

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 189

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** [2H2-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và có thể tích là $6a^3$. Gọi M là trung điểm A_1D_1 , I là giao điểm của AM và A_1D . Tính thể tích khối chóp $I.ACD$.
- A. $\frac{2a^3}{9}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $2a^3$.
- Câu 2.** [2D2-2] Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$ là
- A. $4 \log_2 3$. B. 2. C. 0. D. $3 \log_3 2$.
- Câu 3.** [2D2-3] Phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng ba nghiệm khi
- A. $2 < m < 3$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m > 3$.
- Câu 4.** [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^x$.
- A. $y' = x \cdot 17^{x-1}$. B. $y' = 17^x \ln 17$. C. $y' = \frac{\ln 17}{17^x}$. D. $y' = \frac{17^x}{\ln 17}$.
- Câu 5.** [2D2-2] Phương trình $21^x + 1323 = 27 \cdot 7^x + 49 \cdot 3^x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng
- A. 7. B. 1323. C. 6. D. 5.
- Câu 6.** [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình $5^{x-1} + \frac{5}{5^{x-2}} = 26$ là
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 7.** [2D1-2] Biết rằng đường thẳng $(d): y = -x + 3$ và đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ có một điểm chung duy nhất; ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Khi đó $x_0 - y_0$ bằng:
- A. $x_0 - y_0 = 1$. B. $x_0 - y_0 = 2$. C. $x_0 - y_0 = -1$. D. $x_0 - y_0 = 3$.
- Câu 8.** [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 5x + 7$ trên đoạn $[-5; 0]$ là:
- A. 8. B. 6. C. 7. D. 5.
- Câu 9.** [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.
- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m < 3$. D. $m > 3$.
- Câu 10.** [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = 5a$. Biết góc giữa các cạnh bên với mặt đáy đều bằng nhau và bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(C): y = x^4 - x^2$ và $(P): y = x^2 + m - 2$ cắt nhau tại bốn điểm phân biệt.

- A. $-1 < m < 1$. B. $1 < m < 2$. C. $-\frac{1}{4} < m < 0$. D. $-3 < m < 1$.

Câu 12. [2D1-2] Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3$ có hai giá trị cực trị y_1, y_2 . Tính $y_1^2 + y_2^2$.

- A. 9. B. 4. C. 2. D. 10.

Câu 13. [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp A_1ABC .

- A. πa^2 . B. $8\pi a$. C. $2\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

Câu 14. [2D1-2] Bảng biến thiên sau đây là của hàm số.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	2		2
	↘	↘	↘
	$-\infty$		$+\infty$

- A. $y = \frac{x+2}{2x+2}$. B. $y = \frac{2x-2}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Câu 15. [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp A_1ABC . Tính thể tích khối cầu (S) .

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 16. [2D1-2] Nếu M và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \text{ trên đoạn } [-2; 0] \text{ thì } M + m \text{ bằng bao nhiêu?}$$

- A. $M + m = \frac{7}{3}$. B. $M + m = \frac{10}{3}$. C. $M + m = -3$. D. $M + m = 3$.

Câu 17. [2H2-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp A_1ABC .

- A. $a\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 18. [2D1-1] Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m+2)x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $-1 \leq m \leq 2$. B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $-2 \leq m \leq 1$. D. $m \leq -2 \vee 2 \leq m$.

Câu 19. [2D1-3] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m < -5$. B. $m < 27$. C. $-5 < m < 27$. D. $m > 27$.

Câu 20. [2H1-3] Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có thể tích $a^3\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của A_1D_1 . Tính thể tích khối chóp $M.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 21. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA=3a$, $AC=5a$. Biết góc giữa các cạnh bên với đáy đều bằng nhau và bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $5a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $5a^3\sqrt{2}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 22. [2D2-2] Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị k để đường thẳng $(d): y=\ln k$ cắt đồ thị (C) tại 4 giao điểm.

- A. $1 < k$. B. $1 < k < e$. C. $0 < k \leq 1$. D. $1 \leq k < e$.

