

**Câu 1.** (3,0 điểm) Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m$  (1) (m là tham số).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là điểm  $G(0; -2)$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x \ln^2 x$  trên đoạn  $[e^{-3}; e]$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{2} \log_2(x-1)^2 = \log_2(4x)$
2. Cho phương trình:

$$(\sqrt{5} + 1)^x + m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x \quad (\text{với } m \text{ là tham số})$$

Tìm m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 1]$

**Câu 4.** (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ . Mặt phẳng  $(B'AC)$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ .

1. Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .
2. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $A'.ABC$ .
3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B'C$  và  $AB$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 5x - 3y + 4 = 0 \\ \log_{12}(x-1) + \log_{12}(y-3) = 1 \end{cases}$$

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM ĐỀ THI HỌC KỲ I – TOÁN 12 – BAN D 1**

**Năm học 2013 - 2014**

Câu	ý	Nội dung	Điểm
<b>1</b>		<b>Cho hàm số</b> $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m \dots$	<b>3,0</b>
	<b>1</b>	Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số khi $m=1$ (2,0 điểm)	
		Khi $m=1$ hàm số có dạng $y = x^4 - 4x^2 + 2$ (C)	
		1) TXĐ: $D = \mathbb{R}$	0,25
		2) Sự biến thiên	
		- Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$	0,25
		- $y' = 4x^3 - 8x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm\sqrt{2}$	0,25
		- Bảng biến thiên	0,25
		- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$ .	
		Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$ .	0,25
		- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $gtcd = y(0) = 2$	
		Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$ và $gtct = y(\pm\sqrt{2}) = -2$	0,25
		c) Đồ thị	
		- điểm uốn : $y'' = 12x^2 - 8$ , hai điểm uốn $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{2}{9}\right), \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{2}{9}\right)$	0,5
		- giao với Ox, Oy:	
		- Trục đối xứng:	
		- vẽ đồ thị đúng	
	<b>2</b>	Tìm m để đồ thị (1) ..... (1,0 điểm)	
		$y' = 4x^3 - 4(m+1)x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x^2 = m+1$	0,25
		Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt và đổi dấu qua 3 nghiệm đó $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$	0,25
		Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là	
		$A(0; 2m); B(\sqrt{m+1}; -m^2 - 1), C(-\sqrt{m+1}; -m^2 - 1)$	0,25
		G là trọng tâm tam giác ABC nên có $\begin{cases} \frac{0 + \sqrt{m+1} - \sqrt{m+1}}{3} = 0 \\ \frac{2m - m^2 - 1 - m^2 - 1}{3} = -2 \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow m = -1$ (loại); $m = 2$ (thỏa mãn)	
<b>Câu 2</b>		<b>Tìm GTLN và GTNN của hàm số...</b>	<b>1,0</b>
		$y' = \ln^2 x + 2 \ln x, y' = 0 \Leftrightarrow \ln x(\ln x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = e^{-2}$	0,5
		$y(e^{-3}) = \frac{9}{e^3}; y(e^{-2}) = \frac{4}{e^2}; y(1) = 0; y(e) = e$	0,25
		$\min_{x \in [e^{-3}; e]} = \min \left\{ \frac{9}{e^3}; \frac{4}{e^3}; 0; e \right\} = 0, \max_{x \in [e^{-3}; e]} = \max \left\{ \frac{9}{e^3}; \frac{4}{e^3}; 0; e \right\} = e$	0,25
<b>Câu 3</b>			<b>2,0</b>
	<b>1</b>	Giải phương trình $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{2} \log_2(x-1)^2 = \log_2 4x$ (1) (1,0 điểm)	
		ĐKXĐ $x > 0; x \neq 1$	0,25
		Pt (1) $\Leftrightarrow \log_2[(x+3) x-1 ] = \log_2 4x \Leftrightarrow (x+3) x-1  = 4x$ (2)	0,25

