

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (3,0 điểm) Cho hàm số: $y = \frac{x}{x+1}$ (C)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại các giao điểm của (C) với $D : y = x$

Câu 2: (1,0 điểm) Giải phương trình: $2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x - 2\cos x = 1$

Câu 3: (1,0 điểm) Giải phương trình sau: $3^{x^2-1} = 4^{x-1}$

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD.

Câu 5: (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông ABCD. M là trung điểm của BC. N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. P là giao điểm của BD và AN. Biết $N(2; 2)$, phương trình đường thẳng MP là $6x - 2y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đỉnh D có tung độ lớn hơn 2.

Câu 6: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+y}) \left(\frac{1}{\sqrt{5x+3y+1}} + \frac{1}{\sqrt{3-x+y}} \right) = 2 \\ xy + 2\sqrt{2x^4 - x^3 + 7x^2 + y + 2} = 4 \end{cases}$$

Câu 7: (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$.
Chứng minh rằng: $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq \sqrt{abc} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$

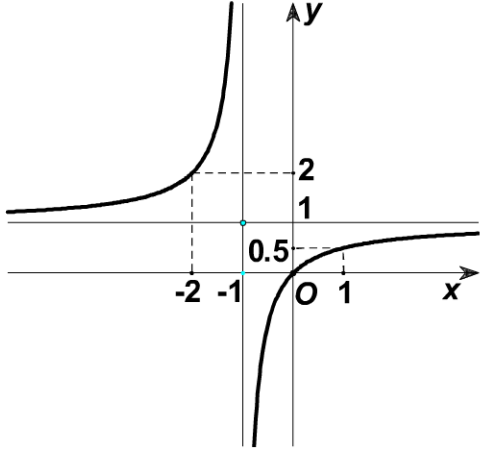
----- Hết (Đề thi gồm 01 trang) -----

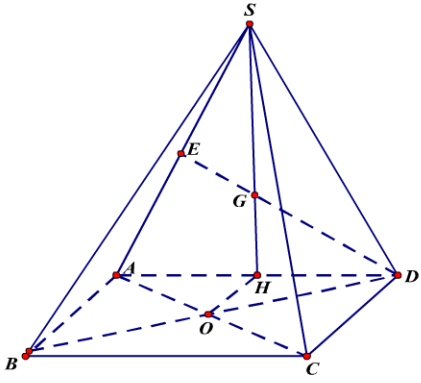
Họ tên thí sinh: Số báo danh:

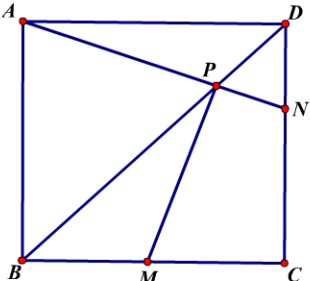
HƯỚNG DẪN CHẤM THI KSCĐ MÔN TOÁN 12 LẦN II

NĂM HỌC 2015 - 2016

(Ngày thi 3 tháng 12 năm 2015)

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM												
Câu 1	2đ	1) Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$	0.25												
		Sự biến thiên: Đạo hàm: $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$ Hàm số ĐB trên các khoảng xác định và không đạt cực trị.	0.25												
		Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ $\Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$ $\Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng.	0.5												
		Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y'</td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	1		1	0.5
		x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
y'	+		+												
y	1		1												
Đồ thị : Giao điểm với trục hoành: cho $y = 0 \Rightarrow x = 0$ Giao điểm với trục tung: cho $x = 0 \Rightarrow y = 0$ Bảng giá trị: <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-3</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">y</td> <td style="padding: 2px;">1,5</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;"> </td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> </tr> </table> 	x	-3	-2	-1	0	1	y	1,5	2		0	0,5	0.5		
x	-3	-2	-1	0	1										
y	1,5	2		0	0,5										
1đ		2) PTHĐGD của (C) và D là: $\frac{x}{x+1} = x \Rightarrow x = x(x+1) \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$	0.25												
		$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0$ $f'(x_0) = f'(-0) = 1$	0.5												
		Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x$	0.25												