Câu 23. [2H2-2] Trong không gian, cho ΔABC vuông tại A , $AB=a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Thể tích khối nón nhận được khi quay ΔABC xung quanh trục AB là?

- A. $V=2\pi a^3$. B. $V=\pi a^3$. C. $V=3\pi a^3$. D. $V=\pi a^2$.

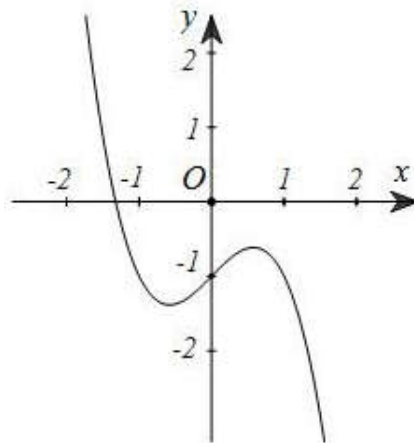
Câu 24. [2D2-3] Phương trình $(\sqrt[3]{8+3\sqrt{7}})^x + (\sqrt[3]{8-3\sqrt{7}})^x = 254$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng bao nhiêu?

- A. -36 . B. 36 . C. 9 . D. 254 .

Câu 25. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 26. [2D1-2] Đồ thị sau đây có thể là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y=-x^3+x-1$. B. $y=x^3+x-1$. C. $y=-x^3+3x+4$. D. $y=3x^2+3x$.

Câu 27. [2H2-2] Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4a$, $AC=5a$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh hình trụ đó là

- A. $S_{xq}=24\pi a$. B. $S_{xq}=12\pi a^2$. C. $S_{xq}=24\pi a^2$. D. $S_{xq}=24a^2$.

Câu 28. [2D2-2] Phương trình $7^{x^2-5x+9}=343$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng x_1+x_2 bằng

- A. 5 . B. 3 . C. 4 . D. 2 .

Câu 29. [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_{17} x$.

- A. $y'=\frac{\ln 17}{x}$. B. $y'=\frac{1}{x \cdot \log 17}$. C. $y'=\frac{1}{x \ln 17}$. D. $y'=\frac{1}{x}$.

Câu 30. [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) + \log_2(x-1) = 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải các phương trình sau (2 điểm)

a) $\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5$

b) $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x = 0$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật biết $AD = 2a$, $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và đáy là 45° .

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Câu 1	a) $x = 4$
B	D	B	B	D	A	C	C	A	A	B	D	D	D	D		b) $x = 2; x = -1$
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Câu 2	a) $V_{S.ABCD} = 2a^3\sqrt{5}/3$
C	C	A	C	A	A	B	B	A	B	A	C	A	C	B		b) $V = 5\pi a^3\sqrt{10}/3$

HƯỚNG DẪN GIẢI

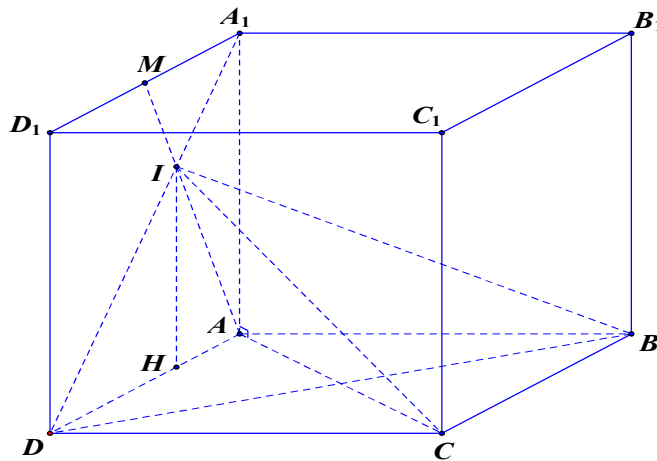
I – PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [2H2-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và có thể tích là $6a^3$. Gọi M là trung điểm A_1D_1 , I là giao điểm của AM và A_1D . Tính thể tích khối chóp $I.ACD$.

