên T nhập học đại học vào tháng 8 năm 2020. Bắt đầu từ tháng 9 năm 2020, cứ vào ngày mồng một hàng tháng anh vay ngân hàng 3 triệu đồng với lãi suất cố định $0,8\%$ /tháng. Lãi tháng trước được cộng vào số nợ để tiếp tục tính lãi cho tháng tiếp theo (lãi kép). Vào ngày mồng một hàng tháng kể từ tháng 9 năm 2022 về sau anh không vay ngân hàng nữa và anh còn trả được cho ngân hàng 2 triệu đồng do việc làm thêm. Hỏi vào ngày anh ra trường $(30/6/2024)$, số tiền anh nợ ngân hàng gần nhất với số nào sau đây?

A. 49.024.000 đồng **B.** 46.640.000 đồng **C.** 47.024.000 đồng **D.** 45.401.000 đồng

Lời giải

Anh sinh viên vay hàng tháng $a=3$ triệu đồng từ tháng $9\ /\ 2020$ đến hết tháng $8/2022$, tổng cộng 24 tháng.

Cuối tháng thứ 1: $T_1=a+ar=a(1+r)$

Cuối tháng thứ 2: $T_2=T_1+a+(T_1+a).r=a.(1+r)^2+a.(1+r)$

….

Cuối tháng n: $T_n=a.(1+r)^n+a.(1+r)^{n-1}+...+a.(1+r)$

Suy ra $T_n=a.(1+r).\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$

Vậy tổng số tiền vay đến cuối tháng $8/2022$ là $T_{24}=3.(1+0,8\%).\dfrac{(1+0,8\%)^{24}-1}{0,8\%}=79,662$ triệu.

Tính từ cuối tháng $8/2022$ anh sinh viên T thiếu ngân hàng $A=79,662$ và bắt đầu trả đầu hàng tháng $m=2$ triệu từ $9/2022$ đến $6/2024$, tổng cộng được 22 tháng

Đầu tháng $9/2022$: còn nợ $A-m=79,662-2=77,662$ triệu

Cuối tháng $9/2022$: tiền nợ có lãi đến cuối tháng: $T_1=77,662(r+1)$

Đầu tháng $10/2022$ sau khi trả nợ m thì còn nợ $77,662(r+1)-m$

Cuối tháng $10/2022$: còn nợ $T_2=\left[(77,662)(r+1)-m\right](1+r)=77,662(1+r)^2-m(1+r)$

Cuối tháng $11/2022$: còn nợ $T_3=77,662(1+r)^3-m(1+r)^2-m(1+r)$

….

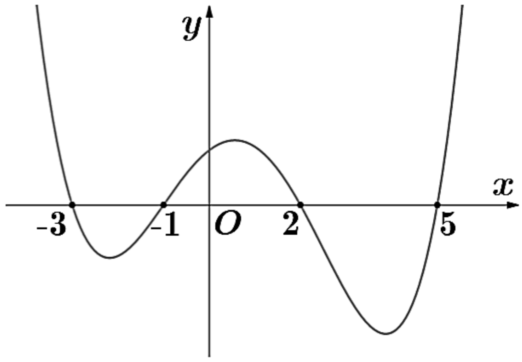
Cuối tháng $6/2024$ còn nợ:

$T_{22}=77,662(1+r)^{22}-m(1+r)^{21}-m(1+r)^{20}-...-m(1+r)$

$=77,662(1+r)^{22}-m.(1+r)\dfrac{(1+r)^{21}-1}{r}$

$=77,662.(1+0,8\%)^{22}-2.(1+0,8\%).\dfrac{(1+0,8\%)^{21}-1}{0,8\%}=46,64$ triệu đồng.

Câu 50: Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)$ có đúng ba điểm cực đại?

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $g'(x)=f'\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)\dfrac{(3x^2+3)(x^3+3x)}{\left|x^3+3x\right|}$

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+3x\right|+m-2m^2=-3\\\left|x^3+3x\right|+m-2m^2=-1\\\left|x^3+3x\right|+m-2m^2=2\\\left|x^3+3x\right|+m-2m^2=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+3x\right|=2m^2-m-3\\\left|x^3+3x\right|=2m^2-m-1\\\left|x^3+3x\right|=2m^2-m+2\\\left|x^3+3x\right|=2m^2-m+5\end{array}\right.(*)$ và $g'(x)$ không xác định tại $x=0$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ nên để hàm số $g(x)$ có ba điểm cực đại khi và chỉ khi hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị.

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x$, ta có $h'(x)=3x^2+3>0,\forall x$ nên $h(x)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Khi đó, ta có được bảng biến của hàm số $y=\left|h(x)\right|=\left|x^3+3x\right|$ như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\left|h(x)\right|$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

Để hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị thì $(*)$ phải có 6 nghiệm phân biệt:

$\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-m-1>0\\2m^2-m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.\\-1\le m\le 3\end{cases}$, mà m là số nguyên nên $m\in\{-1;2;3\}$.

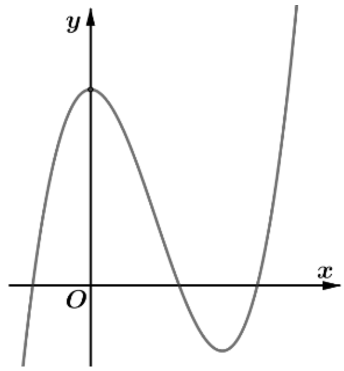
ĐỀ SỐ 03 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Câu 2: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+4x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+4$ **C.** $y=-x^4+2x^2+10$ **D.** $y=x^4-9x^2+1$.

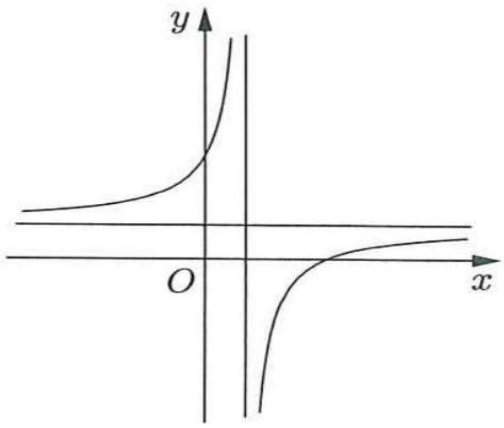
Câu 3: Hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-22x$ trên đoạn $[5;22]$ bằng

A. 15. **B.** 17. **C.** 22. **D.** 37.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây **không** là hàm số lũy thừa?

A. $y=\dfrac{1}{x^4}$. **B.** $y=x^{-\sqrt{2}}$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=x^{\pi}$.

Câu 8: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.
B. $\log_a\frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$.
C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.
D. $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 9: Cho a,b là hai số thực dương tùy ý và $b\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\ln a+\ln b=\ln(a+b)$.
B. $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$.
C. $\ln a-\ln b=\ln(a-b)$.
D. $\log_b a=\frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3(x^2-4x+3)$.

A. $D=(1;3)$.
B. $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.
C. $D=(-\infty;2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2};+\infty)$.
D. $D=(2-\sqrt{2};1)\cup(3;2+\sqrt{2})$.

Câu 11: Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x}.\ln 2$.
B. $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.
C. $(x^2-x).2^{x^2-x-1}$.
D. $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Câu 12: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+x+3)=1$ là

A. $S=\{-1;0\}$.
B. $S=\{0;1\}$.
C. $S=\{0\}$.
D. $S=\{-1\}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=8$.
B. $x=10$.
C. $x=7$.
D. $x=9$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x>2$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$.
B. $(\log_5 2;+\infty)$.
C. $(-\infty;\log_2 5)$.
D. $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 15: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8 cạnh.
B. 6 cạnh.
C. 12 cạnh.
D. 20 cạnh.

Câu 16: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12a^3$.
B. $4a^3$.
C. $3a^3$.
D. $6a^3$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=4\pi rl$.
B. $S_{xq}=2\pi rl$.
C. $S_{xq}=3\pi rl$.
D. $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=4\pi rl$.
B. $S_{xq}=\pi rl$.
C. $S_{xq}=3\pi rl$.
D. $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{tp}=\pi rl+\pi l^2$. **B.** $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **C.** $S_{tp}=\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $S_{tp}=2\pi rl+2\pi r^2$.

Câu 20: Cho khối cầu có bán kính r. Thể tích V của khối cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{3}{4}\pi r^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $V=\frac{3}{4}\pi^3 r$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi^3 r$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+2022$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2022;+\infty)$. **B.** $(2022;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2022)$. **D.** $(-\infty;2022)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 23: Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=x^4-8x^2+13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau?

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in R)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 1 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 25: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 26: Cho a là số thực dương. Rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{4}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{m}{n}}$ với $\frac{m}{n}$ tối giản, $n>0$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 5. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 6.

Câu 27: Cho hàm số $y=e^3x+e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\ln 3$. **D.** $x=\ln 2$.

Câu 28: Đạo hàm cấp hai y'' của hàm số $y=\ln(3x+2)$ là

A. $y''=3\ln^2(3x+2)$. **B.** $y''=\frac{-9}{3x+2}$. **C.** $y''=\frac{3}{(3x+2)^2}$. **D.** $y''=\frac{-9}{(3x+2)^2}$.

Câu 29: Hàm số $y=\log\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m>0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **D.** $m=0$.

Câu 30: Số nghiệm thực của phương trình $\dfrac{x^2+5x-8}{\ln(x-1)}=0$ là?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1}-5.2^x+2=0$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 0.

Câu 32: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 34: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$ và chiều cao bằng $\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 35: Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\dfrac{64}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{128}{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{256}{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left(x^2-2x+m+2\right)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 4045. **D.** 4044.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)=2022-\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)$. Tính tổng $S=f'(1)+f'(3)+...+f'(2023)$.

A. $S=\dfrac{2024}{2025}$. **B.** $S=\dfrac{2026}{2025}$. **C.** $S=\dfrac{2024}{2023}$. **D.** $S=\dfrac{2022}{2023}$.

Câu 38: Biết phương trình $9^{\log_4 x}-12.3^{\log_4 x}+3^{\log_2 8}=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 90. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 272.

Câu 39: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2.2^{2x}+9(x+2).2^x+8x^2\le(x+2).2^{2x}+9x^2.2^x+8x+16$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[0;2]$. **B.** $[-1;0]\cup[2;3]$. **C.** $[0;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-1;0)\cup(2;3]$.

Câu 41: Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 4 . **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** 8 .

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$, khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{30}}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}a^3}{6}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60^0. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB,SC. Thể tích khối chóp $S.ADNM$ là:

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 45: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60^o. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-6		0		2		8		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	−	0	+	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f\left(x^3+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Câu 47: Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB=25$m, chiều rộng $AD=20$m được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M,N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN, biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được 15m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30m. Tính thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C.

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{10+2\sqrt{725}}{30}$. **C.** $\dfrac{20+\sqrt{725}}{30}$. **D.** 5 .

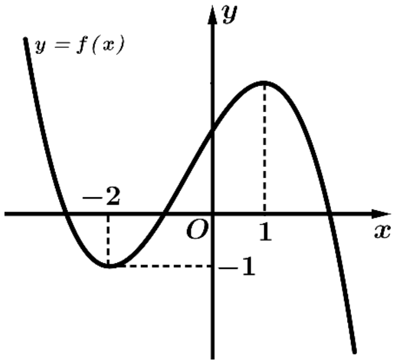
Câu 48: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(x^2-2mx-m^2+m+1\right)^{\frac{1}{2022}}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 0 . **B.** 2 . **C.** 1. **D.** 3 .

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021 để phương trình $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x$ có nghiệm thực không âm?

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của tham số m để đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\left|f^2\left(x\right)+3f\left(x\right)+m\right|$ có số điểm cực trị ít nhất. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $m_0\in\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $m_0\in\left(2;3\right)$. **C.** $m_0\in\left(3;+\infty\right)$. **D.** $m_0\in\left(-2;2\right)$.

-----------------------**HẾT**-----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.A	5.B	6.C	7.C	8.B	9.D	10.B
11.B	12.A	13.D	14.B	15.C	16.A	17.B	18.B	19.B	20.B
21.A	22.B	23.A	24.A	25.C	26.C	27.A	28.D	29.A	30.D
31.D	32.D	33.D	34.A	35.C	36.A	37.A	38.D	39.D	40.B
41.B	42.B	43.C	44.A	45.C	46.B	47.A	48.C	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

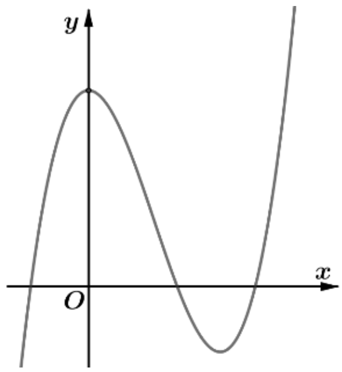
Câu 1: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Lời giải

Ta có: $y=-x^3-3x \Rightarrow y'=-3x^2-3<0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Nên ta chọn phương án **C**.

Câu 2: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+4x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+4$ **C.** $y=-x^4+2x^2+10$ **D.** $y=x^4-9x^2+1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án C và D; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án B.

Câu 3: Hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Có $y'=\dfrac{5}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-22x$ trên đoạn $[5;22]$ bằng

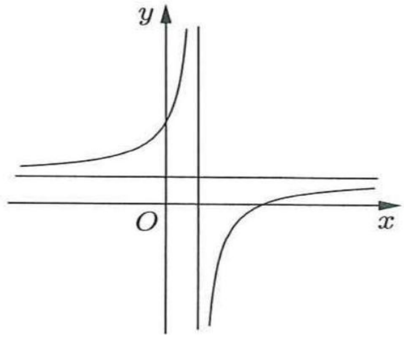
A. 15. **B.** 17. **C.** 22. **D.** 37.

Lời giải

Trên đoạn $[5;22]$, ta có: $y'=3x^2-22 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{\dfrac{22}{3}}\notin[5;22] \\ x=\sqrt{\dfrac{22}{3}}\notin[5;22] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(5)=15; y(22)=10164$. Vậy $y_{\min}=15$.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Lời giải

Đồ thị hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ và hàm số đồng biến trên tập xác định.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+2}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+2}{x-1}=-\infty$

Nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây **không** là hàm số lũy thừa?

A. $y=\dfrac{1}{x^4}$. **B.** $y=x^{-\sqrt{2}}$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=x^{\pi}$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa của hàm số lũy thừa: Hàm số $y=x^{\alpha}\ (\alpha\in\mathbb{R})$ được gọi là hàm số lũy thừa.

Các hàm số ở mỗi phương án **A**, **B**, **D** đều là hàm số lũy thừa.

Vậy hàm số ở phương án C không là hàm số lũy thừa.

Câu 8: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$. **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Lời giải

Theo các tính chất logarit thì các phương án **A**, **C** và **D** đều đúng.

Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$. Ta có: $\log_a\dfrac{1}{x}=\log_a x^{-1}\neq\dfrac{1}{\log_a x}$.

Vậy phương án **B** sai.

Câu 9: Cho a,b là hai số thực dương tùy ý và $b\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\ln a+\ln b=\ln(a+b)$. **B.** $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$.

C. $\ln a - \ln b = \ln(a-b)$. **D.** $\log_b a = \dfrac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Dựa vào tích chất của logarit chỉ có khẳng định đúng là $\log_b a = \dfrac{\ln a}{\ln b}$ nên ta chọn phương án D

.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

A. $D = (1;3)$. **B.** $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

C. $D = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right.$. Nên tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.

Câu 11: Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x}.\ln 2$. **B.** $(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$. **C.** $\left(x^2-x\right).2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x-1).2^{x^2-x}$.

Lời giải

Ta có $y' = \left(x^2-x\right)' 2^{x^2-x}\ln 2 = (2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 12: Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+x+3\right) = 1$ là

A. $S = \{-1;0\}$. **B.** $S = \{0;1\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \{-1\}$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương $x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1;0\}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 8$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 9$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 9$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > 2$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(\log_5 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $5^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_5 2$. Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(\log_5 2;+\infty)$.

Câu 15: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8 cạnh. **B.** 6 cạnh. **C.** 12 cạnh. **D.** 20 cạnh.

Lời giải

Hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 16: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=12a^3$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=4\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=3\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=4\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=3\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{tp}=\pi rl+\pi l^2$. **B.** $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **C.** $S_{tp}=\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $S_{tp}=2\pi rl+2\pi r^2$.

Lời giải

Diện tích toàn phần S_{tp} của hình nón đã cho là $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$.

Câu 20: Cho khối cầu có bán kính r. Thể tích V của khối cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{3}{4}\pi r^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $V=\frac{3}{4}\pi^3 r$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi^3 r$.

Lời giải

Thể tích V của khối cầu đã cho là $V=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+2022$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2022;+\infty)$. **B.** $(2022;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2022)$. **D.** $(-\infty;2022)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-2022$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2022		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2022;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 23: Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=x^4-8x^2+13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau?

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Hàm số $y=x^4-8x^2+13$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;-1]$.

$y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\in[-4;-1]\\x=0\notin[-4;-1]\\x=2\notin[-4;-1]\end{array}\right.$.

Ta có $f(-4)=141$; $f(-2)=-3$; $f(-1)=6$.

Vậy hàm số $y=x^4-8x^2+13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=-2$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in R)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 1 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=\dfrac{1}{c}>1>0\Rightarrow c>0$.

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-\dfrac{c}{b}=2>0\Rightarrow b<0$.

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{a}{b}=1>0\Rightarrow a<0$.

Vậy $c>0$ và $a<0, b<0$.

Câu 25: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $x^2-16=0 \Leftrightarrow x=\pm 4$.

$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{5}{8}$.

$\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

Câu 26: Cho a là số thực dương. Rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{4}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{m}{n}}$ với $\dfrac{m}{n}$ tối giản, $n>0$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 5. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $P=a^{\frac{4}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{4}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{4}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{11}{6}}$.

Khi đó $m=11, n=6$. Suy ra $m+n=17$.

Câu 27: Cho hàm số $y=e^3x+e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\ln 3$. **D.** $x=\ln 2$.

Lời giải

Ta có: $y'=e^3-e^{-x}$ cho $y'=0 \Leftrightarrow e^3-e^{-x}=0 \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 28: Đạo hàm cấp hai y'' của hàm số $y=\ln(3x+2)$ là

A. $y''=3\ln^2(3x+2)$. **B.** $y''=\dfrac{-9}{3x+2}$. **C.** $y''=\dfrac{3}{(3x+2)^2}$. **D.** $y''=\dfrac{-9}{(3x+2)^2}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{3}{3x+2}; y''=-\dfrac{9}{(3x+2)^2}$.

Câu 29: Hàm số $y=\log\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m>0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2-2x+m+1>0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta=(-2)^2-4(m+1)<0 \Leftrightarrow m>0$.

Câu 30: Số nghiệm thực của phương trình $\dfrac{x^2+5x-8}{\ln(x-1)}=0$ là?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x-1>0 \\ \ln(x-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Với điều kiện trên, ta có: $\dfrac{x^2+5x-8}{\ln(x-1)}=0 \Leftrightarrow x^2+5x-8=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{57}}{2}$ kết hợp điều kiện

$\Rightarrow x=\dfrac{-5+\sqrt{57}}{2}$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1}-5.2^x+2=0$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Đặt $2^x=t\ (t>0)$, phương trình trở thành $2t^2-5t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Với, $t=2$ ta có $2^x=2 \Leftrightarrow x=1$.

Với, $t=\dfrac{1}{2}$ ta có $2^x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=-1$.

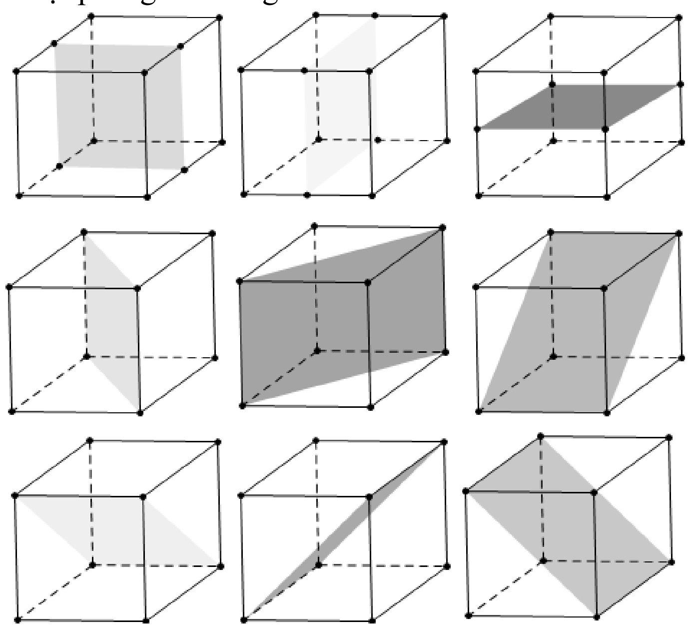
Vậy tổng các nghiệm bằng 0.

Câu 32: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

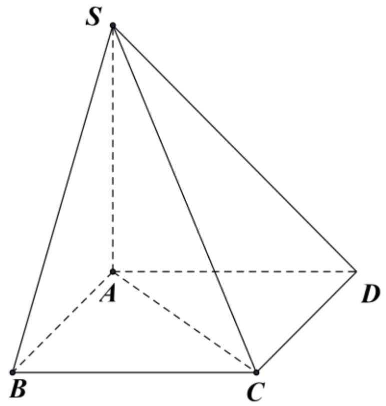
Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.



Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Lời giải



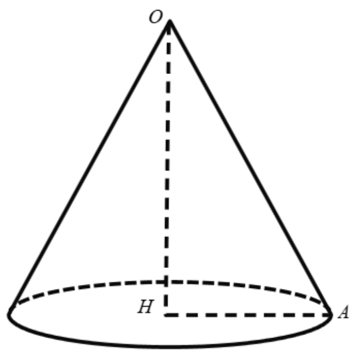
Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a^2.2a = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 34: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$ và chiều cao bằng $\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải



Ta có góc ở đỉnh của hình nón bằng $60°$ nên $HOA = 30°$.

Trong tam giác HAO vuông tại H có $OA = \frac{OH}{\cos 30°} = 2$.

Vậy độ dài đường sinh của hình nón bằng 2.

Câu 35: Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{64}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{128}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{256}{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{32}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Gọi R là bán kính đường tròn. Theo giả thiết, ta có $S = \pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 4a$.

Khi quay miếng bìa hình tròn quanh một trong những đường kính của nó thì ta được một khối cầu. Thể tích khối cầu này là $V = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(4a)^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left(x^2-2x+m+2\right)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 4045. **D.** 4044.

Lời giải

Vì số mũ $\sqrt{2}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định với $\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2-2x+m+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'<0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m-2<0\\ 1>0\end{cases}\Leftrightarrow m>-1.$

Mà $\begin{cases}m\in[-2023;2023]\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\{0;1;2;...;2023\}$.

Vậy có 2023 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)=2022-\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)$. Tính tổng $S=f'(1)+f'(3)+...+f'(2023)$.

A. $S=\dfrac{2024}{2025}$. **B.** $S=\dfrac{2026}{2025}$. **C.** $S=\dfrac{2024}{2023}$. **D.** $S=\dfrac{2022}{2023}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{\left(\dfrac{x+2}{x}\right)'}{\dfrac{x+2}{x}}=\dfrac{2}{x(x+2)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}$.

Suy ra: $f'(1)=\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3}$ và $f'(3)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}$

$f'(2023)=\dfrac{1}{2023}-\dfrac{1}{2025}$.

$\Rightarrow S=f'(1)+f'(3)+...+f'(2023)=1-\dfrac{1}{2025}=\dfrac{2024}{2025}$.

Câu 38: Biết phương trình $9^{\log_4 x}-12.3^{\log_4 x}+3^{\log_2 8}=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. 90. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 272.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $9^{\log_4 x}-12.3^{\log_4 x}+3^{\log_2 8}=0\Leftrightarrow 3^{2\log_4 x}-12.3^{\log_4 x}+3^3=0$ (1).

Đặt $t=3^{\log_4 x}$, $t>0$. $(1)\Rightarrow t^2-12t+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\ t=9\end{array}\right.$.

Với $t=3\Rightarrow 3^{\log_4 x}=3\Leftrightarrow\log_4 x=1\Leftrightarrow x=4$.

Với $t=9\Rightarrow 3^{\log_4 x}=3^2\Leftrightarrow\log_4 x=2\Leftrightarrow x=16$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{4;16\}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=272$.

Câu 39: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Ta có: $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m.2^x + 2m = 0\ (1)$.

Đặt: $t = 2^x\ (t > 0)$.

Phương trình (1) trở thành: $t^2 - 2mt + 2m = 0\ (2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm dương t_1, t_2 phân biệt thỏa mãn

$t_1t_2 = 2^{x_1}2^{x_2} = 2^{x_1+x_2} = 2^3 = 8$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P = 8 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ 2m = 8 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2.2^{2x} + 9(x+2).2^x + 8x^2 \le (x+2).2^{2x} + 9x^2.2^x + 8x + 16$ là

A. $(-\infty;-1] \cup [0;2]$. **B.** $[-1;0] \cup [2;3]$. **C.** $[0;2] \cup [3;+\infty)$. **D.** $[-1;0) \cup (2;3]$.

Lời giải

Ta có $x^2.2^{2x} + 9(x+2).2^x + 8x^2 \le (x+2).2^{2x} + 9x^2.2^x + 8x + 16$

$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2).2^{2x} - 9(x^2 - x - 2).2^x + 8(x^2 - x - 2) \le 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2).(2^{2x} - 9.2^x + 8) \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - x - 2 \ge 0 \\ 2^{2x} - 9.2^x + 8 \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 \le 0 \\ 2^{2x} - 9.2^x + 8 \ge 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 2 \end{array} \right. \\ 1 \le 2^x \le 8 \end{cases} \\ \begin{cases} -1 \le x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} 2^x \le 1 \\ 2^x \ge 8 \end{array} \right. \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 2 \end{array} \right. \\ 0 \le x \le 3 \end{cases} \\ \begin{cases} -1 \le x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 3 \end{array} \right. \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \le x \le 3 \\ -1 \le x \le 0 \end{array} \right..$$

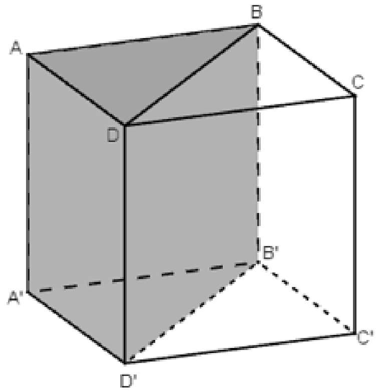
Vậy bất phương trình có tập nghiệm là: $S = [-1;0] \cup [2;3]$.

Câu 41: Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Ta chia khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ đứng: $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$



Ứng với mỗi khối lăng trụ đứng trên, ta có thể chia thành ba khối tứ diện mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương.

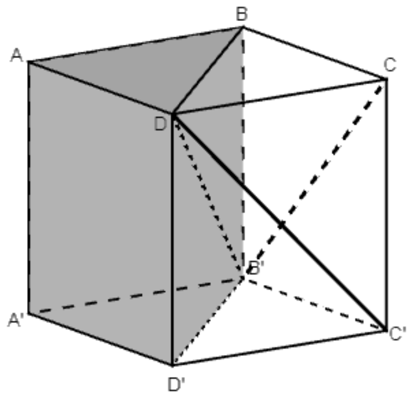
Khối lăng trụ $BCD.B'C'D'$ chia thành ba khối tứ diện: $BCDB', B'C'D'D, CDB'C'$.

Ta chứng minh các khối tứ diện này có thể tích bằng nhau như sau:

Hai khối tứ diện $B'C'D'D$ và $DCB'C'$ bằng nhau vì đối xứng với nhau qua $mp(DB'C')$

Hai khối tứ diện $DCB'C'$ và $BCDB'$ bằng nhau vì đối xứng với nhau qua $mp(B'CD)$

(hoặc có thể chứng minh $V_{D.B'C'D'} = V_{B'.BCD} = V_{BCC'B'} = \frac{1}{3}V_{BCD.B'C'D'}$)



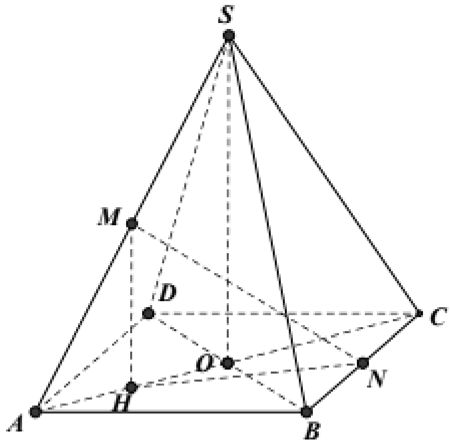
Tương tự khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ chia thành ba khối tứ diện có thể tích bằng nhau là: $ABCB', A'B'D'D, ADA'B'$

Vậy có tất cả là 6 khối tứ diện có thể tích bằng nhau.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$, khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{a\sqrt{30}}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a bằng

A. $\frac{\sqrt{10}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm của $AO \Rightarrow MH // SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow (MN,(ABCD)) = (MN, NH) = MNH = 60°$ và $d(M,(ABCD)) = MH = \dfrac{a\sqrt{30}}{4}$.

Ta có: $SO = 2MH = \dfrac{\sqrt{30}a}{2}$; $NH = \dfrac{MH}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

Đặt $AB = x > 0 \Rightarrow CN = \dfrac{x}{2}; CH = \dfrac{3}{4}AC = \dfrac{3}{4}.x\sqrt{2} = \dfrac{3\sqrt{2}x}{4}$.

$$HN^2 = CH^2 + CN^2 - 2.CH.CN.\cos 45° \Leftrightarrow \left(\dfrac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2 = \left(\dfrac{3\sqrt{2}x}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 - 2.\dfrac{3\sqrt{2}x}{4}.\dfrac{x}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$$

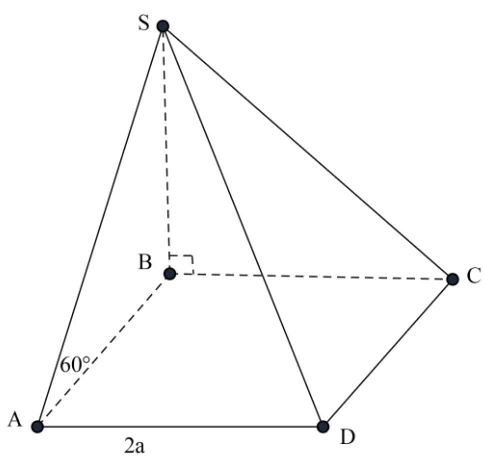
$\Leftrightarrow \dfrac{5x^2}{8} = \dfrac{5a^2}{8} \Rightarrow x = a$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{\sqrt{30}}{2}a = \dfrac{\sqrt{30}a^3}{6}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{8a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V = \dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $AD \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông) (1)

$SB \perp AD$ $(SB \perp (ABCD) \Rightarrow AD \perp SA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra góc giữa (SAD) và $(ABCD)$ là góc $SAB = 60^\circ$

Xét tam giác SAB vuông tại B có $SB = \tan 60^\circ.AB = 2\sqrt{3}a$.

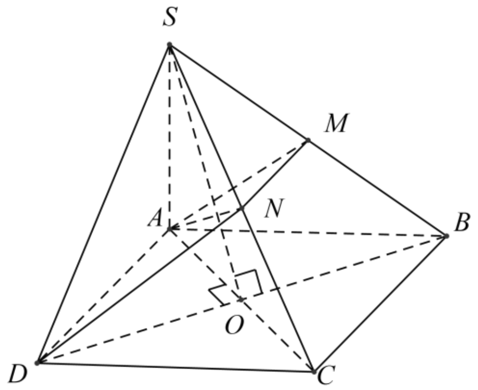
Lại có $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SB.S_{ABCD} = \frac{1}{3}2\sqrt{3}a.4a^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$(đvdt).

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy$(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $ABCD$ bằng 60^0. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Thể tích khối chóp $S.ADNM$ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$.

$AO \perp BD \Rightarrow SO \perp BD$. Nên góc của (SBD) và $(ABCD)$ là góc $SOA = 60^0$.

$V_{S.ADN} = \frac{1}{2}.V_{S.ADC} = \frac{1}{4}.V_{S.ABCD}$ và $V_{S.AMN} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}V_{S.ABC} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$.

$\Rightarrow V_{S.ADNM} = V_{S.ADN} + V_{S.AMN} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD}$.

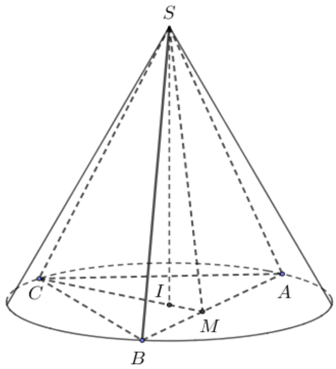
$SA = AO.\tan SOA = \frac{a\sqrt{2}}{2}\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

$\Rightarrow V_{S.ADNM} = \frac{3}{8}.\frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 45: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60^o. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow IA = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $SMC = 60^{\circ}$

Trong tam giác SIM vuông tại I có $\cos 60^{\circ} = \frac{IM}{SM}$

$\Rightarrow SM = 2IM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow l = SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-6		0		2		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f\left(x^3 + 2x + m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Đặt $t = x^3 + 2x + m \Rightarrow t' = 3x^2 + 2$. Do đó, trên khoảng $(-1;1)$ thì t đồng biến và $t \in (m-3; m+3)$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-3; m+3)$.

Dựa vào bảng xét dấu trên, ta được: $\begin{cases} m-3 \geq 0 \\ m+3 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 5$.

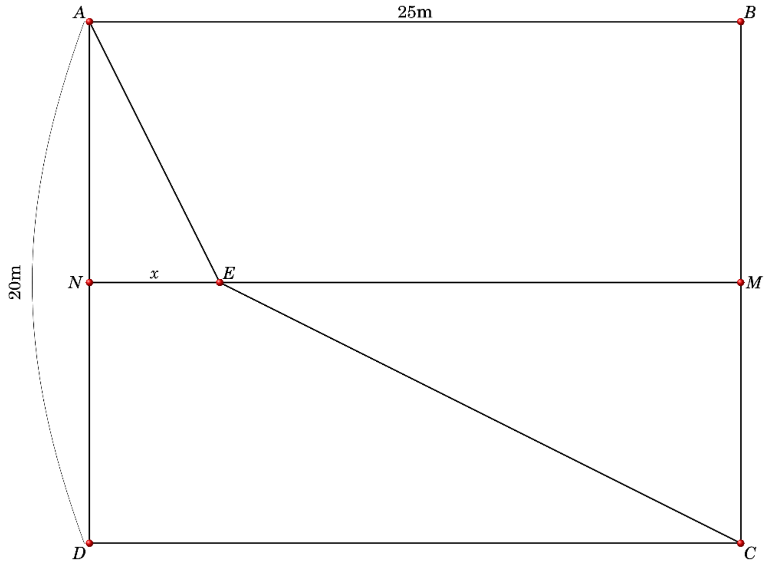
Vì m nguyên nên $m \in \{3,4,5\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 47: Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 25\text{m}$, chiều rộng $AD = 20\text{m}$ được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN, biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được 15m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30m. Tính thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C.

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{10+2\sqrt{725}}{30}$. **C.** $\dfrac{20+\sqrt{725}}{30}$. **D.** 5.

Lời giải



Do cần thời gian xây là ngắn nhất nên con đường làm trên mỗi miền phải là những đường thẳng. Gọi AE và EC lần lượt là đoạn đường cần làm. Đặt $NE = x(\text{m})$.

$\Rightarrow EM = 25 - x(\text{m})$. Ta có điều kiện: $0 < x < 25$

Ta được $\begin{cases} AE = \sqrt{AN^2 + EN^2} = \sqrt{100 + x^2} \\ EC = \sqrt{MC^2 + EM^2} = \sqrt{100 + (25-x)^2} \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Thời gian để làm đoạn đường từ A đến C là:

$$t(x) = \frac{AE}{15} + \frac{EC}{30} = \frac{\sqrt{100+x^2}}{15} + \frac{\sqrt{(25-x)^2+100}}{30}\ (\text{h})$$

$$\Rightarrow t'(x) = \frac{x}{15\sqrt{100+x^2}} - \frac{25-x}{30.\sqrt{(25-x)^2+100}}.$$

Xét $t'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{15\sqrt{100+x^2}} - \dfrac{25-x}{30.\sqrt{(25-x)^2+100}} = 0$

$\Leftrightarrow 2x\sqrt{(25-x)^2+100} = (25-x)\sqrt{100+x^2} \Leftrightarrow 4x^2\left((25-x)^2+100\right) = (25-x)^2\left(100+x^2\right)$

$\Leftrightarrow 4x^2(25-x)^2 + 400x^2 - 100(25-x)^2 - (25-x)^2x^2 = 0$

$\Leftrightarrow 4(25-x)^2\left(x^2-25\right) + x^2\left(20^2-(25-x)^2\right) = 0$.

$\Leftrightarrow (x-5)\left(4(25-x)^2(x+5) + x^2(45-x)\right) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Vì $0 < x < 25$ nên $\left(4(25-x)^2(x+5) + x^2(45-x)\right) > 0$

Ta được $\begin{cases} t(0)=\dfrac{4+\sqrt{29}}{6} \\ t(5)=\dfrac{2\sqrt{5}}{3} \\ t(25)=\dfrac{1+\sqrt{29}}{3} \end{cases}$.

Vậy thời gian ngắn nhất mà đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C là $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}(\mathrm{h})$.

Câu 48: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(x^2-2mx-m^2+m+1\right)^{\frac{1}{2022}}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

.Lời giải

Đặt $f(x)=x^2-2mx-m^2+m+1$.

Hàm số đã cho xác định trên khoảng $(0;+\infty)\Leftrightarrow f(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$.

$f(x)$ là một tam thức bậc 2 có $\Delta'=2m^2-m-1$.

Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<m<1\Leftrightarrow f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$.

Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Với $m=1$ thì $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}\Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.

Với $m=-\dfrac{1}{2}$ thì $f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}\Rightarrow f(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow m=-\dfrac{1}{2}$ (nhận).

Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $f(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow x_1<x_2\le 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2m<0 \\ x_1x_2=-m^2+m+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\le m\le\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\le m<0$.

Vậy trong trường hợp này $f(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$ khi $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\le m<-\dfrac{1}{2}$.

Kết hợp lại ta thấy hàm số đã cho xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ khi $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\le m<1$.

Từ đó suy ra chỉ có một giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài ra.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021 để phương trình $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x$ có nghiệm thực không âm?

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Lời giải

Phương trình: $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x, \forall x\ge 0$ (1)

Đặt $t=\sqrt{2^x+m}$. Do $2^x>0, \forall x\in\mathbb{R}$ và m nguyên dương nên $t>0$.

Khi đó phương trình (1) tương đương: $\log_2(m+t)=2x \Leftrightarrow m+t=4^x \Leftrightarrow t=4^x-m$

$\Leftrightarrow 4^x-m=\sqrt{2^x+m} \Leftrightarrow 4^x=\sqrt{2^x+m}+m \Leftrightarrow 4^x+2^x=\sqrt{2^x+m}+2^x+m$ (2).

Xét hàm đặc trưng $f(t)=t^2+t, \ \forall t>0.$

$f'(t)=2t+1>0, \forall t>0.$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó: $(2)\Leftrightarrow f\left(2^x\right)=f\left(\sqrt{2^x+m}\right)\Leftrightarrow 2^x=\sqrt{2^x+m}\Leftrightarrow m=4^x-2^x$.

Xét hàm $g(x)=4^x-2^x$ có $g'(x)=4^x 2\ln(2)-2^x\ln(2)$ có $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$

Bảng biến thiên của hàm số *g(x)*

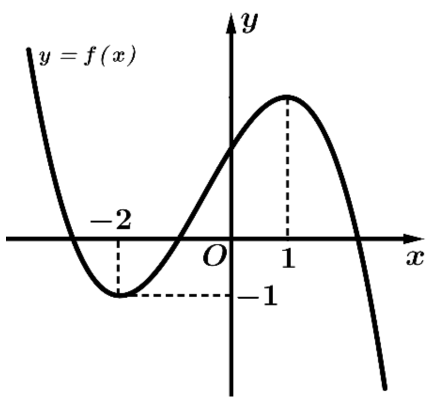
x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình (1) có nghiệm thực không âm $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có giao điểm (hoành độ không âm) với đường thẳng $y=m$ $\Leftrightarrow m\ge 0$.

Vì m nguyên dương và nhỏ hơn 2021 nên $m\in[1;2020]$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của tham số m để đồ thị hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+3f(x)+m\right|$ có số điểm cực trị ít nhất. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $m_0\in(-\infty;-2)$. **B.** $m_0\in(2;3)$. **C.** $m_0\in(3;+\infty)$. **D.** $m_0\in(-2;2)$.

Lời giải

Xét hàm số $h(x) = f^2(x) + 3f(x) + m$.

Ta có: $h'(x) = 2f(x).f'(x) + 3f'(x) \Leftrightarrow h'(x) = f'(x)\left[2f(x) + 3\right]$.

