

**Câu 1 (3,0 điểm).** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^2 - 3$  (1), với  $m$  là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 2$ .
2. Tìm các giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số (1) có 3 điểm cực trị lập thành 3 đỉnh của một tam giác vuông.

**Câu 2 (3,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 5x + 6) = 2\log_4(x-2)^2 + 2\log_2\left(\frac{x+1}{2}\right)$ .
2. Cho phương trình  $m(\sqrt{2}-1)^x + (1+\sqrt{2})^{2x} = 3$  (2), với  $m$  là tham số thực.
  - a. Giải phương trình (2) khi  $m = 2$ .
  - b. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (2) chỉ có một nghiệm.

**Câu 3 (3,0 điểm).** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $BB' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $CC'$ .

1. Tính thể tích khối tứ diện  $A'AB'I$ .
2. Xác định tâm và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $IABC$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Giải phương trình  $\log_2 \frac{2^x - 1}{|x|} = 1 + x - 2^x$ .

----- Hết -----

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KỲ 1 – MÔN TOÁN LỚP 12 NĂM HỌC 2014 – 2015**

Câu	Đáp án	Điểm																								
<b>1.</b> <b>(3,0 điểm)</b> )	<b>1a. (2,0 điểm)</b>																									
	$m = 2, y = x^4 - 2x^2 + 1; 1. TXĐ: D = \mathbb{R}$	0,25																								
	2. Sự biến thiên: Giới hạn:...	0,25																								
	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1), y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1$	0,25																								
	Lập bảng biến thiên																									
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"><math>x</math></td> <td style="width: 20%;"><math>-\infty</math></td> <td style="width: 20%;"><math>-1</math></td> <td style="width: 20%;"><math>0</math></td> <td style="width: 20%;"><math>1</math></td> <td style="width: 10%;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td align="center">-</td> <td align="center">0</td> <td align="center">+</td> <td align="center">0</td> <td align="center">+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td align="center"><math>+\infty</math></td> <td align="center">↘</td> <td align="center">↗</td> <td align="center">↘</td> <td align="center">↗</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td align="center">0</td> <td align="center">1</td> <td align="center">0</td> <td align="center"><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$	$y'$	-	0	+	0	+	$y$	$+\infty$	↘	↗	↘	↗			0	1	0	$+\infty$	0,25
	$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$																				
	$y'$	-	0	+	0	+																				
	$y$	$+\infty$	↘	↗	↘	↗																				
			0	1	0	$+\infty$																				
Kết luận:...	0,25																									
3. Đồ thị: Giao với $Ox$ tại $A(-1;0), B(1;0)$ , với $Oy$ tại $C(0;1)$ .	0,25																									
Nhận $Oy$ làm trục đối xứng.	0,25																									
Vẽ đồ thị. (vẽ bằng bút chì trừ 0.25)	0,5																									
<b>1b. (1,0 điểm)</b>																										
$y' = 4x(x^2 - m + 1), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{cases}$	0,25																									
Đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ( $y'$ đổi dấu 3 lần khi $x$ qua 3 nghiệm đó) $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ .																										
Khi đó các điểm cực trị của đồ thị là $A(-\sqrt{m-1}; 2m-4), B(\sqrt{m-1}; 2m-4), C(0; m^2-3)$	0,25																									
Kiểm tra được tam giác $ABC$ cân tại $C$ . Tam giác vuông khi và chỉ khi $\widehat{ACB} = 90^\circ$ .																										
$\overline{CA} = (-\sqrt{m-1}; -(m-1)^2), \overline{CB} = (\sqrt{m-1}; -(m-1)^2) \rightarrow \overline{CA} \cdot \overline{CB} = (m-1)((m-1)^3 - 1)$	0,25																									
$ycbt \Leftrightarrow \overline{CA} \cdot \overline{CB} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 & (l) \\ m = 2 & (tm) \end{cases} \cdot KL : m = 2$	0,25																									
<b>2.</b> <b>(3,0 điểm)</b> )	<b>2a. (1,5 điểm)</b>																									
	$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 5x + 6) = \log_4(x-2)^2 + \log_2\left(\frac{x+1}{2}\right) \quad (1)$	0,25																								
	ĐKXĐ: $\begin{cases} -1 < x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$																									
	$(1) \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 5x + 6) = \log_2 x-2  + \log_2\left(\frac{x+1}{2}\right)$ .	0,5																								
	(mỗi công thức biến đổi 0.25)																									
	$\Leftrightarrow 2(x^2 - 5x + 6) =  x-2 (x+1)$	0,25																								
	2 TH mỗi trường hợp 0.25	0,5																								
Kết luận: Pt có 2 nghiệm $x = 7; x = \frac{5}{3}$																										
<b>2b. (1,5 điểm)</b>																										
1. $m = 2 \rightarrow pt: 2(\sqrt{2}-1)^x + (3+2\sqrt{2})^x = 3$ . Đặt $t = (\sqrt{2}+1)^x, t > 0$ .	0,25																									

