

Họ và tên thí sinh:.....

SBD:.....

Mã đề thi
101**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)**

Câu 1. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích bằng 1, M là trung điểm BC . Thể tích V của khối chóp $M.ABD$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{1}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{1}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. \mathbb{R} .

B. $(0; +\infty)$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1 = 8V_2$.

B. $V_1 = 6V_2$.

C. $V_1 = 2V_2$.

D. $V_1 = 4V_2$.

Câu 4. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V = 4$

B. $V = 6$

C. $V = 8$

D. $V = 12$

Câu 5. Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng:

A. $9\sqrt{3}\pi$.

B. 32π .

C. 64π .

D. 3π .

Câu 6. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là?

A. $a^{\frac{5}{6}}$.

B. $a^{\frac{6}{7}}$.

C. $a^{\frac{7}{6}}$.

D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 8. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

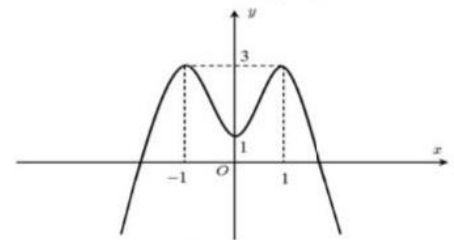
Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

A. 4

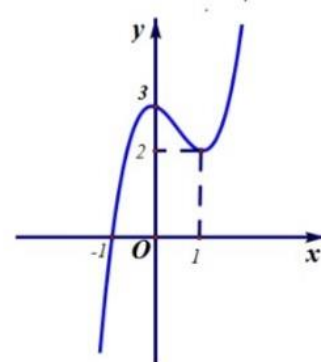
B. 3

C. 1

D. 2



Câu 9. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.B. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.C. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.D. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 2.

B. 3.

C. 0

D. 1.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SB tạo với đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp $S.AOD$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$ là.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 4a^3$.

Câu 12. Đường thẳng $y = 4 - 2x$ cắt đường cong $y = \frac{2x+4}{x+1}$ tại mấy điểm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 13. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $2\pi rl$. D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 14. Diện tích mặt cầu (S) tâm I bán kính bằng a là

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{4}$. C. πa^2 . D. $2\pi a^2$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

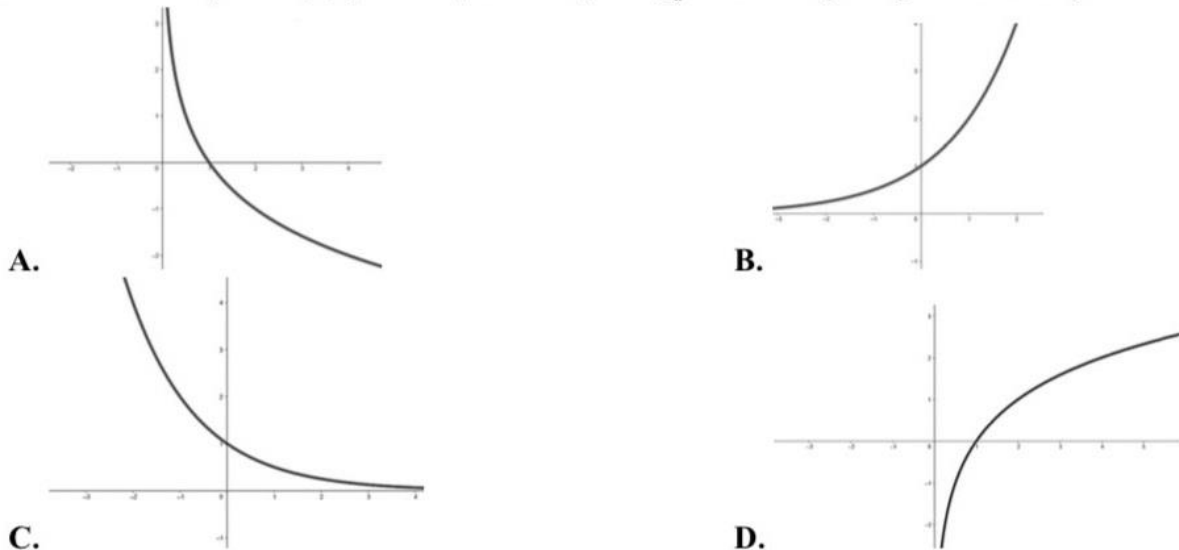
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+					
y	$+\infty$	↘		-2	↗		3	↘		-2	↗		$+\infty$

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 0)$
 C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$

Câu 16. Khối lập phương có số đỉnh là

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 10

Câu 17. Cho số thực $a \in (0; 1)$. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là đường cong nào dưới đây?