Xét phương trình: $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$; $f(x) = -\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x = x_0 > 1$.

Ta có $h(-2) = m - 2$; $h(x_0) = m - \dfrac{9}{4}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-2$	$\nearrow$	$h(1)$	$\searrow$	$m-\frac{9}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

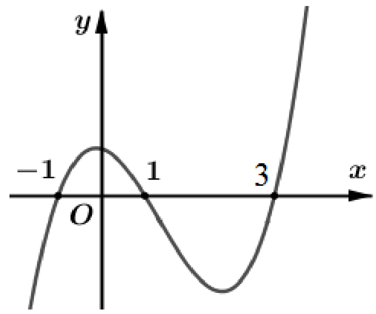
Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ suy ra hàm số $g(x) = \left|h(x)\right|$ có số điểm cực trị ít nhất khi và chỉ khi $m - \dfrac{9}{4} \ge 0 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{9}{4}$.

Khi đó $m_0 = \min m = \dfrac{9}{4}$ nên $m_0 \in (2;3)$.

ĐỀ SỐ 04 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào

A. $(-1;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên.

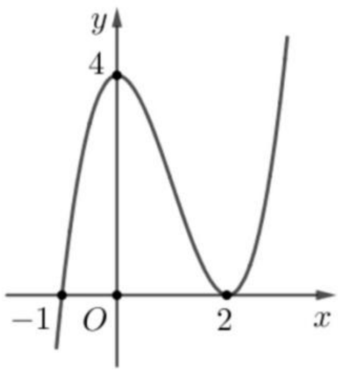
x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = -1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 4$.

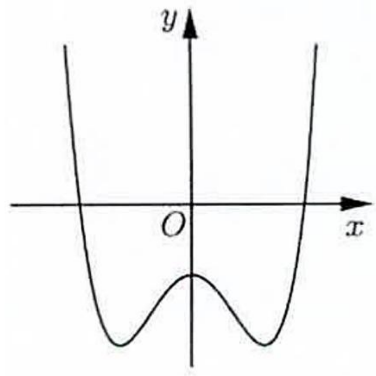
Câu 4: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$

A. $x = -2$. **B.** $x = \pm 2$. **C.** $y = \pm 2$. **D.** $y = 1$.

Câu 5: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = x^3 + x + 5$ và đường thẳng $(d): y = -2x + 1$ là

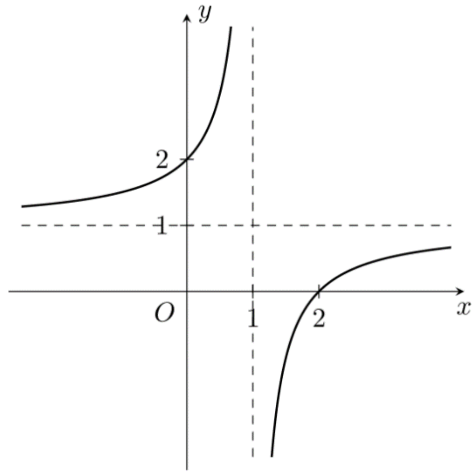
A. $(1;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



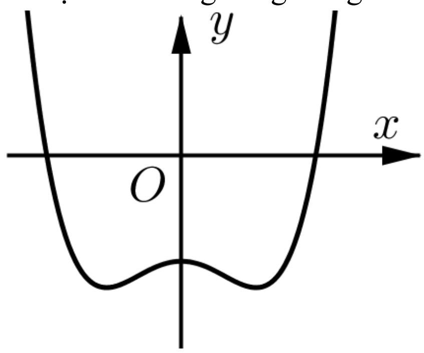
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^4+5x^2-4$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;+\infty;)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 10: Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$ viết dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$. **B.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{12}}$. **C.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{7}{6}}$. **D.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=(0,5)^x$. **C.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 13: Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=(\pi-e)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=(e-2)^x$.

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\frac{2}{2x+1}$. **C.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}(x-1)=\log_{2020}(2x+1)$ là

A. $\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-2\}$. **D.** $\varnothing$.

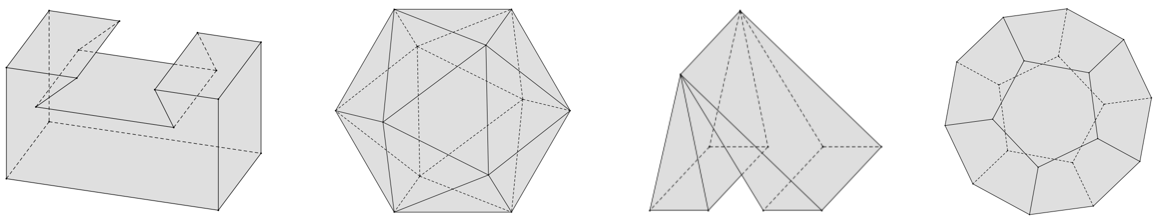
Câu 17: Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}\leq\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $x\leq\frac{2}{5}$. **B.** $x\geq-\frac{2}{3}$. **C.** $x\geq\frac{2}{5}$. **D.** $x\leq\frac{2}{3}$.

Câu 18: Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là

A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

Câu 19: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Câu 20: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là bao nhiêu?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=AB=2$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 22: Cho một khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Khi đó thể tích V của khối chóp đó là

A. $V=Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 23: Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB=6\ cm$, $BC=8\ cm$, $AA'=10\ cm$.

A. $480\ cm^3$. **B.** $48\ cm^3$. **C.** $160\ cm^3$. **D.** $1440\ cm^3$.

Câu 24: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4$.

Câu 25: Một khối lăng trụ có chiều cao $3a$, diện tích đáy $2a^2$ thì có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2x-1, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

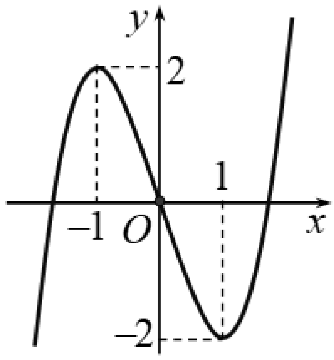
Câu 28: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$. **B.** $m=25$. **C.** $m=85$. **D.** $m=\frac{51}{4}$.

Câu 29: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x^2-2x}$ là:

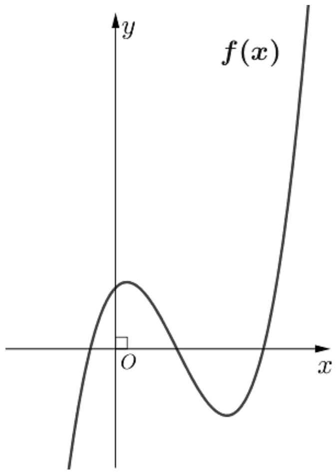
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là:



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 31: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad<0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bd>0$. **D.** $ac>0$.

Câu 32: Cho $\log_2 3=a$, $\log_2 5=b$ Khi đó $\log_6 225$ được biểu diễn theo a,b là đáp án nào sau đây?

A. $\dfrac{ab+b}{1+3a}$. **B.** $\dfrac{a^2+b^2}{1+a}$. **C.** $\dfrac{2a+2b}{1+a}$. **D.** $\dfrac{a+b}{1+2a}$.

Câu 33: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2\left(x-6\right)=\log_2 7$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2-x}$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};+\infty\right)$.

Câu 35: Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SD và mặt phẳng đáy bằng $60°$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính thể tích V của hình lăng trụ này biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$, góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$ bằng $60°$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 37: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng?

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh $4a$. Thể tích của khối trụ này bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 40: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2+2x-3}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. 10. **B.** 9. **C.** 81. **D.** 82.

Câu 41: Cho phương trình $m.25^x-2(m-3).5^x+m-5=0$ (1). Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó, giá trị của $Q=2b-a$ bằng

A. $Q=-1$. **B.** $Q=13$. **C.** $Q=16$. **D.** $Q=1$.

Câu 42: Bất phương trình $\left(x^2-4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0$ có tổng tất cả các nghiệm nguyên là?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 10.

Câu 43: Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong ba năm đầu tiên là 9 triệu đồng/ tháng. Tính từ ngày đầu làm việc, cứ sau đúng ba năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 19 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

A. $9.1,1^6$ (triệu đồng). **B.** $9.1,1^8$ (triệu đồng).

C. $9.1,1^5$ (triệu đồng). **D.** $9.1,1^7$ (triệu đồng).

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\dfrac{4a^3}{9}$ **B.** $\dfrac{4a^3}{27}$ **C.** $\dfrac{2a^3}{9}$ **D.** $\dfrac{5a^3}{54}$

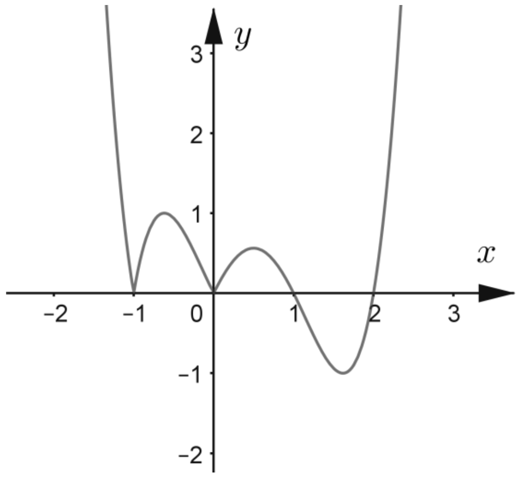
Câu 45: Cho hình nón có chiều cao và bán kính hình tròn đáy đều bằng $2a$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và tạo với đáy của hình nón một góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}a^2$. **C.** $8\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{2}a^2$.

Câu 46: Bạn Nam muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ (cm)$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Nam có thể làm được là:

A. $\dfrac{91125}{4\pi}\left(cm^3\right)$. **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}\left(cm^3\right)$. **C.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$. **D.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$.

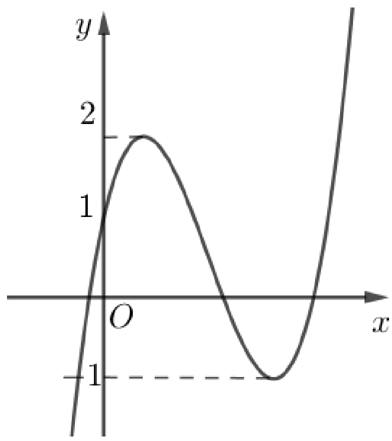
Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left[f(x+1)^3 + m\right]^7$ có 2 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 48: Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|f(|x|)\right| = \dfrac{2}{9}m^2 - \dfrac{1}{81}m^4$ có 8 nghiệm phân biệt?

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $15^x - 5^x - 3^x = \dfrac{m}{10}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng a.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

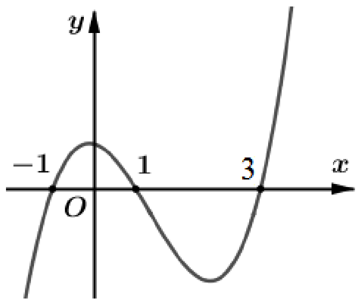
------------------------**HẾT**------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.A	5.D	6.B	7.C	8.B	9.D	10.D
11.B	12.A	13.A	14.C	15.D	16.D	17.B	18.A	19.A	20.B
21.C	22.D	23.A	24.C	25.D	26.C	27.B	28.D	29.B	30.D
31.D	32.C	33.B	34.B	35.D	36.B	37.A	38.D	39.B	40.D
41.B	42.C	43.A	44.D	45.A	46.D	47.D	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào

A. $(-1;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

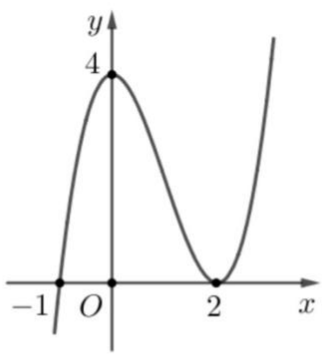
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi $f'(x)$ đi qua điểm $x=1$.

Vậy hàm số $f(x)$ cực đại tại $x=1$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x=2$.

Câu 4: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}$

A. $x=-2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $y=\pm 2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}\Rightarrow y=\dfrac{x}{x+2}$.

Có $\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 5: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y=x^3+x+5$ và đường thẳng $(d): y=-2x+1$ là

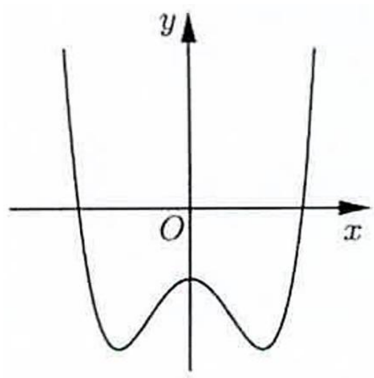
A. $(1;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+x+5=-2x+1$

$\Leftrightarrow x^3+3x+4=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=3$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



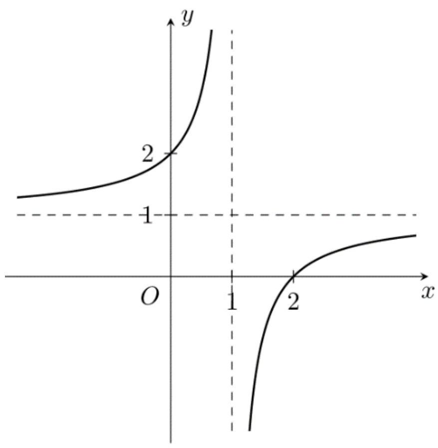
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị có ba điểm cực trị, nhận thấy đây là đồ thị của hàm đa thức bậc bốn nên loại phương án **C** và **D.**

Vì $\lim\limits_{x\to +\infty} y=+\infty$ nên hệ số $a>0$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



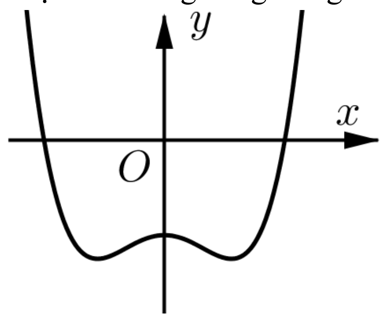
A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^4+5x^2-4$.

Lời giải

Hàm số trên có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại A,D.

Ta có $y(0)=2$ nên loại B.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra đồ thị là đồ thị của hàm số bậc bốn có hệ số $a>0$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;+\infty;)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 10: Biểu thức $\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}}}$ viết dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$. **B.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{12}}$. **C.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{7}{6}}$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}}}=\left(\dfrac{2}{3}.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}.\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực đại tại $x=-2$ nên hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(0,5\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $\sqrt{2}>1$.

Hàm số $y=\left(0,5\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<0,5<1$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{e}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<\dfrac{e}{\pi}<1$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<\dfrac{2}{3}<1$.

Câu 13: Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\log_{a^3} a=\dfrac{1}{3}\log_a a=\dfrac{1}{3}$.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=\left(\pi-e\right)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=\left(e-2\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=a^x$ với $a>0$, $a\neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a>1$.

Ta có $\pi>1$ nên hàm số $y=\pi^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(2x+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$.

C. $y'=\dfrac{1}{\left(2x+1\right)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{\left(2x+1\right)\ln 2}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Xét hàm số $y=\log_2\left(2x+1\right)$.

Ta có: $y'=\left(\log_2\left(2x+1\right)\right)'=\dfrac{\left(2x+1\right)'}{\left(2x+1\right)\ln 2}=\dfrac{2}{\left(2x+1\right)\ln 2}$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}\left(x-1\right)=\log_{2020}\left(2x+1\right)$ là

A. $\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-2\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Ta có phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2x+1 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x>1 \end{cases}$

Hệ phương trình trên vô nghiệm nên ta chọn **D.**

Câu 17: Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $x \le \frac{2}{5}$. **B.** $x \ge -\frac{2}{3}$. **C.** $x \ge \frac{2}{5}$. **D.** $x \le \frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \Leftrightarrow 4x \ge x-2 \Leftrightarrow x \ge -\frac{2}{3}$..

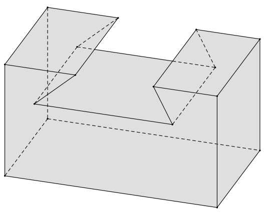
Câu 18: Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là

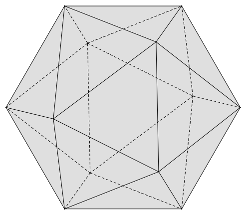
A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

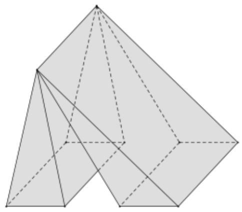
Lời giải

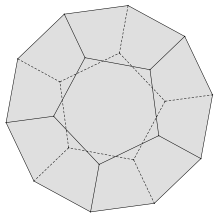
Ta có $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow 3x-1>8 \Leftrightarrow x>3$.

Câu 19: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Lời giải

Vật thể cho bởi hình $1,2,4$ là các khối đa diện.

Vật thể cho bởi hình 3 không phải khối đa diện, vi phạm điều kiện mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Câu 20: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là bao nhiêu?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối 12 mặt đều.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=AB=2$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: ΔABC vuông cân tại A nên $AB=AC=2$.

Mặt khác: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC=2$ (đvdt).

Suy ra: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.2.2=\frac{4}{3}$ (đvtt).

Câu 22: Cho một khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Khi đó thể tích V của khối chóp đó là

A. $V=Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Thể tích V của khối chóp đó là: $V=\frac{1}{3}Bh$

Câu 23: Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB=6\ cm$, $BC=8\ cm$, $AA'=10\ cm$.

A. $480\ cm^3$. **B.** $48\ cm^3$. **C.** $160\ cm^3$. **D.** $1440\ cm^3$.

Lời giải

Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $V=AB.BC.AA'=6.8.10=480\ \left(cm^3\right)$.

Câu 24: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4$.

Lời giải

$V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=4\pi$.

Câu 25: Một khối lăng trụ có chiều cao $3a$, diện tích đáy $2a^2$ thì có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=S.h=2a^2.3a=6a^2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có: $y'=\frac{-3}{(x-2)^2}<0, \forall x\in D.$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2x-1, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$, dễ thấy $f'(x)>0, \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ và $f'(x)<0, \forall x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 28: Tìm giá trị nhỏ nhất *m* của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$. **B.** $m=25$. **C.** $m=85$. **D.** $m=\dfrac{51}{4}$.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-2x; y'=0 \Leftrightarrow 2x\left(2x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x=\dfrac{-1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

$f(-2)=25; f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}; f(0)=13; f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}; f(3)=85$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$ là:

$m=\min\left\{f(-2); f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right); f(0); f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right); f(3)\right\}=\dfrac{51}{4}$

Câu 29: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x^2-2x}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$

Tiệm cận đứng:

$\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x(x-1)}=+\infty$

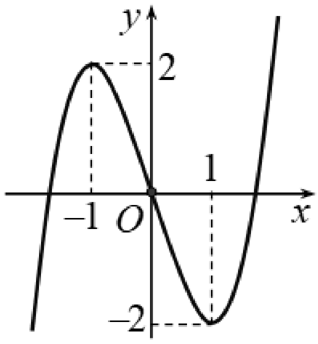
(Do $\lim\limits_{x\to1^+}\left(\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2\right)=5+\sqrt{3}>0;\ \lim\limits_{x\to1^+}\left(2x(x-1)\right)=0;\ 2x(x-1)>0, \forall x>1$)

$\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x(x-1)}=-\infty$

(Do $\lim\limits_{x\to1^-}\left(\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2\right)=5+\sqrt{3}>0;\ \lim\limits_{x\to1^-}\left(2x(x-1)\right)=0;\ 2x(x-1)<0, \forall x: 0<x<1$)

Suy ra đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là:



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}\\f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

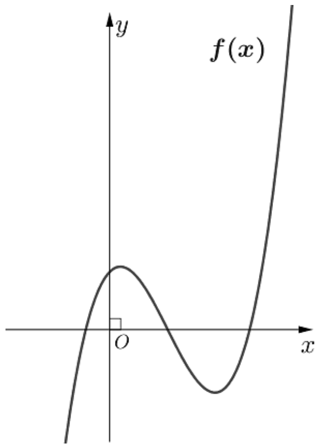
Dựa vào đồ thị ta có:

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}$ là 3

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$ là 3

Vậy số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là 6

Câu 31: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad<0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bd>0$. **D.** $ac>0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ nên $a>0$.

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Vì $x_{CD};x_{CT}>0$ nên $\begin{cases}x_{CD}+x_{CT}=-\dfrac{2b}{3a}>0\\x_{CD}.x_{CT}=\dfrac{c}{3a}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b<0\\c>0\end{cases}$. Vậy $ac>0$.

Câu 32: Cho $\log_2 3=a$, $\log_2 5=b$ Khi đó $\log_6 225$ được biểu diễn theo a,b là đáp án nào sau đây?

A. $\frac{ab+b}{1+3a}$. **B.** $\frac{a^2+b^2}{1+a}$. **C.** $\frac{2a+2b}{1+a}$. **D.** $\frac{a+b}{1+2a}$.

Lời giải

Ta có: $\log_6 225 = \frac{\log_2 225}{\log_2 6} = \frac{\log_2\left(3^2.5^2\right)}{\log_2(2.3)} = \frac{2\log_2 3 + 2\log_2 5}{1+\log_2 3} = \frac{2a+2b}{1+a}$

Câu 33: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-6) = \log_2 7$

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 2 .

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x-6>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>6$

Phương trình đã cho tương đương $\log_2\left[x.(x-6)\right] = \log_2 7 \Leftrightarrow x^2-6x-7=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\,(loai) \\ x=7 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{4}{5}\right)^{4x} \le \left(\frac{5}{4}\right)^{2-x}$ là:

A. $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$.

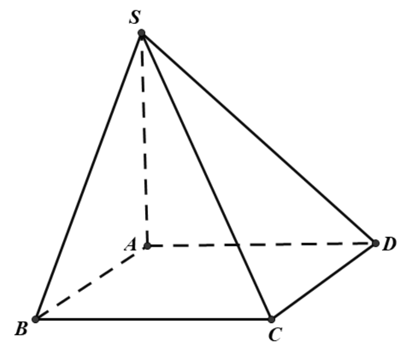
Lời giải

Ta có $\left(\frac{4}{5}\right)^{4x} \le \left(\frac{5}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^{-4x} \le \left(\frac{5}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \le 2-x \Leftrightarrow x \ge -\frac{2}{3}$.

Câu 35: Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SD và mặt phẳng đáy bằng $60°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD.

Vậy $(SD,(ABCD)) = (SD,AD) = SDA = 60°$.

Theo giả thiết, $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên diện tích của $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Mặt khác, do $SA \perp (ABCD)$nên $SA \perp AD$ hay tam giác SAD vuông tại A.

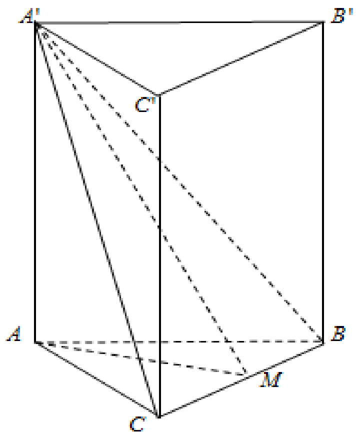
$\Rightarrow SA = AD.\tan SDA = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính thể tích V của hình lăng trụ này biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$, góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$ bằng $60°$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



Góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$ là $A'MA$ (M là trung điểm của đoạn thẳng BC).

Ta có $AB=a\Rightarrow BC=a\sqrt{2}\Rightarrow AM=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

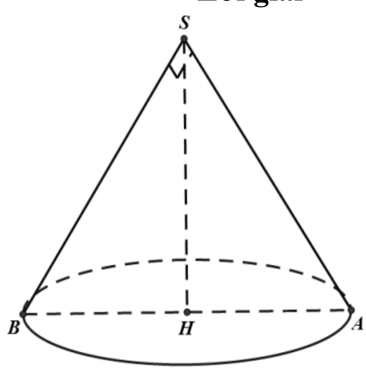
Lại có $\tan A'MA=\frac{A'A}{AM}\Rightarrow \tan 60°=\frac{A'A}{AM}\Rightarrow A'A=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V=S_{\triangle ABC}.A'A=\frac{1}{2}a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 37: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng?

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Theo đề ta có $AB=a\sqrt{6}$.

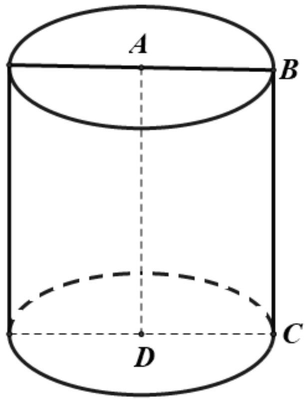
Ngoài ra ΔSAB vuông cân tại S nên $SH=AH=\frac{AB}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}SH.\pi.AH^2=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{6}}{2}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2=\frac{\pi\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 38: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh $4a$. Thể tích của khối trụ này bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Lời giải



Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông $ABB'A'$ có cạnh $4a$ nên ta có chiều cao hình trụ là $h=OO'=4a$ và bán kính đáy $r=\frac{AB}{2}=\frac{4a}{2}=2a$.

Thể tích của khối trụ $V_{ktru}=h\pi R^2=4a\pi.4a^2=16\pi a^3$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $y'=-3x^2+12(m+2)x$.

Hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$ khi và chỉ khi:

$y'=-3x^2+12(m+2)x\ge 0,\forall x\in(-2;-1)\Leftrightarrow -x^2+4mx+8x\ge 0,\forall x\in(-2;-1)$

$\Leftrightarrow 4mx\ge x^2-8x,\forall x\in(-2;-1)\Leftrightarrow m\le\frac{x}{4}-2,\forall x\in(-2;-1)\Leftrightarrow m\le\frac{-2}{4}-2=\frac{-5}{2}$.

Câu 40: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+m}{x^2+2x-3}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. 10. **B.** 9. **C.** 81. **D.** 82.

Lời giải

Ta có: $y=\frac{x^2+m}{x^2+2x-3}=\frac{x^2+m}{(x-1)(x+3)}$.

Nhận xét: Đồ thị hàm số nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể có nhận đường thẳng $x=1$ hoặc $x=-3$ hoặc cả hai đường thẳng đó.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng nếu $x^2+m=0$ nhận nghiệm $x=1$ hoặc $x=-3$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-9\end{array}\right.$.

Với $m=-1$ có một tiệm cận đứng $x=-3$.

Với $m=-9$ có một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy $m\in\{-1;-9\}$. Vậy giá trị cần tìm là $81+1=82$

Câu 41: Cho phương trình $m.25^x-2(m-3).5^x+m-5=0\ \ (1)$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó, giá trị của $Q=2b-a$ bằng

A. $Q=-1$. **B.** $Q=13$. **C.** $Q=16$. **D.** $Q=1$.

Lời giải

Đặt $t=5^x\,(t>0)$, khi đó phương trình (1) trở thành: $m.t^2-2(m-3)t+m-5=0\ \ (*)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ -m+9>0\\ \dfrac{2(m-3)}{m}>0\\ \dfrac{m-5}{m}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m<9\\ m<0\ hay\ m>3\\ m<0\ hay\ m>5\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\ 5<m<9\end{array}\right..$$

Vậy tập hợp các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là $(5;9)$ $\Rightarrow a=5;b=9\Rightarrow 2b-a=13$.

Câu 42: Bất phương trình $\left(x^2-4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0$ có tổng tất cả các nghiệm nguyên là?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\left(x^2-4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0\Leftrightarrow(x-2)^2\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\neq 0\\ \log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ -x^2+4x+1>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ -x^2+4x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ 0<x<4\end{cases}.$$

Vì $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1;3\}$. Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên bằng 4.

Câu 43: Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong ba năm đầu tiên là 9 triệu đồng/ tháng. Tính từ ngày đầu làm việc, cứ sau đúng ba năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 19 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

A. $9.1,1^6$ (triệu đồng). **B.** $9.1,1^8$ (triệu đồng).

C. $9.1,1^5$ (triệu đồng). **D.** $9.1,1^7$ (triệu đồng).

Lời giải

Sau 3 năm, bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 4 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $9+9.10\%=9.1,1$ (triệu đồng).

Sau 6 năm (2.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 7 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $9.1,1+9.1,1.10\%=9.1,1.(1+10\%)=9.1,1^2$ (triệu đồng).

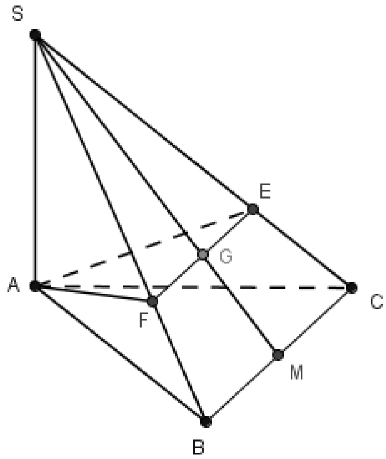
Tương tự như vậy sau 18 năm (6.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 19 số tiền người đó nhận được sau mỗi tháng là $9.1,1^6$ (triệu đồng).

Vậy tháng đầu tiên của năm thứ 19, người đó nhận được mức lương là $9.1,1^6$ (triệu đồng).

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\dfrac{4a^3}{9}$ **B.** $\dfrac{4a^3}{27}$ **C.** $\dfrac{2a^3}{9}$ **D.** $\dfrac{5a^3}{54}$

Lời giải



Trong mặt phẳng (SBC). Qua G kẻ đường thẳng song song với BC và lần lượt cắt SC, SB tại E, F. Khi đó ta được khối đa diện không chứa đỉnh S là $ABCEF$.

Ta có G là trọng tâm của tam giác SBC nên $\dfrac{V_{S.AFE}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SF}{SB}.\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{9}$.

Do đó $V_{S.AFE} = \dfrac{4}{9}.V_{S.ABC} \Rightarrow V_{ABCEF} = V_{S.ABC} - \dfrac{4}{9}.V_{S.ABC} = \dfrac{5}{9}.V_{S.ABC}$.

Vì tam giác ABC vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = BC = a$.

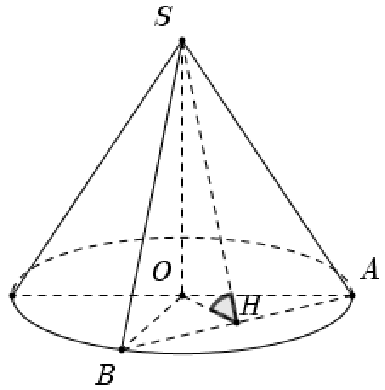
Mặt khác $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}a.a.a = \dfrac{a^3}{6}$.

Suy ra $V_{ABCEF} = \dfrac{5}{9}.\dfrac{a^3}{6} = \dfrac{5a^3}{54}$.

Câu 45: Cho hình nón có chiều cao và bán kính hình tròn đáy đều bằng $2a$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và tạo với đáy của hình nón một góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}a^2$. **C.** $8\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{2}a^2$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình tròn đáy, thiết diện qua trục là tam giác SAB như hình vẽ.
Gọi H là trung điểm AB.

Ta có $OH \perp AB$ và $SH \perp AB$ nên góc giữa (α) và mặt đáy của hình nón là $SHO = 60°$.

$\tan SHO = \dfrac{SO}{OH} \Rightarrow OH = \dfrac{SO}{\tan 60°} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

$\sin SHO = \dfrac{SO}{SH} \Rightarrow SH = \dfrac{SO}{\sin 60°} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}a.$

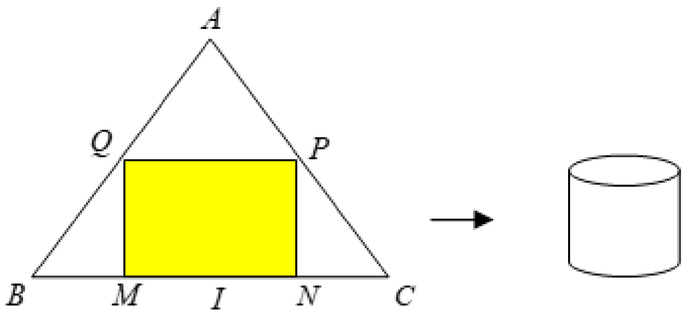
$AB = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{4a^2 - \dfrac{4a^2}{3}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}a.$

$S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2}SH.AB = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a.\dfrac{4\sqrt{6}}{3}a = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^2.$

Câu 46: Bạn Nam muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Nam có thể làm được là:

A. $\dfrac{91125}{4\pi}\left(cm^3\right)$. **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}\left(cm^3\right)$. **C.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$. **D.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$.

Lời giải



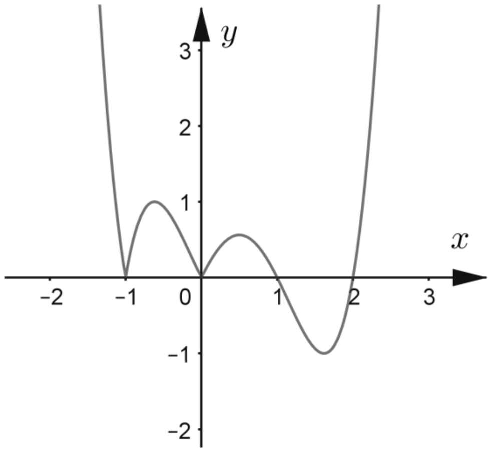
Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN.

Đặt $MN = x$ ($0 < x < 90$); $\Rightarrow \dfrac{MQ}{AI} = \dfrac{BM}{BI} \Rightarrow MQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(90 - x)$.

Gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R = \dfrac{x}{2\pi}$ $\Rightarrow V_T = \pi(\dfrac{x}{2\pi})^2 \dfrac{\sqrt{3}}{2}(90 - x) = \dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3 + 90x^2)$.

Xét $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3+90x^2)$ với $0<x<90$. Khi đó: $\max\limits_{x\in(0;90)} f(x)=\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$ khi $x=60$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left[f(x+1)^3+m\right]^7$ có 2 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

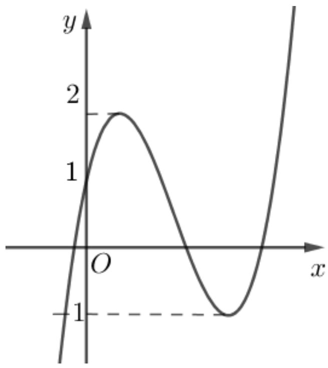
Ta có $g(x)=\left[f(x+1)^3+m\right]^7 \Rightarrow g'(x)=21.\left[f(x+1)^3+m\right]^6.f(x+1)^2.f'(x+1)$

Ta có $\left[f(x+1)^3+m\right]^6.f(x+1)^2\geq 0$ nên dấu của $g'(x)$ phụ thuộc vào dấu $f'(x+1)$.

Hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt là $x=1, x=2$ (và đổi dấu khi x đi qua hai điểm đó) nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị, số điểm cực trị hàm $f(x+1)$ bằng số điểm cực trị hàm $f(x)$ nên $g(x)$ có 2 điểm cực trị với mọi m.

Vậy với mọi m hàm số $g(x)$ đều có 2 điểm cực trị.

Câu 48: Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

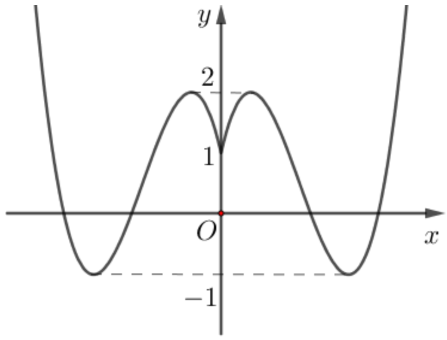


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|f(|x|)\right|=\frac{2}{9}m^2-\frac{1}{81}m^4$ có 8 nghiệm phân biệt?

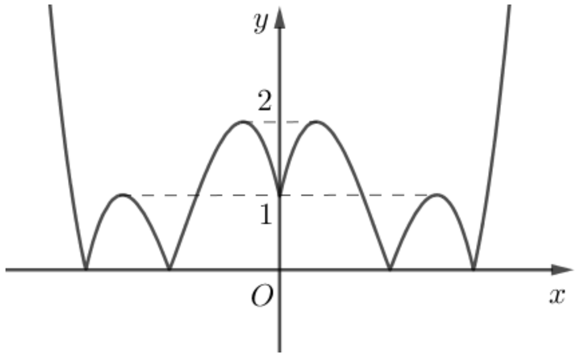
A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ như sau



Từ đồ thị hàm số $y=f\left(|x|\right)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ như sau



Phương trình $\left|f\left(|x|\right)\right|=\dfrac{2}{9}m^2-\dfrac{1}{81}m^4$ có 8 nghiệm phân biệt khi chỉ khi

$0<\dfrac{2}{9}m^2-\dfrac{1}{81}m^4<1 \Leftrightarrow 0<18m^2-m^4<81$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^4-18m^2+81>0 \\ m^4-18m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(m^2-9\right)^2>0 \\ m^2\left(m^2-18\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \pm 3 \\ m\neq 0 \\ -3\sqrt{2}<m<3\sqrt{2} \end{cases}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-4;-2;-1;1;2;4\right\}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $15^x-5^x-3^x=\dfrac{m}{10}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $15^x-5^x-3^x=\dfrac{m}{10} \Leftrightarrow \left(5^x-1\right)\left(3^x-1\right)=\dfrac{m}{10}+1$.

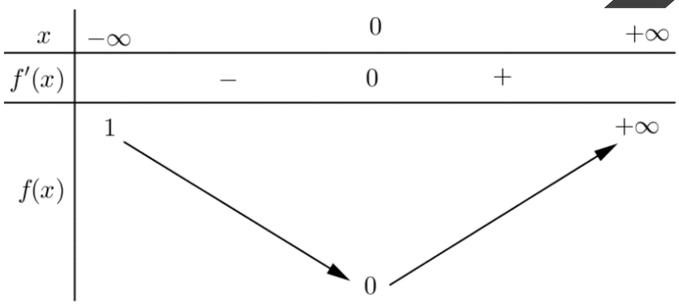
Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(5^x-1\right)\left(3^x-1\right)$ trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(3^x-1\right)5^x\ln 5+\left(5^x-1\right)3^x\ln 3$.

Nếu $x>0 \Rightarrow f'\left(x\right)>0$

Nếu $x<0 \Rightarrow f'\left(x\right)<0$

Nếu $x=0 \Rightarrow f'\left(x\right)=0$

Bảng biến thiên:



Do đó phương trình $15^x - 5^x - 3^x = \dfrac{m}{10}$ có hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x) = \dfrac{m}{10} + 1$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < \dfrac{m}{10} + 1 < 1 \Leftrightarrow -10 < m < 0$.

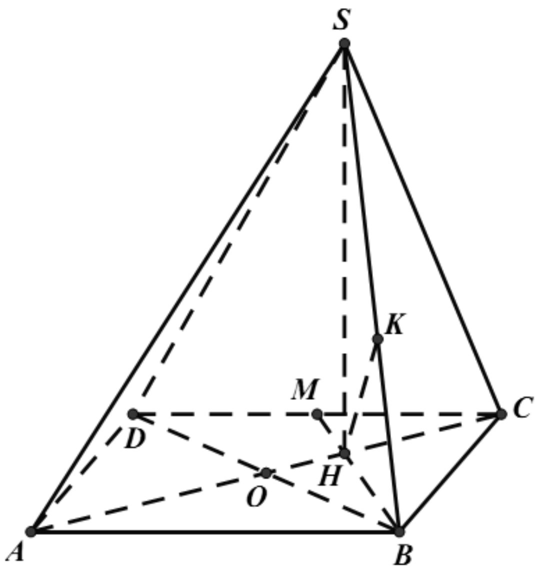
Do m nguyên nên $m \in \{-9; -8; ...; -1\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BD = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng a.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$, M là trung điểm của CD và O là tâm của đáy $ABCD$. Do AO là trung tuyến của tam giác ABD nên:

$$AO^2 = \frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow AH = AO + \frac{AO}{3} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

$$BM^2 = \frac{BD^2 + BC^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{6a^2 + 2a^2}{2} - \frac{4a^2}{4} = 3a^2 \Rightarrow BM = a\sqrt{3} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Ta có $AH^2 + BH^2 = 4a^2 = AB^2 \Rightarrow AH \perp BH$ kết hợp với $AH \perp SH \Rightarrow AH \perp (SHB)$.

Kẻ $HK \perp SB (K \in SB)$, theo chứng minh trên ta được $AH \perp (SHB) \Rightarrow AH \perp HK \Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của AC và SB, suy ra $HK = a$.

Trong tam giác vuông SHB ta có: $\dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HB^2}\Rightarrow SH=a$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.SH.4S_{OAB}=\dfrac{4}{3}.SH.OA.BH=\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

ĐỀ SỐ 05 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3-2x$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-3$.

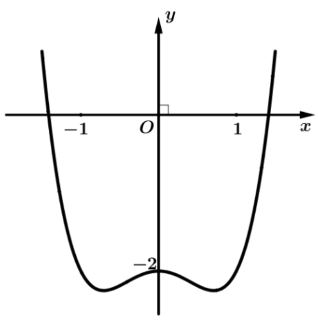
Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ trên $[0;2]$

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{8}{3}$. **D.** $m=0$.

