

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực đại bằng

- A. 1. B. -2. C. -1. D. 2.

Câu 2: Thể tích của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương cạnh $2\sqrt{2}$ bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{256\pi}{3}$. D. $8\pi\sqrt{6}$.

Câu 3: Diện tích toàn phần của hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a bằng

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $\frac{\pi a^2}{2}$. D. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABC$ có ba cạnh SA, SB, SC cùng có độ dài bằng a và vuông góc với nhau từng đôi một. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. a^3 .

Câu 6: Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B cố định. Xét điểm M di động luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Hỏi điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau?

- A. Mặt cầu. B. Mặt nón. C. Mặt trụ. D. Mặt phẳng.

Câu 7: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là

- A. $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$. B. $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \log_2 x$. Xét các phát biểu

- (1) Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
(2) Hàm số $y = \log_2 x$ có một điểm cực tiểu.
(3) Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ có tiệm cận.

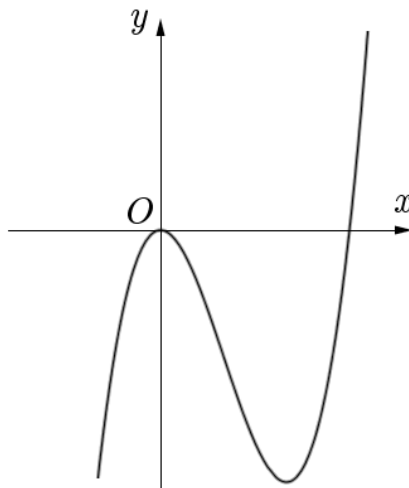
Số phát biểu đúng là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 9: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^e + e^x$.

- A. $y' = x^e \cdot \ln x + e^x$. B. $y' = x(x^{e-1} + e^{x-1})$. C. $y' = e(e^{x-1} + x^{e-1})$. D. $y' = e \cdot \ln x + x$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 4$. B. $y = \frac{3x-1}{x+2}$. C. $y = -x^3 + 3x^2$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 11: Một hình đa diện có ít nhất bao nhiêu đỉnh?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 12: Cho phương trình $\log_5(x^2 + x + 1) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có 2 nghiệm trái dấu.
 B. Phương trình có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm âm.
 C. Phương trình có 2 nghiệm âm.
 D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 13: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 1$ và đường thẳng $d: y = x + 1$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 14: Phương trình $(x^4)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 4^{\sqrt{2}}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. vô số. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 15: Các tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1, y = -1$. B. $x = 1, y = 2$. C. $x = 2, y = 1$. D. $x = -\frac{1}{2}, y = 1$.

Câu 16: Cho biểu thức $A = \log_{\sqrt{a}} a^2 + \log_{\frac{1}{2}} 4^a$ với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A = 1 + 2a$. B. $A = 4 + 2a$. C. $A = 1 - 2a$. D. $A = 4 - 2a$.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{4-x^2}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 18: Cho $P = \sqrt[3]{a \cdot a^{\frac{1}{3}}}$, $a > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = a^{\frac{11}{3}}$. B. $P = a^{\frac{2}{3}}$. C. $P = a^2$. D. $P = a^{\frac{1}{9}}$.

Câu 19: Bất phương trình $\left(\frac{e}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

- A. $x < -4$. B. $x \geq -4$. C. $x \leq -4$. D. $x > -4$.

Câu 20: Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x}$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; \frac{1}{2})$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

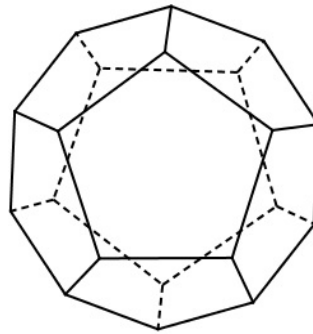
Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+		-	0	+	
y	$-\infty$	↗ 2		↘ -1		↗ $+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 1.
 B. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên \mathbb{R} bằng 0.
 C. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có một cực trị.
 D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên \mathbb{R} bằng -1.

Câu 22: Khối mười hai mặt đều (hình vẽ dưới đây) là khối đa diện đều loại



- A. $\{3; 4\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{4; 3\}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; \frac{1}{2}]$. Tính tích $M.m$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{21}{2}$. C. -3. D. 0.

Câu 24: Cho hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đã cho bằng

- A. $8a^2$. B. $10a^2$. C. $9a^2$. D. $4a^2$.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x - 1| \left(\frac{1}{3}x^2 - 2|x| + 3 \right)$ với trục hoành là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ bằng

- A. 6. B. 3. C. $1 - \log_2 3$. D. $1 + \log_2 3$.

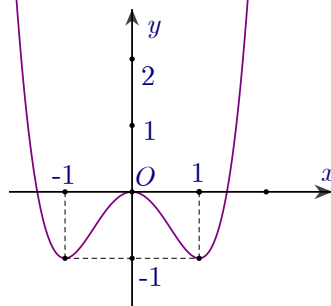
Câu 27: Hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng -2?

- A. $y = 2^x - 2$. B. $y = x^3 - 10$. C. $y = \sqrt{x+2} - 2$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 28: Cắt một khối nón bởi mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có diện tích bằng 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Khối nón có diện tích đáy bằng 8π .
- B. Khối nón có diện tích xung quanh bằng $16\pi\sqrt{2}$.
- C. Khối nón có độ dài đường sinh bằng 4.
- D. Khối nón có thể tích bằng $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



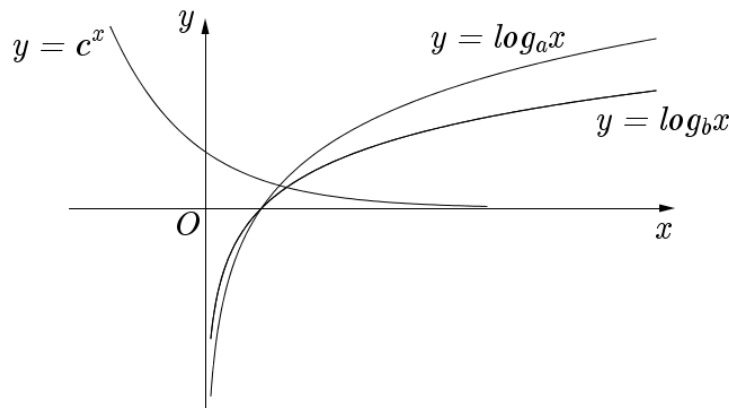
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 30: Thể tích của khối bát diện đều cạnh a bằng

- A. $2\sqrt{2}a^3$.
- B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.
- C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.
- D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = c^x$ (với a, b, c là các số dương khác 1) có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $b > a > c$.
- B. $c > b > a$.
- C. $a > b > c$.
- D. $c > a > b$.

Câu 32: Phương trình $3 \cdot 9^x - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. 1.
- B. -1.
- C. $\log_{\frac{3}{2}} \frac{7}{3}$.
- D. $\frac{7}{3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x^4 + 3}{x}$ có giá trị cực đại y_1 và giá trị cực tiểu y_2 . Giá trị của $S = y_1 - y_2$ bằng

- A. $S = 0$.
- B. $S = 8$.
- C. $S = -8$.
- D. $S = -2$.

Câu 34: Cho mặt nón có chiều cao $h = 6$, bán kính đáy $r = 3$. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ đặt trong mặt nón sao cho trục của mặt nón đi qua tâm hai đáy của hình lập phương, một đáy của hình lập phương nằm trong cùng một mặt phẳng với đáy của hình trụ, các đỉnh của đáy còn lại thuộc các đường sinh của hình nón. Độ dài đường chéo của hình lập phương bằng

- A. $6\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. D. $6(\sqrt{2}-1)$.

