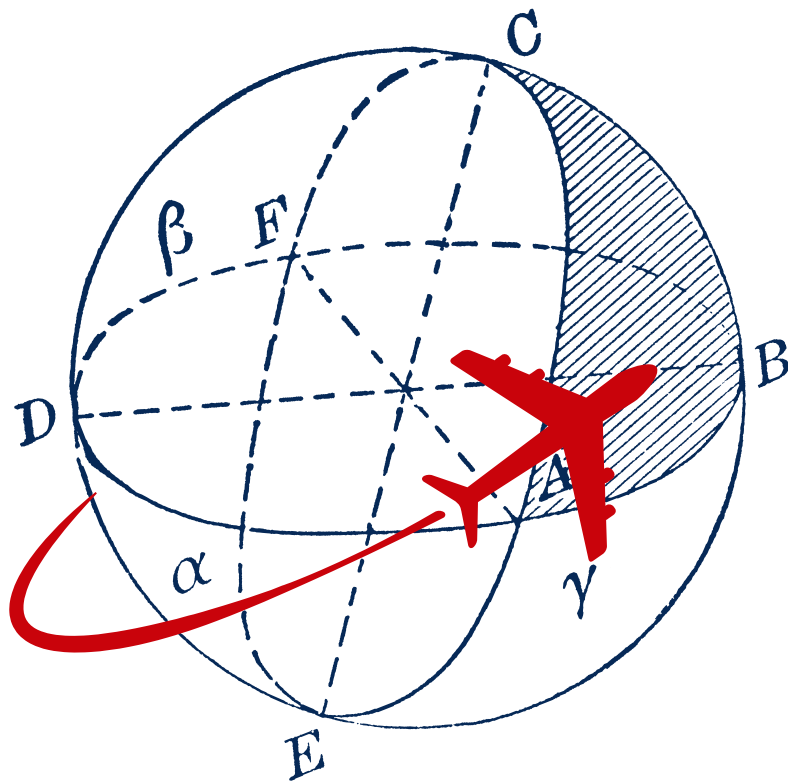




Bộ Đề Kiểm Tra

CUỐI KỲ 1 - KHỐI 12



TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 1

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			-1		3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(0; 2)$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			-1		3	$-\infty$

Trên khoảng $(0; +\infty)$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng

- A.** -2 . **B.** 3 . **C.** -1 . **D.** 2 .

» **Câu 3.** Xét hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

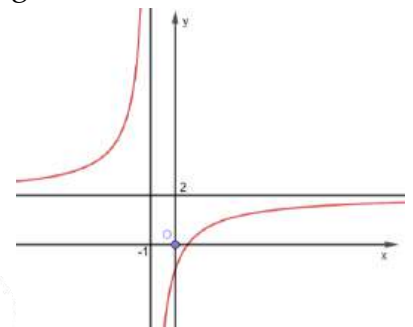
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'			$-$		$-$
y	2			$+\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 2$.
B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

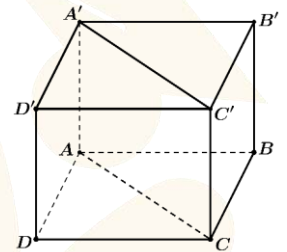
» **Câu 4.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau.

- A.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
B. $y = x^3 - 3x - 1$.
C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
D. $y = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x+1}$.





- » **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Tính tổng $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD}$?
A. $4\vec{SO}$. **B.** \vec{SO} . **C.** $\vec{0}$. **D.** $2\vec{SO}$.
- » **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OM} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}, \vec{ON} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của \vec{MN} ?
A. $\vec{MN} = (-1; -7; 1)$. **B.** $\vec{MN} = (1; -7; 1)$. **C.** $\vec{MN} = (1; -7; -1)$. **D.** $\vec{MN} = (1; 7; 1)$.
- » **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp?
A. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **B.** $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **C.** $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. **D.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.
- » **Câu 8.** Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Ta có $\vec{AB} + \vec{CD}$ bằng
A. $\vec{AD} + \vec{BC}$. **B.** $\vec{DA} + \vec{CB}$. **C.** $\vec{DA} + \vec{BC}$. **D.** $\vec{AD} + \vec{CB}$.
- » **Câu 9.** Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình minh họa bên) có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\vec{AC} + \vec{C'D'}$.



- A.** $\sqrt{3}$.
B. $\sqrt{2}$.
C. 1.
D. $2\sqrt{2}$.
- » **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (4; -2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\vec{AM} = \vec{u}$ là:
A. $M(-5; 0; 0)$. **B.** $M(5; 0; 0)$. **C.** $M(5; -2; -3)$. **D.** $M(4; -2; -3)$.
- » **Câu 11.** Cô Minh Hiền rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của Cô Minh Hiền được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A.** 23,75. **B.** 27,5. **C.** 31,88. **D.** 8,125.
- » **Câu 12.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 5,98. **B.** 6. **C.** 2,44. **D.** 2,5.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.		



(b)	Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.		
(c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1;-1)$.		
(d)	$\forall M \in (C)$ tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.		

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ có đồ thị là (C) với m là tham số

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi $m=1$, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-3$.		
(b)	Khi $m=1$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y=x-2$.		
(c)	Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận khi $m \neq -3$.		
(d)	Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên cắt các trục toạ độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4. Khi đó tổng bình phương các phần tử của tập S bằng 4.		

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;0)$, $B(-2;5;3)$, $C(3;4;9)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.		
(b)	Toạ độ vectơ $\vec{AB} = (3; -6; -3)$.		
(c)	Với điểm $D(6; -2; 6)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.		
(d)	Với điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Khi đó $a+b+c=6$.		

» **Câu 16.** Cô Phương thống kê lại số giờ chơi thể thao trong 1 tuần của học sinh lớp 10C ở bảng sau:

Số giờ	$[0;3)$	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$
Số học sinh	3	10	14	23

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 12 (giờ).		
(b)	Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc thuộc $[3;6)$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{681}{460}$.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 7,9236.		



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C) . (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Điền đáp số:

» **Câu 18.** Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Điền đáp số:

» **Câu 19.** Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Chiều cao (cm)	[160;164)	[164;168)	[168;172)	[172;176)	[176;180)
Số học sinh	3	5	8	4	1

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Doanh số bán hệ thống âm thanh X trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}$, $x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy.

Điền đáp số:

» **Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Giá trị của m (làm tròn đến hàng phần mười) để góc giữa \vec{u} , \vec{v} bằng 45° là bao nhiêu

Điền đáp số:

» **Câu 22.** Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Khi một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; 0)$ đối với hệ tọa độ nói trên thì khoảng cách giữa tàu và ra đa là bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Điền đáp số:

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 2

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-1; 1)$ C. $(-1; +\infty)$ D. $(-\infty; 1)$

» **Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0; 3]$

- A. $m = 7$ B. $m = 5$ C. $m = 3$ D. $m = 23$

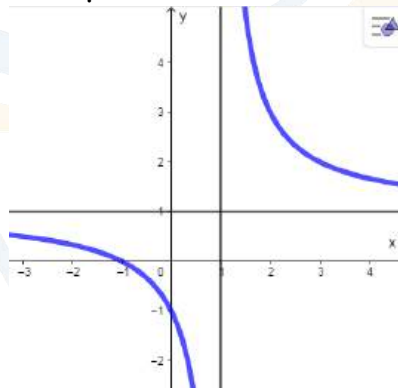
» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'		-	0	-	0	+	
y	0		$+\infty$		-3		3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

» **Câu 4.** Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ D. $y = x^3 - 3x - 1$

» **Câu 5.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

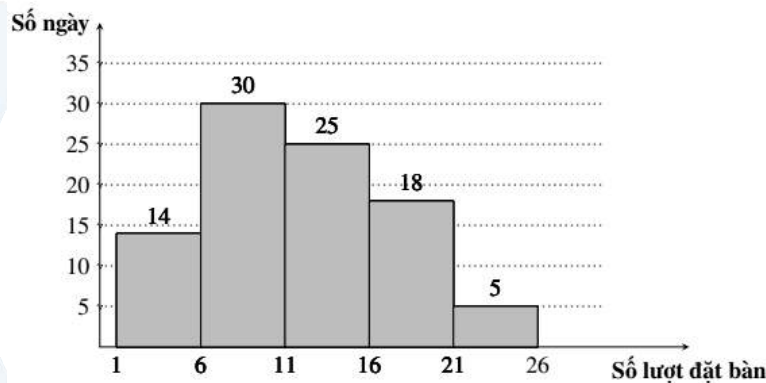
- A. $\vec{BD'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{BD'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{BD'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{BD'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

» **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

- A. $(1; -3; 0)$. B. $(0; 2; -3)$. C. $(1; 0; -3)$. D. $(1; -1; 3)$.



- » **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; -3)$, $\vec{v} = (1; 3; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. -7 . **B.** 5 . **C.** -5 . **D.** 7 .
- » **Câu 8.** Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- » **Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$.
 Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
A. $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. **C.** $(-2; -2; 7)$. **D.** $(-2; 2; 7)$.
- » **Câu 10.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; -4)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -9$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{14}$.
- » **Câu 11.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên là?

- A.** $9,5$. **B.** $8,5$. **C.** $10,5$. **D.** $7,5$.
- » **Câu 12.** Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[5; 5,5)$	$[5,5; 6)$	$[6; 6,5)$	$[6,5; 7)$	$[7; 7,5)$
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A.** $0,4252$. **B.** $0,5314$. **C.** $0,6214$. **D.** $0,5268$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.		
(b)	Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = -1$.		
(c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 4)$.		
(d)	Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 6 điểm có tọa độ nguyên.		

- » **Câu 14.** Cho hàm số Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, có đồ thị (C) . Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có hai điểm cực trị		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $\max_{[-1;1]} y = y(1)$		
(d)	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+3}$ có hai đường tiệm cận đứng		

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $D'(3;4;-6)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ $\vec{AB} = (1; 1; 1)$		
(b)	Tọa độ $C(2; 1; 2)$		
(c)	Tọa độ $A'(3;5;-6)$		
(d)	Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$		

» **Câu 16.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 30.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15;20)$.		
(c)	Số trung bình của mẫu số liệu là 10.		
(d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Giá trị $2y_{CD} - y_{CT}$ bằng bao nhiêu. (làm tròn đến hàng đơn vị)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Bảng sau thống kê cân nặng của 30 quả đu đủ được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở vườn nhà Lan.

Cân nặng (g)	$[750;800)$	$[800;850)$	$[850;900)$	$[900;950)$	$[950;1000)$
Số quả bưởi	5	10	5	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 19.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng sau:



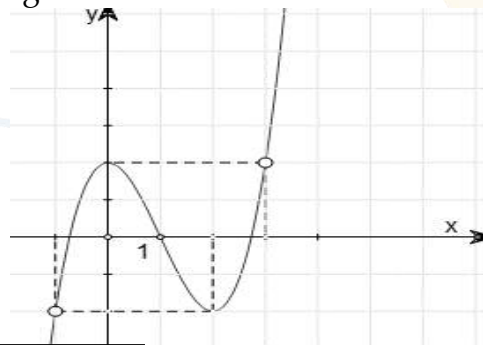
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		n = 44

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần chục)

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2025$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S .



Điền đáp số:

» **Câu 21.** Cho ba điểm $A(2;5;3)$, $B(3;7;4)$, $C(a;b;6)$. Biết ba điểm A, B, C thẳng hàng. Tính $2a+b$.

Điền đáp số:

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $A(1;2;3)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Biết rằng toạ độ của chân đường cao hạ từ A xuống BC là $H(a;b;c)$, giá trị của $P = 17(a+b+c)$ bằng?

Điền đáp số:

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 3

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2;1)$. B. $(0;1)$. C. $(0;3)$. D. $(1;+\infty)$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $[-2;1]$ bằng

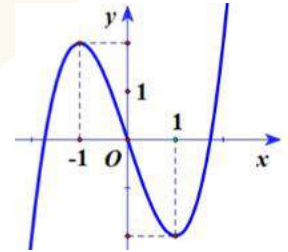
- A. $f(-2)$. B. $f(-1)$. C. $f\left(\frac{1}{2}\right)$. D. $f(1)$.

» **Câu 3.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $x = 1$.

» **Câu 4.** Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x$.
B. $y = x^3 + 2x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x$.
D. $y = x^3 + 3x^2$.



» **Câu 5.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

» **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(4;2;9)$. B. $D(-2;4;-5)$. C. $D(-4;-2;9)$. D. $D(6;2;-3)$.

» **Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{22}$. D. $\sqrt{26}$.

» **Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM}|$?



A. 3. B. 9. C. 4. D. 6.

» **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD . Độ dài MG là

A. $MG = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $MG = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $MG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $MG = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

» **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

» **Câu 11.** Điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành 5 nhóm căn cứ vào số lượng học sinh của mỗi lớp (đơn vị: học sinh) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như bảng bên. Tứ phân vị Q_2 bằng

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[36;38)	9	9
[38;40)	15	24
[40;42)	25	49
[42;44)	30	79
[44;46)	21	100
	$n = 100$	

A. 42,01. B. 41,75.
C. 42,07. D. 41,85.

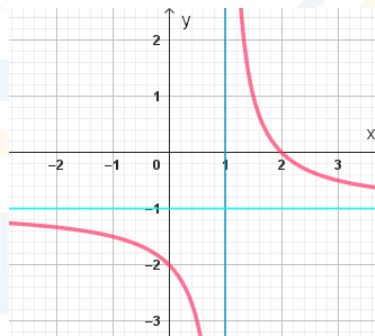
» **Câu 12.** Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm. Độ lệch chuẩn bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

A. 2,23.
B. 3,61.
C. 4,29.
D. 3,85.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$.) có đồ thị như hình dưới.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
(b)	Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.		
(c)	Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[-2; 0]$.		
(d)	Các số a, b, c đều âm.		

» **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Khi đó:

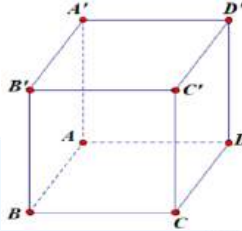
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là		



x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- (b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.
- (c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 2.
- (d) Với mỗi giá trị của $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

» **Câu 15.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a, AD = 3a, A'A = 4a$.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC'}$		
(b)	$\vec{AA'} \cdot \vec{AD} = 12a^2$		
(c)	$ \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CC'} = a\sqrt{29}$		
(d)	Gọi H là trung điểm của $A'C$. Khi đó $\vec{AH} \cdot \vec{DB} = \frac{5}{2}a^2$		

» **Câu 16.** Thống kê thời gian (đơn vị: phút) tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của An cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày	5	4	10	7	4

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 25.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[25; 30)$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 9,375.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu là 36,14 (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình

$$s(t) = \frac{1}{6}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + 5t^2 - 7, \text{ trong đó } t > 0 \text{ với } t \text{ tính bằng giây (s), } s(t) \text{ tính bằng mét (m).}$$

Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a - 3b$.



Điền đáp số:

» **Câu 18.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	30	25	22	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Điền đáp số:

» **Câu 19.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

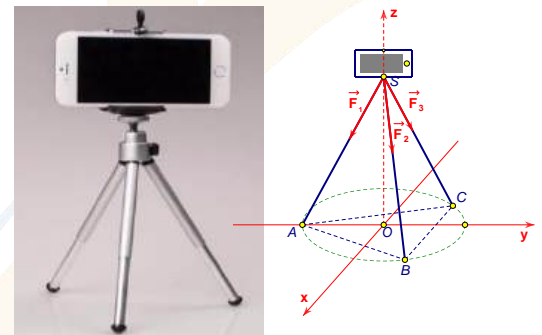
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Để thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật, không có nắp, có độ dài một cạnh ở đáy bằng 80cm , thể tích 16000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng mặt bên có giá thành $80000\text{đồng}/\text{m}^2$ và loại kính để làm mặt đáy có giá thành $100000\text{đồng}/\text{m}^2$. Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

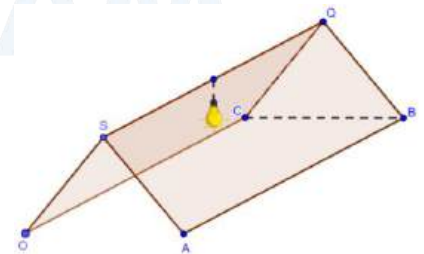
Điền đáp số:

» **Câu 21.** Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a; b; c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



Điền đáp số:

» **Câu 22.** Hình bên dưới minh họa một cái lều hai mái là hai hình chữ nhật giống nhau trong không gian $Oxyz$. Biết các kích thước của mái lều là $SA = 5\text{m}$, $AB = 10\text{m}$, độ cao từ S xuống mặt đất là 4m . Bạn An muốn trang trí chiếc lều bằng cách treo các sợi dây cờ trang trí từ các góc lều O, A, B, C đến đuôi một chiếc đèn treo từ vị trí chính giữa của SQ , cách SQ 30cm . Hỏi tổng chiều dài sợi dây cờ trang trí tối thiểu bạn An cần mua là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Điền đáp số:

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 4

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -6$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	-15	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

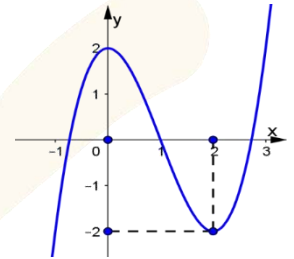
- A. $(-6; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-10; 1)$. D. $(-7; -6)$.

» **Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(-1; 2; 0)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; -2; -3)$.

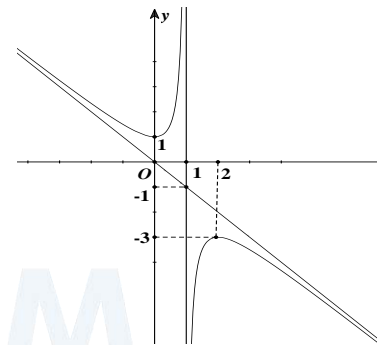
» **Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại:

- A. $y = 0$.
B. $x = 2$.
C. $x = 0$.
D. $y = -2$.



» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

- A. $x = 2$.
B. $x = 0$.
C. $(2; -3)$.
D. $(0; 1)$.

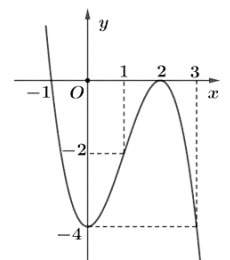


» **Câu 5.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $f(0)$.
B. 0.
C. -4.
D. $f(2)$.



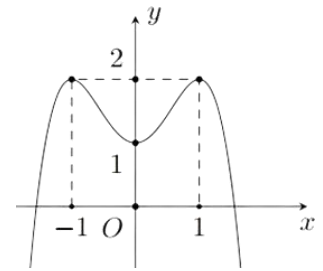


» **Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = -x$. D. $y = x$.

» **Câu 8.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$
 B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 D. $y = 2x^4 - x^2 + 1$.



» **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

- A. $(-20; 6; 9)$. B. $(20; 6; 9)$. C. $(-20; 6; 0)$. D. $(20; 6; 0)$.

» **Câu 10.** Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 2,92. B. 2,93. C. 3,92. D. 3,93.

» **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$ và $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

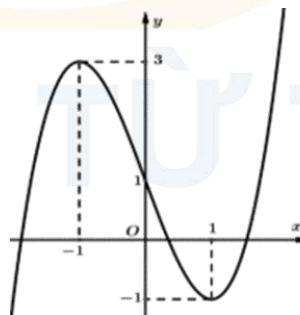
- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

» **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1); B(5;1;-2); C(-1;-6;3)$ và điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình hình hành. Tọa độ vectơ \vec{CD} là:

- A. $(2;1;-2)$. B. $(-2;1;3)$. C. $(2;1;-3)$. D. $(3;1;-3)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.		
(c)	Phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.		
(d)	$f(5) = 111$		



» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; 3)$.		
(c)	Hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 3$		
(d)	Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$		

» **Câu 15.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30]
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là [15; 20).		
(c)	Số trung bình của thống kê là 10.		
(d)	Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.		

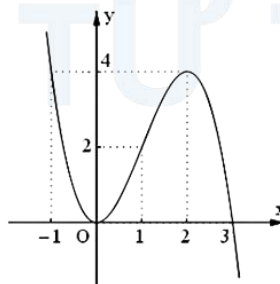
» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1)$, $B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AB} = (-3; -3; 3)$		
(b)	$ \vec{AB} = 2\sqrt{3}$		
(c)	Điểm M thỏa mãn $\vec{AB} + \vec{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$		
(d)	Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Phương trình $f(x) = f(3)$ có bao nhiêu nghiệm?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?



Điền đáp số:

» **Câu 19.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Trong đó, có hai lực hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn đều bằng $4\sqrt{3}N$. Lực còn lại có phương vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $5N$. Tính độ lớn lực tổng hợp đã tác dụng vào vật.

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

Điền đáp số:

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM (Kết quả được làm tròn ở chữ số thập phân thứ nhất)

Điền đáp số:

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm O, A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 5

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			2		1		2		

$-\infty$ $-\infty$ $-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

» **Câu 2.** Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 4x$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. $\frac{10}{9}$. B. $\frac{40}{9}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

» **Câu 3.** Tổng hai giá trị cực trị của hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{1 - x}$ bằng

- A. 5. B. -4. C. -6. D. 7.

» **Câu 4.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$

- A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$

» **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

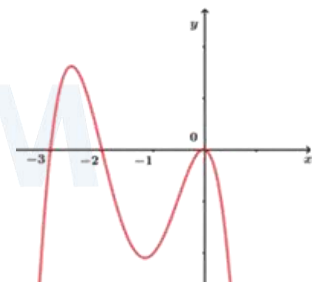
- A. $(-20; 6; 9)$. B. $(20; 6; 9)$. C. $(-20; 6; 0)$. D. $(20; 6; 0)$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm

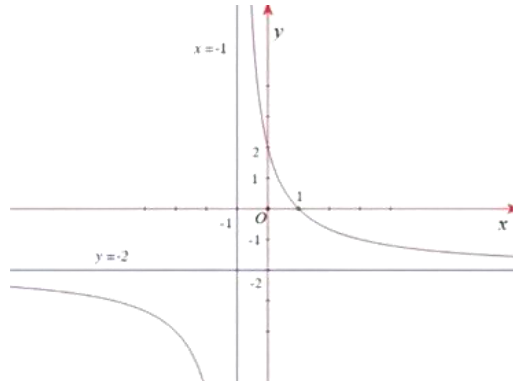
$y = f'(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 1]$ là

- A. $f(-2)$. B. $f(-3)$.
C. $f(0)$. D. $f(x_0)$ với $-3 < x_0 < -2$.



» **Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau

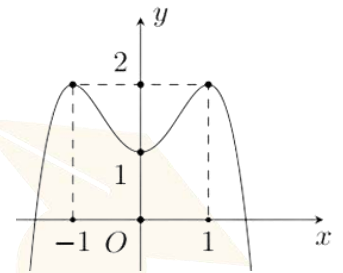


Đồ thị hàm số trên có đường tiệm cận đứng là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $y = -1$. D. $y = -2$.

» **Câu 8.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$
 B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 D. $y = 2x^4 - x^2 + 1$.



» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 5; 2)$ và $\vec{b} = (1; -3; -1)$, vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(-3; 8; 3)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(3; -8; -3)$.

» **Câu 10.** Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 2,92. B. 2,93. C. 3,92. D. 3,93.

» **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$ và $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

» **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(2; 1; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(-2; -1; 3)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(-2; 1; 3)$. D. $(-2; -1; -3)$.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.		
(b)	Hàm có cực tiểu $x = 2$.		
(c)	Bảng biến thiên của hàm số là		



x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

(d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.		
(b)	Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$.		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
(d)	Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$.		

» **Câu 15.** Thời gian chờ khám bệnh của hai phòng khám 1 và phòng khám 2 ở thành phố X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Phòng khám số 1 (Số bệnh nhân)	3	12	15	18
Phòng khám số 2 (Số bệnh nhân)	5	10	12	0

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng số bệnh nhân chờ khám bệnh ở phòng khám số 1 dưới 5 phút là 3.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 1 là $R_1 = 15$.		
(c)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 2 là $R_2 = 20$.		
(d)	Thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 2 phân tán hơn thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 1.		

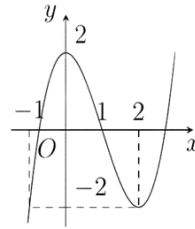
» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích vô hướng của hai vectơ \vec{AB} và \vec{BC} bằng -52		
(b)	Góc ABC là góc tù		
(c)	Côsin giữa hai vectơ \vec{AB} , \vec{AC} bằng $\frac{-23}{\sqrt{638}}$		
(d)	Điểm $D(1; 2; x)$ với ΔABD vuông tại B thì giá trị $x = -6$		



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$. Tính $a+2b$.

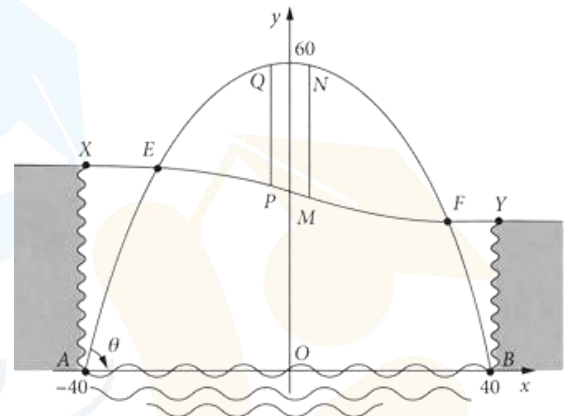


» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Một thành phố nằm bên cạnh một con sông chảy qua hẻm núi. Hẻm núi có chiều ngang 80m, một bên cao 40 m và một bên cao 30 m. Một cây cầu sẽ được xây dựng bắc qua sông và hẻm núi. Sơ đồ của cây cầu được thiết kế và gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây.

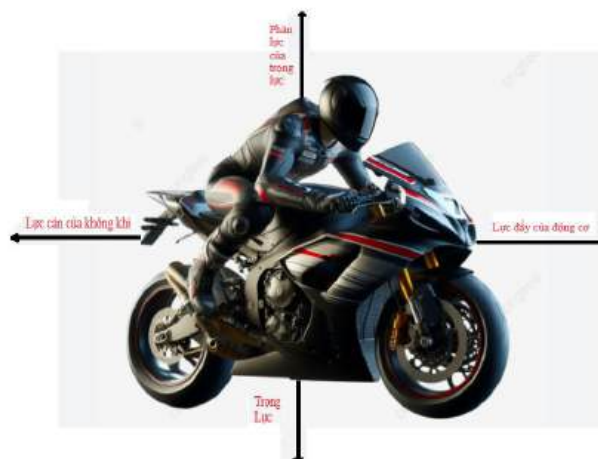
Con đường XY xuyên qua hẻm núi được mô hình hóa bằng phương trình: $y = \frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35$.

Hai cột đỡ dọc MN và PQ là đoạn nối giữa khung của Parabol và đường XY . Tính tổng độ dài đoạn MN và PQ biết rằng N và Q là hai điểm đối xứng qua Oy ; MN là đoạn có độ dài lớn nhất. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



» **Điền đáp số:**

» **Câu 19.** Khi di chuyển, một vận động viên đua xe motor thường chịu tác động của 4 lực: trọng lực, phản lực của trọng lực, lực cản của không khí và lực đẩy của động cơ.



