SỞ GD-ĐT BẠC LIÊU	KIỂM TRA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2018 – 2019
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn kiểm tra: TOÁN 12
(Gồm có 06 trang)	*Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ, tên học sinh: ……………………………………..; Số báo danh: ………………… **Mã đề thi 213**

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-1;4]$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-3) = 2$ là

A. $x = \dfrac{11}{2}$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = \dfrac{9}{2}$.

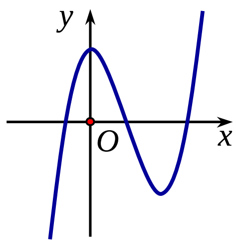
Câu 3. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 4. Gọi x_1, x_2, (với $x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{1}{3^{x_1}} + 3^{x_2}$.

A. $P = \dfrac{5}{4}$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = \dfrac{2}{3}$. **D.** $P = \dfrac{10}{9}$.

Câu 5. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là của hàm số nào?

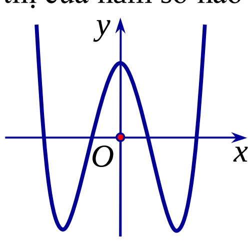


A. $y = x^3 + 3x - 4$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 - 4$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào có 3 điểm cực trị?

A. $y = 2x^4 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^2 - 3x + 2$. **C.** $y = -2x^4 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 7. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 + 4x^2 + 2$.

Câu 8. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{3:4\}$.

Câu 9. Biết $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó, giá trị của x là

A. $\dfrac{25}{9}$. **B.** $\dfrac{40}{9}$. **C.** $\dfrac{20}{3}$. **D.** $\dfrac{200}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{-x+1}$. Khẳng định nào sao đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 11. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a\sqrt{2}$, chiều cao $h=a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 12. Một khối cầu có đường kính bằng $2\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. 4π. **B.** 12π. **C.** $4\sqrt{3}\pi$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 14. Hình nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Thể tích V của khối nón được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V=\pi r^2 l$.

Câu 15. Cho biểu thức $f(x)=\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x\sqrt[12]{x^5}}}$. Khi đó, giá trị của $f(2,7)$ bằng

A. $0,027$. **B.** 27. **C.** $2,7$. **D.** $0,27$.

Câu 16. Một khối nón có bán kính đáy là $r=a$ và thể tích bằng πa^3. Chiều cao h của khối nón là

A. $h=2a$. **B.** $h=a$. **C.** $h=4a$. **D.** $h=3a$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

A. $\max\limits_{\mathbb{R}} y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=-1$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=1$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=3$.

Câu 18. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=3a$.

A. $V=6a$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=6a^2$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 19. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=2$ có phương trình là

A. $y=-9x+22$. **B.** $y=9x+22$. **C.** $y=9x+14$. **D.** $y=-9x+14$.

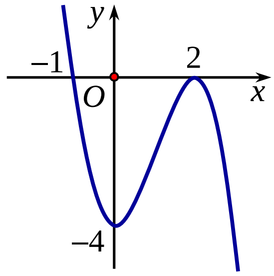
Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+4+m=0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m<-4$ hoặc $m\le 20$. **B.** $m\le -4$.

C. $m<-4$ **D.** $m>0$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-1}$ trên $\left[2;4\right]$ bằng 2

A. $m=$ 0. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-4$.

Câu 23. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(2m-3\right)x-m+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của là

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 24. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f\left(x\right)=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x-1}{3+x}$ có nghĩa?

A. $x\in\mathbb{R}\setminus\left[-3;1\right]$. **B.** $x\in\left(-3;1\right)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus\left(-3;1\right)$. **D.** $x\in\left[-3;1\right]$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$. **B.** $y'=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** $y'=\pi^x.\ln\pi$. **D.** $y'=x.\pi^{x-1}$.

Câu 26. Cho hình nón có đường sinh $l=5\text{ cm}$ và bán kính đáy $r=4\text{ cm}$. Diện diện tích xung quan của hình nón bằng

A. 20 cm^2. **B.** 40 cm^2. **C.** $40\pi\text{ cm}^2$. **D.** $20\pi\text{ cm}^2$.

Câu 27. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 28. Biết $\log_a b = 3$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 + \log_{a^2}^2 b^6$.

A. $P = 63$. **B.** $P = 45$. **C.** $P = 21$. **D.** $P = 99$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -1$.

Câu 31. Bảng biến thiên ở hình vẽ bên dưới là của hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-1 $\searrow$		$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-1

A. $y = \dfrac{-x+3}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x+3}{x-1}$. **D.** $y = \dfrac{-x-3}{x-1}$.

Câu 32. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,65\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 12 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) là bao nhiêu? Biết rằng trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. 108.085.000 đồng. **B.** 108.000.000 đồng. **C.** 108.084.980 đồng. **D.** 108.084.981 đồng.

Câu 33. Biết hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Khi đó, giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ bằng

A. -8. **B.** 10. **C.** 8. **D.** -10.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{18}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{16}$.

