

A. TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Hàm số $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 4$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. (1;2). B. (0;1). C. (0;2). D. (1;3).

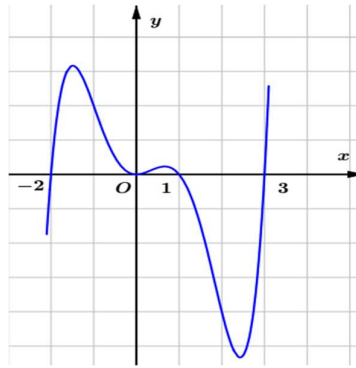
Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. Điểm $(-1;3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số. B. Hàm số không có cực trị.
C. $x = 3$ là điểm cực đại của hàm số. D. $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$, biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$.

- A. $M = e^2 - 2, m = 1$. B. $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
C. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. D. $M = e^{-2} + 1, m = 1$.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc nhỏ nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $8(m/s)$. B. $109(m/s)$. C. $0(m/s)$. D. $9(m/s)$.

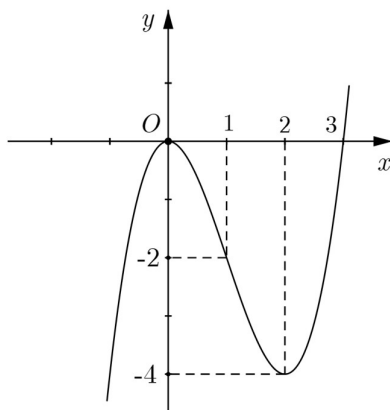
Câu 7. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?

- A. $y = -2$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 4$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

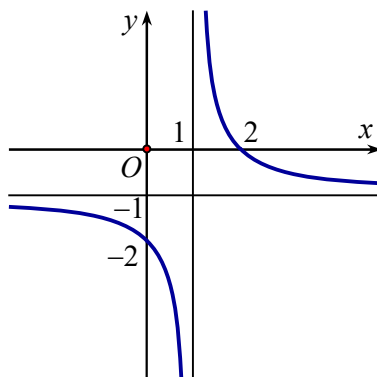
- A. $y = \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. B. $y = \ln x$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = x^3 + 3x^2$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $b < a < 0$. B. $0 < b < a$. C. $b < 0 < a$. D. $0 < a < b$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y = -9x - 11$. B. $y = -9x + 11$. C. $y = -9x - 27$. D. $y = -9x - 43$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$		-1	$-\infty$	3		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; 3)$. B. $m \in (-\infty; 3]$. C. $m \in (-\infty; -1)$. D. $m \in (-\infty; -1]$.

Câu 14. Cho hai số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + 2\log_a b$. B. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \log_a \sqrt{ab}$.
 C. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = 2 + \log_a b$. D. $\log_{\sqrt{a}}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 15. Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của

$$T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right).$$

- A. $T = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $T = -\sqrt{3}$. C. $T = -2\sqrt{3}$. D. $T = \sqrt{3}$.

Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A. $y' = -2e^{1-2x}$. B. $y' = e^{1-2x}$. C. $y' = 2e^{1-2x}$. D. $y' = e^{1-2x} \cdot \ln 2$.

Câu 18. Cho a là một số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Hàm số $y = \log_a x$ có tập xác định là $D = (0; +\infty)$.
- Hàm số $y = 2^x$ tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Ox làm đường tiệm cận.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 19. Cho a và b là các số thực lớn hơn 1. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_a \left(\frac{a^2}{b}\right) + \log_b \left(\frac{b^3}{a}\right)$

là

- A. 3. B. -2. C. 2. D. 7.

Câu 20. Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7}$.

- A. -1. B. 1. C. $-\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 21. Phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 = 2\log_9(4x)$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 22. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{A'.BB'C'C'}}{V_{A'.ABC}}$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.

- A. $V = 2\sqrt{2}a^3$. B. $V = 4\sqrt{2}a^3$. C. $V = 8a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 24. Cho hình chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng a . Gọi V và V_s lần lượt là thể tích của khối chóp và thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V_s = 2\pi V$. B. $V_s = \pi\sqrt{2}V$. C. $V_s = 2\sqrt{2}\pi V$. D. $V_s = \pi V$.