Câu 18. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A. $\frac{abc}{6}$. B. $\frac{abc}{2}$. C. abc . D. $\frac{abc}{3}$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy bằng r , đường sinh bằng l và chiều cao bằng h . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. πrl . B. $2\pi rh$. C. $2\pi rl$. D. πrh .

Câu 20. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x - 7 \log_2 x + 12 = 0$ bằng

- A. 7. B. 25. C. 20. D. 24.

Câu 22. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^{\frac{1}{2016}} < a^{\frac{1}{2017}}$. B. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Câu 23. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + \log_2(x+2) = 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. -3.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^\alpha$ với $x > 0, \alpha \in R$. Phát biểu nào sau đây **đúng** về hàm số đã cho?

- A. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ luôn có đường tiệm cận ngang.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 25. Số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 26. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a, AB = b, AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính bằng

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{2(a+b+c)}{3}$.

Câu 27. Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_3 \frac{2}{27}$ bằng

- A. $\frac{2}{4}(a-2)$. B. $2a-4$. C. $a-3$. D. $\left(\frac{1}{2}(a-2)\right)^2$.

Câu 28. Cho hình lập phương cạnh a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $4\pi a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 29. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 64\sqrt{2}\pi$. B. $V = 32\pi$. C. $V = 128\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 30. Xét các số thực a, b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 8^b) = 2$. Mệnh đề nào là đúng?

- A. $a + 3b = 2$. B. $a + 3b = 4$. C. $a + 3b = 6$. D. $a + 3b = 8$.

Câu 31. Cho tam giác ABC có $AB = 3; AC = 4; BC = 5$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

- A. $V = 20\pi$. B. $V = \frac{144\pi}{15}$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 12\pi$.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_5^2 x - m \log_5 x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 625$.

- A. $m = 4$. B. $m = 44$.
 C. $m = -4$. D. Không có giá trị nào của m .

Câu 33. Biết phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)] = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Tính $2x_2 - x_1$.

- A. 1. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. -1.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$, $AD = 3BC = 3a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. a . D. $2a\sqrt{2}$.

PHẦN II, TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

Câu 1. Giải các phương trình

- a. $\log_2 x + \log_2(x^2) + \log_2(2x) = 3$. b. $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB=4$, $BC=2$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và cạnh bên $SA=3$.

- a. Hình nón (N) đỉnh S và có đáy là đường tròn qua các điểm A, B, C, D . Tính thể tích khối nón (N) .
b. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, D .

Câu 3. Cho phương trình $2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x = m$

- a. Giải phương trình với $m = 1$.
b. Tìm các giá trị của m để phương trình có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.

----- HẾT -----

- Học sinh không được sử dụng tài liệu, thiết bị điện tử khi làm bài.
- Giáo viên coi kiểm tra không giải thích thêm.

Giáo viên coi (ký & ghi họ tên):.....

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

1A	2D	3B	4D	5B	6C	7C	8D	9D	10D	11B	12D	13C	14A	15A
16A	17A	18A	19A	20C	21D	22C	23A	24A	25D	26A	27C	28A	29A	30A
31B	32A	33A	34A	35A										

Câu 1: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích bằng 1, M là trung điểm BC . Thể tích V của khối chóp $M.ABD$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{1}{2}$.

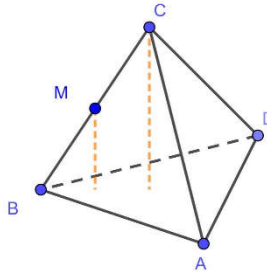
B. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{1}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Ta

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABD} \cdot d(M, (ABD)) = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABD} \cdot \frac{1}{2} \cdot d(C, (ABD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABD} \cdot d(C, (ABD)) = \frac{1}{2} \cdot V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

có

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. \mathbb{R} .