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc xe. Một vận động viên đua xe tăng vận tốc từ $250(km/h)$ lên $300(km/h)$, trong quá trình tăng tốc, xe giữ nguyên hướng di chuyển. Lực cản của



không khí khi xe đạt vận tốc $250(\text{km}/\text{h})$ và $300(\text{km}/\text{h})$ lần lượt biểu diễn bởi hai vectơ \vec{F}_1 và \vec{F}_2 với $\vec{F}_1 + \frac{a}{b}\vec{F}_2 = \vec{0}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$). Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$; $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

Điền đáp số:

» **Câu 21.** Một chiếc máy bay đang bay trong không gian $Oxyz$, với tọa độ hiện tại là $M(40; 10; 40)$. Đường bay mong muốn của máy bay đi qua hai điểm $A(0; 10; 0)$ và $B(20; 0; 10)$. Hãy tìm khoảng cách ngắn nhất từ vị trí hiện tại của máy bay đến đường bay mong muốn này. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Điền đáp số:

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(1; 2; -1)$, $C(3; -4; 1)$, $B'(2; -1; 3)$, $D'(0; 3; 5)$. Giả sử tọa độ điểm $A'(x; y; z)$ thì $x + y + z$ là

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 6

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

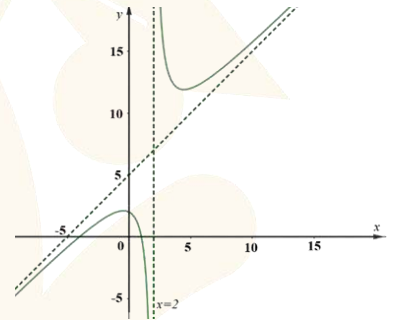
A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$		-1		-2		-1		$-\infty$

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;+\infty)$.

» **Câu 2.** Cho đồ thị của hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1;+\infty)$.
B. $(-\infty;0)$.
C. $(2;3)$.
D. $(1;3)$.

» **Câu 3.** Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

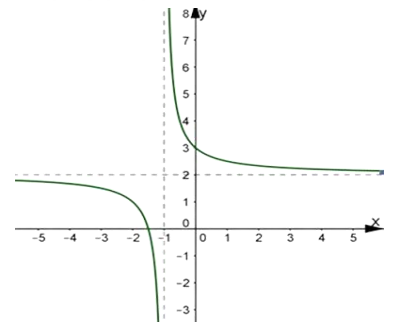
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$				
y'		$+$	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$		0		1		-1		0

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
C. Hàm số có đúng hai cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 2$.
B. $y = 2$.
C. $x = -1$.
D. $y = -1$.



» **Câu 5.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:



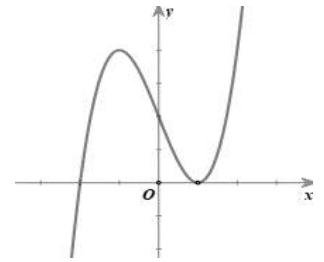
A. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$.

B. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$.

C. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$.

D. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

» **Câu 6.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



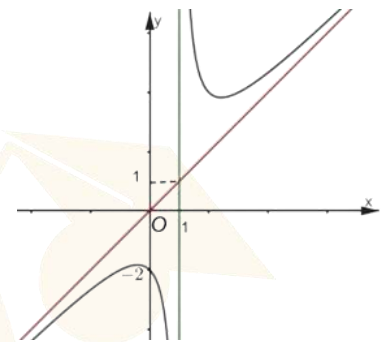
A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 2$.

D. $y = x^2 + 1$.

» **Câu 7.** Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$.

D. $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

» **Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào sai?

A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$.

B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.

C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$.

D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

» **Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

» **Câu 10.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ \vec{BC} và $\vec{B'D'}$.

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

» **Câu 11.** Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó bằng

A. $Q_2 - Q_1$.

B. $Q_3 - Q_1$.

C. $Q_3 - Q_2$.

D. $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

» **Câu 12.** Cho mẫu số liệu thống kê $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

A. 40.

B. 10.

C. 6.

D. 8.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

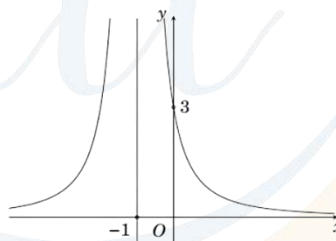
» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 + 6x + 9$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.		
(c)	Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên.		
(d)	Hàm số $h(x) = f(x) + \frac{3}{2x - x^2 - 4}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$		

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-10) \forall x \in \mathbb{R}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có 10 điểm cực trị		
(b)	Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực đại		
(c)	Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực tiểu		
(d)	Hàm số $f(x)$ có 11 điểm cực trị		

» **Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận $x = -1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f'(0) = 3$		
(b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$		
(c)	Giá trị của $f(-3)$ bằng 8		
(d)	Giá trị của $f(2)$ bằng 4		

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Gọi $G = (a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

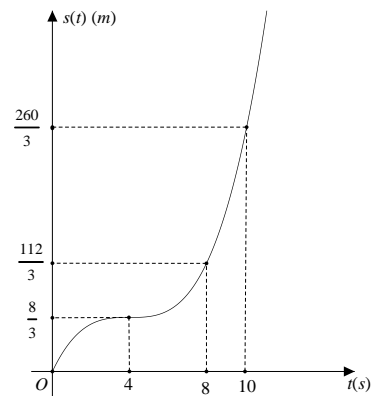
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{BD} = (3; -3; 0)$		
(b)	$\vec{AC} = (3; 3; 0)$		
(c)	$\vec{AC'} = (3; 3; -3)$		



(d) | $a + 2b + c = 2$

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Một vật chuyển động. Quãng đường $s(t)$ (tính theo mét) vật đi được sau khoảng thời gian t (tính theo giây), $t \geq 0$, được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:
Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 19.** Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{9 - x^2}$. Giá trị của biểu thức $M + 2N$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần mười).

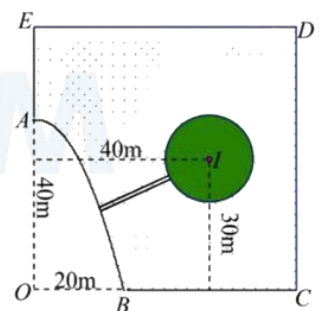
» **Điền đáp số:**

» **Câu 20.** Ông An có một tấm tôn có dạng nửa đường tròn bán kính $r = 3$ m. Ông muốn cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp nửa đường tròn đó để làm biển quảng cáo (Tham khảo hình vẽ). Khi biển quảng cáo đó có diện tích lớn nhất thì chiều dài của tấm biển bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



» **Điền đáp số:**

» **Câu 21.** Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn trồng hoa hình tròn bán kính $10m$, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hãy tính độ dài ngắn nhất Có thể của cây cầu (làm tròn đến hàng thập phân)



- » Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- » Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- » Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
- » Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là $40m$ và $30m$.

» **Điền đáp số:**



- » **Câu 22.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay bay này thẳng hàng.



Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó. (Kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Điền đáp số:

----- Hết -----

TOÁN TỬ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 7

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 - B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 - C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 - D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- » **Câu 2.** Hàm số $y = |x - 1|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
- B. $(0; 2)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(0; +\infty)$.

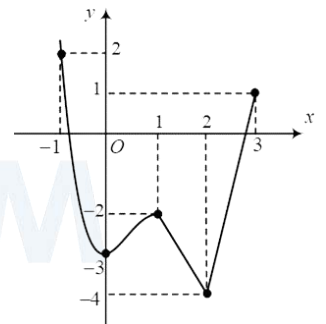
» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số là

- A. $y = 5$.
- B. $x = 1$.
- C. $x = 2$.
- D. $y = -2$.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



- A. -6 .
- B. -2 .
- C. -5 .
- D. 2 .

» **Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	5		$-\infty$		2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

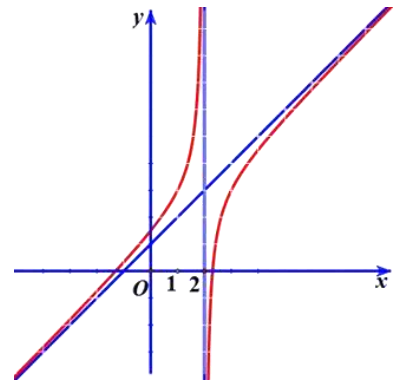
- A. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.



- B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và một TCD $x=-1$.
 D. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

» **Câu 6.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

- A. $y = \frac{x^2 - x - 3}{x - 2}$.
 B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.
 C. $y = \frac{x - 1}{x - 2}$.
 D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$.



» **Câu 7.** Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách
 A. 35 B. 40 C. 45 D. 50

» **Câu 8.** Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm soát vận tốc (km/h) được thống kê lại theo lớp như sau:

Tốc độ (km/h)	[42; 46)	[46; 50)	[50; 54)	[54; 60)	[60; 64)
Tần số	3	7	4	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. $\frac{\sqrt{663}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{664}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{665}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{666}}{5}$.

» **Câu 9.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trong không gian với các đỉnh $A, B, C, D, A', B', C', D'$ sao cho $AB = \vec{u}$, $AD = \vec{v}$, và $AA' = \vec{w}$. Biết rằng \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} đôi một vuông góc với nhau và có độ dài lần lượt là $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$, và $|\vec{w}| = 4$. Độ dài của đường chéo từ A đến C' (góc đối diện với A) là:

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{29}$ C. 9 D. $\sqrt{20}$

» **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} - 2\vec{k}) + 4\vec{j}$ là:

- A. (5; -6; 4) B. (2; 3; 4) C. (5; 5; -6) D. (2; -6; 4)

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. (3; 4; -3). B. (-1; 2; -3). C. (-1; 2; -1). D. (1; -2; 1).

» **Câu 12.** Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12A1 được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau



Nhóm điểm	Tần số
[0; 2)	5
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

- A. 7,56. B. 6,57. C. 5,76. D. 7,56.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.		
(b)	Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.		
(c)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $\Delta: y = x + 4$.		
(d)	Khi $m > 9$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.		

» **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
(b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.		
(c)	Số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là 2 giao điểm.		
(d)	Có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.		

» **Câu 15.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.		
(b)	Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(d)	Hai đường tiệm cận của (C) tạo với trục Ox một tam giác có diện tích bằng 4,5 (đvdt).		

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có $A(1; 1; -1), B(0; 3; 0), \vec{BC'} = (2; -6; 6)$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của tam giác $OA'O'$ và $CB'C'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$		
(b)	Tọa độ điểm C' là $(2; -3; 6)$.		



(c)	Cho điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khi độ dài đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(0;0;-1)$.		
(d)	Tọa độ véc tơ $\vec{HK} = (-1;2;-1)$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

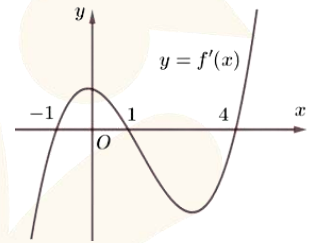
» **Câu 17.** Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) ($0 \leq t \leq 20$) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20$. Trong khoảng thời gian $(a;b)$ tàu lượn đi xuống. Tính $a+2b$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2025]$ để hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ đồng biến trên $(4;+\infty)$?

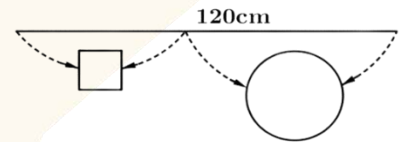
» **Điền đáp số:**

» **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình. Trên đoạn $[-1;4]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại x bằng bao nhiêu?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 20.** Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới). Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (làm tròn đến hàng đơn vị)?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 21.** Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R(x) = \frac{5000e^x}{e^x + 5}, x \geq 0$, trong đó thời gian x tính bằng năm. Biết tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;0;0), B(-3;0;0), C(0;5;1)$ và M là một điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA + MB = 2\sqrt{34}$. Tính giá trị nhỏ nhất của MC ?

» **Điền đáp số:**

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 8

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

» **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $B(3; -2; 1)$. Tọa độ trung điểm của AB là.

- A. $(2; 0; -1)$ B. $(4; 0; -2)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(2; -4; 4)$

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-3		$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. -2. C. 4. D. -3.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	4	$+\infty$	4

Đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

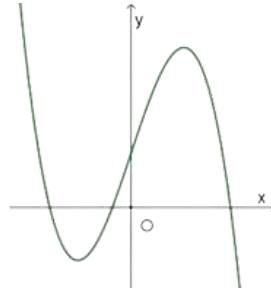
» **Câu 5.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. 0.22. B. 0.24 C. 0.26 D. 0.28

» **Câu 6.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

» **Câu 7.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Tần số	3	7	2	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

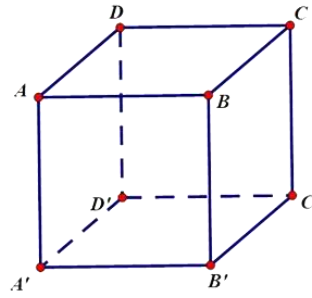
- A. 60 B. 50. C. 40. D. 70
- » **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu M lên trục Ox .
- A. $(2;0;0)$ B. $(1;0;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;2;3)$
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k} + \vec{j}$. Tìm tọa độ của \vec{u} là.
- A. $(1;-1;2)$ B. $(1;1;-2)$. C. $(1;1;2)$. D. $(1;-2;1)$
- » **Câu 10.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng
- A. 20 B. 0. C. 4. D. -16
- » **Câu 11.** Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?
- A. $t = 2$. B. $t = 0$. C. $t = 6$. D. $t = 1$.
- » **Câu 12.** Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/ năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm?
- A. 1990. B. 2020. C. 1995. D. 2024.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t) = -t^3 + 27t^2 + 262144$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60; t \in \mathbb{N}^*$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).		
(b)	Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.		
(c)	Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.		
(d)	Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.		

» **Câu 14.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$		
(b)	$\vec{AC'} = \vec{AD} + \vec{AB} + \vec{AA'}$		
(c)	$(\vec{AC}, \vec{B'C'}) = 45^\circ$		
(d)	$\vec{AC} \cdot \vec{B'C'} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2}$		

» **Câu 15.** Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị đại diện của nhóm [165;170) là 167,5.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.		
(c)	Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.		
(d)	Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn		

» **Câu 16.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$v(t) = -3t^2 + 18t + 2$		
(b)	Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45 m/s.		
(c)	Vận tốc của chất điểm tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là 45 m/s.		
(d)	Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3$ (s).		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	9	17	8	6



Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

» Điền đáp số:

- » **Câu 18.** Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

» Điền đáp số:

- » **Câu 19.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;16)$. Tính Tổng hoành độ và tung độ của điểm N .



» Điền đáp số:

- » **Câu 20.** Có ba lực cùng tác động vào một chất điểm. Hai trong ba lực này tạo với nhau một góc 80° và có độ lớn đều bằng $50N$, lực còn lại cùng tạo với hai lực kia một góc 60° và có độ lớn bằng $60N$. Độ lớn của hợp lực của ba lực trên đạt bao nhiêu Niuton? (làm tròn đến hàng đơn vị).

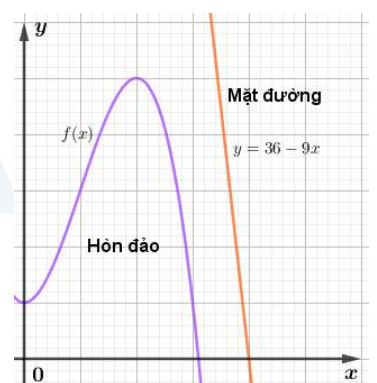
» Điền đáp số:

- » **Câu 21.** Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh là $30cm$. Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó các hình vuông bằng nhau có cạnh là xcm , sau đó gập tấm nhôm lại để tạo thành một chiếc hộp không nắp. Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất.

» Điền đáp số:

- » **Câu 22.** Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.

Vị trí điểm cực đại là $(2;5)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là $(0;1)$. Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = 36 - 9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)



» Điền đáp số:

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 9

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			-1		-2		-1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(-1;0)$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

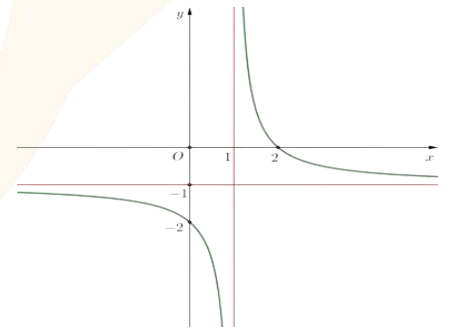
x	-1	0	2	3			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		4

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

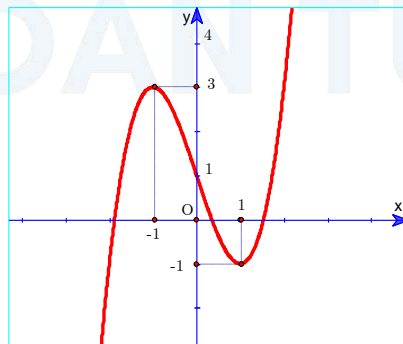
» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

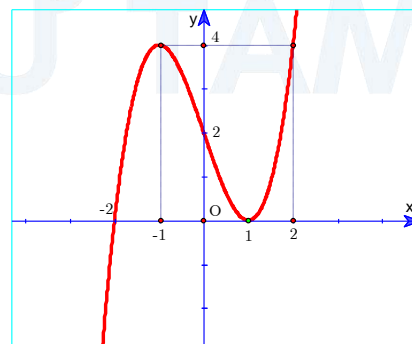
- A. $y = 1$.
B. $y = -1$.
C. $x = -1$.
D. $y = 0$.



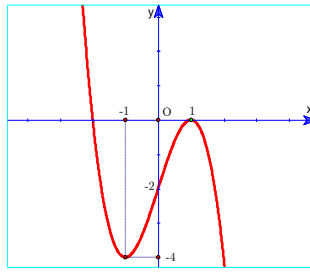
» **Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



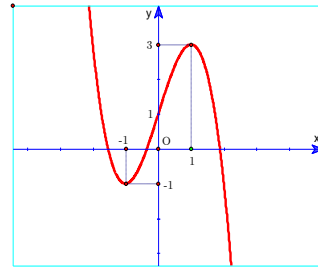
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.
- » **Câu 5.** Trong không gian, cho hai vectơ \vec{AB} và \vec{BC} . Vectơ \vec{AC} bằng
A. $\vec{AB} - \vec{BC}$. B. \vec{AB} . C. $-\vec{AC} - \vec{BC}$. D. $\vec{AB} + \vec{BC}$.
- » **Câu 6.** Chọn mệnh đề sai. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$. B. $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.
C. $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$. D. $\vec{C'A'} = \vec{C'B'} + \vec{C'D'}$.
- » **Câu 7.** Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \vec{BD} và $\vec{B'C}$ bằng
A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- » **Câu 8.** Cho $A(1; 1; -2)$ và $B(2; -1; 0)$. Hãy xác định tọa độ của \vec{AB} ?
A. $\vec{AB} = (-1; 2; -2)$. B. $\vec{AB} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{AB} = (3; 0; -2)$. D. $\vec{AB} = (1; -2; 2)$.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 5, giao điểm của hai đường chéo AC và BD trùng với gốc tọa độ O . Các véc tơ \vec{OB} , \vec{OC} , \vec{OS} lần lượt cùng hướng với các véc tơ \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} và $OA = 3$, $OS = 2$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Tọa độ của véc tơ \vec{OM} là
A. $(3; 1; 2)$. B. $(2; 0; 1)$. C. $(3; 0; -2)$. D. $(1; 0; -2)$.
- » **Câu 10.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1), N(2; 3; 4), P(7; 7; 5)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành
A. $Q(6; 5; 2)$. B. $Q(-6; -5; -2)$. C. $Q(-2; -3; -4)$. D. $Q(-4; -3; 0)$.
- » **Câu 11.** Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

- A. 9,225. B. 8,25. C. 9,25. D. 8,125.
- » **Câu 12.** Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 4,7. B. 4,6. C. 4,9. D. 4,8.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 3$ có đồ thị (C) .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có 2 điểm cực trị		
(b)	Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{4}{3}$.		
(c)	$f(10^{79}) < f(10^{80})$		
(d)	Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\frac{4\sqrt{145}}{27}$.		

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j}$		
(b)	$\vec{AB} = (3; -3; -6)$		
(c)	Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $B(-2;3;0)$.		
(d)	Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(1; -3; 7)$.		

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3;0;1)$, $B(2;-4;6)$, $C(1;2;-7)$ và hai vecto $\vec{u} = (3;0;-1)$, $\vec{v} = (3;5;-7)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích vô hướng của hai vecto \vec{u}, \vec{v} bằng 15.		
(b)	Trung điểm của đoạn AC có tọa độ là $(1;1;-4)$.		
(c)	Tọa độ của vecto $\vec{AB} + \vec{u} - \vec{v}$ là $(5; -9; -3)$		
(d)	Hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (Oxz) là O .		

» **Câu 16.** Bảng dưới đây thống kê điểm thi học kỳ I môn tiếng Anh của học sinh hai lớp 12A và 12B năm học 2023-2024.

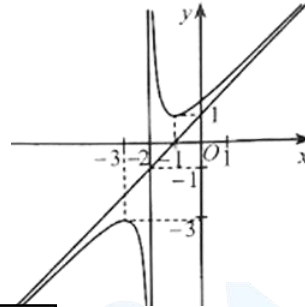
Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh lớp 12A	1	5	20	8	6
Số học sinh lớp 12B	2	3	10	18	7

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của mỗi lớp là bằng nhau.		
(b)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A bằng 2,6.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12B bằng 2,57.		
(d)	Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì điểm thi môn tiếng Anh của lớp 12B đồng đều hơn so với lớp 12A.		



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ với $a \neq 0; m \neq 0$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Với $m = 1$ thì giá trị $S = a + b + c$ là bao nhiêu?



Điền đáp số:

» **Câu 18.** Một máy bay bắt đầu hạ cánh, biết quỹ đạo đường bay của nó được mô hình hóa toán học trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (với mỗi đơn vị trên mỗi trục có độ dài bằng 1 dặm) có dạng đồ thị của hàm bậc ba. Vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ là $(-4; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay này tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương ngang 3 dặm thì máy bay cách mặt đất bao nhiêu dặm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Điền đáp số:

» **Câu 19.** Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suất nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Điền đáp số:

» **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m; 0; 0)$, $D(0; m; 0)$, $A'(0; 0; n)$ với m, n là các số dương và $m + n = 4$. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ACB'D'$?

Điền đáp số:

» **Câu 21.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

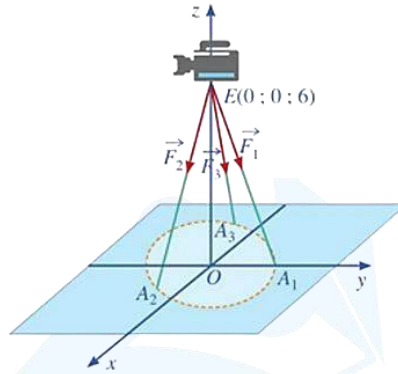
Cự li (m)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Điền đáp số:



- » **Câu 22.** Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân tại điểm đặt $E(0;0;6)$, giá đỡ có các điểm tiếp xúc mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là $240N$, tác dụng lên các giá đỡ theo các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình.



Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3$ (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



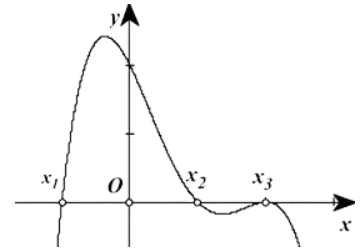
KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 10

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại ?



- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 3.

» **Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 2.
- B. -23.
- C. -22.
- D. -7.

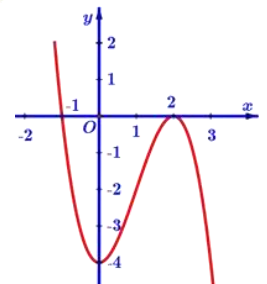
» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'		+	+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

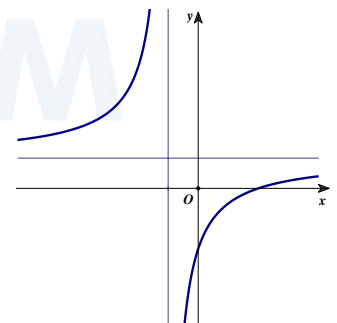
- A. 3.
- B. 1.
- C. 4.
- D. 2.

» **Câu 4.** Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



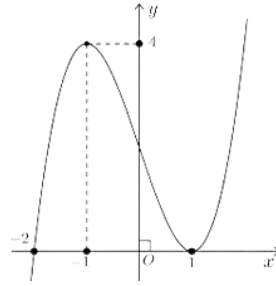
- A. $y = -x^3 - 4$.
- B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

» **Câu 5.** Đường cong như hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
- B. $y = \frac{2-x}{x+1}$.
- C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
- D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây là sai?



- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- » **Câu 7.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?
A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
- » **Câu 8.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA})$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3a^2}{2}$.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) .
A. $H(2; 3; -4)$. **B.** $H(-2; -3; 4)$. **C.** $H(0; 3; -4)$. **D.** $H(2; 0; 0)$.
- » **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; -5)$. Tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy là
A. $(2; -3; 5)$. **B.** $(2; -3; -5)$. **C.** $(-2; 3; 5)$. **D.** $A'(-2; -3; 5)$.
- » **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 2)$, $B(1; 2; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) và A, B, M thẳng hàng. Tổng $a + b + c$ bằng
A. -1 . **B.** -5 . **C.** 5 . **D.** 1 .
- » **Câu 12.** Mỗi ngày thầy Trung đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Trung trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

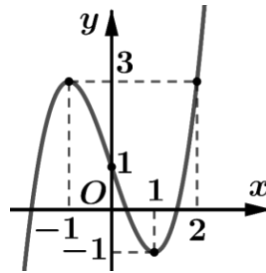
Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với số nào sau đây?
A. 0,3. **B.** 0,5. **C.** 0,4. **D.** 0,1



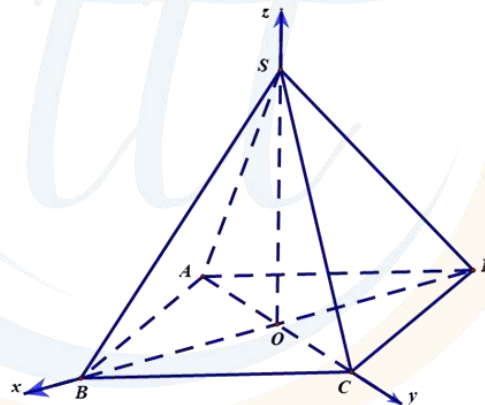
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.		
(b)	Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$.		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 đạt được chỉ khi $x = 2$		
(d)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x^3 + x - 1)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -1 .		