Câu 35: Đồ thị của hàm số nào sau đây có ba tiệm cận?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y = \frac{x}{x^2 - 2x}$. C. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x}$.

Câu 36: Gọi giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = x \cdot \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$ lần lượt là m và M . Tích $M \cdot m$ bằng

- A. $\frac{-2}{e}$. B. -1 . C. $2e$. D. 1 .

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ thay đổi, tất cả các cạnh còn lại có độ dài a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD trong trường hợp thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

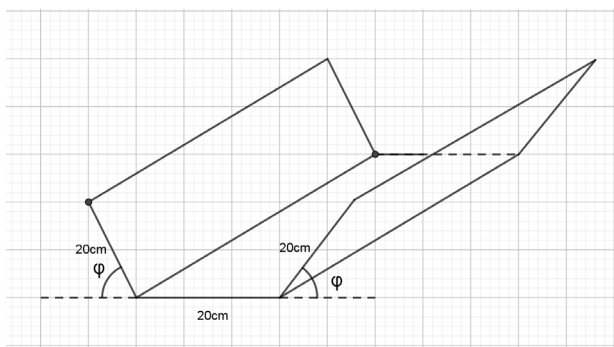
Câu 38: Phương trình $e^x - e^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có nghiệm trong khoảng nào sau đây?

- A. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x + m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu.

- A. $-2 < m < 2$. B. $m \in \{-2; 2\}$. C. $m < -2$ hoặc $m > 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 40: Bạn Nam làm một cái máng thoát nước mưa, mặt cắt là hình thang cân có độ dài hai cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20cm, thành máng nghiêng với mặt đất một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Bạn Nam phải nghiêng thành máng một góc trong khoảng nào sau đây để lượng nước mưa thoát được là nhiều nhất?



- A. $[50^\circ; 70^\circ)$. B. $[10^\circ; 30^\circ)$. C. $[30^\circ; 50^\circ)$. D. $[70^\circ; 90^\circ)$.

Câu 41: Cho phương trình $\log_4(x^2 - 4x + 4) + \log_{16}(x + 4)^4 - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m \in \emptyset$ B. $-2\log_2 3 < m < 2\log_2 3$
C. $m > -2\log_2 3$. D. $m < 2\log_2 3$.

Câu 42: Theo thống kê dân số năm 2017, mật độ dân số của Việt Nam là 308 người/km² và mức tăng trưởng dân số là 1.03% / năm. Với mức tăng trưởng như vậy, tới năm bao nhiêu mật độ dân số Việt Nam đạt 340 người/km²?

- A. Năm 2028. B. Năm 2025. C. Năm 2027. D. Năm 2026.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt mà tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau?

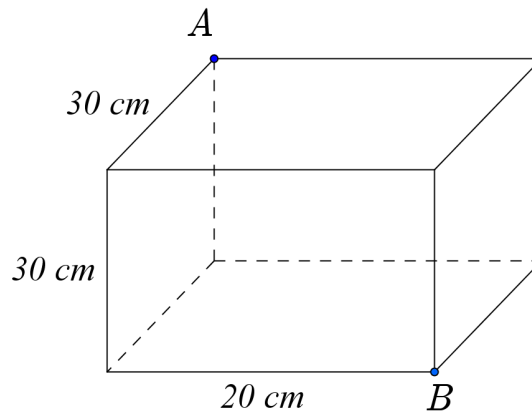
A. vô số.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 44: Một khối gỗ hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là 30 cm, 20 cm và 30 cm (như hình vẽ)



Một con kiến xuất phát từ điểm A muốn tới điểm B thì quãng đường ngắn nhất nó phải đi dài bao nhiêu cm?

A. $10\sqrt{34}$ cm.

B. $30 + 10\sqrt{14}$ cm.

C. $10\sqrt{22}$ cm.

D. $20 + 30\sqrt{2}$ cm.

Câu 45: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = \sqrt{6}$, $AB = 3$. Diện tích của mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{108\pi}{5}$.

B. $\frac{54\pi}{5}$.

C. 60π .

D. 18π .

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 2$, $AD = 4$; mặt bên SAD nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có diện tích bằng 6. Thể tích khối $S.BCD$ bằng

A. 1.

B. 6.

C. 18.

D. 2.

Câu 47: Phương trình $|x|^3 - 3x^2 - m^2 = 0$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 3 nghiệm.

B. 4 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 6 nghiệm.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh AB . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$ bằng

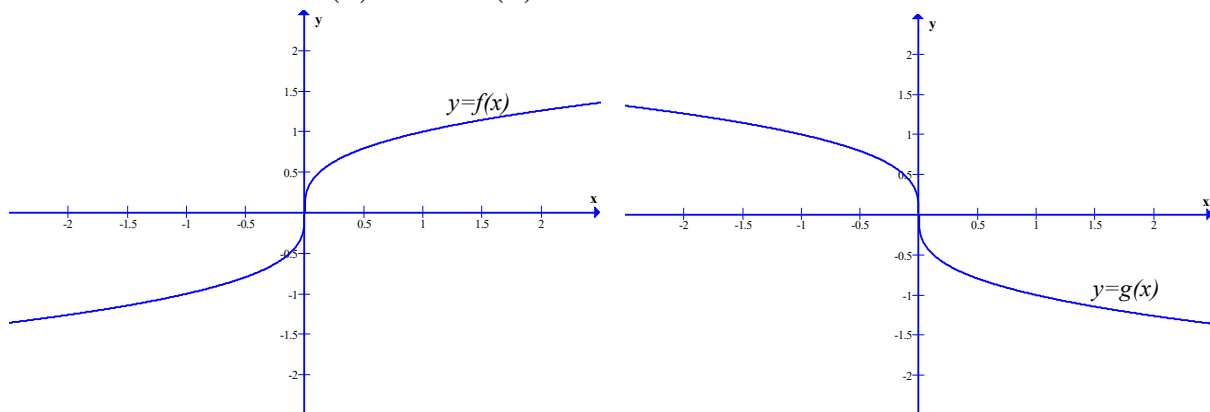
A. $12\pi a^2$.

