

Chủ đề - Mạch kiến thức, kĩ năng	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng		TC
			Cấp độ thấp	Cấp độ cao	
Chủ đề 1: Sự biến thiên của hàm số					
Số câu :4	1	1		1	3
Số điểm:0,8 Tỉ lệ : 8%	0.2	0.2		0.2	0,6đ= 6%
Chủ đề 2: Cực trị của hàm số					
Số câu 4	2	1		1	4
Số điểm:0,8 Tỉ lệ : 8%	0.4	0.2		0.2	0,8đ= 8 %
Chủ đề 3: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số					
Số câu :2	1	2			3
Số điểm:0,4 Tỉ lệ :	0.2	0.4			0,6đ= 6 %
Chủ đề 4: Tiệm cận					
Số câu :2	1	1			2
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%	0.2	0.2			0,4đ= 4 %
Chủ đề 5: Đồ thị hàm số và các bài toán liên quan					
Số câu :4	1	2		1	8
Số điểm:0,8 Tỉ lệ :	0.2	0.4		0.2	0,8đ= 8 %
Chủ đề 6: Lũy thừa					
Số câu :2		1	1		2
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%		0.2	0.2		0,4đ= 4 %
Chủ đề 7: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit					
Số câu :3	1	1			2
Số điểm:0,6 Tỉ lệ : 6%	0.2	0.2			0,4đ= 4 %
Chủ đề 8: Lôgarit					
Số câu :2		1	1		2
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%		0.2	0.2		0,4đ= 4 %
Chủ đề 9: Phương trình mũ					
Số câu :3	1	1	1		3
Số điểm:0,6 Tỉ lệ : 6%	0.2	0.2	0.2		0,6đ= 6%
Chủ đề 10: Phương trình lôgarit					
Số câu :2	1	1	1		3
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%	0.2	0.2	0.2		0,6đ= 6 %
Chủ đề 11: Bất phương trình mũ					
Số câu :2			1	1	2
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%			0.2	0.2	0,4đ= 4 %
Chủ đề 12: Bất phương trình lôgarit					
Số câu :2	1		1		2
Số điểm:0,4 Tỉ lệ : 4%	0.2		0,2		0,4đ= 4 %

Chủ đề 13: Nguyên hàm	2	1	1		4
	0,4	0,2	0,2		0,8đ= 8%
Chủ đề 14: Thể tích khối đa diện					
Số câu :11	2	5	2		9
Số điểm:2,2 Tỉ lệ : 22%	0,4	1,0	0,6		1,8đ= 18 %
Chủ đề 15: Khối tròn xoay					
Số câu :4	1	2		1	4
Số điểm:0,8 Tỉ lệ : 4	0,2	0,4		0,2	0,8đ= 8 %
Tổng					
Số câu :50	15	20	10	5	50
Số điểm:10	3,0	4,0	2,0	1,0	10,0đ= 100 %

Tổ: Toán

NĂM HỌC 2023 -2024

(Đề gồm có : 06 trang)

Môn: Toán. Khối: 12. Thời gian : 90 phút.

Họ tên học sinh:.....Lớp..... STT.....

Mã đề 121

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		↗	↘	$+\infty$	↘	↗	↘	$+\infty$
			2			4			

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 2: Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. B. $y = (0,5)^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$.

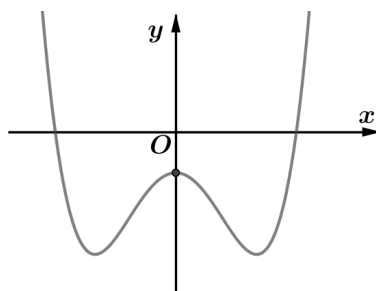
Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{-3}$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(-\infty; 3]$.

Câu 4: Cho a, b là hai số dương với $b \neq 1$. Tìm kết luận **đúng**.