- A. $\frac{2a^3}{9}$. **B. $\frac{2a^3}{3}$** . C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên AD . Suy ra $IH \perp (ABCD)$

Ta có: $A_1M \parallel AD \Rightarrow \frac{IA_1}{ID} = \frac{A_1M}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IA_1}{A_1D} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác A_1AD có $IH \parallel A_1A$ suy ra $\frac{IH}{A_1A} = \frac{DI}{DA_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow IH = \frac{2}{3}AA_1$.

Ta có: $V_{I.ACD} = \frac{1}{3}.IH.S_{ACD} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}.AA_1.\frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{9}.V = \frac{6a^3}{9} = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 2. [2D2-2] Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$ là

- A. $4\log_2 3$. B. 2. C. 0. **D. $3\log_3 2$** .

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = 3^x > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.

Với $t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Với $t = 2 \Rightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$.

Vì $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = \log_3 2$. Suy ra $A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \log_3 2 = 3 \log_3 2$

Câu 3. [2D2-3] Phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có đúng ba nghiệm khi

A. $2 < m < 3$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải

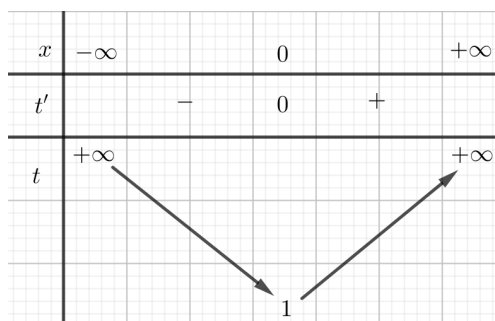
Chọn B.

Phương trình đã cho tương đương $4^{x^2} - 4 \cdot 2^{x^2} + 6 = m$ (*).

Đặt $t = 2^{x^2}$, khi đó (*) thành $t^2 - 4t + 6 = m$ (**).

Ta có $t = 2^{x^2} \Rightarrow t' = 2x \cdot 2^{x^2} \ln 2$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:



Nhận xét:

Khi $x \in (-\infty; +\infty)$ thì $t \in [1; +\infty)$.

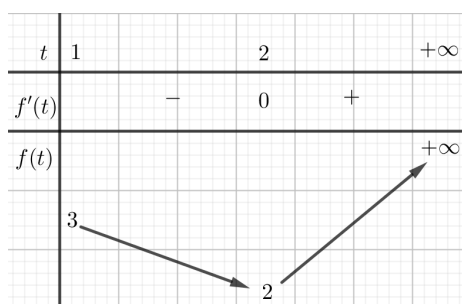
Khi $t = 1$ cho ta một nghiệm $x = 0$; khi $t > 1$ một nghiệm t của (**) cho ta hai nghiệm x .

Vậy phương trình (*) muốn có ba nghiệm thì phương trình (**) có một nghiệm $t = 1$ và một nghiệm $t > 1$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4t + 6$ trên miền $[1; +\infty)$.

Đạo hàm $f'(t) = 2t - 4$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta tìm được $m = 3$.

Câu 4. [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^x$.

A. $y' = x \cdot 17^{x-1}$.

B. $y' = 17^x \ln 17$.

C. $y' = \frac{\ln 17}{17^x}$.

D. $y' = \frac{17^x}{\ln 17}$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức $(a^x)' = a^x \ln a$. Từ đó ta có $y' = 17^x \ln 17$.

Câu 5. [2D2-2] Phương trình $21^x + 1323 = 27.7^x + 49.3^x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. 7.

B. 1323.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình } 21^x + 1323 = 27.7^x + 49.3^x \Leftrightarrow (7^x - 49)(3^x - 27) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3.$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 = 5.$$

Câu 6. [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình $5^{x-1} + \frac{5}{5^{x-2}} = 26$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 5^{x-1} + \frac{5}{5^{x-2}} = 26 \Leftrightarrow (5^{x-1} - 1)(5^{x-1} - 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x-1} = 1 \\ 5^{x-1} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ x-1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 = 4.$$

Câu 7. [2D1-2] Biết rằng đường thẳng $(d): y = -x + 3$ và đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x}$ có một điểm chung duy nhất; ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Khi đó $x_0 - y_0$ bằng:

A. $x_0 - y_0 = 1$.

B. $x_0 - y_0 = 2$.

C. $x_0 - y_0 = -1$.

D. $x_0 - y_0 = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (d) \text{ và } (C): \frac{x+1}{x} = -x + 3 \text{ với } x \neq 0.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1, \text{ khi đó } y = 2 \text{ suy ra điểm chung cần tìm là } (x_0; y_0) = (1; 2).$$

$$\text{Vậy } x_0 - y_0 = -1.$$

Câu 8. [2D1-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 5x + 7$ trên đoạn $[-5; 0]$ là:

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 0]$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 5 > 0, \forall x \in [-5; 0] \text{ suy ra hàm số đồng biến trên } [-5; 0].$$

$$\text{Từ đó suy ra } \max_{[-5; 0]} y = y(0) = 7.$$

Câu 9. [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.

A. $m > 0$.

B. $m < 0$.

C. $m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 6x + m.$$

Để hàm số có hai cực trị nằm về hai phía trục tung khi $y' = -3x^2 + 6x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $a.c < 0 \Leftrightarrow -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$
 Vậy $m > 0$.

Câu 10. [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = 5a$. Biết góc giữa các cạnh bên với mặt đáy đều bằng nhau và bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

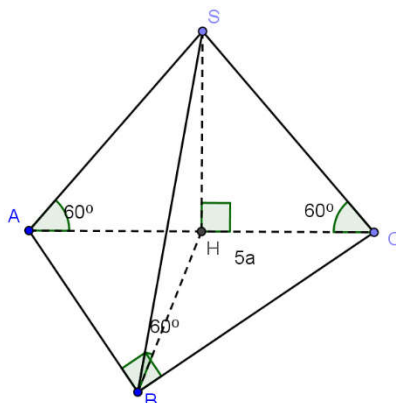
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Vì các góc của các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mặt khác ΔABC vuông tại B nên H là trung điểm AC

Vậy $SH = \tan 60^\circ \cdot AH = \sqrt{3} \cdot \frac{5a}{2} = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của m để $(C): y = x^4 - x^2$ và $(P): y = x^2 + m - 2$ cắt nhau tại bốn điểm phân biệt.

A. $-1 < m < 1$.

B. $1 < m < 2$.

C. $-\frac{1}{4} < m < 0$.

D. $-3 < m < 1$.

Lời giải

Chọn B.

Để (C) cắt (P) tại 4 điểm phân biệt thì phương trình $x^4 - x^2 = x^2 + m - 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $x^4 - x^2 = x^2 + m - 2 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 2 - m = 0(1)$.

Đặt $t = x^2$, điều kiện $t \geq 0$. $(1) \Rightarrow t^2 - 2t + 2 - m = 0(2)$.

Để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.

Điều kiện để phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - (2 - m) > 0 \\ 2 > 0 \\ 2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Câu 12. [2D1-2] Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3$ có hai giá trị cực trị y_1, y_2 . Tính $y_1^2 + y_2^2$.

A. 9.

B. 4.

C. 2.

D. 10.

Lời giải.

Chọn D.

$$y = -x^3 + 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x. \text{ Xét } y' = 0 \Rightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -3$, $x = 2 \Rightarrow y = 1$.

Suy ra $y_1^2 + y_2^2 = 10$.

Câu 13. [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp A_1ABC .

A. πa^2 .

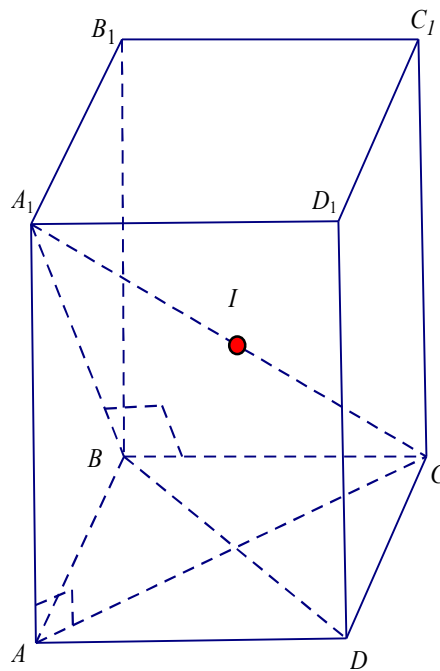
B. $8\pi a$.