B. $11\pi a^2$.

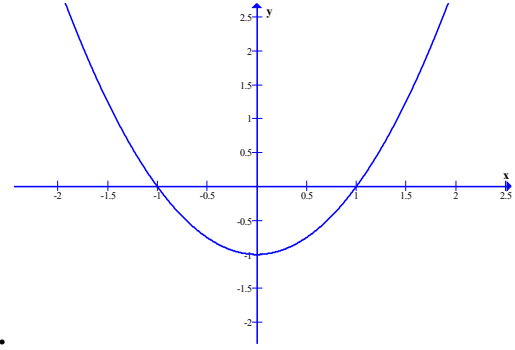
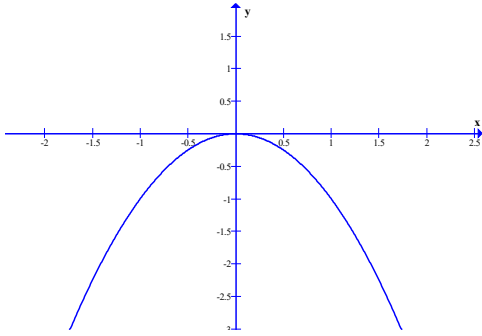
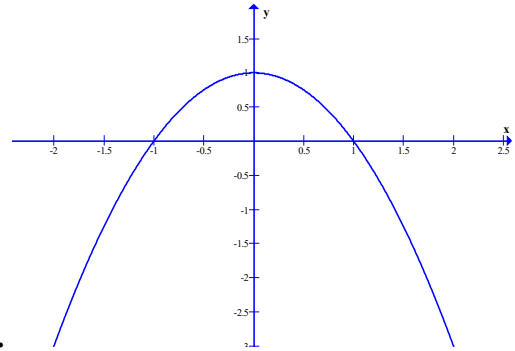
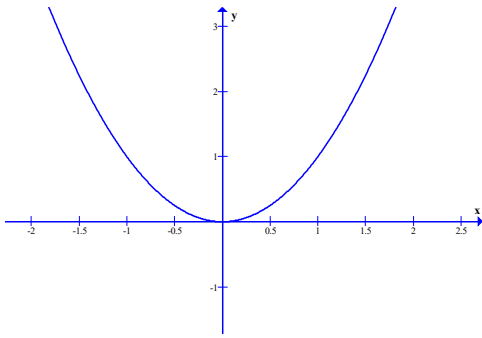
C. $14\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị lần lượt như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = f(x).g(x)$ là đồ thị nào sau đây?



Câu 50: Biết rằng phương trình $5^{2x+\sqrt{1-2x}} - m.5^{1-\sqrt{1-2x}} = 4.5^x$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [a;b]$, với m là tham số. Giá trị của $b - a$ bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. 9.

C. 1.

D. $\frac{1}{5}$.

----- **HẾT** -----

Câu 1. [2D1-2.2-2] Hàm số $y = x^3 - 3x$ có giá trị cực đại bằng

A. 1.

B. -2.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập BBT, ta suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại bằng 2

Câu 2. [2H2-3.3-3] Thể tích của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương cạnh $2\sqrt{2}$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

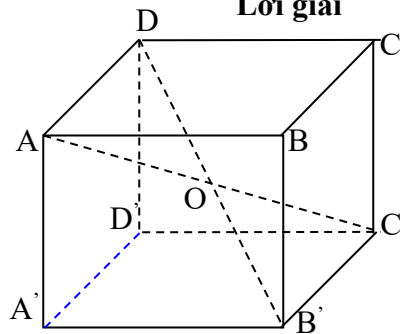
B. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{256\pi}{3}$.

D. $8\pi\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao các đường chéo của hình lập phương. Gọi H là trung điểm của cạnh AA' . Ta có $OH = \frac{1}{2}AC = 2$. Vậy mặt cầu tiếp xúc với 12 cạnh của hình lập phương là mặt cầu có tâm

O là trung điểm của đường chéo AC' và bán kính $R = OH = 2$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi.$$

Câu 3. [2H2-2.2-1] Diện tích toàn phần của hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a bằng

A. πa^2 .

B. $2\pi a^2$.

C. $\frac{\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên $l = a, r = \frac{a}{2}$

$$\Rightarrow S_p = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi \frac{a}{2} \cdot a + 2\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}\pi a^2.$$

Câu 4. [2D1-1.4-1] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 5. [2H1-2.1-1] Cho khối chóp $S.ABC$ có ba cạnh SA, SB, SC cùng có độ dài bằng a và vuông góc với nhau từng đôi một. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{6}$

Câu 6. [2H3-1.0-1] Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B cố định. Xét điểm M di động luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Hỏi điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau?

A. Mặt cầu.

B. Mặt nón.

C. Mặt trụ.

D. Mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M luôn thuộc mặt cầu tâm O là trung điểm của AB .

Câu 7. [2D2-6.1-1] Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là:

A. $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

B. $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

D. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{2}{3}; 4\right).$$

$$\text{Khi đó } \log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x) \Leftrightarrow 3x-2 < 4-x \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm bất phương trình là } S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 8. [2D2-4.10-2] Cho hàm số $y = \log_2 x$. Xét các phát biểu

(1) Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(2) Hàm số $y = \log_2 x$ có một điểm cực tiểu.

(3) Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ có tiệm cận.

Số phát biểu đúng là:

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

$y' = \frac{1}{x \ln 2} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và hàm

số $y = \log_2 x$ không có điểm cực tiểu.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ có tiệm cận đứng là $x = 0$.

Câu 9. [2D2-2.2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = x^e + e^x$.

A. $y' = x^e \cdot \ln x + e^x$.

B. $y' = x(x^{e-1} + e^{x-1})$.

C. $y' = e(e^{x-1} + x^{e-1})$.

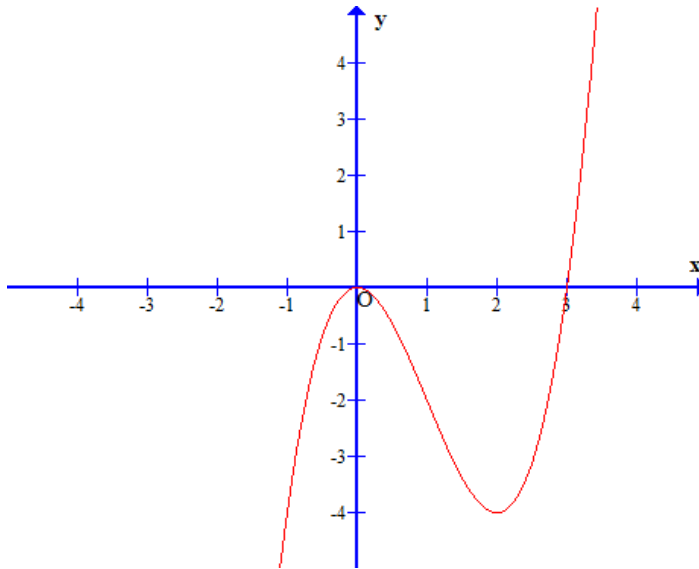
D. $y' = e \cdot \ln x + x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = e \cdot x^{e-1} + e^x = e(x^{e-1} + e^{x-1})$.

Câu 10. [2D1-5.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 4$. B. $y = \frac{3x-1}{x+2}$. C. $y = -x^3 + 3x^2$. **D. $y = x^3 - 3x^2$.**

Lời giải

Chọn D

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đồ thị hàm số là đồ thị hàm bậc 3 nên loại A; B . Có hình dáng đồ thị hướng lên trên. Vậy đồ thị là đồ thị hàm $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 11. [1H1-1.2-1] Một hình đa diện có ít nhất bao nhiêu đỉnh?

- A. 6 B. 3 . C. 5 . **D. 4 .**

Lời giải

Chọn D

Trong không gian tồn tại 4 điểm không đồng phẳng nên hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh.

Câu 12. [2D2-6.1-2] Cho phương trình $\log_5(x^2 + x + 1) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Phương trình có 2 nghiệm trái dấu.**
 B. Phương trình có một nghiệm bằng 0 và một nghiệm âm .
 C. Phương trình có hai nghiệm âm.
 D. Phương trình vô nghiệm .

Lời giải

Chọn A

$$\log_5(x^2 + x + 1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 > 0 (ld) \\ x^2 + x + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + x - 4 = 0$$

Phương trình $x^2 + x - 4 = 0$ có $a.c < 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.