Câu 25. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều cạnh $3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = 2a$. B. $R = a$. C. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

- A. $S = 2\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = a$, mặt phẳng qua trục của hình trụ cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Thể tích của khối trụ là

- A. $4\pi a^3$. B. $8\pi a^3$. C. $16\pi a^3$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 29. Cho hình chóp tam giác đều có các cạnh đều bằng a . Thể tích V của khối nón có đỉnh là đỉnh hình chóp và đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy của hình chóp là

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{9}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{27}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{27}$.

Câu 30. Một cốc đựng nước dạng hình trụ có chiều cao 15cm, đường kính đáy 8cm và có mực nước trong cốc là 12cm. Thả vào cốc nước ba viên bi có cùng bán kính bằng 2cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu cm biết rằng ba viên bi chìm hẳn trong nước?

- A. 1cm. B. 15cm. C. 1,5cm. D. 12,5cm.

B. TỰ LUẬN (4 điểm)

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ trên $[e^{-1}; e]$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

Câu 15. Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của

$$T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right).$$

Câu 20. Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7}$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều cạnh $3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

PHẦN ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Tổng câu trắc nghiệm: $30 \times 0.2 = 6$ điểm.

Mã đề Câu	706	325	371	334
1	B	D	A	D
2	B	B	B	A
3	C	C	D	A
4	C	C	A	D
5	D	A	B	B
6	D	B	A	C
7	C	A	D	D
8	A	B	C	B
9	B	A	C	A
10	D	C	D	C
11	A	D	B	C
12	A	D	C	D
13	B	A	B	A
14	B	A	B	B
15	C	B	D	C
16	D	D	C	C
17	B	C	A	B
18	D	D	C	B
19	A	D	A	A
20	B	C	B	A
21	B	B	A	D
22	D	D	D	D
23	D	A	D	C
24	A	B	B	C
25	B	D	C	B
26	D	B	D	A
27	B	D	A	D
28	A	A	D	D
29	B	B	A	A
30	B	C	B	B

ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUẬN

Câu: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$.

Giải: $y' = 2x - \frac{2}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (0.25)

$y(1) = 1; y(e^{-1}) = e^{-2} + 2; y(e) = e^2 - 2$

Vậy $m = 1; M = e^2 - 2$ (0.25)

Câu: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

Giải: $y'(x) = x^2 + 6x$

Gọi $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm. Ta có: $y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 16$ (0.25)

Phương trình tiếp tuyến: $y = -9x - 11$. (0.25)

Câu: Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$.

Giải: $\log_a b = \sqrt{3} \Rightarrow b = a^{\sqrt{3}}$ (0.25)

$$T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (0.25)$$

Câu: Tìm tích số của tất cả các nghiệm thực của phương trình $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7}$.

Giải: Ta có $7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 49\sqrt{7} \Leftrightarrow 7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 7^2 \cdot 7^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 7^{x^2-x+\frac{3}{2}} = 7^{\frac{5}{2}} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ (0.25)

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = -1 \quad (0.25)$$

Câu: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.

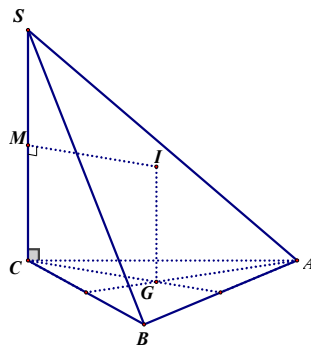
Giải: Gọi x là cạnh hình lập phương $\Rightarrow \Delta ACD'$ đều có cạnh bằng $x\sqrt{2}$ (0.25)

$$S_{ACD'} = \frac{(x\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2} \quad (0.25 \times 2)$$

$$V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2} \quad (0.25)$$

Câu: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC đều cạnh $3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Giải:



Ta có tam giác ABC đều nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là trọng tâm G
 Từ G dựng trục Δ của mặt đáy (ABC)

Trong mặt phẳng (SCG) dựng đường trung trực của cạnh bên SC cắt SC tại M và cắt trục Δ tại

I
 Do đó I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ (0.5)

$$R = IS = IC = IA = IB$$

Tứ giác $MIGC$ là hình chữ nhật có $MI = CG = a\sqrt{3}$ (0.25)

$$R = IC = \sqrt{MC^2 + IM^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \quad (0.25)$$