

Họ, tên học sinh: .....

Số báo danh: ..... Lớp: .....

## NỘI DUNG ĐỀ

**Câu 1.** Phương trình  $\ln(5 - x) = \ln(x + 1)$  có nghiệm là

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 2.** Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $25^x - 7.5^x + 10 = 0$ . Giá trị biểu thức  $x_1 + x_2$  bằng

- A.  $\log_5 7$ .                      B.  $\log_5 20$ .                      C.  $\log_5 10$ .                      D.  $\log_5 70$ .

**Câu 3.** Phương trình  $3^{2x+3} = 3^{4x-5}$  có nghiệm là

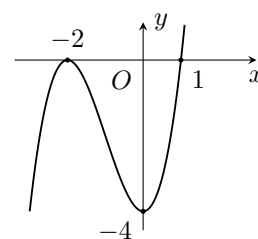
- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 4$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 4.** Khối chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 5.                      B. 2.                      C. 6.                      D. 4.

**Câu 5.** Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A.  $y = x^4 + 3x^2 - 4$ .                      B.  $y = \frac{2x + 1}{3x - 5}$ .  
C.  $y = x^3 + 3x^2 + 4$ .                      D.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ .

**Câu 6.** Cho khối nón có chiều cao  $h = 9a$  và bán kính đường tròn đáy  $r = 2a$ . Thể tích của khối nón đã cho là

- A.  $V = 12\pi a^3$ .                      B.  $V = 6\pi a^3$ .                      C.  $V = 24\pi a^3$ .                      D.  $V = 36\pi a^3$ .

**Câu 7.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2a\sqrt{3}$ ,  $\widehat{ADB} = 60^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Khối trụ tròn xoay tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  (kể cả điểm trong) xung quanh cạnh  $MN$  có thể tích bằng bao nhiêu?

- A.  $V = 8\pi a^3\sqrt{3}$ .                      B.  $V = \frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $V = 2\pi a^3\sqrt{3}$ .                      D.  $V = \frac{8\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  trên đoạn  $[3; 4]$  là

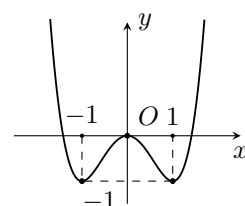
- A. 4.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 5.

**Câu 9.** Phương trình  $2^{x^2+2x+4} = 3m - 7$  có nghiệm khi

- A.  $m \in \left[\frac{23}{3}; +\infty\right)$ .                      B.  $m \in \left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .                      C.  $m \in \left[\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .                      D.  $m \in [5; +\infty)$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng  $d: y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại bốn điểm phân biệt khi

- A.  $-1 \leq m \leq 0$ .                      B.  $-1 < m < 0$ .  
C.  $m < 0$ .                      D.  $m > -1$ .



**Câu 11.** Cho khối trụ có chiều cao  $h = 4a$  và bán kính đường tròn đáy  $r = 2a$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

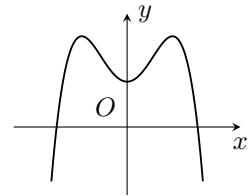
- A.  $8\pi a^3$ .                      B.  $16\pi a^3$ .                      C.  $6\pi a^3$ .                      D.  $\frac{16\pi a^3}{3}$ .

**Câu 12.** Cho  $\log_2(3x - 1) = 3$ . Giá trị biểu thức  $K = \log_3(10x - 3) + 2^{\log_2(2x-1)}$  bằng

- A. 8.                      B. 35.                      C. 32.                      D. 14.

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .                      B.  $a < 0, b < 0, c > 0$ .  
C.  $a > 0, b > 0, c > 0$ .                      D.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .



**Câu 14.** Đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = \frac{2x - 5}{x + 1}$  cắt trục  $Oy$  tại điểm  $M$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại  $M$  có phương trình là

- A.  $y = 7x + 5$ .                      B.  $y = -7x - 5$ .                      C.  $y = 7x - 5$ .                      D.  $y = -7x + 5$ .

**Câu 15.** Số đường tiệm ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x + 2}{\sqrt{4x^2 + 1}}$  là

- A. 2.                      B. 1.                      C. 4.                      D. 0.

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2BC = 2a$ ,  $SC = 3a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $a^3$ .                      B.  $\frac{4a^3}{3}$ .                      C.  $\frac{a^3}{3}$ .                      D.  $\frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 4a$ ,  $AC = 3a$ . Quay tam giác xung quanh cạnh  $AB$  tạo nên một hình nón tròn xoay. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A.  $S_{xq} = 24\pi a^2$ .                      B.  $S_{xq} = 12\pi a^2$ .                      C.  $S_{xq} = 30\pi a^2$ .                      D.  $S_{xq} = 15\pi a^2$ .

**Câu 18.** Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-1; 3]$  và có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 3]$  là

- A. 1.                      B. 5.                      C. 2.                      D. -2.

$x$	-1	2	3		
$y'$		-	0	+	
$y$	2		-2		5

**Câu 19.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  được tính theo công thức nào sau đây?

- A.  $V = Bh$ .                      B.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .                      C.  $V = 3Bh$ .                      D.  $V = \frac{2}{3}Bh$ .

**Câu 20.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ .                      B.  $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ .                      C.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .                      D.  $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$ .

**Câu 21.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 9x + 18)^\pi$  là

- A.  $(-\infty; 3) \cup (6; +\infty)$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \{3; 6\}$ .  
C.  $(3; 6)$ .                      D.  $[3; 6]$ .

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = e^{4x+2019}$  là

- A.  $f'(x) = \frac{e^{4x+2019}}{4}$ .                      B.  $f'(x) = e^4$ .                      C.  $f'(x) = 4e^{4x+2019}$ .                      D.  $f'(x) = e^{4x+2019}$ .

**Câu 23.** Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .  
 C.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	-1	$+\infty$	-1

**Câu 24.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .      B.  $y = -x^3 + x^2 - 5x$ .  
 C.  $y = x^3 + 2x + 1$ .      D.  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .  
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0

Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 3)$ .      C.  $(1; 3)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 27.** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy  $r = 3a$  và đường sinh  $l = 2r$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A.  $6\pi a^2$ .      B.  $9\pi a^2$ .      C.  $36\pi a^2$ .      D.  $18\pi a^2$ .