- A. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$. B. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.
 C. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$. D. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$

Câu 5: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



- A. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.
 B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.
 C. Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
 D. Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 6: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 a < \log_2 b$ mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $a < b$. B. $a \geq b$. C. $a \leq b$. D. $a > b$.

Câu 7: Xét $I = \int \sqrt{1+2x} dx$. Bằng cách đặt $u = \sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $I = \int u^2 du$. B. $I = \int (u^2 - 1) du$. C. $I = \frac{1}{2} \int (u^2 - 1) du$. D. $I = \frac{1}{2} \int u^2 du$.

Câu 8: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có tập xác định $D = \mathbb{R}$?

- A. $y = (2 + x^2)^\pi$. B. $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$. C. $y = (2 + x)^\pi$. D. $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$.

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$.

- A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$. B. $f(x) = x$. C. $f(x) = |x|$. D. $f(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Câu 11: Cho khối nón có bán kính đáy r , đường sinh l và chiều cao h . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. πrh . B. $2\pi rh$. C. $2\pi rl$. D. πrl .

Câu 12: Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là

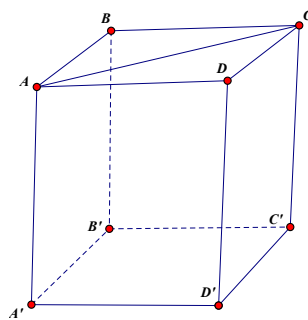
- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \{-1; 2\}$. D. $S = \{-1\}$.

Câu 13: Cho phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$. Khi đặt $t = 3^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

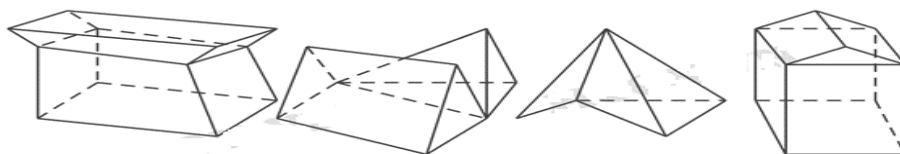
- A. $3t^2 - 10t + 3 = 0$. B. $3t^2 + 10t + 3 = 0$. C. $t^2 - t + 3 = 0$. D. $t^2 + t - 3 = 0$.

Câu 14: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S . Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

- A. $V = Sh$. B. $V = 2Sh$. C. $V = \frac{1}{3}Sh$. D. $V = \frac{2}{3}Sh$.



Câu 15: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc, $AB = AC = AD = 2$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 17: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý, $\log_4(a^6 b^2)$ bằng

- A. $3 \log_2 a - \log_2 b$. B. $12 \log_2 a + 4 \log_2 b$. C. $3 \log_2 a + \log_2 b$. D. $12 \log_2 a - 4 \log_2 b$.

Câu 18: Hàm số $y = \sqrt{2024x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(1; 2024)$. B. $(0; 1012)$. C. $(1013; 2024)$. D. $(2024; +\infty)$.

Câu 19: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

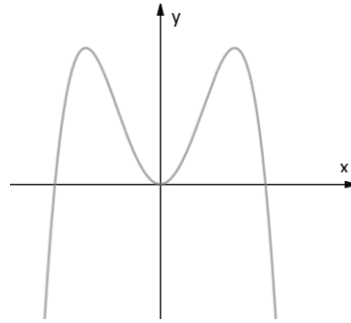
A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = |x+2|$.

C. $y = x^4$.

D. $y = -x^3 + x$.

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5	↘ 1	↗ 4		

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

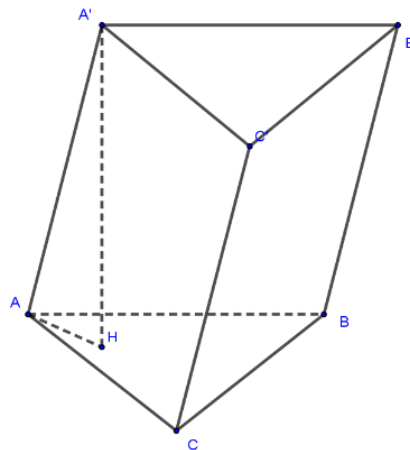
Câu 22: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AA' = 2a$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° , diện tích tam giác ABC bằng a^2 . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt{3}a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.



Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$. Giá trị của $T = M + m\sqrt{2}$ là

A. $T = 2\sqrt{2} + 4$.

B. $T = 4\sqrt{2} + 2$.

C. $T = 8$.

D. $T = 4$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	-	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 25: Thể tích khối cầu bán kính a bằng

- A. $2\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	2	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

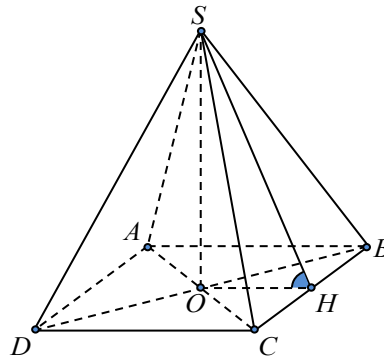
- A. -3 . B. 2 . C. -2 . D. 3 .

Câu 27: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại một đỉnh của khối đa diện bằng

- A. 324° . B. 240° . C. 180° . D. 360° .

Câu 28: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.



Câu 29: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{201}{2}$. Giá trị $F(\frac{1}{2})$ là

- A. $\frac{1}{2}e + 200$. B. $\frac{1}{2}e + 50$. C. $\frac{1}{2}e + 100$. D. $2e + 100$.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $\sqrt{2}$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 0$ là

- A. $S = (-1; 0)$. B. $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$. C. $S = (-1; 1)$. D. $S = (0; 1)$.

Câu 32: Số tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$

- A. 2 . B. 1 . C. 0 . D. 3 .

Câu 33: Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 30π . B. 5π . C. 75π . D. 25π .

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

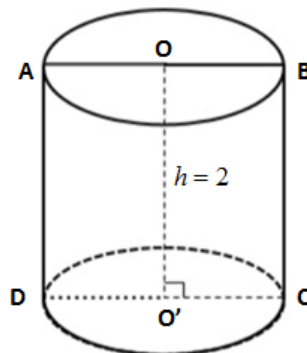
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 35: Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ đó bằng

- A. 8π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. 2π . D. 32π .



Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn $2^a = 3^b$ và $a - b < 4$?

- A. 6. B. 1. C. Vô số. D. 10.

Câu 37: Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = 2a$. B. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $R = 3a$.

Câu 40: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1) - x$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $2\ln 2 - 3$. B. -3 . C. $2\ln 3 - 4$. D. -2 .

Câu 41: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

- A. $\frac{a+b}{b+2}$. B. $\frac{a+1}{b-2}$. C. $\frac{ab+1}{b-2}$. D. $\frac{a+2}{ab+2}$.

Câu 42: Biết $\int xe^{2x} dx = axe^{2x} + be^{2x} + C, (a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $T = ab$ là

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn 2 của y sao cho với mỗi y tồn tại đúng 3 số nguyên dương x thỏa mãn $3^x - y \leq 2\log_2(3^x - 2)$?

- A. 66. B. 51. C. 68. D. 16.

Câu 44: Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^{x^2 + 4x - 14} \geq 7 + 4\sqrt{3}$ là

- A. $[-6; 2]$. B. $(-6; 2)$. C. $(-\infty - 6] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SC . Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P . Tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 46: Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \left(\frac{x^4}{3} \right)$ có hai nghiệm là a, b . Khi đó $a.b$ bằng:

- A. 64. B. 8. C. 81. D. 9.

