

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1

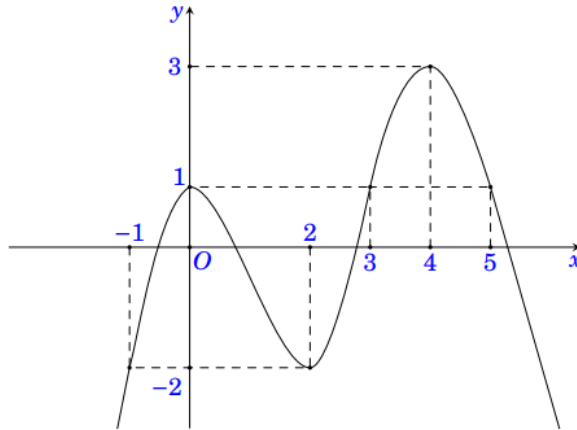
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng



- A. -2. B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4

Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị $M.m$ bằng

- A. $M.m = 4$. B. $M.m = 5$. C. $M.m = -3$. D. $M.m = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
B. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
C. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
D. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$	
y'		-		-		
y	1		$-\infty$		$+\infty$	1

Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

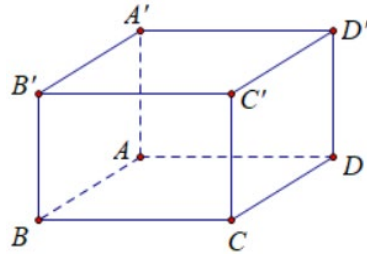
A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $|\overline{BD}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overline{BD'}| = a\sqrt{3}$.

C. $\overline{AC} + \overline{A'C'} = \vec{0}$.

D. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overline{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2; -3; 1)$.

B. $M(3; -2; -1)$

C. $M(-3; 2; 1)$

D. $M(-2; 3; -1)$

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 20

B. 50

C. 6

D. 60

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	[71;74)	[74;77)	[77;80)	[80;83)	[83;86)
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 134,25.

B. 3,34.

C. 80,25.

D. 11,1875.

Câu 9: Cho $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(3;11)$. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(11x) > f(x^2)$ trên khoảng $(3;11)$ là

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 10.

Câu 10: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 4t^2 - \frac{2t^3}{3}$ (m). Thời điểm t (giây) mà tại đó tốc độ v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 2$.

B. $t = 4$.

C. $t = 1$.

D. $t = 3$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4)^2(x-8)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f(6) < f(8)$.

B. $f(8) > f(12)$.

C. $f(-1) < f(4)$.

D. $f(-1) > f(8)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox . Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{30}$.

D. $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

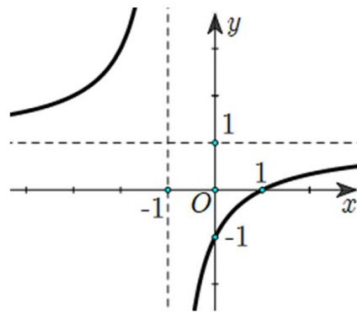
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Khi đó:

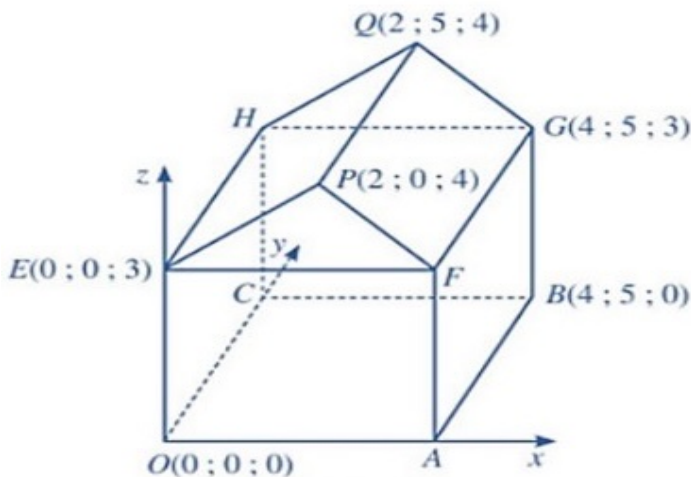
- Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- Trên khoảng $(-\infty;2)$, hàm số có giá trị lớn nhất là 1 và có giá trị nhỏ nhất là -2 .
- Đồ thị hàm số $y = \frac{2024}{f(x)+1}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 2. Biết hàm số $y = f(x) = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



- $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ và hàm số không có điểm cực trị.
- Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1;1)$.
- $\max_{[0;3]} f(x) = \frac{1}{3}$ đạt được khi $x = 3$.
- Số đường thẳng cắt đồ thị $f(x)$ tại những điểm tọa độ nguyên là 6 .

Câu 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



- a) [NB] Tọa độ điểm $H(0;5;3)$.
- b) [TH] Diện tích ngôi nhà là $12(m^2)$.
- c) [TH] Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2;5;0)$.
- d) [VD] Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của học sinh lớp 12A và 12B khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số học sinh lớp 12A	5	7	12	10	6
Số học sinh lớp 12B	3	5	8	2	12

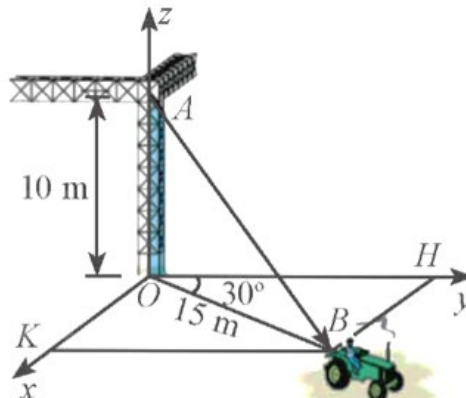
- a) [NB] Cỡ mẫu số liệu của hai lớp là $n = 40$
- b) [TH] Bảng thống kê thời gian tập thể dục theo giá trị đại diện là

Thời gian (phút)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Giá trị đại diện	15	25	35	45	55
Số học sinh lớp 12A	5	7	12	10	6
Số học sinh lớp 12B	3	5	8	2	12

- c) [TH] Thời gian tập thể dục trung bình của học sinh lớp 12A lớn hơn thời gian tập thể dục trung bình của học sinh lớp 12B.
- d) [VD] Phương sai của mẫu số liệu học sinh lớp 12A là 150,9075 và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu học sinh lớp 12B là 14,083.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

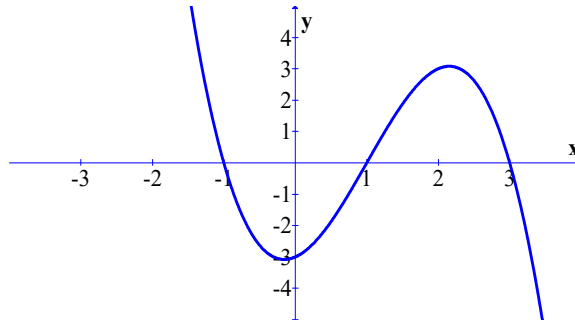
Câu 1. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tọa độ của vectơ $\overline{AB} = (a, b, c)$. Khi đó $a + b + c = ?$ (làm tròn đến hàng phần trăm)



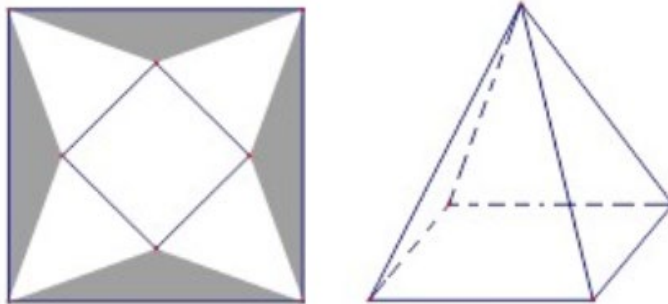
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Độ dài CG bằng $\frac{a\sqrt{m}}{3}$. Tìm m .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(-1) = f(3) = 0$ và đồ thị của hàm số

$y = f'(x)$ có dạng như hình dưới đây. Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ ($a < b < c$). Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + \frac{c^2}{4}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

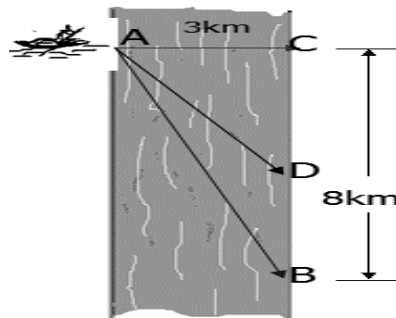


Câu 4: Một tấm bạt hình vuông cạnh $20m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



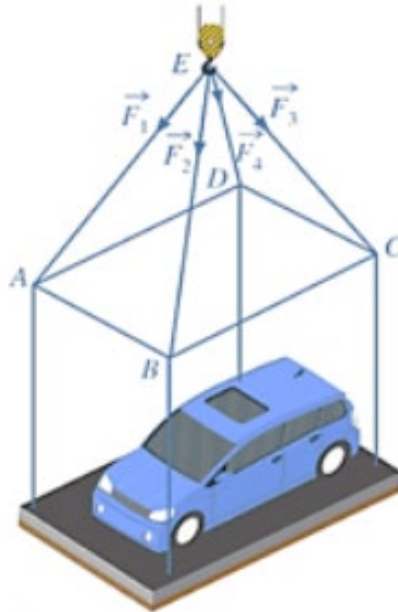
Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5 km/h , chạy 10 km/h và quãng đường $BC = 8\text{ km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất (làm tròn đến đơn vị: phút) để người đàn ông đến B . Tính t .



Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài

bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng ($ABCD$) một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng ($ABCD$) đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N . Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	D	C	B	C	B	B	D	C	A	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Đ	Đ	Đ	S
Đ	S	S	Đ
S	S	Đ	S
Đ	Đ	S	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

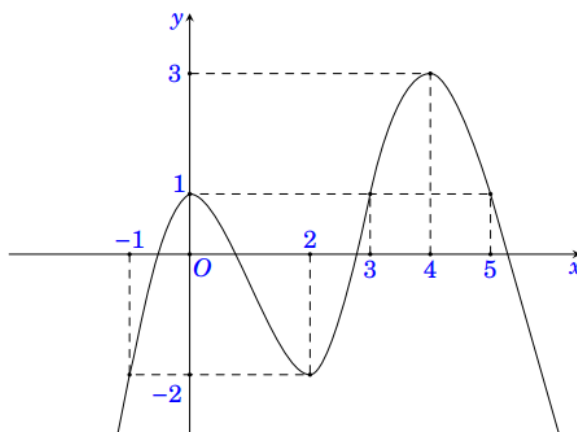
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	10,49	37	4,3	80	79	9625

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng



A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y			5		4	
	0			1		

Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M.m$ bằng

- A. $M.m = 4$. B. $M.m = 5$. C. $M.m = -3$. D. $M.m = 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$ và $\min_{[-1;3]} f(x) = 0$.

Vậy $M.m = 0$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 B. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
 C. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
 D. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

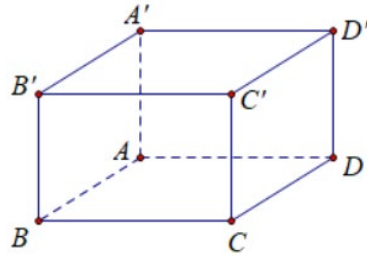
Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$. Suy ra loại A, C.

Xét câu B, $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Xét câu D, $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây sai?



A. $|\overline{BD}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overline{BD'}| = a\sqrt{3}$.

C. $\overline{AC} + \overline{A'C'} = \vec{0}$.

D. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AC} + \overline{A'C'} = \overline{AC} + \overline{AC} = 2\overline{AC}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\overline{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2; -3; 1)$.

B. $M(3; -2; -1)$

C. $M(-3; 2; 1)$

D. $M(-2; 3; -1)$

Lời giải

Chọn B

$\overline{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k} \Leftrightarrow \overline{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(3; -2; -1)$.

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 20

B. 50

C. 6

D. 60

Lời giải

Chọn B

$a_1 = 20$ là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

$a_{k+1} = 70$ là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng.

Suy ra khoảng biến thiên $R = a_{k+1} - a_1 = 50$.

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	[71;74)	[74;77)	[77;80)	[80;83)	[83;86)
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 134,25.

B. 3,34.

C. 80,25.

D. 11,1875.

Lời giải

Chọn D

Xét mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	[71;74)	[74;77)	[77;80)	[80;83)	[83;86)
Giá trị đại diện	72,5	75,5	78,5	81,5	84,5
Tần số	1	1	2	6	2

$$\text{Số trung bình là } \bar{x} = \frac{72,5 \times 1 + 75,5 \times 1 + 78,5 \times 2 + 81,5 \times 6 + 84,5 \times 2}{12} = 80,25$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{72,5^2 \times 1 + 75,5^2 \times 1 + 78,5^2 \times 2 + 81,5^2 \times 6 + 84,5^2 \times 2}{12} - 80,25^2 = 11,1875$$

Câu 9: Cho $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(3;11)$. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(11x) > f(x^2)$ trên khoảng $(3;11)$ là

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Xét trên khoảng $(3;11)$, hàm số $y = f(x)$ đồng biến và $f(11x) > f(x^2)$

$$\text{Suy ra } 11x > x^2 \Leftrightarrow -x^2 + 11x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 11$$

Mặt khác $x \in (3;11)$ nên suy ra $x \in \{4;5;\dots;10\}$.

Vậy bất phương trình có 7 nghiệm nguyên.

Câu 10: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = 4t^2 - \frac{2t^3}{3}$ (m). Thời điểm t (giây) mà tại đó tốc độ v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

- A. $t = 2$. B. $t = 4$. C. $t = 1$. D. $t = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } v(t) = s'(t) = 8t - 2t^2$$

$$v'(t) = 8 - 4t; \quad v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		+	0 -
$v(t)$			

Vậy chất điểm đạt tốc độ lớn nhất tại thời điểm $t = 2$ (giây).

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4)^2(x-8)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $f(6) < f(8)$. B. $f(8) > f(12)$. C. $f(-1) < f(4)$. D. $f(-1) > f(8)$.

Lời giải

Chọn D

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	4	8	$+\infty$
y'		+	0 -	0 -	0 +
y	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	$f(-1)$	$f(4)$	$f(8)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Suy ra: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;8)$.

Vậy: $f(-1) > f(8)$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox . Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(x;0;0), x > 0$.

$$\vec{AC} = (x-1; -2; 0), \vec{BC} = (x-2; 1; -1).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Suy ra $C(3;0;0)$.

$$\vec{AC} = (2; -2; 0) \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}.$$

$$\vec{BC} = (1; 1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \sqrt{6}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$

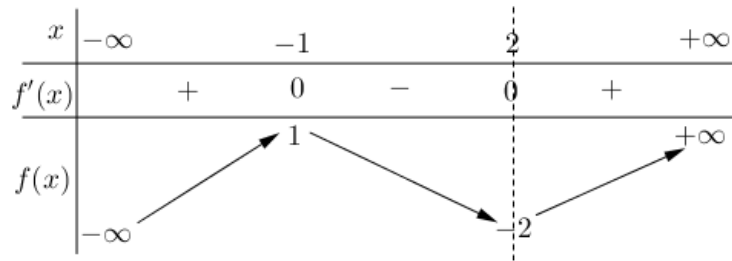
Khi đó:

- Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- Trên khoảng $(-\infty;2)$, hàm số có giá trị lớn nhất là 1 và có giá trị nhỏ nhất là -2 .
- Đồ thị hàm số $y = \frac{2024}{f(x)+1}$ có 4 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

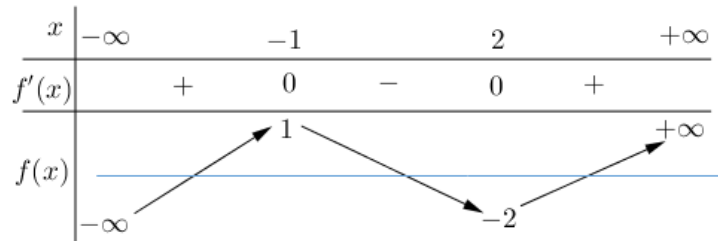
- Theo BBT, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ và $y_{CT} = -2$.
- Theo BBT, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(0;1) \subset (-1;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- Trên khoảng $(-\infty;2)$,



Hàm số đạt GTLN bằng 1 tại $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên hàm số không có GTNN.

d) Theo BBT

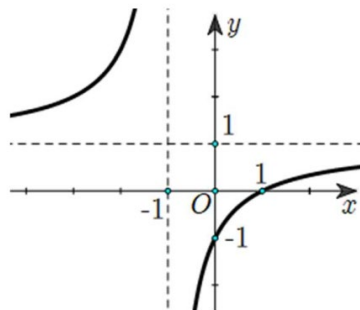


Phương trình $f(x) = -1$ có ba nghiệm đơn phân biệt $x = x_1 \in (-\infty; -1)$, $x = x_2 \in (-1; 2)$, $x = x_3 \in (2; +\infty)$

Khi đó: $y = \frac{2024}{f(x)+1} = \frac{2024}{a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}$ có ba đường TCD $x = x_1$, $x = x_2$, $x = x_3$

và một đường TCN $y = 0$.

Câu 2. Biết hàm số $y = f(x) = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ và hàm số không có điểm cực trị.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 1)$.

c) $\max_{[0;3]} f(x) = \frac{1}{3}$ đạt được khi $x = 3$.

d) Số đường thẳng cắt đồ thị $f(x)$ tại những điểm tọa độ nguyên là 6.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Dựa vào ĐTHS, ta thấy $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ và hàm số không có điểm cực trị.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; 1)$.

c) Dựa vào đồ thị hàm số, $x = 1 \Rightarrow y = 0$ nên $\frac{1+a}{2} = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

$$\text{Vậy } \max_{[0;3]} f(x) = f(3) = \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } y = \frac{x-1}{x+1} = \frac{x+1-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$$

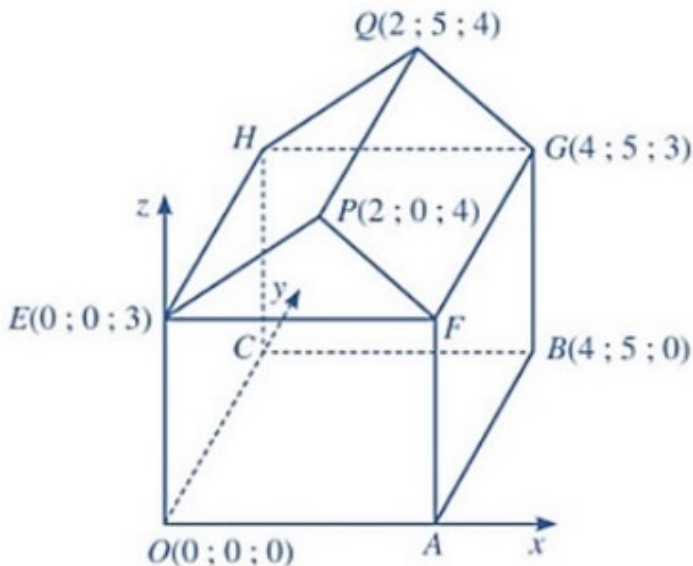
$x+1$	1	-1	2	-2
y	-1	3	0	2
x	0	-2	1	-3

Có 4 điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số là: $(0; -1); (-2; 3); (1; 0); (-3; 2)$ trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Lấy 2 điểm trong 4 điểm này sẽ tạo ra 1 đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy số đường thẳng cắt đồ thị $f(x)$ tại những điểm tọa độ nguyên là $C_4^2 = 6$.