Câu 35. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$.

A. $R = \dfrac{2a\sqrt{14}}{7}$. **B.** $R = \dfrac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

C. $R = \dfrac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. **D.** $R = \dfrac{2a\sqrt{2}}{7}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=AB=a$, $AC=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x+4$ với đường thẳng $y=4$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 39. Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ bằng

A. 27. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 25.

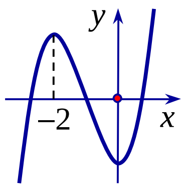
Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$ và $\widehat{B}=30°$. Quay tam giác vuông này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{S_1}{S_2}=1$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 41. Tổng tất cả các giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{3}{28x^2}$, đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. -15. **B.** -6. **C.** -3. **D.** -10.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2x-4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

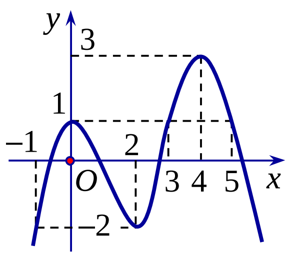


A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 43. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}$. Khi đó, giá trị của $M+m$ bằng

A. 42. **B.** 44. **C.** 41. **D.** 43.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)=3^{x-4}+\left(x+1\right).2^{7-x}-6x+3$, khi phương trình $f\left(7-4\sqrt{6x-9x^2}\right)+3m-1=0$ có số nghiệm nhiều nhất thì giá trị nhỏ nhất của tham số m có dạng $\frac{a}{b}$ (trong đó a, $b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T=a+b$.

A. $T=7$. **B.** $T=11$. **C.** $T=8$. **D.** $T=13$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$ có đồ thị $\left(C\right)$ và điểm $A\left(1;m\right)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để qua A có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến tới đồ thị $\left(C\right)$. Số phần tử của S là

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5

Câu 47. Cho hai số thực $a>1$, $b>1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1}=1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4\left(x_1+x_2\right)$.

A. $P=4$. **B.** $P=3\sqrt[3]{2}$. **C.** $P=3\sqrt[3]{4}$. **D.** $P=\sqrt[3]{4}$.

Câu 48. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|3x^4+8x^3-6x^2-24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị là

A. 63. **B.** 55. **C.** 30. **D.** 42.

Câu 49. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB=a$, $AD=3a$ và $BC=x$ với $0<x<3a$. Gọi V_1, V_2, lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng BC và AD. Tìm x để $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

A. $x=a$. **B.** $x=2a$. **C.** $x=3a$. **D.** $x=4a$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SA, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$, biết khoảng cách từ A đến $\left(MBC\right)$ bằng $\frac{6a}{\sqrt{21}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{39}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{13}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

----------- **HẾT** ---------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ HKI1819-001-SGD BẠC LIÊU

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	B	B	A	C	D	B	D	D	C	D	C	C	D	D	B	D	B	C	A	A	A	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	B	B	A	D	C	A	A	A	D	A	B	A	C	B	D	D	C	B	C	D	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[-1;4]$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y=x^3-3x+1$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ có:

$y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1 \in [-1;4]$

$y(1)=-1; y(-1)=3; y(4)=53$

Vậy $\min\limits_{[-1;4]} y=-1$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-3)=2$ là

A. $x=\dfrac{11}{2}$. **B.** $x=6$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $2x-3>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{3}{2}$.

$\log_3(2x-3)=2 \Leftrightarrow 2x-3=9 \Leftrightarrow x=6$

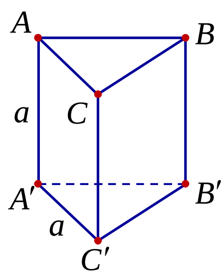
Vậy $x=6$.

Câu 3. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V=a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 4. Gọi x_1, x_2, (với $x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{3^{x_1}} + 3^{x_2}$.

A. $P = \frac{5}{4}$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = \frac{2}{3}$. **D.** $P = \frac{10}{9}$.

Lời giải

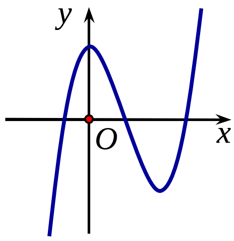
Chọn B.

$$2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2.\left(2^x\right)^2 - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy $x_1 = -1; x_2 = 1$

Do đó $P = \frac{1}{3^{-1}} + 3^1 = 6$.

Câu 5. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là của hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x - 4$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 - 4$. **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số là đồ thị hàm số bậc 3, hệ số $a > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án C, **D.**

Xét hàm số $y = x^3 + 3x - 4$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên loại đáp án **A.**

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ có hai nghiệm phân biệt nên thỏa mãn.

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào có 3 điểm cực trị?

A. $y = 2x^4 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^2 - 3x + 2$. **C.** $y = -2x^4 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A.

