

ĐỀ SỐ 1

**Câu I (3,0 điểm).** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$  (1), với  $m$  là tham số thực.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
2. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $M(1;3)$ .

**Câu II (2,0 điểm).** Giải các phương trình sau:

1.  $4^{x-2} = 3^{2x^2-3x-2}$
2.  $\log_2(3x-1)^3 + \log_4(x-1)^6 = 3 + 3\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+5})$

**Câu III (1,0 điểm).**

Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình sau có nghiệm trên  $[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}]$ :

$$9^{\sin x} - 2 \cdot 6^{\sin x} + (m-3)2^{2\sin x+1} = 0$$

**Câu IV (3,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.

1. Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ACD$ .
2. Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Tính theo  $a$  khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SN$ .
3. Xác định tâm và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

**Câu V (1,0 điểm).**

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2 \cdot e^{x-2} + x \log_2 e - (x+2) \log_2(x+2)$$

trên đoạn  $[0;3]$

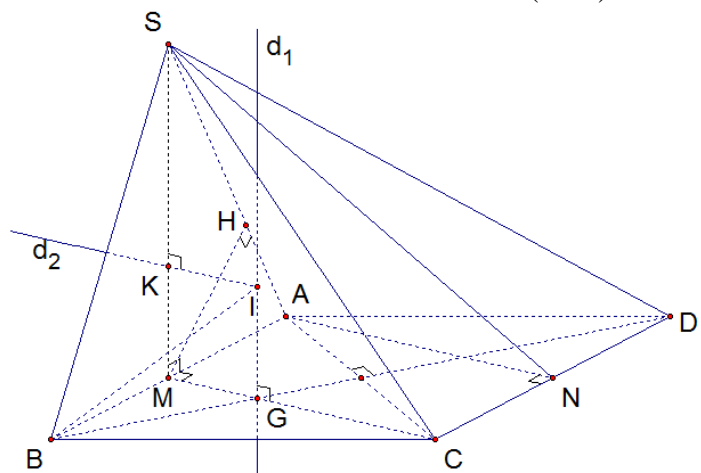
----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI HỌC KÌ 1 – TOÁN 12 (KHỐI A) – ĐỀ SỐ 1**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																				
<b>I</b>		Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (1), với $m$ là tham số thực.	<b>3,0</b>																				
	<b>1</b>	<p>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi <math>m = 1</math>. <span style="float: right;">(2,0 điểm)</span></p> <p>Khi <math>m = 1</math>: <math>y = x^3 - 3x^2 + 1</math> (C)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• TXĐ: <math>D = \mathbb{R}</math></li> <li>• Sự biến thiên                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math></li> <li>- <math>y' = 3x^2 - 6x</math>, <math>y' = 0 \Leftrightarrow x = 0</math>; <math>x = 2</math></li> <li>- BBT</li> </ul> </li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td></td> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td>-3</td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>- Hàm số đồng biến trên các khoảng <math>(-\infty; 0)</math> và <math>(2; +\infty)</math>;                      Hàm số nghịch biến trên <math>(0; 2)</math>                      - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại <math>x_{CD} = 0</math>; <math>y_{CD} = 1</math>,                      cực tiểu tại <math>x_{CT} = 2</math>; <math>y_{CT} = -3</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Đồ thị:</li> </ul>	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$y'$		+	0	-	0	+	$y$			1		-3		$+\infty$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,50</p>
$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$																			
$y'$		+	0	-	0	+																	
$y$			1		-3		$+\infty$																
	<b>2</b>	<p>Tìm <math>m</math> để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB đi qua điểm <math>M(1; 3)</math>. <span style="float: right;">(1,0 điểm)</span></p>																					
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ta có <math>y' = 3x^2 - 6x</math>; <math>y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = m \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = m - 4 \end{cases}</math></li> </ul> <p><math>\Rightarrow (C_m)</math> luôn có hai điểm cực trị A(0;m); B(2;m-4)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Phương trình đường thẳng AB là: <math>2x + y - m = 0</math>.</li> <li>• Đường thẳng AB qua M(1;3) <math>\Leftrightarrow m = 5</math></li> </ul> <p><i>Ghi chú: Học sinh tìm phương trình đường thẳng AB bằng cách lấy phần dư của phép chia y cho y' vẫn cho điểm bình thường. Không khẳng định <math>(C_m)</math> luôn có hai điểm cực trị với mọi giá trị của m, trừ 0,25 điểm.</i></p>	<p>0,25</p> <p>0,50</p> <p>0,25</p>																				
<b>II</b>		Giải các phương trình sau:	<b>2,0</b>																				
	<b>1</b>	$4^{x-2} = 3^{2x^2-3x-2}$ <span style="float: right;">(1 điểm)</span>																					