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ và O là tâm của đáy $ABCD$ như hình vẽ. Biết cạnh $SA = 4$ và $AB = 2\sqrt{2}$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ điểm A là $(0; 2; 0)$.		
(b)	Trọng tâm của tam giác SAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.		
(c)	Nếu $E(a; 0; b)$ là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho C, E, G thẳng hàng thì $a \cdot b = \sqrt{3}$.		
(d)	Nếu $K(0; m; n)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $KG + KB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $m^2 + n^2 = 1$		

» **Câu 15.** Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $19,6$ (m/s), thì độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t (giây) được cho bởi công thức: $h(t) = 19,6t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của chuyển động bằng $14,7 (m/s)$ khi $t = 1 (s)$.		
(b)	Gia tốc của vật tại mọi thời điểm là như nhau.		
(c)	Khi vật chạm đất, vận tốc của nó bằng $v = 19,6 (m/s)$.		
(d)	Vật đó đạt độ cao lớn nhất khi $t = 3 (s)$.		

» **Câu 16.** Kết quả đo chiều cao (đơn vị: centimét) của 25 học sinh nam lớp 12 ở một trường THPT được biểu diễn bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng sau:

Nhóm	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Tần số	2	5	10	5	3

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 5 (cm)$.		
(b)	Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 171,75$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 7,5$.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $S^2 = 29,84$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Kết quả kiểm tra cân nặng của 20 học sinh nam lớp 12A (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilôgam) được cho ở bảng dưới đây:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[60; 64)	62	8
[64; 68)	66	9
[68; 72)	70	1
[72; 76)	74	1
[76; 80)	78	1
		$n = 20$

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của kilôgam).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C có M thuộc đoạn BC thỏa $BM = 2MC$. Biết rằng $\vec{AB} = (2; -1; 3)$ và $\vec{AC} = (-2; 6; -3)$. Tính $a + b - c$ với $(a; b; c)$ là tọa độ của \vec{AM}

» **Điền đáp số:**

» **Câu 19.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ của hàm số $y = |x^2 - 2x - 2|$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là a, b thì giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 20.** Một công ty phát động một chiến dịch quảng bá sản phẩm mới và số lượng người biết đến sản phẩm này tại thời điểm t ngày sau khi bắt đầu chiến dịch được ước tính theo công thức $N(t) = 10t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Khi đó $N'(t)$ là tốc độ lan truyền thông tin (người/ngày) tại thời điểm t với $t \in [1; 14]$. Hỏi tốc độ lan truyền thông tin chiến dịch



quảng bá sản phẩm đạt giá trị lớn nhất vào ngày thứ mấy (tính bắt đầu từ ngày phát động chiến dịch)?

Điền đáp số:

» **Câu 21.** Một công ty du lịch tổ chức các tour khám phá vào mỗi cuối tuần, với tối đa 120 khách tham gia mỗi tour. Nếu giá vé là 400 nghìn đồng/người, toàn bộ số vé đều được bán hết. Tuy nhiên, cứ mỗi khi tăng giá vé thêm 50 nghìn đồng, số lượng khách đăng ký giảm đi 10 người. Để doanh thu từ mỗi tour đạt mức cao nhất, công ty nên bán với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi vé (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Điền đáp số:

» **Câu 22.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $\sqrt{5}$ và O là tâm của đáy. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm cách đều các đỉnh A, B, C, D, S . Biết rằng S thuộc tia Oz . Tính $a+b+c$.

Điền đáp số:

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 1

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				3		$-\infty$

Arrows indicate the function value at the critical points: $f(x) \rightarrow -1$ at $x=0$ and $f(x) \rightarrow -\infty$ at $x=2$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(0; 2)$.

» *Lời giải*

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) > 0$ trên khoảng $(0; 2)$ do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				3		$-\infty$

Arrows indicate the function value at the critical points: $f(x) \rightarrow -1$ at $x=-2$ and $f(x) \rightarrow -\infty$ at $x=2$.

Trên khoảng $(0; +\infty)$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 3. C. -1. D. 2.

» *Lời giải*

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số đã cho trên khoảng $(0; +\infty)$:

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$			3		$-\infty$

Arrows indicate the function value at the critical points: $f(x) \rightarrow -\infty$ at $x=0$ and $f(x) \rightarrow -\infty$ at $x=2$.

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$ là 3.

» **Câu 3.** Xét hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2			$+\infty$	2

Arrows indicate the function value at the critical points: $y \rightarrow -\infty$ at $x=1$ and $y \rightarrow 2$ at $x=1$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.
- B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

🔗 *Lời giải*

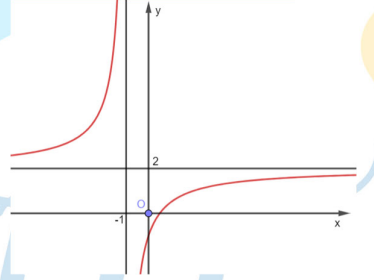
Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng } y = 2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow \text{Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng } x = 1.$$

» **Câu 4.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau.



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x^2+3x+2}{x+1}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đồ thị dạng bậc nhất trên bậc nhất, do đó loại B, D
Quan sát đồ thị hàm số ta thấy với $x=0$ thì $y < 0$, do đó chọn C

» **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Tính tổng $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD}$?

A. $4\vec{SO}$.

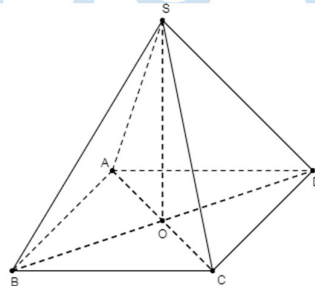
B. \vec{SO} .

C. $\vec{0}$.

D. $2\vec{SO}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn A



$$\text{Ta có } \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = (\vec{SA} + \vec{SC}) + (\vec{SB} + \vec{SD}) = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$$

» **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OM} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{ON} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của \vec{MN} ?



- A. $\overrightarrow{MN} = (-1; -7; 1)$. B. $\overrightarrow{MN} = (1; -7; 1)$. C. $\overrightarrow{MN} = (1; -7; -1)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; 7; 1)$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(2; 5; -1)$ và $\overrightarrow{ON} = 3\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow N(3; -2; 0)$

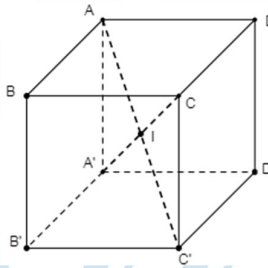
Do đó $\overrightarrow{MN} = (1; -7; 1)$.

- » **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp?

- A. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. B. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. C. $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. D. $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

☞ *Lời giải*

Chọn D



Gọi I là tâm của hình hộp.

Khi đó I là trung điểm của AC' , suy ra $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

- » **Câu 8.** Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$. C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

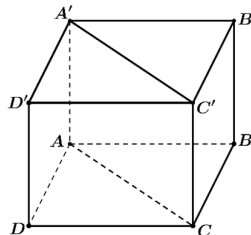
Theo quy tắc ba điểm, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$.

Do đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}$.

$$= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD})$$

$$= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

- » **Câu 9.** Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình minh họa bên dưới) có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.

☞ *Lời giải*



Chọn C

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$.

» **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (4; -2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$.

Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ là:

- A.** $M(-5; 0; 0)$. **B.** $M(5; 0; 0)$. **C.** $M(5; -2; -3)$. **D.** $B(4; -2; -3)$.

» *Lời giải*

Chọn B

Gọi $M(x; y; z)$

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (x-1; y-2; z-3)$.

$$\overrightarrow{AM} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y-2=-2 \\ z-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy } M(5; 0; 0).$$

» **Câu 11.** Cô Minh Hiền rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của Cô Minh Hiền được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A.** 23,75. **B.** 27,5. **C.** 31,88. **D.** 8,125.

» *Lời giải*

Chọn D

Cỡ mẫu $n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$.

Gọi $x_1; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập nhảy mỗi ngày của Cô Minh Hiền được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_6 \in [20; 25),$$

$$x_7; \dots; x_{12} \in [25; 30),$$

$$x_{13}; \dots; x_{16} \in [30; 35),$$

$$x_{17} \in [35; 40),$$

$$x_{18} \in [40; 45).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [20; 25)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 20 + \frac{18}{6}(25 - 20) = 23,75$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [30; 35)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 30 + \frac{3 \cdot 18}{4} - (6+6)(35 - 30) = 31,875$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 31,875 - 23,75 = 8,125$



- » **Câu 12.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

» **Lời giải**

Chọn C

Ta có bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 9 + 6 \cdot 11 + 8 \cdot 13 + 4 \cdot 15 + 3 \cdot 17}{25} = 12,68$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [4 \cdot 9^2 + 6 \cdot 11^2 + 8 \cdot 13^2 + 4 \cdot 15^2 + 3 \cdot 17^2] - (12,68)^2 = 5,9776$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5,9776} \approx 2,44$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.		
(b)	Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.		
(c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.		
(d)	$\forall M \in (C)$ tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.		

» **Lời giải**

- (a) Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

- (b) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

Tiệm cận ngang: $y = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

- (c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(-1; 1)$

» **Chọn SAI.**



(d) $\forall M \in (C)$ tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; 1 - \frac{2}{x_0 + 1}\right)$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $d_1 = |x_0 + 1|$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang: $d_2 = |y_0 - 1| = \left|1 - \frac{2}{x_0 + 1} - 1\right| = \frac{2}{|x_0 + 1|}$.

Vậy $d_1 \cdot d_2 = 2$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ có đồ thị là (C) với m là tham số

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi $m = 1$, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -3$.		
(b)	Khi $m = 1$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.		
(c)	Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận khi $m \neq -3$.		
(d)	Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên cắt các trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4. Khi đó tổng bình phương các phần tử của tập S bằng 4.		

» **Lời giải**

(a) Khi $m = 1$, đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -3$.

Khi $m = 1$, đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 3}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -3$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khi $m = 1$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$

Khi $m = 1$, $y = x - 2 + \frac{4}{x + 3}$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 2$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận khi $m \neq -3$.

Ta có: $y = mx - 2 + \frac{6m - 2}{x + 3m}$

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận khi và chỉ khi $6m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$

Khi đó phương trình hai đường tiệm cận là: $\Delta_1 : x = -3m$ và $\Delta_2 : y = mx - 2$

» **Chọn SAI.**

(d) Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên cắt các trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4. Khi đó tổng bình phương các phần tử của tập S bằng 4.

Hàm số có tiệm cận xiên khi $m \neq 0$ và $m \neq \frac{1}{3}$. Khi đó $A(0; -2); B\left(\frac{2}{m}; 0\right)$



Ta có diện tích tam giác $OAB = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot |-2| \cdot \left| \frac{2}{m} \right| = 4 \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}$ nên tổng bình phương các phần tử của tập S bằng $\frac{1}{2}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 0)$, $B(-2; 5; 3)$, $C(3; 4; 9)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.		
(b)	Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB} = (3; -6; -3)$.		
(c)	Với điểm $D(6; -2; 6)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.		
(d)	Với điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Khi đó $a + b + c = 6$.		

» **Lời giải**

(a) Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.

Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}; 4\right)$.

» **Chọn SAI.**

(b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB} = (3; -6; -3)$.

Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AB} = (-3; 6; 3)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Với điểm $D(6; -2; 6)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(6; -2; 6)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Với điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} = (-2; 4; 2)$. Điểm $A(1; -1; 0)$ nên $M(-1; 3; 2)$.

Vậy $a + b + c = 4$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Cô Phương thống kê lại số giờ chơi thể thao trong 1 tuần của học sinh lớp 10C ở bảng sau:

Số giờ	$[0; 3)$	$[3; 6)$	$[6; 9)$	$[9; 12)$
Số học sinh	3	10	14	23

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 12 (giờ).		
(b)	Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc thuộc $[3; 6)$.		



- | | | |
|-----|---|--|
| (c) | Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{681}{460}$. | |
| (d) | Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 7,9236. | |

» Lời giải

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 12 (giờ).

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $12 - 0 = 12$ (giờ).

» Chọn ĐÚNG.

(b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc thuộc $[3; 6)$.

Cỡ mẫu $n = 50$.

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian chơi thể thao trong 1 tuần của học sinh lớp 10C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; x_2; x_3 \in [0; 3)$; $x_4; \dots; x_{13} \in [3; 6)$; $x_{14}; \dots; x_{27} \in [6; 9)$; $x_{28}; \dots; x_{50} \in [9; 12)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [3; 6)$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{681}{460}$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{10} \cdot (6 - 3) = \frac{117}{20}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [9; 12)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 10 + 14)}{23} \cdot (12 - 9) = \frac{477}{46}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{477}{46} - \frac{117}{20} = \frac{2079}{460}$.

» Chọn SAI.

(d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 7,9236.

Ta có bảng thống kê số giờ chơi thể thao trong 1 tuần của học sinh lớp 10C theo giá trị đại diện:

Số giờ	1,5	4,5	7,5	10,5
Số học sinh	3	10	14	23

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{3 \cdot 1,5 + 10 \cdot 4,5 + 14 \cdot 7,5 + 23 \cdot 10,5}{50} = 7,92$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$s^2 = \frac{3 \cdot 1,5^2 + 10 \cdot 4,5^2 + 14 \cdot 7,5^2 + 23 \cdot 10,5^2}{50} - 7,92^2 = 7,9236.$$

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C). Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C). (Làm tròn đến hàng phần trăm)

» Lời giải

✓ Trả lời: 4,47



Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5)$, $B(2;1)$

Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị bằng $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{5}$.

» **Câu 18.** Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

✓ **Trả lời: 6,79**

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 8 = 38$.

Gọi x_1, \dots, x_{38} là thời gian chờ khám bệnh của 38 bệnh nhân này và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{10} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

nhóm [5;10) và ta có: $Q_1 = 5 + \left[\frac{\frac{38}{4} - 3}{12} \right] \cdot 5 \approx 7,71$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{29} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

nhóm [10;15) và ta có: $Q_3 = 10 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 38}{4} - 15}{15} \right] \cdot 5 = 14,5$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 14,5 - 7,71 = 6,79$.

» **Câu 19.** Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Chiều cao (cm)	[160;164)	[164;168)	[168;172)	[172;176)	[176;180)
Số học sinh	3	5	8	4	1

Lời giải

✓ **Trả lời: 4,26**

Cỡ mẫu: $n = 21$.

Giá trị trung bình của mẫu số liệu mới:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k) = \frac{1}{21}(3 \cdot 162 + 5 \cdot 166 + 8 \cdot 170 + 4 \cdot 174 + 1 \cdot 178) = \frac{3550}{21}$$

Phương sai của mẫu số liệu mới: $S^2 = \frac{1}{n}[n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$

$$= \frac{1}{21} \left[3 \left(162 - \frac{3550}{21} \right)^2 + 5 \left(166 - \frac{3550}{21} \right)^2 + \dots + 1 \left(178 - \frac{3550}{21} \right)^2 \right] = \frac{8000}{441}$$



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mới: $\sigma = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{8000}{441}} = \frac{40\sqrt{5}}{21} \approx 4,26$

- » **Câu 20.** Doanh số bán hệ thống âm thanh X trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1+5e^{-x}}$, $x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Hàm biểu thị tốc độ bán hàng là $R'(x) = \frac{25000e^{-x}}{(1+5e^{-x})^2}$, $x \geq 0$.

Ta có: $R''(x) = \frac{-25000e^{-x}(1+5e^{-x})^2 + 25000e^{-x} \cdot 2(1+5e^{-x}) \cdot 5e^{-x}}{(1+5e^{-x})^4} = \frac{25000e^{-x}(5e^{-x}-1)}{(1+5e^{-x})^3}$.

Do đó $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$.

Lập bảng biến thiên:

x	0	$\ln 5$	$+\infty$
R''	+	0	-
R'	$\frac{6250}{9}$	1 250	0

Từ bảng biến thiên, ta thấy tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

- » **Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Giá trị của m (làm tròn đến hàng phần mười) để góc giữa \vec{u} , \vec{v} bằng 45° là bao nhiêu

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: -0,4**

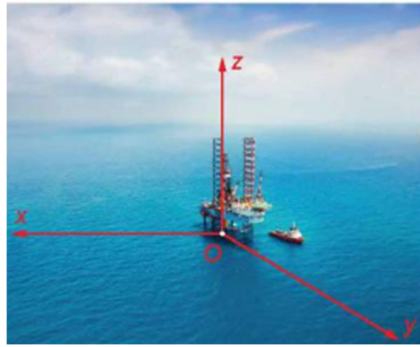
Ta có: $(\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3 = 1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6} \approx -0.4494897$.

Suy ra $m \approx -0.45$

- » **Câu 22.** Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Khi một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; 0)$ đối với hệ tọa độ nói trên thì khoảng cách giữa tàu và ra đa là bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 29,2*

Theo đề ta có tọa độ của ra đa là $(0;0;0)$ tọa độ của tàu thám hiểm là $(25;15;0)$.

Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d = \sqrt{(25-0)^2 + (15-0)^2 + (0-0)^2} = 5\sqrt{34} \approx 29,2 \text{ (km)}.$$

----- Hết -----

ttt
TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 2

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.** $(1; +\infty)$ **B.** $(-1; 1)$ **C.** $(-1; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 1)$

» *Lời giải*

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy, trên $(1; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

» **Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0; 3]$

- A.** $m = 7$ **B.** $m = 5$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 23$

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 3) \\ x = -1 \notin (0; 3) \end{cases}$$

Ta có: $y(0) = 5; y(1) = 3; y(3) = 23$.

Vậy $m = 3$.

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	-	0	-	0	+
y	0	-4	-3	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

» *Lời giải*

Chọn C

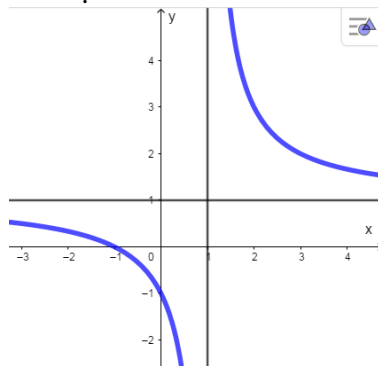
Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow$ tiệm cận ngang: $y = 0; y = 3$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng: $x = 0$.



Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận

» **Câu 4.** Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

» **Lời giải**

Chọn B

Đồ thị của hàm số bậc 1 trên bậc 1 nên loại C;D.

Tiệm cận đứng $x=1$ loại A.

» **Câu 5.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BD'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

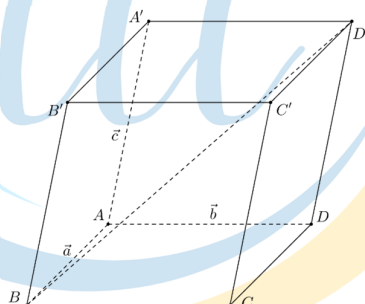
B. $\overrightarrow{BD'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{BD'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{BD'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

» **Lời giải**

Chọn A



Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

» **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

A. $(1; -3; 0)$.

B. $(0; 2; -3)$.

C. $(1; 0; -3)$.

D. $(1; -1; 3)$.

» **Lời giải**

Chọn C

Do $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = 1.\vec{i} + 0.\vec{j} - 3.\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (1; 0; -3)$.

» **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; -3)$, $\vec{v} = (1; 3; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. -7 .

B. 5 .

C. -5 .

D. 7 .

» **Lời giải**

Chọn B

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2.1 + (-1).3 + (-3).(-2) = 5$.

» **Câu 8.** Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Do \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \longrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- » **Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$.
Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.
- A.** $(10; -2; 13)$. **B.** $(-2; 2; -7)$. **C.** $(-2; -2; 7)$. **D.** $(-2; 2; 7)$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

- » **Câu 10.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; -4)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -9$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{14}$.

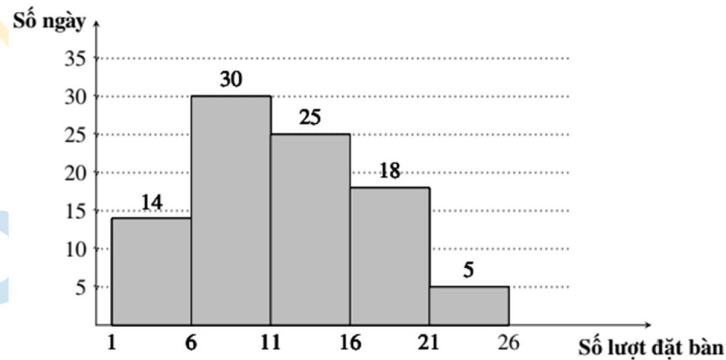
☞ **Lời giải**

Chọn A

Từ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3; 2)$.

Do đó, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-4) = -9$.

- » **Câu 11.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên là?

- A.** 9,5. **B.** 8,5. **C.** 10,5. **D.** 7,5.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Dựa vào biểu đồ ta lập được bảng ghép nhóm như sau:

Lượt đặt bàn	[1; 6)	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Cỡ mẫu $n = 92$ và gọi x_1, x_2, \dots, x_{92} là mẫu số liệu đã cho



Ta có:

$$x_1, \dots, x_{14} \in [1; 6); \quad x_{15}, \dots, x_{34} \in [6; 11); \quad x_{35}, \dots, x_{69} \in [11; 16);$$

$$x_{70}, \dots, x_{87} \in [16; 21); \quad x_{88}, \dots, x_{92} \in [21; 26).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{23} + x_{24}}{2} \in [6; 11)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} (11 - 6) = 7,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{69} + x_{70}}{2}$ mà $x_{69} \in [11; 16)$ và $x_{70} \in [16; 21)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 16$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 16 - 7,5 = 8,5$.

» **Câu 12.** Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A.** 0,4252. **B.** 0,5314. **C.** 0,6214. **D.** 0,5268.

» *Lời giải*

Chọn D

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Số trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = \frac{2 \cdot 5,25 + 8 \cdot 5,75 + 15 \cdot 6,25 + 10 \cdot 6,75 + 5 \cdot 7,25}{40} = 6,35$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$s^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 5,25^2 + 8 \cdot 5,75^2 + 15 \cdot 6,25^2 + 10 \cdot 6,75^2 + 5 \cdot 7,25^2) - 6,35^2 = 0,2775$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,2775} \approx 0,5268$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ có đồ thị (C). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.		
(b)	Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = -1$.		
(c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 4)$.		
(d)	Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 6 điểm có tọa độ nguyên.		

» *Lời giải*

(a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = -1$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1} = +\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 4)$.

Ta có $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{x(x+1)} = 1$; $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 6}{x+1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 6}{x+1} = -3$

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 3$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ và tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 3$.

Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1; -4)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Trên đồ thị (C) tồn tại đúng 6 điểm có tọa độ nguyên.

Ta có: $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1} = x - 3 + \frac{9}{x + 1}$

Điểm $M(x; y) \in (C)$ có tọa độ nguyên thì $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 9 : (x + 1) \end{cases}$

Mà 9 có 6 ước số nên có 6 điểm có tọa độ nguyên.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, có đồ thị (C). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có hai điểm cực trị		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $\max_{[-1; 1]} y = y(1)$		
(d)	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 3}$ có hai đường tiệm cận đứng		

» **Lời giải**

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ có tập xác định \mathbb{R} .

Có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được:

(a) Hàm số có hai điểm cực trị.

Hàm số có hai điểm cực trị

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giá trị lớn nhất của hàm số $\max_{[-1;1]} y = y(1)$.

Dựa BBT ta có giá trị lớn nhất của hàm số $\max_{[-1;1]} y = y(0)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+3}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Hàm số $y = \frac{1}{f(x)+3}$.

Xét phương trình $f(x)+3=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{3} \end{cases}$.

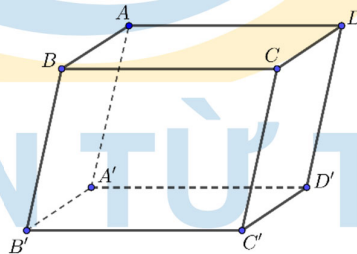
Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+3}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $D'(3;4;-6)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$		
(b)	Tọa độ $C(2; 1; 2)$		
(c)	Tọa độ $A'(3; 5; -6)$		
(d)	Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$		

» **Lời giải**



(a) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tọa độ $C(2; 1; 2)$.

Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x-1; y+1; z-1)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+1=1 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow C(2; 0; 2)$.



» **Chọn SAI.**

(c) Tọa độ $A'(3; 5; -6)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (3-x'; 4-y'; -6-z')$.

$$ADD'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x' = 0 \\ 4-y' = -1 \\ -6-z' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ y' = 5 \\ z' = -6 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 5; -6).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0-3; y_0-5; z_0+6)$.

$$ABB'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-3=1 \\ y_0-5=1 \\ z_0+6=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=4 \\ y_0=6 \\ z_0=-5 \end{cases} \Rightarrow B'(4; 6; -5).$$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2+3+4}{3} = 3 \\ y_G = \frac{0+5+6}{3} = \frac{11}{3} \\ z_G = \frac{2-6-5}{3} = -3 \end{cases} \Rightarrow G\left(3; \frac{11}{3}; -3\right).$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 30.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$.		
(c)	Số trung bình của mẫu số liệu là 10.		
(d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.		

» **Lời giải**

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 30.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 30 - 0 = 30$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$.

Vì tứ phân vị nhóm thứ 3 của mẫu số liệu gốc là $Q_3 = x_{23} \in [15; 20)$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) Số trung bình của mẫu số liệu là 10.

Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{2.2,5 + 6.7,5 + 8.12,5 + 9.17,5 + 3.22,5 + 2.27,5}{30} = \frac{43}{3} \approx 14,3.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.

Mẫu số liệu gốc $Q_1 = x_8 \in [5;18), Q_3 = x_{23} \in [15;20)$:

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} \cdot 5 = 9,58; Q_3 = 15 + \frac{\frac{90}{4} - 16}{9} \cdot 5 = \frac{335}{18} \approx 18,61 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 9,03 < 10.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Giá trị $2y_{CD} - y_{CT}$ bằng bao nhiêu. (làm tròn đến hàng đơn vị)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $y_{CT} = y(0) = 3$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$ và $y_{CD} = y(\pm 1) = 4$.

Vậy $2y_{CD} - y_{CT} = 5$.

» **Câu 18.** Bảng sau thống kê cân nặng của 30 quả đu đủ được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở vườn nhà Lan.

Cân nặng (g)	$[750;800)$	$[800;850)$	$[850;900)$	$[900;950)$	$[950;1000)$
Số quả bưởi	5	10	5	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 103**

Cỡ mẫu $n = 30$



Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là số cân nặng của 30 quả đu đủ thu hoạch ở vườn nhà Lan được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất là } Q_1 = 800 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} \cdot 50 = 812,5$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba là } Q_3 = 900 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10 + 5)}{6} \cdot 50 = 915,625$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 103$

» **Câu 19.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		n = 44

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần chục)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 46,1**

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 18 là:

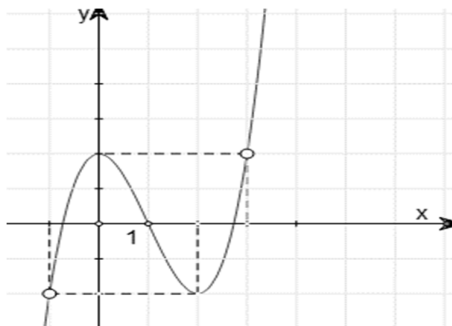
$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} \approx 53,2$$

Vậy phương sai của của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 18 là:

$$s^2 = \frac{1}{44} \cdot [4 \cdot (42,5 - 53,2)^2 + 14 \cdot (47,5 - 53,2)^2 + 8 \cdot (52,5 - 53,2)^2 + 10 \cdot (57,5 - 53,2)^2 + 6 \cdot (62,5 - 53,2)^2 + 2 \cdot (67,5 - 53,2)^2] = \frac{2029,56}{44} \approx 46,1.$$

» **Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Đặt $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2025$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S .



🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 14**

Xét hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2025$

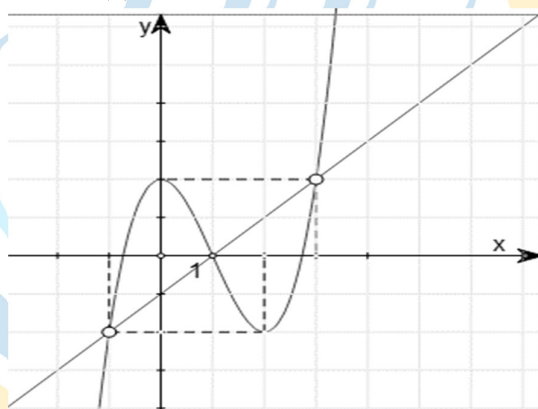
$$g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$$

Xét phương trình $g'(x) = 0$ (1)

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t-1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t-1$ (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$

Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là:
$$\begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \\ x = m+3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

x	$-\infty$	$m-1$	$m+1$	$m+3$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần
$$\begin{cases} m-1 \leq 5 \\ m+1 \geq 6 \\ m+3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m$ nhận các giá trị $1; 2; 5; 6$. Tổng $1+2+5+6=14$.



» **Câu 21.** Cho ba điểm $A(2;5;3)$, $B(3;7;4)$, $C(a;b;6)$. Biết ba điểm A, B, C thẳng hàng. Tính $2a+b$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 21**

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1); \overrightarrow{AC} = (a-2; b-5; 3)$$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

$$\frac{a-2}{1} = \frac{b-5}{2} = \frac{3}{1}$$

Ta có:

$$a-2=3 \Leftrightarrow a=5$$

$$\frac{b-5}{2} = 3 \Leftrightarrow b=11$$

Suy ra: $2a+b=2.5+11=21$.

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có điểm $A(1;2;3)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Biết rằng toạ độ của chân đường cao hạ từ A xuống BC là $H(a;b;c)$, giá trị của $P=17(a+b+c)$ bằng

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 41**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AH} = (a-1; b-2; c-3), \overrightarrow{BC} = (-3; 2; -2), \overrightarrow{BH} = (a-2; b+1; c-3)$$

Vì H là chân đường cao hạ từ A xuống BC nên ta có $AH \perp BC$ và B, H, C thẳng hàng. Từ đây suy ra

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} = k\overrightarrow{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3(a-1) + 2(b-2) - 2(c-3) = 0 \\ a-2 = -3k \\ b+1 = 2k \\ c-3 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{17} \\ b = \frac{1}{17} \\ c = \frac{33}{17} \\ k = \frac{9}{17} \end{cases}$$

Do đó $P=17(a+b+c)=41$.

Hết



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 3

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2;1)$. B. $(0;1)$. C. $(0;3)$. D. $(1;+\infty)$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ và $(0;1) \subset (-1;1)$

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $[-2;1]$ bằng

- A. $f(-2)$. B. $f(-1)$. C. $f\left(\frac{1}{2}\right)$. D. $f(1)$.

☞ *Lời giải*

Chọn C

x	-2	-1	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0
$f(x)$				

Từ bảng biến thiên của $y = f(x)$ ta thấy có giá trị lớn nhất của trên $[-2;1]$ bằng

$$f\left(\frac{1}{2}\right)$$

» **Câu 3.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $x = 1$.

☞ *Lời giải*

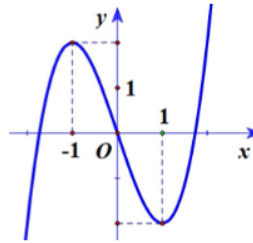
Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$.

Vậy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình $y = 2x + 1$



- » **Câu 4.** Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 + 2x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.

» **Lời giải**

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại đáp án A.

Mặt khác ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại B.

Lại có đồ thị nhận $x = 1$ là điểm cực trị nên đáp án là C

- » **Câu 5.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. **B.** $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. **D.** $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.

» **Lời giải**

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\vec{GA} + \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}).$$

- » **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(4;2;9)$. **B.** $D(-2;4;-5)$. **C.** $D(-4;-2;9)$. **D.** $D(6;2;-3)$.

» **Lời giải**

Chọn C

Gọi $D(x;y;z) \Rightarrow \vec{CD} = (x+3; y-1; z-2)$ và $\vec{BA} = (-1; -3; 7)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi: $\vec{BA} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = -1 \\ y-1 = -3 \\ z-2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases}$

$\Rightarrow C(-4; -2; 9)$

- » **Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A.** 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** $\sqrt{26}$.

» **Lời giải**

Chọn C

$\vec{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}$.

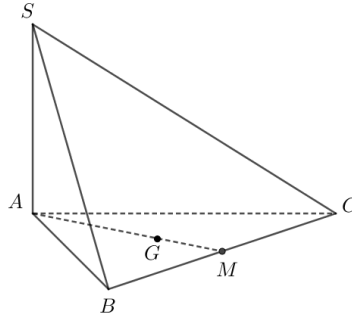


» **Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM}|$?

- A. 3. B. 9. C. 4. D. 6.

☞ *Lời giải*

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG} + \vec{GA} + \vec{SG} + \vec{GB} + \vec{SG} + \vec{GC} = 3\vec{SG}$.

Suy ra:

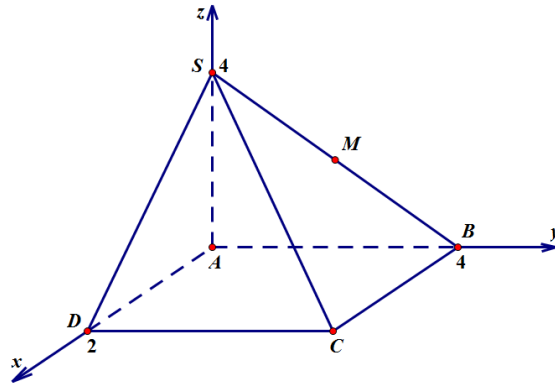
$$|\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM}| = |3\vec{SG} + 3\vec{GM}| = |3\vec{SM}| = 3SM = 3\sqrt{SA^2 + AM^2} = 3\sqrt{SA^2 + AB^2 + BM^2} = 9.$$

» **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD . Độ dài MG là

- A. $MG = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $MG = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $MG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $MG = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

☞ *Lời giải*

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$.

M là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên
$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0).$$



G là trọng tâm của tam giác $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$

$$\text{Độ dài } MG \text{ là } MG = \sqrt{\left(\frac{4}{3}-0\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

- » **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?
- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

» *Lời giải*

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3m-9}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{2m^2+6m+10}}.$$

Góc giữa hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù khi và chỉ khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow 3m-9 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- » **Câu 11.** Điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành 5 nhóm căn cứ vào số lượng học sinh của mỗi lớp (đơn vị: học sinh) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[36;38)	9	9
[38;40)	15	24
[40;42)	25	49
[42;44)	30	79
[44;46)	21	100
	$n = 100$	

Tứ phân vị Q_2 bằng

- A.** 42,01. **B.** 41,75. **C.** 42,07. **D.** 41,85.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$. Nhóm [42;44) là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 50

$$Q_2 = r + \left(\frac{50 - cf_3}{n_4}\right) \cdot d = 42 + \left(\frac{50 - 49}{30}\right) \cdot 2 = 42,07$$

- » **Câu 12.** Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:



Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

Độ lệch chuẩn bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

A. 2,23.

B. 3,61.

C. 4,29.

D. 3,85.

☞ **Lời giải**

Chọn A

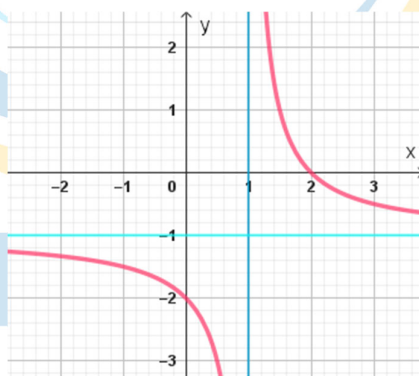
Nhóm điểm	Tần số	Giá trị đại diện
[1; 3)	3	2
[3; 5)	2	4
[5; 7)	10	6
[7; 9)	14	8
[9; 11)	7	10
	$n = 36$	

$$\text{Ta có } \bar{x} = \frac{3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + \dots + 7 \cdot 10}{36} \approx 7,11$$

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{3 \cdot (2 - 7,11)^2 + \dots + 7 \cdot (10 - 7,11)^2}{36}} \approx 2,23$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$.) có đồ thị như hình dưới.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
(b)	Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.		
(c)	Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[-2; 0]$.		
(d)	Các số a, b, c đều âm.		

☞ **Lời giải**

(a) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Từ đồ thị ta thấy $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Từ đồ thị ta thấy đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[-2;0]$.

Do hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$ nên $\min_{[-2;0]} y = y(0) = -2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Các số a, b, c đều âm.

Từ đồ thị ta có TCD là đường thẳng $x = 1 \Rightarrow 1 + c = 0 \Rightarrow c = -1$.

TCN là đường thẳng $y = -1 \Rightarrow a = -1$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -2) \Rightarrow -2 = \frac{a \cdot 0 + b}{0 + c} \Rightarrow b = -2c = 2$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai																
(a)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>-2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$		
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$															
$f'(x)$	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$															
(b)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.																		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 2.																		
(d)	Với mỗi giá trị của $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.																		

» **Lời giải**

(a) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x. \text{ Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty.$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

$$\text{Ta có } f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 2.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên \mathbb{R} .

» **Chọn SAI.**

(d) Với mỗi giá trị của $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có

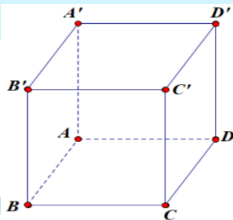
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

$y = m$

Số giao điểm của đường thẳng $y = m$ với đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = m$. Vậy từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 15.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a, AD = 3a, A'A = 4a$.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$		
(b)	$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 12a^2$		
(c)	$ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = a\sqrt{29}$		
(d)	Gọi H là trung điểm của $A'C$. Khi đó $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DB} = \frac{5}{2}a^2$		

» **Lời giải**

(a) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

Ta có: $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 12a^2$.

$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ vì hai véc tơ vuông góc nhau

» **Chọn SAI.**

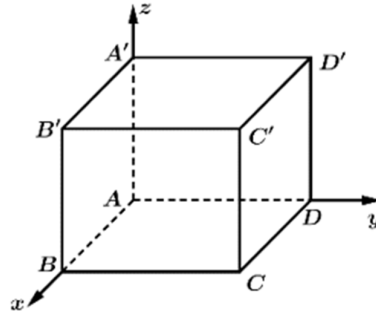
(c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = a\sqrt{29}$.

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{4a^2 + 9a^2 + 16a^2} = a\sqrt{29}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Gọi H là trung điểm của $A'C$. Khi đó $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DB} = \frac{5}{2}a^2$

Thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ



Khi đó ta có $A(0;0;0)$; $A'(0;0;4a)$; $C(2a;3a;0)$; $B(2a;0;0)$; $D(0;3a;0)$; $H\left(a; \frac{3a}{2}; 2a\right)$

Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(a; \frac{3a}{2}; 2a\right)$; $\overrightarrow{BD} = (-2a; 3a; 0)$. Vậy $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DB} = -2a^2 + \frac{9}{2}a^2 = \frac{5}{2}a^2$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 16.** Thống kê thời gian (đơn vị: phút) tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của An cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày	5	4	10	7	4

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 25.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[25; 30)$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 9,375.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu là 36,14 (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).		

» **Lời giải**

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 25.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là $40 - 15 = 25$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[25; 30)$.

Cỡ mẫu là: 30.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_8 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[20; 25)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 9,375.



Ta có: $Q_1 = 20 + \frac{\left(\frac{1.30}{4} - 5\right)}{4} \cdot 5 = 23,125$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{22} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

nhóm $[30; 35)$ và ta có $Q_3 = 30 + \frac{\left(\frac{3.30}{4} - 19\right)}{7} \cdot 5 = 32,5$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32,5 - 23,125 = 9,375$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương sai của mẫu số liệu là 36,14 (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Giá trị đại diện	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Số ngày	5	4	10	7	4

Thời gian trung bình tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của An là:

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 4 + 27,5 \cdot 10 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 4) = \frac{83}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{1}{30} (17,5^2 \cdot 5 + 22,5^2 \cdot 4 + 27,5^2 \cdot 10 + 32,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 4) - \left(\frac{83}{3}\right)^2 = \frac{1409}{36} \approx 39,14.$$

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình

$$s(t) = \frac{1}{6}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + 5t^2 - 7, \text{ trong đó } t > 0 \text{ với } t \text{ tính bằng giây (s), } s(t) \text{ tính bằng mét (m).}$$

Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a - 3b$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 47**

Ta có vận tốc $v(t) = s'(t) = \frac{2}{3}t^3 - 4t^2 + 10t$.

Gia tốc $a(t) = v'(t) = 2t^2 - 8t + 10 = 2(t-2)^2 + 2 \geq 2$.

Gia tốc nhỏ nhất bằng 2 khi $t = 2$. Khi đó $v(2) = \frac{28}{3}$

$\Rightarrow T = 2a - 3b = 2 \cdot 28 - 3 \cdot 3 = 47$.

» **Câu 18.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	30	25	22	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

» **Lời giải**



✓ **Trả lời: 11,7**

Cỡ mẫu: $n = 6 + 14 + 30 + 25 + 22 + 15 + 8 = 120$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{120}$ là mẫu số liệu gốc gồm số nhân viên của công ty được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_6 \in [15; 20)$; $x_7; \dots; x_{20} \in [20; 25)$; $x_{21}; \dots; x_{50} \in [25; 30)$; $x_{51}; \dots; x_{75} \in [30; 35)$; $x_{76}; \dots; x_{97} \in [35; 40)$; $x_{98}; \dots; x_{112} \in [40; 45)$; $x_{113}; \dots; x_{120} \in [45; 50)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{30} ; $x_{31} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 25 + \frac{30-20}{30} \cdot 5 = \frac{80}{3}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{90} ; $x_{91} \in [35; 40)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 35 + \frac{90-75}{22} \cdot 5 = \frac{845}{22}$.

Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{845}{22} - \frac{80}{3} \approx 11,7$.

» **Câu 19.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 31,3**

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{6 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$

Phương sai: $S^2 = \frac{6 \cdot 22,5^2 + 6 \cdot 27,5^2 + 4 \cdot 32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$

» **Câu 20.** Để thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật, không có nắp, có độ dài một cạnh ở đáy bằng 80 cm , thể tích 16000 cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng mặt bên có giá thành 80000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 đồng/m^2 . Chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 32**

Đổi đơn vị $80000\text{ đồng/m}^2 = 8\text{ đồng/cm}^2$; $100000\text{ đồng/m}^2 = 10\text{ đồng/cm}^2$.

Gọi x là độ dài của một cạnh đáy còn lại của hình hộp, $h(\text{cm})$ là chiều cao của hình hộp, ($x > 0, h > 0$).

Thể tích của khối hộp $V = x \cdot 80 \cdot h = 16.000 \Rightarrow h = \frac{16000}{80 \cdot x} = \frac{200}{x}$.

Do đó chi phí làm bể cá là

$f(x) = 80x \cdot 10 + \left(2 \cdot 80 \cdot \frac{200}{x} + 2 \cdot x \cdot \frac{200}{x} \right) \cdot 8 = 800x + \frac{256000}{x} + 3200$ (đồng)



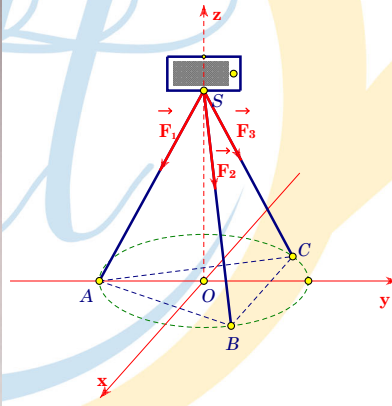
Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 800x + \frac{256000}{x} + 3200$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(x) = 800 - \frac{256000}{x^2} \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 800 - \frac{256000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8\sqrt{5} \\ x = -8\sqrt{5} \text{ (loại)} \end{cases}$$

x	0	$8\sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		↘ 31821,67 ↗	

Vậy chi phí ít nhất để làm bể cá như yêu cầu đề bài là 32 nghìn đồng.

- » **Câu 21.** Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: -5**

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0;0;20)$, $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$

Suy ra $\vec{SA} = (0;-6;-20)$; $\vec{SB} = (3\sqrt{3};3;-20)$; $\vec{SC} = (-3\sqrt{3};3;-20)$.

Suy ra $SA = SB = SC = \sqrt{436}$ mà $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| \Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k\vec{SA} = (0;-6k;-20k) \\ \vec{F}_2 = k\vec{SB} = (3\sqrt{3}k;3k;-20k) \\ \vec{F}_3 = k\vec{SC} = (-3\sqrt{3}k;3k;-20k) \end{cases}$$

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0;0;-60k)$. Gọi \vec{F} là trọng lực tác dụng lên điện thoại

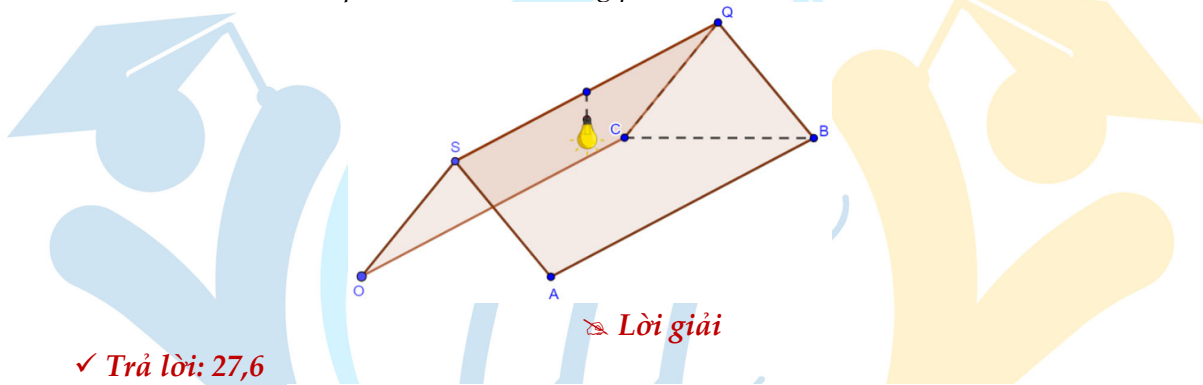
$$\Rightarrow \vec{F} = (0;0;-2)$$



Mặt khác, ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$ suy ra $-60k = -2 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$.

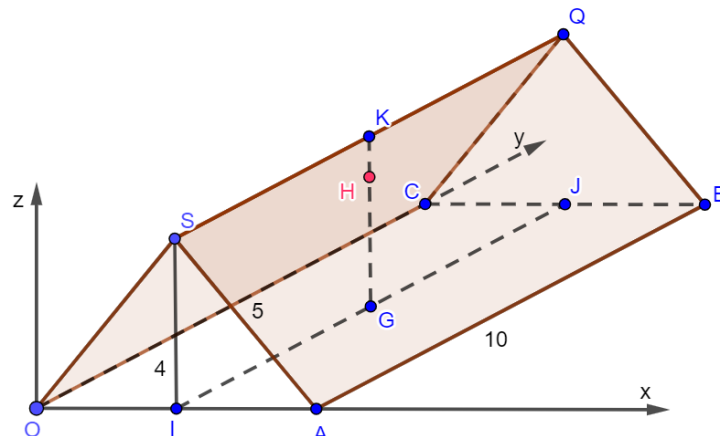
$$\text{Vậy } \vec{F}_1 = \left(0; -\frac{1}{5}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow T = 2a + 5b + 6c = 0 - 1 - 4 = -5.$$

- » **Câu 22.** Hình bên dưới minh họa một cái lều hai mái là hai hình chữ nhật giống nhau trong không gian $Oxyz$. Biết các kích thước của mái lều là $SA = 5m$, $AB = 10m$, độ cao từ S xuống mặt đất là $4m$. Bạn An muốn trang trí chiếc lều bằng cách treo các sợi dây cờ trang trí từ các góc lều O, A, B, C đến đuôi một chiếc đèn treo từ vị trí chính giữa của SQ , cách SQ $30cm$. Hỏi tổng chiều dài sợi dây cờ trang trí tối thiểu bạn An cần mua là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời: 27,6*



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của OA, SQ .

$$OA = 2IA = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6$$

Gọi H là vị trí chiếc đèn, $KH = 30cm = 0,3m$. Gọi G là giao điểm của hai đường chéo của hình chữ nhật $OACB$, suy ra $HG = 4 - 0,3 = 3,7m$.

Do đó $H(3; 5; 3,7)$.

Ta thấy: $OH = AH = CH = BH$ nên tổng chiều dài sợi dây màu xanh tối thiểu bạn An cần mua là $4OH$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OH} = (3; 5; 3,7) \Rightarrow 4OH = 4 \cdot \sqrt{3^2 + 5^2 + (3,7)^2} \approx 27,6 \text{ (m)}$$



-----Hết-----



TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 4

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -6$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	-15		$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-6; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-10; 1)$. **D.** $(-7; -6)$.

» *Lời giải*

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với mọi $x \in (-7; -6)$, $f'(x) > 0$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-7; -6)$.

» **Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

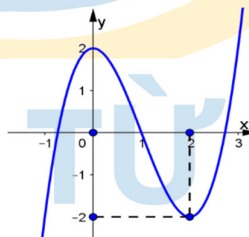
- A.** $(0; 0; 3)$. **B.** $(-1; 2; 0)$. **C.** $(-1; 2; 3)$. **D.** $(1; -2; -3)$.

» *Lời giải*

Chọn B

Hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(-1; 2; 0)$

» **Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại:



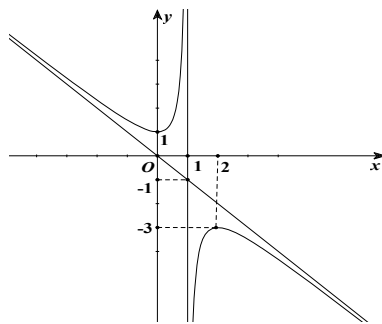
- A.** $y=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-2$.

» *Lời giải*

Chọn B

Ta có: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $(2; -3)$. D. $(0; 1)$.

☞ *Lời giải*

Chọn C

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; -3)$

» **Câu 5.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

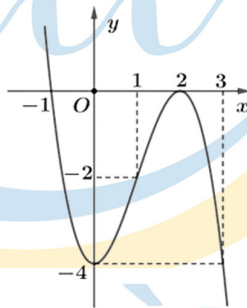
- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-3)^2} < 0 \forall x \in [0; 2]$, do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng $y(0) = -\frac{1}{3}$

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $y = f'(x)$ có đồ thị như bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $f(0)$. B. 0. C. -4. D. $f(2)$.

☞ *Lời giải*

Chọn A

Lập bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $f(0)$

» **Câu 7.** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = -x$. D. $y = x$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

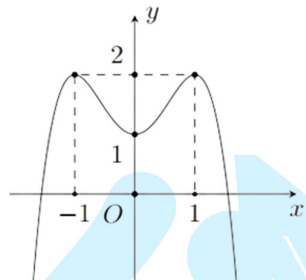


Ta có $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$

Suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x$

» **Câu 8.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



- A.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ **D.** $y = 2x^4 - x^2 + 1$.

» *Lời giải*

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy,

+) Hình dáng đồ thị cho ta hệ số $a < 0$.

+) Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$.

Như vậy, hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

» **Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

- A.** $(-20; 6; 9)$. **B.** $(20; 6; 9)$. **C.** $(-20; 6; 0)$. **D.** $(20; 6; 0)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Do $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$ nên tọa độ vectơ $\vec{u} = (-20; 6; 9)$.

» **Câu 10.** Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.** 2,92. **B.** 2,93. **C.** 3,92. **D.** 3,93.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2; 4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là



$$Q_3 = 6 + \frac{3.146 - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}.$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92.$

- » **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$ và $C(x+2;y;-2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng
- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (x+3;y-1;-4)$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên \overrightarrow{AB} cùng phương với \overrightarrow{AC}

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{1} = \frac{-4}{-3} \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy $x+y = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3}.$

- » **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1); B(5;1;-2); C(-1;-6;3)$ và điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình hình hành. Tọa độ vectơ \overrightarrow{CD} là:
- A. $(2;1;-2)$. B. $(-2;1;3)$. C. $(2;1;-3)$. D. $(3;1;-3)$.

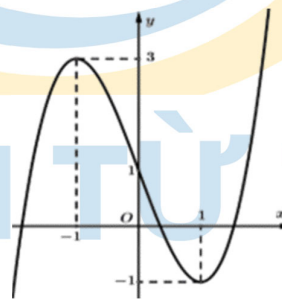
» *Lời giải*

Chọn D

Do $ABCD$ là hình hình hành, nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = (3;1;-3)$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

- » **Câu 13.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.		
(c)	Phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.		
(d)	$f(5) = 111$		

» *Lời giải*

- (a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.



Từ đồ thị ta có $x_{CT} = 1$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình $2f(x)+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $2f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{-1}{2}$.

Do đường thẳng $y = \frac{-1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $2f(x)+1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Vì đồ thị hàm số có điểm cực đại $(-1;3)$ và điểm cực tiểu $(1;-1)$ nên:

$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Hay: $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(5) = 111$.

$f(5) = 111$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; 3)$.		
(c)	Hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 3$		
(d)	Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$		

» **Lời giải**

Ta có $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$



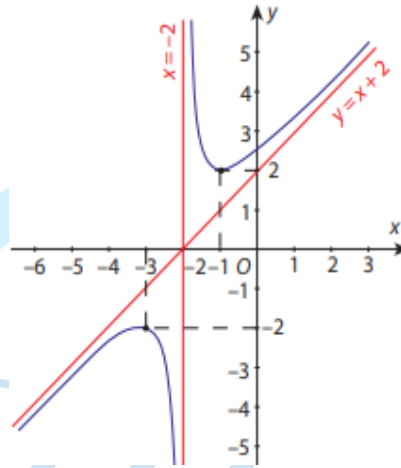
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3		-2		-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	\nearrow	-2	\searrow	$-\infty$	\nearrow	$+\infty$
						2	

Ta thấy hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$ và tiệm cận xiên là $y = x + 2$.

Và có tâm đối xứng $I(-2; 0)$

Đồ thị hàm số:



(a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 3)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; 3)$.