		<p>- <math>0 &lt; x &lt; 1</math> pt (2) <math>\Leftrightarrow (x-3)(1-x) = 4x \Leftrightarrow x = -3 - 2\sqrt{3}</math> (loại)          hoặc <math>x = -3 + 2\sqrt{3}</math> (TM)          - <math>x &gt; 1</math> pt (2) <math>\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 4x \Leftrightarrow x = -1</math> (loại) hoặc <math>x = 3</math> (TM)          Kết luận: pt đã cho có hai nghiệm <math>x = -3 + 2\sqrt{3}</math> và <math>x = 3</math></p>	0,5
	<b>2</b>	<p>Tìm m để phương trình <math>(\sqrt{5}+1)^x + m(\sqrt{5}-1)^x = 2^x</math> (1)...</p> <p style="text-align: right;">(1,0 điểm)</p>	
		<p>Chia cả hai vế của (1) cho <math>2^x &gt; 0</math> ta được pt (1) <math>\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x + m\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = 1</math></p> <p>Đặt <math>t = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x &gt; 0</math> pt trở thành: <math>t + \frac{m}{t} = 1 \Leftrightarrow -t^2 + t = m</math> (2).</p> <p>Khi <math>x \in [0;1]</math> thì <math>t \in \left[1; \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]</math></p> <p>Pt (1) có nghiệm <math>x \in [0;1] \Leftrightarrow</math> pt (2) có nghiệm <math>t \in \left[1; \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right] = K</math></p> <p>Xét hàm số <math>f(t) = -t^2 + t</math> là hàm số liên tục trên <math>\mathbb{R}</math> và có <math>f'(t) = -2t + 1 &lt; 0 \forall t \in K \Rightarrow f(t)</math> luôn nghịch biến trên <math>K</math>. Pt (2) có nghiệm <math>t \in K</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \min_{t \in K} f(t) \leq m \leq \max_{t \in K} f(t) \Leftrightarrow f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \leq m \leq f(1) \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1</math></p> <p>Vậy <math>m \in [-1;1]</math> thỏa mãn ycbt</p>	0,25        0,25   0,5
<b>Câu 4</b>		<b>Cho lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math> ...</b>	<b>3,0</b>
	<b>1</b>	<p>Tính thể tích của lăng trụ</p> <p style="text-align: right;">(1,0 điểm)</p> <p>Giáo viên tự vẽ hình</p> <p>Tam giác ABC tính được <math>BC = 2a, AC = a\sqrt{3}</math>.  <math>(B'AC) \cap (ABC) = AC, AC \perp AB, AC \perp AA' \Rightarrow AC \perp (ABB'A') \Rightarrow AC \perp AB'</math>          Lại có <math>AB \perp AC</math> nên góc của hai mặt phẳng <math>(A'BC)</math> và <math>(ABC)</math> là góc giữa hai đường thẳng <math>AB</math> và <math>A'B</math> và bằng <math>\angle BAB' = 60^\circ</math> (do tam giác <math>AA'B</math> vuông tại A nên <math>\angle BAB'</math> nhọn).  <math>\Delta ABA'</math> có <math>BB' = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}</math>.  <math>V_{LT} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}</math></p>	0,25    0,25  0,5
	<b>2</b>	<p>Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu...</p> <p style="text-align: right;">(1,0 điểm)</p>	
		<p>Gọi <math>I</math> là trung điểm của <math>BC \Rightarrow I</math> là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABC</math>.          Đường thẳng <math>d \perp (ABC)</math> tại <math>I</math>, <math>d</math> là trục của tam giác <math>ABC</math>.          Trong mp <math>(AA'I)</math> kẻ đường trung trực của <math>AA'</math> cắt <math>d</math> tại <math>O</math>, <math>O</math> là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp <math>A'ABC</math>.</p> <p><math>R = OA = \sqrt{AI^2 + OI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}</math></p>	0,25   0,25  0,5

3	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $AB, BC$ <span style="float: right;">(1,0 điểm)</span>	
	$AB // A'B' \Rightarrow AB // (A'B'C) \Rightarrow d(AB, B'C) = d(AB, (A'B'C)) = d(A, (A'B'C))$ Gọi $E = A'C \cap AC'$ do $ACC'A'$ là hình vuông nên $AC' \perp A'C$ và có $A'B' \perp AE$ (do $A'B' \perp (AA'C'C) \Rightarrow AE \perp (A'B'C) \Rightarrow AE = d(A, (A'B'C)) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$	0,5  0,5
Câu 5	<b>Giải hệ phương trình...</b> $\begin{cases} x^2 - y^2 + 5x - 3y + 4 = 0(1) \\ \log_{12}(x-1) + \log_{12}(y-3) = 1(2) \end{cases}$	1,0
	ĐKXĐ: $x > 1; y > 1$ Pt (1) $\Leftrightarrow (x+2)^2 + (x+2) = (y+1)^2 + (y+1) \Leftrightarrow f(x+2) = f(y+1)$ (*) trong đó $f(t) = t^2 + t$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(t) = 2t + 1 > \forall t \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) = J \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $J$ . Ta có $x+2 \in J; y+1 \in J$ nên pt (*) $\Leftrightarrow x+2 = y+1 \Leftrightarrow y = x+1$ Kết hợp với pt (2) ta có hệ $\begin{cases} (x-1)(y-3) = 0 \\ y = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ So sánh với điều kiện nghiệm của hệ là $(x; y) = (5; 6)$ .	0,25  0,25  0,5