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3+2x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=2$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 - x^2 - 2$. **B.** $y = x^4 + x^2 - 2$. **C.** $y = -x^4 - x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + x^2 - 2$.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 1\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 9: Cho số thực a dương và $a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2$ là

A. 1. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2020}\left(x^3 - 1\right)$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2 x^2$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Câu 12: Bất phương trình $2^{x-1} < 5$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty;1 + \log_2 5)$. **B.** $S = (-\infty;\log_2 5)$.

C. $S = (-\infty;1)$. **D.** $S = (-\infty;1 + \log_5 2)$.

Câu 13: Một người gửi ngân hàng 70 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $5,6\%$ /năm. Hỏi sau 3 năm người đó có bao nhiêu tiền cả gốc và lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $75,6$ triệu đồng. **B.** 80 triệu đồng. **C.** $82,43$ triệu đồng. **D.** $78,06$ triệu đồng.

Câu 14: Khối đa diện đều nào có số cạnh bằng số cạnh khối bát diện đều?

A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều). **B.** Khối lập phương.

C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều). **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 15: Khối đa điện đều loại nào có số đỉnh bằng số mặt?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Câu 16: Khối lập phương có cạnh bằng $3a$ có thể tích là?

A. $6a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $27a^2$. **D.** $27a^3$.

Câu 17: Cho mặt cầu có bán kính bằng R. Diện tích của mặt cầu đó là:

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = 2\pi R^2$. **C.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S = 4\pi R^2$.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

A. $5\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $3\pi R^2$.

Câu 19: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh bằng 10 và đường kính đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** 50π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (3-x)(x-5)(x-7)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 21: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;x_3)$ và $(x_3;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	$f'(x_1)$	$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$\|\|$	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

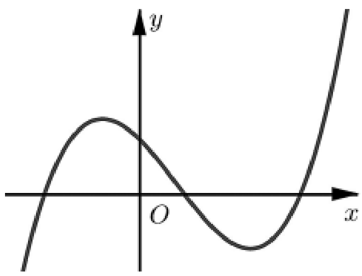
Câu 23: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10;10]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 16 **B.** 18 **C.** 14 **D.** 20

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d, (b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b > 0, c < 0, d > 0$. **B.** $b > 0, c > 0, d > 0$. **C.** $b < 0, c > 0, d < 0$. **D.** $b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 26: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là

A. $y = -40x - 102$. **B.** $y = -40x - 58$. **C.** $y = -40x + 102$. **D.** $y = -40x + 58$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$ là:

A. $D = (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$

C. $D = (0;+\infty)$ **D.** $D = (1;2)$

Câu 28: Cho $\log_2\left(x^2 + y^2\right) = 1 + \log_2 xy \ (xy > 0)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $x > y$. **B.** $x = y$. **C.** $x < y$. **D.** $x = y^2$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** R

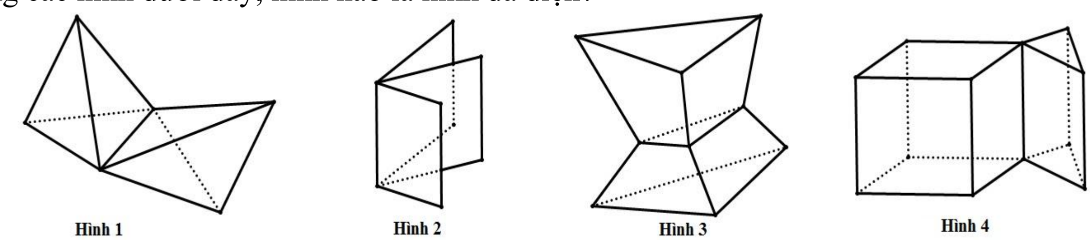
Câu 30: Cho phương trình $2^{x^2+x-1} - 2^{x^2-1} = 2^{2x} - 2^x$. Gọi x_1, x_2 là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình. Tích $x_1.x_2$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x+2) \le \log_2(12-3x)$ là

A. $(-8;4]$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $[-8;1)$. **D.** $(-2;1]$.

Câu 32: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Câu 33: Cho hình bát diện đều cạnh $2a$. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó, giá trị của S là

A. $S = 2\sqrt{3}a^2$. **B.** $S = 8\sqrt{3}a^2$. **C.** $S = 4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S = 6\sqrt{3}a^2$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, biết góc tạo bởi mặt phẳng bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

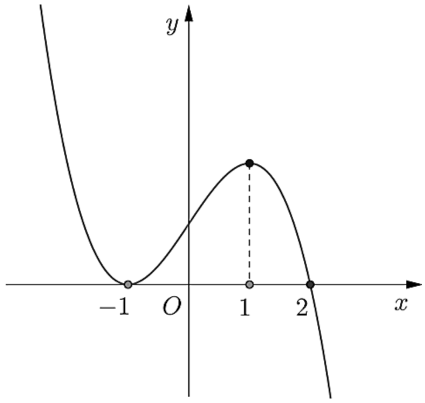
Câu 35: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $27\sqrt{3}a^3$. **B.** $24\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $81\sqrt{3}a^3$.

Câu 36: Thiết diện qua trục một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón này là

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $2\pi\sqrt{6}$.

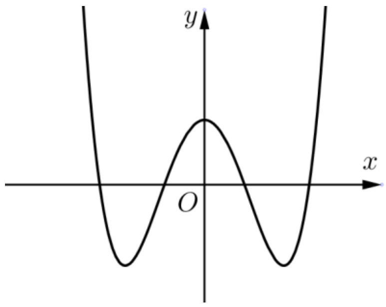
Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Nhận xét nào đúng về hàm số $g(x) = f^2(x)$?



Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

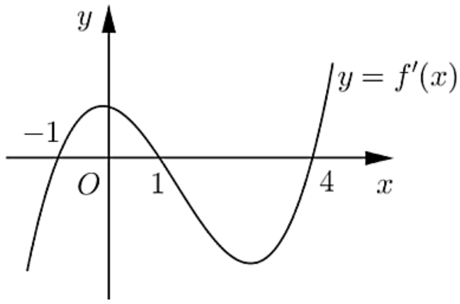
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = 3f^4(x) + 2f^2(x) + 2023$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 40: Một con cá bơi ngược dòng từ A đến B với khoảng cách là $300(km)$. Vận tốc dòng nước là $6(km/h)$. Nếu vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao trong thời gian t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng Jun. Vận tốc của con cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là ít nhất?

A. $7km/h$. **B.** $10km/h$. **C.** $6km/h$. **D.** $9km/h$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y = x^{2023} - mx + 2024$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2020. **B.** 2024. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 42: Biết rằng phương trình $\log_2\left(\frac{x^2+2}{2x+5}\right) = -x^2 + 4x + 9$ có hai nghiệm $x = a + b\sqrt{c}$ và $x = a - b\sqrt{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính tích $a.b.c$.

A. 8. **B.** -8. **C.** -12. **D.** 12.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

A. $S = \left(0;\frac{1}{2}\right) \cup (2;+\infty)$. **B.** $S = (-2;0) \cup \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S = (-\infty;0) \cup \left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S = \left(-\infty;\frac{1}{2}\right) \cup (2;+\infty)$.

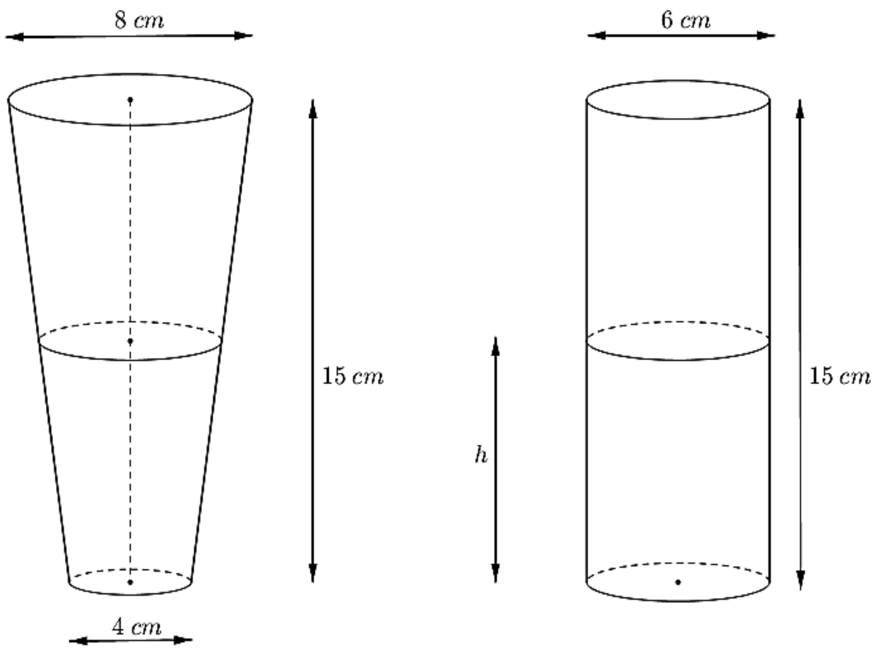
Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại B, $BC = a$, $BD = a\sqrt{3}$, $AB = 4a$ và $ACB = ADB = 90^0$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S = \frac{5\pi a^2}{3}$. **B.** $S = \frac{5\pi a^2}{12}$. **C.** $S = \frac{5\pi a^2}{6}$. **D.** $S = \frac{3\pi a^2}{8}$.

Câu 46: Một cốc uống bia có hình nón cụt còn lon bia thì có hình trụ (như hình vẽ dưới đây). Khi rót bia từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần bia còn lại trong lon và chiều cao của phần bia có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h của bia trong lon gần nhất là số nào sau đây?



A. $8,58$. **B.** $14,2$. **C.** $7,5$. **D.** $9,18$.

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác (d) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1 **B.** 4 **C.** 2. **D.** 3

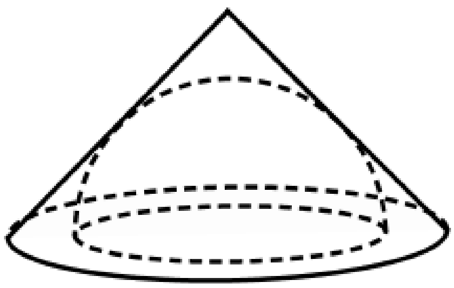
Câu 48: Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 \\ x^3 - 3x|x| - m^2 - 15m \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm. Tính $a + b$.

A. -17. **B.** 15. **C.** 17. **D.** -15.

Câu 49: Cho tứ diện $SABC$ có $AB = a$, tam giác SBC đều, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trực tâm H của tam giác ABC, mặt phẳng (SCH) tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $GABC$ với G là trọng tâm của tam giác SAC.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{38}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{144}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 50: Cho nửa hình cầu bán kính R không đổi. Một hình nón có chiều cao h, bán kính đáy là r tiếp xúc với nửa hình cầu như hình vẽ. Khi diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất, khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $h = 2\sqrt{3}r$. **B.** $h = r$. **C.** $h = \sqrt{3}r$. **D.** $h = \sqrt{2}r$.

----------------------**HẾT**----------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.A**	**4.B**	**5.D**	**6.A**	**7.D**	**8.A**	**9.C**	**10.A**
11.A	**12.A**	**13.C**	**14.B**	**15.D**	**16.D**	**17.D**	**18.C**	**19.A**	**20.C**
21.C	**22.C**	**23.A**	**24.A**	**25.D**	**26.B**	**27.A**	**28.B**	**29.C**	**30.A**
31.D	**32.A**	**33.B**	**34.A**	**35.D**	**36.D**	**37.C**	**38.D**	**39.D**	**40.D**
41.B	**42.D**	**43.A**	**44.A**	**45**	**46.A**	**47.C**	**48.D**	**49.D**	**50.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

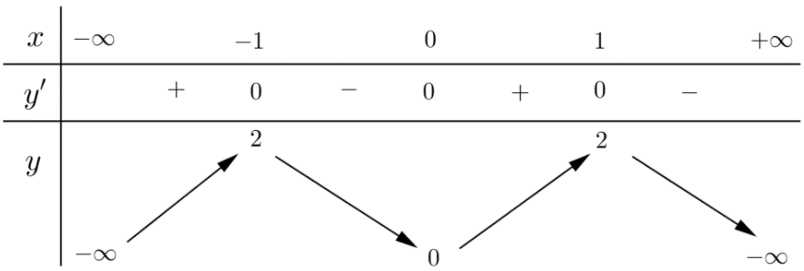
A. $y=-x^3-2x$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Lời giải

Nhận xét $y=-x^3-2x$ có $y'=-3x^2-2<0, \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó hàm số $y=-x^3-2x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

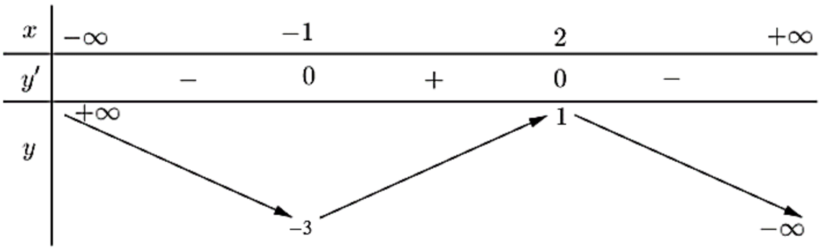
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $y=1$.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ trên $[0;2]$

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{8}{3}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y'=-x^2-2x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=-3\notin[0;2] \end{array}\right.$.

Mặt khác: $f(0)=1$; $f(1)=\dfrac{8}{3}$; $f(2)=\dfrac{1}{3}$.

Vậy $m=\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{1}{3}$.

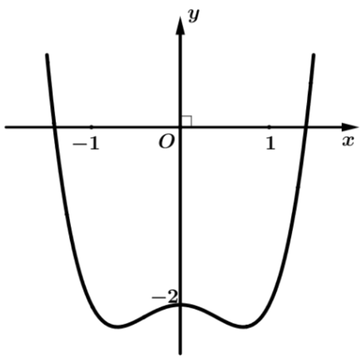
Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3+2x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-3+2x}{x+1}=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-x^2-2$. **B.** $y=x^4+x^2-2$. **C.** $y=-x^4-x^2-2$. **D.** $y=-x^4+x^2-2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ nên hệ số $b<0$.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có thể là đồ thị của hàm số $y=x^4-x^2-2$.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y'(x)=-3x^2+3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số đã cho là: $y'(1)=-3(1)^2+3=0$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{\frac{2}{3}}$ là: $x^2-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>1 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 9: Cho số thực a dương và $a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2$ là

A. 1. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $P=\log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2=\log_{a^{\frac{4}{3}}} a^2=2.\frac{3}{4}\log_a a=\frac{3}{2}$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_{2020}\left(x^3-1\right)$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x^3-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2 x^2$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện $x>0$.

Ta có: $\log_2 x=\log_2 x^2 \Leftrightarrow \log_2 x^2-\log_2 x=0 \Leftrightarrow 2\log_2 x-\log_2 x=0 \Leftrightarrow \log_2 x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 12: Bất phương trình $2^{x-1}<5$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;1+\log_2 5)$. **B.** $S=(-\infty;\log_2 5)$.

C. $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(-\infty;1+\log_5 2)$.

Lời giải

Ta có: $2^{x-1}<5 \Leftrightarrow x-1<\log_2 5 \Leftrightarrow x<1+\log_2 5$.

Vậy tập nghiệm là $S=(-\infty;1+\log_2 5)$.

Câu 13: Một người gửi ngân hàng 70 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $5,6\%$ /năm. Hỏi sau 3 năm người đó có bao nhiêu tiền cả gốc và lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $75,6$ triệu đồng. **B.** 80 triệu đồng. **C.** $82,43$ triệu đồng. **D.** $78,06$ triệu đồng.

Lời giải

Tổng số tiền cả gốc và lãi người gửi nhận được sau n năm là $T=A(1+r)^n$, với A là số tiền ban đầu đem gửi (tính theo triệu đồng), r là lãi suất.

Áp dụng vào bài toán với $A=70$, $r=0,056$ và $n=3$ ta được số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được sau 3 năm là $T=70.(1+0,056)^3\approx 82,43$ (triệu đồng).

Câu 14: Khối đa diện đều nào có số cạnh bằng số cạnh khối bát diện đều?

A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều). **B.** Khối lập phương.
C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều). **D.** Khối tứ diện đều.

Lời giải

Khối bát diện và khối lập phương đều có số cạnh bằng 12.

Câu 15: Khối đa điện đều loại nào có số đỉnh bằng số mặt?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Lời giải

Dựa vào bảng phân loại sách giáo khoa.

Câu 16: Khối lập phương có cạnh bằng $3a$ có thể tích là?

A. $6a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $27a^2$. **D.** $27a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối lập phương là: $(3a)^3 = 27a^3$

Câu 17: Cho mặt cầu có bán kính bằng R. Diện tích của mặt cầu đó là:

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = 2\pi R^2$. **C.** $S = \dfrac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S = 4\pi R^2$.

Lời giải

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

A. $5\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $3\pi R^2$.

Lời giải

Vì $l = 2R$ nên diện tích toàn phần của hình trụ bằng: $2\pi Rl + 2\pi R^2 = 6\pi R^2$.

Câu 19: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh bằng 10 và đường kính đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** 50π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{5}{2}.10 = 25\pi$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (3-x)(x-5)(x-7)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \\ x = 7 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$.

Câu 21: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm: $y' = \dfrac{-5}{(x-2)^2} < 0,\ \forall x \neq 2.$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;x_3)$ và $(x_3;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	$f'(x_1)$	$+$	‖	$-$	‖	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(x_1)$	↗	$f(x_2)$	↘	‖	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

• $f'(x)$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi x đi qua điểm x_1 suy ra x_1 là điểm cực tiểu của hàm số.

• $f'(x)$ đổi dấu từ "$+$" sang "$-$" khi x đi qua điểm x_2 suy ra x_2 là điểm cực đại của hàm số.

• $f'(x)$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi x đi qua điểm x_3 nhưng tại x_3 hàm số $f(x)$ không xác định nên x_3 không phải là điểm cực tiểu.

Do đó hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Câu 23: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{2+m^2}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2.$ Suy ra hàm số $y = \dfrac{x-m^2}{x+2}$ đồng biến trên đoạn $[1;5]$

Do đó $\max\limits_{[1;5]} y = y(5) = \dfrac{5-m^2}{7}$.

Theo giả thiết, $\frac{5-m^2}{7}=-4 \Leftrightarrow m^2=33 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{33}$. Vậy $S=\left\{\sqrt{33};-\sqrt{33}\right\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 16 **B.** 18 **C.** 14 **D.** 20

Lời giải

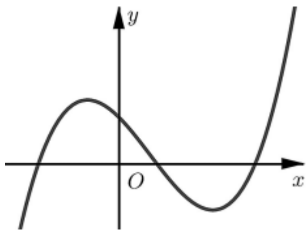
Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+4}{x^2+mx+1}=1$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số cần có đúng 2 đường tiệm cận đứng, suy ra phương trình $x^2+mx+1=0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=m^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với giả thiết m là số nguyên và $m\in[-10;10]$ nên có 16 giá trị m thỏa mãn.

Câu 25: Cho hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d, (b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b>0, c<0, d>0$. **B.** $b>0, c>0, d>0$. **C.** $b<0, c>0, d<0$. **D.** $b<0, c<0, d>0$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại tung độ nằm phía trên trục hoành nên $d>0$.

Trung điểm của điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung nên ta có

$\frac{x_{CD}+x_{CT}}{2}>0 \Leftrightarrow -\frac{b}{a}>0 \Leftrightarrow \frac{b}{a}<0 \Leftrightarrow b<0$.

Hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu trái dấu nên $\frac{c}{a}<0 \Leftrightarrow c<0$.

Câu 26: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là

A. $y=-40x-102$. **B.** $y=-40x-58$. **C.** $y=-40x+102$. **D.** $y=-40x+58$.

Lời giải

Với $x_0=-2 \Rightarrow y_0=22$.

Ta có $y'=4x^3+4x \Rightarrow y'(-2)=-40$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là $y=-40(x+2)+22$ hay $y=-40x-58$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ là:

A. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

C. $D=(0;+\infty)$ **D.** $D=(1;2)$

Lời giải

Hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ là: $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

Câu 28: Cho $\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\ \left(xy>0\right)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $x>y$. **B.** $x=y$. **C.** $x<y$. **D.** $x=y^2$.

Lời giải

Ta có: $\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\ \left(xy>0\right) \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2 2xy$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=2xy \Leftrightarrow \left(x-y\right)^2=0 \Leftrightarrow x=y$

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=\left[\ln\left(x-2\right)\right]^{\pi}$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** R

Lời giải

Hàm số đã cho xác định

$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln\left(x-2\right)>0 \\ x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>1 \\ x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$

Câu 30: Cho phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$. Gọi x_1,x_2 là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình. Tích $x_1.x_2$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình: $\Leftrightarrow 2^{x^2-1}\left(2^x-1\right)=2^x\left(2^x-1\right) \Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(2^{x^2-1}-2^x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-1=0 \\ 2^{x^2-1}-2^x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^{x^2-1}=2^x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-1=x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Suy ra nghiệm nhỏ nhất là $x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$, nghiệm lớn nhất là $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Vậy $x_1.x_2=-1$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2\left(x+2\right)\le\log_2\left(12-3x\right)$ là

A. $\left(-8;4\right]$. **B.** $\left(-2;4\right)$. **C.** $\left[-8;1\right)$. **D.** $\left(-2;1\right]$.

Lời giải

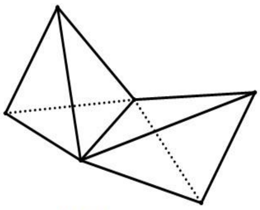
Điều kiện: $\begin{cases} x+2>0 \\ 12-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x<4 \end{cases}$

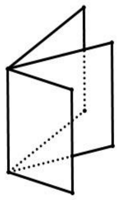
Khi đó ta có: $2\log_2\left(x+2\right)\le\log_2\left(12-3x\right)\Leftrightarrow\log_2\left(x+2\right)^2\le\log_2(12-3x)$

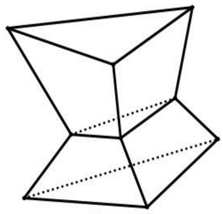
$\Leftrightarrow\left(x+2\right)^2\le12-3x\Leftrightarrow x^2+7x-8\le0\Leftrightarrow-8\le x\le1$

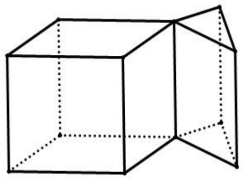
Kết hợp điều kiên ta có $-2<x\le1$

Câu 32: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

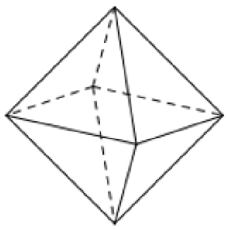
Lời giải

Trong các hình 1; 2; 4 có một cạnh là cạnh chung của từ 3 mặt nên không phải là hình đa diện. Hình đa diện là hình số 3

Câu 33: Cho hình bát diện đều cạnh $2a$. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó, giá trị của S là

A. $S=2\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=8\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=6\sqrt{3}a^2$.

Lời giải



Hình bát diện đều là hình có tám mặt bằng nhau, mỗi mặt là một tam giác đều.

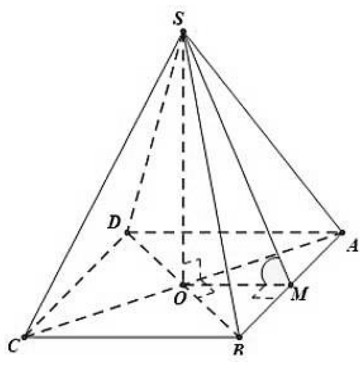
Diện tích mỗi mặt: $S_0=a^2\sqrt{3}$

Diện tích tất cả các mặt: $S=8\sqrt{3}a^2$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, biết góc tạo bởi mặt phẳng bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Theo tính chất của hình chóp đều ta có: $\begin{cases} SM \perp AB \\ MO \perp AB \\ (SAB) \cap (ABCD) = SO \end{cases}$

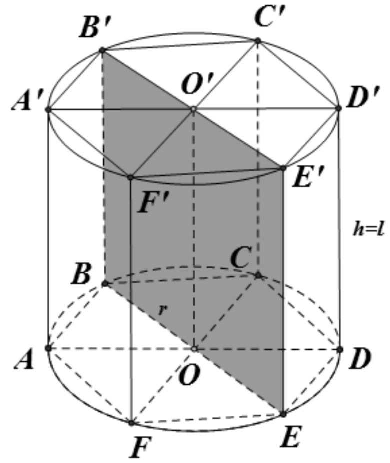
$\Rightarrow$Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là góc $SMO = 60^0 \Rightarrow SO = OM.\tan 60^0 = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3}a^2.\frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $27\sqrt{3}a^3$. **B.** $24\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Thiết diện qua trục là hình vuông nên $l = h = 2r$.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi r^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow r = 3a$.

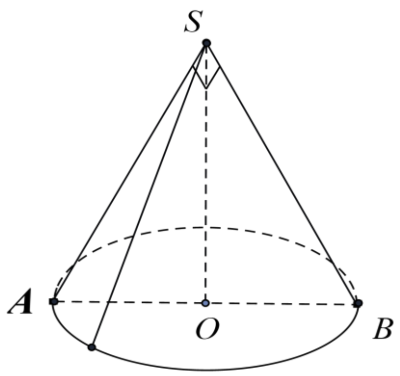
Diện tích đáy của lăng trụ: $S_d = 6.S_{\Delta OAB} = 6.(3a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}a^2}{2}$.

Thể tích lăng trụ: $V = S_d.h = \frac{27\sqrt{3}a^2}{2}.6a = 81\sqrt{3}a^3$.

Câu 36: Thiết diện qua trục một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón này là

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $2\pi\sqrt{6}$.

Lời giải

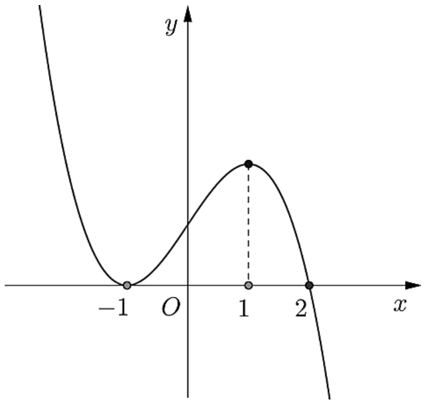


Gọi thiết diện qua trục là ΔSAB, tâm đường tròn đáy là O.

Xét ΔSAB vuông cân tại S : $SO = AO = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}.2\sqrt{6} = \sqrt{6}$.

$V = \frac{1}{3}.h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}SO.\pi(OA)^2 = \frac{1}{3}.\sqrt{6}.\pi(\sqrt{6})^2 = 2\pi\sqrt{6}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Nhận xét nào đúng về hàm số $g(x) = f^2(x)$?



Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$, trong đó $x = -1$ là nghiệm kép.

Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$ và $f'(x) > 0$ khi $-1 < x < 1$.

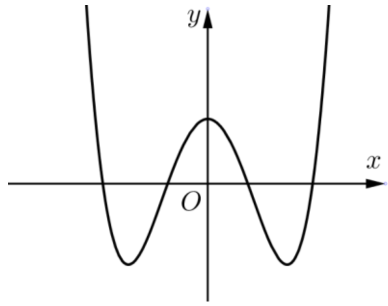
Xét hàm số $g(x) = f^2(x)$ có $g'(x) = 2f(x).f'(x)$ có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	|	+	0	−	
$f'(x)$		−	0	+	0	−	|	−	
$g'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có $g'(x) > 0$ khi $x \in (-1;1) \cup (2;+\infty)$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=3f^4(x)+2f^2(x)+2023$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

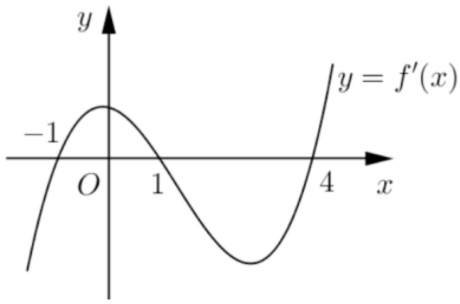
Lời giải

Ta có $y'=12f^3(x)f'(x)+4f(x)f'(x)$.

$$y'=0 \Leftrightarrow 12f^3(x)f'(x)+4f(x)f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right..$$

Quan sát đồ thị hàm số ta thầy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và hàm số có ba điểm cực trị. Do đó phương trình $f(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt và $f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt, các nghiệm này đôi một khác nhau cho nên hàm $y=3f^4(x)+2f^2(x)+2023$ có bảy điểm cực trị.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{x-3}{|3-x|}f'(|3-x|)$. Ta có: y' không xác định tại điểm $x=3$.

Hàm số đồng biến khi

$$y'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-3>0 \\ f'(|3-x|)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-3<0 \\ f'(|3-x|)<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} -1<3-x<1 \\ 3-x>4 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} 1<3-x<4 \\ 3-x<-1 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} 2<x<4 \\ x<1 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} -1<x<2 \\ x>4 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3<x<4 \\ -1<x<2 \end{array}\right..$$

Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(3;4)$.

Câu 40: Một con cá bơi ngược dòng từ A đến B với khoảng cách là $300(km)$. Vận tốc dòng nước là $6(km/h)$. Nếu vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao trong thời gian t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng Jun. Vận tốc của con cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là ít nhất?

A. $7km/h$. **B.** $10km/h$. **C.** $6km/h$. **D.** $9km/h$.

Lời giải

Vận tốc của con cá bơi ngược dòng là: $v-6 \ (km/h)$

Thời gian để con cá bơi khoảng cách $300\,km$ là $t=\dfrac{300}{v-6}\ (h)$

Năng lượng tiêu hao của con cá vượt khoảng cách đó là:

$E(v)=cv^3.\dfrac{300}{v-6}=300c.\dfrac{v^3}{v-6}(jun)$ $v>6$ có $E'(v)=600cv^2\dfrac{v-9}{(v-6)^2}$

Cho $E'(v)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=0(loai) \\ v=9 \end{array}\right.$

v	6		9		$+\infty$
$V'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$		↘	$E(9)$	↗	$+\infty$

Vậy để năng lượng tiêu hao là ít nhất thì vận tốc vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v=9(km/h)$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=x^{2023}-mx+2024$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2020. **B.** 2024. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có $y'=2023.x^{2022}-m$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow\ 2023.x^{2022}-m\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m\le 2023.x^{2022}\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $f(x)=2023.x^{2022}\ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow f'(x)=2023.2022.x^{2021}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2023.2022.x^{2021}=0 \Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Suy ra $m\le 0$, m là số nguyên trong đoạn $[-2023;2023]$ nên có 2024 số.

Câu 42: Biết rằng phương trình $\log_2\left(\dfrac{x^2+2}{2x+5}\right)=-x^2+4x+9$ có hai nghiệm $x=a+b\sqrt{c}$ và $x=a-b\sqrt{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính tích $a.b.c$.

A. 8. **B.** -8. **C.** -12. **D.** 12.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\dfrac{x^2+2}{2x+5}>0\Leftrightarrow x>\dfrac{-5}{2}$

$\log_2\left(\dfrac{x^2+2}{2x+5}\right)=-x^2+4x+9\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)-\log_2\left(2x+5\right)=-x^2+4x+9$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)+x^2+2=\log_2\left(2x+5\right)+\log_2 2+4x+10$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)+x^2+2=\log_2\left(4x+10\right)+4x+10$

Xét hàm số: $f(t)=\log_2 t+t$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0,\forall t>0$

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Đặt: $\begin{cases}u=x^2+2>0\\ v=4x+10>0\end{cases}$

Khi đó ta được $\log_2 u+u=\log_2 v+v\Leftrightarrow f(u)=f(v)$

Do đó $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v\Leftrightarrow x^2+2=4x+10$

$\Leftrightarrow x^2-4x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2+2\sqrt{3}\\ x=2-2\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vì a,b,c là các số nguyên dương nên $a=2,b=2,c=3$. Vậy $a.b.c=12$.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

B. $S=(-2;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

D. $S=\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$ (*). Đặt $u=\log_2 x\Rightarrow x=2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2}-10\left(2^u\right)^{-u}+3>0\Leftrightarrow 2^{u^2}-\dfrac{10}{2^{u^2}}+3>0$ (1)

Đặt $t=2^{u^2}$, $t\ge 1$. $(1)\Rightarrow t^2+3t-10>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t<-5\\ t>2\end{array}\right.$

So điều kiện ta suy ra $t>2\Leftrightarrow 2^{u^2}>2\Leftrightarrow u^2>1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u<-1\\ u>1\end{array}\right.$

Với $u>1\Rightarrow \log_2 x>1\Rightarrow x>2$

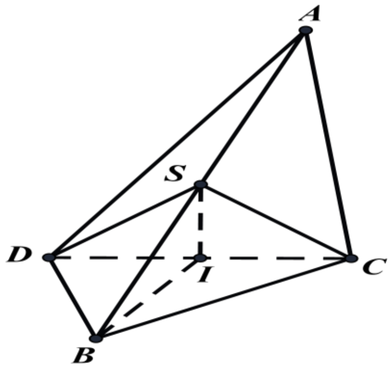
Với $u<-1\Rightarrow \log_2 x<-1\Rightarrow x<\dfrac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > 2$ hoặc $0 < x < \dfrac{1}{2}$.

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại B, $BC = a$, $BD = a\sqrt{3}$, $AB = 4a$ và $ACB = ADB = 90^0$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải



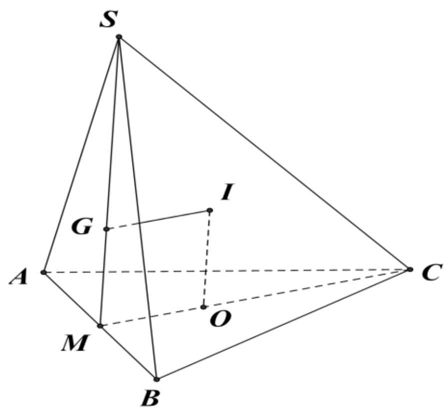
Gọi S là trung điểm của AB, suy ra $SB = SC = SD$, Gọi I là trung điểm DC suy ra $SI \perp (BCD)$

$S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $DC = 2a \Rightarrow BI = a \Rightarrow SI = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.BCD} = \dfrac{1}{3}SI.S_{BCD} = \dfrac{a^3}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S = \dfrac{5\pi a^2}{3}$. **B.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{12}$. **C.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{6}$. **D.** $S = \dfrac{3\pi a^2}{8}$.

Lời giải



$(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB

Kẻ $SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ABC)$;

Và có M là trung điểm AB.

Gọi O, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, SAB.

Dựng đường thẳng qua O vuông góc với (ABC) và đường thẳng qua G vuông góc (SAB).

Hai đường thẳng đó cắt nhau tại I. Ta có $I \in OI \Rightarrow IA = IB = IC$

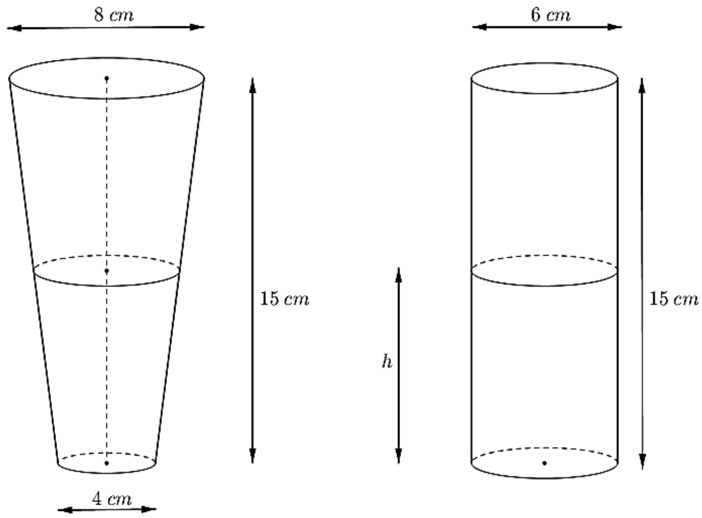
$I \in GI \Rightarrow IA = IB = IS$

Nên $IA = IB = IC = IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Mặt cầu có bán kính là $R = IA$.

$$IA^2 = AO^2 + IO^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{5a^2}{12}$$

Vậy diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\frac{5a^2}{12} = \frac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 46: Một cốc uống bia có hình nón cụt còn lon bia thì có hình trụ (như hình vẽ dưới đây). Khi rót bia từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần bia còn lại trong lon và chiều cao của phần bia có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h của bia trong lon gần nhất là số nào sau đây?



A. 8,58. **B.** 14,2. **C.** 7,5. **D.** 9,18.

Lời giải

Gọi phần nước trong cốc là nón cụt có bán kính đáy dưới bằng 2 , bán kính đáy trên bằng r
Phần bia trong cốc chính là bia từ lon rót ra nên ta có

$$\frac{\pi h}{3}\left(r^2 + 2^2 + 2.r\right) = \pi.9(15-h) \Leftrightarrow \frac{2h}{3}\left(r^2 + 2r + 4\right) = 9(30-2h)(1)$$

Theo tỉ số đồng dạng ta có $\frac{2}{r} = \frac{15}{15+h} \Leftrightarrow 30 + 2h = 15r \Leftrightarrow 2h = 15r - 30$ thế vào (1) ta có

$$\frac{15r-30}{3}\left(r^2 + 2r + 4\right) = 9(30 - 15r + 30) \Leftrightarrow (5r-10)\left(r^2 + 2r + 4\right) = 9(60 - 15r)$$

$$\Leftrightarrow (r-2)\left(r^2 + 2r + 4\right) = 9(12 - 3r) \Leftrightarrow r^3 + 27r - 116 = 0 \Rightarrow r \approx 3,14$$

$$\Rightarrow 2h \approx 17,1 \Rightarrow h \approx 8,55.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác (d) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 . **D.** 3

Lời giải

Tập xác định: $D = R$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6mx$. Hàm số có 2 cực trị khi $m \neq 0$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4m^3 \\ x=2m \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0;4m^3), B(2m;0)$. Gọi I là trung điểm AB

Các điểm cực trị này đối xứng nhau qua đường thẳng $(d): y=x$ khi $\begin{cases} AB \perp (d) \\ I \in (d) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{a_d} \\ I(m;2m^3) \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-4m^3=0 \\ m-2m^3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ m=-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện

Vây có 2 giá trị của m

Câu 48: Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x-4 \le 0 \\ x^3-3x|x|-m^2-15m \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm. Tính $a+b$.

A. -17. **B.** 15. **C.** 17. **D.** -15.

Lời giải

Xét hệ $\begin{cases} x^2-3x-4 \le 0 & (1) \\ x^3-3x|x|-m^2-15m \ge 0 & (2) \end{cases}$.

Bất phương trình (1): $x^2-3x-4 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 4$. Bài toán tương đương tìm tất các các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình (2) có nghiệm $x \in [-1;4]$.

Đặt $f(x)=x^3-3x|x|-m^2-15m$. Ta có $f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2-m^2-15m, & -1 \le x \le 0 \\ x^3-3x^2-m^2-15m, & 0 < x \le 4 \end{cases}$.

Suy ra $f'(x)=\begin{cases} 3x^2+6x, & -1 \le x \le 0 \\ 3x^2-6x, & 0 < x \le 4 \end{cases}$.

Ta thấy khi $-1 < x \le 2$ thì $f'(x) \le 0$, khi $2 < x \le 4$ thì $f'(x) > 0$.

Do đó: $\underset{[-1;4]}{Max}\, f(x)=Max\{f(-1), f(4)\}=f(4)=-m^2-15m+16$.

Để bất phương trình $f(x) \ge 0$ có nghiệm thuộc $[-1;4]$ thì

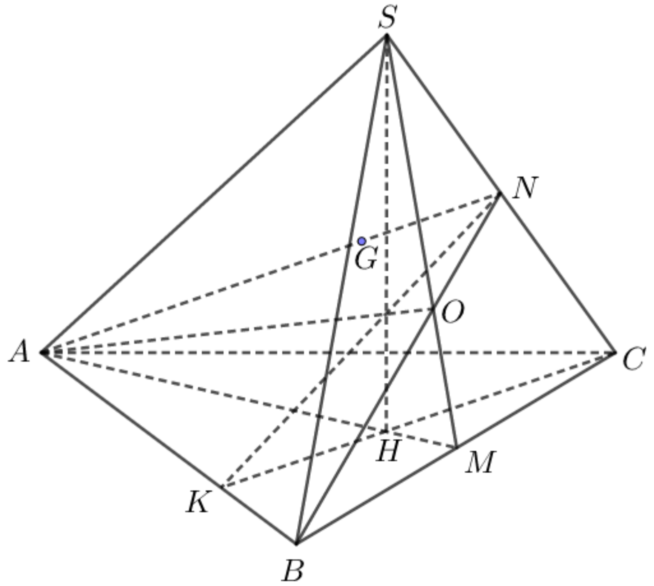
$\underset{[-1;4]}{Max}\, f(x)=-m^2-15m+16 \ge 0 \Leftrightarrow -16 \le m \le 1$.

Vậy $a+b=-15$.