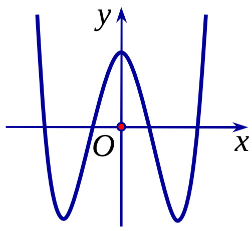
Hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow$ Loại đáp án B, **D.**

Xét hàm số $y = -2x^4 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = -8x^3 - 6x = -2x\left(4x^2 + 3\right)$

Giải $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy hàm số $y = -2x^4 - 3x^2 + 2$ có 1 điểm cực trị $\Rightarrow$ Loại đáp án **C.**

Xét hàm số $y = 2x^4 - 3x^2 + 2$ có $y' = 8x^3 - 6x = 2x\left(4x^2 - 3\right)$ có ba nghiệm phân biệt nên thỏa mãn.

Câu 7. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 + 4x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \ne 0)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

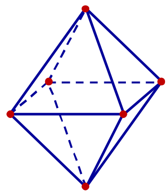
Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 8. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{3:4\}$.

Lời giải

Chọn D.



Số cạnh trên một mặt là 3.

Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng của đúng 4 mặt.

Câu 9. Biết $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó, giá trị của x là

A. $\dfrac{25}{9}$. **B.** $\dfrac{40}{9}$. **C.** $\dfrac{20}{3}$. **D.** $\dfrac{200}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_3 x = \log_3 2^3 + \log_3 5 - \log_3 3^2 = \log_3 \dfrac{8\times5}{9} = \log_3 \dfrac{40}{9}$.

Suy ra: $x = \dfrac{40}{9}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{-x+1}$. Khẳng định nào sao đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y' = \dfrac{2}{(-x+1)^2} > 0,\ \forall x \ne 1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 11. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a\sqrt{2}$, chiều cao $h = a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi \left(a\sqrt{2}\right)^2 a = 2\pi a^3$.

Câu 12. Một khối cầu có đường kính bằng $2\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. 4π. **B.** 12π. **C.** $4\sqrt{3}\pi$. **D.** $12\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Khối cầu có đường kính bằng $2\sqrt{3}$ nên có bánkính là $r = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Thể tích của khối cầu bán kính $r = \sqrt{3}$ là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^3 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 14. Hình nón có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Thể tích V của khối nón được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r h$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V = \pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 15. Cho biểu thức $f(x) = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x\sqrt[12]{x^5}}}$. Khi đó, giá trị của $f(2,7)$ bằng

A. $0,027$. **B.** 27. **C.** $2,7$. **D.** $0,27$.

Lời giải

Chọn C.

$f(x = 2,7) = \sqrt[3]{2,7.\sqrt[4]{2,7.\sqrt[12]{2,7^5}}} = 2,7$.

Câu 16. Một khối nón có bán kính đáy là $r = a$ và thể tích bằng πa^3. Chiều cao h của khối nón là

A. $h = 2a$. **B.** $h = a$. **C.** $h = 4a$. **D.** $h = 3a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Suy ra: $\frac{1}{3}\pi a^2 h = \pi a^3 \Leftrightarrow h = 3a$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

A. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = -\frac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = -1$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 1$. **D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$.

Lời giải

Chọn D.

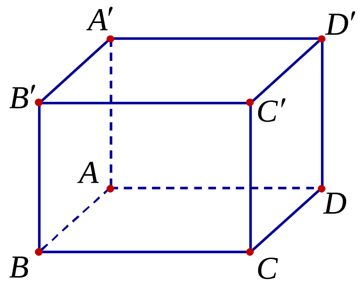
Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 18. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 3a$.

A. $V = 6a$. **B.** $V = 6a^3$. **C.** $V = 6a^2$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A.S_{ABCD} = A'A.AB.AD = 3a.a.2a = 6a^3$.

Câu 19. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có phương trình là

A. $y = -9x + 22$. **B.** $y = 9x + 22$. **C.** $y = 9x + 14$. **D.** $y = -9x + 14$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$.

Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -4$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tai điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là: $k = y'(2) = -9$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là: $y = -9(x-2) + 4 = -9x + 22$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

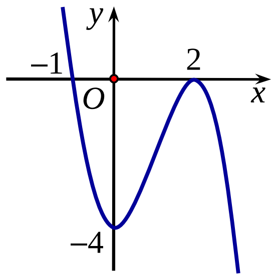
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$ đồng biến $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. Chỉ có đáp án B thỏa.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ có hình vẽ như bên dưới.



A. $m < -4$ hoặc $m \le 20$.

B. $m \le -4$.

C. $m < -4$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m.$

Do đó, số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ là số giao điểm giữa đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ và đường thẳng $y = m$.

Chính vì vậy, để phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$ có nghiệm duy nhất lớn hơn 2 thì $y = m$ phải cắt (C) tại một điểm duy nhất có hoành độ lớn hơn 2, dựa vào đồ thị ta có $m < -4$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x + m^2}{x - 1}$ trên $[2;4]$ bằng 2.