Câu 13. [2D1-6.1-1] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 1$ và đường thẳng $d : y = x + 1$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 1$ và đường thẳng $d: y = x + 1$ là nghiệm

$$\text{của phương trình: } x^3 - 4x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$$

Câu 14. [2D2-1.3-2] Phương trình $(x^4)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 4^{\sqrt{2}}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. vô số.

B. 3.

C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x \neq 0$

$$(x^4)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 4^{\sqrt{2}} \Leftrightarrow (x^2)^{\sqrt{2}} = 4^{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Câu 15. [2D1-4.1-1] Các tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = 1, y = -1$.B. $x = 1, y = 2$.C. $x = 2, y = 1$.D. $x = -\frac{1}{2}, y = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$$

\Rightarrow Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là: } y = 2$$

Câu 16. [2D2-3.1-2] Cho biểu thức $A = \log_{\sqrt{a}} a^2 + \log_{\frac{1}{2}} 4^a$ với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = 1 + 2a$.B. $A = 4 + 2a$.C. $A = 1 - 2a$.D. $A = 4 - 2a$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } A = \log_{\sqrt{a}} a^2 + \log_{\frac{1}{2}} 4^a = \log_{\frac{1}{a^2}} a^2 + \log_{2^{-1}} 4^a = 4 \log_a a - a \log_2 4 = 4 - 2a.$$

Câu 17. [2D1-4.2-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{4-x^2}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ làm TCN.

Và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số nhận hai đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$ làm

TCĐ.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Câu 18. [2D2-1.2-1] Cho $P = \sqrt[3]{a} \cdot a^{\frac{1}{3}}$, $a > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P = a^{\frac{11}{3}}$.

B. $P = a^{\frac{2}{3}}$.

C. $P = a^2$.

D. $P = a^{\frac{1}{9}}$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có $P = \sqrt[3]{a} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 19. Bất phương trình $\left(\frac{e}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

A. $x < -4$.

B. $x \geq -4$.

C. $x \leq -4$.

D. $x > -4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{e}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x+3} \Leftrightarrow x-1 \leq 2x+3 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Câu 20. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x}$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

+ TXĐ: $D = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

+ $y' = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (loại).

+ $y' < 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	\parallel	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

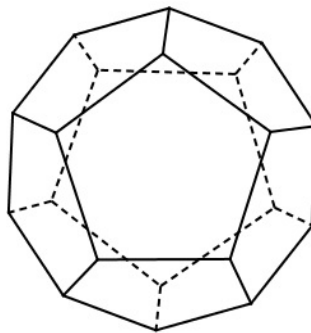
- A.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên một khoảng có độ dài bằng 1.
- B.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên \mathbb{R} bằng 0.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ chỉ có một điểm cực trị.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên \mathbb{R} bằng -1 .

Lời giải

Chọn A.

- + Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} .
- + Hàm số có 2 điểm cực trị.
- + Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ có độ dài bằng 1.

Câu 22. Khối mười hai mặt đều (hình vẽ dưới đây) là khối đa diện đều loại.



- A.** $\{3;4\}$.
- B.** $\{3;5\}$.
- C.** $\{5;3\}$.
- D.** $\{4;3\}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo định nghĩa: khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại $\{5;3\}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Tính tích $M.m$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{21}{2}$.

C. -3 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn B.

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in \left[-1; \frac{1}{2}\right] \\ x = 2 \notin \left[-1; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

$$y(-1) = -\frac{7}{2}; y(0) = -3; y\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2}$$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $M = -3$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = -\frac{7}{2}$.

$$\text{Vậy: tích } M.m = -3 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{21}{2}$$

Câu 24. Cho hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đã cho bằng.

A. $8a^2$.

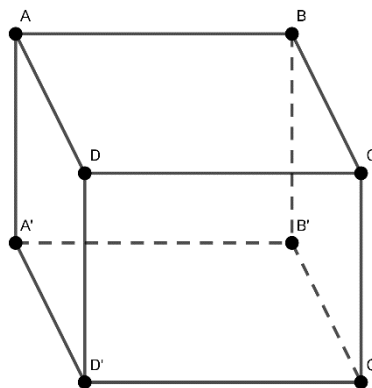
B. $10a^2$.

C. $9a^2$.

D. $4a^2$.

Lời giải

Chọn A.



$$S_{ADD'A'} = S_{ABB'A'} = S_{BCC'B'} = S_{CDD'C'} = 2a^2$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = 4S_{ADD'A'} = 4 \cdot 2a^2 = 8a^2$$

Câu 25. [2D1-6.1-2] Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x-1|\left(\frac{1}{3}x^2 - 2|x| + 3\right)$ với trục hoành là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ

$$|x-1|\left(\frac{1}{3}x^2 - 2|x| + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = 0 \\ \frac{1}{3}x^2 - 2|x| + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \\ \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = 0 \ (x \geq 0) \\ \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = 0 \ (x < 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 26. [2D2-5.6-1] Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. $1 - \log_2 3$.

D. $1 + \log_2 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ bằng 3.

Câu 27. [2D1-3.5-2] Hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng -2 ?

A. $y = 2^x - 2$.

B. $y = x^3 - 10$.

C. $y = \sqrt{x+2} - 2$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;2]} y = y(0) = -2.$$

Câu 28. [2H2-1.1-2] Cắt một khối nón bởi mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có diện tích bằng 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Khối nón có diện tích đáy bằng 8π .

B. Khối nón có diện tích xung quanh bằng $16\pi\sqrt{2}$.

C. Khối nón có độ dài đường sinh bằng 4.

D. Khối nón có thể tích bằng $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

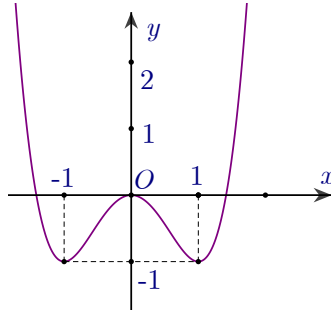
Chọn B

Gọi r, l, h thứ tự là bán kính đáy, độ dài đường sinh, chiều cao của khối nón. Ta có:

$$\frac{l^2}{2} = 8 \Rightarrow l = 4; \quad r = h = \frac{l}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Diện tích xung quanh của khối nón là $\pi.r.l = 8\sqrt{2}\pi$.

Câu 29. [2D1-5.1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 30. [2H1-2.3-2] Thể tích của khối bát diện đều cạnh a bằng

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

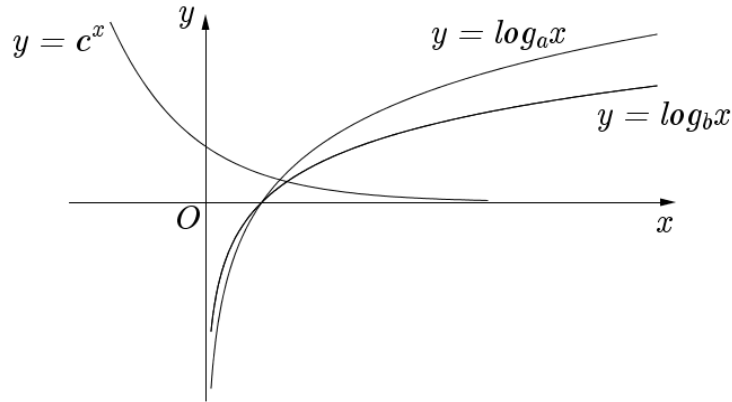
Lời giải

Chọn D

Chiều cao của khối chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng a là: $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Thể tích khối bát diện đều cạnh a là: $V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 31. [2D2-4.7-2] Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = c^x$ (với a, b, c là các số thực dương và khác 1) có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b > a > c$.