Ta thấy hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 2$

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 3$

Thay tọa độ điểm $I(-2; 0)$ vào phương trình đường thẳng $2x - y + 4 = 0$; ta có $2(-2) - 0 + 4 = 0$

» **Chọn SAI.**

(d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$

Vậy đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(-2; 0)$ nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 15.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

Khi đó:

Mệnh đề

| Đúng | Sai



(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.		
(b)	Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$.		
(c)	Số trung bình của thống kê là 10.		
(d)	Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.		

» **Lời giải**

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 30 - 0 = 30$.

» **Chọn SAI.**

(b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$.

Vì $16 < \frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = \frac{90}{4} = 22,5 < 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Số trung bình của thống kê là 10.

Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của học sinh là

$$x = \frac{2 \cdot 2,5 + 6 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 9 \cdot 17,5 + 3 \cdot 22,5 + 2 \cdot 27,5}{30} = \frac{43}{3} \approx 14,3$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.

Ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} \cdot 5 = 9,58; Q_3 = 15 + \frac{\frac{90}{4} - 16}{9} \cdot 5 = \frac{335}{18} \approx 18,61 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 9,03 < 10$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1)$, $B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AB} = (-3; -3; 3)$		
(b)	$ \vec{AB} = 2\sqrt{3}$		
(c)	Điểm M thỏa mãn $\vec{AB} + \vec{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$		
(d)	Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$		

» **Lời giải**

(a) $\vec{AB} = (-3; -3; 3)$

$\vec{AB} = (1 - 4; -1 - 2; 2 + 1) = (-3; -3; 3)$

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

» **Chọn SAI.**

(c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$

Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2 - y; 3 - z)$.

Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2 - y = -3 \\ 3 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x - 4; y - 2; 1); \overrightarrow{BN}(x - 1; y + 1; -2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{BN}$

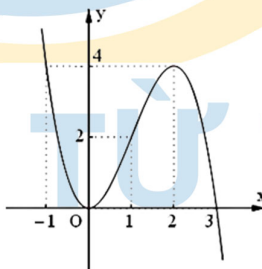
Suy ra, $\begin{cases} x - 4 = k(x - 1) \\ y - 2 = k(y + 1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = -\frac{1}{2}(x - 1) \\ y - 2 = -\frac{1}{2}(y + 1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $N(3; 1; 0)$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Phương trình $f(x) = f(3)$ có bao nhiêu nghiệm?



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta suy ra dạng bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	3	$-\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0
$f(x)$				

$\xrightarrow{\hspace{10em}} f(3) \xrightarrow{\hspace{10em}}$



Từ đây, ta suy ra số nghiệm của phương trình $f(x) = f(3)$ là 1 nghiệm.

- » **Câu 18.** Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 30**

Gọi x là số lần giảm 2 nghìn đồng giá vé. Khi đó:

Giá vé lúc này là: $p(x) = 40 - 2x$, với $0 < x < 20$.

Số khách tăng thêm là $100x$.

Do đó, tổng số khách là $1000 + 100x$.

Hàm doanh thu thu được:

$$R(x) = (1000 + 100x)p(x) = (1000 + 100x)(40 - 2x) = -200x^2 + 2000x + 40000$$

Xét hàm $R = R(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ trên $(0; 20)$

$$R' = -400x + 2000$$

$$R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Vì $R = R(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$, nên: $\underset{(1;20)}{\text{Max}} R = R(5)$

Vậy doanh thu đạt tối đa khi: $x = 5$. Điều này tương ứng với 5 lần giảm 2000, tức là giá vé cần bán ra là $40000 - 5 \cdot 2000 = 30000$

- » **Câu 19.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Trong đó, có hai lực hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn đều bằng $4\sqrt{3}N$. Lực còn lại có phương vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $5N$. Tính độ lớn lực tổng hợp đã tác dụng vào vật.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Gọi \vec{F}_1, \vec{F}_2 là hai lực hợp với nhau một góc 60° và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 4\sqrt{3}$. Gọi \vec{F}_3 là lực có phương vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 và $|\vec{F}_3| = 5$. Độ lớn của lực tổng hợp là

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = \sqrt{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)^2} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + \vec{F}_3^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3 + 2\vec{F}_2 \cdot \vec{F}_3}$$

$$\sqrt{2(4\sqrt{3})^2 + 5^2 + 2|\vec{F}_1||\vec{F}_2|\cos 60^\circ} = 13.$$

- » **Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 3); B(2; -4; 5), C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2+a=3 \\ -3-4-2=3c \\ 3+5+b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=10 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=7.$$

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM (Kết quả được làm tròn ở chữ số thập phân thứ nhất)

🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời: 5,4*

Gọi tọa độ điểm $M(a;b;c)$, do M thuộc đoạn BC và $MC = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$ (*).

Ta có $\overrightarrow{CM} = (a+3;b-6;c-4)$ và $\overrightarrow{MB} = (-a;3-b;1-c)$.

$$\text{Do đó (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} a+3 = -2a \\ b-6 = 6-2b \\ c-4 = 2-2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1;4;2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3;4;2) \Rightarrow AM = \sqrt{29} \approx 5,4.$$

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm O, A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời: 6*

Gọi $M(a;b;c)$ vì $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$? nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \end{cases}$ (*)

$$\overrightarrow{AM} = (a-3;b;c), \overrightarrow{BM} = (a;b-3;c), \overrightarrow{CM} = (a;b;c-3)$$

Từ biểu thức (*) ta có biểu thức tọa độ

$$\begin{cases} (a-3)a + b(b-3) + c^2 = 0 \\ a^2 + (b-3)b + c(c-3) = 0 \\ (a-3)a + b^2 + (c-3)c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3b = 0 \quad (1) \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3b - 3c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3a + 3b = 3b + 3c = 3c + 3a$$

$$\Leftrightarrow a = b = c.$$

$$\text{Thay vào biểu thức (1) ta có } 3a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0;0;0)(l) \\ M(2;2;2)(TM). \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=6$.

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 5

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			2		1		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

» **Câu 2.** Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 4x$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. $\frac{10}{9}$. B. $\frac{40}{9}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 4x + 4; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu của $y' = -3x^2 + 4x + 4$:

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Suy ra hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1 = 2; x_2 = -\frac{2}{3}$,

$$\text{Do đó biểu thức } S = x_1^2 + x_2^2 = 4 + \frac{4}{9} = \frac{40}{9}.$$

» **Câu 3.** Tổng hai giá trị cực trị của hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{1 - x}$ bằng

- A. 5. B. -4. C. -6. D. 7.

☞ *Lời giải*

Chọn C



Ta có: $y' = \frac{-2x^2 + 4x}{(1-x)^2}$

Vậy $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$. Đây chính là hai giá trị cực trị của hàm số vậy tổng của chúng bằng -6 .

» **Câu 4.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$

- A.** $M = \frac{1}{3}$. **B.** $M = -\frac{1}{3}$. **C.** $M = 5$. **D.** $M = -5$

» *Lời giải*

Chọn A

Trên đoạn $[0;2]$ ta luôn có $y' = -\frac{8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in (0;2)$.

Do đó hàm số y nghịch biến trên đoạn $[0;2]$. Vậy $M = \max_{[0;2]} y = y(0) = \frac{1}{3}$.

» **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là:

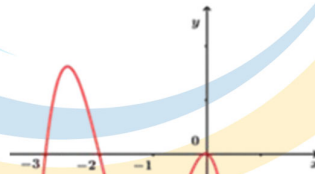
- A.** $(-20; 6; 9)$. **B.** $(20; 6; 9)$. **C.** $(-20; 6; 0)$. **D.** $(20; 6; 0)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Do $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$ nên tọa độ vectơ $\vec{u} = (-20; 6; 9)$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $y = f'(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;1]$ là

- A.** $f(-2)$. **B.** $f(-3)$.
C. $f(0)$. **D.** $f(x_0)$ với $-3 < x_0 < -2$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -2, \text{ với } x = -3 \text{ và } x = -2 \text{ là nghiệm bội lẻ, } x = 0 \text{ là nghiệm bội chẵn.} \\ x = 0 \end{cases}$

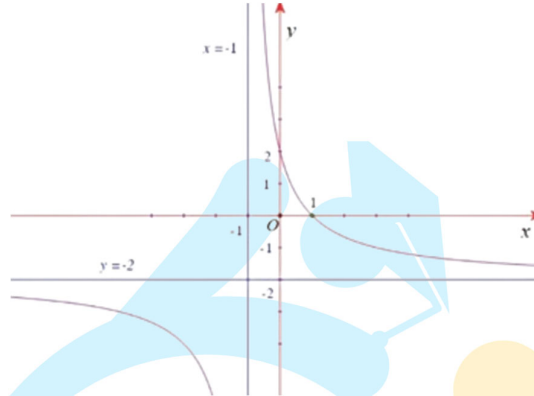
Bảng biến thiên:



x	$-\infty$	-3	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$
y		↖ ↗		↘ ↗				

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;1]$ là $f(-2)$.

» **Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau



Đồ thị hàm số trên có đường tiệm cận đứng là

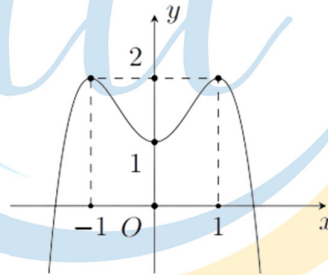
- A.** $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = -2$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = -1$.

» **Câu 8.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



- A.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 - x^2 + 1$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy,

+) Hình dáng đồ thị cho ta hệ số $a < 0$.

+) Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$.

Như vậy, hàm số cần tìm là $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; 5; 2)$ và $\vec{b} = (1; -3; -1)$, vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(1; -2; 3)$. **B.** $(-3; 8; 3)$. **C.** $(-1; 2; 1)$. **D.** $(3; -8; -3)$.

🔗 **Lời giải**

Chọn B

Do $\vec{a} - \vec{b} = (-2 - 1; 5 - (-3); 2 - (-1)) = (-3; 8; 3)$.



- » **Câu 10.** Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.** 2,92. **B.** 2,93. **C.** 3,92. **D.** 3,93.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2;4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6;8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92.$$

- » **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$ và $C(x+2;y;-2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A.** $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{8}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;0;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (x+3;y-1;-4)$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên \overrightarrow{AB} cùng phương với \overrightarrow{AC}

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{1} = \frac{-4}{-3} \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x+y = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3}.$$

- » **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(2;1;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

- A.** $(-2;-1;3)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(-2;1;3)$. **D.** $(-2;-1;-3)$.

» *Lời giải*

Chọn B

Hình chiếu vuông góc điểm $A(2;1;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $(2;1;0)$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai



» **Câu 13.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai																
(a)	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.																		
(b)	Hàm có cực tiểu $x = 2$.																		
(c)	Bảng biến thiên của hàm số là <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$		
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$															
y'	$+$	0	$-$	0	$+$														
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$															
(d)	Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.																		

» **Lời giải**

(a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Ta có Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm có cực tiểu $x = 2$.

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đạt cực tiểu $y = -3$ tại $x = 2$

» **Chọn SAI.**

(c) Bảng biến thiên của hàm số là

Bảng biến thiên của hàm số là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.

Ta có $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ làm tâm đối xứng.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C). Khi đó:

	Mệnh đề	
		Đúng Sai



(a)	Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.		
(b)	Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$.		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.		
(d)	Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$.		

» **Lời giải**

(a) Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$.

Ta có $y = 2x + 5 + \frac{4}{x - 1}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x + 5)] = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x + 5)] = 0 \Rightarrow y = 2x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Ta có $y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{2x^2 - 4x - 2}{(x - 1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1 - \sqrt{2})$ và $(1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = 2x + 5$

Gọi A là giao điểm của tiệm cận xiên với trục $Ox \Rightarrow A\left(-\frac{5}{2}; 0\right) \Rightarrow OA = \frac{5}{2}$

B là giao điểm của tiệm cận xiên với trục $Oy \Rightarrow B(0; 5) \Rightarrow OB = 5$

Khi đó, diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = \frac{25}{4}$



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 15.** Thời gian chờ khám bệnh của hai phòng khám 1 và phòng khám 2 ở thành phố X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Phòng khám số 1 (Số bệnh nhân)	3	12	15	18
Phòng khám số 2 (Số bệnh nhân)	5	10	12	0

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tổng số bệnh nhân chờ khám bệnh ở phòng khám số 1 dưới 5 phút là 3.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 1 là $R_1 = 15$.		
(c)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 2 là $R_2 = 20$.		
(d)	Thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 2 phân tán hơn thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 1.		

» **Lời giải**

(a) Tổng số bệnh nhân chờ khám bệnh ở phòng khám số 1 dưới 5 phút là 3.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 1 là $R_1 = 15$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 1 là $R_1 = 20 - 0 = 20$.

» **Chọn SAI.**

(c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 2 là $R_2 = 20$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian chờ khám bệnh của phòng khám số 2 là $R_2 = 15 - 0 = 15$.

» **Chọn SAI.**

(d) Thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 2 phân tán hơn thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 1.

Vì $R_1 > R_2$ nên thời gian khám bệnh ở phòng khám số 1 phân tán hơn thời gian chờ khám bệnh ở phòng khám số 2.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích vô hướng của hai vectơ \vec{AB} và \vec{BC} bằng -52		



(b)	Góc \widehat{ABC} là góc tù		
(c)	Côsin giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ bằng $\frac{-23}{\sqrt{638}}$		
(d)	Điểm $D(1;2;x)$ với ΔABD vuông tại B thì giá trị $x = -6$		

» **Lời giải**

(a) Tích vô hướng của hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} bằng -52

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2) \\ \overrightarrow{BC} = (6; -6; 5) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-3) \cdot 6 + 4 \cdot (-6) + (-2) \cdot 5 = -52$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Góc \widehat{ABC} là góc tù.

Ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 52 > 0$ nên góc \widehat{ABC} là góc nhọn

» **Chọn SAI**

(c) Côsin giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ bằng $\frac{-23}{\sqrt{638}}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2) \\ \overrightarrow{AC} = (3; -2; 3) \end{cases} \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$$

$$\frac{-9 - 8 - 6}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{-23}{\sqrt{638}}$$

» **Chọn ĐÚNG**

(d) Điểm $D(1;2;x)$ với ΔABD vuông tại B thì giá trị $x = -6$

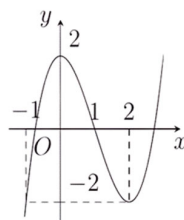
$$\text{Ta có: } \Delta ABD \text{ vuông tại } B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2) \\ \overrightarrow{BD} = (2; -1; x+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -6 - 4 - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -6$$

» **Chọn ĐÚNG**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Tính $a + 2b$.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

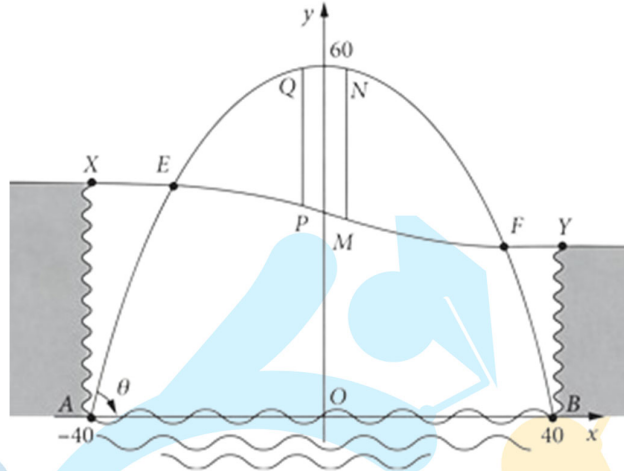
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Suy ra $a = 0, b = 2$.



Vậy $a + 2b = 4$.

- » **Câu 18.** Một thành phố nằm bên cạnh một con sông chảy qua hẻm núi. Hẻm núi có chiều ngang 80m, một bên cao 40 m và một bên cao 30 m . Một cây cầu sẽ được xây dựng bắc qua sông và hẻm núi. Sơ đồ của cây cầu được thiết kế và gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây.



Con đường XY xuyên qua hẻm núi được mô hình hóa bằng phương trình:

$$y = \frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35.$$

Hai cột đỡ dọc MN và PQ là đoạn nối giữa khung của Parabol và đường XY . Tính tổng độ dài đoạn MN và PQ biết rằng N và Q là hai điểm đối xứng qua Oy ; MN là đoạn có độ dài lớn nhất. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 50**

Theo bài ra ta có: phương trình của Parabol là $y = 60 - \frac{3}{80}x^2$.

Độ cao chênh lệch giữa khung parabol và đường xuyên núi tại các vị trí có cùng hoành độ là

$$d = 60 - \frac{3}{80}x^2 - \left(\frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35 \right) \text{ với } x \in (-23,71; 28).$$

$$\text{Xét } d' = -\frac{3}{40}x - \frac{3x^2}{25600} + \frac{3}{16} = 0 \Leftrightarrow x = 2,490309932 = x_0.$$

Tra có bảng biến thiên như sau:

x	-23,71	x_0	27,99		
d'		+	0	-	
d	0		25,23		0

Dựa vào bảng biến thiên, độ dài đoạn MN lớn nhất khi $x = 2,49$

$$\Rightarrow MN_{\max} = d(2,49) = 60 - \frac{3}{80} \cdot 2,49^2 - \left(\frac{2,49^3}{25600} - \frac{3 \cdot 2,49}{16} + 35 \right) \approx 25,23.$$

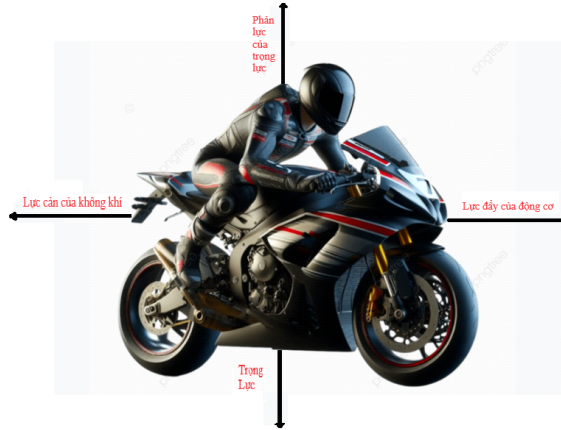
Vì N và Q là hai điểm đối xứng qua $Oy \Rightarrow x_P = x_Q = -2,490309932$.



$$\Rightarrow PQ = d(-2, 49) = 60 - \frac{3}{80} \cdot (-2, 49)^2 - \left(\frac{(-2, 49)^3}{25600} - \frac{3 \cdot (-2, 49)}{16} + 35 \right) \approx 24,3.$$

Tổng độ dài $MN + PQ = 49,5$.

» **Câu 19.** Khi di chuyển, một vận động viên đua xe motor thường chịu tác động của 4 lực: trọng lực, phản lực của trọng lực, lực cản của không khí và lực đẩy của động cơ.



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc xe. Một vận động viên đua xe tăng vận tốc từ $250(km/h)$ lên $300(km/h)$, trong quá trình tăng tốc, xe giữ nguyên hướng di chuyển. Lực cản của không khí khi xe đạt vận tốc $250(km/h)$ và $300(km/h)$ lần lượt biểu diễn bởi hai vectơ \vec{F}_1 và \vec{F}_2 với $\vec{F}_1 + \frac{a}{b}\vec{F}_2 = \vec{0}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$). Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 11**

Vì trong quá trình vận động viên tăng vận tốc từ $250(km/h)$ lên $300(km/h)$, xe giữ nguyên hướng di chuyển nên hai véc tơ \vec{F}_1 và \vec{F}_2 có cùng hướng và $\vec{F}_1 + \frac{a}{b}\vec{F}_2 = \vec{0}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$).

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc xe motor nên

$$\left| \frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} \right| = \frac{250^2}{300^2} = \frac{25}{36} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{25}{36} |\vec{F}_2| \Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{25}{36} \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_1 - \frac{25}{36} \vec{F}_2 = \vec{0}.$$

Vậy $\frac{a}{b} = -\frac{25}{36} \Rightarrow a + b = 11.$

» **Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 3); B(2; -4; 5), C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**



Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2+a=3 \\ -3-4-2=3c \\ 3+5+b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=10 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=7.$$

» **Câu 21.** Một chiếc máy bay đang bay trong không gian $Oxyz$, với tọa độ hiện tại là $M(40;10;40)$. Đường bay mong muốn của máy bay đi qua hai điểm $A(0;10;0)$ và $B(20;0;10)$. Hãy tìm khoảng cách ngắn nhất từ vị trí hiện tại của máy bay đến đường bay mong muốn này. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 28,3**

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của M trên đường thẳng AB . Khi đó $\min d(M; AB) = MH$

Có $\overrightarrow{MH} = (x-40; y-10; z-40)$, $\overrightarrow{AH} = (x; y-10; z)$, $\overrightarrow{AB} = (20; -10; 10)$.

Vì $MH \perp AB$ và vectơ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên

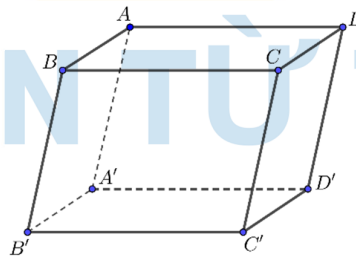
$$\begin{cases} 20(x-40) - 10(y-10) + 10(z-40) = 0 \\ \frac{x}{20} = \frac{y-10}{-10} = \frac{z}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y + z - 110 = 0 \\ x = 2z \\ y = 10 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = -10 \\ z = 20 \end{cases} \Rightarrow H(40; -10; 20) \Rightarrow MH = 20\sqrt{2} \approx 28,3.$$

» **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(1;2;-1), C(3;-4;1), B'(2;-1;3), D'(0;3;5)$. Giả sử tọa độ điểm $A'(x; y; z)$ thì $x+y+z$ là

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**



Theo quy tắc hình hộp, ta có:

$$\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x) + (0-x) + (1-x) = 3-x \\ (-1-y) + (3-y) + (2-y) = -4-y \\ (3-z) + (5-z) + (-1-z) = 1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \\ z=3 \end{cases}$$

Suy ra $x+y+z = 0+4+3 = 7$.

Hết



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 6

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

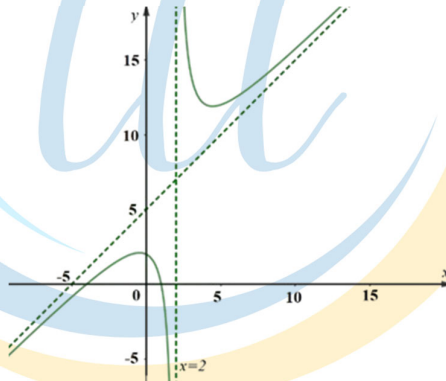
- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;+\infty)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$; $(0;1)$ và nghịch biến trên $(-1;0)$; $(1;+\infty)$.

» **Câu 2.** Cho đồ thị của hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(2;3)$. D. $(1;3)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số thấy rằng hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

» **Câu 3.** Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	0	1	-1	0

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.



- B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
C. Hàm số có đúng hai cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

» *Lời giải*

Chọn C

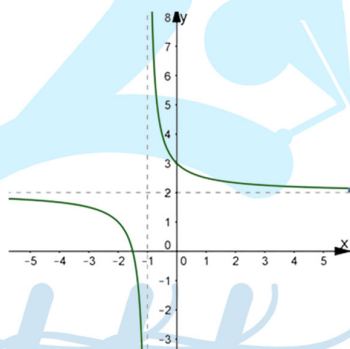
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có kết luận sau:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = 1$ nên D sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$ nên A sai.

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1 và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên \mathbb{R} nên B sai.

- » **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $x = 2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = -1$.

» *Lời giải*

Chọn B

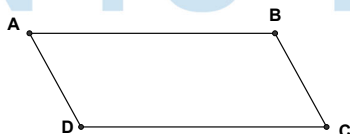
Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- » **Câu 5.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A.** $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$. **B.** $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$.
C. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$. **D.** $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

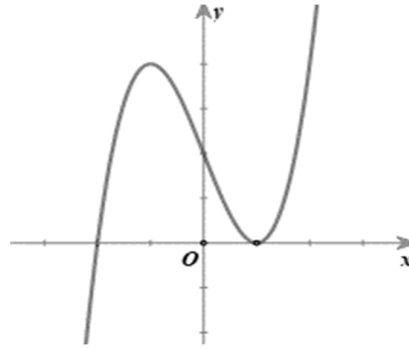
» *Lời giải*

Chọn C



$$\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{OA} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

- » **Câu 6.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



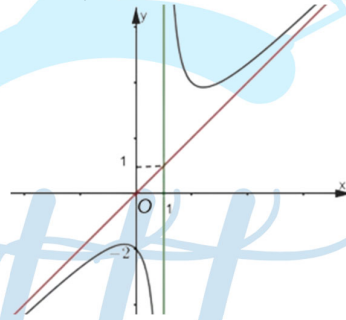
- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = x^2 + 1$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Ta thấy đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$

» **Câu 7.** Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

Vì đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = x$ nên hàm số có thể viết được dưới dạng: $y = x + \frac{c}{x-1}$.

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$ nên ta có: $\frac{c}{-1} = -2 \Leftrightarrow c = 2$

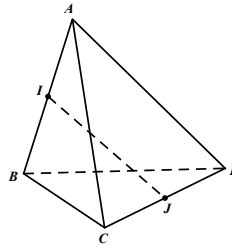
Suy ra $y = x + \frac{2}{x-1}$ hay $y = \frac{x^2 - x + 2}{x-1}$.

» **Câu 8.** Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào sai?

- A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$. B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.
C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$. D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

☞ *Lời giải*

Chọn D



Ta có: $\vec{IJ} = \vec{IA} + \vec{AJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CD} + \vec{DC} + \vec{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{BC})$.

Vậy đẳng thức sai là $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$.

- » **Câu 9.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Trên đoạn $[-1; 1]$ ta có giá trị lớn nhất $M = 3$ khi $x = -1$ và giá trị nhỏ nhất $m = 0$ khi $x = 0$.

Khi đó $M + m = 3 + 0 = 3$.

- » **Câu 10.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ \vec{BC} và $\vec{B'D'}$.
- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

☞ *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\vec{B'D'} = \vec{BD}$ nên $(\vec{B'D'}, \vec{BC}) = (\vec{BD}, \vec{BC}) = \widehat{DBC} = 45^\circ$.

- » **Câu 11.** Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó bằng
- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_3 - Q_1$. C. $Q_3 - Q_2$. D. $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó là $Q_3 - Q_1$

- » **Câu 12.** Cho mẫu số liệu thống kê $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên là:
- A. 40. B. 10. C. 6. D. 8.

☞ *Lời giải*

Chọn D



Có: $\bar{x} = \frac{1}{5}(2+4+6+8+10) = 6$

Phương sai là: $s^2 = \frac{1}{5}[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2] = 8$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 + 6x + 9$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.		
(c)	Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên.		
(d)	Hàm số $h(x) = f(x) + \frac{3}{2x - x^2 - 4}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 + 6x + 9$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	42	10	$+\infty$		

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên

Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên là $-2; 1; 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số $h(x) = f(x) + \frac{3}{2x - x^2 - 4}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

Ta có $h(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Dựa vào bảng biến thiên: $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

$g(x) = 2x - x^2 - 4$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ suy ra $\frac{3}{g(x)}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

Vậy $h(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-10) \forall x \in \mathbb{R}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có 10 điểm cực trị		
(b)	Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực đại		
(c)	Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực tiểu		
(d)	Hàm số $f(x)$ có 11 điểm cực trị		

» **Lời giải**

(a) Hàm số $f(x)$ có 10 điểm cực trị.