A. $m = 0$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \dfrac{-1 - m^2}{(x-1)^2} = \dfrac{-(1+m^2)}{(x-1)^2} < 0, \forall x \ne 1$. Do đó trên $[2;4]$ hàm số đã cho đồng biến.

Vậy $\max\limits_{[2;4]} y = y(2) = \dfrac{2 + m^2}{2 - 1} = 2 \Leftrightarrow m = 0$

Câu 23. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S là

A. 5.

B. 4.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A.

$y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \le 0 \\ -1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \le m \le 1/$

Suy ra $S = \{-3;-2;-1;0;1\}$.

Câu 24. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x-1}{3+x}$ có nghĩa?

A. $x\in\mathbb{R}\setminus[-3;1]$. **B.** $x\in(-3;1)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus(-3;1)$. **D.** $x\in[-3;1]$.

Lời giải

Chọn A.

Biểu thức $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{x-1}{3+x}$ có nghĩa khi $\frac{x-1}{3+x}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\x>1\end{array}\right.$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$. **B.** $y'=\frac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** $y'=\pi^x.\ln\pi$. **D.** $y'=x.\pi^{x-1}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y'=\pi^x.\ln\pi$.

Câu 26. Cho hình nón có đường sinh $l=5\,\text{cm}$ và bán kính đáy $r=4\,\text{cm}$. Diện diện tích xung quan của hình nón bằng

A. $20\,\text{cm}^2$. **B.** $40\,\text{cm}^2$. **C.** $40\pi\,\text{cm}^2$. **D.** $20\pi\,\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn D.

Có $S_{xp}=\pi rl=20\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 27. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $5-2^x>0$.

$$\log_2\left(5-2^x\right)=2-x\Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x}\Leftrightarrow 5-2^x=\frac{4}{2^x}\Leftrightarrow 2^{2x}-5.2^x+4=0.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\2^x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.(tmdk).$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là bằng 2.

Câu 28. Biết $\log_a b=3$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}b^3+\log^2_{a^2}b^6$.

A. $P=63$. **B.** $P=45$. **C.** $P=21$. **D.** $P=99$.

Lời giải

Chọn D.

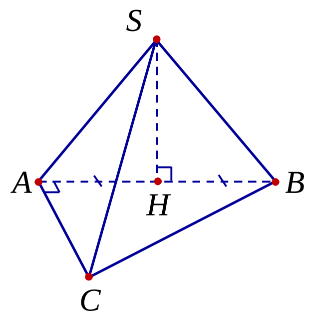
Ta có $P=\log_{\sqrt{a}}b^3+\log^2_{a^2}b^6=2.3\log_a b+\left(3\log_a b\right)^2=2.3.3+(3.3)^2=99$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Do ΔSAB đều nên $SH \perp AB$

$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SH\subset(SAB),SH\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)$$

Vậy SH là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

ΔABC vuông tại A, ta có: $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}=a\sqrt{2}$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{2}=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$, $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SH=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 31. Bảng biến thiên ở hình vẽ bên dưới là của hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$		↘ -1

A. $y=\frac{-x+3}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-x-2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{-x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên ta thấy: Hàm số cần tìm phải nghịch biến trên mỗi khoảng xác định nên loại đáp án **B** và **D** (do hai hàm số này đồng biến). Đồ thị hàm số cần tìm có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$ nên loại đáp án **C.**

Câu 32. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,65\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 12 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) là bao nhiêu? Biết rằng trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi.

A. 108.085.000 đồng. **B.** 108.000.000 đồng. **C.** 108.084.980 đồng. **D.** 108.084.981 đồng.

Lời giải

Chọn D.

Sau 12 tháng, người đó lĩnh được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là:

$T = A(1+r)^n = 100(1+0,65\%)^{12} = 108084981$ (đồng)

Câu 33. Biết hàm số $y=-x^3+3x^2+6x$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2. Khi đó, giá trị của biểu thức $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. -8. **B.** 10. **C.** 8. **D.** -10.

Lời giải

Chọn C.

$y=-x^3+3x^2+6x \Rightarrow y'=-3x^2+6x+6$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{3}=x_1 \\ x=1-\sqrt{3}=x_2 \end{array}\right.$, hàm số đạt cực trị tại $x_1=1+\sqrt{3}; x_2=1-\sqrt{3}$

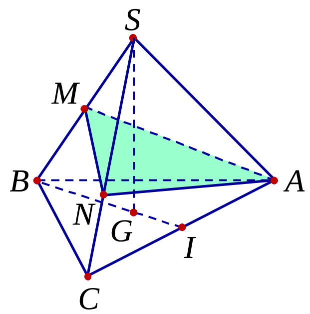
Khi đó $x_1^2+x_2^2=\left(1+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)^2=8$.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS=2NC$. Thể tích của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{18}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{16}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó $BO=\dfrac{2}{3}BI=\dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khối chóp $S.ABC$ đều và O là trọng tâm tam giác ABC lên $SO\perp(ABC)\Rightarrow SO\perp OB$

$\Rightarrow \Delta SOB$ vuông tại O $\Rightarrow SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{3a^2}{9}}=\dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{33}}{3}.\dfrac{1}{2}a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}V_{S.ABC}$.