C. $2\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $BC \perp (A_1B_1BA)$ mà $BA_1 \subset (A_1B_1BA)$ nên $BC \perp BA_1$ suy ra B nhìn A_1C dưới một góc vuông.

Tương tự ta chứng minh được A nhìn A_1C dưới một góc vuông.

Suy ra tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp A_1ABC là trung điểm của A_1C .

Khi đó, bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $R = \frac{A_1C}{2}$.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 5a^2$ và $A_1A = C_1C = a\sqrt{3}$ suy ra $A_1C = \sqrt{3a^2 + 5a^2} = 2a\sqrt{2}$ nên $R = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 14. [2D1-2] Bảng biến thiên sau đây là của hàm số.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{x+2}{2x+2}$.

B. $y = \frac{2x-2}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang và $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên hàm số cần tìm là $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

Câu 15. [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp A_1ABC . Tính thể tích khối cầu (S) .

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

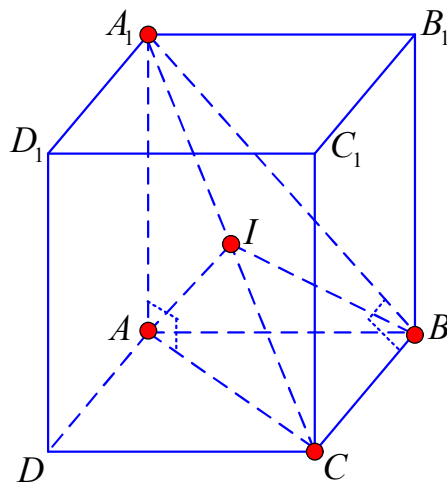
B. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $BC \perp (A_1B_1BA)$ mà $BA_1 \subset (A_1B_1BA)$ nên $BC \perp BA_1$ suy ra B nhìn A_1C dưới một góc vuông.

Tương tự ta chứng minh được A nhìn A_1C dưới một góc vuông.

Suy ra tâm I của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp A_1ABC là trung điểm của A_1C .

Khi đó, bán kính của mặt cầu (S) là $R = \frac{A_1C}{2}$.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 5a^2$ và $A_1A = C_1C = a\sqrt{3}$ suy ra $A_1C = \sqrt{3a^2 + 5a^2} = 2a\sqrt{2}$

nên $R = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích mặt cầu (S) là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (a\sqrt{2})^3 = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 16. [2D1-2] Nếu M và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$ thì $M + m$ bằng bao nhiêu?

- A. $M + m = \frac{7}{3}$. B. $M + m = \frac{10}{3}$. **C. $M + m = -3$.** D. $M + m = 3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \frac{4}{x - 1}$ xác định và liên tục trên $[-2; 0]$

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 4}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \notin [-2; 0] \\ x = -1 \in [-2; 0] \end{cases}$$

Khi đó $y(-2) = -\frac{4}{3}$, $y(-1) = -1$, $y(0) = -2$.

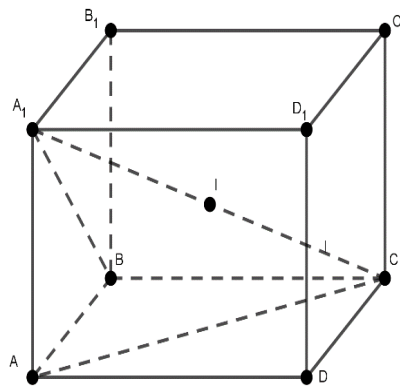
Vậy $M = \max_{[-2; 0]} y = y(-1) = -1$, $m = \min_{[-2; 0]} y = y(0) = -2$ suy ra $M + m = -3$.