	<p>TXĐ: <math>D = \mathbb{R}</math></p> <p>Lôgarit hóa hai vế theo cơ số 3 ta được phương trình: <math>(x-2)\log_3 4 = 2x^2 - 3x - 2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x-2)\log_3 4 = (x-2)(2x+1)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} + \log_3 2 \end{cases}</math></p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
<b>2</b>	<p><math>\log_2(3x-1)^3 + \log_4(x-1)^6 = 3 + 3\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{x+5})</math> (1 điểm)</p>	
	<p>Điều kiện: <math>\begin{cases} x &gt; \frac{1}{3} \\ x \neq 1 \end{cases}</math></p> <p>Khi đó, phương trình <math>\Leftrightarrow \log_2(3x-1) + \log_2 x-1  = \log_2 2 + \log_2(x+5)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \log_2[(3x-1)\cdot x-1 ] = \log_2[2(x+5)]</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (3x-1)\cdot x-1  = 2(x+5) \Leftrightarrow \begin{cases} (3x-1)\cdot(x-1) = 2(x+5) \\ (3x-1)\cdot(1-x) = 2(x+5) \end{cases}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x - 9 = 0 \\ 3x^2 - 2x + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}</math></p> <p><i>Ghi chú:</i> Nếu học sinh nêu điều kiện sai (<math>x &gt; 1</math>) và biến đổi thiếu dấu GTTĐ nhưng vẫn ra đáp số <math>x = 3</math> (đã loại giá trị <math>x = -1</math>), GK cho 0,25 điểm</p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
<b>III</b>	<p>Tìm các giá trị của tham số <math>m</math> để phương trình sau có nghiệm trên <math>[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}]</math>:</p> $9^{\sin x} - 2 \cdot 6^{\sin x} + (m-3) \cdot 2^{2\sin x+1} = 0$	<b>1,0</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Chia hai vế cho <math>4^{\sin x}</math> ta được phương trình: <math>\left(\frac{9}{4}\right)^{\sin x} - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x} - 6 = -2m</math></li> <li>Đặt <math>t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x}</math>; ta được phương trình <math>t^2 - 2t - 6 = -2m</math> (2)</li> </ul> <p>Tìm được điều kiện: <math>t \in [\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{3}{2}]</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Yêu cầu bài toán tương đương với: Tìm <math>m</math> để (2) có nghiệm <math>t \in [\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{3}{2}]</math></li> </ul> <p>Lập bảng biến thiên của hàm số <math>f(t) = t^2 - 2t - 6</math> trên <math>t \in [\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{3}{2}]</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Từ BBT suy ra <math>-7 \leq -2m \leq -\frac{27}{4} \Leftrightarrow \frac{27}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}</math></li> </ul> <p><i>Ghi chú:</i> Học sinh không tìm đúng điều kiện của <math>t</math> (chỉ viết <math>t &gt; 0</math>) mà vẫn giải ra kết quả <math>m</math>, cho 0,50 điểm. Các trường hợp khác cho theo thang điểm.</p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
<b>IV</b>	<p>Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình thoi cạnh <math>a</math>, <math>ABC = 60^\circ</math>. Mặt bên <math>SAB</math> là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.</p>	<b>3,0</b>
<b>1</b>	<p>1. Tính theo <math>a</math> thể tích khối chóp <math>S.ACD</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tam giác <math>ACD</math> đều cạnh <math>a</math> nên <math>S_{ACD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}</math></li> <li><math>SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ACD)</math></li> </ul>	0,25
		0,25

	<p>• Do <math>\Delta SAB</math> đều cạnh <math>a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>Suy ra: <math>V_{S.ACD} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{\Delta ACD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}</math></p> <p>2. Gọi <math>M</math> và <math>N</math> lần lượt là trung điểm của các cạnh <math>AB, CD</math>. Tính theo <math>a</math> khoảng cách giữa hai đường thẳng <math>CM</math> và <math>SN</math>.</p> <p>• <math>CM \parallel AN \Rightarrow d(CM;SN) = d(CM;(SAN)) = d(M;(SAN))</math>.</p> <p>• Do <math>\Delta ACD</math> đều <math>\Rightarrow AN \perp CD \Rightarrow AN \perp AB \Rightarrow AN \perp (SAB)</math></p>  <p>• Kẻ <math>MH \perp SA, H \in SA \Rightarrow MH \perp (SAN) \Rightarrow d(M;(SAN)) = MH</math>.</p> <p>• Tam giác <math>SMA</math> vuông tại <math>M</math>, có đường cao <math>MH</math>, ta có</p> $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MS^2} + \frac{1}{MA^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(CM;SN) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ <p>3. Xác định tâm và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp <math>S.ABC</math>.</p> <p>• Gọi <math>G, K</math> lần lượt là trọng tâm <math>\Delta ABC</math> và <math>\Delta SAB</math>. Dựng được hai trục <math>d_1, d_2</math> và gọi <math>I = d_1 \cap d_2</math>.</p> <p>• Chỉ ra được <math>IA = IB = IC = IS = R</math></p> <p>• Tính được <math>R = IB = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}</math></p> <p>• Suy ra diện tích mặt cầu <math>S = \frac{5\pi a^2}{3}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
V	<p>Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số</p> $y = 2e^{x-2} + x \log_2 e - (x+2) \log_2 (x+2) \text{ trên tập } D = [0;3].$	1,0
	<p>• <math>y' = 2e^{x-2} - \log_2(x+2) \Rightarrow y'' = 2e^{x-2} - \frac{1}{(x+2)\ln 2}</math></p> $\Rightarrow y''' = 2e^{x-2} + \frac{1}{(x+2)^2 \ln 2} > 0; \forall x \in D \text{ nên phương trình } y'' = 0 \text{ có nhiều nhất 1 nghiệm trên } D \Rightarrow y' = 0 \text{ có nhiều nhất 2 nghiệm trên } D.$ <p>• Nhận xét <math>x = 2</math> là một nghiệm của phương trình <math>y' = 0</math></p> <p>• Hàm số <math>g(x) = 2e^{x-2} - \log_2(x+2)</math> liên tục trên <math>D</math> và <math>g(-1), g(0) &lt; 0</math> nên phương trình <math>y' = 0</math> có 1 nghiệm thuộc <math>(-1;0)</math>.</p> <p>• Tính được <math>y(0) = \frac{2}{e^2} - 2; y(2) = 2 \ln 2 - 6; y(3) = 2e + 3 \ln 2 - 5 \log_2 5</math></p> <p>Khi đó <math>\max_{x \in [0;3]} y = y(0) = \frac{2}{e^2} - 2; \min_{x \in [0;3]} y = y(2) = 2 \ln 2 - 6</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

**- HÉT -**