$V_{A.BCNM}=V_{S.ABC}-V_{S.AMN}=V_{S.ABC}-\dfrac{1}{3}V_{S.ABC}=\dfrac{2}{3}V_{S.ABC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{18}$.

Câu 35. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}$ là $D=\left[-\dfrac{1}{3};1\right)\cup(1;2)\cup(2;+\infty)$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{\sqrt{3x+1}}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}=0$$

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to1^-}\frac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to1^-}\frac{(x+1)^2-(3x+1)}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)\left(x^2-3x+2\right)}=\lim_{x\to1^-}\frac{x}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)(x-2)}=\frac{-1}{4}$$

$$\lim_{x\to1^-}\frac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to1^-}\frac{(x+1)^2-(3x+1)}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)\left(x^2-3x+2\right)}=\lim_{x\to1^-}\frac{x}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)(x-2)}=-\frac{1}{4}.$$

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to2^-}\frac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to2^-}\frac{x}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)(x-2)}=-\infty\\ \displaystyle\lim_{x\to2^+}\frac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to2^+}\frac{x}{\left(x+1+\sqrt{3x+1}\right)(x-2)}=+\infty\end{array}\right\}$$

$\Rightarrow$ đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

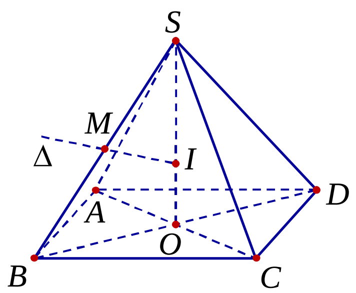
Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-3x+2}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 36. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$.

A. $R=\dfrac{2a\sqrt{14}}{7}$. **B.** $R=\dfrac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. **C.** $R=\dfrac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. **D.** $R=\dfrac{2a\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều thỏa mãn đầu bài. Gọi O là tâm của đáy, M là trung điểm của SA. Khi đó SO là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi Δ là đường trung trực của cạnh SA và $I=\Delta\cap SO$ thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Ta có ΔSMI và ΔSOA đồng dạng nên $\frac{SM}{SO}=\frac{SI}{SA}\Rightarrow SI=\frac{SM.SA}{SO}=\frac{a.2a}{\frac{a\sqrt{14}}{2}}=\frac{2a\sqrt{14}}{7}$.

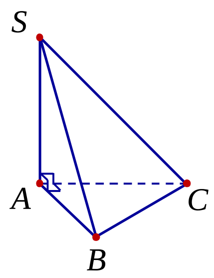
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R=\frac{2a\sqrt{14}}{7}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=AB=a$, $AC=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



$V=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{6}.a.a.2a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x+4$ với đường thẳng $y=4$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-x+4=4$ (1)

$$(1)\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3-x+4$ và đường thẳng $y=4$ cắt nhau tại 3 điểm

Câu 39. Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ bằng

A. 27. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $3^{x^2-4x+5}=9\Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5}=3^2\Leftrightarrow x^2-4x+5=2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

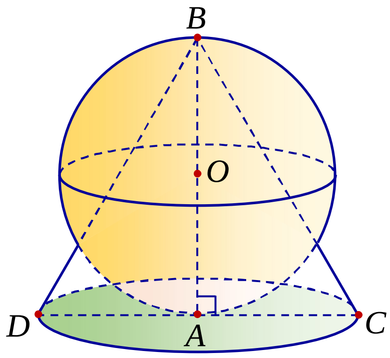
Suy ra tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là: $S=1^3+3^3=28$,

Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$ và $\widehat{B}=30^\circ$. Quay tam giác vuông này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=1$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $BC = 2a = l,\ BA = BC.\cos 30^\circ = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a = h,\ AC = BC.\sin 30^\circ = 2a.\dfrac{1}{2} = a = r$

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_1 = \pi.r.l + \pi.r^2 = \pi.a.2a + \pi a^2 = 3\pi a^2$,

Diện tích mặt cầu là: $S_2 = 4\pi.\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2 = 4\pi.\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 = 3\pi a^2$. Suy ra: $\dfrac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 41. Tổng tất cả các giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{3}{28x^2}$, đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. -15. **B.** -6. **C.** -3. **D.** -10.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{3}{28x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có: $y' = 3x^2 + m + \dfrac{3}{14x^3}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' = 3x^2 + m + \dfrac{3}{14x^3} \geq 0,\ \forall x \in (0;+\infty)$ (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(0;+\infty)$).