Phương trình $f'(x) = 0$ có 11 nghiệm phân biệt nên hàm số $f(x)$ có 11 điểm cực trị.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực đại.

Hàm số $f(x)$ là hàm đa thức, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên số điểm cực tiểu nhiều hơn số điểm cực đại là 1. Mà tổng số điểm cực trị là 11 nên số điểm cực đại là 5 và số điểm cực tiểu là 6.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực tiểu.

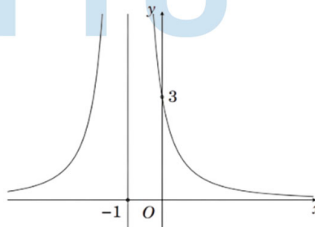
» **Chọn SAI.**

(d) Hàm số $f(|x|)$ có 11 điểm cực trị.

Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng $2 \cdot 10 + 1 = 21$, (vì hàm số có 10 điểm cực trị dương)

» **Chọn SAI.**

» **Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận $x = -1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f'(0) = 3$		
(b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$		
(c)	Giá trị của $f(-3)$ bằng 8		



(d) | Giá trị của $f(2)$ bằng 4

» **Lời giải**

(a) $f'(0) = 3$

Theo hình vẽ, đồ thị $f'(x)$ qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số đã cho $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Giá trị của $f(-3)$ bằng 8

Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8$ suy ra $f(-3) \neq 8$

» **Chọn SAI.**

(d) Giá trị của $f(2)$ bằng 4

Ta có $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 3$

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$ nên $-c + d = 0$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a + b}{-2c + d} = 8$

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} ad - bc = 3d^2 \\ -c + d = 0 \\ b - 2a = 8(d - 2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a - b = 3d \\ b - 2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$$

Từ đó suy ra $f(x) = \frac{5dx + 2d}{dx + d} = \frac{5x + 2}{x + 1} \Rightarrow f(2) = 4$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Gọi $G = (a;b;c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{BD} = (3; -3; 0)$		
(b)	$\overrightarrow{AC} = (3; 3; 0)$		
(c)	$\overrightarrow{AC'} = (3; 3; -3)$		
(d)	$a + 2b + c = 2$		

» **Lời giải**

(a) $\overrightarrow{BD} = (3; -3; 0)$.



$$\overrightarrow{BD} = (-3; 3; 0).$$

» **Chọn SAI.**

(b) $\overrightarrow{AC} = (3; 3; 0).$

$$\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0), \overrightarrow{AD} = (0; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = (3; 3; 0).$$

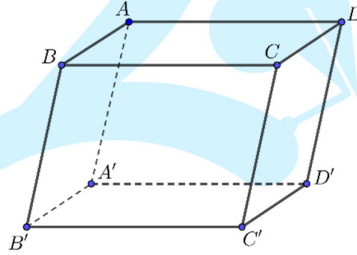
» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\overrightarrow{AC'} = (3; 3; -3).$

$$\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0), \overrightarrow{AD} = (0; 3; 0), \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = (0; 0; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} = (3; 3; -3)$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $a + 2b + c = 2.$



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y - 3; z)$

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra } C(3; 3; 0).$$

Ta lại có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$$ADD'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } A'(0; 0; -3).$$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$$ABB'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } B'(3; 0; -3).$$

$$G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases}. \text{ Suy ra } G(2; 1; -2).$$

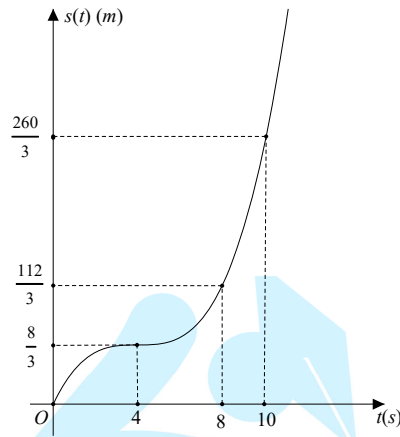
Vậy $S = a + 2b + c = 2 + 2 \cdot 1 - 2 = 2.$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn



» **Câu 17.** Một vật chuyển động. Quãng đường $s(t)$ (tính theo mét) vật đi được sau khoảng thời gian t (tính theo giây), $t \geq 0$, được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Theo đề bài, vật chuyển động với quãng đường đi sau t giây có phương trình dạng $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

Vì đồ thị hàm số $s(t)$ đi qua 4 điểm $O(0;0)$, $A\left(4; \frac{8}{3}\right)$, $B\left(8; \frac{112}{3}\right)$, $C\left(10; \frac{260}{3}\right)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} d = 0 \\ 64a + 16b + 4c + d = \frac{8}{3} \\ 512a + 64b + 8c + d = \frac{112}{3} \\ 1000a + 100b + 10c + d = \frac{260}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{260}{3} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = -1 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow s(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 2t$$

Khi đó, vận tốc tức thời của chất điểm là $v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2t$.

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(t) = v'(t) = t - 2$.

Vật chuyển động nhanh dần nghĩa là $a(t) > 0 \Leftrightarrow t - 2 > 0 \Leftrightarrow t > 2$.

Như vậy 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài 8 giây.

» **Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng bao nhiêu?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10**

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$



$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$-\infty$	9	$+\infty$	

Dựa vào BBT ta thấy:

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(-1) = 1$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(3) = 9$

Khi đó tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số: $f(-1) + f(3) = 10$.

» **Câu 19.** Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{9 - x^2}$. Giá trị của biểu thức $M + 2N$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần mười).

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1,8**

Tập xác định của hàm số: $D = [-3; 3]$.

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{\sqrt{9-x^2} - x}{\sqrt{9-x^2}}$$

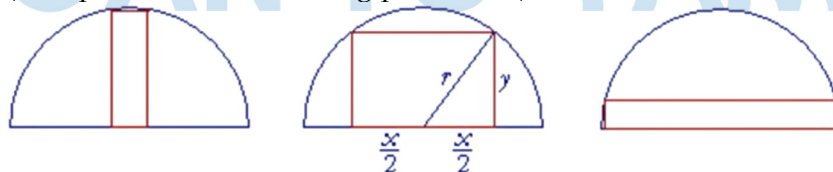
$$y' = 0 \Rightarrow \sqrt{9-x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \in (-3; 3).$$

$$\text{Ta lại có } y(-3) = -3, y\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}, y(3) = 3.$$

Từ đó suy ra $M = 3\sqrt{2}, N = -3$.

$$\text{Vậy } (M + 2N) = 3\sqrt{2} + 2 \cdot (-3) = 3\sqrt{2} - 6 \approx -1,8.$$

» **Câu 20.** Ông An có một tấm tôn có dạng nửa đường tròn bán kính $r = 3$ m. Ông muốn cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp nửa đường tròn đó để làm biển quảng cáo (Tham khảo hình vẽ). Khi biển quảng cáo đó có diện tích lớn nhất thì chiều dài của tấm biển bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4,24**

Ký hiệu các kích thước của hình chữ nhật như hình vẽ.

$$\text{Ta có } \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow y^2 = r^2 - \frac{x^2}{4} = 9 - \frac{x^2}{4}. \text{ ĐK: } 0 < x < 6.$$

Diện tích của tấm biển hình chữ nhật là $S = xy$.



Ta có $S^2 = x^2 y^2 = x^2 \left(9 - \frac{x^2}{4}\right) = -\frac{1}{4}x^4 + 9x^2 = f(x)$.

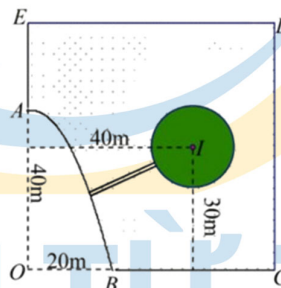
$f'(x) = -x^3 + 18x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$ (Vì $0 < x < 6$).

x	0	$3\sqrt{2}$	6	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			81	

Suy ra $S^2 \leq 81$. Hay $\max S = 9$, đạt được khi $x = 3\sqrt{2}$ và $y = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

Khi đó, chiều dài của hình chữ nhật là $x = 3\sqrt{2} \simeq 4,24$.

- » **Câu 21.** Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn trồng hoa hình tròn bán kính $10m$, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hãy tính độ dài ngắn nhất
- Có thể của cây cầu (làm tròn đến hàng thập phân)
- » Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
 - » Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
 - » Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;
 - » Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là $40m$ và $30m$.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời:** 17,7

Chọn gốc tọa độ Descartes với gốc O , chiều dương trục hoành là tia OC , chiều dương trục tung là tia OE , đơn vị hai trục là đơn vị độ dài $1m$.

Khi đó, phần mảnh vườn hoa có phương trình là phương trình đường tròn với tâm $I(40;30)$, với bán kính là 10 : $(x - 40)^2 + (y - 30)^2 = 100$.

Phần bờ AB thuộc parabol đi qua các điểm $A(0;40), B(20;0)$ có phương trình

$$y = \frac{-1}{10}x^2 + 40.$$



Gọi $M\left(t; \frac{-1}{10}t^2 + 40\right), 0 \leq t \leq 20$ là điểm thuộc bờ AB thoả mãn khoảng cách từ bờ đến vườn hoa là nhỏ nhất hay độ dài đoạn $MI - R$ nhỏ nhất. Mà

$$MI - R = \sqrt{(40 - t)^2 + \left(\frac{1}{10}t^2 - 10\right)^2} - 10 = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10$$

Đặt $f(t) = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10, 0 \leq t \leq 20$.

Ta có $f'(t) = \frac{\frac{1}{25}t^3 - 2t - 80}{2\sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700}}, \forall 0 \leq t \leq 20; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 13,917$

Mà $\begin{cases} f(0) = -10 + 10\sqrt{17} \\ f(20) = -10 + 10\sqrt{13} \\ f(13,917) \approx 17,71 \end{cases}$.

Vậy hàm $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t \approx 13,917$ hay độ dài cầu ngắn nhất có thể là 17,7

- » **Câu 22.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

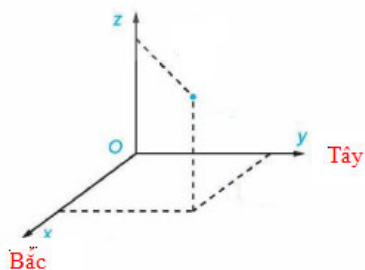


Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó. (Kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 11,6**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc (Ox nằm trên mặt đất), trục Oy hướng về phía Tây (Oy nằm trên mặt đất), trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-60; -40; 2)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$.

Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ $\left(\frac{-60+80}{2}; \frac{-40+50}{2}; \frac{2+4}{2}\right) = (10; 5; 3)$.

Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là:

$$\sqrt{10^2 + 5^2 + 3^2} \approx 11,6(km)$$

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 7

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

» *Lời giải*

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

» **Câu 2.** Hàm số $y = |x-1|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
- B. $(0; 2)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(0; +\infty)$.

» *Lời giải*

Chọn C

+) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+) Ta có $y = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1-x & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 1 \\ -1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

+) y' không xác định khi $x = 1$

+) BBT:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$
$y = f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$. Lại có $(2; +\infty) \subset (1; +\infty)$ nên chọn đáp án C.

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		$+$	$-$	0	$+$
y		5	-2		$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là



A. $y = 5$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

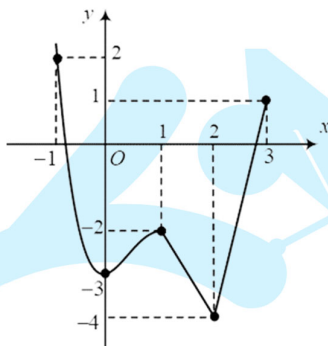
D. $y = -2$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tại $x = 1$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ (+) sang (-) nên hàm số có điểm cực đại là $x = 1$.

- » **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



A. -6 .

B. -2 .

C. -5 .

D. 2 .

☞ *Lời giải*

Chọn B

Theo đồ thị, ta có: $M = 2$ và $m = -4 \Rightarrow M + m = -2$.

- » **Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$
y	5	$+\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và một TCD $x = -1$.
 D. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

☞ *Lời giải*

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có:

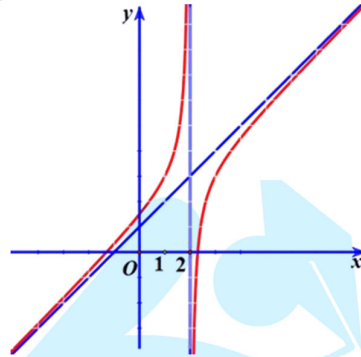
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$
y	5	$+\infty$	2



$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ là TCD.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5 \text{ là TCN và } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là TCN.}$$

» **Câu 6.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x^2 - x - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Từ đồ thị suy ra hàm số tương ứng là hàm phân thức hữu tỉ bậc 2/bậc một và không có cực trị.

Suy ra loại C và D.

Xét A. Ta có $y' = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2}$; $y' = 0$ vô nghiệm.

Xét B. Ta có $y' = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x - 2)^2}$; $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

» **Câu 7.** Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách

A. 35

B. 40

C. 45

D. 50

» **Lời giải**

Chọn B

Số tiền thu được khi chở x hành khách là

$$f(x) = 20x \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 = 20\left(9x - \frac{3x^2}{20} + \frac{x^3}{1600}\right), \quad 0 < x \leq 50$$

$$\Rightarrow f'(x) = 20\left(9 - \frac{3x}{10} + \frac{3x^2}{1600}\right) \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = 120 \end{cases}$$



x	0	40	50	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗		↘

Vậy cần chở 40 khách.

- » **Câu 8.** Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm soát vận tốc (km/h) được thống kê lại theo lớp như sau:

Tốc độ (km/h)	[42;46)	[46;50)	[50;54)	[54;58)	[58;62)
Tần số	3	7	4	3	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. $\frac{\sqrt{663}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{664}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{665}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{666}}{5}$.

» *Lời giải*

Chọn B

* Ta có bảng sau:

Tốc độ (km/h)	[42;46)	[46;50)	[50;54)	[54;58)	[58;62)
Giá trị đại diện	44	48	52	56	60
Tần số	3	7	4	3	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3.44 + 7.48 + 4.52 + 3.56 + 3.60}{20} = \frac{256}{5}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (3.44^2 + 7.48^2 + 4.52^2 + 3.56^2 + 3.60^2) - \left(\frac{256}{5} \right)^2 = \frac{664}{25}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

$$S = \frac{\sqrt{664}}{5}.$$

- » **Câu 9.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trong không gian với các đỉnh $A, B, C, D, A', B', C', D'$ sao cho $AB = \vec{u}$, $AD = \vec{v}$, và $AA' = \vec{w}$. Biết rằng $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đôi một vuông góc với nhau và có độ dài lần lượt là $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$, và $|\vec{w}| = 4$. Độ dài của đường chéo từ A đến C' (góc đối diện với A) là:

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{29}$ C. 9 D. $\sqrt{20}$

» *Lời giải*

Chọn B

Độ dài của đường chéo từ A đến C' được tính bằng công thức khoảng cách trong không gian.

$$|\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}.$$

- » **Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} - 2\vec{k}) + 4\vec{j}$ là:

- A. (5; -6; 4) B. (2; 3; 4) C. (5; 4; -6) D. (2; -6; 4)

» *Lời giải*



Chọn C

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} - 2\vec{k}) + 4\vec{j} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k} = (5; 4; -6)$

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Toạ độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (1 - 2; 3 - 1; -2 - (-1)) = (-1; 2; -1)$

» **Câu 12.** Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12A1 được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm điểm	Tần số
[0; 2)	5
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

- A. 7,56. B. 6,57. C. 5,76. D. 7,56.

» *Lời giải*

Chọn C

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 25 + 9 \cdot 10}{50} = \frac{31}{5} = 6,2.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$s^2 = \frac{5(1 - 6,2)^2 + 5(3 - 6,2)^2 + 5(5 - 6,2)^2 + 25(7 - 6,2)^2 + 10(9 - 6,2)^2}{50} = 5,76.$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.		
(b)	Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.		
(c)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $\Delta: y = x + 4$.		
(d)	Khi $m > 9$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.		

» *Lời giải*

(a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Điều kiện: $x \neq 1$, nên TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$



Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	9	$+\infty$

Nhìn vào Bảng biến thiên ta có: hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.
Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $\Delta: y = x + 4$.

$$\text{Xét } f(x) - (x + 4) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1} - (x + 4) = \frac{4}{x - 1}.$$

$$\text{Nên } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x - 1} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$$

Do đó: Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = x + 4$ là đường tiệm cận xiên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Khi $m > 9$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: với $m > 9$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Do đó phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
(b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.		
(c)	Số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là 2 giao điểm.		
(d)	Có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.		

» **Lời giải**

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$



(a) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 1; x = -1$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là 2 giao điểm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$

Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x = 0$

Do đó, số giao điểm của của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là 3 giao điểm.

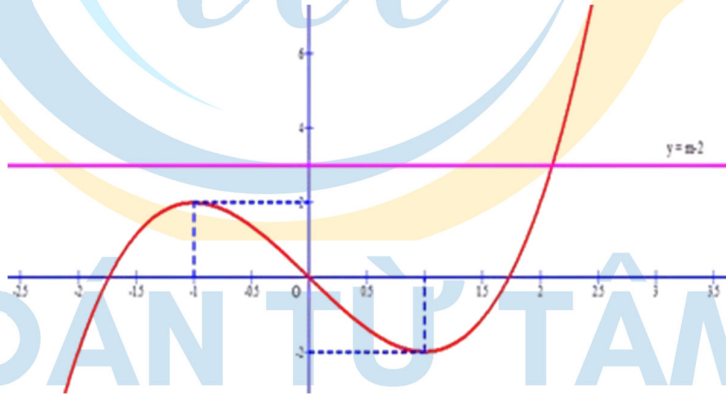
» **Chọn SAI.**

(d) Có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$

Hay $x^3 - 3x = m - 2$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = m - 2$.



Từ đồ thị hàm số, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m - 2$ phải cắt

đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 2 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 15.** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

| Đúng | Sai



(a)	Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.		
(b)	Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$.		
(c)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.		
(d)	Hai đường tiệm cận của (C) tạo với trục Ox một tam giác có diện tích bằng 4,5 (đvdt).		

» **Lời giải**

(a) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có : Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$.

Ta có : $f'(x) = 1 - \frac{3}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	$2 - \sqrt{3}$	2	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	- 0 +

+) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

+) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(2 - \sqrt{3}; 2)$ và $(2; 2 + \sqrt{3})$ mà $0 < 2 - \sqrt{3}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Hai đường tiệm cận của (C) tạo với trục Ox một tam giác có diện tích bằng 4,5 (đvdt).

Ta có:

(C) có tiệm cận đứng là $x = 2$, tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

Gọi giao điểm của hai tiệm cận là I thì tọa độ của I là $I(2; 3)$;

Gọi $A; B$ lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên với trục tọa độ Ox thì:

$A(2; 0); B(-1; 0)$.

Tam giác ABI vuông tại A , có diện tích $S = \frac{1}{2} AI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5$ (đvdt)

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có $A(1; 1; -1), B(0; 3; 0), \vec{BC'} = (2; -6; 6)$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của tam giác $OA'O'$ và $CB'C'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$		

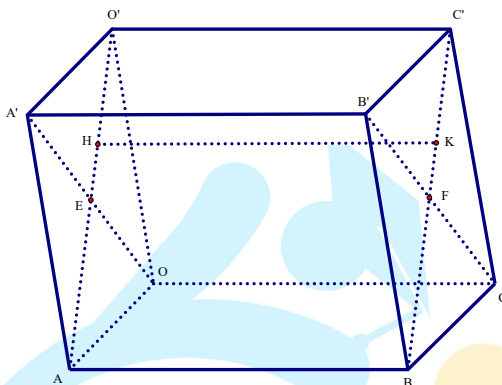


(b) Tọa độ điểm C' là $(2; -3; 6)$.

(c) Cho điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khi độ dài đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(0; 0; -1)$.

(d) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{HK} = (-1; 2; -1)$.

Lời giải



(a) $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Trong không gian $Oxyz$ $A(1; 1; -1)$ nên $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tọa độ điểm C' là $(2; -3; 6)$.

Gọi $C'(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{BC'} = (2; -6; 6) \Rightarrow \begin{cases} x - 0 = 2 \\ y - 3 = -6 \\ z - 0 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \\ z = 6 \end{cases}$

Do đó $C(2; -3; 6)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Cho điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khi độ dài đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(0; 0; -1)$.

Vì M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên độ dài đoạn AM ngắn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) suy ra $M(1; 1; 0)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{HK} = (-1; 2; -1)$.

Ta có: $O'H // C'K$ và $O'H = \frac{2}{3}O'E = \frac{1}{3}O'A = \frac{1}{3}C'B = C'K$

Nên $O'HKC'$ là hình bình hành.

Do đó $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{O'C'} = \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$

» **Chọn SAI.**



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) ($0 \leq t \leq 20$) từ

lúc bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20$. Trong khoảng thời gian $(a; b)$ tàu lượn đi lên. Tính $a + 2b$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 42**

Ta có: $h'(t) = -\frac{4}{85}t^2 + \frac{98}{85}t - \frac{98}{17}$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{85}t^2 + \frac{98}{85}t - \frac{98}{17} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 17,5 \\ t = 7 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	7	17,5	20		
$h'(t)$		-	0	+	0	-
$h(t)$						

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tàu lượn chuyển động đi lên ($h(t)$ tăng) trong khoảng $(7; 17,5)$.

Khi đó $a = 7; b = 17,5$.

Vậy $a + 2b = 7 + 17,5 \cdot 2 = 42$.

» **Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ để hàm số

$y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ đồng biến trên $(4; +\infty)$?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2027**

Hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{2m^2+m-3}{(x+m)^2}$

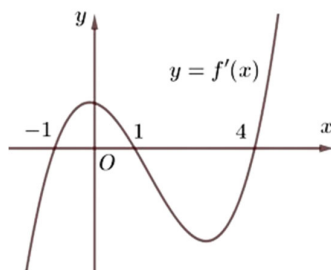
Hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ đồng biến trên $(4; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (4; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2+m-3 > 0 \\ -m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -4 \leq m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ là $\{-4; -3; -2; 2; 3; \dots; 2025\}$.

Vậy có tất cả 2027 giá trị cần tìm.

» **Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Trên đoạn $[-1; 4]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại x bằng bao nhiêu?

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4)$$

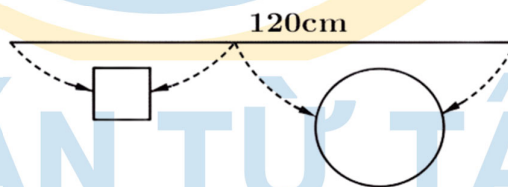
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$					

Trên đoạn $[-1; 4]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại 1 .

» **Câu 20.** Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới).



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 504**

Gọi độ dài của đoạn dây thứ hai là x cm.

Khi đó, độ dài của đoạn dây thứ nhất là $(120 - x)$ cm ($0 < x < 120$).

Diện tích của hình vuông bằng $\left(\frac{120-x}{4}\right)^2$ và diện tích của hình tròn bằng

$$\pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi}.$$



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S(x) = \left(\frac{120-x}{4}\right)^2 + \frac{x^2}{4\pi} = \left(\frac{1}{4\pi} + \frac{1}{16}\right)x^2 - 15x + 900, \quad (0 < x < 120).$$

Ta có $S(x)$ là một hàm số bậc hai, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{120\pi}{4+\pi} \in (0;120)$.

$$\text{Vậy } \min S(x) = S\left(\frac{120\pi}{4+\pi}\right) \approx 504 \text{ cm}^2.$$

- » **Câu 21.** Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R(x) = \frac{5000e^x}{e^x+5}, x \geq 0$, trong đó thời gian x tính bằng năm. Biết tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời: 2**

Hàm số biểu thị tốc độ bán hàng là $R'(x) = \frac{25000e^x}{(e^x+5)^2}$.

$$\Rightarrow R''(x) = \frac{25000e^x(5-e^x)}{(e^x+5)^3}.$$

$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$$

Bảng biến thiên

x	0	$\ln 5$	$+\infty$
$R'(x)$		+	0
			-
$R(x)$			1250

Suy ra tốc độ bán hàng tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

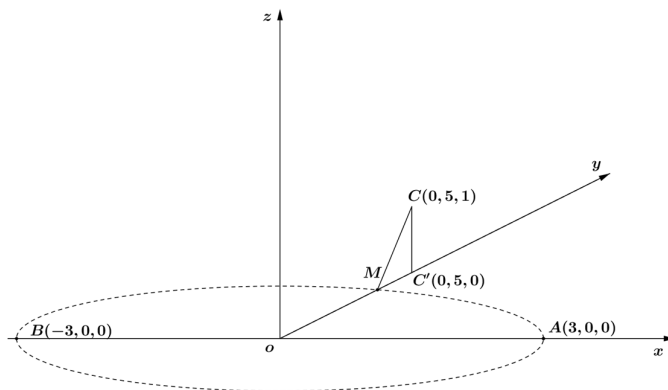
- » **Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;0;0), B(-3;0;0), C(0;5;1)$ và M là một điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA+MB=2\sqrt{34}$. Tính giá trị nhỏ nhất của MC ?

Lời giải

✓ **Trả lời: 1**

M là điểm trong mặt phẳng (Oxy) thỏa $MA+MB=2\sqrt{34}$ và $AB=6$.

Suy ra $M \in (E)$ có phương trình $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.



Gọi C' là hình chiếu của $C(0;5;1)$ lên Oy suy ra $C'(0;5;0)$.

Khi đó $MC^2 = MC'^2 + CC'^2 = MC'^2 + 1$, do đó $MC_{\min} \Leftrightarrow MC'^2_{\min} \Leftrightarrow MC'^2_{\min}$.

Gọi $M(x_0; y_0; 0) \in (E): \frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x_0^2}{34} + \frac{y_0^2}{25} = 1$.

Ta có $MC'^2 = x_0^2 + (5 - y_0)^2 = 34 \left(1 - \frac{y_0^2}{25}\right) + (5 - y_0)^2 = f(y_0), y_0 \in [-5; 5]$.

$$f'(y_0) = -\frac{18}{25} \cdot y_0 - 10.$$

$$f'(y_0) = 0 \Leftrightarrow y_0 = \frac{-125}{9} \notin [-5; 5].$$

Hàm số $f(y_0)$ nghịch biến trên $[-5; 5]$, suy ra $\underset{[-5; 5]}{\text{Min}} f(y_0) = f(5) = 0$.

Do đó ta có: $\underset{[-5; 5]}{MC'^2_{\min}} = f(5) = 0$, suy ra $MC_{\min} = 1$.

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 8

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; +\infty)$. **C. $(-1; 2)$.** D. $(2; +\infty)$.

» *Lời giải*

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1; 2)$.