Câu 3. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



a) [NB] Tọa độ điểm $H(0; 5; 3)$.

b) [TH] Diện tích ngôi nhà là $12(m^2)$.

c) [TH] Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2; 5; 0)$.

d) [VD] Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.

Lời giải

a) **Đúng**

Dựa vào hình vẽ, $H \in (Oyz), x_H = 0; y_H = y_C = y_B = 5; z_H = z_E = 3$.

Do đó, tọa độ điểm $H(0;5;3)$..

b) Sai

Diện tích ngôi nhà chính là diện tích hình chữ nhật $OABC$

$$S_{OABC} = OA \cdot OC = 4 \cdot 5 = 20(m^2).$$

c) Đúng

Vì K là hình chiếu vuông góc điểm Q xuống nền nhà nên

$$K \in (Oxy), x_K = x_Q = 2; y_K = y_Q = 5; z_K = 0. \text{ Do đó, tọa độ } K(2;5;0).$$

d) Sai

Theo hình vẽ, ngôi nhà gồm hai phần, một phần là lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân cạnh đáy bằng $4m$, chiều cao đáy $1m$, chiều cao lăng trụ bằng $5m$; phần còn lại là hình hộp chữ nhật có kích thước đáy là $4m$ và $5m$, chiều cao $3m$.

$$\text{Thể tích khối lăng trụ: } V_{EFP.HGQ} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5 = 10(m^3).$$

$$\text{Thể tích khối hộp chữ nhật: } V_{OAFE.CBGH} = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60(m^3).$$

$$\text{Vậy thể tích cả ngôi nhà là } 10 + 60 = 70(m^3).$$

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của học sinh lớp 12A và 12B khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số học sinh lớp 12A	5	7	12	10	6
Số học sinh lớp 12B	3	5	8	2	12

a) [NB] Cỡ mẫu số liệu của hai lớp là $n = 40$

b) [TH] Bảng thống kê thời gian tập thể dục theo giá trị đại diện là

Thời gian (phút)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Giá trị đại diện	15	25	35	45	55
Số học sinh lớp 12A	5	7	12	10	6
Số học sinh lớp 12B	3	5	8	2	12

c) [TH] Thời gian tập thể dục trung bình của học sinh lớp 12A lớn hơn thời gian tập thể dục trung bình của học sinh lớp 12B.

d) [VD] Phương sai của mẫu số liệu học sinh lớp 12A là $150,9075$ và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu học sinh lớp 12B là $14,083$.

Lời giải

a) Sai

$$\text{vì có mẫu số liệu học sinh lớp 12A là } n_A = 5 + 7 + 12 + 10 + 6 = 40$$

$$\text{mẫu số liệu học sinh lớp 12B là } n_B = 3 + 5 + 8 + 2 + 12 = 30$$

b) Đúng

vì giá trị đại diện của nhóm là $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \Rightarrow$ ta có các giá trị đại diện các nhóm lần lượt là

15; 25; 35; 45; 55 nên có bảng

Giá trị đại diện	15	25	35	45	55
Số học sinh lớp 12A	5	7	12	10	6
Số học sinh lớp 12B	3	5	8	2	12

c) sai

Thời gian tập trung bình của học sinh lớp 12A là

$$\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 5 + 25 \cdot 7 + 35 \cdot 12 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 6}{40} = 36,25$$

Thời gian tập trung bình của học sinh lớp 12B là

$$\bar{x}_B = \frac{15 \cdot 3 + 25 \cdot 5 + 35 \cdot 8 + 45 \cdot 2 + 55 \cdot 12}{30} = 40$$

Nên $\bar{x}_A < \bar{x}_B$

d) Đúng

ta có

Phương sai của mẫu số liệu học sinh lớp 12A là

$$S_A^2 = \frac{(15 - 36,25)^2 \cdot 5 + (25 - 36,25)^2 \cdot 7 + (35 - 36,25)^2 \cdot 12 + (45 - 36,25)^2 \cdot 10 + (55 - 36,25)^2 \cdot 6}{40} = 150,9375$$

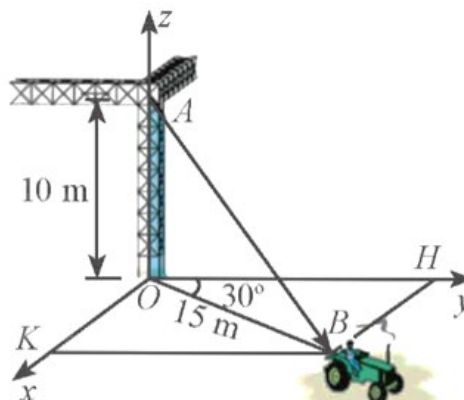
Phương sai của mẫu số liệu học sinh lớp 12B là

$$S_B^2 = \frac{(15 - 40)^2 \cdot 3 + (25 - 40)^2 \cdot 5 + (35 - 40)^2 \cdot 8 + (45 - 40)^2 \cdot 2 + (55 - 40)^2 \cdot 12}{30} \approx 198,3333$$

độ lệch chuẩn của mẫu số liệu học sinh lớp 12B là $S_B = \sqrt{198,3333} = 14,083$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a, b, c)$. Khi đó $a + b + c = ?$ (làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

ĐÁP ÁN: 10,49

Chọn trục tọa độ như hình

Ta có tọa độ điểm $A(0;0;10)$ Xét tam giác OKB vuông tại K

$$\text{Ta có } \sin B = \frac{KO}{OB} \Rightarrow KO = \sin B \cdot OB = \sin 30 \cdot 15 = \frac{15}{2}$$

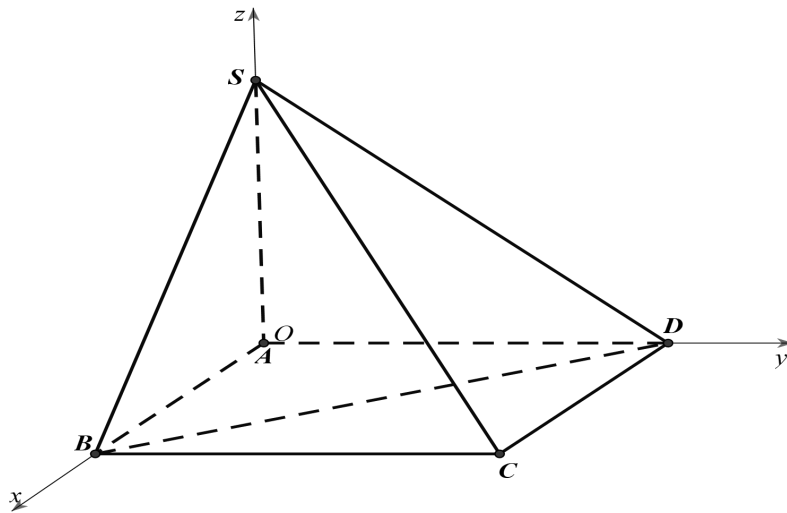
$$\cos B = \frac{KB}{OB} \Rightarrow KB = \cos B \cdot OB = \cos 30 \cdot 15 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy tọa độ điểm } B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Vậy $a+b+c=10,49$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Độ dài CG bằng $\frac{a\sqrt{m}}{3}$. Tìm m .

Lời giải



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:

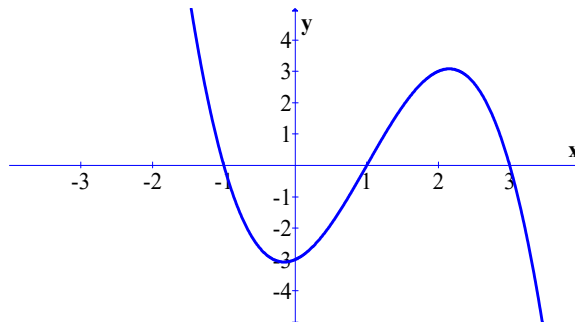
$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;2a\sqrt{2};0), D(0;2a\sqrt{2};0), S(0;0;a).$$

$$G \text{ là trọng tâm của tam giác } SBD \Rightarrow G\left(\frac{a}{3}; \frac{2a\sqrt{2}}{3}; \frac{a}{3}\right)$$

$$\text{Độ dài } CG \text{ là: } CG = \sqrt{\left(\frac{a}{3} - a\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{2}}{3} - 2a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3} - 0\right)^2} = \frac{a\sqrt{37}}{3}.$$

Đáp án: 37

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , thỏa mãn $f(-1) = f(3) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình dưới đây. Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; a)$ và $(b; c)$ ($a < b < c$). Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + \frac{c^2}{4}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Từ đồ thị và giả thiết, ta có bảng biến thiên của $y = f(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			0				0		

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ \nearrow $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ \searrow $f(1)$ \nearrow $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ \searrow $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$y' = \left((f(x))^2 \right)' = 2f(x) \cdot f'(x).$$

Ta có bảng xét dấu của $y' = \left((f(x))^2 \right)'$:

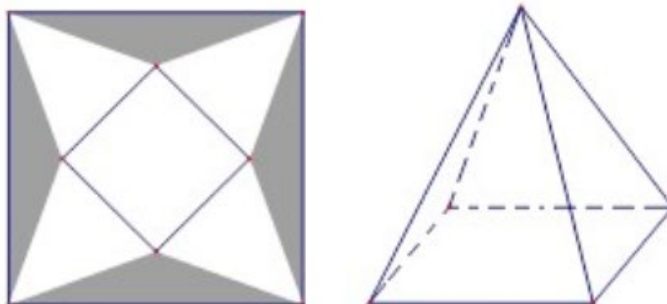
x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$		-	0	-		-	0	-	
$2f(x) \cdot f'(x)$		-		+		-		+	

Ta được hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

$$\text{Vậy } P = a^2 + b^2 + \frac{c^2}{4} = 4,25$$

Đáp án: 4,3

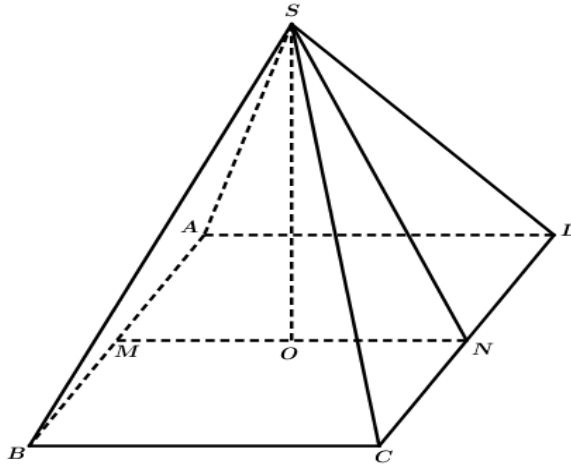
Câu 4: Một tấm bạt hình vuông cạnh $20m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Lời giải

ĐÁP ÁN: 80



Gọi cạnh đáy hình vuông của tháp là $x(m)$.

Độ dài đường chéo tấm bạt bằng $20\sqrt{2}(m)$.

Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Khi đó $MN = x(m)$, $SN = \frac{20\sqrt{2} - x}{2}(m)$ với $0 < x < 10\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình vuông, ta có

$$SO = \sqrt{SN^2 - ON^2} = \sqrt{\left(\frac{20\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}.$$

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{6}x^2\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}$.

$$\text{Ta có } V' = \frac{20x(80 - 5\sqrt{2}x)}{6\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}}$$

$$\Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow x = 8\sqrt{2} \text{ với } 0 < x < 10\sqrt{2}.$$

Xét bảng biến thiên:

x	0	$8\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$				

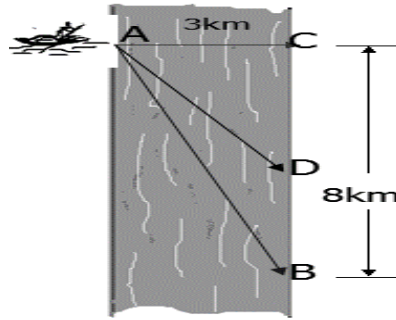
Vậy khi $x = 8\sqrt{2}$ thì thể tích khối chóp lớn nhất $V = \frac{256\sqrt{10}}{3}(m^3)$.

Diện tích phần bị cắt của tấm bạt:

$$S = S_{hv} - S_{ABCD} - 4 \cdot S_{\Delta SAB} = 20^2 - (8\sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{20\sqrt{2} - 8\sqrt{2}}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 80(m^2).$$

Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5 km/h, chạy 10 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ

của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất (làm tròn đến đơn vị: phút) để người đàn ông đến B . Tính t .



Lời giải

○ TH 1: Anh chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AC : $\frac{3}{5} = 0,6$ (giờ)

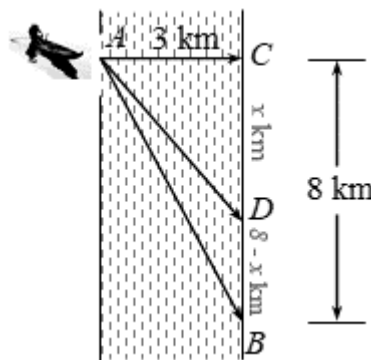
Thời gian chạy trên quãng đường CB : $\frac{8}{10} = 0,8$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $1,4$ (giờ) = 84 phút

○ TH 2: chèo trực tiếp trên quãng đường $AB = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}$

mất $\frac{\sqrt{73}}{5}$ (giờ) = 103 (phút)

○ TH 3:



Gọi x (km) là độ dài quãng đường $DC \Rightarrow 8 - x$ (km) là độ dài quãng đường BD .

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD = \sqrt{x^2 + 9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{5}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8-x}{10}$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{5} + \frac{8-x}{10}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{5} + \frac{8-x}{10}$ trên khoảng $(0; 8)$

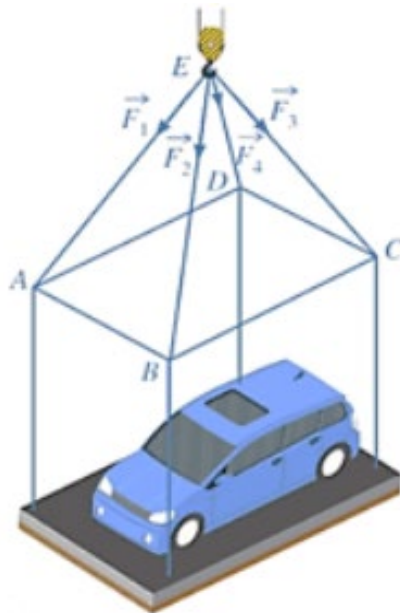
Ta có $f'(x) = \frac{x}{5\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{10}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 9} = 2x \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$

Dựa vào BBT ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $\frac{8+3\sqrt{3}}{10}$ (giờ) = 79

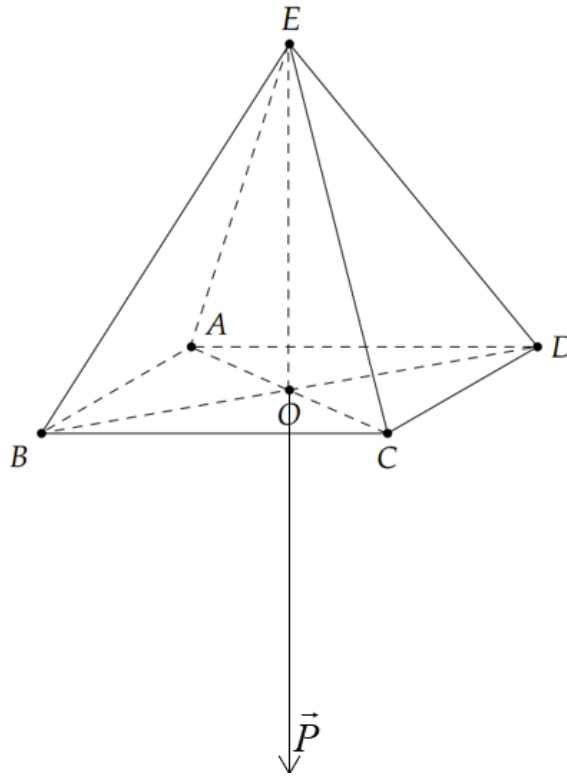
(phút)

Vậy khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là 79 phút.

Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N . Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có trọng lượng treo ô tô và khung sắt: $P = |\vec{P}| = |\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}| = 4|\vec{EO}| = 4EO$.

Trường hợp: EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° suy ra ΔEAC là tam giác đều $\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } P = 4 \cdot \frac{EA\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{3}}.$$

Trường hợp: giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° suy ra ΔEAC là tam giác vuông cân tại E .

$$\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } P = 4 \cdot \frac{EA\sqrt{2}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{2}}.$$

Ta lại có giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N.

$$\text{Suy ra } \frac{P}{2\sqrt{2}} - \frac{P}{2\sqrt{3}} = 725 \Leftrightarrow P = \frac{2900}{\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 11174,77.$$

Vậy $11174,77 - 1550 \approx 9624,77$

Đáp án: 9625.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 2

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

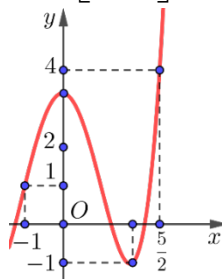
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-4		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** 0 **B.** 2 **C.** -4 **D.** 3

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



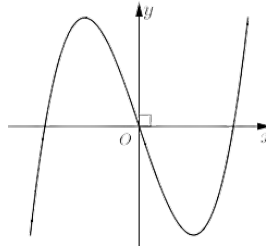
Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A.** $M = 4, m = 1$. **B.** $M = 4, m = -1$. **C.** $M = \frac{7}{2}, m = -1$. **D.** $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

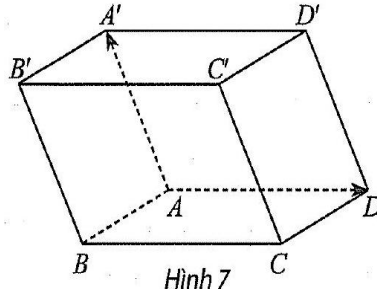
- A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Khi đó, $\overline{AA'} + \overline{AD}$ bằng

- A. $\overline{AD'}$. B. $\overline{AB'}$. C. $\overline{AC'}$. D. \overline{AC} .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vector \vec{a} bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{14}$. C. 2. D. 4.