B. $c > b > a$.

C. $a > b > c$.

D. $c > a > b$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ, ta có

$$0 < c < 1,$$

$a > 1, b > 1$ và $a < b$ nên $1 < a < b$.

Do đó $0 < c < 1 < a < b$.

Câu 32. [2D2-5.2-2] Phương trình $3 \cdot 9^x - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\log_{\frac{3}{2}} \frac{7}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3 \cdot 9^x - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + 2 = 0.$$

$$\text{Suy ra } \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x_2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{x_1+x_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = -1.$$

Câu 33. [2D1-2.6-2] Cho hàm số $y = \frac{x^4 + 3}{x}$ có giá trị cực đại y_1 và giá trị cực tiểu y_2 . Giá trị của

$S = y_1 - y_2$ bằng

A. $S = 0$.

B. $S = 8$.

C. $S = -8$.

D. $S = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = \frac{x^4 + 3}{x} = x^3 + \frac{3}{x} \Rightarrow y' = 3x^2 - \frac{3}{x^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - \frac{3}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$y'' = 6x + \frac{6}{x^3}.$$

$y''(1) = 12 > 0$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu. Suy ra $y_2 = y(1) = 4$.

$y''(-1) = -12 < 0$ nên $x = -1$ là điểm cực đại. Suy ra $y_1 = y(-1) = -4$.

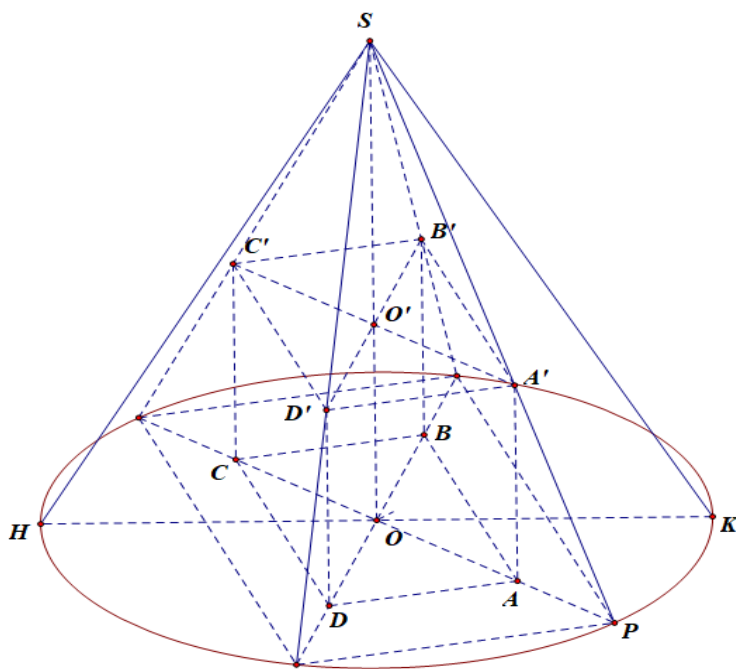
Do đó $S = y_1 - y_2 = -4 - 4 = -8$.

Câu 34. [2H2-4.1-3] Cho mặt nón có chiều cao $h=6$, bán kính đáy $r=3$. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ đặt trong mặt nón sao cho trục của mặt nón đi qua tâm hai đáy của hình lập phương, một đáy của hình lập phương nằm trong cùng một mặt phẳng với đáy của hình trụ, các đỉnh của đáy còn lại thuộc các đường sinh của hình nón. Độ dài đường chéo của hình lập phương bằng

- A. $6\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. D. $6(\sqrt{2}-1)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi x là cạnh của hình lập phương ($x > 0$).

Xét tam giác SOP có $O'A' \parallel OP$.

$$\text{Suy ra } \frac{SO'}{SO} = \frac{O'A'}{OP} \Leftrightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{3} \Leftrightarrow 6-x = x\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 6\sqrt{2} - 6.$$

Vậy đường chéo của hình lập phương là $6\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)$.

Câu 35. [2D1-4.6-2] Đồ thị của hàm số nào sau đây có ba tiệm cận?

- A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y = \frac{x}{x^2 - 2x}$. C. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x} = 0, \text{ suy ra tiệm cận ngang } y = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}(x-2)} = -\infty, \text{ tiệm cận đứng } x = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x} = +\infty, \text{ suy ra tiệm cận đứng } x = 2.$$

- Câu 36.** [2D1-3.4-2] Gọi giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = x \cdot \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$ lần lượt là m và M . Tích $M \cdot m$ bằng
- A. $\frac{-2}{e}$. **B. -1 .** C. $2e$. D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

$$y' = \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \in (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}; f\left(\frac{1}{e^2}\right) = -\frac{2}{e^2}; f(e) = e.$$

$$\text{Suy ra } m = -\frac{1}{e}; M = e.$$

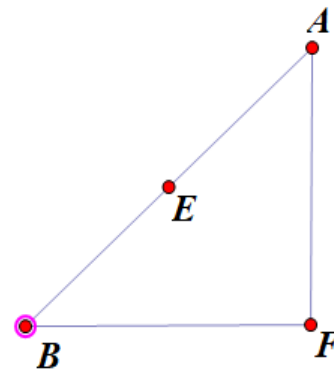
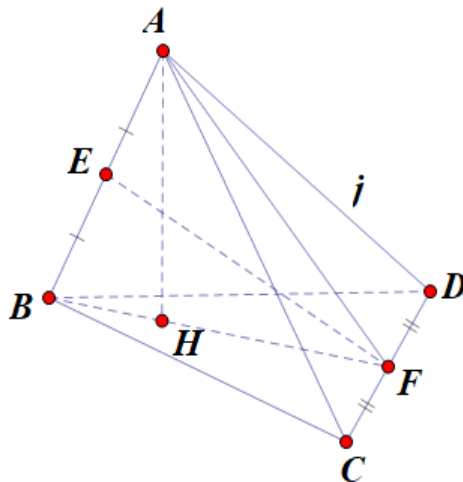
$$\text{Vậy } M \cdot m = -1.$$

- Câu 37.** [2H1-5.1-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ thay đổi, tất cả các cạnh còn lại có độ dài a . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD trong trường hợp thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.** C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Ta chứng minh được $CD \perp (ABF)$. Dựng

$$AH \perp BF \Rightarrow AH \perp (BCD). \text{ Do tam giác } ACD \text{ đều cạnh bằng } a \text{ nên đường cao } AF = a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH \cdot dt(BCD)$ mà $dt(BCD) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ nên thể tích V_{ABCD} lớn nhất khi và chỉ khi AH lớn nhất. Do $AH \perp FH$ nên $AH \leq AF$. Vậy V_{ABCD} lớn nhất khi tam giác $H \equiv F \Rightarrow AF \perp BF$. Khi đó khoảng cách giữa AB và CD là $EF = \frac{AF}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 38. [2D2-5.5-2] Phương trình $e^x - e^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có nghiệm trong khoảng nào sau đây?

- A.** $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. **C.** $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Sử dụng máy tính được nghiệm trong khoảng $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 39. [2D1-5.5-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x + m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu.