Câu 49: Cho tứ diện $SABC$ có $AB=a$, tam giác SBC đều, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trực tâm H của tam giác ABC, mặt phẳng (SCH) tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $GABC$ với G là trọng tâm của tam giác SAC.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{38}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{144}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Lời giải



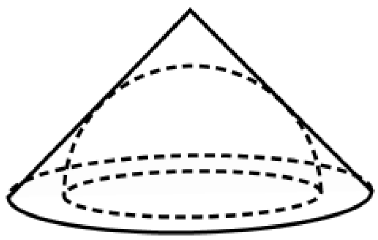
Gọi O là trọng tâm của ΔSBC; M, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, C của ΔABC; N là trung điểm của SC. Do ΔSBC đều nên O là trực tâm của ΔSBC. Mà theo giả thiết ta có $SABC$ là tứ diện trực tâm nên ta có $AO \perp (SBC)$. Do đó hình chóp $A.SBC$ là hình chóp đều.

Ta có $SC \perp (ABN)$ do $SC \perp OA, BN \Rightarrow \left((SCH),(SBC)\right) = KNB = 60^0$. Suy ra ΔAOB vuông tại O có $AB = a$, $ABO = 30^0$. Do đó: $AO = AB.\sin 30^o = \dfrac{a}{2}$, $BO = AB.cos30^o = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $BC = BO.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$.

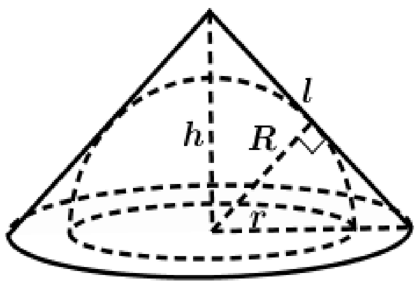
Vậy $V_{GABC} = \dfrac{1}{3}V_{SABC} = \dfrac{1}{9}AO.S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{9}.\dfrac{a}{2}.\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 50: Cho nửa hình cầu bán kính R không đổi. Một hình nón có chiều cao h, bán kính đáy là r tiếp xúc với nửa hình cầu như hình vẽ. Khi diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất, khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $h = 2\sqrt{3}r$. **B.** $h = r$. **C.** $h = \sqrt{3}r$. **D.** $h = \sqrt{2}r$.

Lời giải



Gọi l là độ dài đường sinh của hình nón. Ta có $Rl = hr \Rightarrow \pi rl = \dfrac{\pi hr^2}{R} \Rightarrow S_{xq} = \dfrac{\pi hr^2}{R}$.

Mặt khác $\dfrac{1}{R^2} = \dfrac{1}{h^2} + \dfrac{1}{r^2} \Rightarrow r^2 = \dfrac{R^2h^2}{h^2 - R^2} \Rightarrow S_{xq} = \dfrac{\pi Rh^3}{h^2 - R^2}$.

Xét $y = f(h) = \dfrac{\pi Rh^3}{h^2 - R^2} \Rightarrow y' = f'(h) = \dfrac{\pi Rh^2\left(h^2 - 3R^2\right)}{\left(h^2 - R^2\right)^2}$.

Đạo hàm $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = 0 \\ h = \pm R\sqrt{3} \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên:

h	R		$R\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{3\pi\sqrt{3}R^2}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là nhỏ nhất khi $h = R\sqrt{3}$, thay vào được

$r^2 = \dfrac{3R^2}{2} \Rightarrow r = \dfrac{R\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = r\sqrt{2}$.

ĐỀ SỐ 06 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

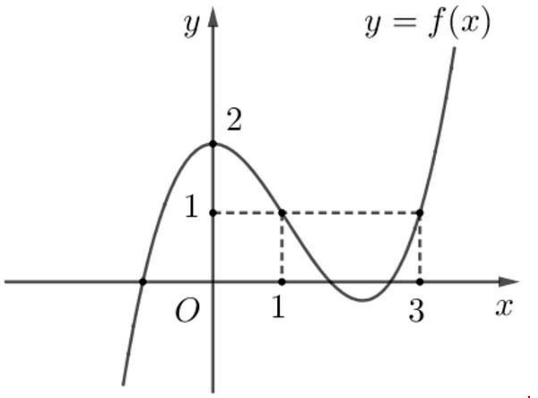
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Hàm số trên nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ cố đồ thị như sau



Hàm số trên đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

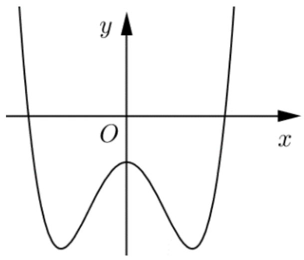
Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^2+x-7$ trên đoạn $[2;3]$ là:

A. 5. **B.** -1. **C.** $-\frac{29}{4}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 4: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3x+5}{x-3}$?

A. $y=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$.

C. $a>0,b<0,c>0$ **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=[1;+\infty)$.

Câu 8: Cho các số thực dương a,b với $b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **C.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$..

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là

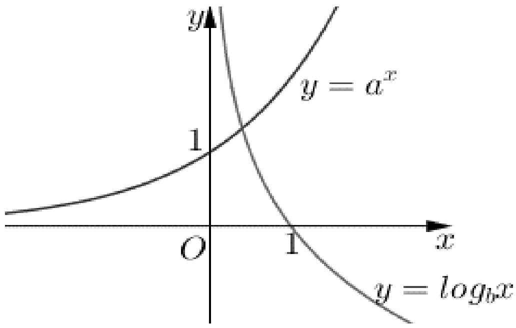
A. $y'=2e^{1-2x}$. **B.** $y'=-2e^{1-2x}$. **C.** $y'=-\frac{e^{1-2x}}{2}$. **D.** $y'=e^{1-2x}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x^2-2x-3)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=[-1;3]$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0<a<1, 0<b<1$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $a>1, b>1$. **D.** $0<b<1<a$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{3x-4}=9^{x-2}$ là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 13: Phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=-2$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=5$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 15: Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên $SA=2a$ vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Thể tích của khối trụ bằng

A. πrh. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 18: Cho hình nón có chu vi đáy 2π và độ dài đường cao là 3. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. πrh. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 19: Cho mặt cầu có đường kính là 6. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 48π. **D.** $36\pi^2$.

Câu 20: Cho mặt cầu có chu vi đường tròn lớn là 3π. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** $3,6\pi$. **C.** $\dfrac{9\pi}{2}$. **D.** 8π.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x+2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho có điểm cực trị là

A. $m\neq 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m>1$. **D.** $m\geq 1$.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 25: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{-x^2+3x-2}$ là đường thẳng

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$ và $x=2$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y=\left(2x^2-5x+3\right)^{-2}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1;\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 27: Cho $a,\ b,\ c$ là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{b}$.

A. $T=\dfrac{1}{10}$ **B.** $T=\dfrac{1}{2}$ **C.** $T=2$ **D.** $T=\sqrt{7}$

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y=\left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x+1+\ln x}$ với $x>0$. Khi đó $-\dfrac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\dfrac{x}{x+1}$. **B.** $1+\dfrac{1}{x}$. **C.** $\dfrac{x}{1+x+\ln x}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2-2x-1)=\log(5-3x)$

A. $\{-3;1\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{-3\}$. **D.** $\{-3;2\}$.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 32: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SCD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $CD=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** a^3

Câu 34: Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và khoảng cách từ tâm của đáy đến một đường sinh bất kỳ bằng $\dfrac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 36π **B.** 12π **C.** 18π **D.** 24π

Câu 35: Một khối trụ có bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là

A. $\dfrac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$ **B.** $4\sqrt{3}\pi a^3$ **C.** $6\sqrt{6}\pi a^3$ **D.** $8\sqrt{6}\pi a^3$

Câu 36: Bạn Hoa được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 0,5% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng Hoa rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng Hoa rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm?

A. 2.351.000 . **B.** 2.392.000 . **C.** 2.306.000 . **D.** 2.349.000 .

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2023;2023]$ để hàm số $y = 2^{\frac{mx+2}{2x+m}}$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. 4041 . **B.** 4044 . **C.** 4042 . **D.** 4040

Câu 38: Cho $x = 2023!$. Tính $T = \frac{1}{\log_{2^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2023}} x} + ... + \frac{1}{\log_{2022^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} x}$.

A. $T = 2022$. **B.** $T = \frac{1}{2023}$. **C.** $T = \frac{1}{2022}$. **D.** $T = 2023$.

Câu 39: Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\frac{1}{2}\log x^2 + \log(x+10) + \log 4 = 2$ là $x = a + b\sqrt{c}$ (a,b,c là các số nguyên). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** -6 . **C.** -2. **D.** 2

Câu 40: Gọi S là tập chứa tất cả những giá trị nguyên $m \in [-24;24]$ để bất phương trình $3^{\sin^2 x} + (2m-1)3^{1+\cos^2 x} \geq 4$ đúng với mọi x nằm trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của tập S là:

A. 18. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 24.

Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I,J,K,L,M,N lần lượt là tâm của 6 mặt hình vuông. Khi đó khối đa diện $IJKLMN$ là khối gì?

A. Khối lăng trụ tam giác đều. **B.** Khối lăng trụ tam giác.

C. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$. **D.** Khối bát diện đều.

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại C. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC. Biết diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\frac{2}{3}$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'AB)$ và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 27. M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB'. Thể tích khối chóp $MNAC$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** 9. **D.** 3

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SAB vuông góc với đáy ABC và tam giác SAB đều, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng SCB bằng $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h=8\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là

A. $48\left(cm^2\right)$. **B.** $56\left(cm^2\right)$. **C.** $42\left(cm^2\right)$. **D.** $44\left(cm^2\right)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^4(2x+1)\left(x^2+3x+2m-1\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-2024;2024]$ để hàm số $g(x)=f(2-x)+2024$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2023.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-4\right)\left(x^2-2x\right)$, với $\forall x\in\mathbb{R}$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có số điểm cực trị nhiều nhất là

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 48: Cho các số thực x,y thỏa mãn $\frac{2e^x}{\sqrt{2x+y}}+\ln(2x+y)\le 2x+2$. Giá trị nhỏ nhất của y là

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_2\left(x^2+2x+m\right)}-\left(\frac{1}{5}\right)^{2\log_2(2x-1)}<0$ chứa đúng 4 số nguyên. Số phần tử của S bằng:

A. 15. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln(m+3\sin x)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

-------------------------HẾT-------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.C	5.A	6.B	7.C	8.A	9.B	10.C
11.D	12.A	13.D	14.D	15.D	16.C	17.B	18.B	19.B	20.C
21.B	22.A	23.B	24.B	25.D	26.A	27.C	28.B	29.B	30.C
31.A	32.D	33.C	34.B	35.D	36.D	37.A	38.D	39.D	40.D
41.D	42.D	43.A	44.D	45.A	46.D	47.A	48.B	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

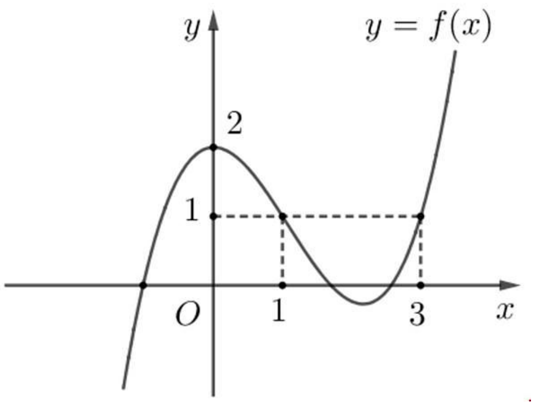
Hàm số trên nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, trên khoảng $(-\infty;-2)$ có $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số trên đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 + x - 7$ trên đoạn $[2;3]$ là:

A. 5. **B.** -1. **C.** $-\frac{29}{4}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có đạo hàm: $f'(x)=2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$ (loại)

Ta có: $f(2)=-1$ và $f(3)=5$

Vậy $\max\limits_{[2;3]} f(x)=f(3)=5$.

Câu 4: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3x+5}{x-3}$?

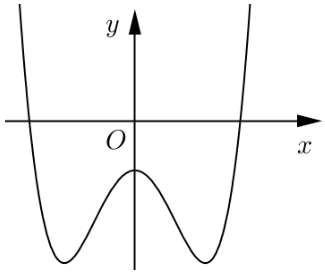
A. $y=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-3x+5}{x-3}=-3$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3x+5}{x-3}$ là $y=-3$.

Câu 5: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b>0,c<0$.

C. $a>0,b<0,c>0$ **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Lời giải

Đồ thị hướng lên $\Rightarrow a>0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b<0 \Rightarrow b<0$.

Đồ thị $\cap\, Oy$ tại điểm nằm dưới $Ox \Rightarrow c<0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=[1;+\infty)$.

Lời giải

Do $\pi\notin\mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định là $x-1>0\Leftrightarrow x>1\Rightarrow D=(1;+\infty)$.

Câu 8: Cho các số thực dương a,b với $b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b.$ **B.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b.$ **C.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}.$ **D.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a..$

Lời giải

Ta có $\ln(ab)=\ln a+\ln b.$

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là

A. $y'=2e^{1-2x}$. **B.** $y'=-2e^{1-2x}$. **C.** $y'=-\frac{e^{1-2x}}{2}$. **D.** $y'=e^{1-2x}$.

Lời giải

Ta có $y'=(1-2x)'e^{1-2x}=-2e^{1-2x}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$.

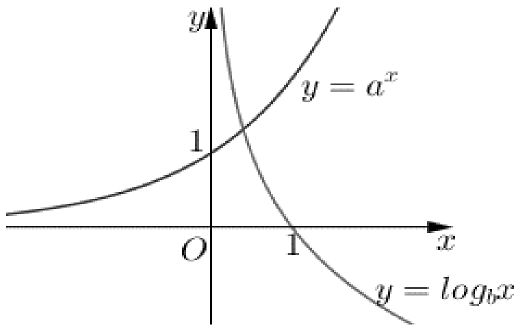
A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=[-1;3]$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Lời giải

Ta có điều kiện xác định $x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>3\end{array}\right.\Rightarrow D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 11: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0<a<1,0<b<1$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $a>1,b>1$. **D.** $0<b<1<a$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y=a^x$ đi lên theo chiều từ trái sang phải nên $a>1$.

Đồ thị hàm số $y=\log_b x$ đi xuống theo chiều từ trái sang phải nên $0<b<1$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $3^{3x-4}=9^{x-2}$ là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có: $3^{3x-4}=9^{x-2}\Leftrightarrow 3^{3x-4}=3^{2(x-2)}\Leftrightarrow 3x-4=2x-4\Leftrightarrow x=0$.

Câu 13: Phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=-2$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)=-2 \Leftrightarrow x-1=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x=5$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

$5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}\Leftrightarrow 5^{x+2}<5^{2x}\Leftrightarrow x+2<2x\Leftrightarrow 2<x$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$.

Câu 15: Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên $SA=2a$ vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a $\Rightarrow S_{ABCD}=a^2$ (đvdt).

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}2a.a^2=\frac{2a^3}{3}$ (đvtt)

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Thể tích của khối trụ bằng

A. πrh. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Thể tích của hình trụ là $V=S_d.h=\pi r^2h$

Câu 18: Cho hình nón có chu vi đáy 2π và độ dài đường cao là 3. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. πrh. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \frac{p}{2}l = \frac{2\pi}{2}.3 = 3\pi$ (đvdt)

Câu 19: Cho mặt cầu có đường kính là 6. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 48π. **D.** $36\pi^2$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu đã cho là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi d^2 = \pi.6^2 = 36\pi$ (đvdt)

Câu 20: Cho mặt cầu có chu vi đường tròn lớn là 3π. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** $3,6\pi$. **C.** $\frac{9\pi}{2}$. **D.** 8π.

Lời giải

Chu vi đường tròn lớn là: $P = 2\pi R = 3\pi \Rightarrow R = \frac{3}{2}$.

Thể tích khối cầu đã cho là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi$ (đvtt)

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$, do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x + 2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho có điểm cực trị là

A. $m \neq 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m > 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Hàm số đã cho có điểm cực trị khi: $m^2 - 3.\frac{1}{3}.(2m-1) > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x-2}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \frac{-1}{(1-x)^2} < 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;3]$.

Do đó $\underset{[2;3]}{\text{Max}}\, f(x) = f(2) = 0$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	||	$+$
y	$2 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 2$

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có hai tiệm cận $x = -1$ và $y = 2$.

Hơn nữa $y' > 0$. Do đó hàm số thỏa mãn là $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 25: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{-x^2+3x-2}$ là đường thẳng

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$ và $x = 2$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \left(2x^2 - 5x + 3\right)^{-2}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; \dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $y = \left(2x^2 - 5x + 3\right)^{-2} = \dfrac{1}{\left(2x^2 - 5x + 3\right)^2}$

Hàm số xác định khi $2x^2 - 5x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; \dfrac{3}{2}\right\}$

Câu 27: Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Tính $T = \dfrac{c}{a} + \dfrac{c}{b}$.

A. $T = \dfrac{1}{10}$ **B.** $T = \dfrac{1}{2}$ **C.** $T = 2$ **D.** $T = \sqrt{7}$

Lời giải

Giả sử $4^a = 25^b = 10^c = t \Rightarrow \begin{cases} a = \log_4 t \\ b = \log_{25} t \\ c = \log_{10} t \end{cases}$. Do $a,\ b,\ c$ là các số thực khác 0 nên $t > 0, t \neq 1$.

Ta có $T = \dfrac{c}{a} + \dfrac{c}{b} = \dfrac{\log_{10} t}{\log_4 t} + \dfrac{\log_{10} t}{\log_{25} t} = \dfrac{\log_t 4}{\log_t 10} + \dfrac{\log_t 25}{\log_t 10} = \log_{10} 4 + \log_{10} 25$

$= \log_{10}(4.25) = \log_{10} 100 = 2.$

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y = \left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (3;+\infty)$. **C.** $D = (0;+\infty)$. **D.** $D = (2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \ln(x-2) > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 1 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x - 2 > 1 \Leftrightarrow x > 3$.

Tập xác định: $D = (3;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{x + 1 + \ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\dfrac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\dfrac{x}{x+1}$. **B.** $1 + \dfrac{1}{x}$. **C.** $\dfrac{x}{1 + x + \ln x}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1 + x + \ln x}$.

Lời giải

$$y = \frac{1}{x + 1 + \ln x} \Rightarrow \frac{1}{y} = x + 1 + \ln x \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = (x + 1 + \ln x)' \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = 1 + \frac{1}{x}.$$

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 2x - 1) = \log(5 - 3x)$

A. $\{-3;1\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{-3\}$. **D.** $\{-3;2\}$.

Lời giải

Ta có:

$$\log(x^2 - 2x - 1) = \log(5 - 3x) \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 3x > 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{5}{3} \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{5}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $2^{x^2 - 3x - 3} = 8^{-x}$

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $2^{x^2 - 3x - 3} = 8^{-x} \Leftrightarrow 2^{x^2 - 3x - 3} = 2^{-3x} \Leftrightarrow x^2 - 3x - 3 = -3x \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$

Tổng các nghiệm của phương trình là $T = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$

Câu 32: Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

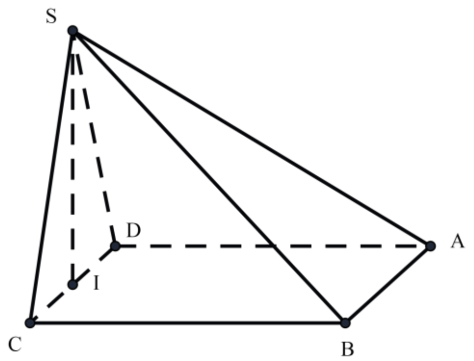
Lời giải

Ta có khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SCD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $CD = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** a^3

Lời giải



Gọi I là trung điểm CD $\Rightarrow SI \perp CD$.

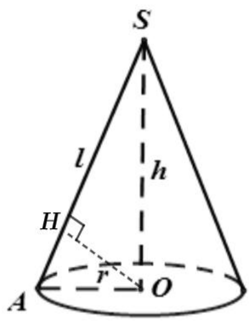
Ta có $\begin{cases} (SCD) \perp (ABCD) \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \Rightarrow SI \perp (ABCD). \\ SI \subset (SCD); SI \perp CD \end{cases}$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 34: Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và khoảng cách từ tâm của đáy đến một đường sinh bất kỳ bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 36π **B.** 12π **C.** 18π **D.** 24π

Lời giải



Theo giả thiết ta có: $r = OA = 3; OH = \frac{12}{5}$.

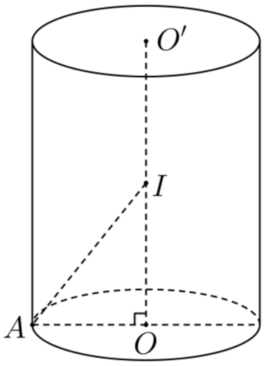
Xét ΔSOA vuông ở O có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OA^2}\Leftrightarrow\dfrac{25}{144}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{9}\Leftrightarrow SO=4=h$.

Do đó thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}.\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 35: Một khối trụ có bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là

A. $\dfrac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$ **B.** $4\sqrt{3}\pi a^3$ **C.** $6\sqrt{6}\pi a^3$ **D.** $8\sqrt{6}\pi a^3$

Lời giải



Gọi I là trung điểm của OO'.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình trụ đã cho là

$$R=IA=\sqrt{OI^2+OA^2}=\sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2+r^2}=\sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.\left(a\sqrt{6}\right)^3=8\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 36: Bạn Hoa được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 0,5% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng Hoa rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng Hoa rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm?

A. 2.351.000 . **B.** 2.392.000 . **C.** 2.306.000 . **D.** 2.349.000 .

Lời giải

Gọi số tiền bạn Hoa rút ra hàng tháng là x (triệu đồng) $(x>0)$, số tiền ban đầu là P (triệu đồng) $(P>0)$, lãi suất tiền gửi hàng tháng là r, $(r>0)$.

Lãi suất nhận được sau tháng thứ nhất là: $P.r$ (triệu đồng).

Số tiền cuối tháng thứ nhất sau khi rút còn lại: $P_1=P(1+r)-x$ (triệu đồng).

Lãi suất nhận được sau tháng thứ hai là: $P_1.r$ (triệu đồng).

Số tiền cuối tháng thứ hai sau khi rút còn lại: $P_2=P_1(1+r)-x=P(1+r)^2-x(1+r)-x$ (triệu đồng).

Cứ như thế, số tiền còn lại sau n tháng là:

$$P_n = P(1+r)^n - x(1+r)^{n-1} - x(1+r)^{n-2} - .... - x(1+r) - x$$

$$P_n = P(1+r)^n - x.\frac{(1+r)^n - 1}{r} \text{ (triệu đồng).}$$

Sau 48 tháng, số vừa hết khi và chỉ khi

$$P_n = 0 \Leftrightarrow P(1+r)^{48} - x.\frac{(1+r)^{48} - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow 100(1,005)^{48} - x.\frac{(1,005)^{48} - 1}{0,005} = 0$$

$\Leftrightarrow x \approx 2,349$ (triệu đồng).

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số $y = 2^{\frac{mx+2}{2x+m}}$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. 4041. **B.** 4044. **C.** 4042. **D.** 4040

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số: $x \neq -\frac{m}{2}$

Đạo hàm $y' = 2^{\frac{mx+2}{2x+m}} \ln 2 \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(1;2)$

$$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{m}{2} \leq 1 \\ -\frac{m}{2} \geq 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \vee m > 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq -2 \\ m \leq -4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4 \vee m > 2..$$

Kết hợp điều kiện: $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2023; 2023] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2023; -4] \cup (2; 2023]. \end{cases}$

Vậy có 4041 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 38: Cho $x = 2023!$. Tính $T = \frac{1}{\log_{2^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2023}} x} + ... + \frac{1}{\log_{2022^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} x}$.

A. $T = 2022$. **B.** $T = \frac{1}{2023}$. **C.** $T = \frac{1}{2022}$. **D.** $T = 2023$.

Lời giải

Ta có: $T = \frac{1}{\log_{2^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2023}} x} + ... + \frac{1}{\log_{2022^{2023}} x} + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} x}$

$= \log_x 2^{2023} + \log_x 3^{2023} + ... + \log_x 2022^{2023} + \log_x 2023^{2023}$

$= 2023.\log_x 2 + 2023.\log_x 3 + ... + 2023.\log_x 2022 + 2023.\log_x 2023$

$= 2023.(\log_x 2 + \log_x 3 + ... + \log_x 2022 + \log_x 2023)$

$= 2023.\log_x\left(2.3.....2022.2023\right) = 2023.\log_{2023!} 2023! = 2023$.

Vậy $T = 2023$.

Câu 39: Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\frac{1}{2}\log x^2 + \log\left(x+10\right) + \log 4 = 2$ là $x = a + b\sqrt{c}$ (a,b,c là các số nguyên). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 0. **B.** -6 . **C.** -2. **D.** 2

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2 > 0 \\ x+10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -10 \end{cases}$.

Ta có: $\frac{1}{2}\log x^2 + \log\left(x+10\right) = 2 - \log 4 \Leftrightarrow \log|x| + \log\left(x+10\right) = \log 25$.

$\Leftrightarrow \log\left(|x|.\left(x+10\right)\right) = \log 25$. (*)

Với $x > 0$ thì (*) $\Leftrightarrow x^2 + 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 + 5\sqrt{2}(n) \\ x = -5 - 5\sqrt{2}(l) \end{array}\right.$.

Với $-10 < x < 0$ thì (*) $\Leftrightarrow -x^2 - 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow x = -5$ (nhận).

Nghiệm lớn nhất của phương trình là $x = -5 + 5\sqrt{2} \Rightarrow a = -5, b = 5, \mathrm{c} = 2 \Rightarrow a + b + c = 2$.

Câu 40: Gọi S là tập chứa tất cả những giá trị nguyên $m \in [-24;24]$ để bất phương trình $3^{\sin^2 x} + \left(2m-1\right)3^{1+\cos^2 x} \geq 4$ đúng với mọi x nằm trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của tập S là:

A. 18. **B.** 19. **C.** 21. **D.** 24.

Lời giải

Đặt $t = 3^{\sin^2 x} \in \left[3^0;3^1\right] = [1;3] \Rightarrow 3^{1+\cos^2 x} = 3^{2-\sin^2 x} = \frac{9}{3^{\sin^2 x}} = \frac{9}{t}$

Bất phương trình trở thành: $t + \left(2m-1\right)\frac{9}{t} \geq 4 \Leftrightarrow 9\left(2m-1\right) \geq 4t - t^2$ với $\forall t \in [1;3]$

Ta đặt $f\left(t\right) = 4t - t^2 \Rightarrow 9\left(2m-1\right) \geq \max\limits_{x\in[1;3]}\left[f\left(t\right)\right] = \max\limits_{x\in[1;3]}\left(4t - t^2\right) = 4$

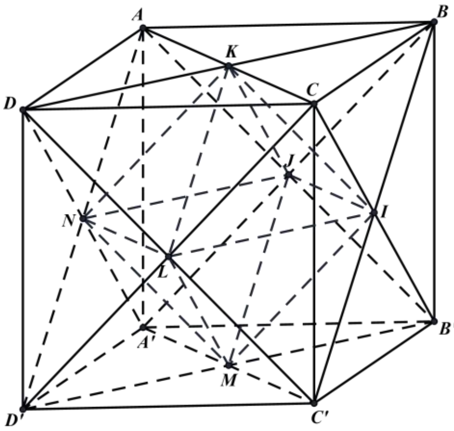
Suy ra $9\left(2m-1\right) \geq 4 \Leftrightarrow m \geq \frac{13}{18} \Rightarrow 1 \leq m \leq 24 \Rightarrow$ Có 24 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I,J,K,L,M,N lần lượt là tâm của 6 mặt hình vuông. Khi đó khối đa diện $IJKLMN$ là khối gì?

A. Khối lăng trụ tam giác đều. **B.** Khối lăng trụ tam giác.

C. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$. **D.** Khối bát diện đều.

Lời giải



Nếu gọi cạnh đáy của hình lập phương là a. Khi đó tất cả các cạnh của khối $IJKLMN$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$,

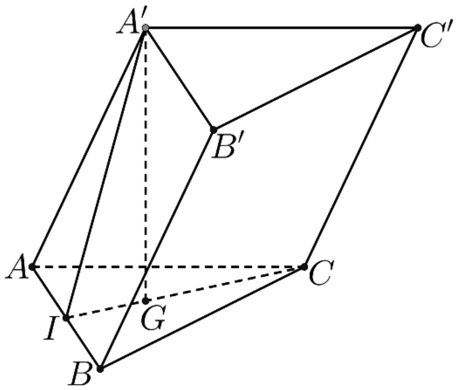
Lại có $ML // CB'$ và $MJ // C'B$ suy ra $ML \perp MJ$. Do đó tứ giác $KJML$ là hình vuông.

Vậy khối $IJKLMN$ là khối bát diện đều.

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại C. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC. Biết diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\frac{2}{3}$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'AB)$ và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm AB. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'AB)$ và (ABC) là góc $A'IC = 60°$.

Đặt $AB = x$. Ta có: $IG = \frac{1}{3}IC = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB = \frac{x}{6}$.

Khi đó: $\cos A'IG = \frac{IG}{A'I} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\frac{x}{6}}{A'I} \Leftrightarrow A'I = \frac{x}{3}$.

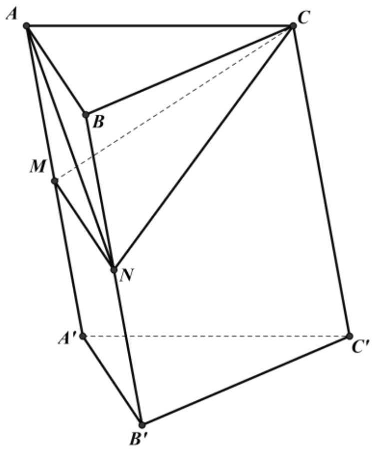
$S_{A'AB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.A'I.AB = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.\frac{x}{3}.x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 2$ và $A'G = \sqrt{A'I^2 - IG^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra: $S_{ABC}=\frac{1}{2}.CI.AB=\frac{1}{2}.1.2=1$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{3}.1=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 27. M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AA',BB'. Thể tích khối chóp $MNAC$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** 9. **D.** 3

Lời giải

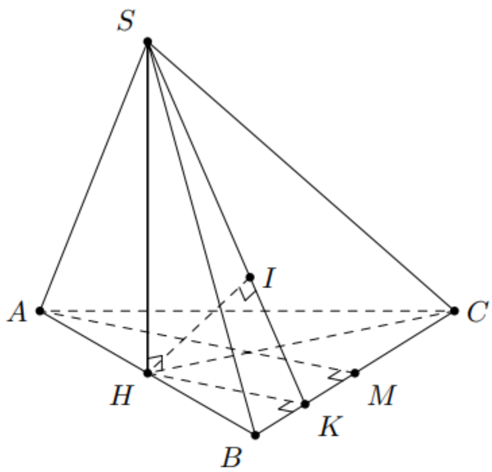


Ta có: $\frac{V_{MNAC}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{V_{CABN}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{3}.S_{ABC}.d\left(N,(ABC)\right)}{S_{ABC}.d\left(B',(ABC)\right)}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{MNAC}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SAB vuông góc với đáy ABC và tam giác SAB đều, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng SCB bằng $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải



Gọi H và M lần lượt là trung điểm của AB và BC.

Gọi K là trung điểm của $BM \Rightarrow HK \perp BM$.

Gọi I là hình chiếu của H lên SK suy ra $HI \perp \; SBC$.

Khi đó $HI = \mathrm{d} \; H,\; SBC \;\; = \dfrac{1}{2}\mathrm{d} \; A,\; SBC \;\; = \dfrac{\sqrt{15}}{5}a$.

Đặt $AB = x$ suy ra $SH = AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$ và $HK = \dfrac{1}{2}AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{4}$.

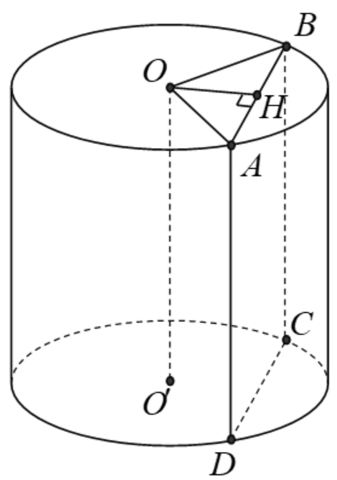
Do đó: $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HS^2} + \dfrac{1}{HK^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{15}}{5}\right)^2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{x\sqrt{3}}{4}\right)^2} \Leftrightarrow x = 2a$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x^3}{8} = a^3$.

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 8\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là

A. $48\left(cm^2\right)$. **B.** $56\left(cm^2\right)$. **C.** $42\left(cm^2\right)$. **D.** $44\left(cm^2\right)$.

Lời giải



Gọi O, O' là tâm của hai đáy của hình trụ và (P) là mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 4cm.

(P) cắt hai hình tròn đáy (O), (O') theo hai dây cung lần lượt là AB, CD và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là AD, BC. Khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật.

Gọi H là trung điểm của AB. Ta có

$$\begin{cases} OH \perp AD \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d\left(OO',(P)\right) = d\left(O,(ABCD)\right) = OH = 4cm.$$

$AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6$; $AD = OO' = h = 8\text{cm}$.

Vậy diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB.AD = 8.6 = 48\left(cm^2\right)$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^4(2x+1)\left(x^2+3x+2m-1\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024;2024]$ để hàm số $g(x) = f(2-x) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có $g'(x) = -f'(2-x) = -(2-x)^4(5-2x)\left(x^2-7x+2m+9\right)$.

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0,\ \forall x \in (3;+\infty)$

$\Leftrightarrow -(2-x)^4(5-2x)\left(x^2-7x+2m+9\right) \geq 0, \forall x \in (3;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 2m + 9 \geq 0,\ \forall x \in (3;+\infty)$ (do $-(2-x)^4(5-2x) > 0,\ \forall x > 3$)

$\Leftrightarrow 2m \geq -x^2 + 7x - 9,\ \forall x \in [3;+\infty) \Leftrightarrow 2m \geq \max\limits_{[3;+\infty)}\left(-x^2+7x-9\right)$.

Xét $y = -x^2 + 7x - 9,\ x \in [3;+\infty)$.

Ta có $y' = -2x + 7$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -2x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{13}{4}$	$\searrow$	$-\infty$

Do đó ta có $\mathop{Max}\limits_{[3;+\infty)}\left(-x^2+7x-9\right) = \frac{13}{4} \Rightarrow 2m \geq \frac{13}{4} \Leftrightarrow m \geq \frac{13}{8}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2024;2024] \Rightarrow m \in \{2;3;4;...;2024\}$.

Vậy có 2023 tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \left(x^2-4\right)\left(x^2-2x\right)$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(x^3 - 3x^2 + m\right)$ có số điểm cực trị nhiều nhất là

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Theo đề bài ta có: $f'(x) = \left(x^2-4\right)\left(x^2-2x\right) = x(x+2)(x-2)^2$

Ta lại có: $g'(x)=(3x^2-6x).f'(x^3-3x^2+m)$

$$\Leftrightarrow g'(x)=(3x^2-6x)(x^3-3x^2+m)(x^3-3x^2+m+2)(x^3-3x^2+m-2)^2$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=0;x=2 & \\ x^3-3x^2=-m & (1)\\ x^3-3x^2=-m-2 & (2)\\ x^3-3x^2=-m+2 & (3)\end{array}\right.$$

Ta thấy (1), (2), (3) không có nghiệm chung và $(x^3-3x^2+m-2)^2\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Để hàm số $g(x)$ có số điểm cực trị nhiều nhất thì các phương trình (1), (2) đều có ba nghiệm phân biệt khác 0 và 2.

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ ta có đạo hàm $h'(x)=3x^2-6x$.

Giải phương trình: $h'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình $(1),(2)$ đều có ba nghiệm phân biệt khác 0 và 2 thì

$$\begin{cases}-4<-m<0\\-4<-m-2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<4\\-2<m<2\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<2$$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=1\Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là 1.

Câu 48: Cho các số thực x,y thỏa mãn $\dfrac{2e^x}{\sqrt{2x+y}}+\ln(2x+y)\leq 2x+2$. Giá trị nhỏ nhất của y là

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

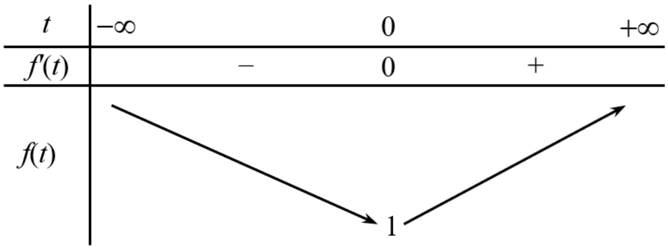
Điều kiện: $2x+y>0$.

Ta có $\dfrac{2e^x}{\sqrt{2x+y}}+\ln(2x+y)\leq 2x+2\Leftrightarrow\dfrac{e^x}{\sqrt{2x+y}}+\dfrac{1}{2}\ln(2x+y)\leq x+1$

$$\Leftrightarrow\frac{e^x}{e^{\ln\sqrt{2x+y}}}+\ln\sqrt{2x+y}\leq x+1\Leftrightarrow e^{x-\ln\sqrt{2x+y}}-\left(x-\ln\sqrt{2x+y}\right)\leq 1\ (1)$$

Xét hàm số $f(t)=\mathrm{e}^t-t$. Có $f'(t)=\mathrm{e}^t-1$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^t=1 \Leftrightarrow t=0$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta thấy $f(t)\ge 1, \forall t\in\mathbb{R}$. Nên $f(t)\le 1 \Rightarrow f(t)=1 \Leftrightarrow t=0$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow x-\ln\sqrt{2x+y}=0 \Leftrightarrow \ln\sqrt{2x+y}=x \Leftrightarrow \sqrt{2x+y}=\mathrm{e}^x \Leftrightarrow y=\mathrm{e}^{2x}-2x\ge 1$ (từ bảng biến thiên của hàm số $f(t)$).

Vậy y đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x=0$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_2\left(x^2+2x+m\right)}-\left(\frac{1}{5}\right)^{2\log_2(2x-1)}<0$ chứa đúng 4 số nguyên. Số phần tử của S bằng:

A. 15. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 16.

Lời giải

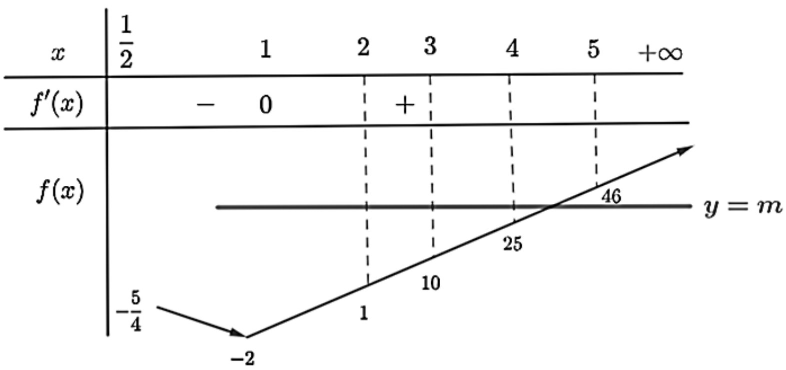
Ta có : $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_2\left(x^2+2x+m\right)}<\left(\frac{1}{5}\right)^{2\log_2(2x-1)} \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2x+m\right)>2\log_2(2x-1) \quad (*)$

Điều kiện xác định : $\begin{cases} x^2+2x+m>0 \\ 2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2} \end{cases}$

$(*) \Leftrightarrow x^2+2x+m>(2x-1)^2 \Leftrightarrow x^2+2x+m>4x^2-4x+1 \Leftrightarrow m>3x^2-6x+1$

Đặt $f(x)=3x^2-6x+1$ có $f'(x)=6x-6=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên :



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 25<m\le 46 \Rightarrow m\in\{26;27;28;...;46\}$

Vậy có 21 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} m+3\sin x>0 \\ m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)>0 \end{cases}$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}$

$\Leftrightarrow m+3\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x \Leftrightarrow e^{\ln(m+3\sin x)}+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x$ (1)

Xét hàm số $f\left(t\right)=e^{t}+t, t\in\mathbb{R}$ có $f'\left(t\right)=e^{t}+1>0, t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow f\left[\ln\left(m+3\sin x\right)\right]=f\left(\sin x\right)\Leftrightarrow \ln\left(m+3\sin x\right)=\sin x$

Đặt $a=\sin x$, $a\in\left[-1;1\right]$.

Phương trình trở thành: $\ln\left(m+3a\right)=a\Leftrightarrow m=e^{a}-3a$.

Xét $g\left(a\right)=e^{a}-3a, a\in\left[-1;1\right]; g'\left(a\right)=e^{a}-3<0, \forall a\in\left[-1;1\right]$.

Hàm số $g\left(a\right)$ luôn nghịch biến trên $\left[-1;1\right]$.

Phương trình có nghiệm thực khi và chỉ khi $g\left(1\right)\le m\le g\left(-1\right)\Leftrightarrow e-3\le m\le \dfrac{1}{e}+3$.