Câu 7: Bảng dưới thống kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 10 gam. B. 12 gam. C. 2 gam. D. 20 gam.

Câu 8: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 21,01. B. 20,01. C. 22. D. 23.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(1;3)$. D. $(3;+\infty)$.

Câu 10: Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

- A. 72. B. 12. C. $-\frac{1}{192}$. D. $\frac{23}{2}$.

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $S = M + m$.

- A. $\frac{7}{3}$. B. 1. C. $\frac{10}{3}$. D. 4.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3,1,0)$; $B(2,1,-1)$; $C(x,y,-1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

- A. $(4;1+\sqrt{2};-1)$; $(4;1-\sqrt{2};-1)$. B. $(4;1;-1)$.
C. $(2;1;-1)$. D. $(2;-1;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau.

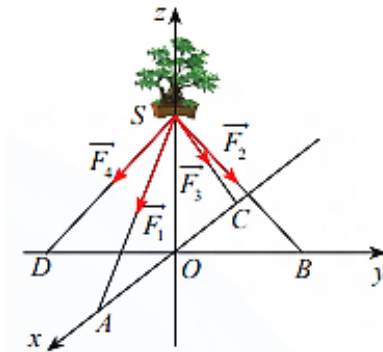
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	142		8		38	14

- a) **[NB]** Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 142.
b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(8;38)$.
c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{f(x)+14}$ không có tiệm cận đứng.
d) **[VD]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 - 3)$ là 8.

Câu 14: Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C) .

- a) **[NB]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = -1$.
b) **[TH]** Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
c) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.
d) **[VD, VDC]** Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$

Câu 15: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như (như hình 4 minh họa bên dưới) .



- a) **[NB]** Độ dài vector \vec{SA} là $30\sqrt{3}$.
b) **[TH]** Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
c) **[TH]** Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$.
d) **[VD, VDC]** Biết $\vec{F}_1 = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Câu 16. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250(km).
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17 .

c) [TH] Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .

d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

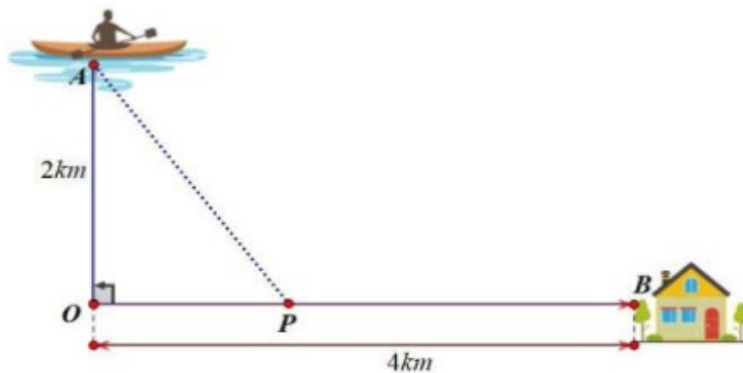
Câu 17: [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai véc tơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 60° . Số phần tử của S là bao nhiêu ?

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

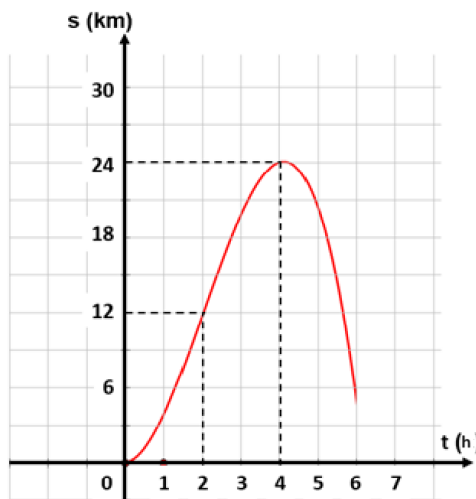
Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 20: [VD] Anh Tư đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông $2km$, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông (như hình vẽ minh họa bên dưới), B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là $4km$. Biết rằng anh Tư chèo thuyền với vận tốc $6km/h$ và chạy bộ trên bờ với vận tốc $10km/h$. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Tư đi từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



Câu 21: Thầy Toán tham dự giải “Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC” năm 2024.



Quãng đường thầy Toán đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình trên, (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của thầy Toán đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu (đơn vị km/h)?

Câu 22. Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà (như hình bên) cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây dầy mỗi sợi dài $60cm$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi

sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá $15N$, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 2

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

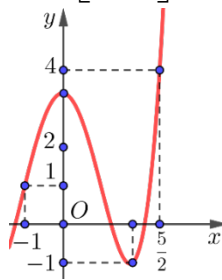
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-4		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** 0 **B.** 2 **C.** -4 **D.** 3

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



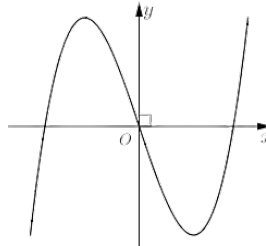
Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A.** $M = 4, m = 1$. **B.** $M = 4, m = -1$. **C.** $M = \frac{7}{2}, m = -1$. **D.** $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

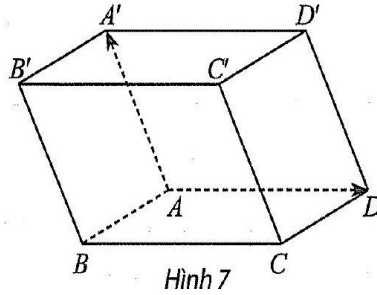
- A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD'}$. B. $\overrightarrow{AB'}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. \overrightarrow{AC} .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vectơ \vec{a} bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{14}$. C. 2. D. 4.

Câu 7: Bảng dưới thông kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 10 gam. B. 12 gam. C. 2 gam. D. 20 gam.

Câu 8: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 21,01. B. 20,01. C. 22. D. 23.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 10: Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

- A. 72. B. 12. C. $-\frac{1}{192}$. D. $\frac{23}{2}$.

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $S = M + m$.

- A. $\frac{7}{3}$. B. 1. C. $\frac{10}{3}$. D. 4.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3, 1, 0)$; $B(2, 1, -1)$; $C(x, y, -1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

- A. $(4; 1 + \sqrt{2}; -1)$; $(4; 1 - \sqrt{2}; -1)$. B. $(4; 1; -1)$.
C. $(2; 1; -1)$. D. $(2; -1; -1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau.

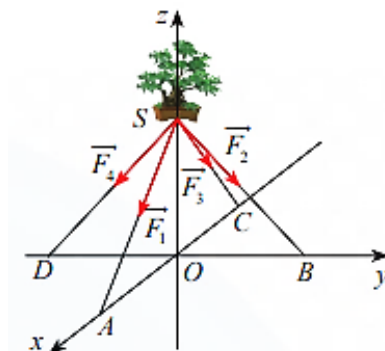
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	142		8		38		14

- a) **[NB]** Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 142.
 b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(8; 38)$.
 c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{f(x)+14}$ không có tiệm cận đứng.
 d) **[VD]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 - 3)$ là 8.

Câu 14: Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C) .

- a) **[NB]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = -1$.
 b) **[TH]** Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
 c) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.
 d) **[VD, VDC]** Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

Câu 15: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30; 0; 0), B(0; 30; 0), C(-30; 0; 0), D(0; -30; 0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như (như hình 4 minh họa bên dưới).



- a) **[NB]** Độ dài vector \vec{SA} là $30\sqrt{3}$.
 b) **[TH]** Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
 c) **[TH]** Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$.
 d) **[VD, VDC]** Biết $\vec{F}_1 = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Câu 16. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) [NB] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250(km).
 b) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
 c) [TH] Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
 d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

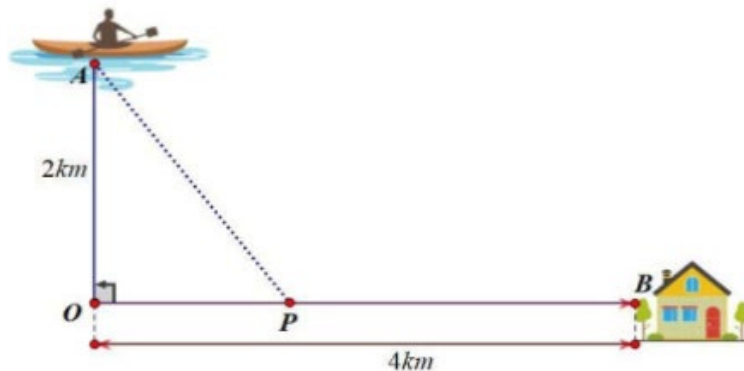
Câu 17: [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 60° . Số phần tử của S là bao nhiêu?

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

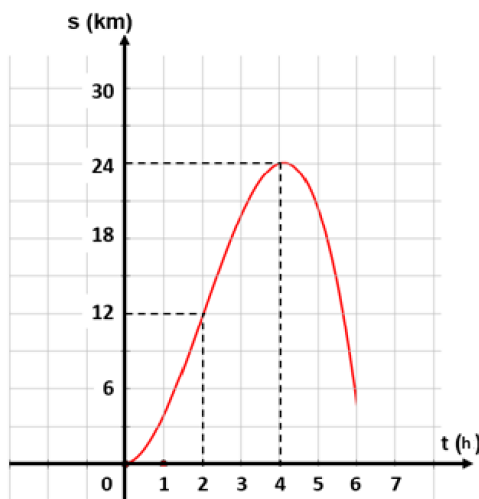
Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 20: [VD] Anh Tư đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông $2km$, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông (như hình vẽ minh họa bên dưới), B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là $4km$. Biết rằng anh Tư chèo thuyền với vận tốc $6km/h$ và chạy bộ trên bờ với vận tốc $10km/h$. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Tư đi từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



Câu 21: Thầy Toán tham dự giải “Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC” năm 2024.



Quãng đường thầy Toán đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình trên, (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của thầy Toán đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu (đơn vị km/h)?

Câu 22. Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà (như hình bên) cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây đay mỗi sợi dài $60cm$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá $15N$, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	A	B	A	A	C	A	C	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
 -Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5** điểm)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	1	2	1,79	40	9	3,82

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

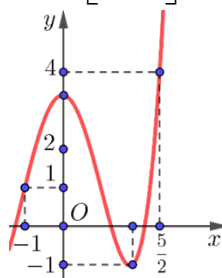
- A. 0 B. 2 C. -4 D. 3

Lời giải

Chọn C

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 3; y_{CT} = -4$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A. $M = 4, m = 1$. B. $M = 4, m = -1$. C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$. D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, $\max_{\left[-1, \frac{5}{2}\right]} f(x) = 4; \min_{\left[-1, \frac{5}{2}\right]} f(x) = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

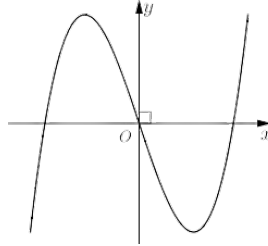
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



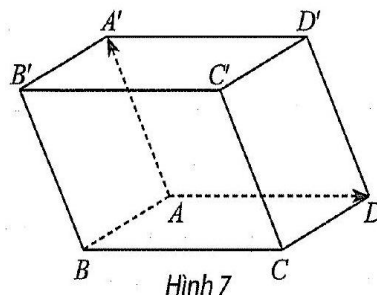
- A. $y = x^3 - 3x$.
- B. $y = -x^3 + 3x$.
- C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy, đồ thị này là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O, do đó $y = x^3 - 3x$ thỏa mãn.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Hình 7

Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD'}$.
- B. $\overrightarrow{AB'}$.
- C. $\overrightarrow{AC'}$.
- D. \overrightarrow{AC} .

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc cộng vector, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vector \vec{a} bằng

- A. $\sqrt{6}$.
- B. $\sqrt{14}$.
- C. 2.
- D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

Câu 7: Bảng dưới thống kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80; 82)$	$[82; 84)$	$[84; 86)$	$[86; 88)$	$[88; 90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 10 gam.
- B. 12 gam.
- C. 2 gam.
- D. 20 gam.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$ gam.

Câu 8: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.** 21,01. **B.** 20,01. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19
Tần số	4	8	13	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu là: $\bar{x} = \frac{1}{35} \cdot (3 \cdot 4 + 7 \cdot 8 + 11 \cdot 13 + 15 \cdot 6 + 19 \cdot 4) \approx 10,77$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{35} (4 \cdot 3^2 + 8 \cdot 7^2 + 13 \cdot 11^2 + 6 \cdot 15^2 + 4 \cdot 19^2) - 10,77^2 \approx 21,01.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 3)$.

Câu 10: Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

- A.** 72. **B.** 12. **C.** $-\frac{1}{192}$. **D.** $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $P = 12I - 0,5I^2$ với $I \geq 0$ có đạo hàm $P' = 12 - I$; $P' = 0 \Leftrightarrow I = 12$.

Bảng biến thiên:

I	0	12	$+\infty$	
$P'(I)$		+	0	-
$P(I)$		72		

Công suất tối đa của mạch điện là $72(W)$ đạt được khi cường độ dòng điện là $12(A)$.

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $\frac{7}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{10}{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Để thấy hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Ta có: $y(0) = 1; y(1) = \frac{7}{3}; y(3) = 1; y(4) = \frac{7}{3}$.

Vậy $\begin{cases} M = \max_{[0;4]} y = y(1) = y(4) = \frac{7}{3} \\ m = \min_{[0;4]} y = y(0) = y(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow S = M + m = \frac{7}{3} + 1 = \frac{10}{3}$.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3;1;0); B(2;1;-1); C(x;y;-1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

A. $(4;1+\sqrt{2};-1); (4;1-\sqrt{2};-1)$.

B. $(4;1;-1)$.

C. $(2;1;-1)$.

D. $(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$\overline{AB} = (-1;0;-1) \Rightarrow AB^2 = 2; \overline{AC} = (x-3;y-1;-1) \Rightarrow AC = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + 1}$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $\begin{cases} \overline{AB} \perp \overline{AC} \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \\ AC^2 = AB^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1(x-3) + 0(y-1) + 1 = 0 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $C(4;1;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	142				38		14

- a) **[NB]** Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 142.
- b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(8;38)$.
- c) **[TH]** Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{f(x)+14}$ không có tiệm cận đứng.
- d) **[VD]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 - 3)$ là 8.

Lời giải

- a) **Sai.** Hàm số chỉ đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại $y = 38$.
- b) **Sai.** Ta thấy $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$. Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
- c) **Đúng.**

Xét phương trình $f(x)+14=0 \Leftrightarrow f(x)=-14$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) \geq 8, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $f(x) = -14$ vô nghiệm.

Do đó, không tồn tại x_0 để $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x+2}{f(x)+14}$ có giá trị vô cực.

Nên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{f(x)+14}$ không có tiệm cận đứng.

d) **Đúng.**

Đặt $g(x) = f(x^2 - 3)$.

$$\text{Khi đó: } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -1 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}.$$

Ta có: $g(\pm\sqrt{2}) = f(2-3) = f(-1) = 8$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x^2 - 3) = 14$$

Suy ra bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	14				8				8				14

Dựa vào BBT ta có: $\min g(x) = 8$.

Câu 14: Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C).

- b) **[NB]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = -1$.

- b) **[TH]** Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
 c) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.
 d) **[VD, VDC]** Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) **Sai.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = +\infty$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = -\infty$$

Nên đồ thị hàm số trên không có tiệm cận ngang.

b) **Sai.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 4)) = 0$$

\Rightarrow Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x - 4$.

c) **Đúng.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. \quad y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}. \quad \text{Giải } y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-11	$+\infty$	1	$+\infty$	

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 $-\infty$ $-\infty$ 1 $+\infty$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$

d) **Sai.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. \quad y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}. \quad \text{Giải } y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

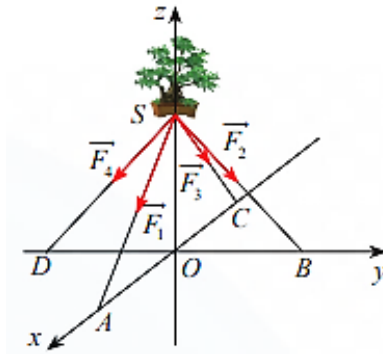
x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-11	$+\infty$	1	$+\infty$	

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 $-\infty$ $-\infty$ 1 $+\infty$

Từ BBT suy ra đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-4; -11), B(2; 1)$

$$\begin{aligned} \text{Vậy đường thẳng qua 2 điểm cực trị là } \frac{x-2}{2-(-4)} &= \frac{y-1}{1-(-11)} \Leftrightarrow \frac{x-2}{6} = \frac{y-1}{12} \\ &\Rightarrow 12x-24 = 6y-6 \Leftrightarrow y = 2x-3 \end{aligned}$$

Câu 15: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như (như hình 4 minh họa bên dưới) .



- a) **[NB]** Độ dài vector \vec{SA} là $30\sqrt{3}$.
- b) **[TH]** Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
- c) **[TH]** Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$.
- d) **[VD,VDC]** Biết $\vec{F}_1 = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Lời giải

Theo hình vẽ tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

$$\text{Ta có } \vec{SA} = (30; 0; -30), \vec{SB} = (0; 30; -30), \vec{SC} = (-30; 0; -30), \vec{SD} = (0; -30; -30),$$

a) **(Sai)**. Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{3}$.

b) **(Đúng)**. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

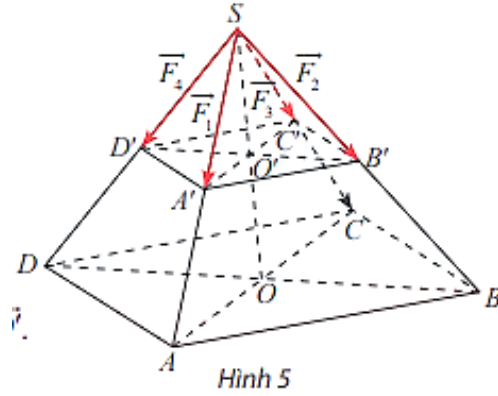
c) **(Đúng)**. Các vector $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

d) **(Sai)**. Gọi \vec{F} là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Ta có:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} = 4\vec{SO'}$$

Ta có $|\vec{F}| = 80$, suy ra $|\vec{SO'}| = SO' = 20$.



Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO'\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = \frac{2}{3}SA$,

suy ra $\vec{F}_1 = \overrightarrow{SA'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20)$ nên $a + b - c = 40$.

Câu 16. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) [NB] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
 b) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17 .
 c) [TH] Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .
 d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

b) **Đúng.** Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; \dots; x_5 \in [50;100)$, $x_6; \dots; x_{15} \in [100;150)$, $x_{16}; \dots; x_{24} \in [150;200)$, $x_{25}; \dots; x_{28} \in [200;250)$, $x_{29}; x_{30} \in 250;300)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100;150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10}(150 - 100) = 112,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150;200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3.30}{4} - (5+10)}{9}(200 - 150) = \frac{575}{3}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17.$$

c) Sai. Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155$

d) Đúng. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 60° . Số phần tử của S là bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1.1 + 1.0 - 2.m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6(1+m)^2}}$$

Theo giả thiết cho ta được:

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1 - 2m}{\sqrt{6(1+m)^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 4m = \sqrt{6(1+m)^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4m \geq 0 \\ 6(1+m)^2 = (2 - 4m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m = \frac{7 + 3\sqrt{6}}{5} \Leftrightarrow m = \frac{7 - 3\sqrt{6}}{5} \\ m = \frac{7 - 3\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn.

Đáp án: 1

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \\ \overline{BM} \cdot \overline{CM} = 0 \\ \overline{CM} \cdot \overline{AM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases}$$

Vậy $M(0;0;0), M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Đáp án: 2

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}, D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{x^2 + 4x - 9}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{13} \\ x = -2 - \sqrt{13} \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -2 - \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 - 2\sqrt{13} \Rightarrow A(-2 - \sqrt{13}; -4 - 2\sqrt{13}).$$

$$\text{Với } x = -2 + \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 + 2\sqrt{13} \Rightarrow B(-2 + \sqrt{13}; -4 + 2\sqrt{13}).$$

Ta có bảng biến thiên

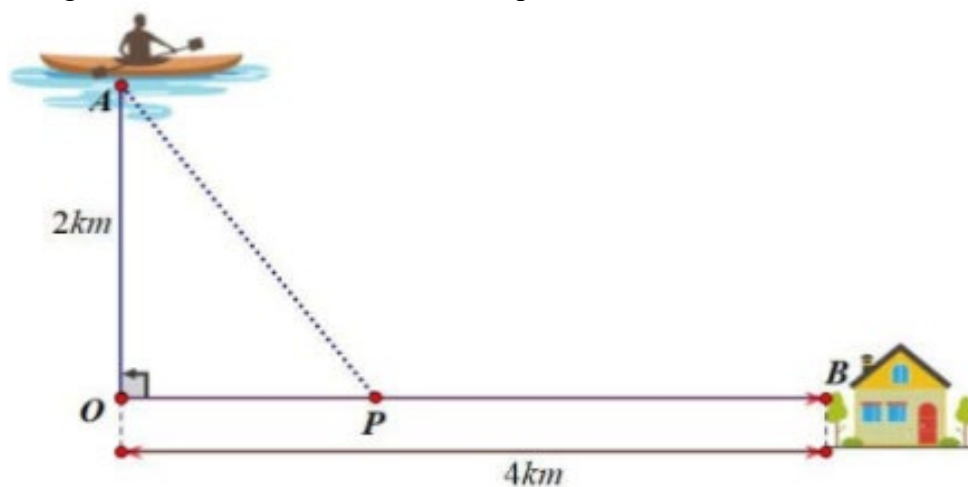
x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{13}$	-2	$-2 + \sqrt{13}$	$+\infty$		
y'	+	0	-	-	0	+	
y	$-\infty$	CĐ		$+\infty$	CT		$+\infty$

Suy ra: A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số, khi đó

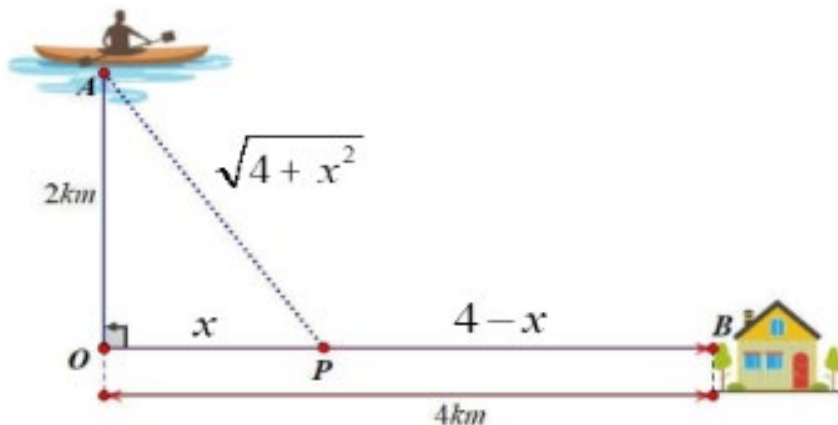
$$\Delta \equiv AB : y = 2x - 4 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$$

$$\text{Vậy } d_{(O, \Delta)} = \frac{4}{\sqrt{5}} \approx 1.79.$$

Câu 20: [VD] Anh Tư đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2km, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông (như hình vẽ minh họa bên dưới), B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4km. Biết rằng anh Tư chèo thuyền với vận tốc 6km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Tư đi từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



Lời giải



Đặt $OP = x (0 < x < 4) \Rightarrow BP = 4 - x; AP = \sqrt{4 + x^2}$

Khoảng thời gian để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t = t_{AP} + t_{PB} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{6} + \frac{4-x}{10} (h) \Rightarrow t' = \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10}$$

$$t' = 0 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{4+x^2} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ 4x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

BBT:

x	0	$\frac{3}{2}$	4	
$t'(x)$		-	0	+
$t(x)$				

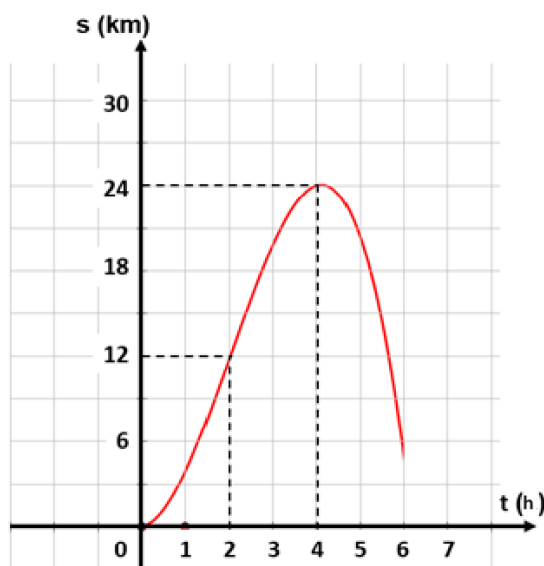
$\frac{2}{3}$

Từ BBT suy ra khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{\min} = \frac{2}{3} (h) = \frac{2}{3} \cdot 60 (phút) = 40 (phút)$$

Đáp án: 40

Câu 21: Thầy Toán tham dự giải “Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC” năm 2024.



Quãng đường thầy Toán đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình trên, (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của thầy Toán đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu (đơn vị km/h)?

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm: $O(0;0), A(2;12), B(4;24)$ và nhận $B(4;24)$ làm 1 điểm cực trị.

Ta có: $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \Rightarrow s'(t) = 3at^2 + 2bt + c$

$$\text{Khi đó ta có hệ sau: } \begin{cases} s(0) = 0 \\ s(2) = 12 \\ s(4) = 24 \\ s'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 12 \\ 64a + 16b + 4c + d = 24 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{9}{2} \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

Nên: $s(t) = -\frac{3}{4}t^3 + \frac{9}{2}t^2 \Rightarrow v(t) = s'(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$.

Thầy Toán dừng đi bộ khi: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{4}t^2 + 9t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ trên $[0;4]$.

Ta có: $v'(t) = -\frac{9}{2}t + 9 \Rightarrow v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Khi đó: $v(0) = 0, v(2) = 9, v(4) = 0$

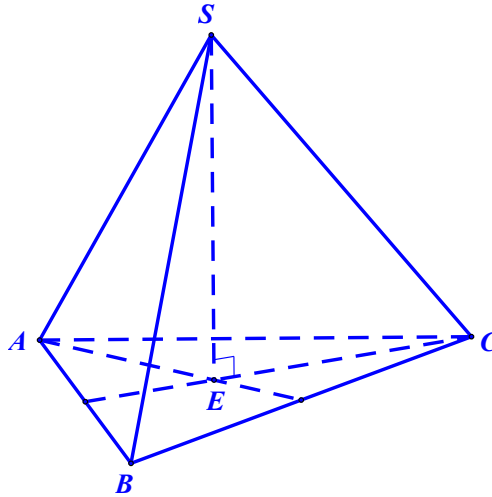
Vậy vận tốc lớn nhất mà thầy Toán đạt được là $9(km/h)$ tại thời điểm $t = 2(h)$.

Đáp án: 9

Câu 22. Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà (như hình bên) cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây đay mỗi sợi dài $60cm$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá $15N$, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là



Lời giải



Ta thấy đầu dây và các điểm tiếp xúc tạo thành một hình chóp tam giác đều $S.ABC$ (hình bên), có đáy là một tam giác đều cạnh a .

Gọi E là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow AE = r = 20 \Rightarrow \sin \widehat{ASE} = \frac{AE}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \widehat{ASE} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (vì góc \widehat{ASE} nhọn).

$$\text{Do } F_{SE} = F_{SA} \cdot \cos \widehat{ASE} \Rightarrow F_{SE} \leq 15 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Mặt khác } \vec{F}_{SA} + \vec{F}_{SB} + \vec{F}_{SC} = 3\vec{F}_{SE} \Rightarrow P = 3F_{SE} \leq 3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

Khi đó, trọng lượng của các chậu hoa không được vượt quá $30\sqrt{2} - 5 \approx 37,43$

Vậy khối lượng ổi đa của chậu hoa là $m \leq 3,82$.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1 – ĐỀ 3

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

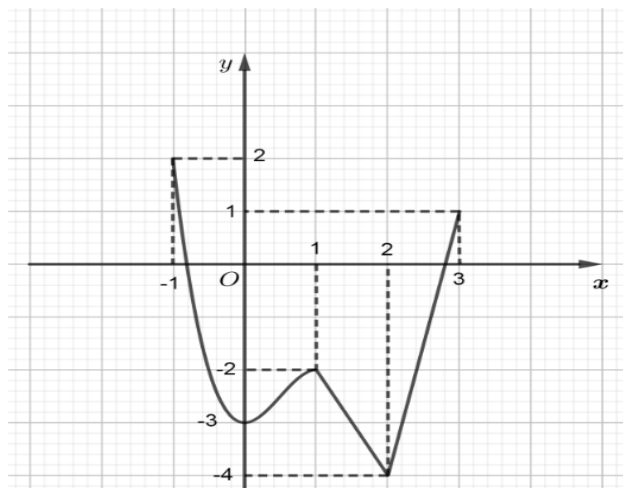
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		+	0	-	+
y	$-\infty$	↗	↘	↘	↗
		0	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; -1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là

- A. 2. B. -6. C. -5. D. -2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	↗	
	-1	1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

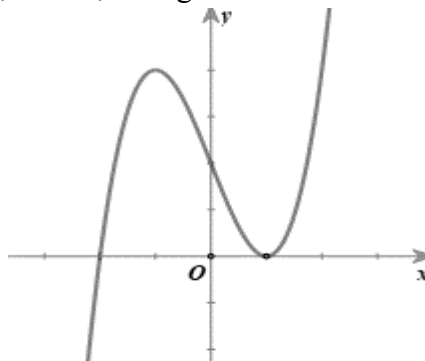
A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 4. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$

B. $y = x^2 + 1$

C. $y = x^3 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 5. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ ngược cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a}\vec{b} = 0$.

C. $\vec{a}\vec{b} = -1$.

D. $\vec{a}\vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

A. $(1;2;3)$.

B. $(-1;-2;3)$.

C. $(3;5;1)$.

D. $(3;4;1)$.

Câu 7. Giả sử kết quả khảo sát khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Hãy tìm khoảng biến thiên mẫu số liệu ghép nhóm khu vực A?

A. 15.

B. 12.

C. 5,17.

D. 3.

Câu 8. : Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

A. $s_x = 161,4$

B. $s_x = 3,85$.

C. $s_x = 8,2$

D. $s_x = 14,48$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$.

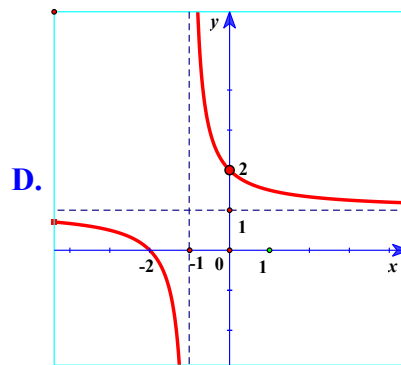
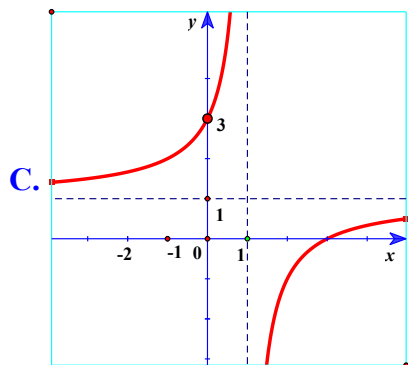
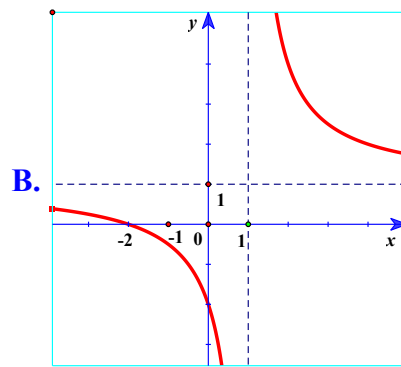
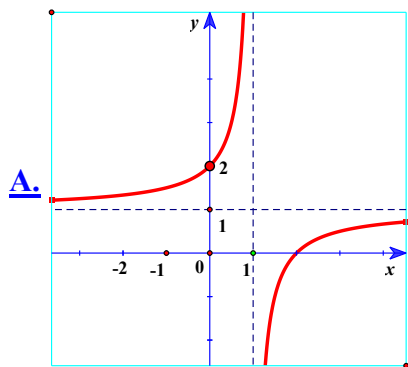
A. Cực tiểu của hàm số bằng -3

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1

C. Cực tiểu của hàm số bằng 2

D. Cực tiểu của hàm số bằng -6

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Câu 11. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t \geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

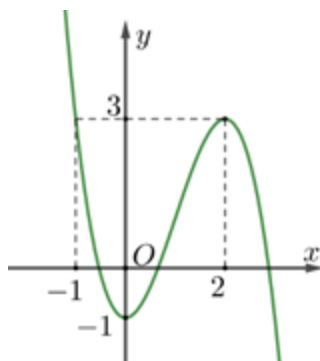
- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-4; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$, trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. **C.** $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
D. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
c) Phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm. d) Phương trình $f(f(x)) = 4$ có sáu nghiệm.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ (C) với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y			$+\infty$		

a) **[NB]** Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

b) **[TH]** $\max_{x \in [4; 10]} y = f(10)$

c) **[TH]** $a + b = -3$.

d) **[VD]** Có 2 giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm A, B mà $AB = \sqrt{10}$.

Câu 15. Một máy bay xuất phát từ mặt đất (góc toạ độ) theo phương, vận tốc không đổi và tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Ra đa phát hiện máy bay đi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. (Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị, Đơn vị đo là km).

- Quãng đường di chuyển của máy bay từ A đến B bằng 149 km
- Độ cao của máy bay tại vị trí A bằng 943 km
- Sau 10 phút tiếp theo máy bay sẽ đạt độ cao lớn nhất. Khi đó độ cao lớn nhất bằng 620 km
- Toạ độ của máy bay sau 15 phút quan sát của Ra đa bằng $(1010; 575; 8,5)$

Câu 16. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

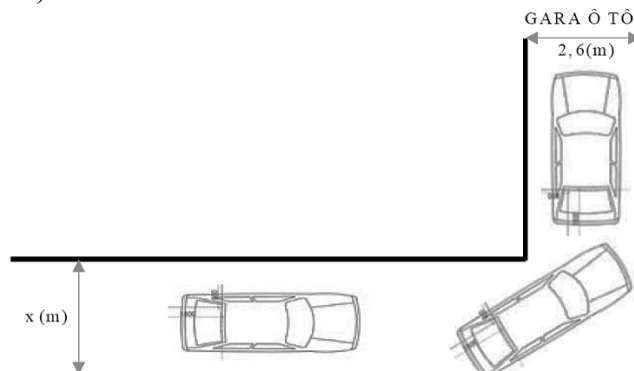
d) **[VD]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2), B(3; 1; -1), C(2; 2; 0)$. Điểm M có toạ độ $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|3\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $P = 3a - 2b + c$ bằng:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;1)$, $B(1;-2;3)$. Biết điểm $M(x;0;z)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxz) sao cho $MA+MB$ ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=3z-x^2$.