» **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $B(3; -2; 1)$. Tọa độ trung điểm của AB là:

- A. $(2; 0; -1)$ B. $(4; 0; -2)$. C. $(1; -2; 2)$. D. $(2; -4; 4)$

» *Lời giải*

Chọn A

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		-3	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. -2. C. 4. **D. -3.**

» *Lời giải*

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -3.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	4	$+\infty$	4

Đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. **D. 2.**

» *Lời giải*

Chọn D



Đồ thị của hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

» **Câu 5.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. 0.22. B. 0.24 C. 0.26 D. 0.28

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

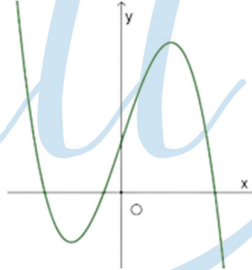
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13.(19,25)^2 + 45.(19,75)^2 + 24.(20,25)^2 + 12.(20,75)^2 + 6.(21,25)^2 \right] - (20,015)^2 \approx 0,277$$

» **Câu 6.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

» *Lời giải*

Chọn B

Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ thỏa mãn bài toán.

» **Câu 7.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Tần số	3	7	2	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 60 B. 50. C. 40. D. 70

» *Lời giải*

Chọn C

Khoảng biến thiên $R = 40 - 0 = 40$.

» **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu M lên trục Ox .

- A. $(2;0;0)$ B. $(1;0;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;2;3)$

» *Lời giải*



Chọn B

Khoảng biến thiên $R = 40 - 0 = 40$.

» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k} + \vec{j}$. Tìm tọa độ của \vec{u} là.

- A. $(1; -1; 2)$ B. $(1; 1; -2)$. C. $(1; 1; 2)$. D. $(1; -2; 1)$

» *Lời giải*

Chọn B

» **Câu 10.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 20 B. 0. C. 4. D. -16

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} f(-3) = -16 \\ f(-1) = 4 \\ f(1) = 0 \\ f(3) = 20 \end{cases} \Rightarrow \min_{[-3; 3]} f(x) = -16.$$

» **Câu 11.** Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?

- A. $t = 2$. B. $t = 0$. C. $t = 6$. D. $t = 1$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có: $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với $t > 0$.

$$v'(t) = -2t + 4$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (thỏa mãn).}$$

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		+	0
			-
$v(t)$	2	6	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, tại thời điểm $t = 2$ giây thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất.

» **Câu 12.** Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức

$$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} \text{ (} f(t) \text{ được tính bằng nghìn người).}$$

Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/ năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm?

- A. 1990. B. 2020. C. 1995. D. 2024.

» *Lời giải*

Chọn C



Ta có $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}, t \geq 0$.

Lại có $f'(t) = \frac{2}{15} \Leftrightarrow \frac{120}{(t+5)^2} = \frac{2}{15} \Leftrightarrow (t+5)^2 = 900 \Leftrightarrow t = 25$ do $t \geq 0$).

Vậy dự báo vào năm 1995 thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t) = -t^3 + 27t^2 + 262144$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60; t \in \mathbb{N}^*$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).		
(b)	Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.		
(c)	Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.		
(d)	Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.		

» **Lời giải**

(a) Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).

$s(12) = 264304$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.

Ta có $s'(t) = -3t^2 + 54t; s'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 54t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 18 \end{cases}$

x	1	18	60
$s'(t)$		+	0 -
$s(t)$	262170	265060	143344

Vậy ngày thứ 18 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất là 265060.

» **Chọn SAI.**

(c) Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.

Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

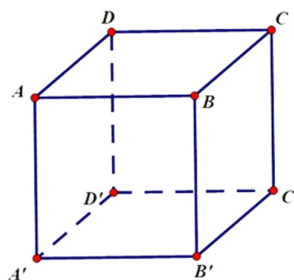
» **Chọn SAI.**

(d) Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.

Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$		
(b)	$\vec{AC'} = \vec{AD} + \vec{AB} + \vec{AA'}$		
(c)	$(\vec{AC}, \vec{B'C'}) = 45^\circ$		
(d)	$\vec{AC} \cdot \vec{B'C'} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2}$		

Lời giải

(a) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\vec{AC'} = \vec{AD} + \vec{AB} + \vec{AA'}$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\vec{AD} + \vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $(\vec{AC}, \vec{B'C'}) = 45^\circ$.

Vì $\vec{B'C'} = \vec{AD}$ nên $(\vec{AC}, \vec{B'C'}) = (\vec{AC}, \vec{AD}) = \widehat{CAD} = 45^\circ$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $\vec{AC} \cdot \vec{B'C'} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Tam giác ADC vuông tại D nên $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}a$.

Ta có $\vec{AC} \cdot \vec{B'C'} = |\vec{AC}| \cdot |\vec{B'C'}| \cdot \cos(\vec{AC}, \vec{B'C'}) = \sqrt{2}a \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 15.** Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.		
(b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.		



(c)	Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.		
(d)	Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn		

Lời giải

(a) Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.

Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là $\frac{165+170}{2} = 167,5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180 - 155 = 25$.

» **Chọn SAI.**

(c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Cỡ mẫu $n_c = 2 + 7 + 12 + 3 + 1 + 1 = 26$.

Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2 \in [155; 160),$$

$$x_3; \dots; x_9 \in [160; 165),$$

$$x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170),$$

$$x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25} \in [175; 180),$$

$$x_{26} \in [180; 185).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 2}{7}(165 - 160) \approx 163,214$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 165 + \frac{3 \cdot 26}{4} - (2 + 7) \frac{170 - 165}{12} = 169,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_c = Q_3 - Q_1 \approx 169,375 - 163,214 \approx 6,161.$$

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Cỡ mẫu $n_D = 5 + 9 + 8 + 2 + 2 + 0 = 26$.



Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [155; 160),$$

$$x_6; \dots; x_{14} \in [160; 165),$$

$$x_{15}; \dots; x_{22} \in [165; 170),$$

$$x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25}; x_{26} \in [175; 180).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 5}{9} (165 - 160) \approx 160,833.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q'_3 = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 26}{4} - (5+9)}{8} (170 - 165) = 168,4375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_D = Q'_3 - Q'_1 \approx 168,4375 - 160,833 \approx 7,6045.$$

Vì $\Delta_C < \Delta_D$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Ta có bảng giá trị đại diện của nhóm:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_C = \frac{2 \cdot 157,5 + 7 \cdot 162,5 + 12 \cdot 167,5 + 3 \cdot 172,5 + 1 \cdot 177,5 + 1 \cdot 182,5}{26} = \frac{2170}{13}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_C^2 = \frac{1}{26} \left[2 \cdot (157,5)^2 + 7 \cdot (162,5)^2 + 12 \cdot (167,5)^2 + 3 \cdot (172,5)^2 + 1 \cdot (177,5)^2 + 1 \cdot (182,5)^2 \right] - \left(\frac{2170}{13} \right)^2 \approx 29,4$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^2} = \sqrt{29,475} \approx 5,429.$

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:



Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_D = \frac{5.157,5 + 9.162,5 + 8.167,5 + 2.172,5 + 2.177,5 + 0.182,5}{26} = 165.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^2 = \frac{1}{26} \left[5.(157,5)^2 + 9.(162,5)^2 + 8.(167,5)^2 + 2.(172,5)^2 + 2.(177,5)^2 + 0.(182,5)^2 \right] - (165)^2 = 31,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{31,25} \approx 5,59$.

Vì $S_C < S_D$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$v(t) = -3t^2 + 18t + 2$		
(b)	Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45 m/s .		
(c)	Vận tốc của chất điểm tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là 45 m/s .		
(d)	Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3$ (s).		

» **Lời giải**

(a) $v(t) = -3t^2 + 18t + 2$

$$v(t) = S'(t) = -3t^2 + 18t + 21$$

» **Chọn SAI.**

(b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45 m/s .

$$\text{Ta có: } v(t) = S'(t) = -3t^2 + 18t + 2 \longrightarrow v(2) = 45 \text{ m/s.}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là 45 m/s .

$$\text{Ta có: } a(t) = v'(t) = -6t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \longrightarrow v(3) = 48 \text{ m/s.}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3$ (s).

$$\text{Vận tốc } v(t) = S'(t) = -3t^2 + 18t + 21 = -3(t-3)^2 + 48 \leq 48.$$

$$\text{Vậy } \max v(t) = 48 \text{ khi } t = 3.$$

Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất khi $t = 3$ (s).

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	9	17	8	6



Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

➤ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 7,2*

Cỡ mẫu là $n = 9 + 17 + 8 + 6 = 40$. Gọi x_1, x_2, \dots, x_{40} là thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của 40 học sinh và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[30;35)$ và ta có:

$$Q_1 = 30 + \frac{10-9}{17} \cdot 5 \approx 30,3$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[35;40)$ và ta có:

$$Q_3 = 35 + \frac{30-26}{8} \cdot 5 = 37,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 7,2$.

- » **Câu 18.** Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

➤ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 26*

Ta có $P'(x) = -3x^2 + 48x + 780$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 26 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	0	26	40
$P'(x)$		+	0
$P(x)$			-
	-1000	17928	4600

Vậy để lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất 26 tạ sản phẩm trong một tuần.

- » **Câu 19.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;16)$. Tính Tổng hoành độ và tung độ của điểm N .



✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 2050*

Gọi $N(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2).$$

$$\overrightarrow{NQ} = (1400 - x; 800 - y; 16 - z).$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên \overrightarrow{MQ} và \overrightarrow{NQ} cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ M đến Q gấp 4 lần thời gian bay từ N đến Q nên $MQ = 4NQ$.

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 400 = 4(1400 - x) \\ 200 = 4(800 - y) \\ 2 = 4(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1300 \\ y = 750 \\ z = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5)$$

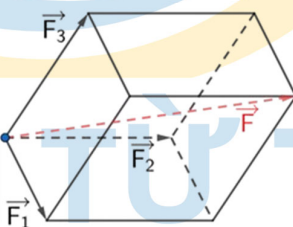
» **Câu 20.** Có ba lực cùng tác động vào một chất điểm. Hai trong ba lực này tạo với nhau một góc 80° và có độ lớn đều bằng 50N , lực còn lại cùng tạo với hai lực kia một góc 60° và có độ lớn bằng 60N . Độ lớn của hợp lực của ba lực trên đạt bao nhiêu Niuton? (làm tròn đến hàng đơn vị).

✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 125*

Gọi hai lực tạo với nhau một góc 80° là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , ta có $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 50\text{N}$.

Lực còn lại là \vec{F}_3 , ta có $|\vec{F}_3| = 60\text{N}$.



Gọi \vec{F} là hợp lực của ba lực trên ta có

$$\begin{aligned} |\vec{F}|^2 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)^2 \\ &= |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + |\vec{F}_3|^2 + 2(|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) + |\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_3| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_3) + |\vec{F}_3| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_3, \vec{F}_2)) \\ &= 50^2 + 50^2 + 60^2 + 2(50 \cdot 50 \cdot \cos 80^\circ + 50 \cdot 60 \cdot \cos 60^\circ + 60 \cdot 50 \cdot \cos 60^\circ) \\ &\approx 15468. \\ \Rightarrow |\vec{F}| &\approx 124\text{N} \end{aligned}$$



- » **Câu 21.** Cho một tấm nhôm hình vuông có cạnh là 30 cm . Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó các hình vuông bằng nhau có cạnh là $x\text{ cm}$, sau đó gập tấm nhôm lại để tạo thành một chiếc hộp không nắp. Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Chiều cao của chiếc hộp khi gập tấm nhôm là $x\text{ cm}$.

Kích thước đáy hai đáy của chiếc hộp là $(30 - 2x)\text{ cm}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x > 0 \\ 30 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 15 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 15.$$

Thể tích chiếc hộp là $V(x) = x(30 - 2x)^2 = 4x^3 - 120x^2 + 900x$.

$$V'(x) = 12x^2 - 240x + 900.$$

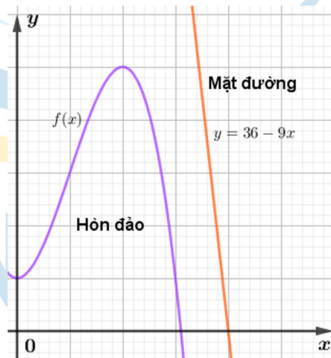
$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 240x + 900 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 15 \end{cases}$$

Bài toán trở thành, tìm x ($0 < x < 15$) sao cho $V(x)$ là lớn nhất.

x	0	5	15		
$V'(x)$		+	0	-	0
$V(x)$	0	↗ 2000	↘	0	

Vậy cần cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó các hình vuông bằng nhau có cạnh là 5 cm để chiếc hộp tạo thành có thể tích lớn nhất.

- » **Câu 22.** Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.



Vị trí điểm cực đại là $(2; 5)$ với đơn vị của hệ trục là 100 m và vị trí điểm cực tiểu là $(0; 1)$. Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = 36 - 9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 88,3**

$$\text{Gọi hàm số bậc ba } y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$



Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1) \Rightarrow d=1$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(2;5) \Rightarrow 8a+4b+2c+1=5$.

Vì hàm số có hai điểm cực trị $x=0; x=2 \Rightarrow \begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b=0 \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=-x^3+3x^2+1$ và $f'(x)=-3x^2+6x$.

Gọi $M(x_0; y_0), x_0 > 0$, là điểm nằm trên hòn đảo và nối với mặt đường và d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với mặt đường. Suy ra M là tiếp điểm của d với $y=f(x)$.

Đường thẳng $y=36-9x$ có hệ số góc $k=-9$

$\Rightarrow f'(x_0)=-9 \Leftrightarrow -3x_0^2+6x_0=-9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=3 \\ x_0=-1 \end{cases} \Rightarrow M(3;1)$.

Độ dài cây cầu ngắn nhất bằng khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $9x+y-36=0$.

$$h = \frac{|9 \cdot 3 + 1 - 36|}{\sqrt{9^2 + 1^2}} \approx 0,883.$$

Vì đơn vị của hệ trục là $100m$, nên độ dài ngắn nhất của cây cầu là $88,3m$.

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 9

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$			$-\infty$	-1	-2	-1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $f'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$.

Suy ra, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0	5	1	4

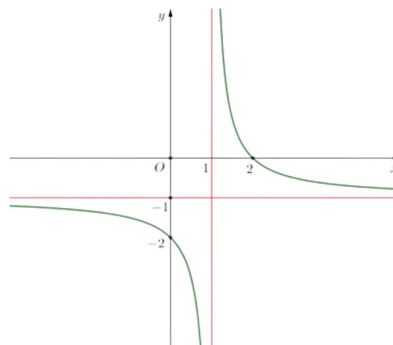
- A.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **B.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. **C.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. **D.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$ tại $x = 0$. Suy ra $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

- A.** $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = 0$.



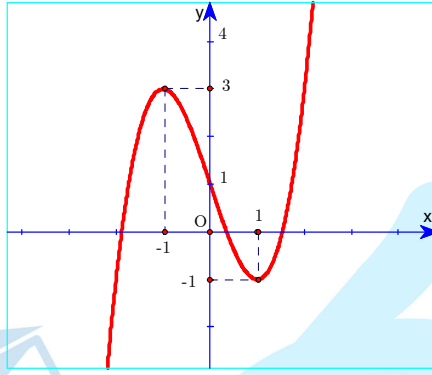
🔗 *Lời giải*

Chọn B

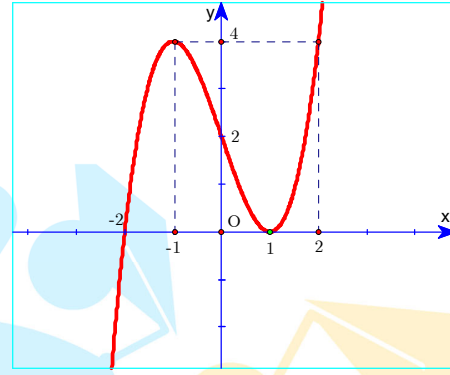
Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1$.

Do đó, đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

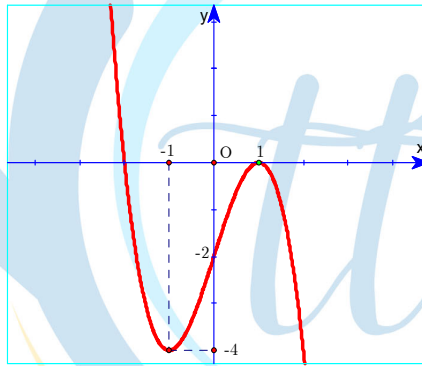
» **Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



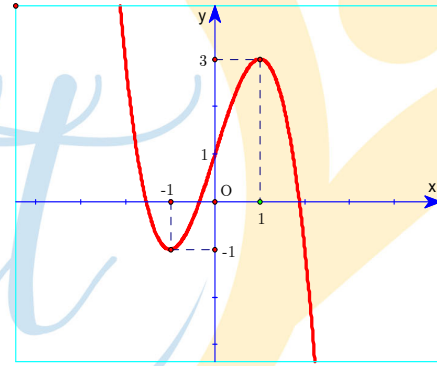
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y(-1) = 4 \\ y(1) = 0 \end{cases}$.

» **Câu 5.** Trong không gian, cho hai vector \vec{AB} và \vec{BC} . Vector \vec{AC} bằng

A. $\vec{AB} - \vec{BC}$.

B. \vec{AB} .

C. $-\vec{AC} - \vec{BC}$.

D. $\vec{AB} + \vec{BC}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn D

Theo quy tắc ba điểm: $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$.

» **Câu 6.** Chọn mệnh đề sai. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\vec{AC}' = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}'$.

B. $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB}'$.

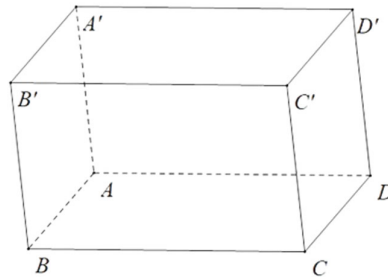
C. $\vec{CA}' = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC}'$.

D. $\vec{C'A}' = \vec{C'B}' + \vec{C'D}'$.

🔗 *Lời giải*



Chọn B

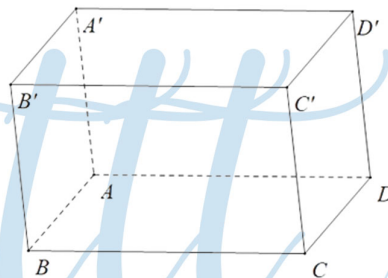


Đáp án A đúng theo quy tắc hình hộp
Đáp án C đúng theo quy tắc hình hộp
Đáp án D đúng theo quy tắc hình bình hành
Đáp án B sai.

- » **Câu 7.** Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{BD} và $\overrightarrow{B'C}$ bằng
- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .

☞ *Lời giải*

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.
Do đó, $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \widehat{D'B'C}$
Vì $B'C = CD' = D'B'$ nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều.
Suy ra $\widehat{D'B'C} = 60^\circ$
Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$

- » **Câu 8.** Cho $A(1; 1; -2)$ và $B(2; -1; 0)$. Hãy xác định tọa độ của \overrightarrow{AB} ?
- A.** $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -2)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (3; 0; -2)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$.

☞ *Lời giải*

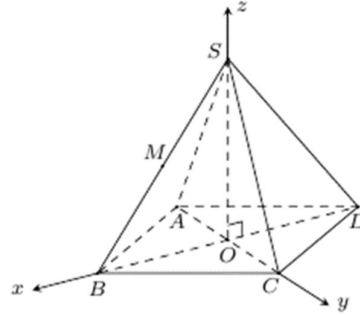
Chọn D

- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 5, giao điểm của hai đường chéo AC và BD trùng với gốc tọa độ O . Các véc tơ \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OS} lần lượt cùng hướng với các véc tơ \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} và $OA = 3$, $OS = 2$. Gọi M là trung điểm cạnh SB . Tọa độ của véc tơ \overrightarrow{OM} là
- A.** $(3; 1; 2)$. **B.** $(2; 0; 1)$. **C.** $(3; 0; -2)$. **D.** $(1; 0; -2)$.

☞ *Lời giải*



Chọn B



Ta có $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Khi đó $\vec{OB} = (4; 0; 0)$, $\vec{OS} = (0; 0; 2)$.

Vì M là trung điểm của SB nên ta có

$$\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OS} + \vec{OB}) = (2; 0; 1).$$

» **Câu 10.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

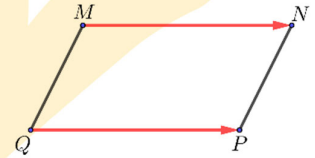
- A.** $Q(6;5;2)$. **B.** $Q(-6;-5;-2)$. **C.** $Q(-2;-3;-4)$. **D.** $Q(-4;-3;0)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $\vec{MN} = (1; 2; 3)$, $\vec{QP} = (7 - x_Q; 7 - y_Q; 5 - z_Q)$.

$$MNPQ \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \vec{MN} = \vec{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 7 - x_Q \\ 2 = 7 - y_Q \\ 3 = 5 - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = 6 \\ y_Q = 5 \\ z_Q = 2 \end{cases}$$



Vậy $Q(6;5;2)$.

» **Câu 11.** Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

- A.** 9,225. **B.** 8,25. **C.** 9,25. **D.** 8,125.

» *Lời giải*

Chọn D

Cỡ mẫu $n = 18$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian của 18 ngày chạy bộ của bạn An được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1, \dots, x_6 \in [20; 25); x_7, \dots, x_{12} \in [25; 30); x_{13}, \dots, x_{16} \in [30; 35); x_{17} \in [35; 40); x_{18} \in [40; 45)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [20; 25)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:



$$Q_1 = 20 + \frac{18-0}{4} \cdot (25-20) = 23,75.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [30;35)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 30 + \frac{3 \cdot 18 - (6+6)}{4} \cdot (35-30) = 31,875.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 31,875 - 23,75 = 8,125$.

» **Câu 12.** Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

A. 4,7.

B. 4,6.

C. 4,9.

D. 4,8.

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có giá trị đại diện được thể hiện trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13
Số quả mít	6	12	19	9	4

Cỡ mẫu: $n = 50$.

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

$$\begin{aligned} \text{Phương sai: } s^2 &= \frac{1}{n} (m_1 \cdot x_1^2 + m_2 \cdot x_2^2 + \dots + m_k \cdot x_k^2) - (\bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{50} (6 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 19 \cdot 9^2 + 9 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2) - (8,72)^2 = 4,8016. \end{aligned}$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 3$ có đồ thị (C).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có 2 điểm cực trị		
(b)	Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{4}{3}$.		
(c)	$f(10^{79}) < f(10^{80})$		
(d)	Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\frac{4\sqrt{145}}{27}$.		

» *Lời giải*

$$\text{Ta có } y = -x^3 + 2x^2 - 3 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$



x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		$-\frac{49}{27}$		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

(a) Hàm số có 2 điểm cực trị.

Hàm số có 2 điểm cực trị

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{4}{3}$.

Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = -\frac{49}{27}$

» **Chọn SAI.**

(c) $f(10^{79}) < f(10^{80})$

Hàm số nghịch biến trên $(\frac{4}{3}; +\infty) \Rightarrow f(10^{79}) > f(10^{80})$

» **Chọn SAI.**

(d) Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\frac{4\sqrt{145}}{27}$.

Đồ thị có 2 điểm cực trị là $A(0; -3)$ và $B(\frac{4}{3}; -\frac{49}{27})$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{\left(\frac{4}{3} - 0\right)^2 + \left(-\frac{49}{27} + 3\right)^2} = \frac{4\sqrt{145}}{27}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -2)$, $B(-2; 3; 4)$, $C(4; -6; 1)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j}$		
(b)	$\vec{AB} = (3; -3; -6)$		
(c)	Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm $B(-2; 3; 0)$.		
(d)	Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(1; -3; 7)$.		

» **Lời giải**

(a) $\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j}$.

$$A(1; 0; -2) \Rightarrow \vec{OA} = \vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}$$

» **Chọn SAI.**



(b) $\vec{AB} = (3; -3; -6)$.

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \Rightarrow \vec{AB} = (-3; 3; 6)$$

» **Chọn SAI.**

(c) Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm B(-2; 3; 0).

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu ABCD là hình bình hành thì tọa độ điểm D là (1; -3; 7).

Gọi D(x; y; z),

$$\vec{AB} = (-3; 3; 6), \vec{DC} = (4 - x; -6 - y; 1 - z)$$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x = -3 \\ -6 - y = 3 \\ 1 - z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -9 \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow D(7; -9; -5).$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 15.** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(-3; 0; 1), B(2; -4; 6), C(1; 2; -7) và hai vecto $\vec{u} = (3; 0; -1), \vec{v} = (3; 5; -7)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tích vô hướng của hai vecto \vec{u}, \vec{v} bằng 15.		
(b)	Trung điểm của đoạn AC có tọa độ là (1; 1; -4).		
(c)	Tọa độ của vecto $\vec{AB} + \vec{u} - \vec{v}$ là (5; -9; -3)		
(d)	Hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (Oxz) là O.		

» **Lời giải**

(a) Tích vô hướng của hai vecto \vec{u}, \vec{v} bằng 15.

$$\text{Ta có } \vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 3 + 0 \cdot 5 + (-1) \cdot (-7) = 15.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Trung điểm của đoạn AC có tọa độ là (1; 1; -4).

$$\text{Ta có trung điểm của đoạn AC có tọa độ là } \left(\frac{(-3)+1}{2}; \frac{0+2}{2}; \frac{1+(-7)}{2} \right) = (-1; 1; -3).$$

» **Chọn SAI.**

(c) Tọa độ của vecto $\vec{AB} + \vec{u} - \vec{v}$ là (5; -9; -3)

Ta có

$$\vec{AB} = (5; -4; 5).$$

$$\vec{u} = (3; 0; -1),$$

$$\vec{v} = (3; 5; -7).$$

$$\text{Suy ra } \vec{AB} + \vec{u} - \vec{v} = (5; -9; 11).$$



» **Chọn SAI.**

(d) Hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (Oxz) là O .

Ta có $G\left(0; \frac{-2}{3}; 0\right)$ Suy ra hình chiếu vuông góc của trọng tâm tam giác ABC lên mặt phẳng (Oxz) là $O(0;0;0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 16.** Bảng dưới đây thống kê điểm thi học kỳ I môn tiếng Anh của học sinh hai lớp 12A và 12B năm học 2023-2024.

Điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh lớp 12A	1	5	20	8	6
Số học sinh lớp 12B	2	3	10	18	7

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của mỗi lớp là bằng nhau.		
(b)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A bằng 2,6.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12B bằng 2,57.		
(d)	Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì điểm thi môn tiếng Anh của lớp 12B đồng đều hơn so với lớp 12A.		

» **Lời giải**

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của mỗi lớp là bằng nhau.

Khoảng biến thiên: $R_{12A} = R_{12B} = 10 - 0 = 10$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A bằng 2,6.

Lớp 12A:

Ta có

$$Q_1 = 4 + \frac{1}{4} \cdot 40 - (1 + 5) = 4,4.$$

$$Q_3 = 6 + \frac{3}{4} \cdot 40 - (1 + 5 + 20) = 7.$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{12A} = Q_3 - Q_1 = 2,6.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12B bằng 2,57.