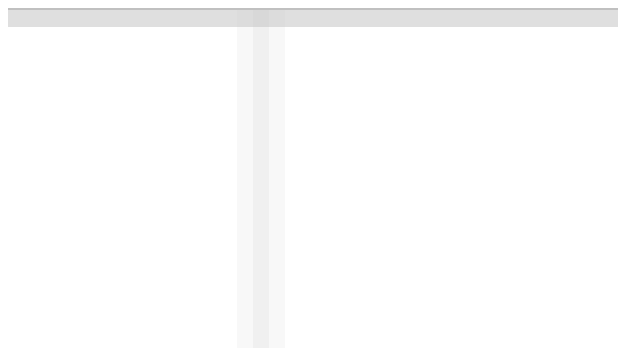
- A.** $-2 < m < 2$. **B.** $m \in \{-2; 2\}$. **C.** $m < -2$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y_{CD} = m + 2, y_{CT} = m - 2$. Từ đó giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 40. [2H1-3.10-4] Bạn Nam làm một cái máng thoát nước mưa, mặt cắt là hình thang cân có độ dài hai cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm, thành máng nghiêng với mặt đất một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Bạn Nam phải nghiêng thành máng một góc trong khoảng nào sau đây để lượng nước mưa thoát được là nhiều nhất?



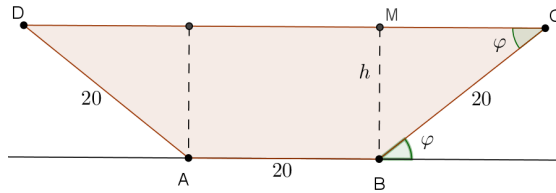
- A.** $[50^\circ; 70^\circ)$. **B.** $[10^\circ; 30^\circ)$. **C.** $[30^\circ; 50^\circ)$. **D.** $[70^\circ; 90^\circ)$.

Lời giải

Chọn A.

Máng nước có dạng hình lăng trụ, đáy là hình thang cân có thể tích: $V = B.h$

Máng nước thoát được nhiều nước nhất nếu đáy hình thang có diện tích lớn nhất.



Ta có :

Chiều cao của hình thang : $h = 20.\sin \varphi$ và $CM = 20.\cos \varphi$.

Đáy lớn của hình thang : $CD = 20 + 2.(20 \cos \varphi) = 20 + 40.\cos \varphi$.

Diện tích hình thang :

$$S = \frac{1}{2}(AB + CD).h = \frac{1}{2}[20 + (20 + 40.\cos \varphi)].20 \sin \varphi = 400(1 + \cos \varphi).\sin \varphi = 1600.\frac{t}{(1+t^2)^2}$$

Với $t = \tan \frac{\varphi}{2}$ và $0 < t < 1$.

Xét hàm số : $f(t) = \frac{t}{(1+t^2)^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{-3t^4 - 2t^2 + 1}{(1+t^2)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}} \in (0;1)$.

Bảng xét dấu :

t	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	↗		↘

Vậy $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \varphi = 60^\circ$.

Suy ra : diện tích hình thang lớn nhất $\Leftrightarrow \varphi = 60^\circ$.

Câu 41. [2D2-5.8-4] Cho phương trình $\log_4(x^2 - 4x + 4) + \log_{16}(x + 4)^4 - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m \in \emptyset$

B. $-2 \log_2 3 < m < 2 \log_2 3$

C. $m > -2 \log_2 3$.

D. $m < 2 \log_2 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\log_4(x^2 - 4x + 4) + \log_{16}(x + 4)^4 - m = 0 \Leftrightarrow \log_4(x - 2)^2 + \log_{4^2}(x + 4)^4 - m = 0(*)$

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -4 \end{cases} .$$

Khi đó :

$$(*) \Leftrightarrow \log_4(x-2)^2 + \log_4(x+4)^2 - m = 0 \Leftrightarrow \log_4(x^2 + 2x - 8)^2 = m \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 8)^2 = 4^m$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x - 8)^2 = (2^m)^2 \Leftrightarrow |x^2 + 2x - 8| = 2^m (**).$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 8$.

$$\Rightarrow f'(x) = 2x + 2 . f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x) = x^2 + 2x - 8$	$+\infty$	0	$+\infty$

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số : $f(x) = |x^2 - 2x - 8|$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x) = x^2 + 2x - 8 $	$+\infty$	0	$+\infty$

Để phương trình (***) có 4 nghiệm phân biệt thì $0 < 2^m < 9 \Leftrightarrow m < 2\log_2 3$.

Vậy $m \in (-\infty; 2\log_2 3)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42. [2D2-4.6-2] Theo thống kê dân số năm 2017 , mật độ dân số của Việt Nam là 308 người/km² và mức tăng trưởng dân số là 1.03% / năm. Với mức tăng trưởng như vậy, tới năm bao nhiêu mật độ dân số Việt Nam đạt 340 người/km²?

A. Năm 2028 .

B. Năm 2025 .

C. Năm 2027 .

D. Năm 2026 .

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức tăng trưởng dân số : $S = Ae^{ni}$.

Ta có : $340 = 308 \cdot e^{n \cdot 1.03\%} \Leftrightarrow e^{n \cdot 1.03\%} = \frac{85}{77} \Leftrightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{85}{77}\right)}{1.03\%} \approx 9.6$ (năm)

Câu 43. [2D1-6.3-3] Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt mà tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau?

A. Vô số.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+3}{x-2} = 2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-6)x - 2m - 3 = 0 (*) \\ x \neq 2 \end{cases}$

Do $\begin{cases} \Delta_{(*)} = m^2 + 4m + 60 > 0, \forall m \\ 2 \cdot 2^2 + (m-6) \cdot 2 - 2m - 3 \neq 0 \end{cases}$ nên đường thẳng $d: y = 2x + m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt (Giả sử hoành độ giao điểm lần lượt là x_1, x_2).

Ta có: $y' = \frac{-7}{(x-2)^2}$

Theo yêu cầu bài toán: $y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow \frac{-7}{(x_1-2)^2} = \frac{-7}{(x_2-2)^2}$

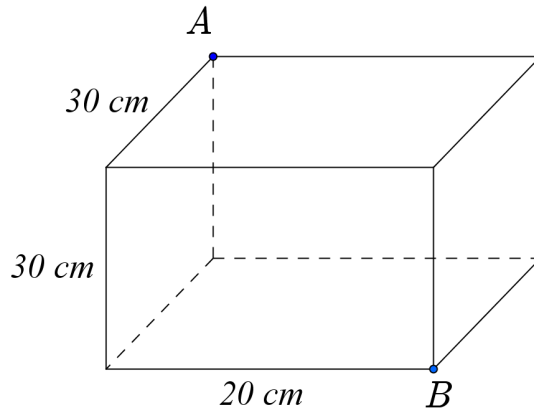
$\Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 - 4(x_1 - x_2) = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 + x_2 = 4 \Leftrightarrow \frac{6-m}{2} = 4 \Leftrightarrow m = -2 \end{cases}$

Loại $x_1 = x_2$ (Không xảy ra do yêu cầu bài toán đường thẳng phải cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt).

Từ đó ta tìm được duy nhất một giá trị của m .