**Câu 28.** Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

- A.  $y = \frac{2x-4}{x+1}$ .      B.  $y = -x^4 - 4x^2 - 2020$ .  
 C.  $y = x^3 - 3x^2 + 5$ .      D.  $y = 3x^4 - x^2 + 2019$ .

**Câu 29.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt 2, 3 và 4 là

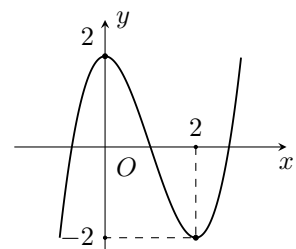
- A.  $V = 24$ .      B.  $V = 8$ .      C.  $V = 9$ .      D.  $V = 20$ .

**Câu 30.** Cho khối chóp tam giác  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC$ . Tỷ số giữa thể tích của khối chóp  $S.MNP$  và khối chóp  $S.ABC$  là

- A.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{6}$ .      B.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{8}$ .      C.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = 8$ .      D.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = 6$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ bên. Điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = 0$ .  
 C.  $x = 2$ .      D.  $y = 2$ .



**Câu 32.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ . Biết  $AA' = a\sqrt{3}$ ,  $AB = a\sqrt{2}$  và  $AC = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $V = a^3\sqrt{6}$ .      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      C.  $V = 2a^3\sqrt{6}$ .      D.  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 33.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 4$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Giá trị của biểu thức  $M^2 + m^2$  bằng

- A. 52.                      B. 20.                      C. 8.                      D. 40.

**Câu 34.** Thể tích của khối cầu có bán kính  $r = 2$  là

- A.  $V = \frac{32\pi}{3}$ .                      B.  $V = \frac{33\pi}{3}$ .                      C.  $16\pi$ .                      D.  $32\pi$ .

**Câu 35.** Cho  $a, b, c$  là các số dương và  $a \neq 1$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ .                      B.  $\log_a(b \cdot c) = \log_a b \cdot \log_a c$ .  
C.  $\log_a b^c = c \log_a b$ .                      D.  $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ .

**Câu 36.** Giá trị cực đại của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$  là

- A.  $\frac{-10}{3}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{22}{3}$ .                      D. -2.

**Câu 37.** Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng  $25\sqrt{3}a^2$ . Thể tích của khối nón đó bằng

- A.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .                      B.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{6}$ .                      C.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ .                      D.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{12}$ .

**Câu 38.** Cho  $a, b$  là các số thực dương và  $\alpha, \beta$  là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$ .                      B.  $(a \cdot b)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha$ .                      C.  $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$ .                      D.  $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$ .

**Câu 39.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{3+2x}{2x-2}$  có đường tiệm cận đứng là

- A.  $y = -1$ .                      B.  $y = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 40.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm  $M(-1; -2)$  có phương trình là

- A.  $y = 24x + 22$ .                      B.  $y = 24x - 2$ .                      C.  $y = 9x + 7$ .                      D.  $y = 9x - 2$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $y = -\frac{x^3}{3} + (m-1)x^2 + (m+3)x + 1$  đồng biến trong khoảng  $(0; 3)$  khi  $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$  bằng

- A.  $T = 319$ .                      B.  $T = 193$ .                      C.  $T = 139$ .                      D.  $T = 391$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn hai điều kiện

- $f(0) < 0$ ;
- $[f(x) - 4x] \cdot f(x) = 9x^4 + 2x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Hàm số  $g(x) = f(x) + 4x + 2020$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-1; +\infty)$ .                      B.  $(1; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 43.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$  có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng  $d: y = x$ . Tổng tất cả các phần tử của tập  $S$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      D. 0.

**Câu 44.** Hình nón ( $N$ ) có đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn tâm  $I$ , đường sinh  $l = 3a$  và có chiều cao  $SI = a\sqrt{5}$ . Gọi  $H$  là điểm thay đổi trên đoạn  $SI$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với  $SI$  tại  $H$ , cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$ . Khối nón đỉnh  $I$  và đáy là đường tròn  $(C)$  có thể tích lớn nhất bằng

- A.  $\frac{32\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .                      B.  $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .                      C.  $\frac{8\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .                      D.  $\frac{16\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .



## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Phương trình  $\ln(5-x) = \ln(x+1)$  có nghiệm là

A.  $x = -2$ .

B.  $x = 3$ .

**C.  $x = 2$ .**

D.  $x = 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \ln(5-x) = \ln(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x = x+1 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

**Câu 2.** Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $25^x - 7.5^x + 10 = 0$ . Giá trị biểu thức  $x_1 + x_2$  bằng

A.  $\log_5 7$ .

B.  $\log_5 20$ .

**C.  $\log_5 10$ .**

D.  $\log_5 70$ .

Lời giải

**Chọn C**

Đặt  $t = 5^x$  ( $t > 0$ ) phương trình đã cho tương đương

$$t^2 - 7t + 10 = 0 \text{ có hai nghiệm } t_1, t_2 \text{ dương và } t_1 \cdot t_2 = 10$$

$$\text{Xét } 5^{x_1+x_2} = 5^{x_1} \cdot 5^{x_2} = t_1 \cdot t_2 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_5 10$$

**Câu 3.** Phương trình  $3^{2x+3} = 3^{4x-5}$  có nghiệm là

A.  $x = 3$ .

**B.  $x = 4$ .**

C.  $x = 2$ .

D.  $x = 1$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$3^{2x+3} = 3^{4x-5} \Leftrightarrow 2x+3 = 4x-5 \Leftrightarrow x = 4$$

**Câu 4.** Khối chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng.

A. 5.

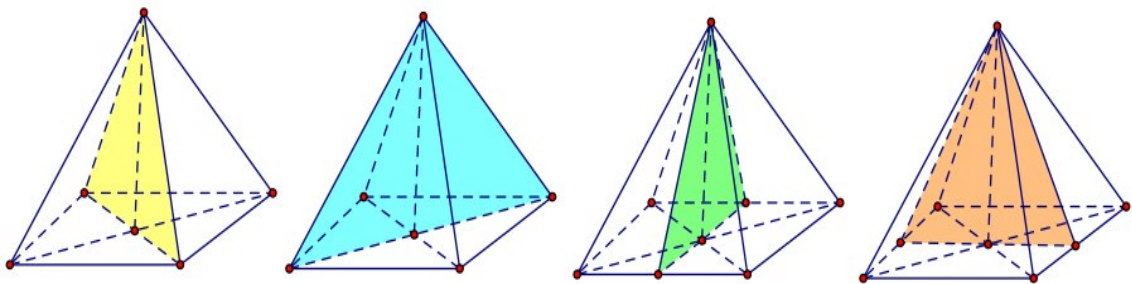
B. 2.