$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 - \dfrac{3}{14x^3},\ \forall x \in (0;+\infty)$; dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(0;+\infty)$. (*)

Xét hàm số $f(x) = -3x^2 - \dfrac{3}{14x^3}$, $x \in (0;+\infty)$, có: $f'(x) = -6x + \dfrac{9}{14x^4} = \dfrac{9 - 84x^5}{14x^4}$,

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{\dfrac{3}{28}}$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty,\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

Bảng biến thiên:

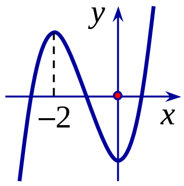
x	0		$\sqrt[5]{\dfrac{3}{28}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{15}{28}\sqrt[5]{\dfrac{21952}{27}}$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$(*) \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{15}{28}\sqrt[5]{\dfrac{21952}{27}}$. Mà m là số nguyên âm $\Rightarrow m \in \{-2;-1\}$.

Tổng tất cả các giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $-2+(-1)=-3$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2x-4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $g'(x)=2(x-1)f'(x^2-2x-4)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)f'(x^2-2x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f'(x^2-2x-4)=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-4=-2 \\ x^2-2x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1+\sqrt{3} \\ x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{5} \\ x=1-\sqrt{5} \end{array}\right.$$ (Tất cả đều là nghiệm bội lẻ).

Ta chọn $x=-2$ để xét dấu của $g'(x)$: $g'(-2)=2.(-3).f'(4)$.

Vì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ do đó: $f'(4)>0$.

Suy ra: $g'(-2)<0$.

Theo tính chất qua nghiệm bội lẻ $g'(x)$ đổi dấu, ta có bảng xét dấy $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{5}$		$1-\sqrt{3}$		1		$1+\sqrt{3}$		$1+\sqrt{5}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 43. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}$. Khi đó, giá trị của $M+m$ bằng

A. 42. **B.** 44. **C.** 41. **D.** 43.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$

$\Rightarrow x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\sqrt{y+1}$

$\Rightarrow (x+y)^2 = \left(\sqrt{x-1}+\sqrt{2}\sqrt{y+1}\right)^2 \le (1+2)(x+y) \quad (BĐTCauchy - Shwart)$

$\Rightarrow 0 \le x+y \le 3$

$P = x^2 + y^2 + 2(x+1)(y+1) + 8\sqrt{4-x-y} = (x+y)^2 + 2(x+y) + 8\sqrt{4-(x+y)} + 2$

Đặt $t = x+y$, $0 \le t \le 3$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 2t + 8\sqrt{4-t} + 2$, $t \in [0;3]$.

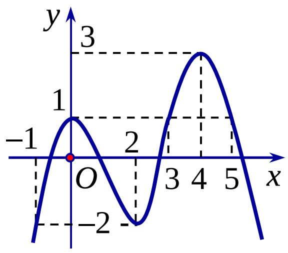
Ta có $f'(t) = 2t + 2 - \dfrac{4}{\sqrt{4-t}} = 0 \Leftrightarrow (t+1)\sqrt{4-t} = 2 \Leftrightarrow t^3 - 2t^2 - 7t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t = 1\pm 2\sqrt{2}\ (L) \end{array}\right.$

Ta tính $f(0) = 18,\ f(3) = 25$.

Suy ra $\min P = f(0) = 18 = m$ và $\max P = f(3) = 25 = M$.

Vậy $M + m = 18 + 25 = 43$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

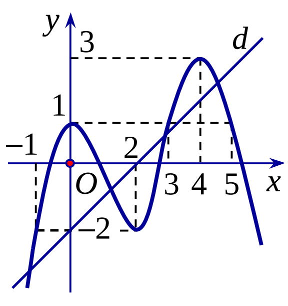
Chọn D.

Ta có

Ta có $g(x) = -2f(2-x) + x^2$, suy ra $g'(x) = 2f'(2-x) + 2x$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) + x = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = (2-x) - 2$

Đặt $u = 2-x$ ta có $f'(u) = u - 2$.



Xét sự tương giao của hai hàm $y = f'(u)$ và $y = u - 2$

Ta có để hàm $g(x)$ nghịch biến thì $g'(x) < 0$ hay $f'(2-x) < -x$

Tức đồ thị hàm số $y = f'(u)$ nằm dưới đồ thị hàm số $d: y = u - 2$

Nhận thấy $x \in (-1;0)$ thỏa mãn.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=3^{x-4}+(x+1).2^{7-x}-6x+3$, khi phương trình $f\left(7-4\sqrt{6x-9x^2}\right)+3m-1=0$ có số nghiệm nhiều nhất thì giá trị nhỏ nhất của tham số m có dạng $\frac{a}{b}$ (trong đó a, $b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T=a+b$.

A. $T=7$. **B.** $T=11$. **C.** $T=8$. **D.** $T=13$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t=7-4\sqrt{6x-9x^2}=7-4\sqrt{1-(3x-1)^2}\in[3;7]$. Khi đó $f(t)=1-3m$.

Xét hàm số $f(t)=3^{t-4}+(t+1)2^{7-t}-6t+3$ trên đoạn $[3;7]$.