Mà $m\in Z$ nên $m\in\left\{0;1;2;3\right\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐỀ SỐ 07 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Tính diện tích xung quanh của khối trụ có chiều cao $h=2$ và bán kính đáy $R=3$.

A. $S_{xq}=36\pi$. **B.** $S_{xq}=4\pi$. **C.** $S_{xq}=6\pi$. **D.** $S_{xq}=12\pi$.

Câu 2: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{19}{x+2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3: Công thức tìm thể tích khối lăng trụ nghiêng có độ dài cạnh bên l, chiều cao h và diện tích đáy B là

A. $V=Bl$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\pi Bl$.

Câu 4: Hình tròn xoay tạo ra khi quay một đường thẳng quanh trục là đường thẳng song song với nó gọi là gì?

A. Hình trụ. **B.** Mặt trụ. **C.** Hình lăng trụ. **D.** Mặt nón.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(2x+1)^{-3}$ là:

A. $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 6: Cho khối nón (C) có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l và chiều cao h. Công thức nào sau đây **đúng?**

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2 l$. **B.** $V=\pi R^2 l$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2 h$. **D.** $V=\pi R^2 h$.

Câu 7: Cho khối nón (C), có bán kính đáy $R=3$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính chiều cao h của khối nón?

A. $h=\sqrt{13}$. **B.** $h=1$. **C.** $h=\sqrt{7}$. **D.** $h=5$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-2022}{x+2023}$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho khối cầu bán kính $2R$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu. Công thức nào sau đây đúng?

A. $V=\dfrac{4}{3}\pi(2R)^3$. **B.** $S=4\pi(2R)^3$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 10: Có bao nhiêu loại đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều.

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 11: Tìm tập nghiệm của phương trình: $\log_3(3-x)=2$.

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=\{-6\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{-3\}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $D=\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ không có cực trị.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b, x thỏa $\log_3 x=10\log_3 a+7\log_3 b$. Tìm x.

A. $x=\frac{1}{a^{10}b^7}$. **B.** $x=a^{10}+b^7$. **C.** $x=10a+7b$. **D.** $x=a^{10}b^7$.

Câu 14: Giải bất phương trình $\left(\sqrt{101}\right)^{3x}\le 101^{x+1}$.

A. $S=\left(-\infty;2\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;0\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;2\right)$.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\frac{x-m}{x-2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. $m>2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m<2$.

Câu 16: Cho khối nón có thể tích V. Nếu tăng bán kính đáy của khối nón lên 2 lần, nhưng giảm chiều cao của khối nón còn $\frac{1}{3}$ chiều cao ban đầu thì khối nón mới có thể tích V'. Tính tỷ số $\frac{V}{V'}$

A. $\frac{V}{V'}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{V}{V'}=\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{V}{V'}=\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{V}{V'}=\frac{4}{3}$.

Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=-x^4+4x^2+10$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. -12. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 14.

Câu 18: Nếu $a=\log_2 3$; $b=\log_2 5$ thì

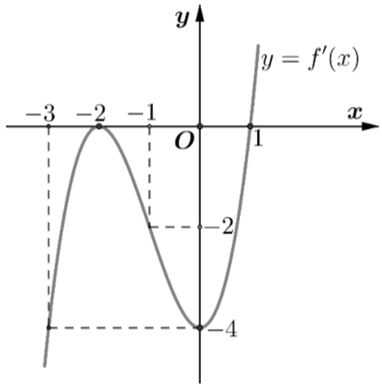
A. $\log_2\sqrt[6]{180}=\frac{1}{6}+\frac{a}{3}+\frac{b}{6}$. **B.** $\log_2\sqrt[6]{180}=\frac{1}{3}+\frac{a}{3}+\frac{b}{6}$.

C. $\log_2\sqrt[6]{180}=\frac{1}{3}+\frac{a}{3}+\frac{b}{3}$. **D.** $\log_2\sqrt[6]{180}=\frac{1}{3}+\frac{a}{2}+\frac{b}{6}$.

Câu 19: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ chia khối hộp thành hai phần có thể tích tương ứng là $V_1;V_2\left(V_1<V_2\right)$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 22: Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{3x+1}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

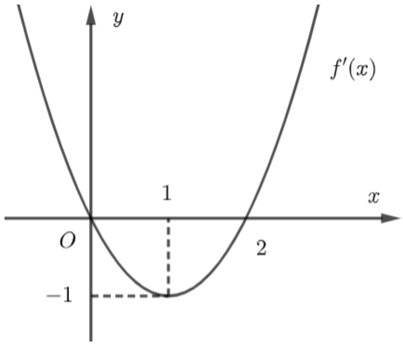
A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$ và $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-\frac{1}{3}$.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\frac{2}{3}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 24: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình lăng trụ đứng luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang cân luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Cho x, y là các số thực. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $10^x > 10^y \Leftrightarrow x > y$. **B.** $\left(\frac{1}{10}\right)^x \le \left(\frac{1}{10}\right)^y \Leftrightarrow x > y$.

C. $10^x > 10^y \Leftrightarrow x < y$. **D.** $\left(\frac{1}{10}\right)^x \ge \left(\frac{1}{10}\right)^y \Leftrightarrow x \ge y$.

Câu 26: Giả sử cứ sau mỗi năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 5 năm nữa diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

A. $1-\frac{5x}{100}$. **B.** $\left(1-\frac{x}{100}\right)^5$. **C.** $(100-5x)\%$. **D.** $1-\left(\frac{x}{100}\right)^5$.

Câu 27: Cắt hình trụ có bán kính $R\ (R \neq 1)$ bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được một hình chữ nhật có diện tích 12cm^2. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó?

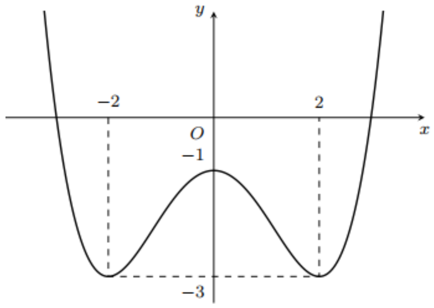
A. $S_{xq} = 12\pi R\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $S_{xq} = 36R^2\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S_{xq} = 24\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S_{xq} = 12\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 28: Cho các số thực dương $x, y, a\ (a \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. $\log_a(xy) = \log_a x . \log_a y$. **B.** $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)^n = n\log_a\left(\frac{x}{y}\right), \forall n \neq 0$. **D.** $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Điểm cực đại của hàm số $y = f(x+2)$ là



A. $x=-4$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 30: Tính đạo hàm y' của hàm số $y=\log_{29}(2x+7)$.

A. $y'=\dfrac{2}{(2x+7)\ln 29}$.

B. $y'=\dfrac{29}{2x+7}$.

C. $y'=\dfrac{1}{(2x+7)\ln 29}$.

D. $y'=\dfrac{29}{(2x+7)\ln 29}$.

Câu 31: Cho khối chóp tứ giác đều có thể tích $V=48cm^3$, biết độ dài cạnh đáy là $6cm$. Gọi độ dài cạnh bên của khối chóp là m thì ta có:

A. $m=\sqrt{6}$. **B.** $m=4\sqrt{11}$ **C.** $m=2$ **D.** $m=\sqrt{34}$

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}$. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

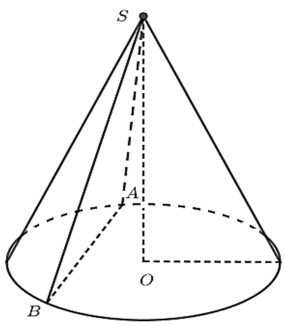
Câu 33: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, $A'B\perp(ABC)$; $AB=a$, $CC'=3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34: Dự kiến mỗi năm giá xăng tăng 5%. Năm 2019 giá xăng là 15.000 đồng/lít. Hỏi giá xăng năm 2026 theo dự kiến gần nhất với số nào sau đây?

A. 21.106,6 đồng. **B.** 22.106,5 đồng. **C.** 21.106,5 đồng. **D.** 22.106,8 đồng.

Câu 35: Cho hình nón (C) đỉnh S có bán kính đáy $R=3$, hai đường sinh vuông góc với nhau SA, SB cùng dây cung AB tạo ra một tam giác có diện tích bằng 8. Gọi α là góc giữa (SAB) và mặt đáy của hình nón (C). Tính $\cos\alpha$?



A. $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$.. **B.** $(0;2)$.. **C.** $(-\infty;-3)$.. **D.** $(2;3)$.

Câu 37: Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 38: Một quán cà-phê có các ly pha cooktail có lòng là hình trụ cao $15cm$ dung tích $300ml$. Để thay đổi phong cách cho mùa giáng sinh và năm mới, người ta đặt hàng loại ly mới cũng hình trụ nhưng có chiều cao bằng $\frac{5}{3}$ chiều cao loại ly cũ. Hỏi khi đó, đường kính đáy phần chứa nước của loại ly mới bằng bao nhiêu để lượng cooktail chứa trong mỗi ly không thay đổi quá $30ml$ so với loại ly cũ?

A. $4,2cm$. **B.** $3,6cm$. **C.** $3,9cm$. **D.** $3,5cm$.

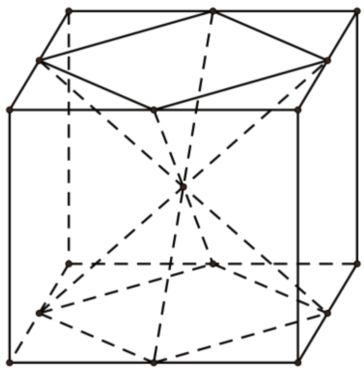
Câu 39: Phương trình $4^x-3.2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-7;-5)$.

Câu 40: Tính diện tích xung quanh S của khối cầu đi qua 6 đỉnh của một lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=\frac{13\pi a^2}{4}$. **C.** $S=\frac{7\pi a^2}{3}$ **D.** $S=\frac{40\pi a^2}{3}$

Câu 41: Một chiếc đồng hồ cát được thiết kế (như hình vẽ bên dưới), với hai đáy của phần chứa cát là các hình vuông nội tiếp hình vuông đáy của khối hộp bên ngoài. Tỉ số thể tích của phần chứa cát và phần còn lại giữa phần chứa cát và khối hộp đứng bên ngoài là?



A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 42: Tính tổng các nghiệm của phương trình: $(\log_2 2x-2)\log_2 2x=\frac{3}{2}(\log_2 2x-1)$.

A. 4. **B.** $\frac{8-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{8+\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho tam giác nhọn ABC có $BC = 6$ và diện tích $S = 12$. Cho tam giác ABC quay quanh trục là đường thẳng chứa cạnh BC ta được khối tròn xoay (H). Tính thể tích của (H).

A. $V_{(H)} = 24\pi$. **B.** $V_{(H)} = 36\pi$. **C.** $V_{(H)} = 32\pi$. **D.** $V_{(H)} = 12\pi$.

Câu 44: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{1}{10+x}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Gọi K, H là hai giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x+3$ và $(C): y = \dfrac{x+6}{-2x+2}$. Tính độ dài đoạn KH?

A. $KH = \dfrac{2\sqrt{5}}{4}$. **B.** $KH = \dfrac{3\sqrt{5}}{4}$. **C.** $KH = 3\sqrt{5}$. **D.** $KH = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 46: Khi nuôi ong trong vườn nhà, người ta thấy rằng: Nếu trên một đơn vị diện tích vườn có n con ong thì trung bình mỗi con sau vụ thu hoạch được số mật là $P(n) = 240 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con ong trên một đơn vị diện tích vườn để một vụ thu được nhiều mật nhất?

A. 12. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 48.

Câu 47: Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288m^2$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500000đ/m^2$. Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 168 triệu đồng **B.** 90 triệu đồng **C.** 54 triệu đồng **D.** 108 triệu đồng

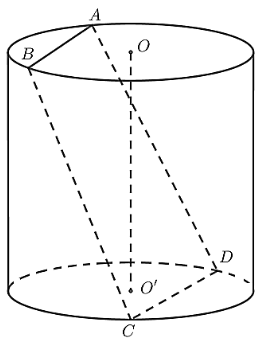
Câu 48: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\dfrac{V_2}{V_1}$ là

A. $\dfrac{V_2}{V_1} = 3$. **B.** $\dfrac{V_2}{V_1} = 2$. **C.** $\dfrac{V_2}{V_1} = 1$. **D.** $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{3}{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = (x-m)(m^2x^2 - x - 2)$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số thực. Khi m thay đổi (C_m) cắt trục Ox tại ít nhất bao nhiêu điểm ?

A. 1. **B.** 4.
C. 3. **D.** 2.

Câu 50: Cho hình trụ (H) có hai đáy lá các đường tròn $(O;6)$ và $(O';6)$, chiều cao $h = 8$. Một mặt phẳng cắt trục OO' của hình trụ và cắt các đường tròn (O), (O') theo các dây cung AB, CD (tham khảo hình vẽ). Biết $CD = 9$, $AB = 3$. Diện tích tứ giác $ABCD$ gần với số nào nhất trong các số sau:



A. 75. **B.** 76. **C.** 65. **D.** 66

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.D**	**3.C**	**4.B**	**5.B**	**6.C**	**7.C**	**8.A**	**9.A**	**10.D**
11.B	**12.B**	**13.D**	**14.A**	**15.A**	**16.C**	**17.D**	**18.B**	**19.B**	**20.A**
21.A	**22.D**	**23.A**	**24.C**	**25.A**	**26.B**	**27.D**	**28.C**	**29.C**	**30.A**
31.D	**32.B**	**33.B**	**34.C**	**35.C**	**36.A**	**37.B**	**38.C**	**39.B**	**40.C**
41.D	**42.D**	**43.C**	**44.B**	**45.B**	**46.A**	**47.D**	**48.B**	**49.D**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tính diện tích xung quanh của khối trụ có chiều cao $h=2$ và bán kính đáy $R=3$.

A. $S_{xq}=36\pi$. **B.** $S_{xq}=4\pi$. **C.** $S_{xq}=6\pi$. **D.** $S_{xq}=12\pi$.

Lời giải

Ta có $S_{xq}=2\pi R.h=2\pi 3.2=12\pi$.

Câu 2: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{19}{x+2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{19}{x+2}=+\infty$, suy ra đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{19}{x+2}=0$, suy ra đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 3: Công thức tìm thể tích khối lăng trụ nghiêng có độ dài cạnh bên l, chiều cao h và diện tích đáy B là

A. $V=Bl$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\pi Bl$.

Lời giải

Công thức tìm thể tích khối lăng trụ là: $V=Bh$

Câu 4: Hình tròn xoay tạo ra khi quay một đường thẳng quanh trục là đường thẳng song song với nó gọi là gì?

A. Hình trụ. **B.** Mặt trụ. **C.** Hình lăng trụ. **D.** Mặt nón.

Lời giải

Hình tròn xoay tạo ra khi quay một đường thẳng quanh trục là đường thẳng song song với nó gọi là mặt trụ.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(2x+1)^{-3}$ là:

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $D=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Vì $-3\in\mathbb{Z}^-$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq-\frac{1}{2}$.

Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 6: Cho khối nón (C) có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l và chiều cao h. Công thức nào sau đây **đúng?**

A. $V=\frac{1}{3}\pi R^2 l$. **B.** $V=\pi R^2 l$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$. **D.** $V=\pi R^2 h$.

Lời giải

Thể tích khối nón (C) là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 7: Cho khối nón (C), có bán kính đáy $R=3$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính chiều cao h của khối nón?

A. $h=\sqrt{13}$. **B.** $h=1$. **C.** $h=\sqrt{7}$. **D.** $h=5$.

Lời giải

Ta có: $l^2=R^2+h^2\Rightarrow h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x-2022}{x+2023}$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có hàm số $f'(x)=\frac{4045}{(x+2023)^2}>0,\forall x\neq-2023$ $\Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

Vậy hàm số đã cho không có cực đại.

Câu 9: Cho khối cầu bán kính $2R$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu. Công thức nào sau đây đúng?

A. $V=\frac{4}{3}\pi(2R)^3$. **B.** $S=4\pi(2R)^3$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Ta có công thức tính thể tích khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ (V,r lần lượt là thể tích và bán kính khối cầu).

Theo bài: $r=2R\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi(2R)^3$.

Câu 10: Có bao nhiêu loại đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều.

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Có ba loại khối đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều: khối tứ diện đều, khối bát diện đều và khối hai mươi mặt đều.

Câu 11: Tìm tập nghiệm của phương trình: $\log_3(3-x)=2$.

A. $S=(-3;+\infty)$. **B.** $S=\{-6\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{-3\}$.

Lời giải

Ta có: $\log_3(3-x)=2 \Leftrightarrow 3-x=3^2 \Leftrightarrow 3-x=9 \Leftrightarrow x=-6$.

Vậy $S=\{-6\}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Lời giải

Ta có: Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên khẳng định B là khẳng định sai.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b, x thỏa $\log_3 x=10\log_3 a+7\log_3 b$. Tìm x.

A. $x=\frac{1}{a^{10}b^7}$. **B.** $x=a^{10}+b^7$. **C.** $x=10a+7b$. **D.** $x=a^{10}b^7$.

Lời giải

Ta có

$\log_3 x=10\log_3 a+7\log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 a^{10}+\log_3 b^7 \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3\left(a^{10}b^7\right) \Leftrightarrow x=a^{10}b^7$.

Câu 14: Giải bất phương trình $\left(\sqrt{101}\right)^{3x}\le 101^{x+1}$.

A. $S=(-\infty;2]$. **B.** $S=(-\infty;0)$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **D.** $S=(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có $\left(\sqrt{101}\right)^{3x} \le 101^{x+1} \Leftrightarrow 101^{\frac{3x}{2}} \le 101^{x+1} \Leftrightarrow \frac{3x}{2} \le x+1 \Leftrightarrow x \le 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty;2\right]$.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x-m}{x-2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. $m > 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \ge 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm của hàm số là: $y' = \frac{m-2}{(x-2)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \ne 2 \Leftrightarrow m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Câu 16: Cho khối nón có thể tích V. Nếu tăng bán kính đáy của khối nón lên 2 lần, nhưng giảm chiều cao của khối nón còn $\frac{1}{3}$ chiều cao ban đầu thì khối nón mới có thể tích V'. Tính tỷ số $\frac{V}{V'}$

A. $\frac{V}{V'} = \frac{2}{3}$. **B.** $\frac{V}{V'} = \frac{1}{6}$. **C.** $\frac{V}{V'} = \frac{3}{4}$. **D.** $\frac{V}{V'} = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có thể tích khối nón ban đầu: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Thể tích khối nón mới là: $V' = \frac{1}{3}\pi(2r)^2 \frac{h}{3} = \left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right)\frac{4}{3} = \frac{4}{3}V$.

Suy ra tỷ số $\frac{V}{V'} = \frac{3}{4}$.

Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. -12. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 14.

Lời giải

Ta có: $y' = -4x^3 + 8x$, $x \in [0;2]$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2}\,(l) \end{array}\right.$.

Mặt khác: $f(0) = 10$, $f\left(\sqrt{2}\right) = 14$, $f(2) = 10$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là: 14.

Câu 18: Nếu $a = \log_2 3$; $b = \log_2 5$ thì

A. $\log_2 \sqrt[6]{180} = \frac{1}{6} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}$. **B.** $\log_2 \sqrt[6]{180} = \frac{1}{3} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}$.

C. $\log_2 \sqrt[6]{180} = \frac{1}{3} + \frac{a}{3} + \frac{b}{3}$. **D.** $\log_2 \sqrt[6]{180} = \frac{1}{3} + \frac{a}{2} + \frac{b}{6}$.

Lời giải

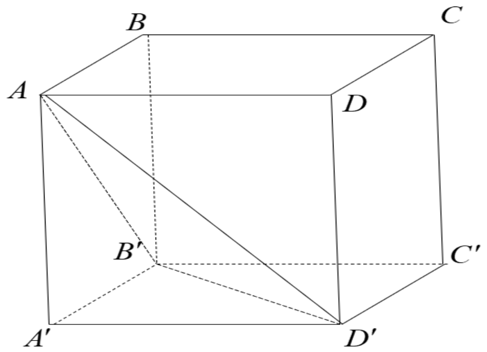
Ta có: $\log_2 \sqrt[6]{180} = \log_2 (180)^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}\log_2 180 = \frac{1}{6}\log_2\left(2^2.3^2.5\right) = \frac{1}{6}\left(\log_2 2^2 + \log_2 3^2 + \log_2 5\right)$

$= \frac{1}{6}\left(2 + 2\log_2 3 + \log_2 5\right) = \frac{1}{3} + \frac{a}{3} + \frac{b}{6}$.

Câu 19: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ chia khối hộp thành hai phần có thể tích tương ứng là $V_1;V_2\left(V_1 < V_2\right)$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

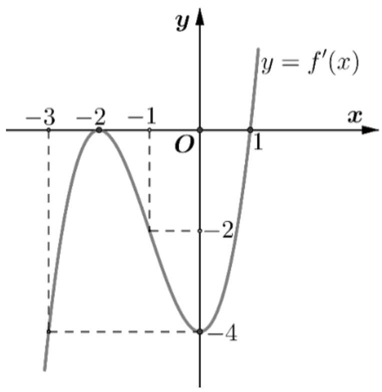


Giả sử V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của khối chóp $A.A'B'D'$.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3}d\left(A;\left(A'B'D'\right)\right).S_{A'B'D'} = \frac{1}{6}d\left(A;\left(A'B'C'D'\right)\right).S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6}V$

$\Rightarrow V_2 = V - V_1 = V - \frac{1}{6}V = \frac{5}{6}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{6}V}{\frac{5}{6}V} = \frac{1}{5}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x)<0, \forall x<1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có y' đổi dấu dương sang âm khi qua hai điểm $x=-1; x=1$ nên hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{3x+1}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$ và $\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{3}$.

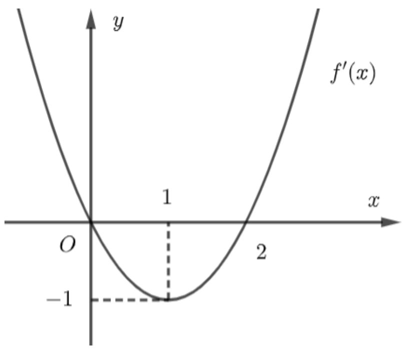
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{2}{3}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Phát biểu **D** sai vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x)<0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 24: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình lăng trụ đứng luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang cân luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình lăng trụ có đáy là hình chữ nhật luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Hình chóp có đáy là đa giác có đường tròn ngoại tiếp thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Cho x, y là các số thực. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $10^x > 10^y \Leftrightarrow x > y$.

B. $\left(\frac{1}{10}\right)^x \le \left(\frac{1}{10}\right)^y \Leftrightarrow x > y$.

C. $10^x > 10^y \Leftrightarrow x < y$.

D. $\left(\frac{1}{10}\right)^x \ge \left(\frac{1}{10}\right)^y \Leftrightarrow x \ge y$.

Lời giải

Theo tính chất $a > 1,\ a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$.

Câu 26: Giả sử cứ sau mỗi năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 5 năm nữa diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

A. $1-\frac{5x}{100}$.

B. $\left(1-\frac{x}{100}\right)^5$.

C. $(100-5x)\%$.

D. $1-\left(\frac{x}{100}\right)^5$.

Lời giải

Gọi diện tích rừng hiện nay là S.

Sau 1 năm thì diện tích rừng là $S_1 = S - \frac{x}{100}S = S\left(1-\frac{x}{100}\right)$.

Sau 2 năm thì diện tích rừng là $S_2 = S_1 - \frac{x}{100}S_1 = S_1\left(1-\frac{x}{100}\right) = S\left(1-\frac{x}{100}\right)^2$.

…

Sau 5 năm thì diện tích rừng là $S_5 = S\left(1-\frac{x}{100}\right)^5$.

Vậy diện tích rừng sau 5 năm bằng $\left(1-\frac{x}{100}\right)^5$ phần diện tích hiện nay.

Câu 27: Cắt hình trụ có bán kính $R\ (R \ne 1)$ bởi một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được một hình chữ nhật có diện tích 12cm^2. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đó?

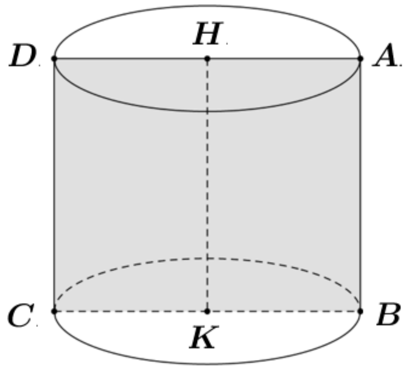
A. $S_{xq} = 12\pi R\left(\text{cm}^3\right)$.

B. $S_{xq} = 36R^2\left(\text{cm}^2\right)$.

C. $S_{xq} = 24\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

D. $S_{xq} = 12\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải



Gọi thiết diện qua trục hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi H, K lần lượt là tâm đường tròn hai đáy hình trụ.

Gọi độ dài đường sinh hình trụ là $l = AB$. Bán kính đáy là $R = AH = \frac{1}{2}AD$.

Theo giả thiết ta có $AB.AD = 12 \Leftrightarrow l.2R = 12 \Leftrightarrow l.R = 6$.

Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 12\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 28: Cho các số thực dương $x, y, a\ (a \neq 1)$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. $\log_a(xy) = \log_a x.\log_a y$.

B. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

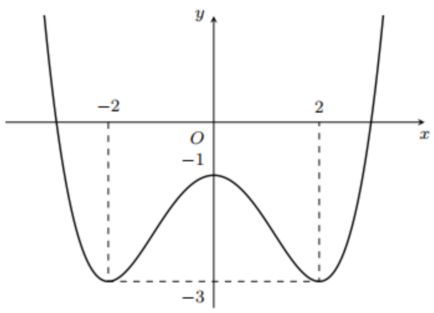
C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)^n = n\log_a\left(\frac{x}{y}\right), \forall n \neq 0$.

D. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải

Theo tính chất của logarit thì mệnh đề đúng là $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)^n = n\log_a\left(\frac{x}{y}\right), \forall n \neq 0$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Điểm cực đại của hàm số $y = f(x+2)$ là



A. $x = -4$.

B. $x = 0$.

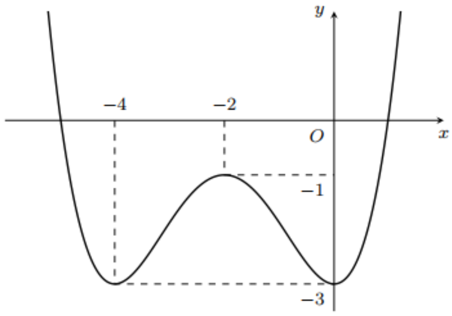
C. $x = -2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x+2)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2 đơn vị.

Do đó ta được đồ thị



Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 30: Tính đạo hàm y' của hàm số $y=\log_{29}(2x+7)$.

A. $y'=\dfrac{2}{(2x+7)\ln 29}$.

B. $y'=\dfrac{29}{2x+7}$.

C. $y'=\dfrac{1}{(2x+7)\ln 29}$.

D. $y'=\dfrac{29}{(2x+7)\ln 29}$.

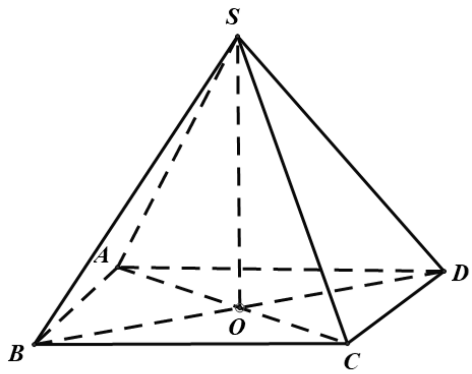
Lời giải

Với $x>-\dfrac{7}{2}$ ta có $y'=\dfrac{(2x+7)'}{(2x+7)\ln 29}=\dfrac{2}{(2x+7)\ln 29}$.

Câu 31: Cho khối chóp tứ giác đều có thể tích $V=48cm^3$, biết độ dài cạnh đáy là $6cm$. Gọi độ dài cạnh bên của khối chóp là m thì ta có:

A. $m=\sqrt{6}$.
B. $m=4\sqrt{11}$
C. $m=2$
D. $m=\sqrt{34}$

Lời giải



Xét khối chóp đều $S.ABCD$ có $AB=6cm, SA=m\,(m>3\sqrt{2})$.

$S_{ABCD}=AB^2=36, AC=AB\sqrt{2}=6\sqrt{2}\Rightarrow AO=3\sqrt{2}$.

$SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{m^2-18}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.36.\sqrt{m^2-18}$.

Ta có phương trình: $12\sqrt{m^2-18}=48\Leftrightarrow\sqrt{m^2-18}=4\Leftrightarrow m^2-18=16\Leftrightarrow m=\sqrt{34}$ (vì $m>3\sqrt{2}$).

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}$. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện: $x^4-4x^2+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\sqrt{3} \\ -1<x<1 \\ x<-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+5x+9}{x^2\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{3}{x^4}}}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1+\dfrac{5}{x}+\dfrac{9}{x^2}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{3}{x^4}}}=1$. Như vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Nhận xét: $x^2+5x+9>0\forall x\in\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to\sqrt{3}^+}\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\sqrt{3}^-}\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2+5x+9}{\sqrt{x^4-4x^2+3}}=+\infty$

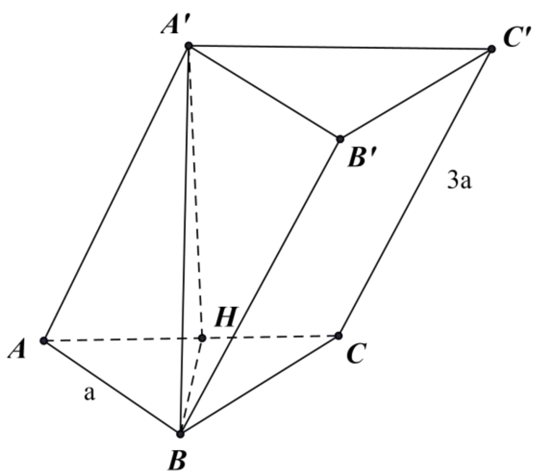
Suy ra đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận đứng là các đường $x=\pm1; x=\pm\sqrt{3}$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 5 đường tiệm cận.

Câu 33: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, $A'B\perp(ABC)$; $AB=a$, $CC'=3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AC.

Ta có: $\begin{cases} BH \perp AC \\ A'B \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'BH) \Rightarrow A'H \perp AC$

Xét $\Delta A'HB$ có $AHA' = 90°$ có $AH = \dfrac{a}{2}$ và $AA' = 3a$.

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{(3a)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{9a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{35}}{2}$$

Xét $\Delta A'HB$ có $A'BH = 90^0$ có $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $A'H = \dfrac{a\sqrt{35}}{2}$

Suy ra: $A'B = \sqrt{A'^2H - HB^2} = \sqrt{\dfrac{35a^2}{4} - \dfrac{3a^2}{4}} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng: $V_{ABC.A'B'C'} = A'B.S_{\Delta ABC} = 2a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 34: Dự kiến mỗi năm giá xăng tăng 5%. Năm 2019 giá xăng là 15.000 đồng/lít. Hỏi giá xăng năm 2026 theo dự kiến gần nhất với số nào sau đây?

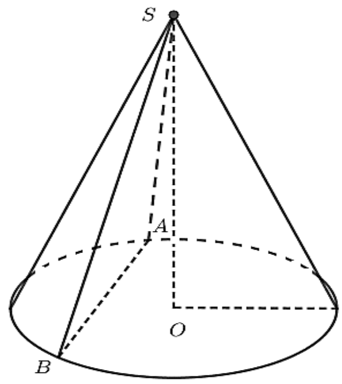
A. 21.106,6 đồng. **B.** 22.106,5 đồng. **C.** 21.106,5 đồng. **D.** 22.106,8 đồng.

Lời giải

Do mỗi năm tăng 5% nên từ năm 2019 đến năm 2026 giá xăng sẽ tăng 7 lần.

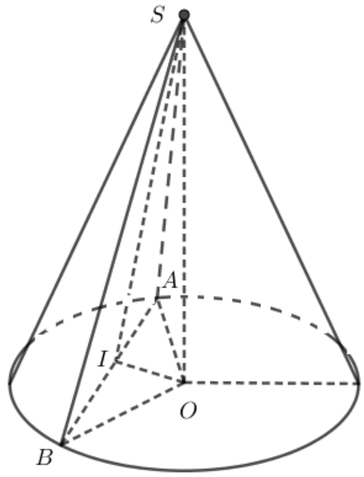
Vậy giá xăng năm 2026 là: $15.000(1+5\%)^7 \approx 21.106,5$ đồng.

Câu 35: Cho hình nón (C) đỉnh S có bán kính đáy $R = 3$, hai đường sinh vuông góc với nhau SA, SB cùng dây cung AB tạo ra một tam giác có diện tích bằng 8. Gọi α là góc giữa (SAB) và mặt đáy của hình nón (C). Tính $\cos\alpha$?



A. $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Xét ΔSAB vuông cân tại S, ta có $S_{\Delta SAB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}SA^2 = 8 \Leftrightarrow SA = 4$;

$AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = \sqrt{2SA^2} = \sqrt{2.4^2} = 4\sqrt{2}.$

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $SI = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}; AI = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$.

Xét ΔAIO vuông tại I, ta có $IO = \sqrt{AO^2 - AI^2} = \sqrt{3^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = 1.$

$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}IO.AB = \frac{1}{2}.1.4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Ta có $SO \perp (OAB)$ suy ra ΔOAB là hình chiếu của ΔSAB lên (OAB)

Suy ra $S_{\Delta OAB} = S_{\Delta SAB}.\cos\alpha$ (Định lý diện tích hình chiếu của đa giác)

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(3-2x)$

$y' > 0 \Leftrightarrow -2f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) < 0 \Leftrightarrow 3-2x \in (-\infty;-3) \cup (-1;1)$
$\Leftrightarrow x \in (1;2) \cup (3;+\infty)$

Câu 37: Hàm số $y = \log_2\left(x^2 - 2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^2-2x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$. Tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Khi đó $y'<0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}<0 \Leftrightarrow 2x-2<0 \Leftrightarrow x<1$.

Kết hợp với tập xác định ta được $y'<0 \Leftrightarrow x<0$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 38: Một quán cà-phê có các ly pha cooktail có lòng là hình trụ cao $15cm$ dung tích $300ml$. Để thay đổi phong cách cho mùa giáng sinh và năm mới, người ta đặt hàng loại ly mới cũng hình trụ nhưng có chiều cao bằng $\dfrac{5}{3}$ chiều cao loại ly cũ. Hỏi khi đó, đường kính đáy phần chứa nước của loại ly mới bằng bao nhiêu để lượng cooktail chứa trong mỗi ly không thay đổi quá $30ml$ so với loại ly cũ?

A. $4,2cm$. **B.** $3,6cm$. **C.** $3,9cm$. **D.** $3,5cm$.

Lời giải

Chiều cao của loại ly mới là $h=\dfrac{5}{3}.15=25(cm)$.

Gọi r là bán kính và d là đường kính đáy phần chứa nước của loại ly mới.

Khi đó, thể tích của loại ly mới là $V=25\pi r^2$.

Theo bài ra ta có:

$$270\le V\le 330 \Leftrightarrow 270\le 25\pi r^2\le 330 \Leftrightarrow \frac{54}{5\pi}\le r^2\le\frac{66}{5\pi}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{30}}{5\sqrt{\pi}}\le r\le\frac{\sqrt{330}}{5\sqrt{\pi}} \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{30}}{5\sqrt{\pi}}\le d\le\frac{2\sqrt{330}}{5\sqrt{\pi}} \Rightarrow 3,7<d<4,1.$$

Câu 39: Phương trình $4^x-3.2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-7;-5)$.

Lời giải

Ta có: $4^x-3.2^{x+1}+m=0 \Leftrightarrow 2^{2x}-6.2^x+m=0$.

Đặt $t=2^x\ (t>0) \Rightarrow t^2-6t+m=0\ (*)$

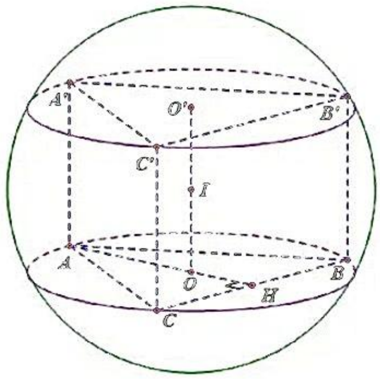
Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương $\begin{cases}\Delta'\ge 0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9-m\ge 0\\ 6>0\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le 9$

Ta có: $t_1.t_2=2^{x_1+x_2}=2^2=4=m\ (tm)$

Câu 40: Tính diện tích xung quanh S của khối cầu đi qua 6 đỉnh của một lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $S = 4\pi a^2$. **B.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{4}$. **C.** $S = \dfrac{7\pi a^2}{3}$ **D.** $S = \dfrac{40\pi a^2}{3}$

Lời giải



Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều có O, O' lần lượt là tâm của 2 đáy.

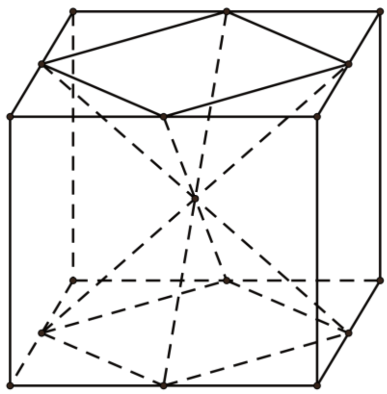
$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu đi qua 6 đỉnh của lăng trụ này là trung điểm I của O, O'

$\Rightarrow OI = \dfrac{OO'}{2} = \dfrac{AA'}{2} = \dfrac{a}{2}$ nên $AO = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Bán kính khối cầu là: $R = AI = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$

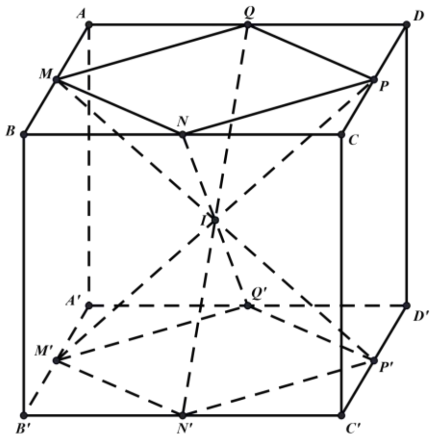
Diện tích S của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\dfrac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 = \dfrac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 41: Một chiếc đồng hồ cát được thiết kế (như hình vẽ bên dưới), với hai đáy của phần chứa cát là các hình vuông nội tiếp hình vuông đáy của khối hộp bên ngoài. Tỉ số thể tích của phần chứa cát và phần còn lại giữa phần chứa cát và khối hộp đứng bên ngoài là?



A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải



Gọi hình hộp bên ngoài của đồng hồ cát là $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích đáy $S = S_{ABCD}$, có chiều cao h và có thể tích $V = S.h$. (tham khảo hình vẽ).

Gọi thể tích của phần chứa cát là V_1, phần còn lại là V_2.

Thể tích của phần chứa cát là V_1 bằng hai lần thể tích khối chóp $I.MNPQ$.

Khối chóp $I.MNPQ$ có diện tích đáy $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{S}{2}$, chiều cao $\frac{h}{2}$.

Suy ra $V_{I.MNPQ} = \frac{1}{3}.\frac{S}{2}.\frac{h}{2} = \frac{V}{12} \Rightarrow V_1 = 2V_{I.MNPQ} = \frac{V}{6}$.

Thể tích của phần còn lại là $V_2 = V - V_1 = V - \frac{V}{6} = \frac{5V}{6}$.

Vậy tỉ số thể tích của phần chứa cát và phần còn lại giữa phần chứa cát và khối hộp đứng bên ngoài là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

Câu 42: Tính tổng các nghiệm của phương trình: $\left(\log_2 2x - 2\right)\log_2 2x = \frac{3}{2}\left(\log_2 2x - 1\right)$.

A. 4. **B.** $\frac{8-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{8+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\left(\log_2 2x - 2\right)\log_2 2x = \frac{3}{2}\left(\log_2 2x - 1\right) \Leftrightarrow \log_2^2(2x) - \frac{7}{2}\log_2(2x) + \frac{3}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2(2x) = 3\\ \log_2(2x) = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 4\\ x = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ (thỏa mãn). Tổng các nghiệm là $4 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8+\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho tam giác nhọn ABC có $BC = 6$ và diện tích $S = 12$. Cho tam giác ABC quay quanh trục là đường thẳng chứa cạnh BC ta được khối tròn xoay (H). Tính thể tích của (H).

A. $V_{(H)} = 24\pi$. **B.** $V_{(H)} = 36\pi$. **C.** $V_{(H)} = 32\pi$. **D.** $V_{(H)} = 12\pi$.

Lời giải

Gọi K là hình chiếu của A trên cạnh BC, ta có $AK=\dfrac{2S}{BC}=\dfrac{2.12}{6}=4$.