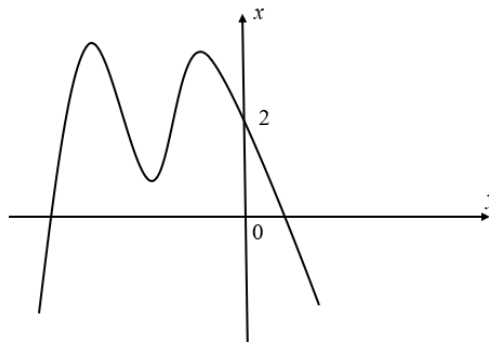
Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi I là giao điểm của AB' và $A'B$. Cho biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. a^3 . B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $3a^3$ D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 48: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4 - xy^2}{y^2}$. Khi biểu thức $P = x + 4y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị $\frac{x}{y}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x^2 f(x)) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 9. B. 12. C. 8. D. 6.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$ có không quá 6 điểm cực trị?

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 2.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 121

1.C	2.C	3.C	4.B	5.D	6.A	7.A	8.A	9.D	10.D
11.D	12.A	13.A	14.B	15.D	16.C	17.C	18.C	19.A	20.B
21.D	22.A	23.C	24.A	25.D	26.B	27.B	28.C	29.C	30.B
31.B	32.B	33.C	34.B	35.A	36.D	37.D	38.B	39.A	40.D
41.D	42.B	43.B	44.A	45.D	46.C	47.C	48.A	49.A	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 122

1.D	2.C	3.C	4.A	5.B	6.A	7.B	8.C	9.B	10.B
11.A	12.D	13.D	14.C	15.A	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.B	22.B	23.B	24.C	25.B	26.A	27.D	28.C	29.C	30.D
31.D	32.C	33.A	34.A	35.C	36.D	37.A	38.A	39.A	40.A
41.D	42.B	43.B	44.D	45.B	46.B	47.C	48.A	49.D	50.C

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 123

1.A	2.B	3.B	4.C	5.D	6.D	7.D	8.D	9.B	10.D
11.C	12.C	13.C	14.B	15.A	16.B	17.B	18.B	19.B	20.B
21.C	22.A	23.D	24.B	25.A	26.B	27.D	28.C	29.A	30.C
31.B	32.D	33.C	34.C	35.A	36.B	37.D	38.A	39.C	40.C
41.D	42.A	43.A	44.A	45.D	46.A	47.A	48.D	49.C	50.B

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ 124

1.B	2.A	3.A	4.A	5.D	6.D	7.B	8.B	9.C	10.D
11.C	12.A	13.D	14.C	15.B	16.C	17.B	18.D	19.C	20.C
21.A	22.C	23.B	24.B	25.B	26.A	27.B	28.A	29.C	30.D
31.D	32.D	33.A	34.B	35.D	36.A	37.D	38.C	39.C	40.B
41.C	42.D	43.A	44.C	45.A	46.B	47.D	48.C	49.A	50.D

ĐÁP ÁN VẬN DỤNG

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $R = 3a$.

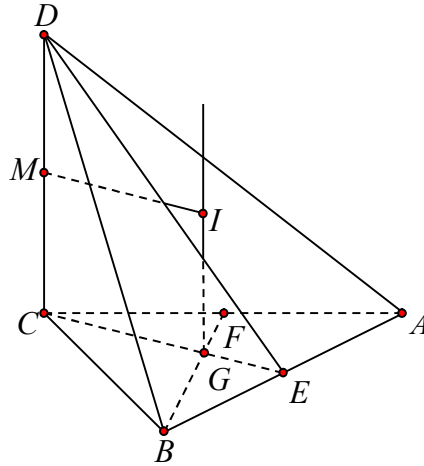
C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

D. $R = 2a$.

Lời giải

Chọn D

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm SC .



Dựng $IG \parallel SC$ và $IM \parallel CG$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có: $R = IC = \sqrt{CM^2 + CG^2}$
 $= \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn $2^a = 3^b$ và $a - b < 4$?