Câu 17. [2H2-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $BC = a$, $AB = 2a$, $CC_1 = a\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A_1.ABC$.

- A. $a\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. **C. $a\sqrt{2}$.** D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $AA_1 \perp (ABCD) \Rightarrow AA_1 \perp AC \Rightarrow \widehat{A_1AC} = 90^\circ (1)$

$$\begin{cases} BC \perp AA_1 \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp A_1B \Rightarrow \widehat{A_1BC} = 90^\circ (2)$$

(1); (2) $\Rightarrow A_1.ABC$ nội tiếp mặt cầu đường kính A_1C .

$$\text{Bán kính } R = \frac{A_1C}{2} = \frac{\sqrt{A_1A^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{A_1A^2 + AB^2 + AC^2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

Câu 18. [2D1-1] Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m+2)x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $-1 \leq m \leq 2$.** B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $-2 \leq m \leq 1$. D. $m \leq -2 \vee 2 \leq m$.

Lời giải

Chọn A.

$$y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m+2)x - 1$$

$$y' = x^2 - 2mx + m + 2$$

$$\Delta' = m^2 - m - 2$$

$$\text{hàm số luôn đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 (\text{Đ}) \\ m^2 - m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2.$$

- Câu 19.** [2D1-3] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
- A. $m < -5$. B. $m < 27$. C. $-5 < m < 27$. D. $m > 27$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành

$$x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^3 + 3x^2 + 9x \quad (1).$$

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$ có $f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 9 = 0$ có nghiệm là $x = -1$, $x = 3$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	
y	$+\infty$				27		$-\infty$

\swarrow \nearrow \searrow
 -5 $-\infty$

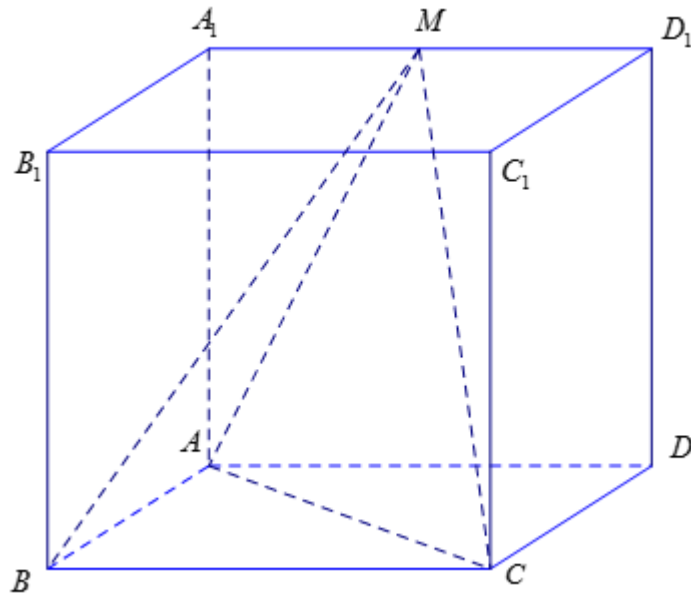
Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$. Từ bảng biến thiên suy ra, để phương trình có 3 nghiệm thì $-5 < m < 27$.

- Câu 20.** [2H1-3] Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có thể tích $a^3\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của A_1D_1 . Tính thể tích khối chóp $M.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $h = d(M; (ABC))$ và $V = V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}$. Ta có $V = S_{ABCD} \cdot h$.

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{6} V \Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 21. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $AC = 5a$. Biết góc giữa các cạnh bên với đáy đều bằng nhau và bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $5a^3 \sqrt{3}$

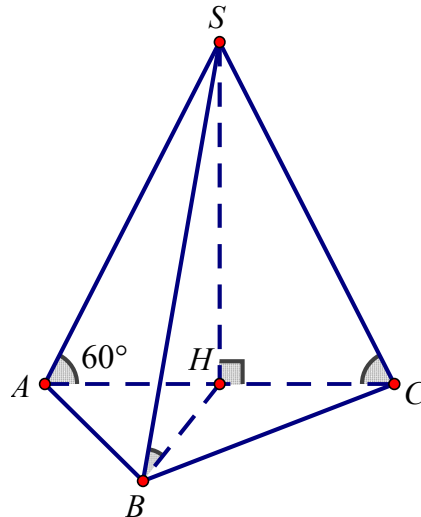
B. $2a^3 \sqrt{3}$.