B. $(0; +\infty)$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Câu 3: Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1 = 8V_2$.

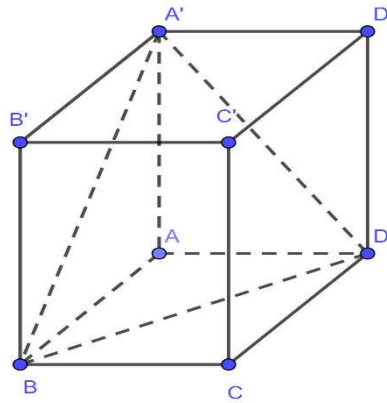
B. $V_1 = 6V_2$.

C. $V_1 = 2V_2$.

D. $V_1 = 4V_2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \cdot AA' \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AA' \cdot S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{6} \cdot V_1$$

$$\Leftrightarrow V_1 = 6V_2$$

- Câu 4:** Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là
A. $V = 4$. **B.** $V = 6$. **C.** $V = 8$. **D.** $V = 12$.

Lời giải

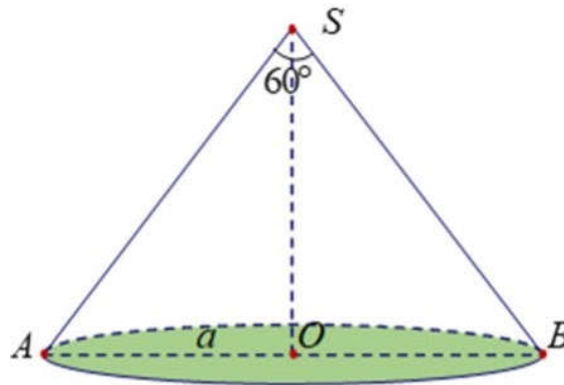
Chọn D

Ta có $V = B.h = 3.4 = 12$

- Câu 5:** Một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng:
A. $9\sqrt{3}\pi$. **B.** 32π . **C.** 64π . **D.** 3π .

Lời giải

Chọn B



Giả sử hình nón có đỉnh là S , O là tâm của đường tròn đáy và AB là một đường kính của đáy.

$$\text{Ta có } r = OA = 4, \widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ \Rightarrow l = SA = \frac{OA}{\sin 30^\circ} = 8 \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = 32\pi$$

- Câu 6:** Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là
A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{6}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{6}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

$$a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -1$ nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng;

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \end{cases} \text{ nên } x = 2 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận đứng.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích V của khối chóp $S.AOD$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn B

+) Tam giác SAB vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{AOD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{a^3}{12}$$

Câu 12: Đường thẳng $y = 4 - 2x$ cắt đường cong $y = \frac{2x+4}{x+1}$ tại mấy điểm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+4}{x+1} = 4 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x+4 = (4-2x)(x+1) \Leftrightarrow 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases}$$

Vậy có 1 giao điểm

Câu 13: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính là r bằng

- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $2\pi rl$. D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Câu 14: Diện tích mặt cầu (S) có tâm I bán kính bằng a là

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{4}$. C. πa^2 . D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				3				$+\infty$

\swarrow \nearrow \swarrow \nearrow
 -2 -2

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

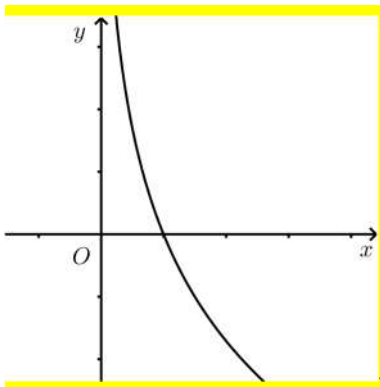
Câu 16: Khối lập phương có số đỉnh là

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 10.