A. 6.

B. 10.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^a = 3^b \Leftrightarrow \log_3 2^a = \log_3 3^b \Leftrightarrow a \cdot \log_3 2 = b$

Ta có $a - b < 4 \Leftrightarrow a - a \log_3 2 < 4 \Leftrightarrow a(1 - \log_3 2) < 4 \Leftrightarrow a < \frac{4}{1 - \log_3 2}$

Mà $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Vậy có 10 số nguyên dương a thỏa đề bài.

Câu 45: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi I là giao điểm của AB' và $A'B$. Cho biết khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$

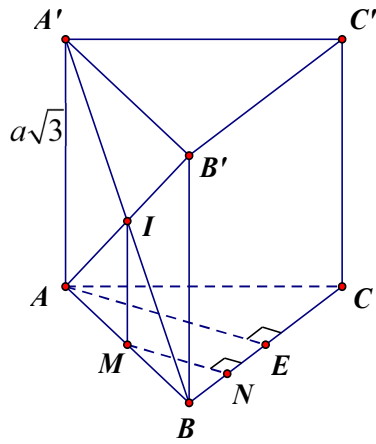
B. a^3 .

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm BC , N là trung điểm của BE , M là trung điểm của AB .

Ta có $IM \parallel (BCC'B')$ nên $d(I, (BCC'B')) = d(M, (BCC'B')) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

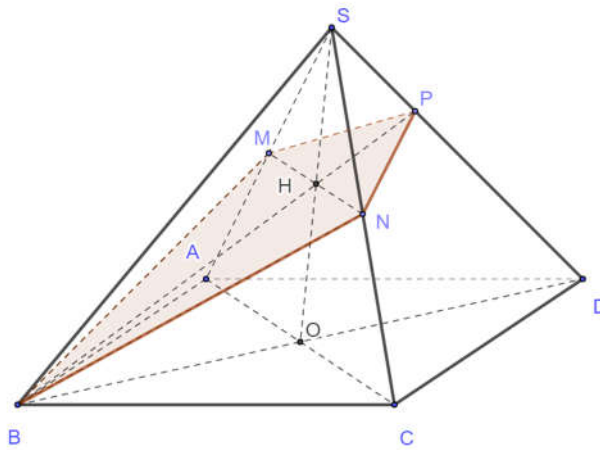
Gọi b là cạnh của tam giác đều ABC . Ta có: $EA = 2MN = a\sqrt{3}$,

$$\text{Mà } AE = \frac{b\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow b = 2a$$

$$\text{Diện tích mặt đáy là: } S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$$

$$\text{Thể tích hình lăng trụ là } V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 3a^3.$$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SC . Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P . Tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng



A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Giải:

- Chọn $(SBD) \supset SD$
- Ta có $B \in (BMN) \cap (SBD)$ (1)

$$\text{Trong } (SAC): \text{ Gọi } H = SO \cap MN \Rightarrow \begin{cases} H \in SO \subset (SBD) \\ H \in MN \subset (BMN) \end{cases} \Rightarrow H \in (BMN) \cap (SBD) \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $BH = (BMN) \cap (SBD)$

- Trong (SBD): Gọi $P = BH \cap SD \Rightarrow \begin{cases} P \in BH \subset (BMN) \\ P \in SD \end{cases} \Rightarrow P = SD \cap (BMN)$.

Ta có MN là đường trung bình trong ΔSAC nên $MN \parallel AC \Rightarrow MH \parallel OA \Rightarrow H$ trung điểm SO
 Xét ΔSOD và cát tuyến P, H, B :

$$\text{Ta có } \frac{PD}{PS} \cdot \frac{HS}{HO} \cdot \frac{BO}{BD} = 1 \Leftrightarrow \frac{PD}{PS} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{PD}{PS} = 2 \Rightarrow \frac{SD}{SP} = 3.$$

$$\text{Gọi } a = \frac{SA}{SM} = 2; b = \frac{SB}{SM} = 1; c = \frac{SC}{SN} = 2; d = \frac{SD}{SP} = 3.$$

$$\text{Khi đó } \frac{V_{S.MBNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{a+b+c+d}{4abcd} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}.$$

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn 2 của y sao cho với mỗi y tồn tại đúng 3 số nguyên dương x thỏa mãn $3^x - y \leq 2 \log_2(3^x - 2)$?