Câu 44. [2H1-6.1-2] Một khối gỗ hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là $30(cm)$; $20(cm)$ và $30(cm)$ (như hình vẽ)

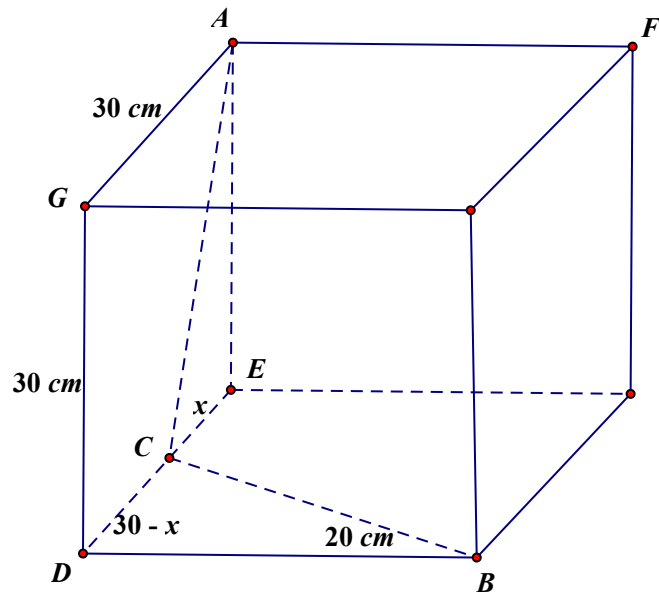


Một con kiến xuất phát từ điểm A muốn tới điểm B thì quãng đường ngắn nhất nó phải đi dài bao nhiêu cm ?

- A.** $10\sqrt{34}(cm)$. **B.** $30+10\sqrt{14}(cm)$. **C.** $10\sqrt{22}(cm)$. **D.** $20+30\sqrt{2}(cm)$.

Lời giải

Chọn A.



Giả sử đường đi của con kiến là $A-C-B$ (hình vẽ).

Đặt $CE = x; x \in [0; 30]$. Độ dài đường đi

$$y = AC + CB = \sqrt{30^2 + x^2} + \sqrt{20^2 + (30-x)^2} \geq \sqrt{(30+20)^2 + (x+30-x)^2} = \sqrt{50^2 + 30^2} = 10\sqrt{34}$$

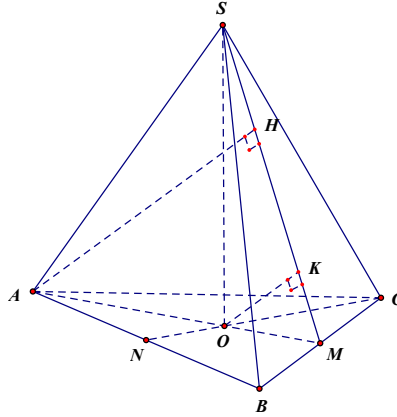
Dấu bằng khi $20 \cdot x = 30 \cdot (30-x) \Leftrightarrow x = 18 \text{ cm}$.

Câu 45. [2H2-3.2-3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = \sqrt{6}$, $AB = 3$. Diện tích của mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) bằng

- A.** $\frac{108\pi}{5}$. **B.** $\frac{54\pi}{5}$. **C.** 60π . **D.** 18π .

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là tâm đáy. Ta có: $SO \perp (ABC)$ và $SO = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{3}$

Dựng $OK \perp SM$. Suy ra $OK \perp (SBC)$; $OM = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$d(O; (SBC)) = OK = \frac{\sqrt{OM^2 \cdot SO^2}}{\sqrt{OM^2 + SO^2}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4} \cdot 3}{\frac{3}{4} + 3}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\frac{d(A; (SBC))}{d(O; (SBC))} = \frac{AM}{OM}. \text{ Suy ra: } R = d(A; (SBC)) = \frac{AM}{OM} \cdot OK = 3 \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{3\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{Diện tích mặt cầu: } S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{3\sqrt{15}}{5}\right)^2 = \frac{108\pi}{5}.$$

Câu 46. [2H1-2.2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 2, AD = 4$. Mặt bên (SAD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có diện tích bằng 6. Thể tích $S.BCD$ bằng:

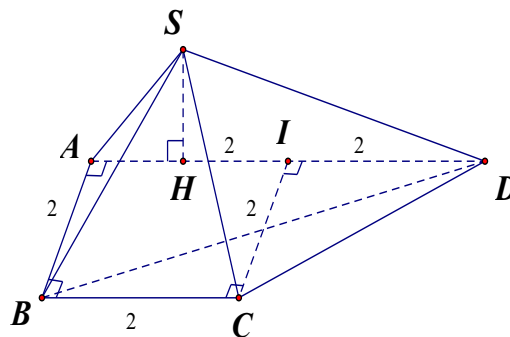
A. 1.

B. 6.

C. 18.

D. 2.

Lời giải



Chọn D.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AD . Suy ra, $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (BCD)$.

$$SH = \frac{2 \cdot S_{ACD}}{AD} = \frac{2 \cdot 6}{4} = 3.$$

Gọi I là trung điểm của AD nên $S_{BCD} = S_{ICD} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Thể tích $S.BCD$ là: $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2$.

Câu 47. [2D1-6.3-3] Phương trình $|x|^3 - 3x^2 - m^2 = 0$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 3 nghiệm.

B. 4 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 6 nghiệm.

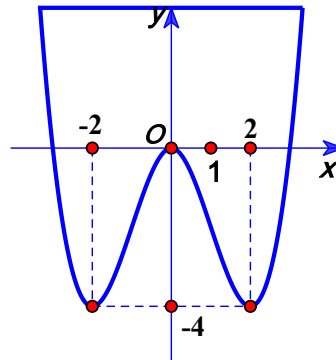
Lời giải

Chọn A.

$$|x|^3 - 3x^2 - m^2 = 0 \Leftrightarrow |x|^3 - 3|x|^2 = m^2 \quad (*)$$

Số nghiệm phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x|^3 - 3|x|^2$ và $y = m^2$.

Đồ thị hàm số $y = |x|^3 - 3|x|^2$ là:



$$\text{TH1: } (*) \text{ có 2 nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = -4 \\ m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

$$\text{TH2: } (*) \text{ có 4 nghiệm} \Leftrightarrow -4 < m^2 < 0 \text{ (Vô lý).}$$

$$\text{TH3: } (*) \text{ có 3 nghiệm} \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Do đó phương trình $|x|^3 - 3x^2 - m^2 = 0$ có nhiều nhất 3 nghiệm thực.

Câu 48. [2H2-3.5-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh AB . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$ bằng

A. $12\pi a^2$.

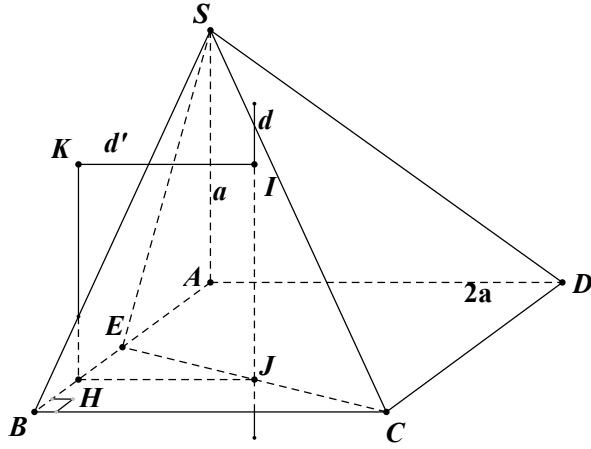
B. $11\pi a^2$.

C. $14\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C.



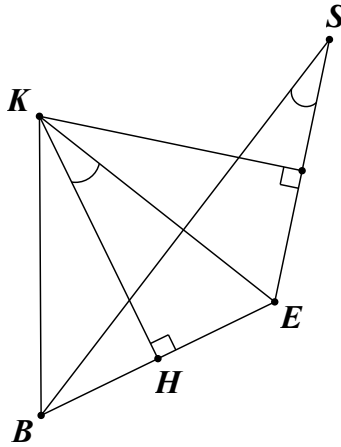
- Dựng trục đường tròn ngoại tiếp ΔBCE (Đường thẳng d qua trung điểm J của EC và vuông góc với $mp(BCE)$).