C. 6.

**D. 4.**

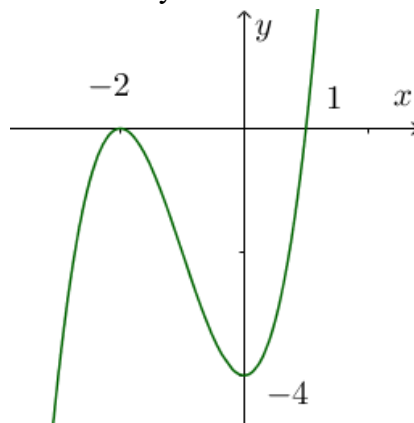
Lời giải

**Chọn D**



Khối chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.

**Câu 5.** Hàm số nào có đồ thị là hình vẽ sau đây?



A.  $y = x^4 + 3x^2 - 4$ .    B.  $y = \frac{2x+1}{3x-5}$ .    C.  $y = x^3 + 3x^2 + 4$ .    **D.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Nhìn vào đồ thị thì đây là đồ thị của hàm số bậc 3 nên loại đáp án A, B.

Đồ thị đi qua điểm  $(0; -4)$  nên chọn đáp án D.

**Câu 6.** Cho khối nón có chiều cao  $h = 9a$  và bán kính đường tròn đáy  $r = 2a$ . Thể tích của khối nón đã cho là

**A.  $V = 12\pi a^3$ .**    B.  $V = 6\pi a^3$ .    C.  $V = 24\pi a^3$ .    D.  $V = 36\pi a^3$ .

Lời giải

**Chọn A**

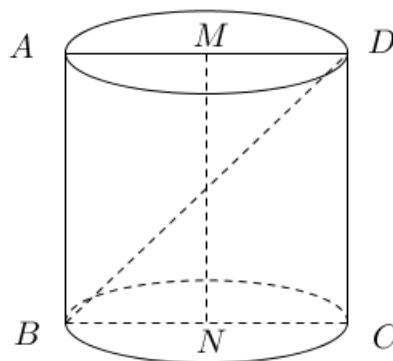
Thể tích khối nón:  $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^2 \cdot 9a = 12\pi a^3$ .

**Câu 7.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2a\sqrt{3}$ ,  $\widehat{ADB} = 60^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Khối trụ tròn xoay tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  (kể cả điểm trong) xung quanh cạnh  $MN$  có thể tích bằng bao nhiêu?

A.  $V = 8\pi a^3 \sqrt{3}$ .    **B.  $V = \frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ .**    C.  $V = 2\pi a^3 \sqrt{3}$ .    D.  $V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

**Chọn B**



$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD = \frac{1}{\sqrt{3}} AB = 2a$$

Suy ra  $AM = a$

Thể tích khối trụ tròn xoay là  $V = \pi \cdot AM^2 \cdot AB = 2\pi a^3 \sqrt{3}$

**Câu 8.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  trên đoạn  $[3; 4]$  là:

A. 4.    B. 2.    C. 3.    **D. 5.**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $y' = \frac{-4}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in [3; 4]$  nên giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  trên đoạn  $[3; 4]$  là

$y(3) = 5$ .

**Câu 9.** Phương trình  $2^{x^2+2x+4} = 3m-7$  có nghiệm khi:

- A.  $m \in \left[\frac{23}{3}; +\infty\right)$ .      B.  $m \in \left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .      C.  $m \in \left[\frac{7}{3}; +\infty\right)$ .      **D.  $m \in [5; +\infty)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Để phương trình  $2^{x^2+2x+4} = 3m-7$  (1) có nghiệm thì  $3m-7 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}$

Khi đó (1)  $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = \log_2(3m-7)$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 - \log_2(3m-7) = 0 \quad (2)$$

(2) có nghiệm khi  $\Delta' = 1 - 4 + \log_2(3m-7) \geq 0$

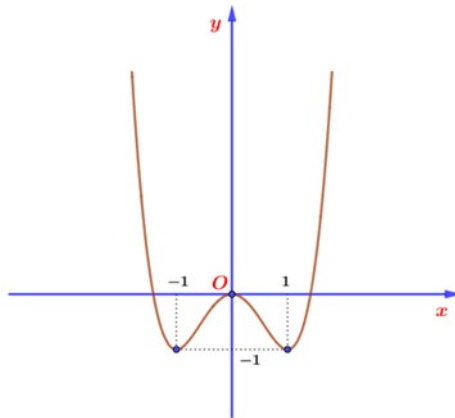
$$\Leftrightarrow \log_2(3m-7) \geq 3$$

$$\Leftrightarrow 3m-7 \geq 2^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow m \geq 5$$

Vậy  $m \geq 5$  thỏa mãn

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ bên dưới



Đường thẳng  $d: y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại bốn điểm phân biệt khi.

- A.  $-1 \leq m \leq 0$ .      **B.  $-1 < m < 0$ .**      C.  $m < 0$ .      D.  $m > -1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có, vì đường thẳng  $d: y = m$  song song với trục hoành, nên để đường thẳng  $d: y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại bốn điểm phân biệt khi  $-1 < m < 0$

**Câu 11.** Cho khối trụ có chiều cao  $h = 4a$  và bán kính đường tròn đáy  $r = 2a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $8\pi a^3$ .      **B.  $16\pi a^3$ .**      C.  $6\pi a^3$ .      D.  $\frac{16\pi a^3}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Thể tích của khối trụ đã cho bằng