A. 16.

B. 51.

C. 68.

D. 66.

Lời giải

Chọn B

điều kiện: $3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \log_3 2$.

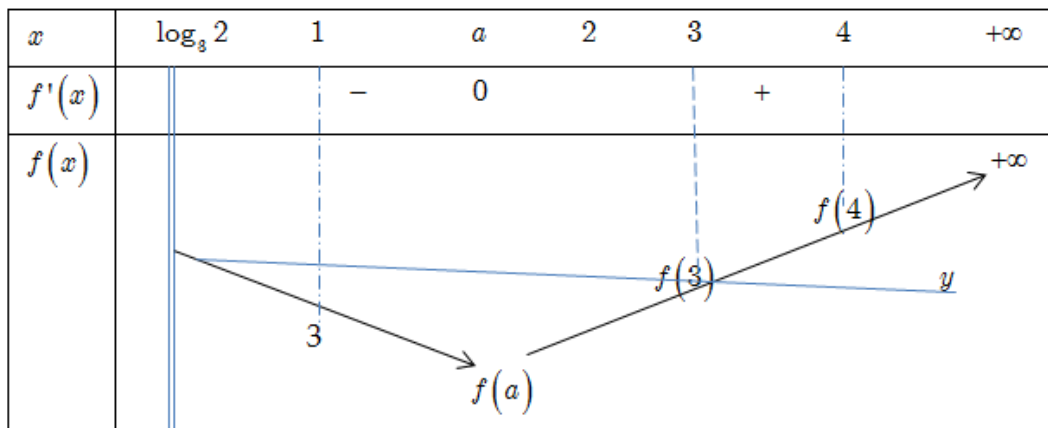
$$3^x - y \leq 2 \log_2(3^x - 2) \Leftrightarrow y \geq 3^x - 2 \log_2(3^x - 2).$$

Xét hàm số $f(x) = 3^x - 2 \log_2(3^x - 2)$

$$\Rightarrow f'(x) = 3^x \ln 3 - \frac{2 \cdot 3^x \ln 3}{(3^x - 2) \ln 2} = 3^x \ln 3 \left(1 - \frac{2}{(3^x - 2) \ln 2} \right) = 3^x \ln 3 \left(\frac{(3^x - 2) \ln 2 - 2}{(3^x - 2) \ln 2} \right)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3^x - 2 = \frac{2}{\ln 2} \Leftrightarrow x = \log_3 \left(\frac{2}{\ln 2} + 2 \right) = a$$

Bảng biến thiên:



$$\text{Ycbt } \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) \leq y \\ f(4) > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27 - 2 \log_2 25 \leq y \\ 81 - 2 \log_2 79 > y \end{cases} \Leftrightarrow 17,71 \leq y < 68,3$$

Vì $y > 2$ là số nguyên nên $18 \leq y \leq 68 \Rightarrow$ có 51 số.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$ có không quá 6 điểm cực trị?

A. 5.

B. 4.

C. 7.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

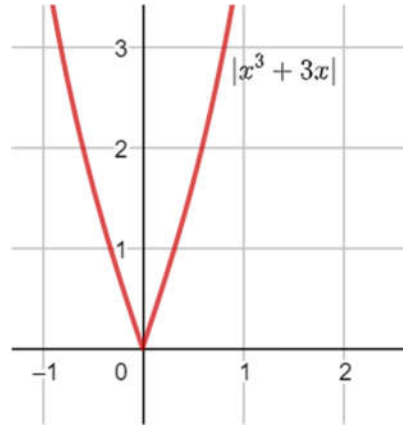
$$\text{Ta có: } g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) \Rightarrow g'(x) = \frac{3x(x^2 + 3)(x^2 + 1)}{|x^3 + 3x|} \cdot f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$$