Khối tròn xoay (H) là hợp của hai khối nón tròn xoay đỉnh B,C có chung mặt đáy là hình tròn tâm K bán kính AK.

Thể tích của khối tròn xoay (H) là

$$V_{(H)}=\frac{1}{3}\pi AK^2.BK+\frac{1}{3}\pi AK^2.CK=\frac{1}{3}\pi AK^2.BC=\frac{1}{3}\pi.4^2.6=32\pi.$$

Câu 44: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1}{10+x}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1}{10+x}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-10$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Gọi $M\left(a;\dfrac{1}{10+a}\right)\in(C), a\neq -10$.

Tổng khoảng cách từ điểm M đến 2 đường tiệm cận của (C) là

$$d=|a+10|+\frac{1}{|a+10|}\geq 2, \forall a\neq -10.$$

Ta có $d=2\Leftrightarrow |a+10|=\dfrac{1}{|a+10|}\Leftrightarrow |a+10|=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-9\\a=-11\end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn bài toán là $M(-9;1)$ hoặc $M(-11;-1)$.

Câu 45: Gọi K,H là hai giao điểm của đường thẳng $d: y=2x+3$ và $(C): y=\dfrac{x+6}{-2x+2}$. Tính độ dài đoạn KH?

A. $KH=\dfrac{2\sqrt{5}}{4}$. **B.** $KH=\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$. **C.** $KH=3\sqrt{5}$. **D.** $KH=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Điều kiện $x\neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C) là:

$$2x+3=\frac{x+6}{-2x+2}\Leftrightarrow 4x^2+3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{3}{4}\end{array}\right.\text{(thỏa mãn)}.$$

Với $x=0\Rightarrow y=3\Rightarrow H(0;3)$.

Với $x=-\dfrac{3}{4}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}\Rightarrow K\left(-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{HK} = \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow HK = \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$.

Câu 46: Khi nuôi ong trong vườn nhà, người ta thấy rằng: Nếu trên một đơn vị diện tích vườn có n con ong thì trung bình mỗi con sau vụ thu hoạch được số mật là $P(n) = 240 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con ong trên một đơn vị diện tích vườn để một vụ thu được nhiều mật nhất?

A. 12. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 48.

Lời giải

Điều kiện: $n \in [0; 24]$.

Ta có trung bình mỗi con sau vụ thu hoạch được số mật là $P(n) = 240 - 10n$ (gam).

Vậy với n con thì khối lượng mật thu được (đơn vị: gam) là $T = n.P(n) = n(240 - 10n)$

$\Leftrightarrow T = -10(n^2 - 24n) = -10\left[(n-12)^2 - 12^2\right] = -10(n-12)^2 + 1440 \le 1440$

Vậy $\max T = 1440$ (gam) khi $n = 12$ (con).

Nhận xét: Ta có thể xét hàm số $f(n) = -10n^2 + 240n$ khi $n \in [0; 24]$.

Ta có $f'(n) = -20n + 240$.

Có $f'(n) = 0 \Leftrightarrow -20n + 240 = 0 \Leftrightarrow n = 12$.

Ta có $f(0) = 0; f(12) = 1440; f(24) = 0$.

Vậy $\max T = \max\limits_{[0;24]} f(n) = 1440$ (gam) khi $n = 12$ (con).

Câu 47: Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288m^2$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500000đ / m^2$. Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 168 triệu đồng **B.** 90 triệu đồng **C.** 54 triệu đồng **D.** 108 triệu đồng

Lời giải

Gọi chiều rộng đáy bể là x, chiều dài đáy bể là $2x$, chiều cao của bể là h $\left((m), x > 0\right)$

Theo bài ra ta có: $V = 2x^2.h = 288 \Rightarrow h = \frac{144}{x^2}$

Tổng diện tích bể là: $S = 2x^2 + 6xh = 2x^2 + 6x.\frac{144}{x^2} = 2x^2 + \frac{864}{x}$

Ta có: $S = 2x^2 + \frac{432}{x} + \frac{432}{x} \ge 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{432}{x}.\frac{432}{x}} = 216$

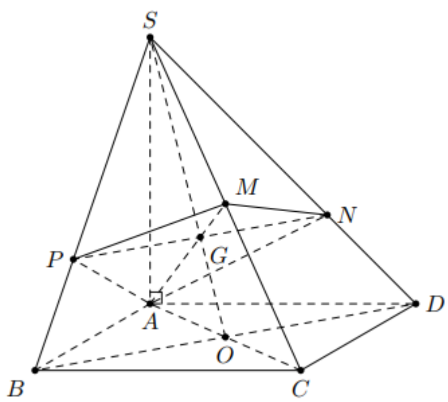
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x^2 = \frac{432}{x} \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow S_{\min} = 216m^2$

Vậy ông A trả chi phí thấp nhất là $216.500000=108$ (triệu đồng)

Câu 48: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là

A. $\frac{V_2}{V_1}=3$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=2$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=\frac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$.

Khi đó SO cắt AM tại G. Suy ra G là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow \frac{SG}{SO}=\frac{2}{3}$.

Trong mặt phẳng (SBD), qua G kẻ d song song BD cắt SD, SB tại hai điểm N, P.

Khi đó ta có $\frac{SP}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}$.

Suy ra $\frac{V_1}{V_{S.ABCD}}=\frac{\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.1.\frac{1}{2}}{4}.\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+1+2\right)=\frac{1}{3}$. Vậy $\frac{V_2}{V_1}=2$.

Câu 49: Cho hàm số $y=(x-m)\left(m^2x^2-x-2\right)$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số thực. Khi m thay đổi (C_m) cắt trục Ox tại ít nhất bao nhiêu điểm ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

(C_m) cắt trục Ox tại các điểm có hoành độ thỏa mãn phương trình $(x-m)\left(m^2x^2-x-2\right)=0$.

Trường hợp 1: $m=0$, phương trình thành $x(-x-2)=0$, dễ thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt.

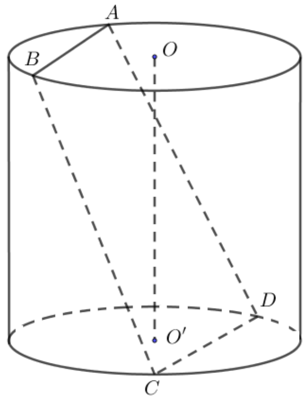
Trường hợp 2: $m \neq 0$,

$$\left(x-m\right)\left(m^2x^2-x-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m=0 \\ m^2x^2-x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ m^2x^2-x-2=0(*) \end{array}\right..$$

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên phương trình $\left(x-m\right)\left(m^2x^2-x-2\right)=0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

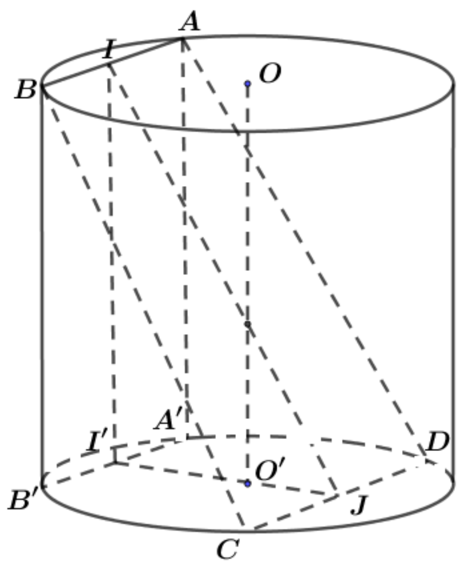
Vậy khi m thay đổi $\left(C_m\right)$ cắt trục Ox tại ít nhất 2 điểm phân biệt.

Câu 50: Cho hình trụ (H) có hai đáy lá các đường tròn $(O;6)$ và $(O';6)$, chiều cao $h=8$. Một mặt phẳng cắt trục OO' của hình trụ và cắt các đường tròn (O), (O') theo các dây cung AB,CD (tham khảo hình vẽ). Biết $CD=9$, $AB=3$. Diện tích tứ giác $ABCD$ gần với số nào nhất trong các số sau:



A. 75. **B.** 76. **C.** 65. **D.** 66

Lời giải



Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Gọi A',B',I' lần lượt là hình chiếu của A,B,I lên mặt phẳng chứa $(O';6)$.

Dễ thấy tứ giác $A'B'CD$ là hình thang cân nên $I'J$ đi qua O' và do mặt phẳng $(ABCD)$ cắt trục OO' nên O' nằm trên đoạn thẳng $I'J$.

Tam giác $A'I'O'$ vuông tại I' nên $I'O' = \sqrt{O'A'^2 - I'A'^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$.

Tam giác CJO' vuông tại J nên $JO' = \sqrt{O'C^2 - JC^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Từ đó $I'J = \frac{3}{2}\left(\sqrt{15} + \sqrt{7}\right)$.

Tam giác $II'J$ vuông tại I' nên $IJ = \sqrt{I'J^2 + II'^2} = \sqrt{\frac{9}{4}\left(\sqrt{15} + \sqrt{7}\right)^2 + 8^2} = \frac{\sqrt{454 + 18\sqrt{105}}}{2}$.

Vậy diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{\left(AB + CD\right).IJ}{2} = 3\sqrt{454 + 18\sqrt{105}} \approx 75,8024$.

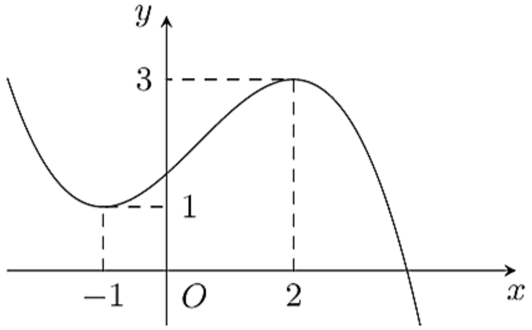
ĐỀ SỐ 08 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho khối chóp có thể tích V và chiều cao h. Khi đó diện tích đáy của khối chóp bằng

A. $\frac{h}{3V}$. **B.** $\frac{V}{3h}$. **C.** $\frac{V}{h}$. **D.** $\frac{3V}{h}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



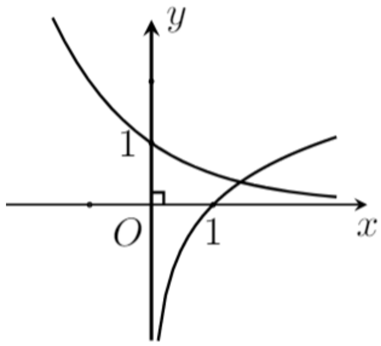
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 3: Cho các đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $0<b<1<a$. **B.** $1<b<a$. **C.** $0<a<1<b$. **D.** $0<a<b<1$.

Câu 4: Thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy R và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi Rh^2$. **B.** πRh^2. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** πR^2h

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{6}}$. **B.** $a^{\frac{13}{8}}$. **C.** $a^{\frac{17}{4}}$. **D.** $a^{\frac{17}{6}}$.

Câu 6: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $2h$ là

A. $\frac{2Bh}{3}$. **B.** $2Bh$. **C.** $\frac{Bh}{3}$. **D.** Bh.

Câu 7: Khối lập phương cạnh $3a$ có thể tích bằng

A. $9a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** $9a^2$. **D.** $3a^3$.

Câu 8: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{2}+1}x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=3^x$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^{-\frac{1}{4}}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số không có điểm cực trị. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;1)$. **D.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 11: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a^5}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. a^{-1}. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{19}{5}}$. **D.** $a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 12: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại điểm $M(4;17)$ là

A. $y=24x+113$. **B.** $y=24x-113$. **C.** $y=24x-79$. **D.** $y=24x+79$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-x^2-2$ trên đoạn $[2;4]$ bằng

A. $\dfrac{37}{4}$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 46.

Câu 14: Cho a là số thực dương khác 1 thỏa $\log_a 2=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2=3$. **B.** $a^3=2$. **C.** $2^a=3$. **D.** $3^a=2$.

Câu 15: Cho x,y là hai số thực dương và m,n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai?**

A. $(x^n)^m=(x^m)^n$. **B.** $x^{m^3}=(x^m)^3$. **C.** $(xy)^n=x^n.y^n$. **D.** $x^m.x^n=x^{m+n}$.

Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=2$.

Câu 17: Cho a,b,c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=6$, $\log_c b=3$. Khi đó $\log_a c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 3.

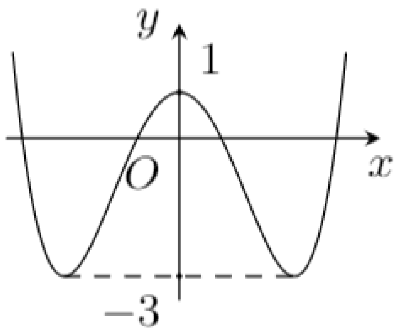
Câu 18: Cho hình trụ (T) có bán kính đáy $R=5$, chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của (T) là

A. 55π. **B.** 75π. **B.** 15π. **D.** 30π.

Câu 19: Giá trị cực đại của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ bằng

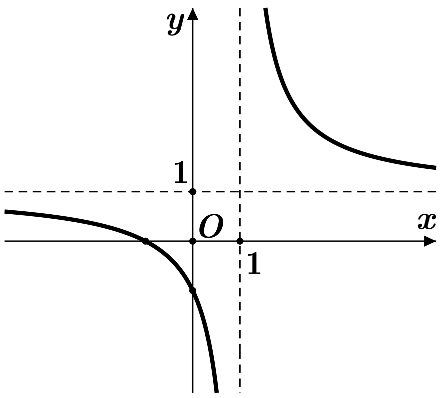
A. -3. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 21: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Câu 22: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{m^2x-1}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 4 là

A. $\{-3;-1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\{3;2\}$. **D.** $\{-3;3\}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi A',B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(e^x+1\right)$. Khi đó $f''(\ln 2)$ bằng

A. $\frac{-9}{2}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{-2}{9}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 25: Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. (N) có chiều cao bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 26: Thể tích của khối nón (N) có bán kính $R = a$ và chiều cao $h = 3a$ là

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $3\pi a^3$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - 2x\right)^{-10}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0;2\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Câu 29: Hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 30: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ song song với đường thẳng $y = -3x + 1$ có phương trình $y = ax + b$. Khi đó giá trị $a - b$ bằng

A. 4. **B.** -16. **C.** -4. **D.** 16.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng -2.

B. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ bằng $f(4)$.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log\left(x^2 - 2mx + 9\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=0$.

Câu 34: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AA'=AB=a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình dưới. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 36: Biết rằng $A(0;2)$ và $B(-1;1)$ là hai trong ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c,(a,b,c\in\mathbb{R})$. Khi đó giá trị của $f(2)$ bằng

A. 10. **B.** 65. **C.** 226. **D.** 1.

Câu 37: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A; $AB=a$, $ACB=30^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C')$ và $(A'B'C')$ bằng 45°. Gọi (T) là hình trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Thể tích của khối trụ sinh bởi (T) là

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $D, AB=3a, AD=CD=a, SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Nếu góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° thì khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3-3x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm dương. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $S=(0;2)$. **B.** $S=\{-2;2\}$. **C.** $S=(-2;2)$. **D.** $S=(-2;0)$.

Câu 40: Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2 là

A. $2\pi\sqrt{3}$. **B.** $4\pi\sqrt{2}$. **C.** $2\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{2}$.

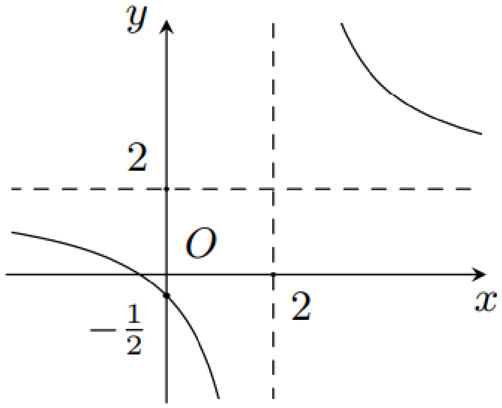
Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(ABC'D')$ và $(ABCD)$ bằng 45°. Khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 42: Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 9. Khối nón sinh bởi (N) có thể tích bằng

A. 6π. **B.** 3π. **C.** 9π. **D.** π

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ có đồ thị như hình bên. Giá trị $a+b+c$ bằng



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44: Cắt một hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Tính diện tích toàn phần của (T)

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Câu 45: Xét các số thực dương a,b thỏa $a^2+b^2=20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của $\log(ab)$ bằng 0. **B.** Giá trị lớn nhất của $\log(ab)$ bằng 0.
C. Giá trị nhỏ nhất của $\log(ab)$ bằng 1. **D.** Giá trị lớn nhất của $\log(ab)$ bằng 1.

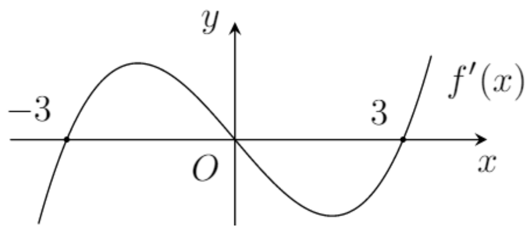
Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi M,N lần lượt là rung điểm của $A'B'$ và CC'. Nếu AM và $A'N$ vuông góc với nhau thì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

Câu 47: Xét khối trụ (T) có bán kính R và chiều cao h thỏa mãn $2R+h=3$. Thể tích của (T) có giá trị lớn nhất bằng

A. 2π. **B.** 3π. **C.** π. **D.** 4π.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số $g(x)=f\left(x^2-4\right)+2020$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Nếu tam giác $MB'C'$ có diện tích bằng b thì khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(MB'C')$ bằng

A. $\frac{a}{2b}$. **B.** $\frac{a}{b}$. **C.** $\frac{b}{2a}$. **D.** $\frac{a}{6b}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m\left(e^x-1\right)\cdot\ln\left(mx+1\right)+2e^x=e^{2x}+1$ có hai nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

A. 29. **B.** 27. **C.** 28. **D.** 26.

--------------------------HẾT--------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.D	5.B	6.B	7.B	8.A	9.A	10.B
11.D	12.C	13.B	14.B	15.B	16.A	17.A	18.D	19.D	20.D
21.D	22.D	23.A	24.B	25.A	26.C	27.D	28.C	29.C	30.B
31.A	32.A	33.D	34.B	35.A	36.A	37.A	38.A	39.D	40.C
41.A	42.C	43.A	44.D	45.D	46.A	47.C	48.D	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

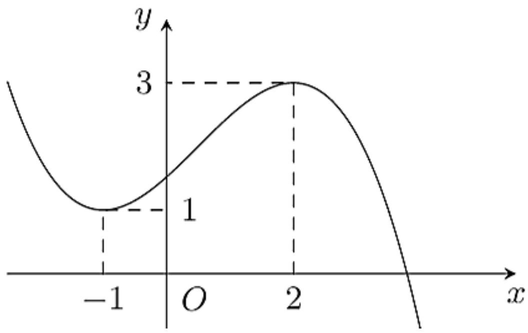
Câu 1: Cho khối chóp có thể tích V và chiều cao h. Khi đó diện tích đáy của khối chóp bằng

A. $\frac{h}{3V}$. **B.** $\frac{V}{3h}$. **C.** $\frac{V}{h}$. **D.** $\frac{3V}{h}$.

Lời giải

Ta có công thức thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h\Rightarrow B=\frac{3V}{h}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

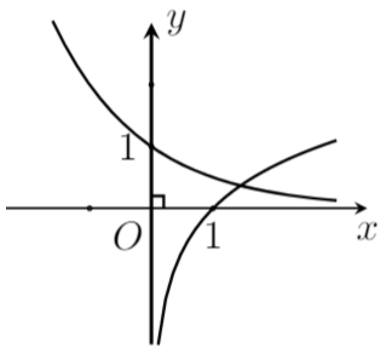
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 3: Cho các đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $0<b<1<a$. **B.** $1<b<a$. **C.** $0<a<1<b$. **D.** $0<a<b<1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=a^x$ là đường cong đi qua điểm có tọa độ $(0;1)$ và là đường cong có chiều "đi xuống" nên hàm số là hàm nghịch biến $\Rightarrow 0<a<1$.

Đồ thị hàm số $y=\log_b x$ là đường cong đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$ và là đường cong có chiều "đi lên" nên hàm số là hàm đồng biến $\Rightarrow b>1$.

Vậy $0<a<1<b$.

Câu 4: Thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy R và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi Rh^2$. **B.** πRh^2. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** πR^2h

Lời giải

Thể tích khối trụ tròn xoay là $V=B.h=\pi R^2h$.

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{6}}$. **B.** $a^{\frac{13}{8}}$. **C.** $a^{\frac{17}{4}}$. **D.** $a^{\frac{17}{6}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}}=\sqrt{a^3a^{\frac{1}{4}}}=\sqrt{a^{\frac{13}{4}}}=a^{\frac{13}{8}}$.

Câu 6: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $2h$ là

A. $\frac{2Bh}{3}$. **B.** $2Bh$. **C.** $\frac{Bh}{3}$. **D.** Bh.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.2h=2Bh$.

Câu 7: Khối lập phương cạnh $3a$ có thể tích bằng

A. $9a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** $9a^2$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là $V=(3a)^3=27a^3$ (đvtt).

Câu 8: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{2}+1}x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=3^x$.

Lời giải

Vì $0<\frac{1}{2}<1$ nên $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Vì các cơ số $\sqrt{2}+1$, 2, $3>1$ nên $y=\log_{\sqrt{2}+1}x$, $y=\log_2 x$, $y=3^x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^{-\frac{1}{4}}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số không có điểm cực trị. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;1)$. **D.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Lời giải

Vì tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$ nên không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$ được.

Câu 11: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a^5}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. a^{-1}. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{19}{5}}$. **D.** $a^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Với $a>0$ ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{a^5}=a^{\frac{2}{3}+\frac{5}{3}}=a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 12: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại điểm $M(4;17)$ là

A. $y=24x+113$. **B.** $y=24x-113$. **C.** $y=24x-79$. **D.** $y=24x+79$.

Lời giải

$f(x)=x^3-3x^2+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x$

Ta có $f'(4)=24$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại điểm $M(4;17)$ là

$y=f'(4).(x-4)+17 \Leftrightarrow y=24(x-4)+17 \Leftrightarrow y=24x-79$.

Câu 13: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-x^2-2$ trên đoạn $[2;4]$ bằng

A. $\frac{37}{4}$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 46.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2-2\Rightarrow y'=x^3-2x$.

$y'=0\Leftrightarrow x^3-2x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin[2;4] \\ x=\pm\sqrt{2}\notin[2;4]\end{array}\right.$.

$f(2)=-2$, $f(4)=46\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2;4]$ bằng -2.

Câu 14: Cho a là số thực dương khác 1 thỏa $\log_a 2=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2=3$. **B.** $a^3=2$. **C.** $2^a=3$. **D.** $3^a=2$.

Lời giải

Theo định nghĩa logarit ta có $\log_a 2=3\Rightarrow a^3=2$.

Câu 15: Cho x,y là hai số thực dương và m,n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai?**

A. $\left(x^n\right)^m=\left(x^m\right)^n$. **B.** $x^{m^3}=\left(x^m\right)^3$. **C.** $(xy)^n=x^n.y^n$. **D.** $x^m.x^n=x^{m+n}$.

Lời giải

Ta có $\left(x^m\right)^3=x^{3m}\neq x^{m^3}$. Vậy đẳng thức $x^{m^3}=\left(x^m\right)^3$ sai.

Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $y=-\frac{1}{3}$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x+3}=2$. Nên $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 17: Cho a,b,c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=6$, $\log_c b=3$. Khi đó $\log_a c$ bằng

A. 2. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\log_a c=\frac{\log_b c}{\log_b a}=\frac{\frac{1}{\log_c b}}{\frac{1}{\log_a b}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}}=2.$

Câu 18: Cho hình trụ (T) có bán kính đáy $R=5$, chiều cao $h=3$. Diện tích xung quanh của (T) là

A. 55π. **B.** 75π. **B.** 15π. **D.** 30π.

Lời giải

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi.R.h=2\pi.5.3=30\pi$.

Câu 19: Giá trị cực đại của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ bằng

A. -3. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 10.

Lời giải

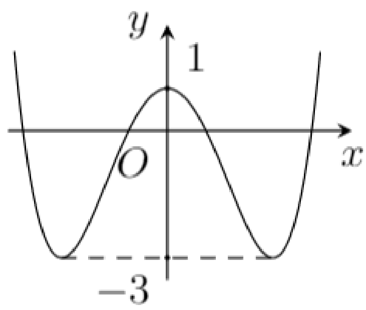
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2+2x-3$, $y''=2x+2$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

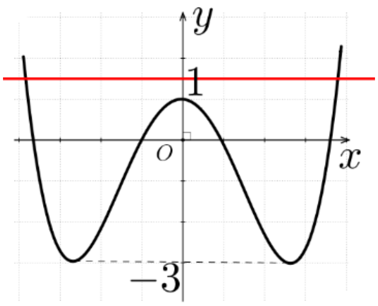
Do $y''(-3)=-4<0$, $y''(1)=4>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-3$ và giá trị cực đại bằng $y=10$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

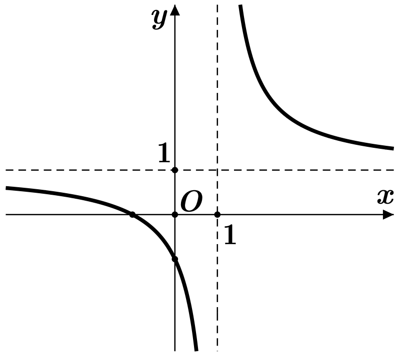


Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C).

Ta có: $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y=\frac{3}{2}$. Do đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của (C) và (d).

Dựa vào đồ thị hai hàm số ta có (C) và (d) có 2 điểm chung nên phương trình có 2 nghiệm.

Câu 21: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$.

Câu 22: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\dfrac{m^2x-1}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 4 là

A. $\{-3;-1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\{3;2\}$. **D.** $\{-3;3\}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{m^2+1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in[0;1]$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ bằng 4 khi và chỉ khi $f(1)=4$.

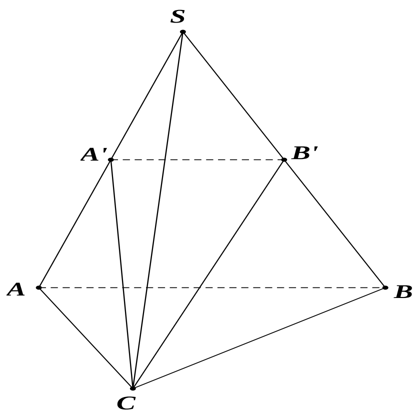
$\Leftrightarrow \dfrac{m^2-1}{2}=4 \Leftrightarrow m=\pm 3$.

Vậy tập hợp các giá trị của m là $\{-3;3\}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi A',B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải



Áp dụng công thức tỉ số thể tích của khối chóp ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(e^x+1\right)$. Khi đó $f''(\ln 2)$ bằng

A. $\frac{-9}{2}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{-2}{9}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

$$f''(x)=\frac{e^x}{\left(e^x+1\right)^2}\Rightarrow f''(\ln 2)=\frac{e^{\ln 2}}{\left(e^{\ln 2}+1\right)^2}=\frac{2}{3^2}=\frac{2}{9}.$$

Câu 25: Cho hình nón (N) có độ dài đường sinh bằng 5 và bán kính đáy bằng 3. (N) có chiều cao bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Đường cao hình nón: $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

Câu 26: Thể tích của khối nón (N) có bán kính $R=a$ và chiều cao $h=3a$ là

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}\pi a^2.3a=\pi a^3$

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x=-3$ và qua $x=1$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-2x\right)^{-10}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x^2-2x\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Vậy nên tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$

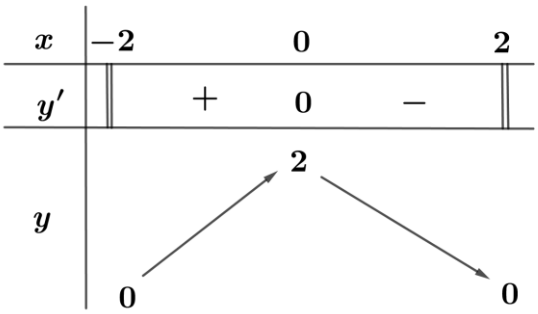
Câu 29: Hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Tập xác định $D=[-2;2]$. Ta có $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 30: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ song song với đường thẳng $y=-3x+1$ có phương trình $y=ax+b$. Khi đó giá trị $a-b$ bằng

A. 4. **B.** -16. **C.** -4. **D.** 16.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$. Gọi $(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=-3x+1$ nên hệ số góc

$y'(x_0)=\dfrac{-3}{(x_0-2)^2}=-3\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=3 \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $x_0=1\Rightarrow y_0=-2$: Phương trình tiếp tuyến là $y=-3(x-1)-2\Leftrightarrow y=-3x+1$ (loại).

Trường hợp 2: $x_0=3\Rightarrow y_0=4$: Phương trình tiếp tuyến là $y=-3(x-3)+4\Leftrightarrow y=-3x+13$ (thỏa).

Khi đó, $a=-3, b=13$ nên $a-b=-16$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng -2.

B. Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ bằng $f(4)$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Do đó khẳng định **A** là sai.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log\left(x^2 - 2mx + 9\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Để hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ thì: $x^2 - 2mx + 9 > 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của tham số m đề hàm số $y = \dfrac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $m = \dfrac{1}{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m-1\}$.

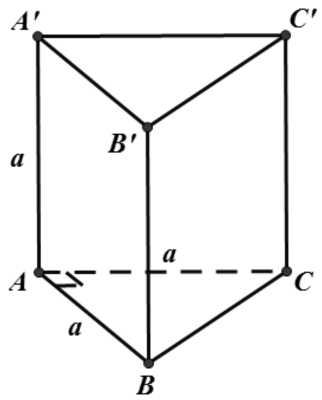
Ta tính được $y' = \dfrac{-m^2 + m + 2}{(x-m+1)^2}$. Do đó điều kiện của m đề hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ là

$\begin{cases} m-1 \ge -1 \\ -m^2 + m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ -1 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $m = 0$.

Câu 34: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AA' = AB = a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải



Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = a.\frac{1}{2}a.a = \frac{a^3}{2}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình dưới. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 36: Biết rằng $A(0;2)$ và $B(-1;1)$ là hai trong ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c, (a,b,c \in \mathbb{R})$. Khi đó giá trị của $f(2)$ bằng

A. 10. **B.** 65. **C.** 226. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $f(x) = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 2bx$.

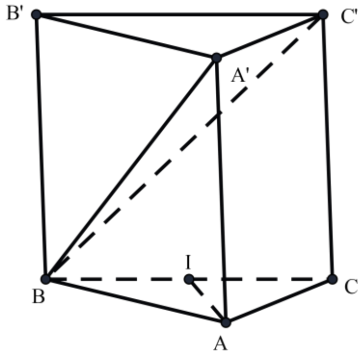
Vì $A(0;2)$ và $B(-1;1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(-1) = 1 \\ f'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b + 2 = 1 \\ -4a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$. Vậy $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2 \Rightarrow f(2) = 10$.

Câu 37: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A; $AB = a$, $ACB = 30^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C')$ và $(A'B'C')$ bằng 45°. Gọi (T) là hình trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Thể tích của khối trụ sinh bởi (T) là

A. πa^3. **B.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải



Ta có $\left(BA'C'\right)\cap\left(A'B'C'\right)=A'C'$, $\left(AA'B'B\right)\perp A'C'$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $\left(BA'C'\right)$ và $\left(A'B'C'\right)$ là $BA'B'=45^\circ$.

Tam giác $BB'A'$ vuông cân tại B' nên $BB'=B'A'=a$.

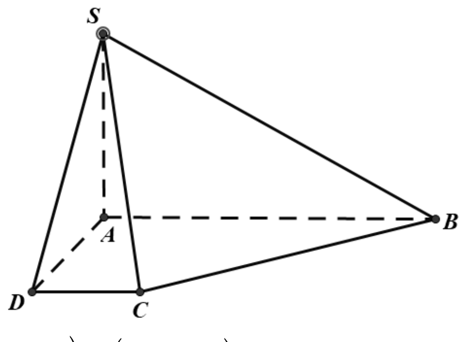
Hình trụ $\left(T\right)$ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao $h=BB=a$, đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC nên bán kính $r=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{BA}{\sin 30^\circ}=a$

Thể tích khối trụ $\left(T\right)$ là: $V=\pi.r^2.h=\pi a^2.a=\pi a^3$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $D, AB=3a, AD=CD=a, SA$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Nếu góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng 60° thì khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải



Do $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow\left(SD,\left(ABCD\right)\right)=\left(SD,AD\right)=SDA\Rightarrow SDA=60^\circ$.

Tam giác ΔSAD vuông tại $A, SDA=60^\circ\Rightarrow SA=AD\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy: $S_{ABCD}=\dfrac{AD\left(AB+CD\right)}{2}=2a^2$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^3-3x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm dương. Khẳng định nào sau đây đúng

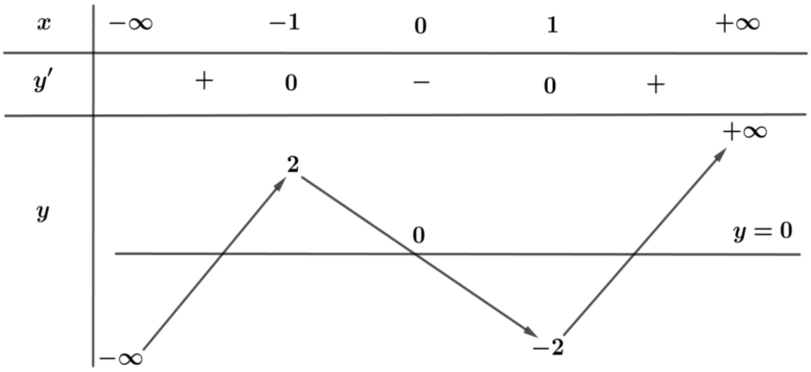
A. $S=(0;2)$. **B.** $S=\{-2;2\}$. **C.** $S=(-2;2)$. **D.** $S=(-2;0)$.

Lời giải

Ta có $x^3-3x-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x=m$. Xét hàm số $g(x)=x^3-3x$ trên $\mathbb{R}$.

$g'(x)=3x^2-3=3(x^2-1) \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên



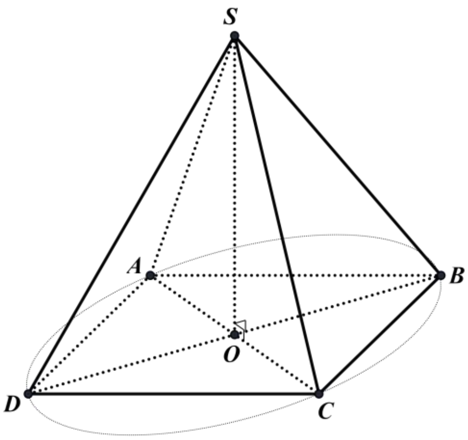
Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2<m<0$

Vậy $m\in(-2;0)$.

Câu 40: Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2 là

A. $2\pi\sqrt{3}$. **B.** $4\pi\sqrt{2}$. **C.** $2\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{2}$.

Lời giải



Hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều (có đáy là hình vuông) là hình nón có đỉnh là đỉnh của hình chóp và đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy của hình chóp.

Do đó chiều dài đường sinh của hình nón là $l=2$.

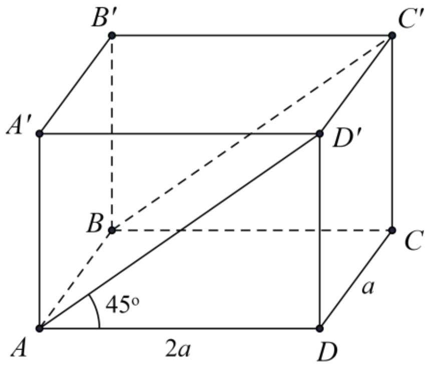
Bán kính của đáy hình nón là $r=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=2\pi\sqrt{2}$.

Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(ABC'D')$ và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases}(ABC'D')\cap(ABCD)=AB\\ AD'\perp AB\\ AD\perp AB\end{cases}\Rightarrow((ABC'D'),(ABCD))=D'AD=45°$.

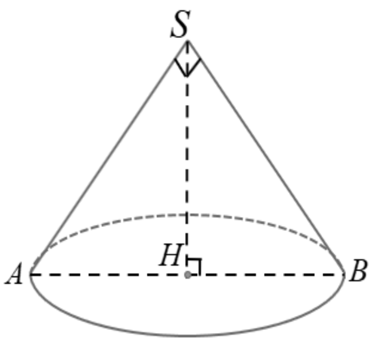
$DD'=AD.\tan 45°=2a$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=2a.2a^2=4a^3$.

Câu 42: Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 9. Khối nón sinh bởi (N) có thể tích bằng

A. 6π. **B.** 3π. **C.** 9π. **D.** π

Lời giải



Giả sử thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân SAB.

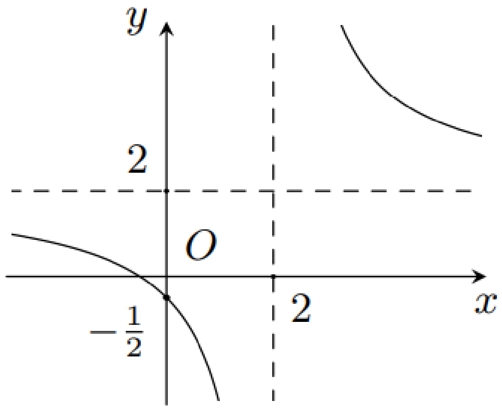
Giả sử cạnh $SA=SB=a$. Khi đó diện tích của tam giác SAB là $S_{SAB}=\frac{1}{2}a^2=9\Rightarrow a=3\sqrt{2}$.

Ta có bán kính đáy của (N) là $R=AH=\frac{1}{2}AB=\frac{SA}{\sqrt{2}}=3$.

Đường cao của (N) là $h=SH=\frac{1}{2}AB=3$.

Vậy thể tích khối nón sinh bởi (N) là $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{1}{3}\pi.3^2.3=9\pi$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ có đồ thị như hình bên. Giá trị $a+b+c$ bằng



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số qua điểm $M(0;\frac{-1}{2})$ nên ta có: $\frac{1}{c}=\frac{-1}{2}\Rightarrow c=-2$.

Tiệm cận đứng của đồ thị: $x=\frac{-c}{b}=2\Rightarrow b=1$.

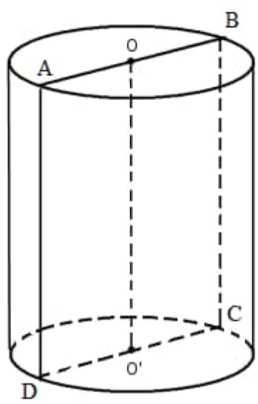
Tiệm cận ngang của đồ thị: $y=\frac{a}{b}=2\Rightarrow a=2$.

Vậy $a+b+c=1$.

Câu 44: Cắt một hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Tính diện tích toàn phần của (T)

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải



Chiều cao của khối trụ là $h=2a$.

Bán kính đáy: $r=a$

Diện tích toàn phần là: $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi a^2+4\pi a^2=6\pi a^2$.

Câu 45: Xét các số thực dương a,b thỏa $a^2+b^2=20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của $\log(ab)$ bằng 0. **B.** Giá trị lớn nhất của $\log(ab)$ bằng 0.

C. Giá trị nhỏ nhất của $\log(ab)$ bằng 1. **D.** Giá trị lớn nhất của $\log(ab)$ bằng 1.

Lời giải

Ta có $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2\ge 0,\forall a,b\in\mathbb{R}$ do đó $2ab\le a^2+b^2$ $,\forall a,b\in\mathbb{R}$.

Do đó mọi số thực dương a,b thỏa $a^2+b^2=20$ ta có $ab\le 10$ suy ra $\log(ab)\le 1$.

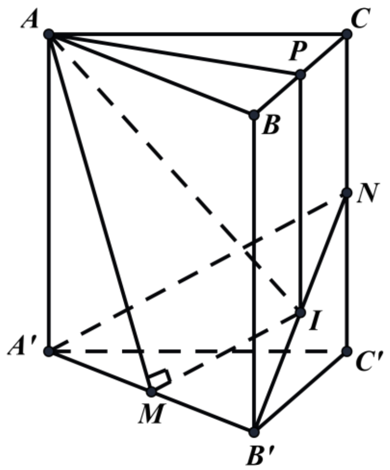
Vậy giá trị lớn nhất của $\log(ab)$ bằng 1.

Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi M,N lần lượt là rung điểm của $A'B'$và CC'. Nếu AM và $A'N$ vuông góc với nhau thì khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$có thể tích bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

Lời giải

Cách 1:



Gọi I là trung điểm NB'. Khi đó MI là đường trung bình trong tam giác $A'B'N$.

$AM\perp A'N\Rightarrow AM\perp MI$. Hay tam giác AMI vuông tại M.