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 4a = 16\pi a^3.$$

**Câu 12.** Cho  $\log_2(3x-1) = 3$ . Giá trị biểu thức  $K = \log_3(10x-3) + 2^{\log_2(2x-1)}$  bằng



**A.** 8.

**B.** 35.

**C.** 32.

**D.** 14.

**Lời giải**

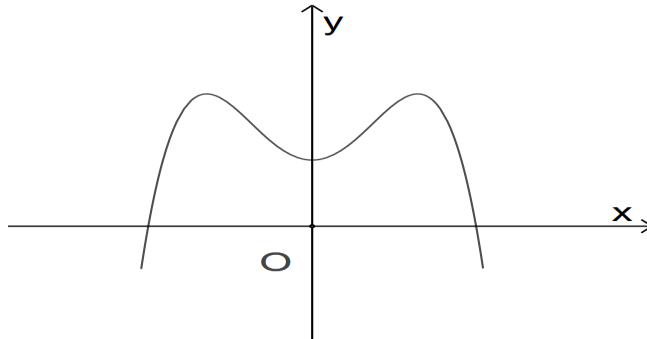
**Chọn A**

Ta có:  $\log_2(3x-1) = 3 \Leftrightarrow 3x-1 = 8 \Leftrightarrow x = 3$ .

Thế  $x = 3$  vào biểu thức ta được:

$$K = \log_3(10 \cdot 3 - 3) + 2^{\log_2(2 \cdot 3 - 1)} = 3 + 5 = 8.$$

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị sau:



Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.**  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**B.**  $a < 0, b < 0, c > 0$ .

**C.**  $a > 0, b > 0, c > 0$ .

**D.**  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Khi  $x \rightarrow \pm\infty$  thì  $f(x) \rightarrow -\infty$  suy ra  $a < 0$ .

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên  $ab < 0$  suy ra  $b > 0$ .

$f(x) = 0 \Leftrightarrow y = c$ . Từ đồ thị suy ra  $c > 0$ .

**Câu 14.** Đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x-5}{x+1}$  cắt trục  $Oy$  tại điểm M. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M có

phương trình là

**A.**  $y = 7x + 5$ .

**B.**  $y = -7x - 5$ .

**C.**  $y = 7x - 5$ .

**D.**  $y = -7x + 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

(C) cắt  $Oy$  tại  $M(0; -5)$ .

Đặt  $f(x) = \frac{2x-5}{x+1}$ . Ta có  $f'(x) = \frac{7}{(x+1)^2}$  suy ra  $f'(0) = 7$ .

Phương trình tiếp tuyến tại  $M(0; -5)$ :  $y = f'(0)(x-0) - 5$  hay  $y = 7x - 5$ .

**Câu 15.** [2D1-4.1-1] Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}}$  là

**A.** 2.

**B.** 1.

**C.** 4.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}} = -\frac{1}{2}$$

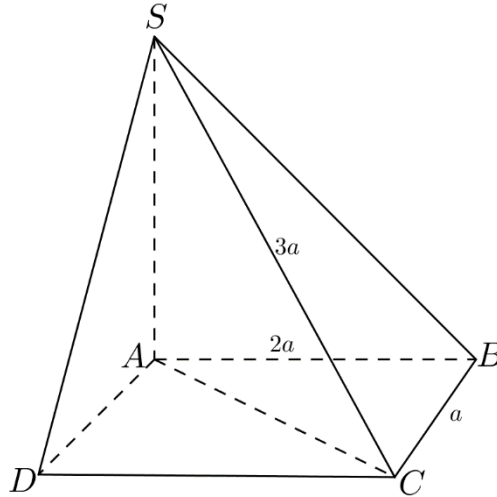
Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 16.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2BC = 2a$ ,  $SC = 3a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $a^3$ .      **B.  $\frac{4a^3}{3}$ .**      C.  $\frac{a^3}{3}$ .      D.  $\frac{2a^3}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Vì  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2BC = 2a \Rightarrow \begin{cases} AB = 2a, BC = a \\ AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5}a \end{cases}$

Trong tam giác vuông  $SAC$ , ta có  $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(3a)^2 - (\sqrt{5}a)^2} = 2a$ .

Vậy thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

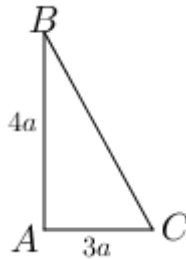
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a.2a.a = \frac{4}{3}a^3.$$

**Câu 17.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 4a$ ,  $AC = 3a$ . Quay  $\Delta ABC$  quanh  $AB$ , đường gấp khúc  $ACB$  tạo nên hình nón tròn xoay. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A.  $S_{xq} = 24\pi a^2$ .      B.  $S_{xq} = 12\pi a^2$ .      C.  $S_{xq} = 30\pi a^2$ .      **D.  $S_{xq} = 15\pi a^2$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Khi quay quanh cạnh  $AB$ , đường gấp khúc  $ACB$  tạo thành hình nón có bán kính  $r = AC = 3a$  và độ dài đường sinh  $l = BC = 5a$ .

Vậy  $S_{xq} = \pi rl = 15\pi a^2$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-1; 3]$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	-1	2	3
$y'$	-	0	+
$y$	2	-2	5

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 3]$  là

- A. 1.                      B. 5.                      C. 2.                      **D. -2.**

Lời giải

**Chọn D**

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng  $-2$  khi  $x = 2$ .

**Câu 19.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là

- A.  $V = Bh$ .                      **B.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .**                      C.  $V = 3Bh$ .                      D.  $V = \frac{2}{3}Bh$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 20.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ .**                      B.  $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ .                      C.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .                      D.  $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$ .

Lời giải

**Chọn A**

Vì  $\frac{e}{2} > 1$  nên  $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 21.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 9x + 18)^\pi$  là:

- A.  $(-\infty; 3) \cup (6; +\infty)$**                       B.  $\mathbb{R} \setminus \{3; 6\}$ .                      C.  $(3; 6)$ .                      D.  $[3; 6]$ .

Lời giải

**Chọn A**

Hàm số  $y = (x^2 - 9x + 18)^\pi$  xác định khi  $x^2 - 9x + 18 > 0 \Leftrightarrow (x - 3) \cdot (x - 6) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 3) \cup (6; +\infty)$$

Vậy tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 9x + 18)^\pi$  là  $D = (-\infty; 3) \cup (6; +\infty)$ .