Ta có $f'(t)=3^{t-4}\ln 3+2^{7-t}-(t+1)2^{7-t}\ln 2-6$;

$f''(t)=3^{t-4}(\ln 3)^2-2^{7-t}\ln 2-2^{7-t}\ln 2+(t+1)2^{7-t}(\ln 2)^2$

$=3^{t-4}(\ln 3)^2+\underbrace{\left[-2+(t+1)\ln 2\right]}_{>0,\forall t\in[3;7]}2^{7-t}\ln 2>0.$

Suy ra hàm số $f'(t)$ đồng biến trên $(3;7)$.

Lại có $\begin{cases} f'(3)<0 \\ f'(7)>0 \end{cases}\Rightarrow f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất t_0 thuộc $(3;7)$.

t	3		t_0		7
f'		$-$	0	$+$	
f	$\frac{148}{3}$	$\searrow$	$f(t_0)$	$\nearrow$	-4

Dựa vào BBT, ta thấy phương trình $f(t)=1-3m$ có số nghiệm nhiều nhất

$\Leftrightarrow f(t_0)<1-3m\le -4\Leftrightarrow \frac{5}{3}\le m<\frac{1-f(t_0)}{3}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của m là $\frac{5}{3}\longrightarrow\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$ nên $a+b=8$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+1$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;m)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để qua A có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến tới đồ thị (C). Số phần tử của S là

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5

Lời giải

Chọn B.

Gọi k là hệ số góc của đường thẳng d qua A.

Ta có phương trình của d có dạng: $y=kx+m-k$.

d tiếp xúc $(C)\Leftrightarrow$ hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} kx+m-k=x^3+3x^2+1 \\ k=3x^2+6x \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=-2x^3+6x+1\ (*) \\ k=3x^2+6x \end{cases}$

Để qua A có thể được đúng 3 tiếp tuyến tới (C) thì phương trình (*) phải có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $y_{CT} < m < y_{CĐ}$ với $f(x) = -2x^3 + 6x + 1$.

Ta có $f'(x) = -6x^2 + 6;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

$f(1) = 5 = f_{CĐ};\ f(-1) = -3 = f_{CT}$.

Suy ra $-3 < m < 5$.

Vậy số phần tử của S là 7.

Câu 47. Cho hai số thực $a > 1$, $b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\dfrac{x_1x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 3\sqrt[3]{2}$. **C.** $P = 3\sqrt[3]{4}$. **D.** $P = \sqrt[3]{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $a^x.b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow \log_b\left(a^x.b^{x^2-1}\right) = \log_b 1 \Leftrightarrow x^2 + (\log_b a).x - 1 = 0$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $x_1 + x_2 = -\log_b a$ và $x_1x_2 = -1$.

Do đó $P = \left(\dfrac{x_1x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2) = \dfrac{1}{\log_b^2 a} + 4\log_b a$.

Đặt $t = \log_b a$ với $t > 0$.

$\Rightarrow P = f(t) = \dfrac{1}{t^2} + 4t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = -\dfrac{2}{t^3} + 4$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2}\sqrt[3]{4}$.

Lập bảng biến thiên

t	0		$\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	$3\sqrt[3]{4}$	$\nearrow$	0

ta suy ra hàm số $f(t) = \dfrac{1}{t^2} + 4t$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$ là $f\left(\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{4}\right) = 3\sqrt[3]{4}$ khi tại $t = \dfrac{1}{2}\sqrt[3]{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\dfrac{x_1x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ là $3\sqrt[3]{4}$.

Câu 48. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \left|3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - m\right|$ có 7 điểm cực trị là

A. 63. **B.** 55. **C.** 30. **D.** 42.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $y=3x^4+8x^3-6x^2-24x-m$.

$y'=12x^3+24x^2-12x-24$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$8-m$	$\nearrow$	$13-m$	$\searrow$	$-19-m$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=\left|3x^4+8x^3-6x^2-24x-m\right|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi: $\begin{cases}8-m<0\\13-m>0\end{cases}\Leftrightarrow 8<m<13$.