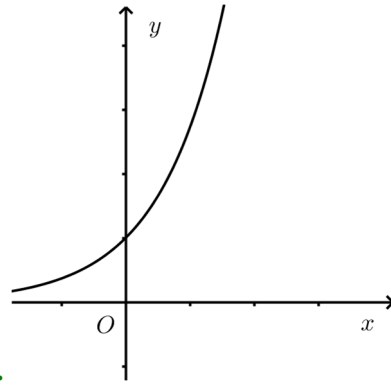
Lời giải

Chọn A

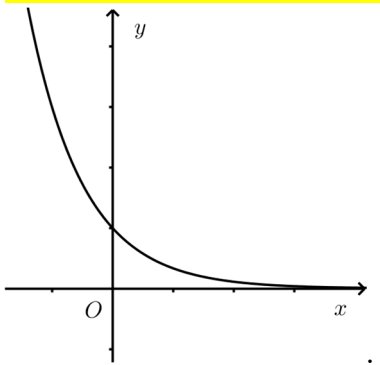
Câu 17: Cho số thực $a \in (0; 1)$. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ là đường cong nào dưới đây?



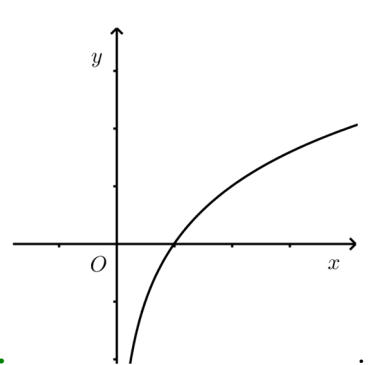
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A.** $\frac{abc}{6}$. **B.** $\frac{abc}{2}$. **C.** abc . **D.** $\frac{abc}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện là $V = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{abc}{6}$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r , đường sinh bằng l và chiều cao bằng h . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A.** πrl . **B.** $2\pi rh$. **C.** $2\pi rl$. **D.** πrh .

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Có $y' = -4x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Xét dấu y' ta thấy $y' > 0$ khi $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 21: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0$ bằng

- A.** 7. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Với $x > 0$ ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 4 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = 8 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 24.

Câu 22: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^{\frac{1}{2016}} < a^{\frac{1}{2017}}$. **B.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. **C.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

Lời giải

Chọn C

Do $-\sqrt{3} > -\sqrt{5}$ và $a > 1$ nên $a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}}$ hay $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$

Câu 23: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + \log_2(x+2) = 1$ là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > -1$

$$\text{Ta có: } \log_2(x+1) + \log_2(x+2) = 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1)(x+2) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(tm) \\ x = -3(l) \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 0

Câu 24: Cho hàm số $y = x^\alpha$ với $x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây **đúng** về hàm số đã cho?

- A.** Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(1;1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ luôn có đường tiệm cận ngang.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

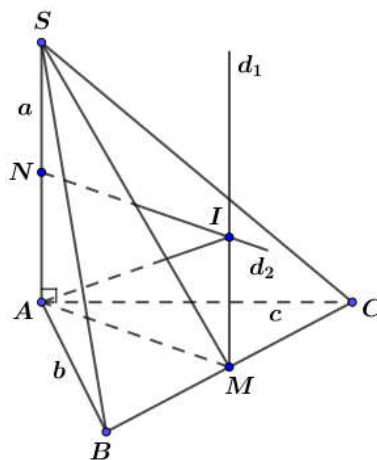
$$4^x - 2^{x+2} + 3 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \\ 2^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 26: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a, AB = b, AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính bằng

- A.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. **B.** $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. **C.** $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. **D.** $\frac{2(a+b+c)}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA . Vì tam giác ABC vuông tại A nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Dựng đường thẳng d_1 vuông góc với (ABC) tại M .

Các điểm nằm trên đường thẳng d_1 cách đều A, B, C . Đường thẳng d_1 là trục đường tròn của tam giác ABC . Do $SA \perp (ABC), d_1 \perp (ABC) \Rightarrow SA \parallel d_1$, SA và d_1 đồng phẳng.