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = e^{4x+2019}$  là:

- A.  $f'(x) = \frac{e^{4x+2019}}{4}$ .                      B.  $f'(x) = e^4$ .                      **C.  $f'(x) = 4e^{4x+2019}$ .**                      D.  $f'(x) = e^{4x+2019}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$f(x) = e^{4x+2019}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (4x + 2019)' \cdot e^{4x+2019} = 4e^{4x+2019}.$$

**Câu 23.** Hàm số nào có bảng biến thiên là hình sau đây?

$x$	$-\infty$		$1$		$+\infty$
$y'$	+			+	
$y$	$-1$	↗ $+\infty$		$-\infty$	↘ $-1$

**A.**  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .

**B.**  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .

**C.**  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

**D.**  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$ .

Xét đáp án A, đồ thị có tiệm cận ngang  $y = -1$ .

Các đáp án B, C, D, đồ thị đều có tiệm cận ngang  $y = 1$ .

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 24.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

**A.**  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .

**B.**  $y = -x^3 + x^2 - 5x$ .

**C.**  $y = x^3 + 2x + 1$ .

**D.**  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó hàm số  $y = x^3 + 2x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**C.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$ . Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		$1$		$3$		$+\infty$
$f'(x)$	+		0	-		0	+

Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$  là

A.  $(1; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; 3)$ .

**C.  $(1; 3)$ .**

D.  $(-\infty; 1)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

**Câu 27.** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy  $r = 3a$  và đường sinh  $l = 2r$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A.  $6\pi a^2$ .

B.  $9\pi a^2$ .

C.  $36\pi a^2$ .

**D.  $18\pi a^2$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Diện tích xung quanh hình nón là  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot r \cdot 2r = \pi \cdot 3a \cdot 2 \cdot 3a = 18\pi a^2$ .

**Câu 28.** Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A.  $y = \frac{2x-4}{x+1}$ .

B.  $y = -x^4 - 4x^2 + 2020$ .

C.  $y = x^3 - 3x^2 + 5$ .

**D.  $y = 3x^4 - x^2 + 2019$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số  $y = \frac{2x-4}{x+1}$  không có cực trị nên loại.

Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  hoặc không có cực trị hoặc có hai cực trị nên loại.

Hàm số  $y = -x^4 - 4x^2 + 2020$  có  $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ , suy ra hàm số trên có một cực trị nên loại.

Hàm số  $y = 3x^4 - x^2 + 2019$  có  $y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{6} \end{cases}$ , suy ra hàm số trên có ba

cực trị. Vậy hàm số  $y = 3x^4 - x^2 + 2019$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 29.** Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2, 3 và 4 là?

**A.  $V = 24$ .**

B.  $V = 8$ .

C.  $V = 9$ .

D.  $V = 20$ .

Lời giải

**Chọn A**

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật ta có:  $V = a.b.c = 2.3.4 = 24$ .

**Câu 30.** Cho khối chóp tam giác  $S.ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC$ . Tỷ số thể tích của khối chóp  $S.MNP$  và khối chóp  $S.ABC$  là?

A.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{6}$ .

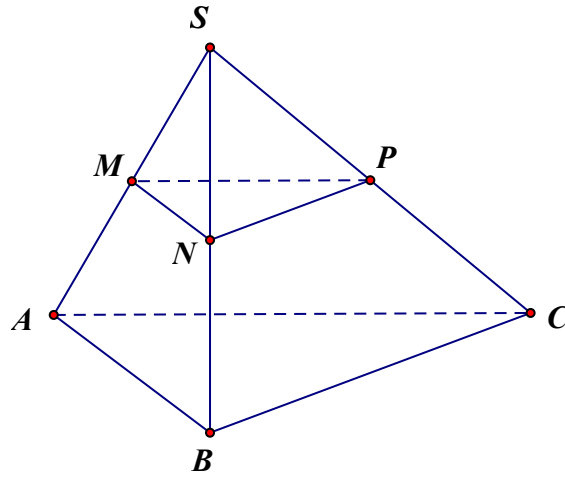
**B.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{8}$ .**

C.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = 8$ .

D.  $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = 6$ .

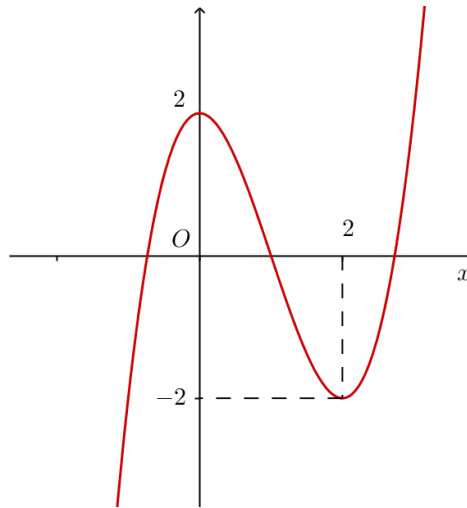
Lời giải

**Chọn B**



Ta có: 
$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

**A.**  $x = -2.$

**B.**  $x = 0.$

**C.**  $x = 2.$

**D.**  $y = 2.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị ta có điểm cực đại của hàm số là:  $x = 0.$

**Câu 32.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ . Biết  $AA' = a\sqrt{3}$ ,  $AB = a\sqrt{2}$  và  $AC = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

**A.**  $V = a^3\sqrt{6}.$

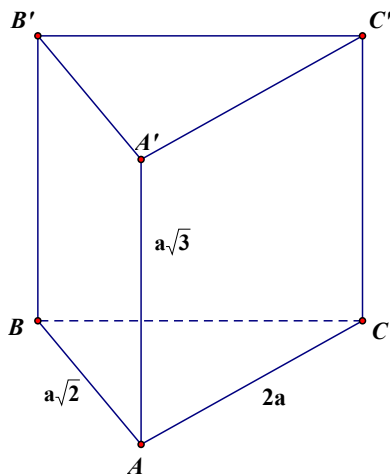
**B.**  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$

**C.**  $V = 2a^3\sqrt{6}.$

**D.**  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}.$

**Lời giải**

**Chọn A**



Diện tích mặt đáy:  $B = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a = a^2\sqrt{2}$ . Chiều cao  $h = AA' = a\sqrt{3}$ .

Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:  $V = Bh = a^2\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 33.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 4$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Giá trị của biểu thức  $M^2 + m^2$  bằng

A. 52.

B. 20.

C. 8.

**D. 40.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 4$

$D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có:  $f(0) = 4$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 6$

Vậy  $M = \max_{[0;2]} f(x) = 6$ ,  $m = \min_{[0;2]} f(x) = 2$ , vậy  $M^2 + m^2 = 40$

**Câu 34.** Thể tích của khối cầu có bán kính  $r = 2$  là

**A.**  $V = \frac{32\pi}{3}$ .

**B.**  $V = \frac{33\pi}{2}$ .

**C.**  $V = 16\pi$ .

**D.**  $V = 32\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích của khối cầu có bán kính  $r = 2$  là:  $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi 2^3 = \frac{32}{3} \pi$ .

**Câu 35.** Với  $a, b, c$  là các số thực dương và  $a \neq 1$ , mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ .

**B.**  $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ .

**C.**  $\log_a b^c = c \cdot \log_a b$ .

**D.**  $\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo tính chất hàm logarit:  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ .

**Câu 36.** Giá trị cực đại của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$  là:

A.  $-\frac{10}{3}$ .

B. 2.

**C.  $\frac{22}{3}$ .**

D. -2.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

$$y' = x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	$\nearrow \frac{22}{3}$	$\searrow -\frac{10}{3}$	$\nearrow +\infty$	

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ , giá trị cực đại  $y_{CD} = \frac{22}{3}$ .

**Câu 37.** Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng  $25\sqrt{3}a^2$ . Thể tích của khối nón đó bằng

**A.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .**

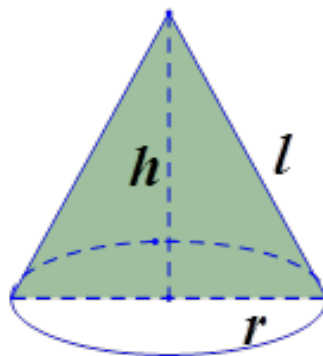
B.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{6}$ .

C.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ .

D.  $\frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $r$  và  $l$  lần lượt là bán kính hình tròn đáy và đường sinh của khối nón.

Vì thiết diện qua trục là một tam giác đều có diện tích bằng  $25\sqrt{3}a^2$  nên ta có

$$\begin{cases} l = 2r \\ \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 10a \\ r = 5a \end{cases}.$$

Vậy thể tích của khối nón là  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \sqrt{l^2 - r^2} = \frac{125\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 38.** Với  $a, b$  là các số thực dương và  $\alpha, \beta$  là các số thực, mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.  $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha+\beta}$ .**

B.  $(a.b)^\alpha = a^\alpha . b^\alpha$ .

C.  $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta}$ .

D.  $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$ .



Lời giải

**Chọn A**

Vì  $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$  nên A sai.

**Câu 39.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{3+2x}{2x-2}$  có đường tiệm cận đứng là

- A.  $y = -1$                       B.  $y = 1$  .                      C.  $x = -1$  .                      **D.  $x = 1$  .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3+2x}{2x-2} = +\infty .$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3+2x}{2x-2} = -\infty .$$

Do đó đồ thị hàm số  $y = \frac{3+2x}{2x-2}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

**Câu 40.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm  $M(-1; -2)$  có phương trình là:

- A.  $y = 24x + 22$  .                      B.  $y = 24x - 2$  .                      **C.  $y = 9x + 7$  .**                      D.  $y = 9x - 2$  .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 9$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 2 = -2$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm  $M(-1; -2)$  là:

$$y = f'(-1) \cdot (x+1) + f(-1)$$

$$\Leftrightarrow y = 9(x+1) + (-2)$$

$$\Leftrightarrow y = 9x + 7$$

**Câu 41.** Hàm số  $y = -\frac{x^3}{3} + (m-1)x^2 + (m+3)x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0;3)$  khi  $m \in \left[ \frac{a}{b}; +\infty \right)$ , với

$a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$  bằng

- A. 319.                      **B. 193.**                      C. 139 .                      D. 391.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = -x^2 + 2(m-1)x + m + 3$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;2)$  và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in (0;3)$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2(m-1)x + m + 3 \geq 0, \forall x \in (0;3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}, \forall x \in (0;3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{[0;3]} \left( \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1} \right)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1} = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - \frac{9}{2(2x + 1)}, \forall x \in [0;3]$$

$$\text{Có } g'(x) = \frac{1}{2} + \frac{9}{(2x + 1)^2} > 0, \forall x \in [0;3]$$

$$\max_{[0;3]} g(x) = g(3) = \frac{12}{7}$$

$$\text{Do đó } m \geq \frac{12}{7} \Leftrightarrow m \in \left[ \frac{12}{7}; +\infty \right) \text{ nên } T = a^2 + b^2 = 12^2 + 7^2 = 193 .$$

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn điều kiện  $f(0) < 0$  và  $[f(x) - 4x]f(x) = 9x^4 + 2x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $g(x) = f(x) + 4x + 2020$  nghịch biến trên khoảng nào?

A.  $(-1; +\infty)$ .

**B.  $(1; +\infty)$ .**

C.  $(-\infty; 1)$ .

D.  $(-1; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có với  $\forall x \in \mathbb{R}$ :

$$[f(x) - 4x]f(x) = 9x^4 + 2x^2 + 1 \Leftrightarrow f^2(x) - 4xf(x) + 4x^2 = 9x^4 + 6x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow [f(x) - 2x]^2 = (3x^2 + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 2x = 3x^2 + 1 \\ f(x) - 2x = -3x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3x^2 + 2x + 1 \\ f(x) = -3x^2 + 2x - 1 \end{cases}$$

Do  $f(0) < 0$  nên  $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$ . Khi đó  $g(x) = -3x^2 + 6x + 2019$

$$\Rightarrow g'(x) = -6x + 6$$

Hàm số  $g(x)$  nghịch biến nên  $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -6x + 6 < 0 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(1; +\infty)$

**Câu 43.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $m$  sao cho đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$  có điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng  $d: y = x$ . Tổng tất cả các phân tử của tập hợp  $S$  bằng

A.  $\sqrt{2}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**D. 0.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y' = 3x^2 - 6mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2m$$

Hàm số có hai điểm cực trị  $\Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó, ta có tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là:  $A(0; 4m^3), B(2m; 0)$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow I(m; 2m^3)$

$$\overline{AB} = (2m; -4m^3)$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \perp d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases} \Leftrightarrow m = 0 \vee m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