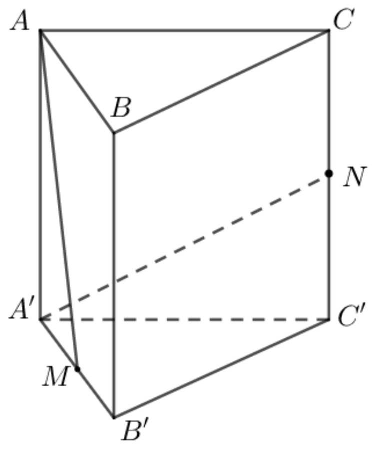
Đặt $A'A=x$. $AM^2=A'A^2+A'M^2=x^2+\dfrac{a^2}{4}$, $MI^2=\left(\dfrac{A'N}{2}\right)^2=\dfrac{A'C'^2+C'N^2}{4}=\dfrac{4a^2+x^2}{16}$

Gọi P là trung điểm BC. Ta có $PI=\dfrac{B'B+CN}{2}=\dfrac{3x}{4}$, $AI^2=AP^2+PI^2=\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{9x^2}{16}$.

$AM^2+MI^2=AI^2\Leftrightarrow x^2+\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{4a^2+x^2}{16}=\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{9x^2}{16}\Leftrightarrow x=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Thể tích khối lăng trụ $V=S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}.a^3}{8}$.

Cách 2:



Do $AM \perp A'N$ nên $0 = \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A'N} = \left(\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC}\right)$

$= -\frac{1}{2}AA'^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}AA'^2 + \frac{1}{4}a^2 \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.A'A = \frac{\sqrt{6}.a^3}{8}$.

Câu 47: Xét khối trụ (T) có bán kính R và chiều cao h thỏa mãn $2R + h = 3$. Thể tích của (T) có giá trị lớn nhất bằng

A. 2π. **B.** 3π. **C.** π. **D.** 4π.

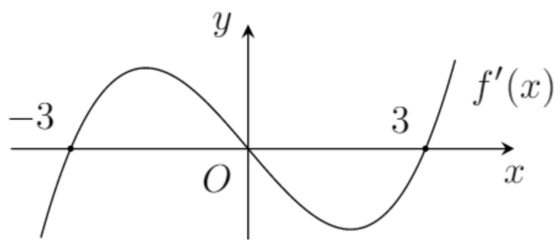
Lời giải

Ta có thể tích khối (T) là $V = h\pi R^2 = \pi R^2(3-2R)$.

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $R.R(3-2R) \le \left(\frac{R+R+3-2R}{3}\right)^3 = 1$.

Vậy $V_{\max} = \pi \Leftrightarrow R = h = 1$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số $g(x) = f(x^2-4) + 2020$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x^2-4) + 2020$ có $g'(x) = 2xf'(x^2-4)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-4\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-4=0\\ x^2-4=\pm3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm2\\ x=\pm1\\ x=\pm\sqrt{7}\end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu

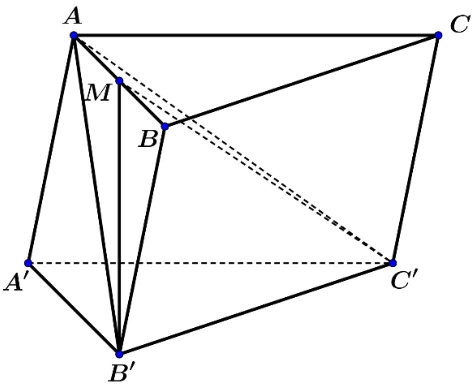
x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		-2		-1		0		1		2		$\sqrt{7}$		$+\infty$
x		$-$	$\vdots$	$-$	$\vdots$	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$	$\vdots$	$+$	
$f'(x^2-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 49: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Nếu tam giác $MB'C'$ có diện tích bằng b thì khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(MB'C')$ bằng

A. $\dfrac{a}{2b}$. **B.** $\dfrac{a}{b}$. **C.** $\dfrac{b}{2a}$. **D.** $\dfrac{a}{6b}$.

Lời giải



Ta có $BC\,//\,B'C'\Rightarrow BC\,//\left(MB'C'\right)\Rightarrow \mathrm{d}\left(C,\left(MB'C'\right)\right)=\mathrm{d}\left(B,\left(MB'C'\right)\right)$.

Ta có $V_{B.MB'C'}=V_{C.MBB'}=\dfrac{1}{2}V_{C.ABB'}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a}{6}$.

Ta có $V_{B.MB'C'}=\dfrac{1}{3}.\mathrm{d}\left(B,\left(MB'C'\right)\right).S_{\Delta MB'C'}\Leftrightarrow \mathrm{d}\left(B,\left(MB'C'\right)\right)=\dfrac{3V_{B.MB'C'}}{S_{\Delta MB'C'}}=\dfrac{3.\dfrac{a}{6}}{b}=\dfrac{a}{2b}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m\left(\mathrm{e}^x-1\right)\cdot\ln\left(mx+1\right)+2\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^{2x}+1$ có hai nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

A. 29. **B.** 27. **C.** 28. **D.** 26.

Lời giải

Ta có: $m\left(e^x-1\right)\cdot\ln\left(mx+1\right)+2e^x=e^{2x}+1\ (1)\Leftrightarrow m\left(e^x-1\right)\ln\left(mx+1\right)-\left(e^x-1\right)^2=0$

$\Leftrightarrow\left(e^x-1\right)\left[m\ln\left(mx+1\right)-\left(e^x-1\right)\right]=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x-1=0\\ m\ln\left(mx+1\right)-\left(e^x-1\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x=1\\ m\ln\left(mx+1\right)=e^x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\quad\left(t/m\right)\\ m\ln\left(mx+1\right)=e^x-1\end{array}\right.$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt không lớn hơn $5\Leftrightarrow$ Phương trình $m\ln\left(mx+1\right)=e^x-1$ có một nghiệm duy nhất khác 0 và nhỏ hơn hoặc bằng 5.

Vì $x\neq 0$ nên $m\ln\left(mx+1\right)=e^x-1\Leftrightarrow m\ln\left(mx+1\right)+1=e^x\ (2)$.

Đặt $t=\ln\left(mx+1\right)\Rightarrow mx+1=e^x$.

Ta có $\begin{cases}mx+1=e^t\\ mt+1=e^x\end{cases}\Rightarrow e^x+mx=e^t+mt\ \ (**)$.

Xét hàm số đặc trưng: $f\left(u\right)=e^u+mu$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'\left(u\right)=e^u+m>0$, $\forall u\in\mathbb{R}$ và $m\in\mathbb{Z}^+$.

Suy ra $(**)\Leftrightarrow x=t\Leftrightarrow e^x-mx-1=0$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=e^x-mx-1$, có $g'\left(x\right)=e^x-m$, suy ra $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\ln m$.

Nếu $m=1$ loại.

Nếu $m>1$, ta có

x	$-\infty$		0		$\ln m$		c		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Để thỏa mãn bài toán thì $g\left(5\right)\geq 0\Leftrightarrow m\leq\dfrac{e^5-1}{5}$.

Kết hợp điều kiện, suy ra $m\in\left\{2;3;\ldots;29\right\}$.

Vậy có 28 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

ĐỀ SỐ 09 — ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho:

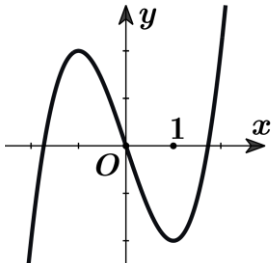
A. Nghịch biến trên khoảng $(-3;3)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y = x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = -x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $S = 6\,\text{m}^2$ và chiều cao $h = 3\,\text{m}$ bằng

A. $12\,\text{m}^3$. **B.** $4\,\text{m}^3$. **C.** $18\,\text{m}^3$. **D.** $6\,\text{m}^3$.

Câu 4: Với a và b là các số thực dương tùy ý, a khác 1 thì $\log_a(a^7b)$ bằng

A. $7 + \log_a b$. **B.** $1 + 7\log_a b$. **C.** $7\log_a b$. **D.** $7 - \log_a b$.

Câu 5: Với a và b là các số thực dương, khác 1 và α là số thực bất kỳ thì $\log_a b^\alpha$ bằng

A. $-\alpha\log_a b$. **B.** $\dfrac{1}{\alpha}\log_a b$. **C.** $-\log_b a^\alpha$. **D.** $\alpha\log_a b$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $[0;50]$ là

A. -1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{47}{51}$.

Câu 7: Tìm hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

A. $x = 8$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 9$.

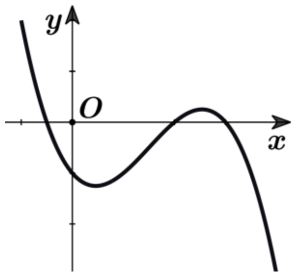
Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = 3^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 10: Phương trình $\log_3(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 10$. **B.** $x = 7$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 8$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 12: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Có đáy là tam giác đều cạnh a và $A'C$ tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$.Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 13: Tập nghiệm của phương trình $3^x = 2$ là

A. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\{\log_2 3\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\{\log_3 2\}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4a$, $AC = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $16a^3$. **B.** $48a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 15: Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là các đỉnh của một hình

A. lăng trụ đều. **B.** chóp đều. **C.** bát diện đều. **D.** lục giác đều.

Câu 16: Khối nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r thì có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây có **tối đa** 3 điểm cực trị?

A. $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$. **B.** $y = ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$.

C. $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. **D.** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+4x+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 17. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 15.

Câu 20: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy bằng $r=2$ là

A. 18π. **B.** 24π. **C.** 6π. **D.** 12π.

Câu 21: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5.10^5\ m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có số mét khối gỗ gần với giá trị nào sau đây?

A. $729990\left(m^3\right)$. **B.** $608326\left(m^3\right)$. **C.** $657966\left(m^3\right)$. **D.** $632660\left(m^3\right)$.

Câu 22: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $y=-1$.

Câu 23: Tìm đạo hàm của hàm số $y=(x-1)^{\mathrm{e}}$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $y'=\mathrm{e}(x-1)^{\mathrm{e}+1}$. **B.** $y'=(x-1)^{\mathrm{e}}$.

C. $y'=\mathrm{e}(x-1)^{\mathrm{e}-1}$. **D.** $y'=(\mathrm{e}-1)(x-1)^{\mathrm{e}}$.

Câu 24: Có tất cả bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 25: Hàm số $y=x^4-9$

A. Nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **D.** $y'=x.\ln 3$.

Câu 27: Hàm số $y=-x^3+3x^2-7$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-7$. **D.** $x=2$.

Câu 28: Cho khối tứ diện $ABCD$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó, mặt phẳng (P) chứa đường cạnh CM, song song với BD chia khối tứ diện $ABCD$ thành

A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. **B.** Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

C. Hai khối chóp tứ giác. **D.** Hai khối tứ diện.

Câu 29: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là đường thẳng đi qua điểm:

A. $H(1;72)$. **B.** $L(4;38)$. **C.** $G(0;2)$. **D.** $K(3;42)$.

Câu 30: Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a$, $AB=2a$ và $AC=\sqrt{5}a$ bằng

A. $15a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3\sqrt{5}$. **D.** $2a^3$.

Câu 31: Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $1\mathrm{m}$ và cạnh bên bằng $12\mathrm{m}$ thì có thể tích là

A. $12\,m^3$. **B.** $\sqrt{3}m^3$. **C.** $3\sqrt{3}\,m^3$. **D.** $6\,m^3$.

Câu 32: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-6x^2-4$ là:

A. $N(0;-4)$. **B.** $Q(3;23)$. **C.** $M(0;0)$. **D.** $P\left(\sqrt{3};-13\right)$.

Câu 33: Số cạnh của khối mười hai mặt đều là:

A. 20. **B.** 30. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-2;2]$ là:

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 35: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=-1$ là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ là điểm

A. $F(1;3)$. **B.** $E(3;1)$. **C.** $H(-2;3)$. **D.** $G(3;-2)$.

Câu 37: Nếu đặt $t=5^x$ thì phương trình $5^{2x-1}+5^{x+1}=250$ trở thành

A. $t^2+25t-1250=0.$ **B.** $t^2+5t-250=0.$ **C.** $t^2+5t+1250=0.$ **D.** $t^2+25t-250=0.$

Câu 38: Với số thực a dương, khác 1 và các số thực α,β bất kì thì ta có

A. $a^{\alpha+\beta}=a^{\alpha}+a^{\beta}$. **B.** $a^{\alpha+\beta}=a^{\alpha}-a^{\beta}$. **C.** $a^{\alpha+\beta}=\left(a^{\alpha}\right)^{\beta}$. **D.** $a^{\alpha+\beta}=a^{\alpha}.a^{\beta}$.

Câu 39: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ với trục hoành.

A. $(-1;0)$ và $(1;0)$. **B.** $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};0\right)$.

C. $(0;-3)$. **D.** $(3;60)$ và $(-3;60)$.

Câu 40: Giá trị $\pi^{\sqrt{5}+1}:\pi^{\sqrt{5}-1}$ bằng

A. π^4. **B.** π^2. **C.** $\pi^{2\sqrt{5}}$. **D.** π.

Câu 41: Đặt $a=\log_3 2$, khi đó $\log_{72}768$ được biểu diễn dưới dạng $\dfrac{ma+n}{pa+2}$, với m,n,p là các số nguyên. Giá trị $m+n^2+p^3$ bằng:

A. 17. **B.** 36. **C.** 10. **D.** 73.

Câu 42: Nếu khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\dfrac{3a^3}{4}$ thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ là

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-30;30)$ của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2+(2m-3)x-1$ đều có hệ số góc dương?

A. 59. **B.** 1. **C.** 58. **D.** 0.

Câu 44: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-9x+1$, với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|9x_1-25x_2|$ bằng

A. 15. **B.** 450. **C.** 90. **D.** 45.

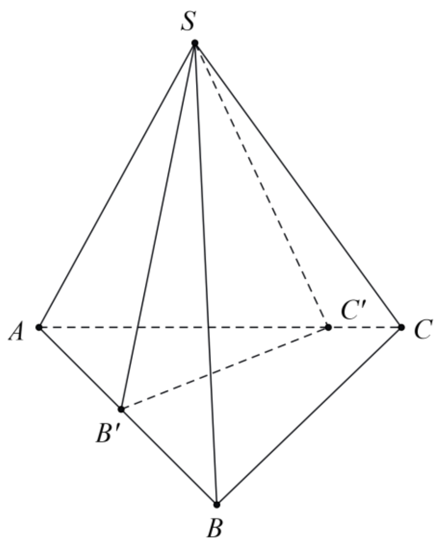
Câu 45: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2(x^2-1)-\log_3(x^2-1)+\log_2\frac{2}{3}\log_3 2\le 0$ là $S=[a;b]\cup[c;d]$ với $a<b<c<d$. Giá trị của biểu thức $a+b+c+2d$ bằng

A. $\frac{1}{\log_2 3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{\log_2 3}+1$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên x để $f(24x)>f(x^2)$

A. 21. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 22.

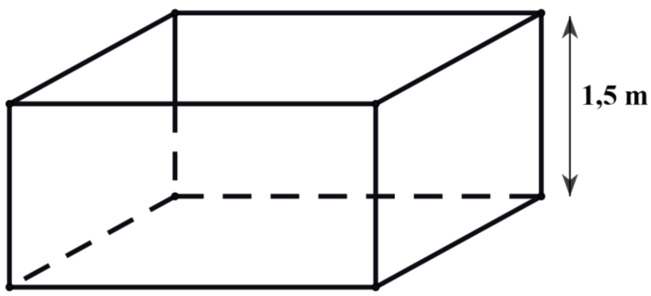
Câu 47: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích 24 cm^3. Gọi B' là trung điểm của AB và C' là điểm trên cạnh AC sao cho $AC'=3CC'$ (minh họa như hình vẽ)



Thể tích của khối chóp $S.AB'C'$ bằng

A. 8 cm^3. **B.** 6 cm^3. **C.** 2 cm^3. **D.** 9 cm^3.

Câu 48: Người ta cần xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp, cao $1{,}5\text{m}$ và chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ dưới). Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của hồ là 18m^2 thì dung tích của hồ là

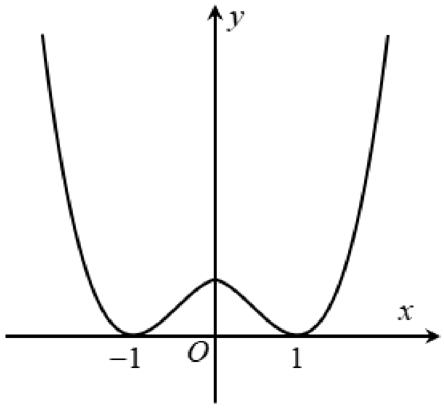


A. 12m^3. **B.** 18m^3. **C.** 5m^3. **D.** 48m^3.

Câu 49: Cho $a>0,b>0$ thỏa mãn $\log_4 a=\log_{25} b=\log\dfrac{4b-a}{4}\cdot$ Giá trị của $\log_{\sqrt{6}}\left(\dfrac{a}{2}+4b\sqrt{2}\right)-\log_{\sqrt{6}} b$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[0;23\right]$ để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^2-2x\right|+m\right)+2023$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$?

A. 23. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

------------------------HẾT------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.B**	**3.D**	**4.A**	**5.D**	**6.D**	**7.A**	**8.A**	**9.C**	**10.D**
11.D	**12.B**	**13.D**	**14.C**	**15.C**	**16.D**	**17.A**	**18.D**	**19.C**	**20.C**
21.D	**22.D**	**23.C**	**24.A**	**25.B**	**26.B**	**27.A**	**28.A**	**29.D**	**30.C**
31.C	**32.A**	**33.B**	**34.C**	**35.C**	**36.B**	**37.A**	**38.D**	**39.B**	**40.B**
41.B	**42.B**	**43.D**	**44.C**	**45.B**	**46.C**	**47.D**	**48.A**	**49.B**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho:

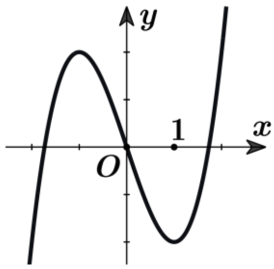
A. Nghịch biến trên khoảng $\left(-3;3\right)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$.

C. Đồng biến trên khoảng $\left(-3;0\right)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm y', ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 và có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Ta xét đạo hàm của hàm số ở đáp án A là $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $S=6\,\mathrm{m}^2$ và chiều cao $h=3\,\mathrm{m}$ bằng

A. $12\,\mathrm{m}^3$. **B.** $4\,\mathrm{m}^3$. **C.** $18\,\mathrm{m}^3$. **D.** $6\,\mathrm{m}^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}.S.h=\dfrac{1}{3}.6.3=6\ \left(\mathrm{m}^3\right)$.

Câu 4: Với a và b là các số thực dương tùy ý, a khác 1 thì $\log_a\left(a^7b\right)$ bằng

A. $7+\log_a b$. **B.** $1+7\log_a b$. **C.** $7\log_a b$. **D.** $7-\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_a\left(a^7b\right)=\log_a a^7+\log_a b=7+\log_a b$

Câu 5: Với a và b là các số thực dương, khác 1 và α là số thực bất kỳ thì $\log_a b^{\alpha}$ bằng

A. $-\alpha\log_a b$. **B.** $\frac{1}{\alpha}\log_a b$. **C.** $-\log_b a^{\alpha}$. **D.** $\alpha\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $[0;50]$ là

A. -1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\frac{47}{51}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có $y'=\frac{4}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $(0;50)$, liên tục trên $[0;50]$.

Do đó $\max\limits_{[0;50]} y=y(50)=\frac{47}{51}$.

Câu 7: Tìm hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có $a>0$

Do hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 cực trị nên $ab<0$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=8$. **B.** $x=5$. **C.** $x=6$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x=3\Leftrightarrow x=2^3=8$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=3^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số mũ $y=3^x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 10: Phương trình $\log_3(x+1)=2$ có nghiệm là

A. $x=10$. **B.** $x=7$. **C.** $x=5$. **D.** $x=8$.

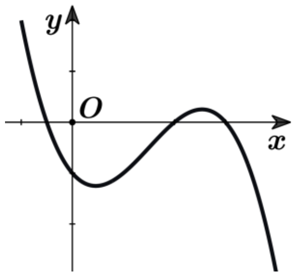
Lời giải

Điều kiện: $x>-1$.

$\log_3(x+1)=2 \Leftrightarrow x+1=3^2 \Leftrightarrow x=8$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy $S=\{8\}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Khi $x=0 \Rightarrow y=d$. Dựa vào đồ thị thì $d<0$.

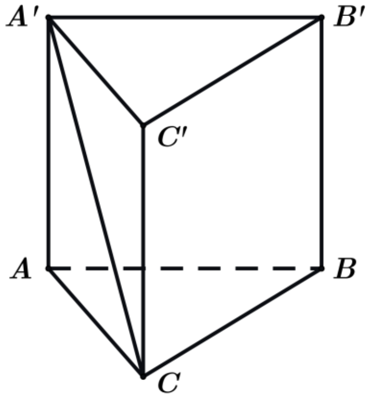
Dựa vào hình dáng đồ thị thì $a<0$.

$y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ P>0\\ S>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ \dfrac{c}{3a}>0\\ \dfrac{-2b}{3a}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ c<0\\ b>0\end{cases}$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Có đáy là tam giác đều cạnh a và $A'C$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°.Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải



Ta có góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'CA} = 60°$.

Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A.

Có $AA' = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$ và $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 13: Tập nghiệm của phương trình $3^x = 2$ là

A. $\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$. **B.** $\{\log_2 3\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\{\log_3 2\}$.

Lời giải

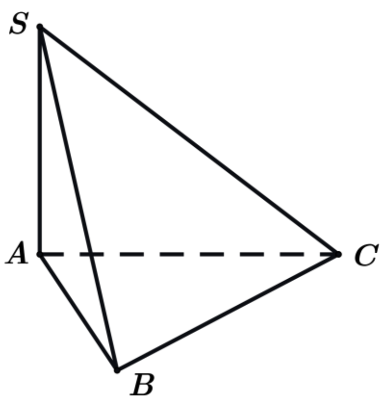
Ta có $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$.

Vậy tập nghiệm $S = \{\log_3 2\}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4a$, $AC = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $16a^3$. **B.** $48a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải



Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên ta có $AB = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}a$.

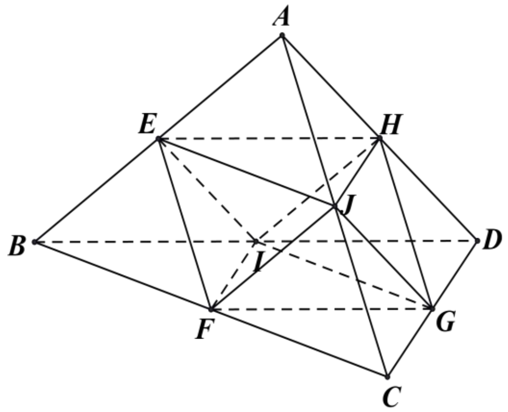
$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}\left(3\sqrt{2}a\right)^2=9a^2$.

Thể tích khối chóp: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.4a.9a^2=12a^3$.

Câu 15: Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là các đỉnh của một hình

A. lăng trụ đều. **B.** chóp đều. **C.** bát diện đều. **D.** lục giác đều.

Lời giải



Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là các đỉnh của một hình bát diện đều.

Câu 16: Khối nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r thì có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Khối nón có chiều cao $h,$ độ dài đường sinh $l,$ bán kính đáy r thì có thể tích bằng $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây có **tối đa** 3 điểm cực trị?

A. $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$. **B.** $y=ax^2+bx+c\ \left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$.

C. $y=\frac{ax+b}{cx+d}\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a\neq 0\right)$. Với $ab<0$ thì hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 điểm cực trị.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Khi đó, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.\left(a\sqrt{2}\right)^2=2a^3$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+4x+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 17. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 15.

Lời giải

Phương trình $-x^3+4x+1=m$.

Đặt $y=-x^3+4x+1$.

$y=m$ (đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox).

Hàm số $y=-x^3+4x+1$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$		$\frac{2\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{9-16\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	$\frac{9+16\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	$-\infty$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $\dfrac{9-16\sqrt{3}}{9}<m<\dfrac{9+16\sqrt{3}}{9}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Câu 20: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy bằng $r=2$ là

A. 18π. **B.** 24π. **C.** 6π. **D.** 12π.

Lời giải

Ta có $S_{xq}=\pi rl=\pi 2.3=6\pi$.

Câu 21: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $5.10^5\ m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 6 năm, khu rừng đó sẽ có số mét khối gỗ gần với giá trị nào sau đây?

A. $729990\left(m^3\right)$. **B.** $608326\left(m^3\right)$. **C.** $657966\left(m^3\right)$. **D.** $632660\left(m^3\right)$.

Lời giải

Gọi trữ lượng gỗ ban đầu là V_0, tốc độ sinh trưởng hàng năm của rừng là $r\%$. Ta có:

Sau 1 năm, trữ lượng gỗ là: $V_1=V_0+r.V_0=V_0(1+r)$.

Sau 2 năm, trữ lượng gỗ là: $V_2=V_1+r.V_1=V_1(1+r)=V_0(1+r)^2$.

Tổng quát, sau n năm trữ lượng gỗ là: $V_n=V_0(1+r)^n$.

Áp dụng công thức ta có trữ lượng gỗ sau 6 năm trong bài toán là:

$V_5=5.10^5(1+4\%)^6\approx 632660\left(m^3\right)$.

Câu 22: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=\frac{1}{2}\cdot$ **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-1}{1-\frac{2}{x}}=-1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-1}{1-\frac{2}{x}}=-1$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=\frac{-x}{x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$

Câu 23: Tìm đạo hàm của hàm số $y=(x-1)^{\mathrm{e}}$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $y'=\mathrm{e}(x-1)^{\mathrm{e}+1}$. **B.** $y'=(x-1)^{\mathrm{e}}$.

C. $y'=\mathrm{e}(x-1)^{\mathrm{e}-1}$. **D.** $y'=(\mathrm{e}-1)(x-1)^{\mathrm{e}}$.

Lời giải

$y=(x-1)^{\mathrm{e}}\Rightarrow y'=\mathrm{e}\left(x-1\right)^{\mathrm{e}-1}$.

Câu 24: Có tất cả bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Có 5 loại khối đa diện đều. Cụ thể

Khối đa diện đều loại $\{3;3\}$:Khối tứ diện đều.

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$:Khối lập phương.

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$:Khối bát diện đều.

Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$:Khối hai mươi mặt đều.

Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$:Khối mười hai mặt đều.

Câu 25: Hàm số $y=x^4-9$

A. Nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **D.** $y'=x.\ln 3$.

Lời giải

Ta có $y'=(\log_3 x)'=\dfrac{1}{x.\ln 3}$.

Câu 27: Hàm số $y=-x^3+3x^2-7$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-7$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $y'=-3x^2+6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.; y''=-6x+6$

Có $y''(0)=6>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

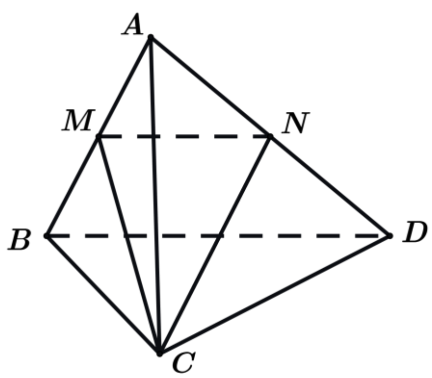
Có $y''(2)=-6<0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 28: Cho khối tứ diện $ABCD$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó, mặt phẳng (P) chứa đường cạnh CM, song song với BD chia khối tứ diện $ABCD$ thành

A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. **B.** Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

C. Hai khối chóp tứ giác. **D.** Hai khối tứ diện.

Lời giải



Gọi N là giao điểm của mặt phẳng (P) với cạnh AD. Vì (P) song song với BD nên ta có MN song song với BD (N là trung điểm của đoạn thẳng AD). Khi đó mặt phẳng (P) chia khối tứ diện $ABCD$ thành một khối chóp (tứ diện) $CMNA$ và một khối chóp tứ giác $C.MNDB$

Câu 29: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là đường thẳng đi qua điểm:

A. $H(1;72)$. **B.** $L(4;38)$. **C.** $G(0;2)$. **D.** $K(3;42)$.

Lời giải

Gọi $N(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị thì ta có phương trình tiếp tuyến có dạng: $y=k.(x-x_0)+y_0$ (*)

Đạo hàm: $y'=3x^2+6x$

Theo giả thiết hoành độ: $x_0=2$ nên $\begin{cases} y_0=f(2)=2^3+3.2^2-2=18 \\ k=y'(2)=24 \end{cases}$.

Thay vào $(*)$ ta được phương trình tiếp tuyến: $y=24.(x-2)+18 \Rightarrow y=24x-30$

Thay điểm thì ta được đáp án D $(42=24.3-30)$.

Câu 30: Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a$, $AB=2a$ và $AC=\sqrt{5}a$ bằng

A. $15a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3\sqrt{5}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AC.AA'=2a.\sqrt{5}a.a=2\sqrt{5}a^3$ (đvtt).

Câu 31: Khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 1m và cạnh bên bằng 12m thì có thể tích là

A. 12m^3. **B.** $\sqrt{3}\text{m}^3$. **C.** $3\sqrt{3}\text{m}^3$. **D.** 6m^3.

Lời giải

$V_{LT}=S.h=\dfrac{\sqrt{3}}{4}.12=3\sqrt{3}\,(m^3)$.

Câu 32: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-6x^2-4$ là:

A. $N(0;-4)$. **B.** $Q(3;23)$. **C.** $M(0;0)$. **D.** $P(\sqrt{3};-13)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=4x^3-12x$; $y''=12x^2-12$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$

$y''(0)=-12<0 \Rightarrow x=0$ là điểm cực đại của hàm số; giá trị cực đại của hàm số là $f(0)=-4$.

$y''(\sqrt{3})=y''(-\sqrt{3})=24>0 \Rightarrow x=\sqrt{3}$ và $x=-\sqrt{3}$ là hai điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $N(0;-4)$.

Câu 33: Số cạnh của khối mười hai mặt đều là:

A. 20. **B.** 30. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Số cạnh của khối mười hai mặt đều là 30.

Câu 34: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2;2]$ là:

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-2;2] \\ x = -1 \in [-2;2] \end{array}\right.$.

$y(-2) = -1$; $y(-1) = 3$; $y(1) = -1$; $y(2) = 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là: 3.

Câu 35: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = -1$ là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng là: $-x^4 + 2x^2 = -1$.

$\Leftrightarrow -x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 + \sqrt{2} \\ x^2 = 1 - \sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{1 + \sqrt{2}} \\ x = -\sqrt{1 + \sqrt{2}} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ và đường thẳng $y = -1$ có hai giao điểm.

Câu 36: Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-3}$ là điểm

A. $F(1;3)$. **B.** $E(3;1)$. **C.** $H(-2;3)$. **D.** $G(3;-2)$.

Lời giải

Đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình lần lượt là $y = 1$ và $x = 3$.

$\Rightarrow$ Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là điểm $E(3;1)$.

Câu 37: Nếu đặt $t = 5^x$ thì phương trình $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$ trở thành

A. $t^2 + 25t - 1250 = 0$. **B.** $t^2 + 5t - 250 = 0$. **C.** $t^2 + 5t + 1250 = 0$. **D.** $t^2 + 25t - 250 = 0$.

Lời giải

Ta có: $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250 \Leftrightarrow \dfrac{1}{5}.5^{2x} + 5.5^x - 250 = 0 \Leftrightarrow \left(5^x\right)^2 + 25.5^x - 1250 = 0$.

Đặt $t = 5^x$ thì phương trình trở thành $t^2 + 25t - 1250 = 0$.

Câu 38: Với số thực a dương, khác 1 và các số thực α, β bất kì thì ta có

A. $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha + a^\beta$. **B.** $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha - a^\beta$. **C.** $a^{\alpha+\beta} = \left(a^\alpha\right)^\beta$. **D.** $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha.a^\beta$.

Lời giải

Với số thực a dương, khác 1 và các số thực α, β bất kì thì ta có $a^{\alpha+\beta} = a^\alpha.a^\beta$.

Câu 39: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ với trục hoành.

A. $(-1;0)$ và $(1;0)$.
B. $(-\sqrt{3};0)$ và $(\sqrt{3};0)$.
C. $(0;-3)$.
D. $(3;60)$ và $(-3;60)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ với trục hoành là:

$$x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ với trục hoành là $(-\sqrt{3};0)$ và $(\sqrt{3};0)$

Câu 40: Giá trị $\pi^{\sqrt{5}+1} : \pi^{\sqrt{5}-1}$ bằng

A. π^4.
B. π^2.
C. $\pi^{2\sqrt{5}}$.
D. π.

Lời giải

Ta có: $\pi^{\sqrt{5}+1} : \pi^{\sqrt{5}-1} = \pi^{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1} = \pi^2$.

Câu 41: Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{72} 768$ được biểu diễn dưới dạng $\dfrac{ma+n}{pa+2}$, với m,n,p là các số nguyên. Giá trị $m + n^2 + p^3$ bằng:

A. 17.
B. 36.
C. 10.
D. 73.

Lời giải

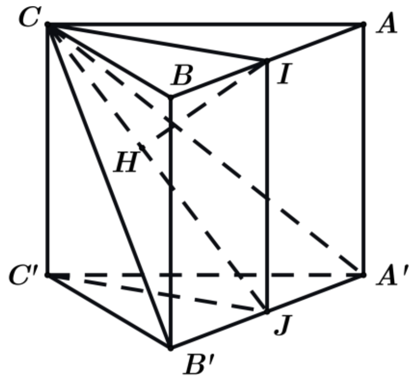
$$\log_{72} 768 = \frac{\log_3 768}{\log_3 72} = \frac{\log_3\left(2^8.3\right)}{\log_3\left(2^3.3^2\right)} = \frac{8a+1}{3a+2}$$

Vậy $m = 8, n = 1, p = 3 \Rightarrow m + n^2 + p^3 = 36.$

Câu 42: Nếu khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\dfrac{3a^3}{4}$ thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ là

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.
B. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.
C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.
D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải



Tam giác ABC có cạnh đáy bằng a, suy ra: $B=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ có $V=\frac{3a^2}{4}\Rightarrow h=\frac{V}{B}=a\sqrt{3}$.

Gọi $I;J$ là trung điểm của $AB;A'B'$. Dựng $IH\perp CJ$.

Mặt khác: $d(AB;A'C)=d(AB;(CA'B'))=d(I;(CA'B'))=d(I;CJ)=IH$

Ta có: $CI=\frac{a\sqrt{3}}{2};IJ=a\sqrt{3}\Rightarrow\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{CI^2}+\frac{1}{IJ^2}\Leftrightarrow IH=\frac{a\sqrt{15}}{5}$

Vậy: $d(AB;A'C)=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-30;30)$ của tham số m để mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2+(2m-3)x-1$ đều có hệ số góc dương?

A. 59. **B.** 1. **C.** 58. **D.** 0.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-2mx+(2m-3)$

Lấy $M\left(x_0;y_0\right)$ tùy ý trên đồ thị hàm số đã cho, khi đó hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ được tính bởi $y'\left(x_0\right)=3x_0^2-2mx_0+(2m-3)$.

Yêu cầu bài toán: $y'\left(x_0\right)>0,\forall x_0\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3x_0^2-2mx_0+(2m-3)>0,\forall x_0\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3>0\\ m^2-3(2m-3)<0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-6m+9<0$ (vô nghiệm).

Vậy không có m thỏa đề.

Câu 44: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-9x+1$, với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|9x_1-25x_2\right|$ bằng

A. 15. **B.** 450. **C.** 90. **D.** 45.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m-2)x - 9$, $\Delta' = (m-2)^2 + 9 > 0 \Rightarrow$ hàm số luôn có hai điểm cực trị với $\forall m$

Theo định lí Viete ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-2) \\ x_1.x_2 = -9 \Rightarrow x_2 = -\dfrac{9}{x_1} \end{cases}$.

Ta có $|9x_1 - 25x_2| = \left|9x_1 + 25.\dfrac{9}{x_1}\right| = 9\left(|x_1| + \dfrac{25}{|x_1|}\right) \geq 9.2.\sqrt{25} = 90$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng 90.

Câu 45: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2(x^2-1) - \log_3(x^2-1) + \log_2\dfrac{2}{3}\log_3 2 \leq 0$ là $S = [a;b] \cup [c;d]$ với $a < b < c < d$. Giá trị của biểu thức $a+b+c+2d$ bằng

A. $\dfrac{1}{\log_2 3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{1}{\log_2 3} + 1$.

Lời giải

Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right.$. Đặt $t = \log_2(x^2-1)$.

Khi đó bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - t\log_3 2 + \log_3 2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow t \in [\log_3 2 - 1; 1]$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} \sqrt{2^{(\log_3 2 - 1)} + 1} \leq x \leq \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leq x \leq -\sqrt{2^{(\log_3 2-1)} + 1} \end{array}\right.$, kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bpt là

$S = \left[-\sqrt{3}; -\sqrt{2^{(\log_3 2-1)} + 1}\right] \cup \left[\sqrt{2^{(\log_3 2-1)} + 1}; \sqrt{3}\right]$.

Vậy $a+b+c+2d = \sqrt{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên x để $f(24x) > f(x^2)$

A. 21. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 22.

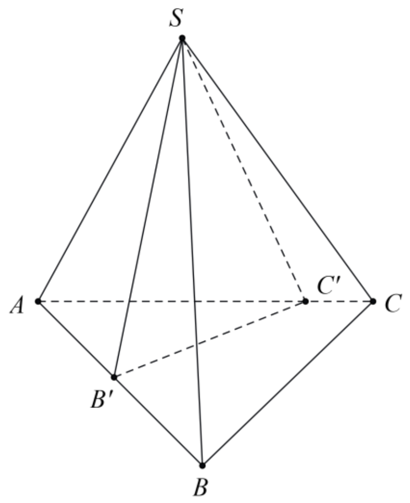
Lời giải

Vì $f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó $f(24x) > f(x^2) \Leftrightarrow 24x > x^2 \Leftrightarrow x^2 - 24x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 24$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên có 23 giá trị nguyên x thỏa mãn bài toán.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích 24 cm^3. Gọi B' là trung điểm của AB và C' là điểm trên cạnh AC sao cho $AC' = 3CC'$ (minh họa như hình vẽ)

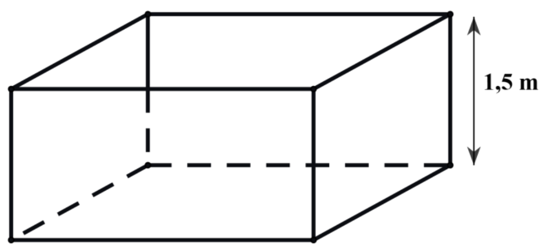


Thể tích của khối chóp $S.AB'C'$ bằng

A. $8\,\text{cm}^3$. **B.** $6\,\text{cm}^3$. **C.** $2\,\text{cm}^3$. **D.** $9\,\text{cm}^3$.

Ta có: $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{S_{\triangle AB'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \dfrac{AB'}{AB}.\dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{8} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \dfrac{3}{8}V_{S.ABC} = \dfrac{3}{8}.24 = 9\,\text{cm}^3$

Câu 48: Người ta cần xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp, cao $1,5\,\text{m}$ và chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ dưới). Nếu tổng diện tích bốn mặt xung quanh của hồ là $18\,\text{m}^2$ thì dung tích của hồ là



A. $12\,\text{m}^3$. **B.** $18\,\text{m}^3$. **C.** $5\,\text{m}^3$. **D.** $48\,\text{m}^3$.

Lời giải

Gọi x là chiều rộng của hồ cần xây ($x > 0$). Suy ra chiều dài của hồ là: $2x$.

Tổng diện tích bốn mặt xung quanh của hồ là: $(x.1,5).2 + (2x.1,5).2 = 18 \Rightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$.

Thể tích của hồ là: $V = 3.6.1,5 = 12m^3$.