	Pt trở thành: $\frac{2}{t} + t^2 = 3 \Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2(t+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 & (tm) \\ t=-2 & (l) \end{cases}$	0,5																					
	$t=1: (\sqrt{2}+1)^x = 1 \Leftrightarrow x=0$ .	0,25																					
	Kết luận: Pt có nghiệm $x=0$																						
	2. Đặt $t = (\sqrt{2}+1)^x, t > 0$ . Pt trở thành $\frac{m}{t} + t^2 = 3 \Leftrightarrow m = 3t - t^3$ . (*) BBT của $f(t) = 3t - t^3$ với $t > 0$ :																						
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td><math>t</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>\sqrt{3}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(t) = 3(1-t^2)</math></td> <td></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(t)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </tbody> </table>	$t$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$\sqrt{3}$	$+\infty$	$f'(t) = 3(1-t^2)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$f(t)$	$+\infty$		$0$	$2$	$0$	$-\infty$	0,25
$t$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$\sqrt{3}$	$+\infty$																	
$f'(t) = 3(1-t^2)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$																	
$f(t)$	$+\infty$		$0$	$2$	$0$	$-\infty$																	
	Pt đã cho có 1 nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ pt (*) có 1 nghiệm $t > 0$ duy nhất. Dựa vào BBT ta có điều đó ứng với $m=2$ hoặc $m \leq 0$ . Kết luận:...	0,25																					
<b>3.</b> <b>(3,0 điểm)</b>	<b>a. (1,5 điểm)</b>																						
	Gọi $J$ là trung điểm $AB'$ . Chứng minh được $IJ \perp (ABB'A')$ .	0,5																					
	Tính được $IJ = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ do đó chiều cao từ đỉnh $I$ : $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .	0,5																					
	Tính được $S(AB'A') = \frac{a^2}{2}$ .	0,25																					
	Tính được $V(A'AB'I) = V(I.AB'A') = \frac{1}{3}S(AB'A').h = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt).	0,25																					
	<b>b. (1,5 điểm)</b>																						
	Chỉ ra được trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC	0,5																					
	Dựng được tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện	0,5																					
Tính được bán kính: $R = a \frac{\sqrt{57}}{12}$ .	0,25																						
Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = \frac{19\pi a^2}{12}$ (đvtt)	0,25																						
<b>4.</b> <b>(1,0 điểm)</b>	ĐKXD: $x > 0$ .	0,25																					
	Đưa phương trình về dạng $\log_2(2^x - 1) + 2^x - 1 = \log_2 x + x$																						
	Đưa về phương trình $f(2^x - 1) = f(x)$ , với $f(t) = \log_2 t + t, t > 0$ .																						
	Kiểm tra được $f$ đơn điệu tăng và liên tục trên $(0; +\infty)$ .	0,25																					
	Suy ra $2^x - 1 = x$ .																						
Có pt $2^x - 1 = x \Leftrightarrow 2^x - x - 1 = 0$ .																							
Xét $g(x) = 2^x - x - 1, x > 0$ .	0,5																						
Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta suy ra 1 nghiệm $x = 1$ .																							