So điều kiện ta có giá trị  $m$  thỏa đề là  $m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Vậy tổng các phần tử của  $S$  là 0

**Câu 44.** Cho hình nón ( $N$ ) có đỉnh  $S$ , đáy là đường tròn tâm  $I$ , đường sinh  $l = 3a$  và chiều cao  $SI = a\sqrt{5}$ . Gọi  $H$  là điểm thay đổi trên đoạn  $SI$ . Mặt phẳng ( $\alpha$ ) vuông góc với  $SI$  tại  $H$ , cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn ( $C$ ). Khối nón đỉnh  $I$ , đáy là đường tròn ( $C$ ) có thể tích lớn nhất bằng

A.  $\frac{32\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .

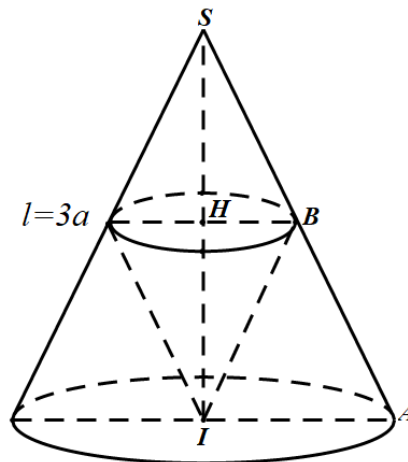
B.  $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .

C.  $\frac{8\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .

**D.**  $\frac{16\sqrt{5}\pi a^3}{81}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Gọi  $SA$  là 1 đường sinh của hình nón đỉnh  $S$ .  $SA$  cắt  $mp(\alpha)$  tại  $B$ .

Theo đề bài, ta có  $SI = a\sqrt{5}$ ;  $SA = 3a \Rightarrow IA = \sqrt{SA^2 - SI^2} = \sqrt{9a^2 - 5a^2} = 2a$ .

Đặt  $IH = x$  ( $0 < x < \sqrt{5}a$ ), ta có  $SH = SI - IH = \sqrt{5}a - x$ .

Vì  $HB \parallel IA$ , áp dụng định lý Talet:  $\frac{HB}{IA} = \frac{SH}{SI} \Rightarrow \frac{HB}{2a} = \frac{\sqrt{5}a - x}{\sqrt{5}a} \Rightarrow HB = \frac{2(\sqrt{5}a - x)}{\sqrt{5}}$

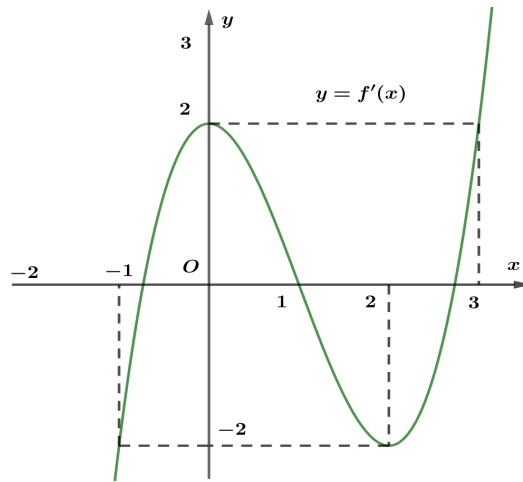
Do đó thể tích khối nón có đỉnh  $I$  là:  $V = \frac{1}{3}\pi \cdot HB^2 \cdot IH = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{4(\sqrt{5}a - x)^2}{5} \cdot x = \frac{4\pi}{15}x(\sqrt{5}a - x)^2$

Áp dụng BĐT AM-GM:

$$V = \frac{2\pi}{15} \cdot 2x \cdot (\sqrt{5}a - x)(\sqrt{5}a - x) \leq \frac{2\pi}{15} \left( \frac{2x + \sqrt{5}a - x + \sqrt{5}a - x}{3} \right)^3 = \frac{2\pi}{15} \left( \frac{2\sqrt{5}a}{3} \right)^3 = \frac{16\sqrt{5}a^3}{81}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $2x = \sqrt{5}a - x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{3}a \Leftrightarrow IH = \frac{\sqrt{5}}{3}a$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như sau



Đặt  $g(x) = f\left(x - \frac{m}{3}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{m}{3} - 1\right)^2 + m + 1$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(7; 8)$ . Tổng của các phần tử có trong tập  $S$  bằng

A. 186.

B. 816.

**C. 168.**

D. 618.

### Lời giải

#### Chọn C

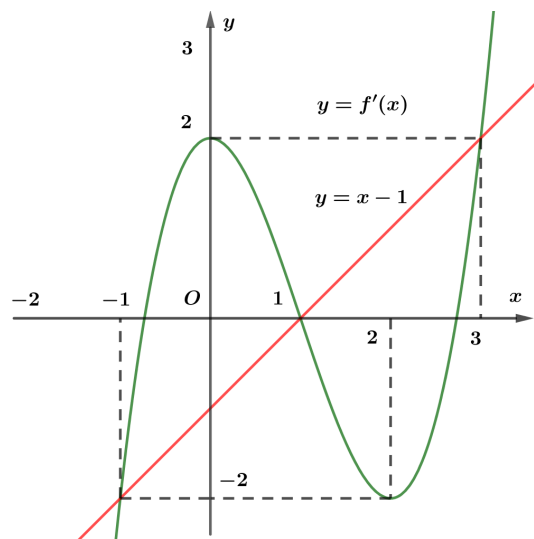
Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số  $y = g(x)$  cũng liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$g'(x) = f'\left(x - \frac{m}{3}\right) - \left(x - \frac{m}{3} - 1\right).$$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(7; 8) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0 \forall x \in [7; 8]$  (do hàm số  $y = g(x)$  liên tục)