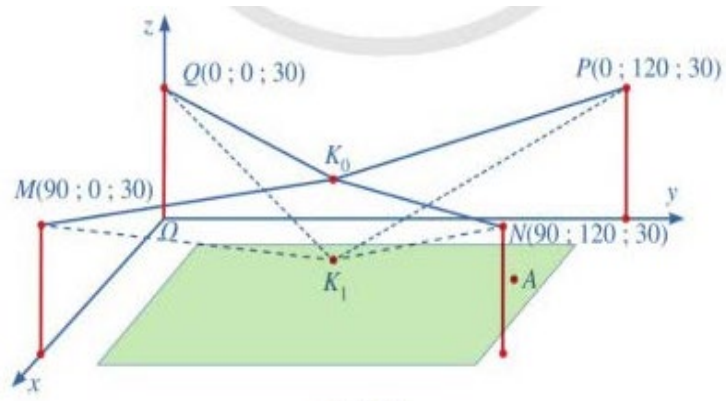
Câu 19: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA Ô TÔ nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ô tô là $5\text{m} \times 1,9\text{m}$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 (m), chiều rộng 1,9 (m). Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu để ô tô có thể đi vào GARA được? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 20: Một công ty sản xuất bồn chứa nước hình trụ loại 2000l kín hai đáy bằng inox. Biết rằng đơn giá của vật liệu làm hai mặt đáy bằng đơn giá của vật liệu để làm mặt xung quanh của bồn (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Để chi phí nhỏ nhất thì bán kính đáy của bồn là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -mx + 1$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) ?

Câu 22: Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kỹ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$ (Hình 34). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Hình 34

Biết rằng vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là $(a; b; c); a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ĐA	C	D	D	D	D	A	A	B	C	A	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
Đ	Đ	Đ	Đ
S	S	S	Đ
Đ	S	S	S
Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4	9	3,7	0,68	-14	-6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$				
y'		+	0	-	-	0	+		
y	$-\infty$		0		$+\infty$		2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

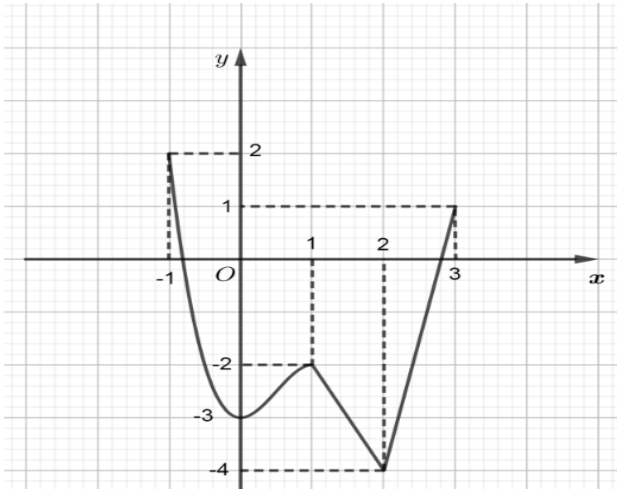
- A. $(-3; -1)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là

A. 2.

B. -6.

C. -5.

D. -2.

Lời giải

D

Chọn Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} m = \min_{[-1;3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = -2$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$		

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

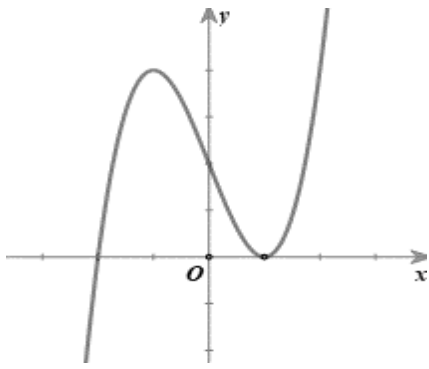
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ là TCN.

Vậy đồ thị hàm số có 2 TCN.

Câu 4. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$

B. $y = x^2 + 1$

C. $y = x^3 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 5. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ ngược cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn D

Do \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ ngược hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ \rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

A. $(1;2;3)$.

B. $(-1;-2;3)$.

C. $(3;5;1)$.

D. $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.

Câu 7. Giả sử kết quả khảo sát khu vực A về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Hãy tìm khoảng biến thiên mẫu số liệu ghép nhóm khu vực A

A. 15.

B. 12.

C. 5,17.

D. 3.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là:

$$R = 34 - 19 = 15.$$

Câu 8. : Đo chiều cao (tính bằng cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

A. $s_x = 161,4$

B. $s_x = 3,85.$

C. $s_x = 8,2$

D. $s_x = 14,48$

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500}(152.25 + 156.50 + 160.200 + 164.175 + 168.50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s_x^2 = f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2$$
$$= \frac{1}{500} [25(152 - 161,4)^2 + 50(156 - 161,4)^2 + 200(160 - 161,4)^2 + 175(164 - 161,4)^2 + 50(168 - 161,4)^2] = 14,48$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn: } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{14,48} = 3,85$$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$.

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1

C. Cực tiểu của hàm số bằng 2

D. Cực tiểu của hàm số bằng -6

Lời giải

Chọn C

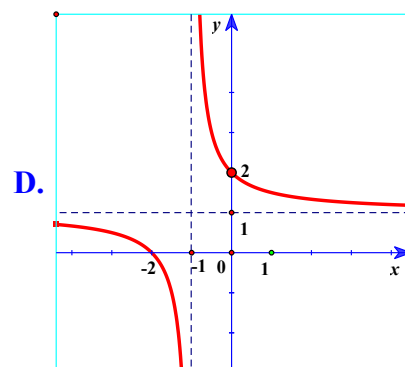
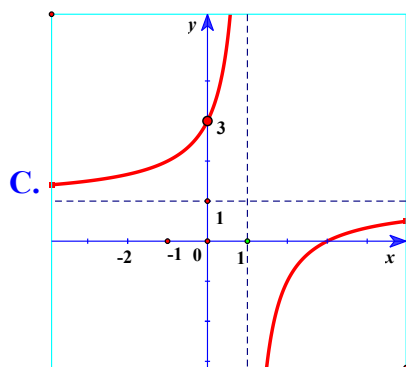
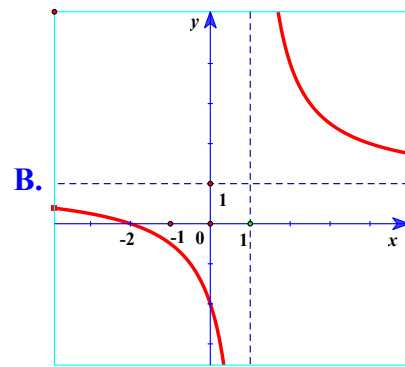
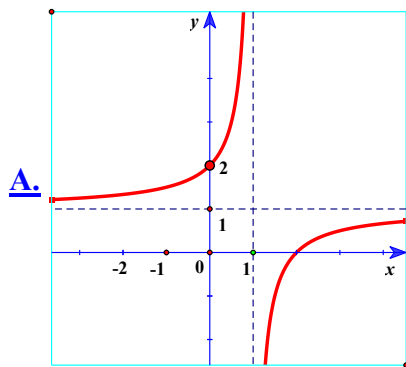
$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Lập BBT

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		-6				2		$+\infty$

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Lời giải

Chọn A

Câu 11. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t \geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-4; +\infty)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vận tốc của chuyển động tại thời điểm t bằng đạo hàm cấp một của phương trình chuyển động tại thời điểm t .

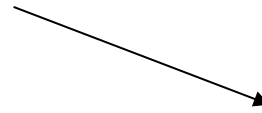

$$v(t) = S'(t) = \left(\frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2 \right)' = t^2 - 6t + 5$$

Xét hàm $v(t) = t^2 - 6t + 5$ với $t \geq 0$

$$v'(t) = 2t - 6$$

$$2t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

Bảng biến thiên:

t	0 3 $+\infty$
$v'(t)$	- 0 +
$v(t)$	5 $+\infty$   -4

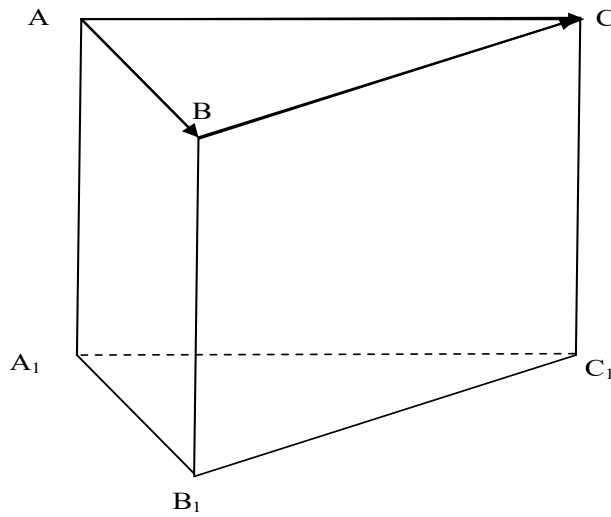
Từ bảng biến thiên ta có trong khoảng thời gian $(3; +\infty)$ thì vận tốc của vật tăng

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$, trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn C.

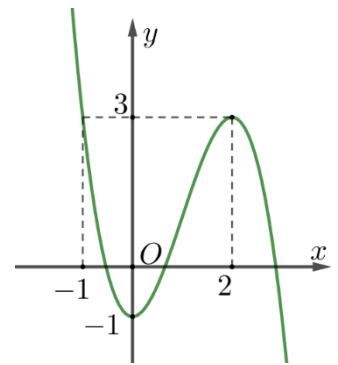


+ Dễ thấy: $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} + \vec{d} - \vec{c} = \vec{0}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
- c) Phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm.
- d) Phương trình $f(f(x)) = 4$ có sáu nghiệm.



Lời giải

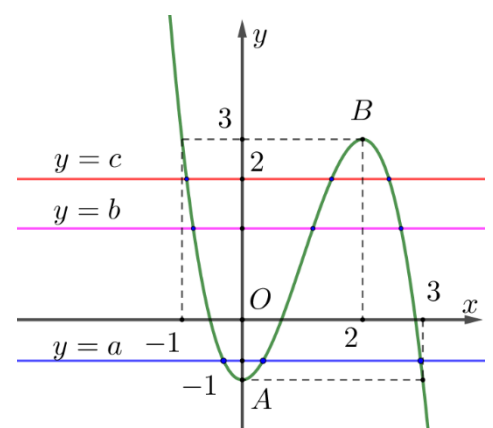
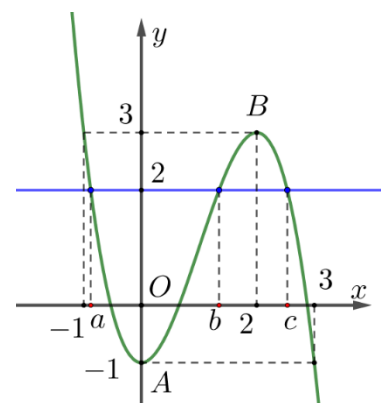
GVSB: Cao Minh Khương; **GVPB1:** Đỗ Thị Hoàng Linh

- a) Chọn Đúng.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Chọn Sai.
Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
- c) Chọn Đúng.
Từ đồ thị ta có

$$f(x) = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = a \in (-1; 0) \\ x = b \in (0; 2) \\ x = c \in (2; 3) \end{cases}$$
 Phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm.
- d) Phương trình $f(f(x)) = 2$ có sáu nghiệm.

$$f(f(x)) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = a \in (-1; 0) \\ f(x) = b \in (0; 2) \\ f(x) = c \in (2; 3) \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = a \in (-1; 0)$ có ba nghiệm



Phương trình $f(x) = b \in (0; 2)$ có ba nghiệm

Phương trình $f(x) = c \in (2; 3)$ có ba nghiệm

Phương trình $f(f(x)) = 2$ có chín nghiệm.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ (C) với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2		$+\infty$		2

a) **[NB]** Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

b) **[TH]** $\max_{x \in [4; 10]} y = f(10)$

c) **[TH]** $a + b = -3$.

d) **[VD]** Có 2 giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm A, B mà $AB = \sqrt{10}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

b) Do hàm số nghịch biến trên $[4; 10]$ nên $\max_{x \in [4; 10]} y = f(4)$.

c) Dựa vào BBT, đồ thị hàm số đã cho có:

$$\text{Tiệm cận đứng } x = -b = 1 \Rightarrow b = -1.$$

$$\text{Tiệm cận ngang } y = a = 2$$

$$\text{Suy ra } a + b = 1$$

d) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C):

$$\frac{2x-1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (m-1)x + m-1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại 2 điểm A, B phân biệt khi phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} \Delta = (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 > 0 \\ 1 \neq 0, \forall m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$$

Khi đó $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$ và $x_1 + x_2 = m - 1; x_1 \cdot x_2 = m - 1$

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 10 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 5 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-1) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -1 \\ m-1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $m = 0$ hay $m = 6$.

Câu 15. Một máy bay xuất phát từ mặt đất (góc toạ độ) theo phương, vận tốc không đổi và tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Ra đa phát hiện máy bay đi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. (Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị, Đơn vị đo là km).

- Quãng đường di chuyển của máy bay từ A đến B bằng 149 km
- Độ cao của máy bay tại vị trí A bằng 943 km
- Sau 10 phút tiếp theo máy bay sẽ đạt độ cao lớn nhất. Khi đó độ cao lớn nhất bằng 620 km
- Toạ độ của máy bay sau 15 phút quan sát của Ra đa bằng $(1010; 575; 8,5)$

Đáp án:



a) $|\overline{AB}| = 149$ (km) (Đúng)

b) Độ cao tại vị trí A là $h = OA \cdot \sin 30^\circ = 472$ (km) (sai)

c) Giả sử 10 phút tiếp theo máy bay tới vị trí D .

Ta có $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $AD = 2AB = 298$ (km), $OD = OA + AD = 1241$ (km)

Độ cao tại vị trí D là $h = OD \cdot \sin 30^\circ = 621$ (km) (sai)

d) Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 15 phút quan sát của Ra đa. Vì hướng của máy bay không đổi nên \overline{AB} và \overline{BC} cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{8-7}{2} \right) = (70; 25; 0,5).$$

$$\text{Mặt khác, } \overline{BC} = (x-940; y-550; z-8) \text{ nên } \begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 0,5. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ và vì vậy } C(1010; 575; 8,5).$$

Vậy toạ độ của máy bay sau 15 phút quan sát là $(1010; 575; 8,5)$. (Đúng)

Câu 16. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
 b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
 c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.
 d) **[VD]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

b) Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; \dots; x_5 \in [50; 100)$, $x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150)$, $x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200)$,

$x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250)$, $x_{29}; x_{30} \in [250; 300)$.

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 75 + 10 \times 125 + 9 \times 175 + 4 \times 225 + 2 \times 275}{30} = 155.$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5 \times 75^2 + 10 \times 125^2 + 9 \times 175^2 + 4 \times 225^2 + 2 \times 275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$.

d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2), B(3; 1; -1), C(2; 2; 0)$. Điểm M có tọa độ $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|3\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $P = 3a - 2b + c$ bằng:

ĐÁP ÁN: 4

Gọi I là điểm thỏa mãn: $3\overline{IA} + 2\overline{IB} - \overline{IC} = \vec{0}$ khi đó

$$3(\overline{OA} - \overline{OI}) + 2(\overline{OB} - \overline{OI}) - (\overline{OC} - \overline{OI}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{OI} = \frac{3\overline{OA} + 2\overline{OB} - \overline{OC}}{4} \Rightarrow I\left(\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}; 1\right)$$

$$|3\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}| = |3\overline{IA} + 2\overline{IB} - \overline{IC} + 4\overline{MI}| = 4MI$$

Do đó $|3\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) .

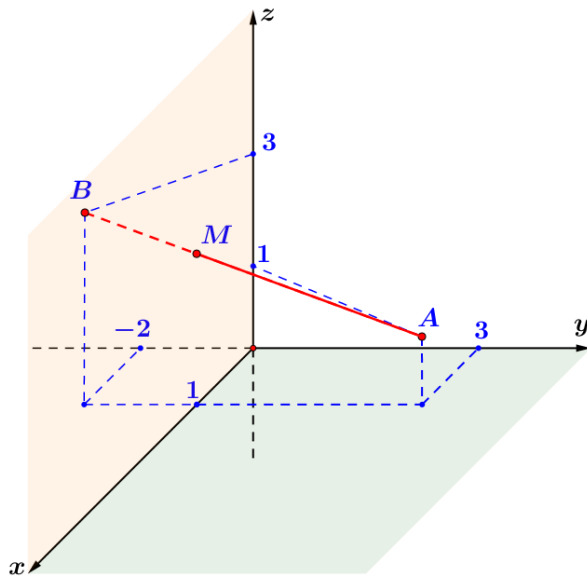
Suy ra $M\left(0; -\frac{3}{2}; 1\right)$. Vậy $P = 3 \cdot 0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = 4$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 1), B(1; -2; 3)$. Biết điểm $M(x; 0; z)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxz) sao cho $MA + MB$ ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $P = 3z - x^2$.

Đáp án: 9.

Lời giải

Nhận xét: Hai điểm A, B nằm về hai phía đối với mặt phẳng tọa độ (Oxz) .



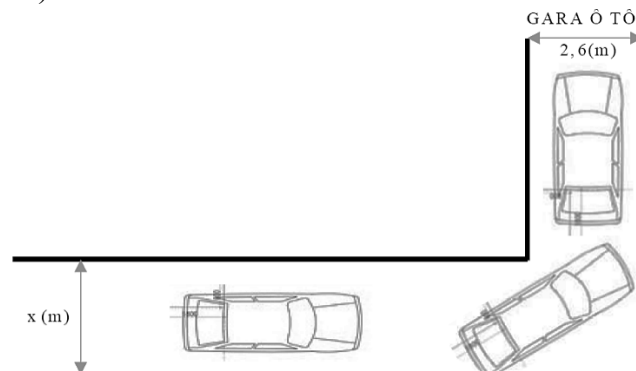
Do vậy với $M \in (Oxz)$, để $MA+MB$ ngắn nhất thì A, B, M thẳng hàng.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$ cùng hướng.

$$\overrightarrow{AB} = (0; -5; 2); \quad \overrightarrow{AM} = (x-2; -3; z-1).$$

Từ đó ta có:
$$\begin{cases} x-2=0 \\ \frac{z-1}{2} = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ z = \frac{13}{3} \end{cases} . \text{ Vậy } P = 3z - x^2 = 3 \cdot \frac{13}{3} - 2^2 = 9 .$$

Câu 19: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA Ô TÔ nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ô tô là $5\text{m} \times 1,9\text{m}$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 (m), chiều rộng 1,9 (m). Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu để ô tô có thể đi vào GARA được? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)





Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó $M(-2,6; x)$.

Gọi $B(-a; 0)$ suy ra $A(0; \sqrt{25-a^2})$. Phương trình $AB: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 = 0$.

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình $CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - T = 0$.