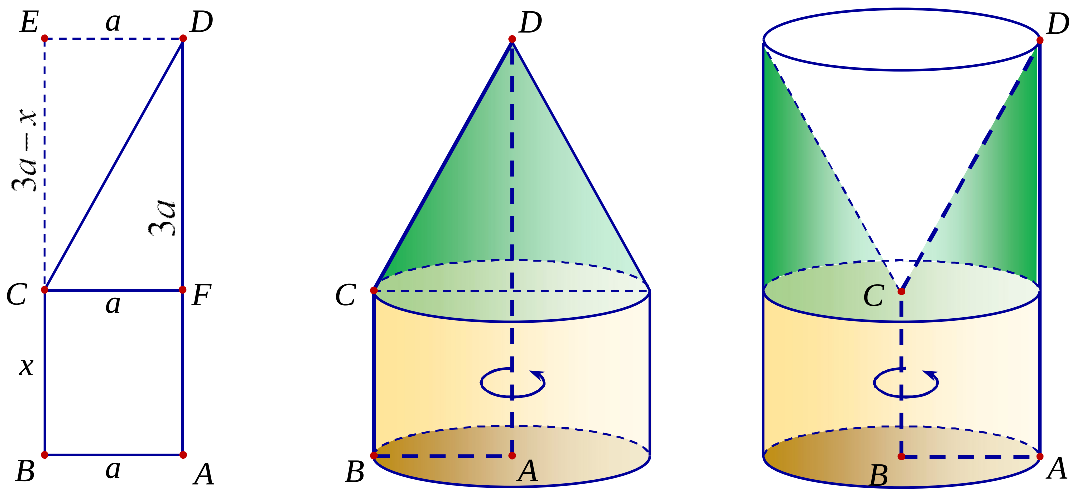
Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{9;10;11;12\}\Rightarrow 9+10+11+12=42$.

Câu 49. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB=a$, $AD=3a$ và $BC=x$ với $0<x<3a$. Gọi V_1, V_2, lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng BC và AD. Tìm x để $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{7}{5}$.

A. $x=a$. **B.** $x=2a$. **C.** $x=3a$. **D.** $x=4a$.

Lời giải

Chọn A.



Dựng các điểm E, F để có các hình chữ nhật $ABED$ và $ABCF$ như hình vẽ.

- Khi quay hình thang $ABCD$ (kể các điểm trong) quanh đường thẳng BC ta được khối tròn xoay có thể tích là

  $V_1=V_3-V_4=3\pi a^3-\dfrac{1}{3}\pi(3a-x)a^2=2\pi a^3+\dfrac{1}{3}\pi xa^2=\dfrac{1}{3}\pi a^2(6a+x)$.

  Trong đó, V_3 là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$; V_4 là thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng $3a-x$.
- Khi quay hình thang $ABCD$ (kể các điểm trong) quanh đường thẳng AD ta được khối tròn xoay có thể tích là

$V_2 = V_5 + V_4 = \pi a^2 x + \frac{1}{3}\pi(3a - x)a^2 = \pi a^3 + \frac{2}{3}\pi x a^2 = \frac{1}{3}\pi a^2(3a + 2x)$.

Trong đó, V_5 là thể tích khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng x.

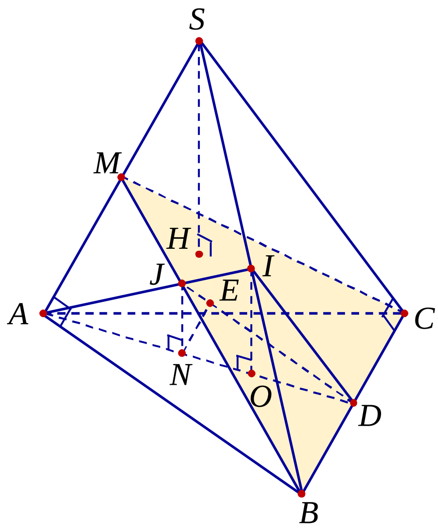
Theo giả thiết ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{6a + x}{3a + 2x} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow x = a$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SA, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$, biết khoảng cách từ A đến (MBC) bằng $\frac{6a}{\sqrt{21}}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{39}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{13}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Vì $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ \Rightarrow S, A, B, C$ cùng thuộc mặt cầu đường kính SB.

Gọi D là trung điểm BC, I là trung điểm SB và O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ta có $OI \perp (ABC)$.

Gọi H là điểm đối xứng với B qua $O \Rightarrow SH \perp (ABC)$ (vì OI là đường trung bình ΔSHB).

Gọi $BM \cap AI = J$, ta có J trọng tâm ΔSAB.

Trong ΔAID, kẻ $JN \,//\, IO$. Khi đó, vì $BC \perp (JND)$ nên $(JND) \perp (MBC)$.

Kẻ $NE \perp JD$, ta có $NE \perp (MBC)$. Do đó $d(N;(MBC)) = NE$.

Ta có $\frac{d(A,(MBC))}{d(N,(MBC))} = \frac{AD}{ND} = \frac{AD}{AD - AN} = \frac{AD}{AD - \frac{2}{3}AO} = \frac{AD}{AD - \frac{4}{9}AD} = \frac{9}{5}$.

Suy ra, $d(N,(MBC)) = \frac{5}{9}d(A,(MBC)) = \frac{10a}{3\sqrt{21}}$.

Xét ΔJND có $\frac{1}{NE^2} = \frac{1}{ND^2} + \frac{1}{NJ^2}$ nên $NJ = \frac{10a}{9} \Rightarrow OI = \frac{3}{2}NJ = \frac{5a}{3} \Rightarrow SH = \frac{10a}{3}$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{10a}{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{10\sqrt{3}a^3}{9}$.

----------HẾT----------