Câu 49: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_4 a = \log_{25} b = \log\dfrac{4b-a}{4}\cdot$ Giá trị của $\log_{\sqrt{6}}\left(\dfrac{a}{2} + 4b\sqrt{2}\right) - \log_{\sqrt{6}} b$ bằng

A. 1. **B.** 2 . **C.** 6 . **D.** 4 .

Lời giải

Ta có $\log_4 a=\log_{25} b=\log\dfrac{4b-a}{4}=t\Rightarrow\begin{cases}a=4^t\\ b=25^t\\ \dfrac{4b-a}{4}=10^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4^t & (1)\\ b=25^t & (2)\\ \dfrac{4.25^t-4^t}{4}=10^t & (3)\end{cases}$

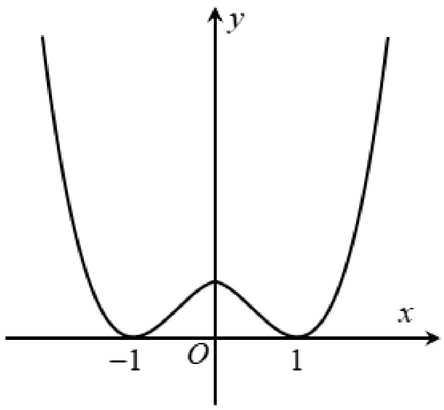
Có $(3)\Leftrightarrow 4.25^t-4^t=4.10^t\Leftrightarrow\left(2^t\right)^2+4.2^t.5^t-4.\left(5^t\right)^2=0$

$\Leftrightarrow\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^t\right]^2+4\left(\dfrac{2}{5}\right)^t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{2}{5}\right)^t=-2+2\sqrt{2}\\ \left(\dfrac{5}{2}\right)^t=-2-2\sqrt{2}\,(VN)\end{array}\right.\Rightarrow\dfrac{a}{b}=\left(\dfrac{2}{5}\right)^{2t}=\left(2\sqrt{2}-2\right)^2=12-8\sqrt{2}$

$\Rightarrow\log_{\sqrt{6}}\left(\dfrac{a}{2}+4b\sqrt{2}\right)-\log_{\sqrt{6}} b=\log_{\sqrt{6}}\left(\dfrac{\dfrac{a}{2}+4b\sqrt{2}}{b}\right)=\log_{\sqrt{6}}\left(\dfrac{a}{2b}+4\sqrt{2}\right)$

$=\log_{\sqrt{6}}\left(6-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)=\log_{\sqrt{6}}6=2$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;23]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^2-2x\right|+m\right)+2023$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 23. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

Lời giải:

Để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^2-2x\right|+m\right)+2023$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì

$g'(x)=\dfrac{(2x-2)\left(x^2-2x\right)}{\left|x^2-2x\right|}f'\left(\left|x^2-2x\right|+m\right)\geq 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

Mà $\dfrac{(2x-2)\left(x^2-2x\right)}{\left|x^2-2x\right|}>0,\forall x\in(2;+\infty)\Rightarrow\ f'\left(\left|x^2-2x\right|+m\right)\geq 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

Từ đồ thị, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $[-1;0]$ và $[1;+\infty)$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}\left|x^2-2x\right|+m\ge 1\\ -1\le\left|x^2-2x\right|+m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^2-2x\right|\ge 1-m\\ -1-m\le\left|x^2-2x\right|\le -m\end{array}\right.$, $\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

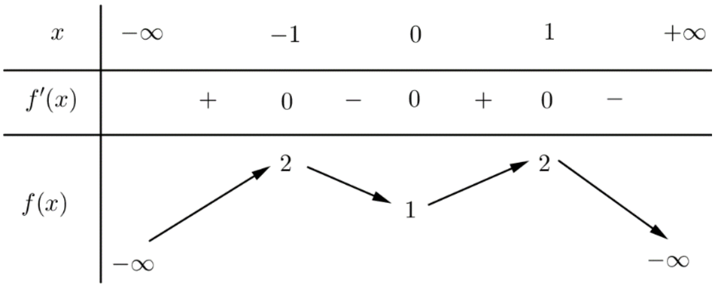
Nhận xét: Ta thấy $\left|x^2-2x\right|\ge 0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)\Rightarrow 0\ge 1-m\Leftrightarrow m\ge 1\xrightarrow{m\in\mathbb{Z};\,m\in[0;23]}1\le m\le 23$.

Vậy có tất cả 23 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐỀ SỐ 10 ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=4$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

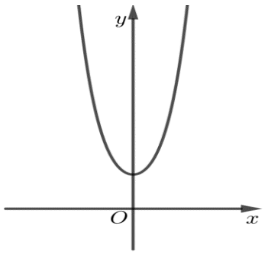
Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

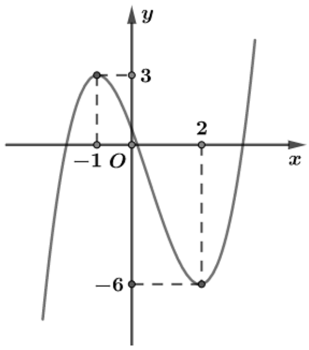
A. $x=10$. **B.** $x=4$. **C.** $x=\dfrac{11}{2}$. **D.** $x=5$.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-1$.

Câu 7: Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^m + a^n = a^{m-n}$. **B.** $a^m.a^n = a^{m.n}$. **C.** $a^m + a^n = a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n = a^{m+n}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 1$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 12$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 36.

Câu 14: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 16π. **C.** 3π. **D.** 8π.

Câu 15: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương bằng

A. 125. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 50.

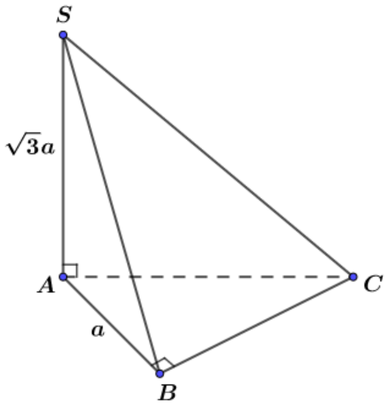
Câu 16: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 3π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Câu 17: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h=9$. Đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 36. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 6.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a, SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \frac{1}{25}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 20: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 72π. **D.** 18π.

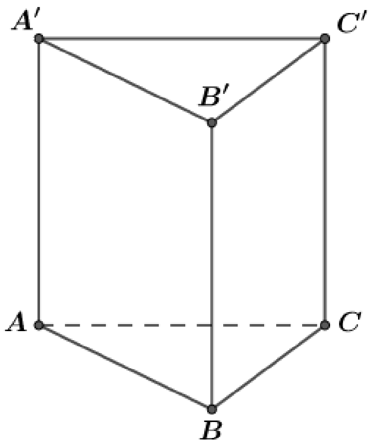
Câu 21: Cắt hình nón S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

A. π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 22: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 23: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

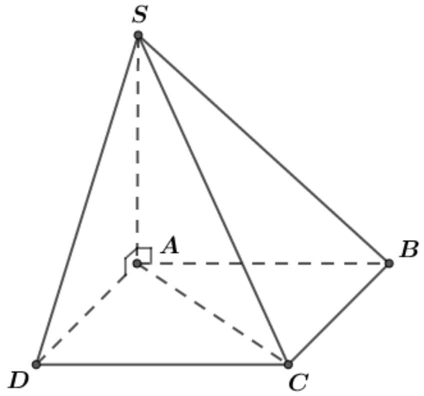


A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 24: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3} = 8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-x}$.

A. $y' = -3^{1-x}$. **B.** $y' = -3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y' = 3^{1-x}.\ln 3$. **D.** $y' = 3^{1-x}$.

Câu 28: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** 2π. **D.** 8π.

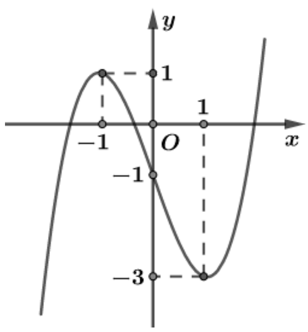
Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = \dfrac{x-2}{x+3}$. **B.** $y = \dfrac{x+5}{x-2}$. **C.** $y = -x^3 - x$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Câu 30: Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt{a}} a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 8$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 4$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -2$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) > -1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

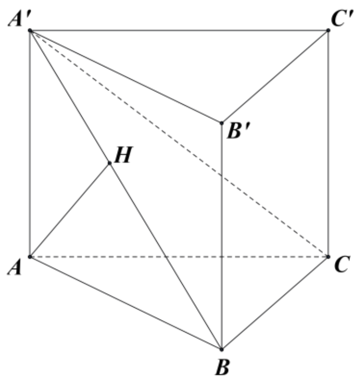
Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = a\sqrt{5}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C' đến $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 35: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

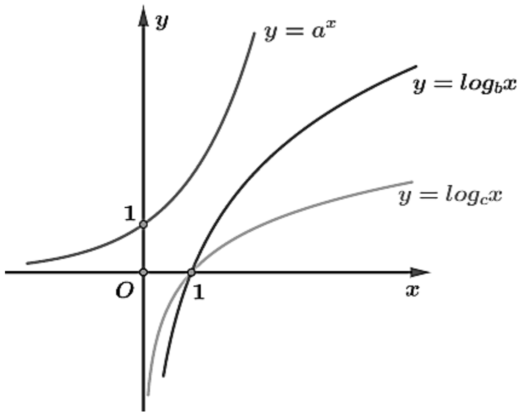
A. $\log_{a^6}(ab) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\log_a b$.

B. $\log_{a^6}(ab) = \frac{1}{6}\log_a b$.

C. $\log_{a^6}(ab) = \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\log_a b$.

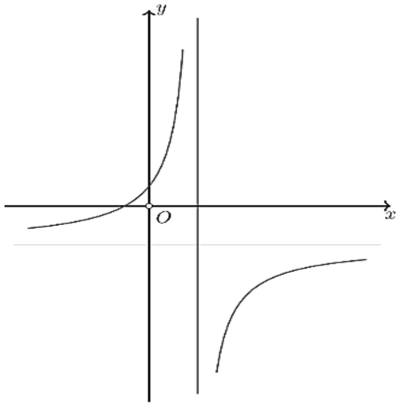
D. $\log_{a^6}(ab) = 6 + 6\log_a b$.

Câu 36: Cho a,b,c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $c < b < a$. **C.** $b < c < a$. **D.** $b < a < c$.

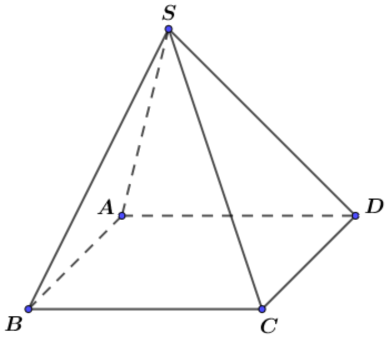
Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,\ b>4,\ c<0$. **B.** $a>0, 0<b<4,\ c<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0$. **D.** $a<0,\ 0<b<4,\ c<0$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

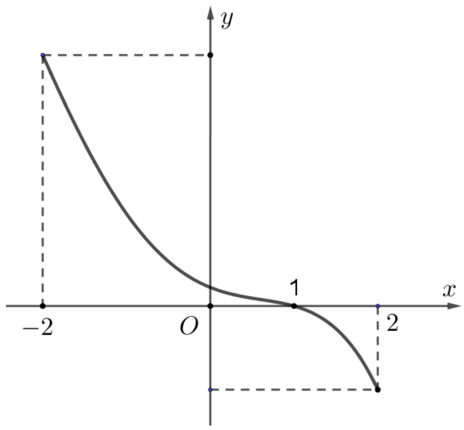
Câu 39: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. 32π. **B.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** 192π.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2)$.

B. $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.

D. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.

Câu 42: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x < 3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S = b - a$

A. $S = 2$ **B.** $S = 3$ **C.** $S = 1$ **D.** $S = 4$

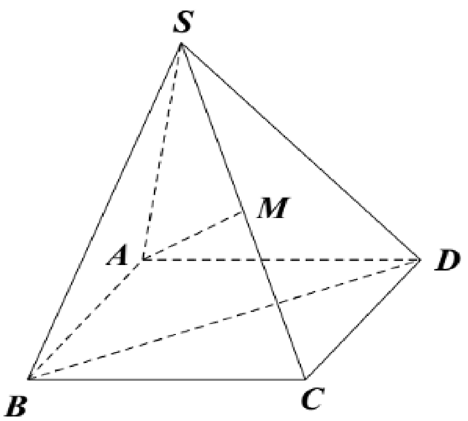
Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024;2024]$ để hàm số $y = \left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2014. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 2015.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 16x + 10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



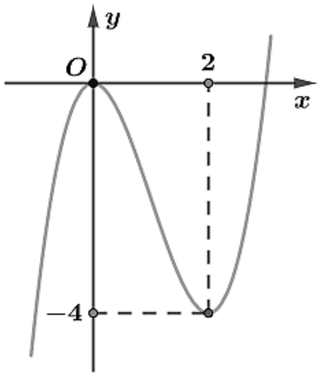
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$.

Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2AB = 2AD, BAD = 90^\circ$,

$BAA' = 60^\circ$, $DAA' = 120^\circ, AC' = \sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{2}$. **C.** $V = \sqrt{2}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Phương trình $\frac{f(f(x)) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m\right|$ có năm điểm cực trị?

A. 14. **B.** Vô số. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 49: Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 50: Số nghiệm nguyên thuộc $[-100; 100]$ của bất phương trình $\log_5(3^x - 1).\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x - 1}{25}\right) \le -143$ là

A. 81. **B.** 79. **C.** 83. **D.** 84.

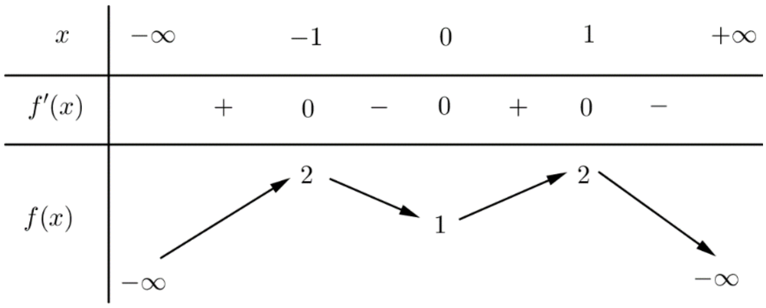
------------------------HẾT------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.D**	**3.A**	**4.D**	**5.B**	**6.D**	**7.D**	**8.D**	**9.D**	**10.D**
11.C	**12.D**	**13.B**	**14.D**	**15.A**	**16.C**	**17.A**	**18.B**	**19.B**	**20.C**
21.C	**22.D**	**23.D**	**24.D**	**25.C**	**26.A**	**27.B**	**28.C**	**29.D**	**30.A**
31.B	**32.B**	**33.B**	**34.A**	**35.A**	**36.D**	**37.B**	**38.D**	**39.C**	**40.A**
41.C	**42.A**	**43.C**	**44.B**	**45.C**	**46.C**	**47.A**	**48.A**	**49.A**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=4$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+1}=4 \Leftrightarrow 2^{x+1}=2^2 \Leftrightarrow x+1=2 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Gọi $\left(C\right)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3x-1}{x+2}=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3x-1}{x+2}=+\infty$) nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị $\left(C\right)$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=10$. **B.** $x=4$. **C.** $x=\dfrac{11}{2}$. **D.** $x=5$.

Lời giải

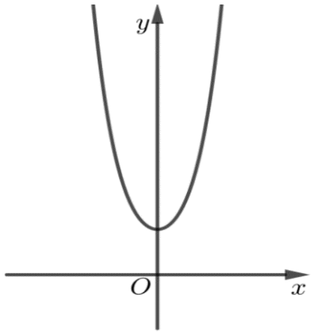
$\log_3(2x-1)=2 \quad (1)$.

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Với điều kiện trên: (1) $\Leftrightarrow 2x-1=3^2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow x=5$.

Giá trị $x=5$ thỏa mãn điều kiện.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



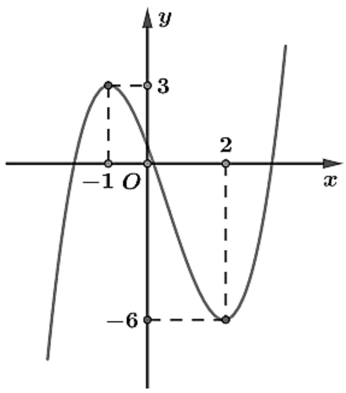
A. $y=x^3+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị trên là của hàm số bậc 4 trùng phương, có 1 cực trị nên a,b cùng dấu, bề lõm quay lên nên hệ số $a>0$. Vậy đó là đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số đã cho.

Câu 7: Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m-n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m.n}$. **C.** $a^m+a^n=a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Lời giải

Ta thấy đáp án D là hoàn toàn chính xác.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\log_{\sqrt{2}} x$ xác định khi và chỉ khi $x>0$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Do $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-3\end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-3, y=5$.

Câu 10: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Lời giải

Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.1^2.3=\pi$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x\neq 0$ (do $-2\in\mathbb{Z}^-$). Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 36.

Lời giải

Thể tích của khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.12.6=24$.

Câu 14: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 16π. **C.** 3π. **D.** 8π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = 8\pi$.

Câu 15: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương bằng

A. 125. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 50.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương là: $V = 5^3 = 125$.

Câu 16: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 3π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.1 = 6\pi$.

Câu 17: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h = 9$. Đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

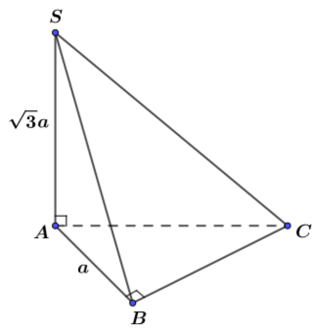
A. 36. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 6.

Lời giải

Đáy là hình vuông có cạnh bằng 2 nên diện tích đáy $S_d = 4$.

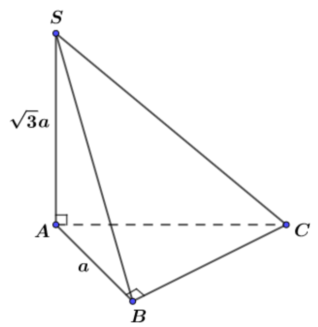
Thể tích của khối lăng trụ $V = S_d.h = 4.9 = 36$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC).

Suy ra $(SB,(ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có: $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60°$.

Vậy $(SB,(ABC)) = SBA = 60°$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \dfrac{1}{25}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình $5^x > \dfrac{1}{25} \Leftrightarrow 5^x > 5^{-2} \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $(-2;+\infty)$.

Câu 20: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 72π. **D.** 18π.

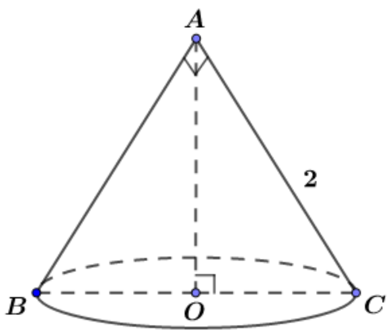
Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.6^2.2 = 72\pi$.

Câu 21: Cắt hình nón S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

A. π. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải



Vì thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2 nên $R = h = OA = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$.

Vậy thể tích là: $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.1.1 = \dfrac{\pi}{3}$.

Câu 22: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$.

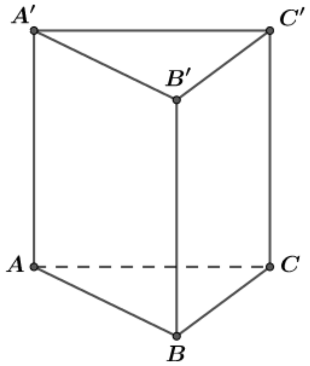
$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y		↗		↘	1	↘	-1	↗	3	↗	

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-1$.

Câu 23: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Ta có lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đều nên $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.BB'$.

Mà $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $BB'=4a$. Suy ra $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a=\sqrt{3}a^3$.

Câu 24: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

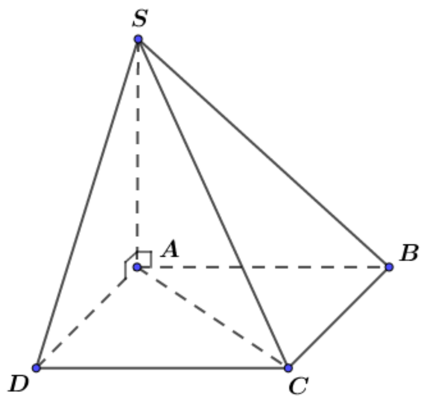
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và trục hoành là

$$x^3-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 25: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V=\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A\Rightarrow SA=AC=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

$2^{x^2-3x-3}=8^{-x}\Leftrightarrow 2^{x^2-3x-3}=2^{-3x}\Leftrightarrow x^2-3x-3=-3x\Leftrightarrow x^2-3=0$

Phương trình có tổng 2 nghiệm bằng 0.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{1-x}$.

A. $y'=-3^{1-x}$. **B.** $y'=-3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y'=3^{1-x}.\ln 3$. **D.** $y'=3^{1-x}$.

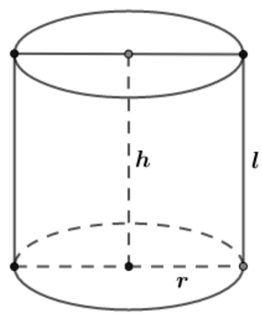
Lời giải

Hàm số $y=3^{1-x}$ có đạo hàm: $y'=(1-x)'.3^{1-x}.\ln 3=-3^{1-x}.\ln 3$.

Câu 28: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** 2π. **D.** 8π.

Lời giải



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có diện tích $S = 4$.

Ta có: $S = 2r.h = h^2 = 4 \Rightarrow h = 2; r = 1$.

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi.1^2.2 = 2\pi$.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = \dfrac{x-2}{x+3}$. **B.** $y = \dfrac{x+5}{x-2}$. **C.** $y = -x^3 - x$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Lời giải

Ta có: Hàm số xác $y = x^3 + 3x$ định với $\forall x \in (-\infty;+\infty)$.

$y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in (-\infty;+\infty)$.

Do đó hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

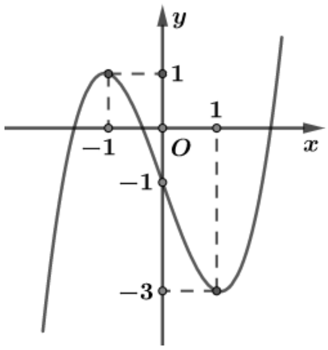
Câu 30: Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt{a}} a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 8$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 4$.

Lời giải

Ta có: $P = \log_{\sqrt{a}} a^4 = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a^4 = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} \log_a a^4 = 2.\log_a a^4 = 2.4 = 8$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -2$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = -2$ có ba nghiệm thực.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) > -1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-1 < \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow 0 < x-1 < 5 \Leftrightarrow 1 < x < 6$.

Vậy tập nhiệm của bất phương trình đã cho là (1; 6).

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

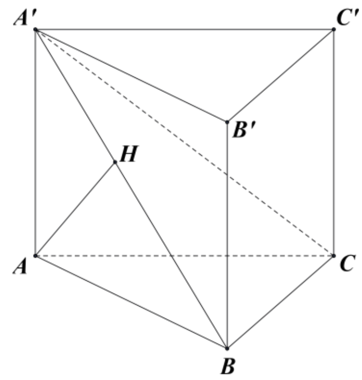
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = a\sqrt{5}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C' đến $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Dựng $AH \perp A'B$ $(H \in A'B)$

Khi đó: $\begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC\ \left(BC \perp (A'BC),\ AH \subset (A'BC)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

Ta có: $d\left(C', (A'BC)\right) = d\left(A, (A'BC)\right) = AH$.

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A: $AH = \frac{AA'.AB}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}.\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2 - (2a)^2}}{\sqrt{3a^2 + 5a^2 - 4a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ C' đến $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\log_a b$.

B. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{6}\log_a b$.

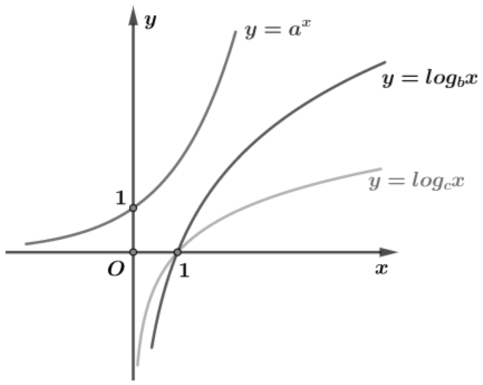
C. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\log_a b$.

D. $\log_{a^6}(ab)=6+6\log_a b$.

Lời giải

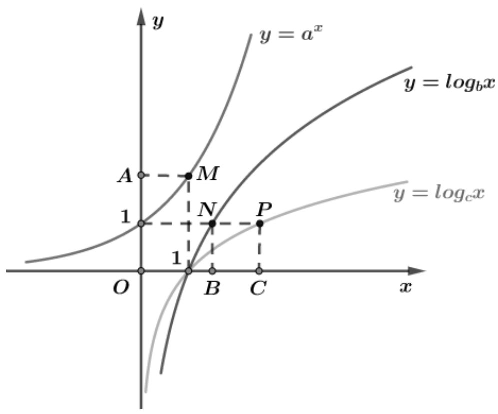
$$\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{6}\log_a(ab)=\frac{1}{6}\left(1+\log_a b\right)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\log_a b$$

Câu 36: Cho a,b,c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<b<c$. **B.** $c<b<a$. **C.** $b<c<a$. **D.** $b<a<c$.

Lời giải

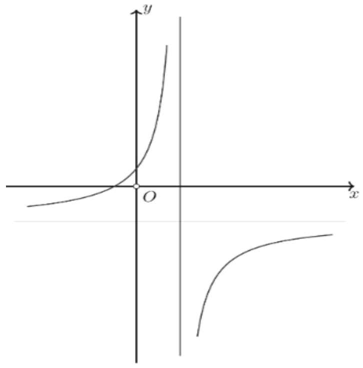


Đường thẳng $x=1$ cắt đồ thị hàm số $y=a^x$ tại điểm $M(1;a)$. Khi đó, gọi $A(0;a)$ là hình chiếu của điểm M trên trục Oy.

Đường thẳng $y=1$ cắt các đồ thị hàm số $y=\log_b x$ và $y=\log_c x$ lần lượt tại $N(b;1)$ và $P(c;1)$. Khi đó, gọi $B(b;0)$ và $C(c;0)$ lần lượt là hình chiếu của N và P trên trục Ox.

Nhận thấy $OB<OA<OC$ nên $b<a<c$.

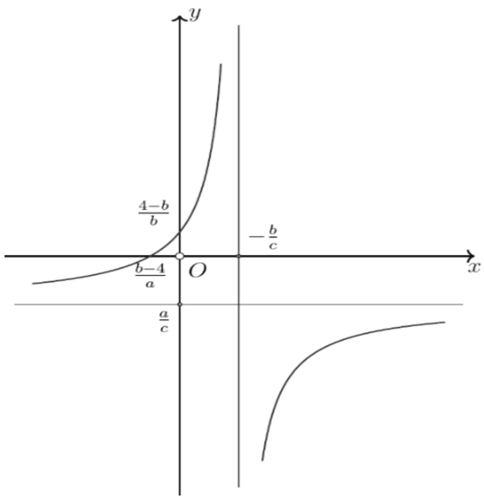
Câu 37: Cho hàm số $y=\frac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0,\ b > 4,\ c < 0$. **B.** $a > 0, 0 < b < 4,\ c < 0$.

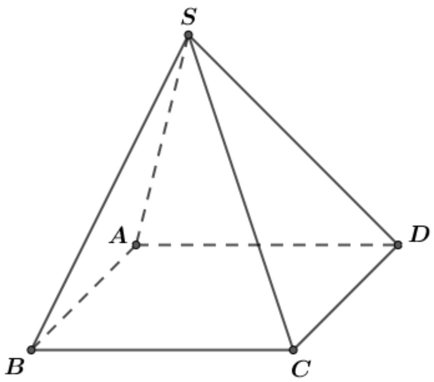
C. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **D.** $a < 0,\ 0 < b < 4,\ c < 0$.

Lời giải



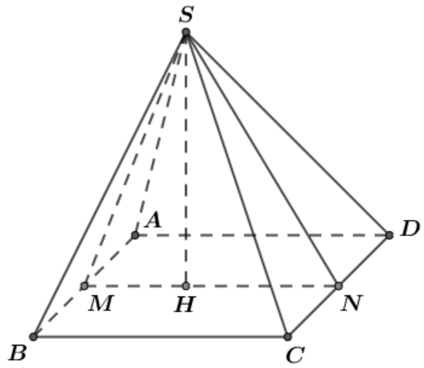
Dựa vào đồ thị, ta thấy tiệm cận ngang, tiệm cận đứng, giao của đồ thị với trục tung và trục hoành, suy ra $\begin{cases} \dfrac{a}{c} < 0 \\ -\dfrac{b}{c} > 0 \\ \dfrac{4-b}{b} > 0 \\ \dfrac{b-4}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b < 4 \\ a > 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm $AB, CD \Rightarrow MN \perp AB(1)$

Do ΔSAB đều nên $SM \perp AB(2)$, từ $(1),(2)$ suy ra $AB \perp (SMN) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$

Kẻ $SH \perp MN \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$SM=\sqrt{3}, MN=2, SN=1 \Rightarrow SM^2+SN^2=MN^2 \Rightarrow \Delta SMN$ vuông tại S nên

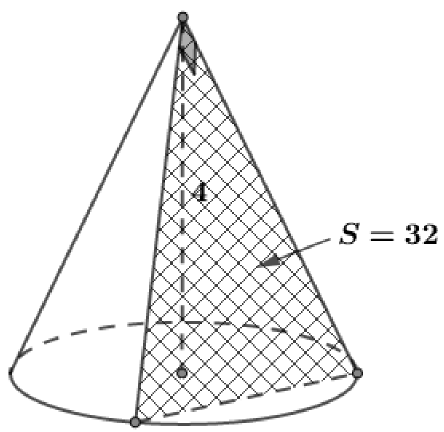
$SH=\frac{SM.SN}{MN}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. 32π. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** 192π.

Lời giải



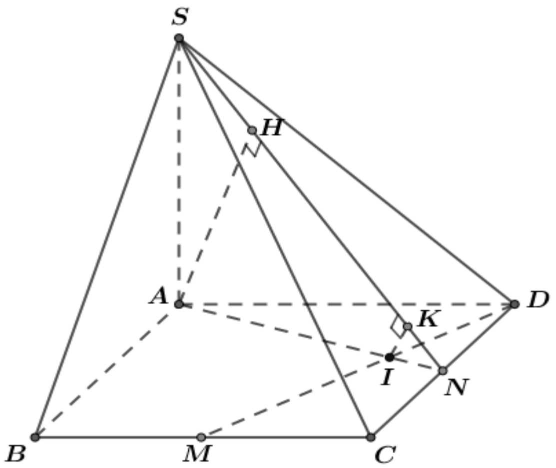
Ta có: $\frac{1}{2}l^2=32 \Rightarrow l=8$. Suy ra $r=\sqrt{l^2-h^2}=4\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=64\pi$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA = \sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải



Ta chứng minh $AN \perp DM$, thật vậy ta có: $\Delta ADN = \Delta DCM$ suy ra $NAD = MDC$

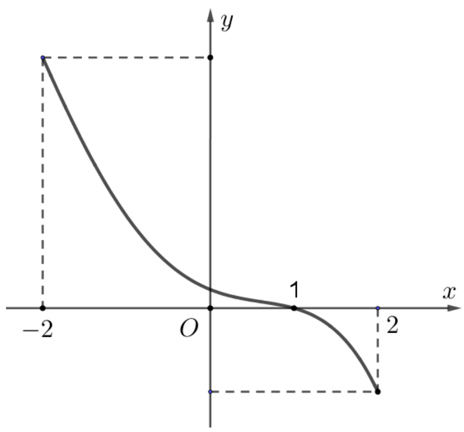
Mà $ADM + MDC = 90^0$ nên $ADM + NAD = 90^0$. Từ đó ta có $MD \perp (SAN)$

Gọi $I = AN \cap DM$, kẻ $IK \perp SN$ ($K \in SN$) $\Rightarrow d(SN, DM) = IK$

Trong ΔADN ta có $AN = \sqrt{5}$, $IN = \dfrac{DN^2}{AN} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Suy ra $\dfrac{IN}{AN} = \dfrac{1}{5}$; từ đó $\dfrac{IK}{AH} = \dfrac{1}{5}$ với H là hình chiếu của A lên SN. Trong tam giác SAN ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AN^2}$, suy ra $AH = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Vậy $d(SN, DM) = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.

Lời giải.

Dựa vào thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$

Do đó $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.

Câu 42: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x < 3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S = b - a$

A. $S = 2$ **B.** $S = 3$ **C.** $S = 1$ **D.** $S = 4$

Lời giải.

Ta có $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x < 3.2^x$. $\Leftrightarrow \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\dfrac{2}{3+\sqrt{5}}\right)^x < 3$.

Đặt $t = \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ với $t > 0 \Leftrightarrow t + \dfrac{1}{t} < 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} < t < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} < \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow \log_{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right) < x < \log_{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right) \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Suy ra: $(a;b) = (-1;1) \Rightarrow S = 2$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024;2024]$ để hàm số $y = \left(\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2014. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 2015.

Lời giải

Xét hàm số $y = \left(\dfrac{7}{9}\right)^{f(x)}$ với $f(x) = \dfrac{x+21}{x+3m}$. Ta có $y' = f'(x).\left(\dfrac{7}{9}\right)^{f(x)}.\ln\dfrac{7}{9}$.

Do đó hàm số $y=\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số

$f(x)=\frac{x+21}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Ta có $f'(x)=\frac{3m-21}{(x+3m)^2}$.

$f(x)=\frac{x+21}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty) \Leftrightarrow f'(x)<0\,\forall x\in(3;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases}3m-21<0\\-3m\notin(3;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m<7\\-3m\le 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<7\\m\ge -1\end{cases} \Leftrightarrow -1\le m<7$.

Do m nguyên và $m\in[-2024;2024]$ nên có 8 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+16x+10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

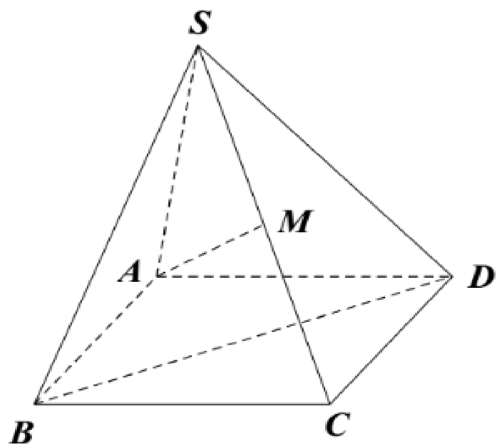
Lời giải

Ta có $y'=x^2-2mx+16$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+16\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\le 0\\a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-16\le 0\\1>0\end{cases} \Leftrightarrow -4\le m\le 4$.

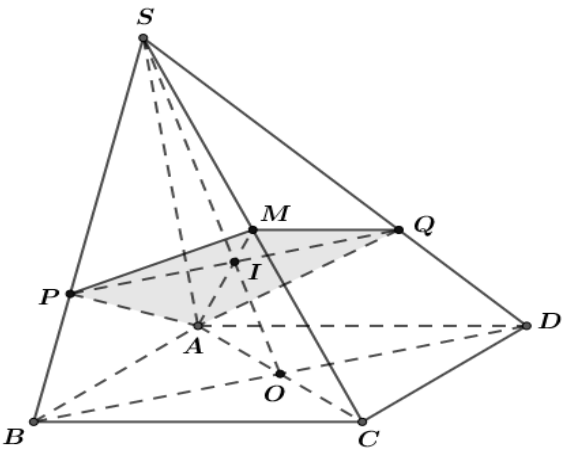
Do m nguyên nên có 9 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{7}$.

Lời giải



Gọi (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD.

Ta gọi P,Q là giao điểm của (P) với $SB,SD,$ khi đó tứ giác $APMQ$ là thiết diện.

Gọi I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow \dfrac{SP}{SB} = \dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{2}{3}$

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{2}V$

Khi đó: $\dfrac{V_{S.AMQ}}{V_{SACD}} = \dfrac{SM}{SC}.\dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.MAQ} = \dfrac{1}{3}V_{S.ACD} = \dfrac{1}{6}V$

Tương tự: $\dfrac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SP}{SB}.\dfrac{SM}{SC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMP} = \dfrac{1}{6}V$

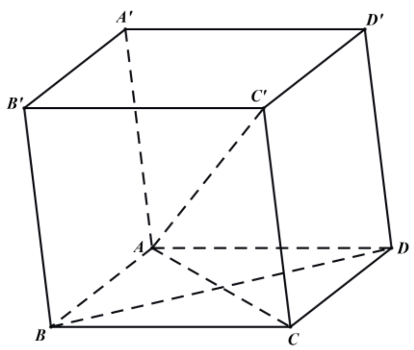
$\Rightarrow V_{S.APMQ} = V_{S.AMQ} + V_{S.AMP} = \dfrac{1}{6}V + \dfrac{1}{6}V = \dfrac{1}{3}V$

$\Rightarrow V_1 = \dfrac{1}{3}V \Rightarrow V_2 = \dfrac{2}{3}V \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2AB = 2AD, BAD = 90^\circ$, $BAA' = 60^\circ$, $DAA' = 120^\circ$ và $, AC' = \sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{2}$. **C.** $V = \sqrt{2}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải



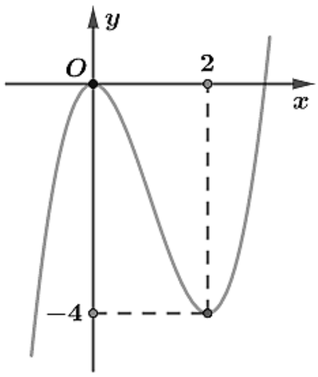
Gọi $AB = AD = x \Rightarrow AA' = 2x \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'} = x^2, \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'} = -x^2, \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$

$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow AC'^2 = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)^2 = 6x^2$ mà $AC' = \sqrt{6} \Rightarrow x = 1$

Áp dụng công thức

$V = AB.AD.AA'.\sqrt{1 + 2\cos 60^0.\cos 90^0.\cos 120^0 - \cos^2 90^0 - \cos^2 60^0 - \cos^2 120^0} = \sqrt{2}$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Phương trình $\dfrac{f(f(x)) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7 . **B.** 6 . **C.** 9 . **D.** 3 .

Lời giải

Ta có $\dfrac{f(f(x)) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4 \Leftrightarrow f(f(x)) - 4 = -4\left(2f^2(x) + f(x) + 1\right)$

$\Leftrightarrow f^3(x) - 3f^2(x) - 4 = -4\left(2f^2(x) + f(x) + 1\right) \Leftrightarrow f^3(x) + 5f^2(x) + 4f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = -1 \in (-4;0) \\ f(x) = -4 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm.

Phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm.

Phương trình $f(x) = -4$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m\right|$ có năm điểm cực trị?

A. 14. **B.** Vô số. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-9x^2+(m+8)x-m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^3-9x^2+(m+8)x-m=0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt

Ta có $(1)\Leftrightarrow(x-1)(x^2-8x+m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-8x+m=0\,(2)\end{array}\right.$.

Do đó, điều kiện bài toán $\Leftrightarrow(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=16-m>0\\1-8+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\m\neq 7\end{cases}$.

Mà m nguyên dương nên có 14 giá trị m thỏa mãn.

Câu 49: Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}m^2x^5-\frac{1}{3}mx^3+10x^2-(m^2-m-20)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y'=m^2x^4-mx^2+20x-(m^2-m-20)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m^2x^4-mx^2+20x-(m^2-m-20)\geq 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=0$ khi đó $y'=20x+20\geq 0\Leftrightarrow x\geq -1$. Suy ra $m=0$ không thỏa mãn.

TH2: $m\neq 0$ khi đó:

$y'=m^2(x^4-1)-m(x^2-1)+20(x+1)=(x+1)\left[m^2(x^2+1)(x-1)-m(x-1)+20\right]$.

Để $y'\geq 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$ thì phương trình $m^2(x^2+1)(x-1)-m(x-1)+20=0$ cũng phải có nghiệm $x=-1$. Nghĩa là: $-4m^2+2m+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=\frac{5}{2}\end{array}\right.$.

Với $m=-2$ khi đó $y'=4x^4+2x^2+20x+14=(x+1)^2(4x^2-8x+14)\geq 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=-2$ thỏa mãn.

Với $m=\frac{5}{2}$ khi đó $y'=\frac{1}{4}(x+1)^2\left[25x^2-50x+65\right]\geq 0\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=\frac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy $m \in \left\{-2;\frac{5}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Suy ra tổng các giá trị của m bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 50: Số nghiệm nguyên thuộc $[-100;100]$ của bất phương trình $\log_5\left(3^x-1\right).\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x-1}{25}\right)\le -143$ là

A. 81. **B.** 79. **C.** 83. **D.** 84.

Lời giải

Điều kiện xác định của bất phương trình là $3^x-1>0 \Leftrightarrow x>0$ (*).

Ta có, $\log_5\left(3^x-1\right).\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{3^x-1}{25}\right)\le -143 \Leftrightarrow \log_5\left(3^x-1\right)\left[\log_5\left(\frac{25}{3^x-1}\right)\right]\le -143$

$\Leftrightarrow \log_5\left(3^x-1\right)\left[2-\log_5\left(3^x-1\right)\right]+143\le 0$ (1)

Đặt $t=\log_5\left(3^x-1\right)$, bất phương trình (1) trở thành

$t(2-t)+143\le 0 \Leftrightarrow -t^2+2t+143\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -11 \\ t\ge 13 \end{array}\right.$.

Với $t\le -11 \Rightarrow \log_5\left(3^x-1\right)\le -11 \Rightarrow 3^x-1\le 5^{-11} \Rightarrow x<1$. Do x nguyên thoả điều kiện $x>0$ nên trường hợp này không tồn tại giá trị x.

Với $t\ge 13 \Rightarrow \log_5\left(3^x-1\right)\ge 13 \Rightarrow 3^x-1\ge 5^{13} \Rightarrow 3^x\ge 1+5^{13}$. Do x nguyên thoả điều kiện $x>0$ và $x\in[-100;100]$ nên chọn $x\in\{20,21,...,100\}$. Vậy có 81 số nguyên x thoả mãn điều kiện.