Mà khoảng cách giữa AB và CD bằng 1,9 m nên

$$\frac{|T-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Rightarrow T = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M, O nằm khác phía đối với bờ là đường thẳng CD .

$$\text{Suy ra: } \frac{-2,6}{-a} + \frac{x}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-a^2}}{a}$$

Để cho nhanh, chúng ta dùng chức năng **TABLE** trong máy tính:

$$f(X) = \sqrt{25-X^2} + \frac{9,5}{X} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-X^2}}{X} \text{ với STEP} = \frac{5}{29}; \text{ START} = 0; \text{ END} = 5.$$

Thấy giá trị lớn nhất của $f(X) = \sqrt{25-X^2} + \frac{9,5}{X} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-X^2}}{X}$ xấp xỉ 3,698.

Vậy chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên gần nhất với giá trị $x = 3,7$ (m)

Câu 20: Một công ty sản xuất bồn chứa nước hình trụ loại 2000l kín hai đáy bằng inox. Biết rằng đơn giá của vật liệu làm hai mặt đáy bằng đơn giá của vật liệu để làm mặt xung quanh của bồn (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Để chi phí nhỏ nhất thì bán kính đáy của bồn là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm)

ĐÁP ÁN: 0,68

Đôi 2000l = 2m³

Gọi r (m) là bán kính đáy của hình trụ, h (m) là chiều cao của hình trụ.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.

Do thể tích của hình trụ là 2m^3 nên ta có: $V = \pi r^2 h = 2$, hay $h = \frac{2}{\pi r^2}$.

Do đó, diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi r^2 + \frac{4}{r}, r > 0$.

Ta cần tìm r sao cho S đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có:

$$S' = 4\pi r - \frac{4}{r^2} = \frac{4\pi r^3 - 4}{r^2}; S' = 0 \Leftrightarrow \pi r^3 = 1 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$$

Bảng biến thiên:

r	0	$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$	$+\infty$
$S'(r)$		0	
		-	+
$S(r)$	$+\infty$		$+\infty$

$S\left(\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}\right)$

Vậy cần sản xuất các hộp đựng hình trụ có bán kính đáy $r = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}} \approx 0,68(m)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -mx + 1$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) ?

Đáp án: -14.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2} = -mx + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = (-mx + 1)(x + 2) \quad (\text{với } x \neq -2)$$

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 + (2m+1)x + 1 = 0 \quad (*)$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 < -2 < x_2$.

Khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, theo định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m+1}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{1}{m+1} \end{cases}$$

Do vậy, phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < -2 < x_2$ thì

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ (x_1+2)(x_2+2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ (2m+1)^2 - 4(m+1) = 4m^2 - 3 > 0 \\ x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \end{cases}$$

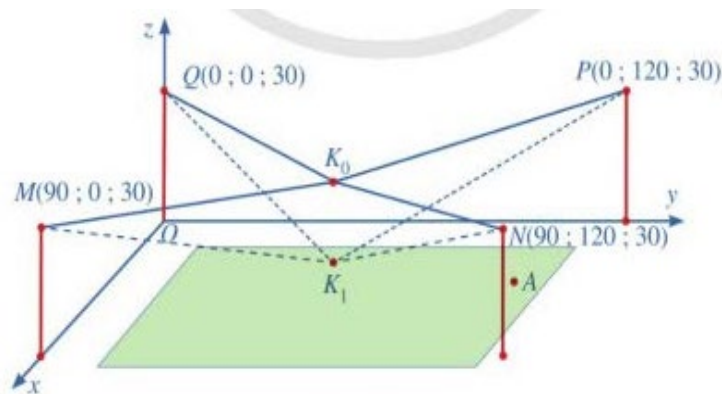
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{m+1} + 2\left(-\frac{2m+1}{m+1}\right) + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3}{m+1} < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1$$

Kết hợp với điều kiện $m \in [-5; 5]$, ta suy ra: $m \in \{-5; -4; -3; -2\}$

Vậy theo yêu cầu đề bài, ta được: $-5 + (-4) + (-3) + (-2) = -14$.

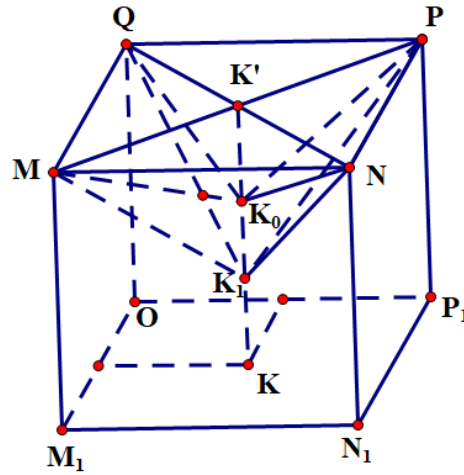
Câu 22: Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90; 0; 30)$, $N(90; 120; 30)$, $P(0; 120; 30)$, $Q(0; 0; 30)$ (Hình 34). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Hình 34

Biết rằng vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là $(a; b; c)$; $a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu

Lời giải



Gọi M_1, N_1, P_1, K lần lượt là hình chiếu của M, N, P, K_0 lên mặt phẳng (Oxy) .

Ta thấy $MNPQ.M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật. Gọi K' là giao hai đường chéo MP và NQ .

Khi đó $K'Q = K'P = K'N = K'M$. Vì $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm K_0 xuống điểm K_1 nên các điểm K', K_0, K_1, K thẳng hàng.

Khi đó, các điểm K', K_0, K_1, K có hoành độ và tung độ bằng nhau.

Theo bài ra, cao độ của K_0 và K_1 lần lượt là 25 và 19. Giả sử $K_0(x; y; 25)$ và $K_1(x; y; 19)$.

Ta có $MNPQ.M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật nên $K'K = OQ$, suy ra cao độ của K' bằng 30.

Do đó, $K'(x; y; 30)$.

Ta có $\overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OK'} = 30\vec{k} - (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) = -x\vec{i} - y\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{K'Q} = (-x; -y; 0)$.

$\overrightarrow{NK'} = \overrightarrow{OK'} - \overrightarrow{ON} = (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) - (90\vec{i} + 120\vec{j} + 30\vec{k}) = (x-90)\vec{i} + (y-120)\vec{j}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{NK'} = (x-90; y-120; 0)$.

Vì K' là giao hai đường chéo của hình chữ nhật $MNPQ$ nên K' là trung điểm của NQ .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{NK'} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = x - 90 \\ -y = y - 120 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 60 \end{cases}.$$

Do vậy, $K_0(45; 60; 25); K_1(45; 60; 19)$ nên ta có

$\overrightarrow{K_0K_1} = \overrightarrow{OK_1} - \overrightarrow{OK_0} = (45\vec{i} + 60\vec{j} + 19\vec{k}) - (45\vec{i} + 60\vec{j} + 25\vec{k}) = -6\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6)$.

Do đó, $a + b + c = -6$.

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 4

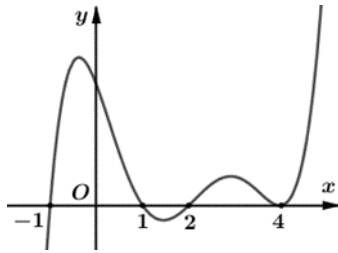
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 5]$, có bảng biến thiên

x	-4	-2	4	5	
y'	+	0	-	0	+
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$	$-\frac{62}{3}$	$-\frac{52}{3}$	

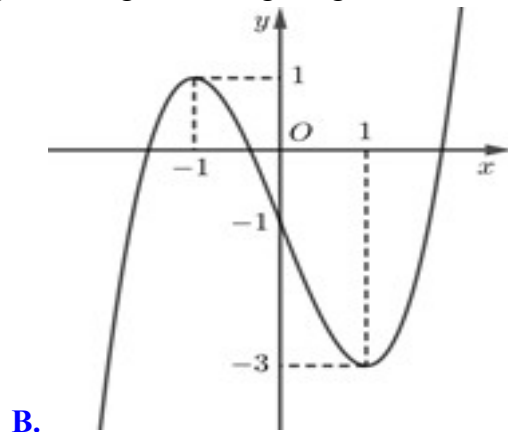
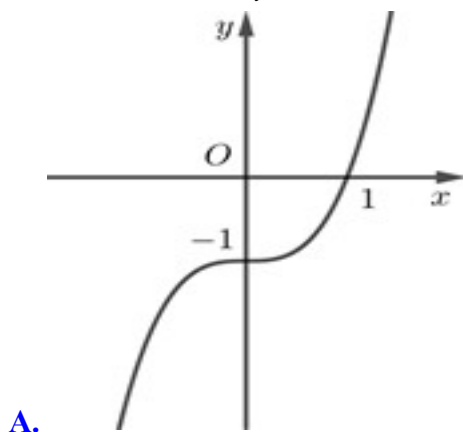
Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-4; 5]$. Tính $M + N$?

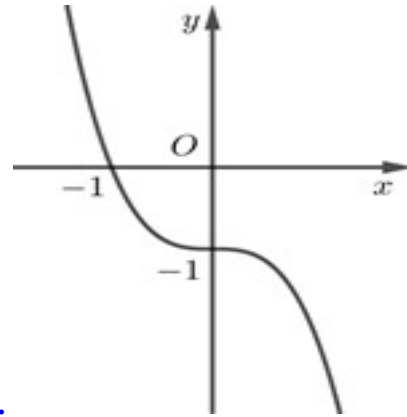
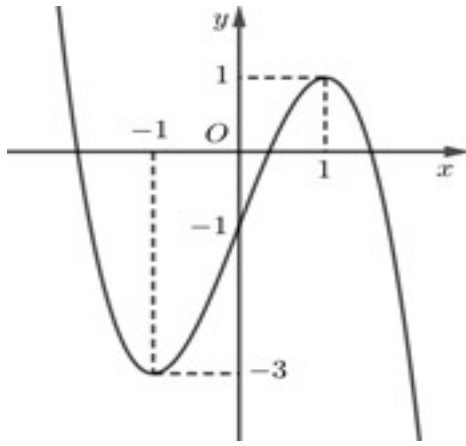
- A. $-\frac{16}{3}$. B. $-\frac{50}{3}$. C. 2. D. -20.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ là đường cong nào trong các đường cong sau ?





C.

D.

Câu 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \vec{SA} - \vec{SC}$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OC} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm C trên trục Ox .

A. $(2; -1; 0)$.

B. $(2; 0; -1)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -1; 0)$.

Câu 7: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 20.

B. 15.

C. 16.

D. 4.

Câu 8: Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng

A. $s^2 = \sqrt{3}$.

B. $s^2 = 3$.

C. $s^2 = 9$.

D. $s^2 = 6$.

Câu 9: Trong các hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-3}$; $y = \frac{-x+1}{x+3}$; $y = \frac{2x}{3x+2}$ có bao nhiêu hàm số thỏa mãn đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$?

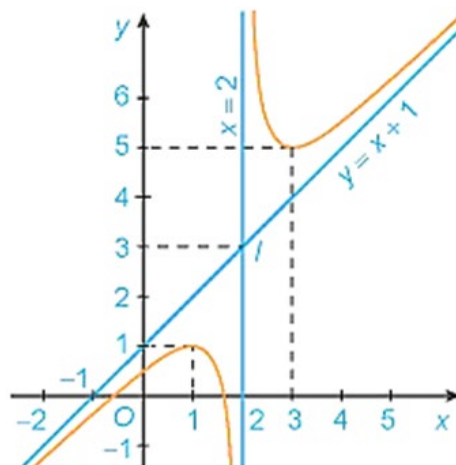
A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



$$\text{A. } y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}.$$

$$\text{B. } y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}.$$

$$\text{C. } y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}.$$

$$\text{D. } y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = e^{2x} - 5e^x + 2x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$?

A. $e^2 - 12$.

B. -4 .

C. $2 \ln 2 - 6$.

D. $\ln 2 - 6$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

A. -4 .

B. 9 .

C. 3 .

D. 6 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C)

a) [NB] Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

b) [TH] Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4

c) [TH] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -x + 1$.

d) [TH] Tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $(d): x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm

$$B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 2$

a) [NB] Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) [TH] Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

c) [TH] Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

d) [VD-VDC] Có 3 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Một người điều khiển một flycam ở bãi rừng để phục vụ việc khảo sát quá trình làm tổ của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí người điều khiển ở bãi rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500m về phía nam và 680m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10m. Sau đó, flycam được điều khiển đến vị trí B cách vị trí điều khiển 900m về phía bắc và 450m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 15m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [NB] Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500; 680; 0)$.

b) [TH] Quỹ đường flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A khoảng 844m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

c) [TH] Thời gian bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B lớn hơn 4 phút, biết tốc độ bay được duy trì suốt quá trình từ A đến B là $8m/s$.

d) [VD] Sau khi khảo sát vị trí B thì flycam chỉ đủ pin hoạt động trong 2 phút. Với tốc độ $8m/s$ thì flycam vẫn có thể quay về vị trí điều khiển.

Câu 16: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng \ Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Xét tính đúng hay sai của các khẳng định sau:

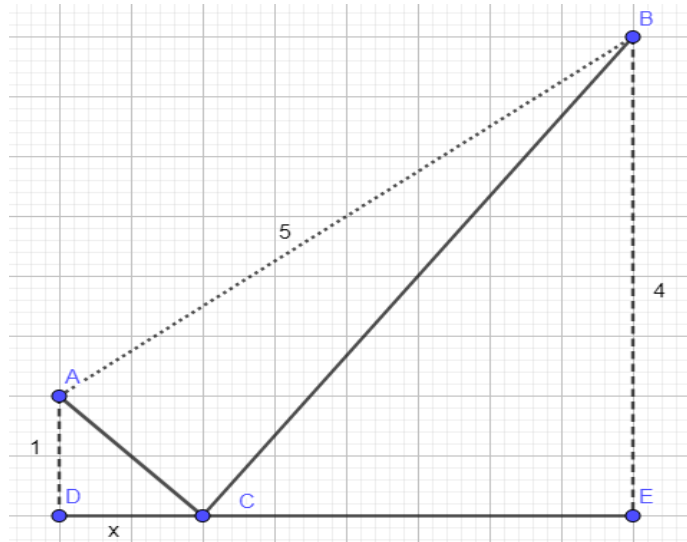
- [NB]** Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5
- [TH]** Xét số liệu ở Vũng Tàu thì khoảng tứ phân vị là 3,3 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- [TH]** Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28
- [TH]** Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn so với ở Vũng Tàu vì có độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{BM}{AM}$.

Câu 18: Rađa của một trung tâm kiểm soát không lưu sân bay có phạm vi theo dõi $500km$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Giả sử có máy bay đang bay tới vị trí A có tọa độ $(200; -300; z)$. Độ cao lớn nhất máy bay có thể đạt được mà rađa trung tâm kiểm soát không lưu vẫn có thể phát hiện được là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

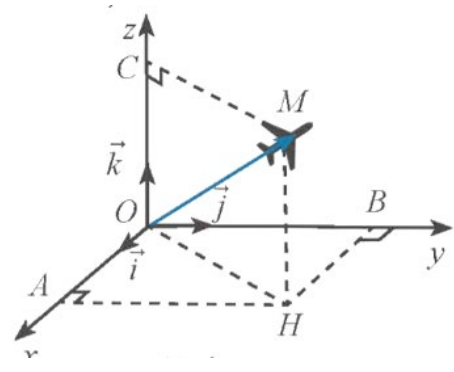
Câu 19: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao $1m$ và $4m$, đỉnh của hai cây cột cách nhau $5m$. Người ta cần chọn 1 vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình bên dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 20: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là 18 m^3 . Hãy tính chiều cao h của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất.

Câu 21: Trong một đợt tổ chức cho học sinh tham gia dã ngoại ngoài trời. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, các bạn học sinh đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m bằng cách: gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x (m) (xem hình vẽ). Khoảng không gian phía trong có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 22. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ (như hình vẽ). Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(a;b;c)$ xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overline{OH}) = 64^\circ$, $(\overline{OH}, \overline{OM}) = 48^\circ$. Tìm $S = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 4

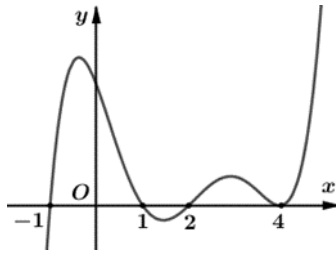
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 5]$, có bảng biến thiên

x	-4	-2	4	5	
y'	+	0	-	0	+
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$	$-\frac{62}{3}$	$-\frac{52}{3}$	

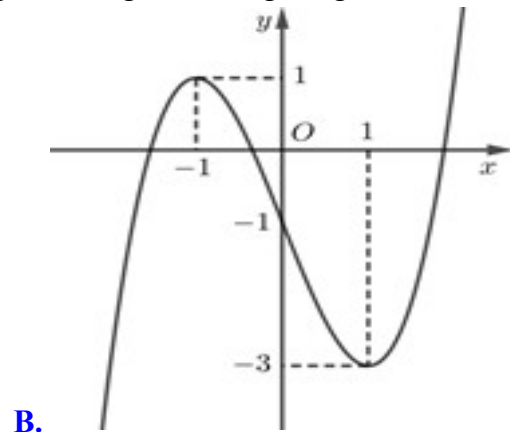
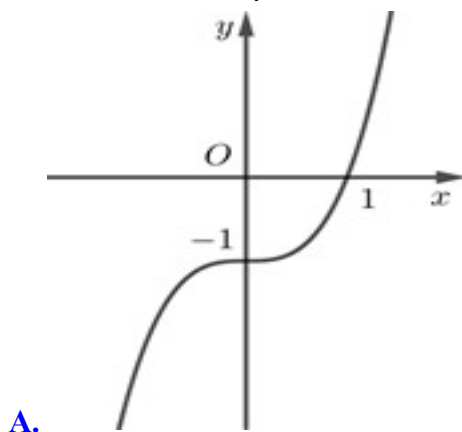
Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-4; 5]$. Tính $M + N$?