Lớp 12B:

Ta có

$$Q_1 = 4 + \frac{1}{4} \cdot 40 - (2 + 3) = 5.$$

$$Q_3 = 6 + \frac{3}{4} \cdot 40 - (2 + 3 + 10) = \frac{23}{3}.$$

$$\Rightarrow \Delta Q_{12B} = Q_3 - Q_1 = 2,67.$$



» **Chọn SAI.**

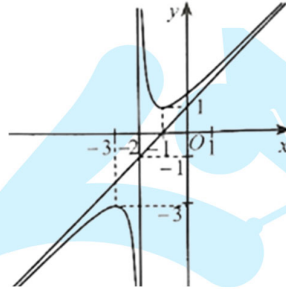
(d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì điểm thi môn tiếng Anh của lớp 12B đồng đều hơn so với lớp 12A.

Ta có $\Delta Q_{12A} < \Delta Q_{12B} \Rightarrow$ Lớp 12A sẽ đồng đều hơn so với lớp 12B.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ với $a \neq 0; m \neq 0$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Với $m = 1$ thì giá trị $S = a + b + c$ là bao nhiêu?



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Với $m = 1$, ta có $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$ nên $n = 2$.

Khi đó $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}$.

Thực hiện phép chia đa thức lấy tử chia mẫu ta được thương là $ax + b - 2a$, nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = ax + b - 2a$, mặt khác nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$. Nên ta có phương trình $ax + b - 2a$

$$= x + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = 1 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó $f(x) = \frac{x^2 + 3x + c}{x + 2}$. Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(-3; -3)$ nên ta được $c = 3$.

Suy ra $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Vậy $S = 1 + 3 + 3 = 7$.

» **Câu 18.** Một máy bay bắt đầu hạ cánh, biết quỹ đạo đường bay của nó được mô hình hóa toán học trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (với mỗi đơn vị trên mỗi trục có độ dài bằng 1 dặm) có dạng đồ thị của hàm bậc ba. Vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ là $(-4; 1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay này tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương ngang 3 dặm thì máy bay cách mặt đất bao nhiêu dặm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,84**

Gọi hàm số mô phỏng đường bay của máy bay là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0; 0)$ nên ta có $d = 0$.



Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-4;1)$ nên ta có phương trình $-64a+16b-4c=1$ (1).
Mặt khác, ta có $(-4;1)$ và $O(0;0)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có

$$y'(-4)=0; y'(0)=0 \text{ tức là } \begin{cases} 48a-8b+c=0 \\ c=0 \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có $a=\frac{1}{32}; b=\frac{3}{16}; c=0$.

$$\text{Suy ra } y=\frac{1}{32}x^3+\frac{3}{16}x^2.$$

Thay $x=-3$ ta được $y=\frac{27}{32}\approx 0,84$.

Vậy khi máy bay hạ cánh theo phương ngang 3 dặm thì máy bay cách mặt đất khoảng 0,84 dặm.

- » **Câu 19.** Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t)=24t+5t^2-\frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 15**

Ta có:

$$h'(t)=24+10t-t^2$$

$$h'(t)=0 \Leftrightarrow 24+10t-t^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2(\text{loại}) \\ t=12 \quad (t/\text{m}) \end{cases}$$

BBT:

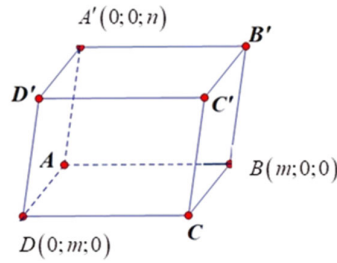
t	8	12	24	$+\infty$
$h'(t)$		+	0	-
$h(t)$		↗ h_{\max} ↘		

Mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Hay mực nước lên cao nhất là lúc 20 giờ.
Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

- » **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O . Biết rằng $B(m;0;0)$, $D(0;m;0)$, $A'(0;0;n)$ với m, n là các số dương và $m+n=4$.
. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ACB'D'$?

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,16**



Ta có: $A(0;0;0)$, $B(m;0;0)$, $D(0;m;0)$, $A'(0;0;n)$ nên $\overrightarrow{AB} = (m;0;0) \Rightarrow AB = m$ (do $m; n > 0$); $AD = m$; $AA' = n$.

$$\text{Mà } V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot m \cdot n \Rightarrow V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot m \cdot n = \frac{1}{3} m^2 (4 - m).$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{1}{3} m^2 (4 - m) = -\frac{1}{3} m^3 + \frac{4}{3} m^2$ trên $(0; 4)$

$$f'(m) = -m^2 + \frac{8}{3} m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases}$$

BBT

x	0	$\frac{8}{3}$	4
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	$\frac{256}{81}$	0

$$\text{Vậy } \text{Max} V_{ACB'D'} = \frac{256}{81} \approx 3,16.$$

» **Câu 21.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,07**

Giá trị đại diện	20	22	24	26	28
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{13 \cdot 20 + 45 \cdot 22 + 24 \cdot 24 + 12 \cdot 26 + 6 \cdot 28}{100} = 23,06$$

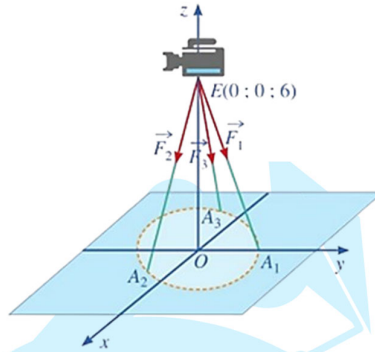
Phương sai:

$$s^2 = \frac{13 \cdot (20 - 23,06)^2 + 45 \cdot (22 - 23,06)^2 + 24 \cdot (24 - 23,06)^2 + 12 \cdot (26 - 23,06)^2 + 6 \cdot (28 - 23,06)^2}{100} \approx 4,28.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{4,28} \approx 2,07.$$



» **Câu 22.** Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân tại điểm đặt $E(0;0;6)$, giá đỡ có các điểm tiếp xúc mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. Biết rằng trọng lượng của chiếc máy là $240N$, tác dụng lên các giá đỡ theo các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình.



Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3$ (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6311**

Ta có:

$$\vec{EA}_1 = (0;1;-6); \vec{EA}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};-6\right); \vec{EA}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};-6\right) \Rightarrow EA_1 = EA_2 = EA_3 = \sqrt{37}.$$

Suy ra, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$ (vì chân bằng nhau, giá đỡ cân bằng, trọng lực tác dụng đều lên 3 chân của giá đỡ).

$$\vec{F}_1 = k\vec{EA}_1 = (0;k;-6k)$$

$$\text{Do đó: } \vec{F}_2 = k\vec{EA}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k;-\frac{1}{2}k;-6k\right) \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0;0;-18k).$$

$$\vec{F}_3 = k\vec{EA}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k;-\frac{1}{2}k;-6k\right)$$

$$\text{Mà } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P} = (0;0;-240).$$

$$\text{Suy ra } -18k = -240 \Leftrightarrow k = \frac{40}{3}.$$

$$\text{Từ đó } \vec{F}_1 = \left(0; \frac{40}{3}; -80\right); \vec{F}_2 = \left(\frac{20\sqrt{3}}{3}; -\frac{20}{3}; -80\right); \vec{F}_3 = \left(-\frac{20\sqrt{3}}{3}; -\frac{20}{3}; -80\right).$$

$$\text{Vậy } \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3 = 0 \cdot \left(-\frac{20\sqrt{3}}{3}\right) + \frac{40}{3} \cdot \left(-\frac{20}{3}\right) + (-80) \cdot (-80) \approx 6311.$$

----- Hết -----



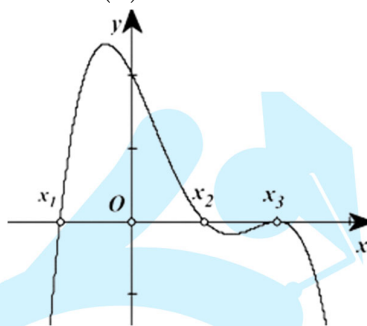
KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 10

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.



Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại ?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

» *Lời giải*

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

Như vậy: trên K , hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là x_1 và điểm cực đại là x_2, x_3 không phải là điểm cực trị của hàm số.

» **Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A.** 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

» *Lời giải*

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 20x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$.

Xét hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ có: $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22$.

Vậy $\min_{x \in [-1; 2]} f(x) = -22$.

» **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		+		+		+	
y	0	\nearrow	$+\infty$	\searrow	$+\infty$	\searrow	0



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

☞ *Lời giải*

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có:

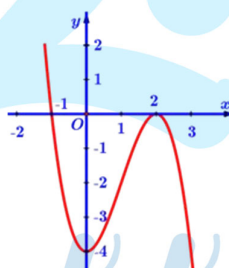
+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -3$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

» **Câu 4.** Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 - 4$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

☞ *Lời giải*

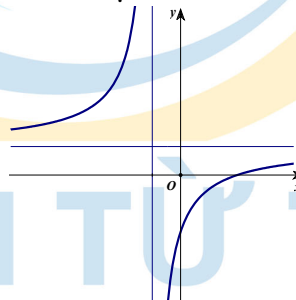
Chọn C

Nhận thấy đồ thị hàm số trên là hàm bậc ba có hệ số $a < 0$ nên loại B.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -4 nên loại D.

Hàm số có 2 điểm cực trị nên loại A,

» **Câu 5.** Đường cong như hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong 4 hàm số dưới đây?



- A.** $y = \frac{x+2}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2-x}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x-2}{x-1}$.

☞ *Lời giải*

Chọn C

Nhận xét:

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

+ Đường tiệm cận đứng nằm bên trái trục Oy

+ Đường tiệm cận ngang nằm trên trục Ox

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm ($x = 0 \Rightarrow y < 0$)

Nên:



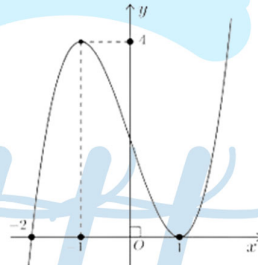
Phương án A sai vì: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định

Phương án B sai vì: $y = \frac{-x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định

Phương án D sai vì: $x = 0 \Rightarrow y = 2 > 0$ nên đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương

Phương án C đúng vì: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định; tiệm cận đứng $x = -1$ nằm bên trái trục Oy ; tiệm cận ngang $y = 1$ nằm trên trục Ox và $x = 0 \Rightarrow y = -2 < 0$ (thỏa mãn 4 đặc điểm của phần nhận xét đồ thị trên)

» **Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

» **Lời giải**

Chọn B

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	$+\infty$

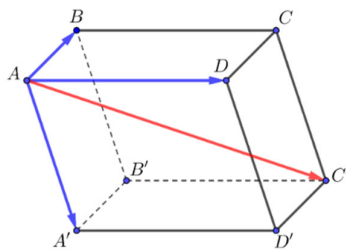
Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

» **Câu 7.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.
- B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.
- C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
- D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

» **Lời giải**

Chọn D



Theo quy tắc hình hộp ta có : $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

» **Câu 8.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\vec{AB}(\vec{AB} - \vec{DA})$ bằng

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a^2}{2}$.

» *Lời giải*

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \vec{AB}(\vec{AB} - \vec{DA}) &= \vec{AB}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \vec{AB} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{AD} = \overline{AB}^2 + |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AD}) \\ &= AB^2 + AB \cdot AD \cdot \cos(\widehat{BAD}) = a^2 + a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$

» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $H(2;3;-4)$. B. $H(-2;-3;4)$. C. $H(0;3;-4)$. D. $H(2;0;0)$.

» *Lời giải*

Chọn C

$$\text{Ta có: } \vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow M(2;3;-4).$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;3;-4)$.

» **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-5)$. Tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy là

- A. $(2;-3;5)$. B. $(2;-3;-5)$. C. $(-2;3;5)$. D. $A'(-2;-3;5)$.

» *Lời giải*

Chọn C

A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy , suy ra $A'(-2;3;5)$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;2)$, $B(1;2;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) và A, B, M thẳng hàng. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. -1 . B. -5 . C. 5 . D. 1 .

» *Lời giải*

Chọn D

Điểm $M(a;b;c) \in (Oyz)$ nên $a = 0$.

$$\text{Ta có: } \vec{AM} = (-3;b-2;c-2), \vec{AB} = (-2;0;-2).$$



Ba điểm A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} b-2=0 \\ -3 = \frac{c-2}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-1 \end{cases}$

Vậy $a+b+c=1$.

» **Câu 12.** Mỗi ngày thầy Trung đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của thầy Trung trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với số nào sau đây?

- A. 0,3. B. 0,5. C. 0,4. D. 0,1

» **Lời giải**

Chọn C

Cỡ mẫu là $n = 20$.

Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$x = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,38.$$

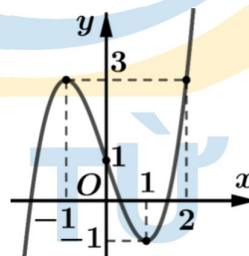
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$s^2 = \frac{1}{20} \cdot (3 \cdot 2,85^2 + 6 \cdot 3,15^2 + 5 \cdot 3,45^2 + 4 \cdot 3,75^2 + 2 \cdot 4,05^2) - (3,38)^2 = 0,1246.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s \approx 0,35$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.		
(b)	Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$.		
(c)	Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 đạt được chỉ khi $x = 2$		
(d)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x^3 + x - 1)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -1.		



» **Lời giải**

(a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường đi xuống trên $(-1;1)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$.

Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x_1 = -1$, đạt cực tiểu tại $x_2 = 1$ nên ta có $x_1 \cdot x_2 = -1$

» **Chọn SAI.**

(c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 3 đạt được chỉ khi $x = 2$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ có hai điểm cao nhất cùng có tung độ là 3 khi hoành độ của hai điểm đó là $x = -1; x = 2$. Từ đó ta có: $\max_{[-1;2]} f(x) = 3$ khi $\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

» **Chọn SAI.**

(d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2x^3 + x - 1)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -1 .

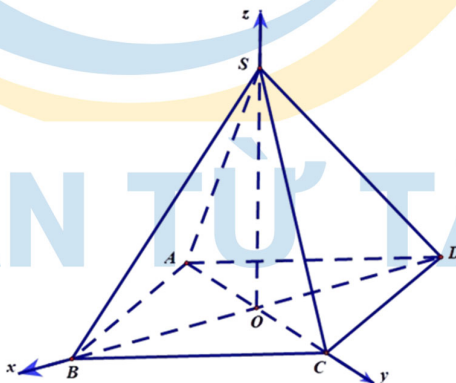
Đặt $t(x) = 2x^3 + x - 1$ với $x \in [0;1]$. Ta có $t'(x) = 6x^2 + 1 > 0, \forall x \in [0;1]$.

Suy ra hàm số $t(x)$ luôn đồng biến nên $x \in [0;1] \Rightarrow t \in [-1;2]$.

Từ đồ thị hàm số ta có $\min_{[-1;2]} f(t) = -1$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ và O là tâm của đáy $ABCD$ như hình vẽ. Biết cạnh $SA = 4$ và $AB = 2\sqrt{2}$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ điểm A là $(0; 2; 0)$.		
(b)	Trọng tâm của tam giác SAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.		



(c)	Nếu $E(a;0;b)$ là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho C, E, G thẳng hàng thì $a.b = \sqrt{3}$.	
(d)	Nếu $K(0;m;n)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $KG + KB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $m^2 + n^2 = 1$	

» **Lời giải**

(a) Tọa độ điểm A là $(0;2;0)$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông. Do đó:
 $AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = 4 \Rightarrow AO = 2 \Rightarrow A(0;-2;0)$

» **Chọn SAI.**

(b) Trọng tâm của tam giác SAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

$BD = AC = 4 \Rightarrow BO = 2 \Rightarrow B(2;0;0)$

Ta lại có, $SA^2 = SO^2 + OA^2 \Rightarrow SO^2 = SA^2 - OA^2 = 12 \Rightarrow SO = 2\sqrt{3} \Rightarrow S(0;0;2\sqrt{3})$

Khi đó, với G là trọng tâm của tam giác SAB thì tọa độ điểm $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Nếu $E(a;0;b)$ là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho C, E, G thẳng hàng thì $a.b = \sqrt{3}$.

Ta có: $A(0;-2;0) \Rightarrow C(0;2;0) \Rightarrow \overrightarrow{CG} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

$\overrightarrow{CE} = (a; -2; b)$

C, E, G thẳng hàng $\Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{3}} = \frac{-2}{-\frac{8}{3}} = \frac{b}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow a.b = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

» **Chọn SAI.**

(d) Nếu $K(0;m;n)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $KG + KB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $m^2 + n^2 = 1$

Ta có $D(-2;0;0)$ là điểm đối xứng của B qua (Oyz) .

Khi đó, và $KG + KB = KG + KD \geq GD$

Do đó $KG + KB$ nhỏ nhất bằng GD khi K, D, G thẳng hàng

mà $\overrightarrow{DG} = \left(\frac{8}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$, $\overrightarrow{DK} = (2; m; n) \Rightarrow \frac{2}{\frac{8}{3}} = \frac{m}{-\frac{2}{3}} = \frac{n}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow m^2 + n^2 = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 15.** Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là $19,6$ (m/s), thì độ cao h của nó (tính bằng mét) sau t (giây) được cho bởi công thức: $h(t) = 19,6t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của chuyển động bằng $14,7 (m/s)$ khi $t = 1 (s)$.		
(b)	Gia tốc của vật tại mọi thời điểm là như nhau.		
(c)	Khi vật chạm đất, vận tốc của nó bằng $v = 19,6 (m/s)$.		
(d)	Vật đó đạt độ cao lớn nhất khi $t = 3 (s)$.		

» **Lời giải**

(a) Vận tốc của chuyển động bằng $14,7 (m/s)$ khi $t = 1 (s)$.

Vận tốc của chuyển động là $v(t) = h'(t) = -9,8t + 19,6$.

Khi $t = 1 (s)$ thì vận tốc của vật là $v(1) = -9,8.1 + 19,6 = 9,8 (m/s)$.

» **Chọn SAI.**

(b) Gia tốc của vật tại mọi thời điểm là như nhau.

Gia tốc của chuyển động là $a(t) = v'(t) = -9,8 (m/s^2)$, $\forall t > 0$. Suy ra gia tốc tại mọi thời điểm là như nhau.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Khi vật chạm đất, vận tốc của nó bằng $v = 19,6 (m/s)$.

Khi vật chạm đất, thì chiều cao $h = 0$. Khi đó ta có $h(t) = 19,6t - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 (L) \\ t = 4 (t/m) \end{cases}$

Vậy sau 4 giây thì vật sẽ chạm đất.

Khi đó vận tốc của nó bằng $v(4) = -9,8.4 + 19,6 = -19,6 (m/s)$.

Giải thích: vận tốc âm vì vật lúc này đang rơi xuống phía dưới (ngược với hướng phóng lên).

» **Chọn SAI.**

(d) Vật đó đạt độ cao lớn nhất khi $t = 3 (s)$.

Độ cao $h(t) = 19,6t - 4,9t^2 = -4,9(t^2 - 4t + 4) + 19,6 = -4,9(t - 2)^2 + 19,6 \leq 19,6 (m)$.

Dấu "=" xảy ra khi $t = 2 (s)$. Nghĩa là vật đó đạt độ cao lớn nhất bằng $19,6 (m)$ khi $t = 2 (s)$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 16.** Kết quả đo chiều cao (đơn vị: centimét) của 25 học sinh nam lớp 12 ở một trường THPT được biểu diễn bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng sau:

Nhóm	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Tần số	2	5	10	5	3

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 5 (cm)$.		
(b)	Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 171,75$.		
(c)	Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 7,5$.		
(d)	Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $S^2 = 29,84$.		

» **Lời giải**

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 5 (cm)$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 180 - 155 = 25 (cm)$.

» **Chọn SAI.**



(b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 171,75$.

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{25} là mẫu số liệu gốc chiều cao của 25 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{19} + x_{20}) \in [170; 175)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (2 + 5 + 10)}{5} \cdot (175 - 170) = 171,75.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 7,5$.

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{25} là mẫu số liệu gốc chiều cao của 25 học sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

+ Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7) \in [160; 165)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{5} \cdot (165 - 160) = 164,25.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 171,75 - 164,25 = 7,5.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $S^2 = 29,84$.

Ta có bảng thống kê chiều cao của 25 học sinh theo giá trị đại diện:

Nhóm	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5
Tần số	2	5	10	5	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{157,5 \cdot 2 + 162,5 \cdot 5 + 167,5 \cdot 10 + 172,5 \cdot 5 + 177,5 \cdot 3}{25} = 167,9.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$S^2 = \frac{1}{25} \left(2 \cdot (157,5)^2 + 5 \cdot (162,5)^2 + 10 \cdot (167,5)^2 + 5 \cdot (172,5)^2 + 3 \cdot (177,5)^2 \right) - (167,9)^2 = 29,84.$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu $S^2 = 29,84$.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 17.** Kết quả kiểm tra cân nặng của 20 học sinh nam lớp 12A (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của kilôgam) được cho ở bảng dưới đây:



Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[60; 64)	62	8
[64; 68)	66	9
[68; 72)	70	1
[72; 76)	74	1
[76; 80)	78	1
		$n = 20$

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của kilôgam).

✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 4,2*

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{8.62 + 9.66 + 1.70 + 1.74 + 1.78}{20} = 65,6 \text{ (kg)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{20} [8.(62 - 65,6)^2 + 9.(66 - 65,6)^2 + 1.(70 - 65,6)^2 + 1.(74 - 65,6)^2 + 1.(78 - 65,6)^2] = \frac{436}{25} = 17,44.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $\sqrt{17,44} \approx 4,2$ kg.

» **Câu 18.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C có M thuộc đoạn BC thỏa $BM = 2MC$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$ và $\overrightarrow{AC} = (-2; 6; -3)$. Tính $a + b - c$ với $(a; b; c)$ là tọa độ của \overrightarrow{AM}

✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 4*

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(2; -1; 3) + \frac{2}{3}(-2; 6; -3) = \left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$$

Vì thế $a + b - c = 4$.

» **Câu 19.** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ của hàm số $y = |x^2 - 2x - 2|$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là a, b thì giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

✎ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 3*

$$\text{Xét hàm } f(x) = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{Suy ra } \max_{[-1; 1]} y = f(-1) = 1; \min_{[-1; 1]} y = f(1) = -3$$

Do đó giá trị lớn nhất $y = |-3| = 3 \Rightarrow a = 3$ tại $x = 1$ và giá trị nhỏ nhất $y = 0 \Rightarrow b = 0$ tại $x = 1 - \sqrt{3}$

Vậy giá trị $a + b = 3 + 0 = 3$



- » **Câu 20.** Một công ty phát động một chiến dịch quảng bá sản phẩm mới và số lượng người biết đến sản phẩm này tại thời điểm t ngày sau khi bắt đầu chiến dịch được ước tính theo công thức $N(t) = 10t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Khi đó $N'(t)$ là tốc độ lan truyền thông tin (người/ngày) tại thời điểm t với $t \in [1; 14]$. Hỏi tốc độ lan truyền thông tin chiến dịch quảng bá sản phẩm đạt giá trị lớn nhất vào ngày thứ mấy (tính bắt đầu từ ngày phát động chiến dịch)?

» *Lời giải*

✓ **Trả lời: 10**

Từ giả thiết, ta có: $N'(t) = 30t^2 - 2t^3$ là tốc độ lan truyền thông tin (người/ngày) tại thời điểm t với $t \in [1; 14]$.

Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $N'(t)$ trên đoạn $[1; 14]$.

$$\text{Ta có: } N''(t) = 60t - 6t^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \notin [1; 14] \\ t = 10 \in [1; 14] \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } N'(1) = 28, N'(10) = 1000, N'(14) = 392.$$

Như vậy giá trị lớn nhất của hàm số $N'(t)$ trên đoạn $[1; 14]$ là 1000 đạt được khi $t = 10$. Vậy tốc độ lan truyền thông tin đạt giá trị lớn nhất vào ngày thứ 10.

- » **Câu 21.** Một công ty du lịch tổ chức các tour khám phá vào mỗi cuối tuần, với tối đa 120 khách tham gia mỗi tour. Nếu giá vé là 400 nghìn đồng/người, toàn bộ số vé đều được bán hết. Tuy nhiên, cứ mỗi khi tăng giá vé thêm 50 nghìn đồng, số lượng khách đăng ký giảm đi 10 người. Để doanh thu từ mỗi tour đạt mức cao nhất, công ty nên bán với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi vé (làm tròn đến hàng đơn vị)?

» *Lời giải*

✓ **Trả lời: 500**

Giá vé ban đầu là 400 nghìn đồng và toàn bộ vé được bán hết với 120 khách.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}$) là số lần tăng giá vé thêm 50 nghìn đồng (tức là tăng $50x$ nghìn đồng), số lượng khách sẽ giảm đi $10x$ người.

Giá vé mới sau khi tăng là: $p(x) = 400 + 50x$.

Số lượng khách đăng ký tương ứng là: $120 - 10x$.

$$\text{Doanh thu: } R(x) = (400 + 50x)(120 - 10x) = -500x^2 + 2000x + 48000.$$

Ta có: $R'(x) = -1000x + 2000 = 0 \Rightarrow x = 2$, lập bảng biến thiên $R(x)$:

x	0	2	$+\infty$
$R'(x)$		+	-
$R(x)$		50000	

Từ bảng biến thiên ta thấy doanh thu $R(x)$ lớn nhất khi $x = 2$ (tăng giá vé 2 lần).

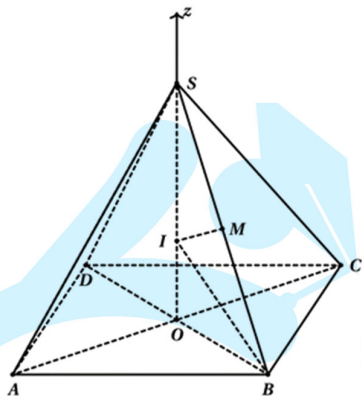


Suy ra: $p(2) = 400 + 50.2 = 500$. Vậy để doanh thu từ mỗi tour đạt mức cao nhất, công ty nên bán với giá 500 nghìn đồng mỗi vé.

» **Câu 22.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $\sqrt{5}$ và O là tâm của đáy. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm cách đều các đỉnh A, B, C, D, S . Biết rằng S thuộc tia Oz . Tính $a + b + c$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,75**



Ta có $DB = AB\sqrt{2} = 2$, từ đây ta có $OB = \frac{DB}{2} = 1$ và $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = 2$.

Vì S, I, O cùng cách đều các điểm A, B, C, D nên S, I, O cùng thuộc hai mặt phẳng vuông góc với AB, AD tại trung điểm các đoạn thẳng này.

Điều này dẫn đến S, I, O cùng thuộc giao tuyến hai mặt phẳng này.

Vì thế $I \in Oz$, suy ra $a = b = 0$.

Gọi M là trung điểm của SB , do $\triangle ISB$ cân tại I nên $IM \perp SB$.

Lúc này $\triangle IMS \sim \triangle BOS$, suy ra

$$\frac{IS}{SB} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow IS = \frac{SB \cdot SM}{SO} = \frac{5}{4} < SO$$

Vậy $I\left(0; 0; \frac{3}{4}\right)$, suy ra $a + b + c = 0,75$.

Hết

TOÁN TỪ TÂM