- Dựng tâm K của đường tròn ngoại tiếp ΔSBE , dựng trục đường tròn ngoại tiếp ΔSBE (Đường thẳng d' qua tâm K và vuông góc với $mp(SEB)$).

Gọi $I = d \cap d'$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCE$.

- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.BCE$ là: $R = IC = \sqrt{IJ^2 + JC^2}$.

- Do $IKHJ$ là hình chữ nhật nên $IJ = HK$.



Do K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSBE nên ta có $\widehat{BKE} = 2\widehat{BSE}$ (Góc ở tâm có số đo gấp hai lần góc nội tiếp cùng chắn cung BE).

$$\Rightarrow \widehat{HKE} = \widehat{BSE} = \alpha \Rightarrow KH = EH \cdot \cot \alpha = \frac{a}{2} \cdot \cot \alpha.$$

ΔSAE vuông cân tại A nên $\widehat{SEA} = \widehat{ASE} = 45^\circ$

$$\tan \widehat{BSA} = \frac{2a}{a} = 2$$

$$\text{Mà } \alpha = \widehat{BSA} - 45^\circ$$

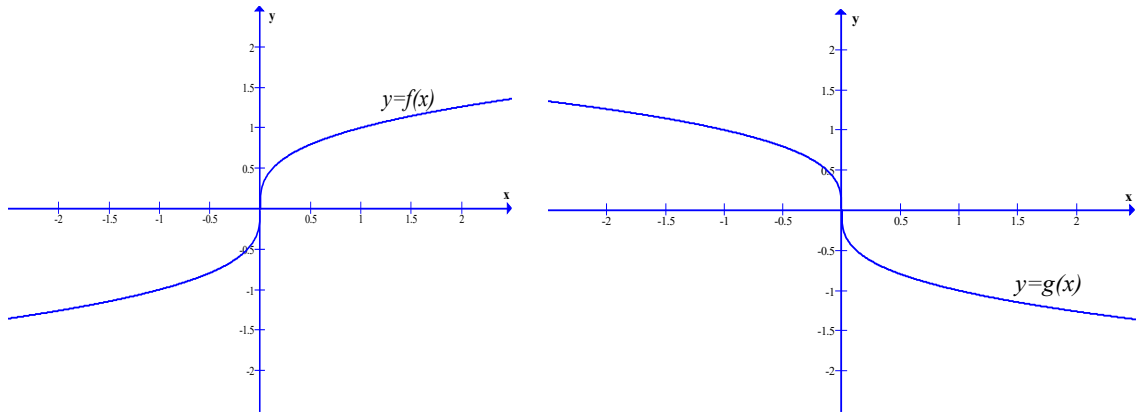
$$\tan \alpha = \tan(\widehat{BSA} - 45^\circ) = \frac{\tan \widehat{BSA} - 1}{1 + \tan \widehat{BSA}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = 3.$$

$$\Rightarrow KH = EH \cdot \cot \alpha = \frac{a}{2} \cdot 3 = \frac{3a}{2}; JC = \frac{EC}{2} = \frac{\sqrt{4a^2 + a^2}}{2} = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$$

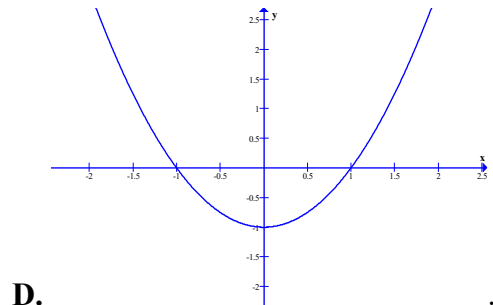
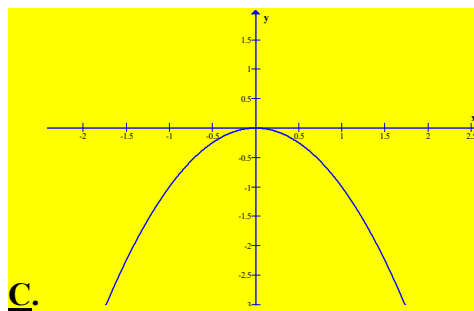
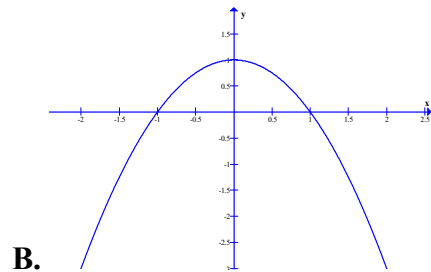
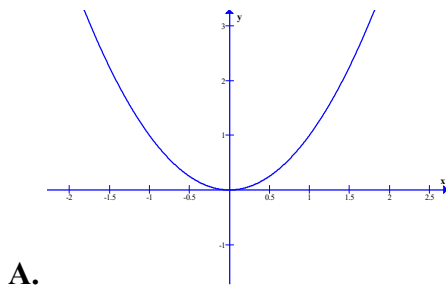
$$R = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}a.$$

$$\Rightarrow S_{mc} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 4 \cdot \pi \cdot \frac{14}{4}a^2 = 14\pi a^2.$$

Câu 49. [2D2-5.9-3] Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị lần lượt như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$ là đồ thị nào sau đây?



Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết ta có

$$\text{Khi } x \leq 0 \text{ thì } \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

$$\text{Và khi } x \geq 0 \text{ thì } \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) \cdot g(x) \leq 0.$$

Trong 4 đáp án ta thấy có đáp án C thỏa mãn.

Câu 50. [2D2-5.7-3] Biết rằng phương trình $5^{2x+\sqrt{1-2x}} - m \cdot 5^{1-\sqrt{1-2x}} = 4 \cdot 5^x$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [a; b]$, với m là tham số. Giá trị của $b - a$ bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. 9.

C. 1.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x \leq \frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương: $5^{x+\sqrt{1-2x}} - 5m \cdot 5^{-x-\sqrt{1-2x}} - 4 = 0$ (1).

Đặt $t = 5^{x+\sqrt{1-2x}}$, $t > 0$.

Phương trình đã cho trở thành: $t - \frac{5m}{t} - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t = 5m$ (2)

Xét $f(x) = x + \sqrt{1-2x}$, $\forall x \leq \frac{1}{2}$.

Với $x < \frac{1}{2}$, ta có: $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-2x}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	
y'		+	0	-
y			1	$\frac{1}{2}$

Diagram showing a curve starting from $-\infty$ at $x = -\infty$, increasing to a peak of 1 at $x = 0$, and then decreasing to $\frac{1}{2}$ at $x = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta được $f(x) \leq 1$.

Do đó $0 < t \leq 5$

Để phương trình (1) có nghiệm thì (2) phải có nghiệm trên khoảng $(0; 5]$.

Xét hàm số: $f(t) = t^2 - 4t$; $(0 < t \leq 5) \Rightarrow f'(t) = 2t - 4 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	5	
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$		0	-4	5

Diagram showing a parabola opening upwards with vertex at $(2, -4)$. The function value is 0 at $t = 0$ and $t = 5$.

Từ bảng biến thiên ta được $-4 \leq 5m \leq 5 \Leftrightarrow -\frac{4}{5} \leq m \leq 1 \Rightarrow b - a = \frac{9}{5}$.