Để thấy $g'(x)$ không xác định tại $x=0$ và khi qua $x=0$ thì $g'(x)$ đổi dấu nên $x=0$ là một điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Để $g(x)$ có không quá 6 điểm cực trị thì phương trình $f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) = 0$ có thể có tối đa 5 nghiệm bội lẻ khác $x=0$.

$$\text{Có: } f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = 0 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = -9 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = -3 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 3x| = m^2 - 2m \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m - 9 \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m - 3 \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m + 3 \end{cases}$$

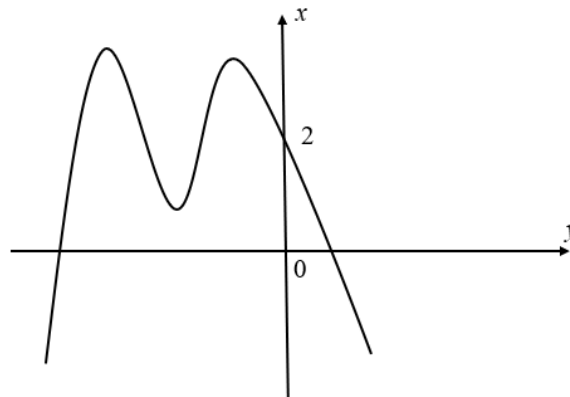
Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số $|x^3 + 3x|$:



Để $g(x)$ có không quá 6 điểm cực trị thì: $m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$

Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x^2 f(x)) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 9.

B. 8.

C. 12.

D. 6.

Giải:

$$\text{Ta có: } f(x^2 f(x)) = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 f(x) = 0 \\ x^2 f(x) = a < 0 \\ x^2 f(x) = b < 0 \\ x^2 f(x) = c < 0 \end{cases}$$

Xét phương trình: $x^2 f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$ mà $f(x) = 0$ có hai nghiệm $\Rightarrow x^2 \cdot f(x) = 0$ có ba nghiệm.

Xét phương trình: $x^2 f(x) = a < 0$

Do $x^2 \geq 0$; $x=0$ không là nghiệm của phương trình $\Rightarrow f(x) = \frac{a}{x^2} < 0$

$$\text{Xét } g(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow g'(x) = \frac{-2a}{x^3}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-		+
$g(x)$	0	$-\infty$	0

Từ bảng biến thiên với $f(x) < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{a}{x^2}$ có 2 nghiệm.

Tương tự: $x^2 f(x) = b$ và $x^2 f(x) = c$ ($b, c < 0$) mỗi phương trình cũng có hai nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x^2 f(x)) = 2$ là 9 nghiệm.

Câu 50: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4-xy^2}{y^2}$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá

trị $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{1}{2} \log_2 \frac{x}{4} + \log_2 y = \frac{4-xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\log_2 x - \log_2 4) + \log_2 y = \frac{4}{y^2} - x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x - 2 + 2 \log_2 y = \frac{8}{y^2} - 2x \Leftrightarrow \log_2 x + 2x = 2 - 2 \log_2 y + \frac{8}{y^2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x + 2x = \log_2 \frac{4}{y^2} + 2 \left(\frac{4}{y^2} \right) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$ với $t > 0$

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0 \text{ với mọi } t > 0 \text{ nên } f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(x) = f\left(\frac{4}{y^2}\right) \Leftrightarrow x = \frac{4}{y^2}. \text{ Khi đó } x + 4y = \frac{4}{y^2} + 2y + 2y \geq 3\sqrt[3]{16}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{y^2} = 2y \\ x = \frac{4}{y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt[3]{2} \\ x = \sqrt[3]{4^2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy khi } x + 4y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất thì } \frac{x}{y} = \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{2}} = 2.$$