Dựng đường thẳng d_2 vuông góc với SA tại N cắt d_1 tại I .

$$I \in d_1 \Rightarrow IA = IB = IC, I \in d_2 \Rightarrow IA = IS.$$

Vì vậy I cách đều các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{IN^2 + NA^2}$, mà $AN = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$

Do tam giác ABC vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$.

$$\text{Mà } AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}.$$

Khi đó mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính là:

$$R = IA = \sqrt{IN^2 + NA^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Câu 27: Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_3 \frac{2}{27}$ bằng

- A. $\frac{2}{4}(a-2)$. B. $2a-4$. **C. $a-3$.** D. $\left(\frac{1}{2}(a-2)\right)^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{2}{27} = \log_3 2 - \log_3 27 = a - 3$$

Câu 28: Cho hình lập phương cạnh a . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$.** B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $4\pi a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a là $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là: } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 29: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 64\sqrt{2}\pi$.** B. $V = 32\pi$. C. $V = 128\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ là

$$V = \pi r^2 h = \pi (4)^2 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi.$$

Câu 30: Xét các số thực a, b thỏa mãn $\log_2(2^a \cdot 8^b) = 2$. Mệnh đề nào là đúng?

- A. $a + 3b = 2$.** B. $a + 3b = 4$. C. $a + 3b = 6$. D. $a + 3b = 8$.

Lời giải

Chọn A

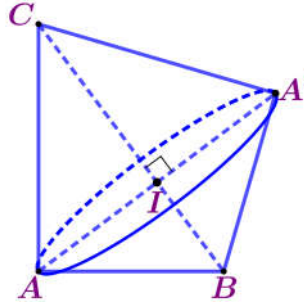
Ta có $\log_2(2^a \cdot 8^b) = 2 \Leftrightarrow \log_2 2^a + \log_2 (2)^{3b} = 2 \Leftrightarrow a + 3b = 2$.

Câu 31: Cho tam giác ABC có $AB = 3$; $AC = 4$; $BC = 5$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

- A. $V = 20\pi$. B. $V = \frac{144\pi}{15}$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 12\pi$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2 = 25 \rightarrow \Delta ABC \perp$ tại A .



$$\text{Tính } AI = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{12}{5}.$$

$$\text{Tính } V = \frac{1}{3} \pi AI^2 \cdot (CI + BI) = \frac{144\pi}{15}.$$

Câu 32: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_5^2 x - m \log_5 x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 625$.

- A. $m = 4$. B. $m = 44$.
C. $m = -4$. D. Không có giá trị nào của m .

Lời giải**Chọn A**

Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_5 x \Leftrightarrow x = 5^t$, phương trình ban đầu trở thành $t^2 - mt + m + 1 = 0$ (1).

Điều kiện bài toán \Leftrightarrow (1) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa $t_1 + t_2 = \log_5 625 = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4m - 4 \geq 0 \\ m = 4 \end{cases} \Rightarrow m = 4.$$

Câu 33: Biết phương trình $\log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)] = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Tính $2x_2 - x_1$.

- A. 1. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. -1.

Lời giải**Chọn A**

Điều kiện $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

$$\text{Phương trình } \log_3(3^x - 1) \cdot [1 + \log_3(3^x - 1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(3^x - 1) = 0 \\ 1 + \log_3(3^x - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 1 = 1 \\ 3^x - 1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = \log_3 \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } 2x_2 - x_1 = 2 \log_3 2 - \log_3 \frac{4}{3} = 1.$$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB = 2a$, $AD = 3BC = 3a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

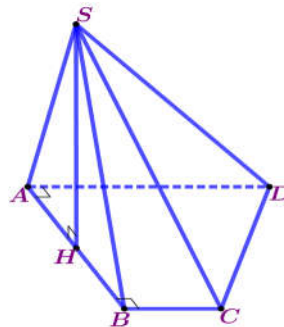
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB . Vì $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có: } SH = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \text{ và } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot (3a + a) = 4a^2.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $a\sqrt{2}$.

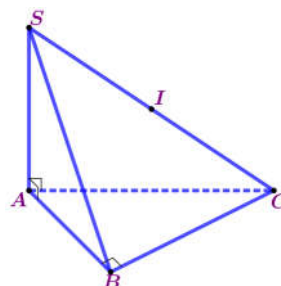
B. $\frac{a}{2}$.