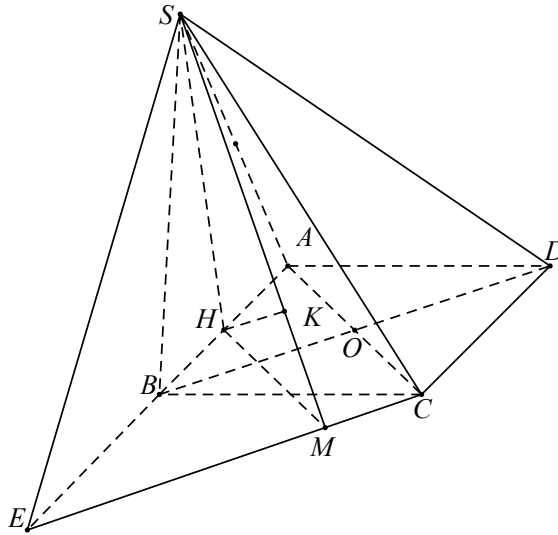
$$\Leftrightarrow f'\left(x - \frac{m}{3}\right) \geq x - \frac{m}{3} - 1 \forall x \in [7; 8] \quad (1).$$

Dựa vào sự tương giao của hai đồ thị  $y = f'(x)$  và  $y = x - 1$



$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x - \frac{m}{3} \leq 1 \\ x - \frac{m}{3} \geq 3 \end{cases} \forall x \in [7; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 \leq m \leq 3x + 3 \\ m \leq 3x - 9 \end{cases} \forall x \in [7; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} 21 \leq m \leq 24 \\ m \leq 12 \end{cases}.$$





Gọi  $H$  trung điểm  $AB$ . Theo bài ra ta có  $SH \perp AB \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

+) Dựng hình bình hành  $BDCE$ , khi đó ta có  $BD // (SCE)$

Suy ra  $d(BD, SC) = d(BD, (SCE)) = d(B, (SCE)) = \frac{2}{3}d(H, (SCE))$ .

+) Gọi  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $CE$  và  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $SM$ . Ta có  $KH \perp (SCME) \Rightarrow HK = d(H, (SCE))$ .

+)  $\begin{cases} BD = 4a \\ AC = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BO = 2a \\ AO = a \end{cases} \Rightarrow AB = a\sqrt{5} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{15}}{2}; HM = \frac{3}{4}AC \Rightarrow HM = \frac{3a}{2}$ .

Suy ra  $HK = \frac{SH \cdot MH}{\sqrt{SH^2 + MH^2}} = \frac{3\sqrt{10}a}{8}$ . Do đó  $d(BD, SC) = \frac{\sqrt{10}a}{4}$ .

**Câu 48.** Cho  $x$  và  $y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $x^3 + xy(2x + y) = 2y^3 + 2xy(x + 2y)$ .

Điều kiện của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2\left(\frac{x^2}{2y}\right) - m \log_3\left(\frac{4y^2}{x}\right) + 2m - 4 = 0$  có nghiệm

thuộc đoạn  $[1; 3]$  là

**A.**  $2 \leq m \leq 3$ .

**B.**  $m \geq 3$ .

**C.**  $m \leq 4$ .

**D.**  $3 \leq m \leq 5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$x^3 + xy(2x + y) = 2y^3 + 2xy(x + 2y) \Leftrightarrow x^3 + 2x^2y + xy^2 = 2y^3 + 2x^2y + 4xy^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3xy^2 - 2y^3 = 0 \Leftrightarrow (x + y)^2(x - 2y) = 0 \Leftrightarrow x = 2y \text{ (do } x \text{ và } y \text{ là các số thực dương)}.$$

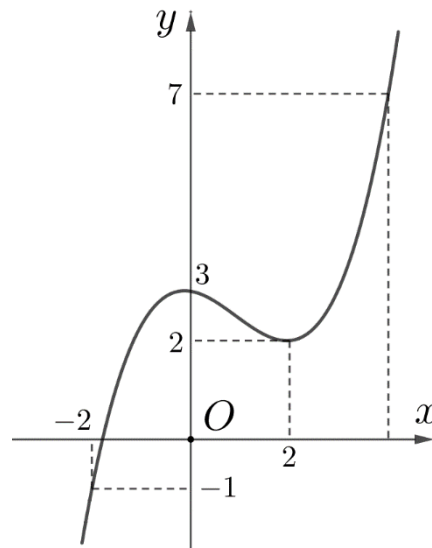
$$\text{Vậy phương trình } \log_3^2\left(\frac{x^2}{2y}\right) - m \log_3\left(\frac{4y^2}{x}\right) + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 4 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \log_3 x \in [0; 1] \quad \forall x \in [1; 3].$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t^2 - mt + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m - 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow m - 2 \in [0; 1] \Leftrightarrow m \in [2; 3].$$

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f\left[4(\sin^4 x + \cos^4 x)\right]$ . Giá trị của biểu thức  $2M + 3m$  bằng:



A. 3 .

B. 11 .

**C. 20 .**

D. 14

**Lời giải**

**Chọn C**

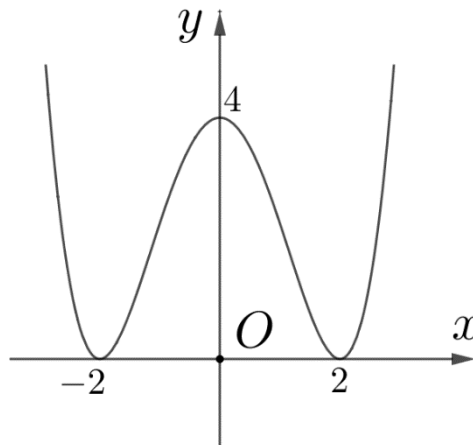
$$\text{Đặt } t = 4(\sin^4 x + \cos^4 x) = 4(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) = 4 - 2\sin^2 2x = 3 + \cos 4x$$

$$\text{Vì } -1 \leq \cos 4x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq t \leq 4$$

$$\text{Khi đó } g(x) = f(t) \text{ với } t \in [2; 4].$$

Dựa vào đồ thị ta thấy  $M = 7$  khi  $t = 4$  và  $m = 2$  khi  $t = 2$ . Vậy  $2M + 3m = 20$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm nguyên của phương trình  $\left([f(x^2 - 2)]^2\right)' = 0$  là

**A. 3 .**

B. 4 .

C. 2 .

D. 5 .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$\left( [f(x^2 - 2)]^2 \right)' = 2f(x^2 - 2) \cdot (f(x^2 - 2))' = 2 \cdot 2x \cdot f(x^2 - 2) \cdot f'(x^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x^2 - 2) = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -2 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 3.

----- HẾT -----