C. $5a^3 \sqrt{2}$.

D. $a^3 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

Khi đó $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = 60^\circ$ và $\triangle SAH = \triangle SBH = \triangle SCH$ (cạnh SH chung).

Suy ra $HA = HB = HC$ hay H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow H$ là trung điểm AC .

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a, \quad SH = AH \cdot \tan \widehat{SAH} = \frac{5a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{5a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = 6a^2.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 6a^2 \cdot \frac{5a\sqrt{3}}{2} = 5a^3\sqrt{3}.$$

Câu 22. [2D2-2] Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị k để đường thẳng $(d): y = \ln k$ cắt đồ thị (C) tại 4 giao điểm.

- A. $1 < k$. **B. $1 < k < e$** C. $0 < k \leq 1$. D. $1 \leq k < e$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -4x^3 + 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			1		0		1		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$, ta có:

Đường thẳng $(d): y = \ln k$ cắt đồ thị (C) tại 4 giao điểm

$$\Leftrightarrow 0 < \ln k < 1 \Leftrightarrow 1 < k < e.$$

Câu 23. [2H2-2] Trong không gian, cho ΔABC vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Thể tích khối nón nhận được khi quay ΔABC xung quanh trục AB là?

- A. $V = 2\pi a^3$. **B. $V = \pi a^3$** C. $V = 3\pi a^3$. D. $V = \pi a^2$.

Lời giải

Chọn B.

Khi quay ΔABC xung quanh trục AB ta được một khối nón có chiều cao là $h = AB = a$ và bán kính đáy $r = AC = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

$$\text{Do đó thể tích khối nón nhận được là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi a^3.$$

Câu 24. [2D2-3] Phương trình $\left(\sqrt[3]{8+3\sqrt{7}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{8-3\sqrt{7}}\right)^x = 254$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng bao nhiêu?

- A. -36** B. 36 . C. 9 . D. 254 .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Nhận xét: } \sqrt[3]{8+3\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{8-3\sqrt{7}} = 1.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\sqrt[3]{8+3\sqrt{7}}\right)^x \text{ (điều kiện: } t > 0).$$

$$\text{Ta có pt: } t + \frac{1}{t} = 254 \Leftrightarrow t^2 - 254t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{254 - 96\sqrt{7}}{2} \\ t = \frac{254 + 96\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Với $t = \frac{254 - 96\sqrt{7}}{2} \Rightarrow x = -6$.

Với $t = \frac{254 + 96\sqrt{7}}{2} \Rightarrow x = 6$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = -36$.

Câu 25. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\tan \varphi$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

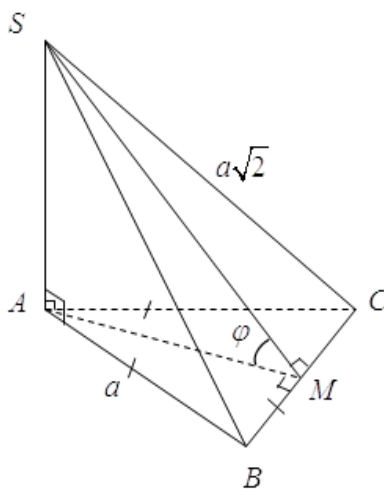
B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm BC .

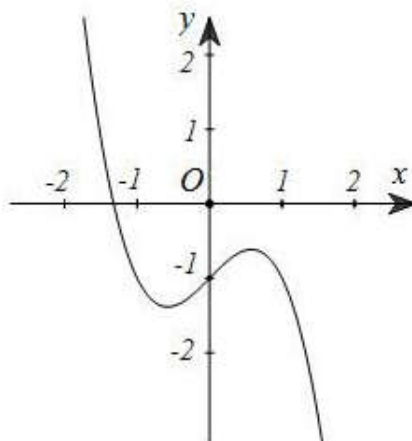
Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{AMS} = \varphi$.