C. a .

D. $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC .

Ta có: $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ \Rightarrow 4$ điểm S, A, B, C nằm trên mặt cầu tâm I , bán kính

$$R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2 + AC^2}}{2} = \sqrt{2}a$$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM (3 ĐIỂM)

Câu 36: Giải các phương trình

a. $\log_2 x + \log_2(x^2) + \log_2(2x) = 3$. **b.** $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$.

Lời giải

a. Điều kiện: $x > 0$. Do $x > 0 \Rightarrow |x| = x$.

$$\log_2 x + \log_2(x^2) + \log_2(2x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x + 2\log_2|x| + \log_2 2 + \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4\log_2 x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}. \text{ Tập nghiệm của phương trình là } S = \{\sqrt{2}\}.$$

b. Điều kiện của phương trình: $\begin{cases} 5^x - 1 > 0 \\ 5^{x+1} - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

$$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_5(5^x - 1) \cdot [1 + \log_5(5^x - 1)] = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_5^2(5^x - 1) + \log_5(5^x - 1) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_5(5^x - 1) = 1 \\ \log_5(5^x - 1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (5^x - 1) = 5 \\ (5^x - 1) = \frac{1}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 5^x = 6 \\ 5^x = \frac{26}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \log_5 6 \\ x = \log_5 \frac{26}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5 6 \\ x = \log_5 \frac{26}{25} \end{cases}$$

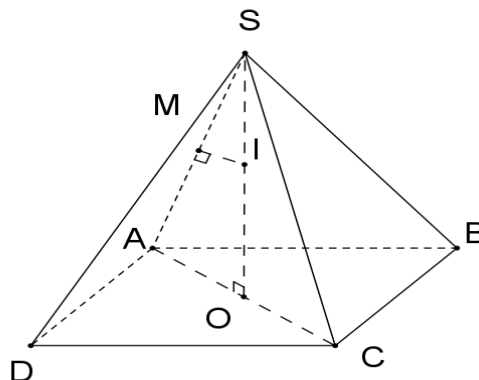
Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \log_5 6; \log_5 \frac{26}{25} \right\}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = 4, BC = 2, SO$ vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và cạnh bên $SA = 3$.

a. Hình nón (N) đỉnh S và có đáy là đường tròn qua các điểm A, B, C, D . Tính thể tích khối nón (N).

b. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, D .

Giải



a. Hình nón có đường cao, bán kính đáy, độ dài đường sinh lần lượt là $h = SO, r = OA, SA = 3$.

Bán kính đáy của nón là $r = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{5}$.

Chiều cao nón $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3^2 - 5} = 2$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5 \cdot 2 = \frac{10\pi}{3}$.

b. Gọi M là trung điểm của SA . Trong mặt phẳng (SOA) , kẻ

$MI \perp SO, (I \in SO) \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, D .

Khi đó bán kính mặt cầu bằng $R = IS$.

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOA \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow R = SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{9}{4}$.

Câu 38: Cho phương trình $2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x = m$

a. Giải phương trình với $m = 1$.

b. Tìm các giá trị của m để phương trình có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.

Lời giải

a. Ta có: $2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x = m(1)$.

Với $m = 1$, $(1) \Leftrightarrow 2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x = 1 \Leftrightarrow \log_2(2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x) = \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 2^{x^3} + \log_2 3^x + \log_2 4^x = 0$

$\Leftrightarrow x^3 + x \log_2 3 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + \log_2 12) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy $S = \{0\}$.

b. $2^{x^3} \cdot 3^x \cdot 4^x = m \Leftrightarrow 2^{x^3} \cdot 2^{x \log_2 3} \cdot 2^{2x} = m \Leftrightarrow 2^{x^3 + x(\log_2 3 + 2)} = m(*)$

Xét hàm số $f(x) = 2^{x^3 + x(\log_2 3 + 2)}$ trên $(2; +\infty)$

Ta có: $f'(x) = 2^{x^3 + x(\log_2 3 + 2)} (3x^2 + \log_2 3 + 2) \ln 2 > 0, \forall x \in (2; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$f(2)$	$+\infty$

Phương trình $(*)$ có ít nhất một nghiệm trên $(2; +\infty)$ khi $m > f(2) = 2^{8+2(\log_2 3+2)} = 36864$

----- HẾT -----