Câu 2	1đ	$2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x - 2\cos x = 1$ $\Leftrightarrow 2\sin x \cdot 2\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x - 2\cos x - 1 = 0$	0.25	
		$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\sin 2x - 1) = 0$	0.25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin 2x = 1 \end{cases}$	0.25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$	0.25	
Câu 3	1đ	$3^{x^2-1} = 4^{x-1} \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2-1} = \log_3 4^{x-1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = (x-1)\log_3 4$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+1 - \log_3 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1 - \log_3 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x = \log_3 4 - 1 \end{cases}$ Phương trình có nghiệm là $x = 1$; $x = \log_3 4 - 1$	0.25	
			0.25	
			0.25	
			0.25	
Câu 4	1đ		+) Thể tích khối chóp Xác định được trung điểm H của AD là chân đường cao.	0.25
			Tính $SH = a\sqrt{3}$	0.25
			Tính $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$	0.25
			Vậy $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$	0.25
Câu 5	1đ	+) Khoảng cách Xác định (BDE) // SC (với E là trung điểm của SA) Giải thích $d(BD, SC) = d(SC, (BDE)) = d(C, (BDE)) = d(A, (BDE)) = 2d(H, (BDE))$	0.25	
		Có $\frac{1}{d^2(H, (BDE))} = \frac{1}{HO^2} + \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HG^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{3}{a^2}$	0.25	
		$\Rightarrow d(SC, BD) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	0.25	

	<p>Ta có $\square PDN \square \square PAB$ (g.g) $\Rightarrow \overline{AN} = 4\overline{PN} \Rightarrow A(-1;3)$</p>		0.25
	<p>Tính được độ dài cạnh hình vuông bằng 3 ($\square ADN$ vuông) Giả sử $D(a; b)$. Từ điều kiện $AD = 3, AD \perp DN \Rightarrow D(2; 3)$</p>		0.25
	<p>$\Rightarrow C(2; 0); B(-1; 0)$ (tm) Hoặc $C(-1; 0); B(-1; 6)$ (loại vì hai điểm B, C nằm cùng phía đối với PM)</p>		0.25
<p>Câu 6</p>	<p>1đ</p> $\begin{cases} (\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+y}) \left(\frac{1}{\sqrt{5x+3y+1}} + \frac{1}{\sqrt{3-x+y}} \right) = 2 \\ xy + 2\sqrt{2x^4 - x^3 + 7x^2 + y + 2} = 4 \end{cases}$ <p>ĐK: $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 2x+y \geq 0 \\ 5x+3y+1 > 0 \\ 3-x+y > 0 \\ 2x^4 - x^3 + 7x^2 + y + 2 \geq 0 \end{cases}$</p> <p>Đặt $a=1-x; b=2x+y$ $\Rightarrow x=1-a; y=2a+b-2$</p>		0.25
		$VT(1) = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \left(\frac{1}{\sqrt{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt{b+3a}} \right) = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a+3b}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{b+3a}}$ $= \sqrt{\frac{a}{a+3b}} + \sqrt{\frac{b}{a+3b}} + \sqrt{\frac{a}{b+3a}} + \sqrt{\frac{b}{b+3a}}$ <p>Có: $\sqrt{\frac{a}{a+3b}} + \sqrt{\frac{b}{a+3b}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2a}{a+3b} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a+b} + \frac{a+b}{a+3b} \right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a+b}$</p> <p>Tương tự $\Rightarrow VT(1) \leq 2$</p>	0.25
	<p>$\Rightarrow pt(1) : a=b \Leftrightarrow y=1-3x$ Thay vào (2) được: $(x-3x^2) + 2\sqrt{(2x^2-x+1)(x^2+3)} = 4$</p> <p>Có: $(x-3x^2) + 2\sqrt{(2x^2-x+1)(x^2+3)} \leq (x-3x^2) + (2x^2-x+1) + (x^2+3) = 4$</p> <p>Pt(2) $\Leftrightarrow 2x^2-x+1 = x^2+3 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \text{ (l)} \\ x=-1 \text{ (tm)} \end{cases}$</p> <p>KL: $x=-1; y=4$</p>		0.5

Câu 7	1đ	$ab + bc + ca = abc \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ $\text{Đặt } x = \frac{1}{a}; y = \frac{1}{b}; z = \frac{1}{c} \Rightarrow x + y + z = 1$	0.25
		<p>Bất đẳng thức trở thành:</p> $\sqrt{x+yz} + \sqrt{y+zx} + \sqrt{z+xy} \geq 1 + \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx}$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+yz} - \sqrt{yz} + \sqrt{y+zx} - \sqrt{zx} + \sqrt{z+xy} - \sqrt{xy} \geq 1$ $\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x+yz} + \sqrt{yz}} + \frac{y}{\sqrt{y+zx} + \sqrt{zx}} + \frac{z}{\sqrt{z+xy} + \sqrt{xy}} \geq 1$	0.25
		<p>Có: $\frac{x}{\sqrt{x+yz} + \sqrt{yz}} = \frac{x}{\sqrt{(x+y)(x+z)} + \sqrt{yz}} \geq \frac{x}{\frac{x+y+x+z}{2} + \frac{y+z}{2}} = \frac{x}{x+y+z}$</p>	0.25
		<p>Trùng tự và cộng lại theo vế \Rightarrow đpcm</p>	0.25

Nếu HS làm theo các cách khác với đáp án nếu đầy đủ, chính xác vẫn cho điểm tối đa