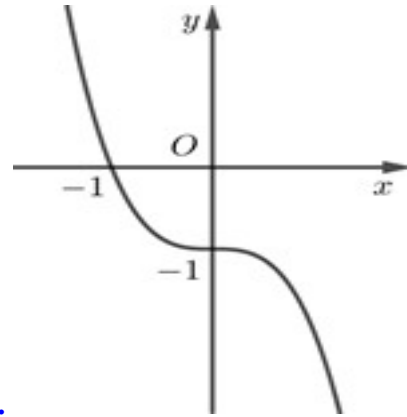
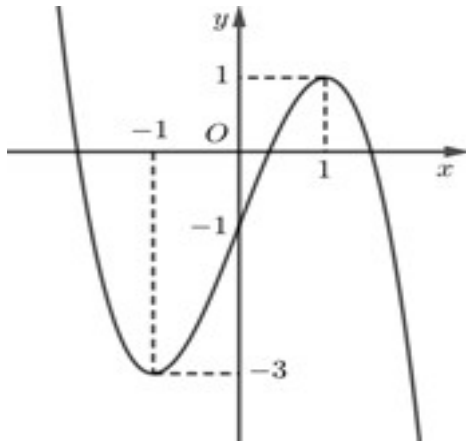
- A. $-\frac{16}{3}$. B. $-\frac{50}{3}$. C. 2. D. -20.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ là đường cong nào trong các đường cong sau ?





C.

D.

Câu 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \vec{SA} - \vec{SC}$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OC} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm C trên trục Ox .

A. $(2; -1; 0)$.

B. $(2; 0; -1)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -1; 0)$.

Câu 7: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 20.

B. 15.

C. 16.

D. 4.

Câu 8: Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng

A. $s^2 = \sqrt{3}$.

B. $s^2 = 3$.

C. $s^2 = 9$.

D. $s^2 = 6$.

Câu 9: Trong các hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-3}$; $y = \frac{-x+1}{x+3}$; $y = \frac{2x}{3x+2}$ có bao nhiêu hàm số thỏa mãn đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$?

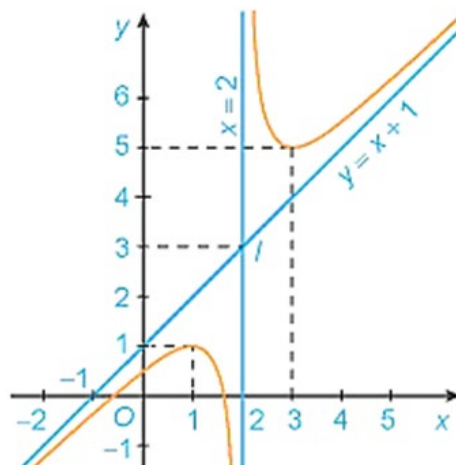
A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



$$\text{A. } y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}.$$

$$\text{B. } y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}.$$

$$\text{C. } y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}.$$

$$\text{D. } y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = e^{2x} - 5e^x + 2x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$?

$$\text{A. } e^2 - 12.$$

$$\text{B. } -4.$$

$$\text{C. } 2 \ln 2 - 6.$$

$$\text{D. } \ln 2 - 6.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

$$\text{A. } -4.$$

$$\text{B. } 9.$$

$$\text{C. } 3.$$

$$\text{D. } 6.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C)

a) **[NB]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

b) **[TH]** Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4

c) **[TH]** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -x + 1$.

d) **[TH]** Tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $(d): x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm

$$B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 2$

a) **[NB]** Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) **[TH]** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

c) **[TH]** Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

d) **[VD-VDC]** Có 3 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Một người điều khiển một flycam ở bãi rừng để phục vụ việc khảo sát quá trình làm tổ của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí người điều khiển ở bãi rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500m về phía nam và 680m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10m. Sau đó, flycam được điều khiển đến vị trí B cách vị trí điều khiển 900m về phía bắc và 450m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 15m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500; 680; 0)$.

b) **[TH]** Quỹ đạo flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A khoảng 844m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

c) **[TH]** Thời gian bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B lớn hơn 4 phút, biết tốc độ bay được duy trì suốt quá trình từ A đến B là $8m/s$.

d) **[VD]** Sau khi khảo sát vị trí B thì flycam chỉ đủ pin hoạt động trong 2 phút. Với tốc độ $8m/s$ thì flycam vẫn có thể quay về vị trí điều khiển.

Câu 16: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng \ Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Xét tính đúng hay sai của các khẳng định sau:

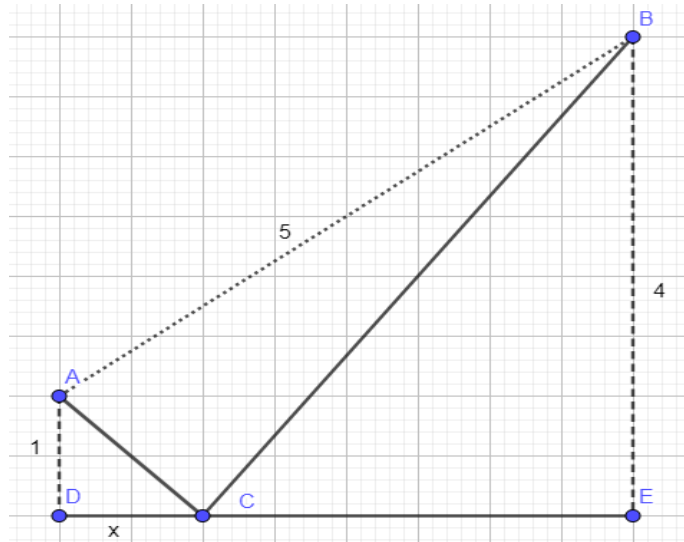
- [NB]** Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5
- [TH]** Xét số liệu ở Vũng Tàu thì khoảng tứ phân vị là 3,3 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- [TH]** Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28
- [TH]** Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn so với ở Vũng Tàu vì có độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{BM}{AM}$.

Câu 18: Rađa của một trung tâm kiểm soát không lưu sân bay có phạm vi theo dõi $500km$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Giả sử có máy bay đang bay tới vị trí A có tọa độ $(200; -300; z)$. Độ cao lớn nhất máy bay có thể đạt được mà rađa trung tâm kiểm soát không lưu vẫn có thể phát hiện được là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

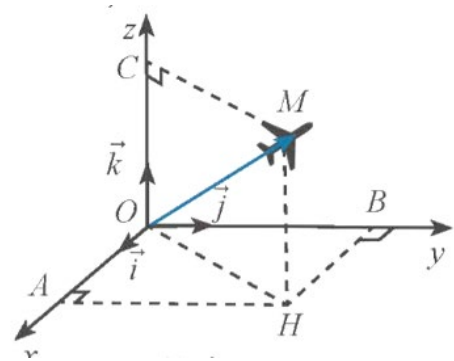
Câu 19: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao $1m$ và $4m$, đỉnh của hai cây cột cách nhau $5m$. Người ta cần chọn 1 vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình bên dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 20: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là 18 m^3 . Hãy tính chiều cao h của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất.

Câu 21: Trong một đợt tổ chức cho học sinh tham gia dã ngoại ngoài trời. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, các bạn học sinh đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m bằng cách: gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau x (m) (xem hình vẽ). Khoảng không gian phía trong có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 22. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ (như hình vẽ). Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(a;b;c)$ xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overline{OH}) = 64^\circ$, $(\overline{OH}, \overline{OM}) = 48^\circ$. Tìm $S = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	A	B	C	C	A	C	D	B	C	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

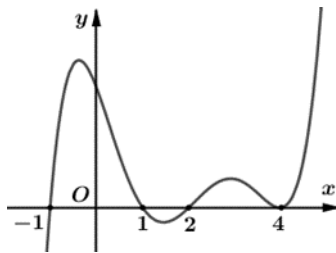
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5** điểm)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2	346	6,40	1,5	5,66	73,9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(0;1)$. D. $(1;2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;5]$, có bảng biến thiên

x	-4	-2	4	5	
y'	+	0	-	0	+
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{46}{3}$	$-\frac{62}{3}$	$-\frac{52}{3}$	

Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-4;5]$. Tính $M + N$?

- A. $-\frac{16}{3}$. B. $-\frac{50}{3}$. C. 2. D. -20.

Lời giải

Ta có $M + N = \frac{46}{3} - \frac{62}{3} = -\frac{16}{3}$.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải

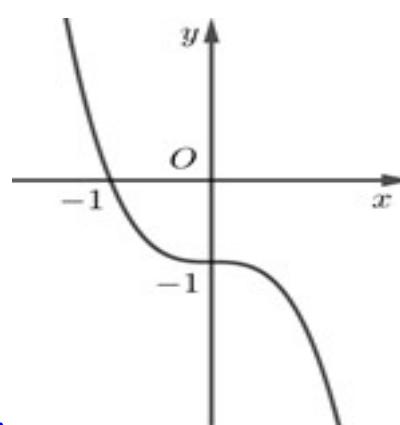
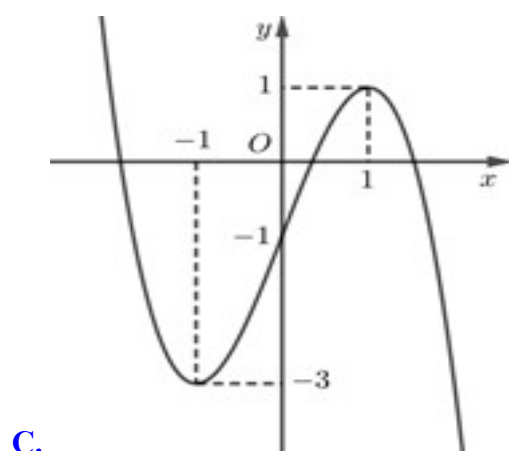
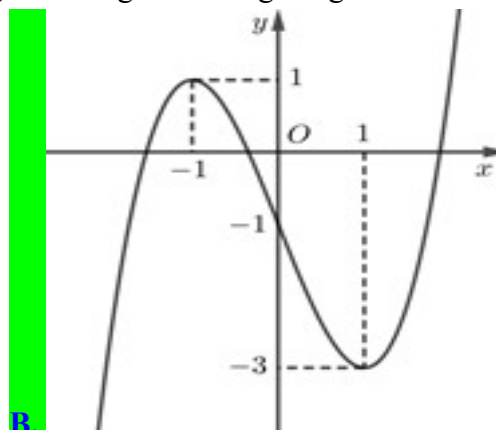
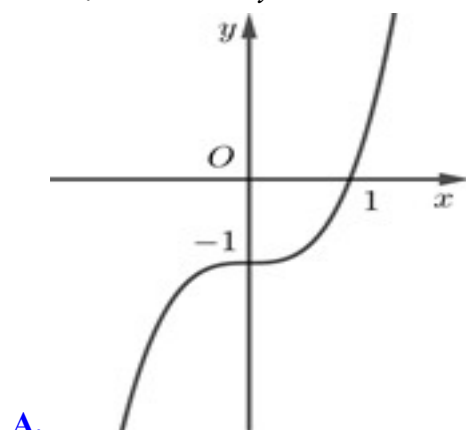
Đáp án đúng là: **A**.

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2}{x+1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+2}{x+1} = -\infty.$$

Vậy đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 4: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ là đường cong nào trong các đường cong sau ?



Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ có hệ số $a > 0$ nên loại đáp án C và D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$, hàm số đạt cực trị tại $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ do đó đáp án chọn là B.

Câu 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \vec{SA} - \vec{SC}$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $|\vec{u}| = |\vec{SA} - \vec{SC}| = |\vec{CA}| = 2\sqrt{6}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OC} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm C trên trục Ox .

A. $(2; -1; 0)$.

B. $(2; 0; -1)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -1; 0)$.

Lời giải

Đáp số: $(2;0;0)$.

Ta có $\overrightarrow{OC} = 2\vec{i} - \vec{k} \Rightarrow C(2;0;-1)$. Vậy hình chiếu vuông góc của điểm C trên trục Ox là điểm $C'(2;0;0)$.

Câu 7: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tìm khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 20

B. 15.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Khoảng biến thiên cho mẫu số liệu ghép nhóm trên: $R = 20 - 0 = 20$

Câu 8: Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng bằng 3 thì có phương sai bằng

A. $s^2 = \sqrt{3}$.

B. $s^2 = 3$.

C. $s^2 = 9$.

D. $s^2 = 6$.

Lời giải

Phương sai: $s^2 = 9$.

Câu 9: Trong các hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-3}$; $y = \frac{-x+1}{x+3}$; $y = \frac{2x}{3x+2}$ có bao nhiêu hàm số thỏa mãn đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$?

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x+1}{x-3}.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x+1}{x+3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-1 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

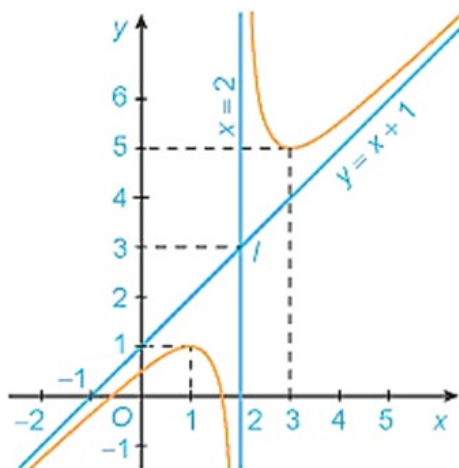
$$y = \frac{-x+1}{x+3}.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{3 + \frac{2}{x}} = \frac{2}{3}$ nên đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x}{3x+2}.$$

Vậy có 1 hàm số thỏa mãn.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

Lời giải

Đồ thị có TCD $x = 2$ loại đáp án A.

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ $\frac{1}{2}$ loại đáp án D.

Đồ thị đi qua điểm $(1; 1)$ loại đáp án C.

Vậy hàm số thỏa mãn đề bài là hàm số của đáp án B.

Câu 11: Cho hàm số $y = e^{2x} - 5e^x + 2x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$?

A. $e^2 - 12$.

B. -4 .

C. $2 \ln 2 - 6$.

D. $\ln 2 - 6$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\ln 2 \notin [0; 2] \\ x = \ln 2 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$y(0) = -4; y(\ln 2) = 2 \ln 2 - 6; y(2) = e^4 - 5e^2 + 4.$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng $2 \ln 2 - 6$ tại $x = \ln 2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

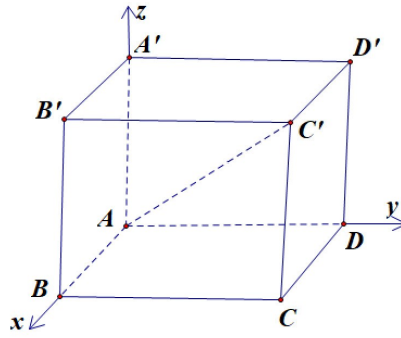
A. -4 .

B. 9 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$; $\overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$;

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2; 4; 3)$. Vậy $a + b - c = 2 + 4 - 3 = 3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C)

a) [NB] Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

b) [TH] Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4

c) [TH] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -x + 1$.

d) [TH] Tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -3 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Khi đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Từ BBT suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

b) Sai.

Từ bảng biến thiên ở ý **a)**.

Ta có:
$$\begin{cases} x_{CT} = -1 \Rightarrow y_{CT} = 1 \\ x_{CD} = -3 \Rightarrow y_{CD} = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_{CD} + y_{CT} = -3 + 1 = -2$$

c) Sai.

Ta có:
$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+2}$$

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+2} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x+2} \right) = 0$$

Suy ra $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) Đúng.

Đường thẳng $(d): x - 3y - 6 = 0$ có hệ số góc $k_1 = \frac{1}{3}$

\Rightarrow Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng (d) có hệ số góc $k_2 = -3$

Xét phương trình $f'(x) = -3$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = -3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x^2 + 4x + 3 = -3x^2 - 12x - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 4x^2 + 16x + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{7}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Tại $A\left(-\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}\right)$ có tiếp tuyến $(T_1): y = -3\left(x + \frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 11$

Tại $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ có tiếp tuyến $(T_2): y = -3\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 3$.

Vậy tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 2$

a) [NB] Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) [TH] Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

c) [TH] Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

d) [VD-VDC] Có 3 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) đúng

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

b) đúng

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

BBT:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	3	1	$+\infty$

c) sai

Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị có tọa độ là $(-1;3)$ và $(1;1)$.

d) sai

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 3$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$. Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Một người điều khiển một flycam ở bãi rừng để phục vụ việc khảo sát quá trình làm tổ của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí người điều khiển ở bãi rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500m về phía nam và 680m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10m. Sau đó, flycam được điều khiển đến vị trí B cách vị trí điều khiển 900m về phía bắc và 450m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 15m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [NB] Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500;680;0)$.

b) [TH] Quãng đường flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A khoảng 844m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

c) [TH] Thời gian bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B lớn hơn 4 phút, biết tốc độ bay được duy trì suốt quá trình từ A đến B là 8m/s.

d) [VD] Sau khi khảo sát vị trí B thì flycam chỉ đủ pin hoạt động trong 2 phút. Với tốc độ 8m/s thì flycam vẫn có thể quay về vị trí điều khiển.

Lời giải

a) Sai.

Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500;680;10)$.

b) Đúng.

Quãng đường mà flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A là khoảng cách

$$OA = \sqrt{500^2 + 680^2 + 10^2} = 50\sqrt{285} \approx 844m.$$

c) Sai.

Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí B là $B(-900;-450;15)$. Quãng đường của flycam bay

thẳng từ vị trí A đến vị trí B là $AB = \sqrt{(-900-500)^2 + (-450-680)^2 + (15-10)^2} \approx 1799,1m$.

Thời gian để flycam bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B khoảng $\frac{1799,1}{8} \approx 224,9s$ là chưa đến 4 phút.

d) Sai.

Quãng đường để flycam bay thẳng từ vị trí B về vị trí điều khiển là

$$OB = \sqrt{(-900)^2 + (-450)^2 + 15^2} \approx 1006,3 \text{ m}.$$

Với tốc độ 8 m/s thì thời gian để flycam quay về vị trí điều khiển khoảng $\frac{1006,3}{8} \approx 125,8 \text{ s}$. Do đó, flycam không thể quay lại đúng vị trí điều khiển được.