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

Vậy $\tan \varphi = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. [2D1-2] Đồ thị sau đây có thể là đồ thị của hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + x - 1$. **B.** $y = x^3 + x - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 4$. **D.** $y = 3x^2 + 3x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số bậc ba có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a < 0$ và qua điểm có tọa độ $(0; -1)$.

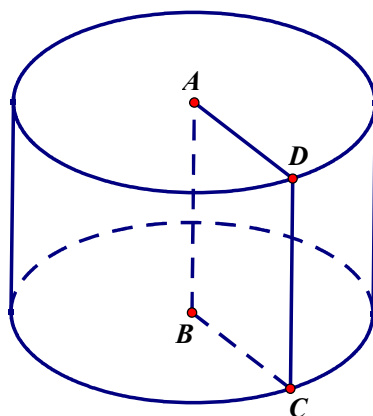
Vậy đáp án là **A**.

- Câu 27.** [2H2-2] Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$, $AC = 5a$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh hình trụ đó là

- A.** $S_{xq} = 24\pi a$. **B.** $S_{xq} = 12\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 24\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = 24a^2$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.

Diện tích xung quanh hình trụ đó là: $S_{xq} = 2\pi \cdot BC \cdot AB = 2\pi \cdot 3a \cdot 4a = 24\pi a^2$.

- Câu 28.** [2D2-2] Phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-5x+9} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy tổng hai nghiệm là $2 + 3 = 5$.

- Câu 29.** [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{17} x$.

- A.** $y' = \frac{\ln 17}{x}$. **B.** $y' = \frac{1}{x \cdot \log 17}$. **C.** $y' = \frac{1}{x \ln 17}$. **D.** $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

- Câu 30.** [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) + \log_2(x-1) = 2$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 4$.

$$\text{Phương trình } \log_2(x-4) + \log_2(x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_2[(x-4)(x-1)] = 2$$

$$(x-4)(x-1) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (l) \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 5$.

II – PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải các phương trình sau (2 điểm)

a) $\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5$

b) $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x = 0$

Lời giải

a) Điều kiện: $x > 3$

$$\log(x-2) + \log(x-3) = 1 - \log 5$$

$$\Leftrightarrow \log[(x-2)(x-3)] = \log 10 - \log 5$$

$$\Leftrightarrow \log[(x-2)(x-3)] = \log 2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (L) \\ x = 4 (N) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$

b) $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x = 0$

$$\Leftrightarrow 12 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x - 35 \cdot \left(\frac{6}{4}\right)^x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 35 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2; x = -1$

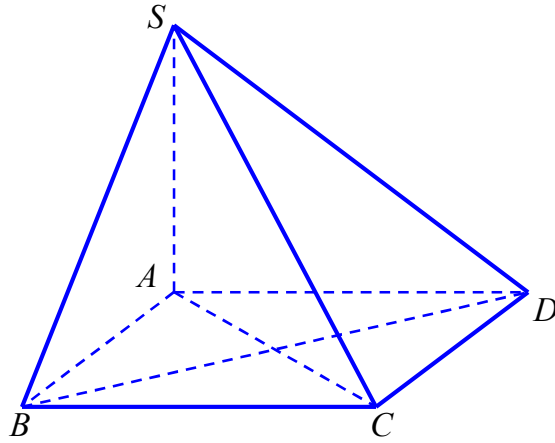
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật biết $AD = 2a$, $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và đáy là 45° .

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

b) Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Lời giải

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ SC \cap (ABCD) = C \end{cases} \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên

$$(ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 45^\circ.$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } B \text{ nên } AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Xét } \Delta SAC \text{ vuông tại } A \text{ ta có } SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = AC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3} \text{ (đvtt)}.$$

b) Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B .

Tương tự ΔSCD vuông tại D .

Khi đó, các đỉnh A, B, D cùng nhìn SC dưới một góc vuông $\Rightarrow SC$ là đường kính của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Nên bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu } (S) \text{ là } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{5\pi a^3 \sqrt{10}}{3}.$$