Câu 16: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75;78,3)	76,65	0	[75;78,3)	76,65	5
[78,3;81,6)	79,95	2	[78,3;81,6)	79,95	6
[81,6;84,9)	83,25	1	[81,6;84,9)	83,25	1
[84,9;88,2)	86,55	6	[84,9;88,2)	86,55	0
[88,2;91,5)	89,85	3	[88,2;91,5)	89,85	0

Xét tính đúng hay sai của các khẳng định sau:

- [NB]** Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5
- [TH]** Xét số liệu ở Vũng Tàu thì khoảng tứ phân vị là 0,23 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- [TH]** Xét số liệu ở Đà Lạt thì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,28 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- [TH]** Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn so với ở Vũng Tàu vì có độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

Lời giải

a) **Đúng.** Xét số liệu ở Đà Lạt : Khoảng biến thiên là: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

b) **Sai.** Xét số liệu ở Vũng Tàu:
+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất là: } Q_1 = a_p + \left(\frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \right) \cdot (a_{p+1} - a_p) = 75 + \left(\frac{3-0}{5} \right) \cdot 3,3 = 76,98$$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

$$Q_3 = a_p + \left(\frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \right) \cdot (a_{p+1} - a_p) = 75 + \left(\frac{9-5}{6} \right) \cdot 3,3 = 77,2$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 77,2 - 76,98 = 0,22$

c) **Đúng.** Xét số liệu ở Đà Lạt :

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{0 \cdot 76,65 + 2 \cdot 79,95 + 1 \cdot 83,25 + 6 \cdot 86,55 + 3 \cdot 89,85}{12} = 86$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{0(76,65-86)^2 + 2(79,95-86)^2 + (83,25-86)^2 + 6(86,55-86)^2 + 3(89,95-86)^2}{12} = 10,7825$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{10,7825} \approx 3,28$

d) Sai. Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{5.76,65 + 6.79,95 + 83,25}{12} = 78,85$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{5(76,65-78,85)^2 + 6(79,95-78,85)^2 + (83,25-78,85)^2}{12} = 4,235$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{4,235} \approx 2,06$

Vũng Tàu có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB

cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{BM}{AM}$.

Lời giải

Ta có

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x;0;z).$$

$$\overline{AB} = (7;3;1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}.$$

$$\overline{AM} = (x+2;-3;z-1).$$

Vì đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M nên A, B, M thẳng hàng

$$\Rightarrow \overline{AM} = k \cdot \overline{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9;0;0).$$

$$\overline{BM} = (-14;-6;-2); \overline{AM} = (-7;-3;-1) \Rightarrow BM = 2AB.$$

Đáp án: 2

Câu 18: Rađa của một trung tâm kiểm soát không lưu sân bay có phạm vi theo dõi $500km$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét.

Giả sử có máy bay đang bay tới vị trí A có tọa độ $(200;-300;z)$. Độ cao lớn nhất máy bay có thể đạt được mà rađa trung tâm kiểm soát không lưu vẫn có thể phát hiện được là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



Hình 18

Lời giải

Khoảng cách từ trung tâm kiểm soát không lưu tới máy bay tại vị trí A bằng độ dài OA :

$$OA = |\overline{OA}| = \sqrt{200^2 + (-300)^2 + z^2}$$

Để radar trung tâm kiểm soát không lưu vẫn có thể phát hiện được máy bay thì $OA \leq 500$

$$\Leftrightarrow \sqrt{200^2 + (-300)^2 + z^2} \leq 500$$

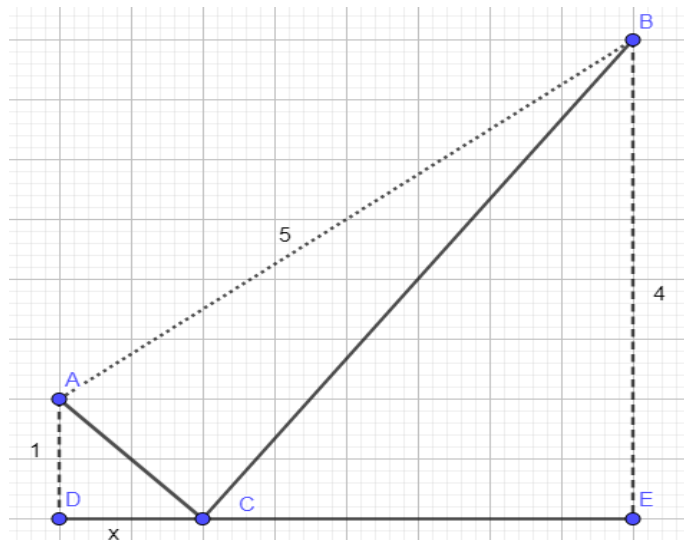
$$\Leftrightarrow 200^2 + (-300)^2 + z^2 \leq 500^2$$

$$\Leftrightarrow z^2 \leq 120000$$

$$\Leftrightarrow z \leq \sqrt{120000} \approx 346$$

Đáp án: 346

Câu 19 : Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao 1 m và 4 m , đỉnh của hai cây cột cách nhau 5 m . Người ta cần chọn 1 vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình bên dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 6,40.

$$\text{Đặt } CD = x \ (0 \leq x \leq 4) \Rightarrow DE = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow CE = 4 - x.$$

$$\Rightarrow AC + BC = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16}$$

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16}$$

Để độ dài dây ngắn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x-4}{\sqrt{x^2 - 8x + 32}}; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 15x^2 + 8x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \in [0; 4] \\ x = -\frac{4}{3} \notin [0; 4] \end{cases}$$

$$\text{Xét trên khoảng } [0; 4]: \quad f(0) = 1 + 4\sqrt{2}; \quad f(4) = 4 + \sqrt{17}; \quad f\left(\frac{4}{5}\right) = \sqrt{41}$$

Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{4}{5}$.

Vậy độ dài dây ngắn nhất là $\sqrt{41} \approx 6,40$.

Câu 20: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là 18 m^3 . Hãy tính chiều cao h của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất.

Lời giải

Ta có: Gọi x, y ($x > 0, y > 0$) lần lượt là chiều rộng, chiều dài của hình hộp.

$$\text{Theo đề bài ta có } y = 3x \text{ và } V = hxy \Rightarrow h = \frac{V}{xy} = \frac{V}{3x^2} = \frac{18}{3x^2} = \frac{6}{x^2}.$$

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ta cần tìm các kích thước sao cho diện tích toàn phần của hồ nước là nhỏ nhất.

$$\text{Khi đó ta có: } S_{tp} = 2xh + 2yh + xy = 2x \cdot \frac{6}{x^2} + 2 \cdot 3x \cdot \frac{6}{x^2} + x \cdot 3x = \frac{48}{x} + 3x^2.$$

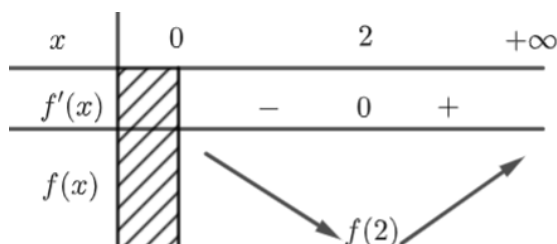
$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{48}{x} + 3x^2.$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ với $x > 0$.

$$f'(x) = -\frac{48}{x^2} + 6x = \frac{6x^3 - 48}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^3 - 48 = 0 \Rightarrow x = 2.$$

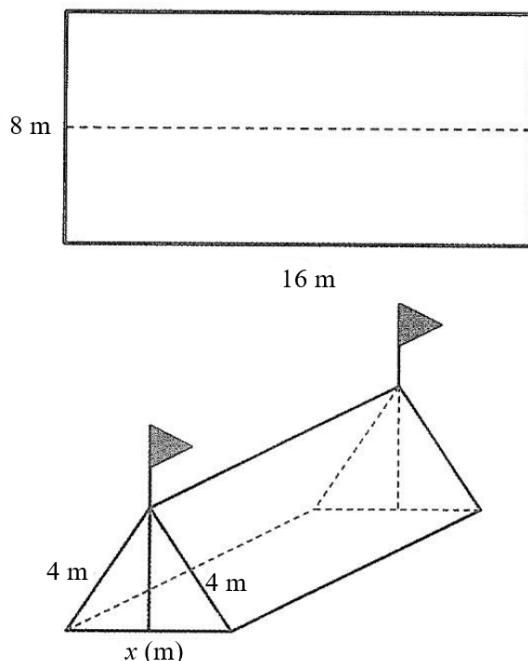
Ta có bảng biến thiên



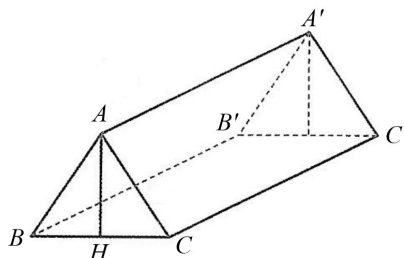
Vậy chi phí xây dựng hồ nước thấp nhất khi chiều cao là $h = \frac{6}{2^2} = 1,5 \text{ m}$.

Đáp án: 1,5

Câu 21: Trong một đợt tổ chức cho học sinh tham gia dã ngoại ngoài trời. Để có thể có chỗ nghỉ ngơi trong quá trình tham quan dã ngoại, các bạn học sinh đã dựng trên mặt đất bằng phẳng 1 chiếc lều bằng bạt từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là $16m$ và chiều rộng là $8m$ bằng cách: gấp đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x (m)$ (xem hình vẽ). Khi khoảng không gian phía trong có thể tích lớn nhất, x có giá trị bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải



Gọi tên như hình vẽ với $AH \perp BC \Rightarrow H$ là trung điểm của BC

$$\Rightarrow BH = \frac{BC}{2} = \frac{x}{2}.$$

Xét tam giác AHB vuông tại B theo định lý Pythagore, ta có:

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{64 - x^2}}{2} \text{ trong đó } x \in (0; 8).$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{64 - x^2}}{2} \cdot x \cdot 16 = 4x\sqrt{64 - x^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$, ta có:

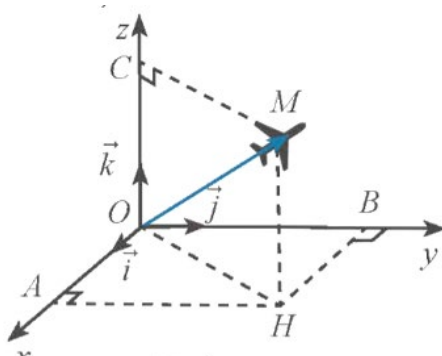
$$x\sqrt{64 - x^2} \leq \frac{x^2 + 64 - x^2}{2} = 32 \Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 4x\sqrt{64 - x^2} \leq 128$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \sqrt{64 - x^2} \Leftrightarrow 2x^2 = 64 \Leftrightarrow x^2 = 32 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \text{ (t/m)} \\ x = -4\sqrt{2} \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy: $x = 4\sqrt{2} \approx 5,66m$

Đáp án: 5,66

Câu 22. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ (như hình vẽ). Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(a;b;c)$ xuống mặt phẳng (Oxy) . Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overline{OH}) = 64^\circ$, $(\overline{OH}, \overline{OM}) = 48^\circ$. Tìm $S = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

$$H \in (Oxy) \Rightarrow H(a;b;0).$$

Vì $OBHA$ là hình bình hành nên $BH = OA$.

Vì $OCMH$ là hình bình hành nên $OC = MH$.

Xét ΔMHO vuông tại H , có $OH = OM \cdot \cos 48^\circ = 50 \cdot \cos 48^\circ \approx 33,46$.

$$MH = OM \cdot \sin 48^\circ = 50 \cdot \sin 48^\circ \approx 37,16.$$

Xét ΔOAH vuông tại A , có $BH = OA = OH \cdot \cos 64^\circ \approx 14,67$.

Xét ΔOBH vuông tại B , có $OB = \sqrt{OH^2 - BH^2} = \sqrt{33,46^2 - 14,67^2} \approx 30,07$.

Vì \overline{OA} và \vec{i} cùng hướng và $OA = 14,67$ nên $\overline{OA} = 14,67 \cdot \vec{i}$.

Vì \overline{OB} và \vec{j} cùng hướng và $OB = 30,07$ nên $\overline{OB} = 30,07 \cdot \vec{j}$.

Vì \overline{OC} và \vec{k} cùng hướng và $OC = 37,16$ nên $\overline{OC} = 37,16 \cdot \vec{k}$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành, ta có:

$$\overline{OM} = \overline{OH} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 14,67\vec{i} + 30,07\vec{j} + 27,16\vec{k}.$$

$$\Rightarrow M(14,67; 30,07; 27,16)$$

$$\Rightarrow S = a + b + c \approx 14,67 + 30,07 + 27,16 \approx 71,9.$$

Vậy, $S \approx 71,9$.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – ĐỀ 5

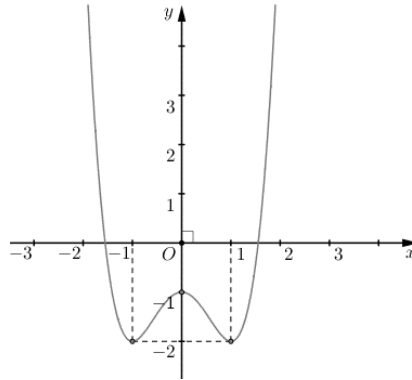
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

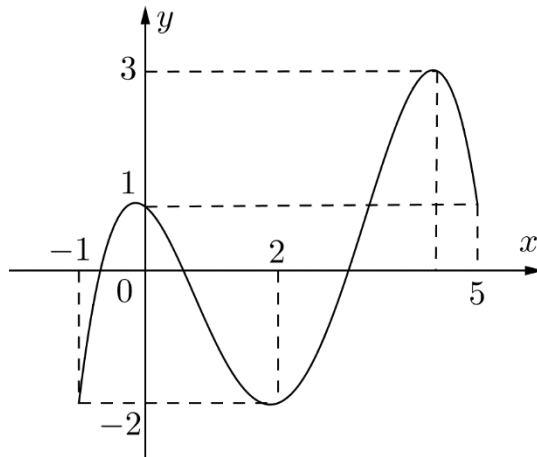
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 1)$ **C. $(-1; 0)$** D. $(0; 1)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 **C. 1** D. 2

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

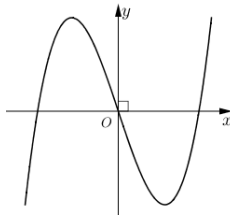
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		+		-
y		$+\infty$		0

Arrows point from the $+\infty$ and 0 values in the y row to the values 2 and -2 respectively.

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$?

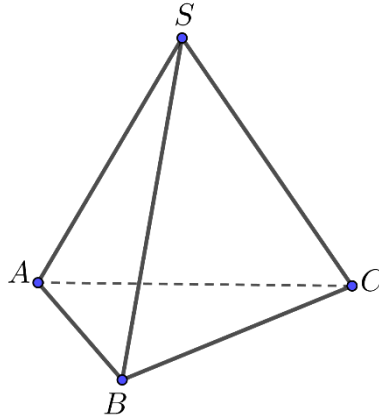
- A. 1. **B. 3.** C. 4. D. 2.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Tìm vector tổng của hai vector \vec{SA} và \vec{AB} ?



- A.** \vec{BS} **B.** \vec{BA} **C.** \vec{SB} **D.** \vec{SC}

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(2; 0; 1)$. **B.** $(2; -2; 0)$. **C.** $(0; -2; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$.

Câu 7. Người ta thống kê tốc độ của một số xe ô tô di chuyển qua một trạm kiểm soát trên đường cao tốc trong một khoảng thời gian ở bảng sau.

Tốc độ (km/h)	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$	$[90; 95)$	$[95; 100)$
Số xe	17	23	26	30	19

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 75 km/h. **B.** 25 km/h. **C.** 100 km/h. **D.** 5 km/h.

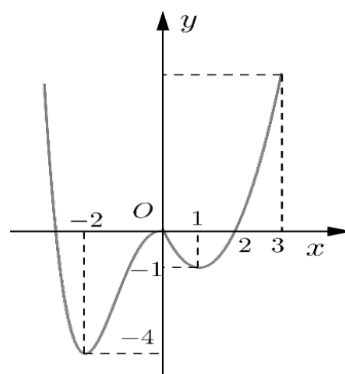
Câu 8. Bạn Hoàng rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Hoàng được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 100. **B.** 20,015. **C.** 2001,5. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng:

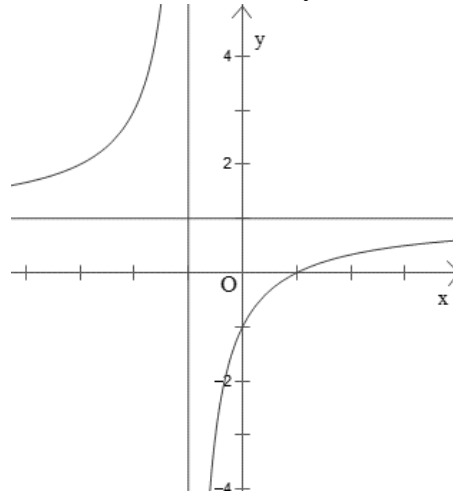
A. $(-2; 0)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(1; 3)$

Câu 10. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$

C. $y = \frac{x^2+3x+1}{x+3}$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tính $\vec{IA} \cdot \vec{BA}$.

A. 4.

B. 6.

C. -4.

D. -6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ (1) với m là tham số. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) [NB] Khi $m = 1$: Đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(0; -3)$.

b) [TH] Khi $m = 1$ đồ thị hàm số (1) nhận $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng.

c) [TH] Khi $m = 1$ thì hàm số (1) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

d) [TH] Có hai giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	1	-1	5	-4	-1

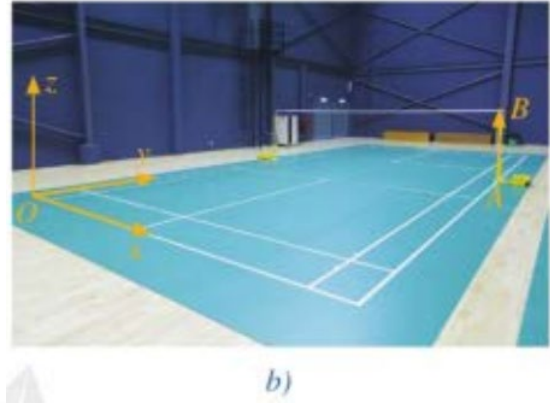
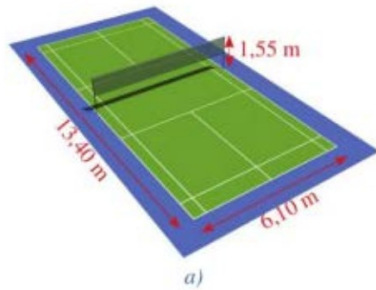
a) [NB] Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

b) [TH] Hàm số có giá trị min là -4 .

c) [TH] Phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 3 nghiệm.

d) [VD] Hàm số $y = |f(2x - 1)| - 5$ có 5 cực trị.

Câu 15: Hình a) dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như hình b) (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) Mặt sân nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) .

b) Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên cao độ của nó là $z_A = 0$.

c) Tọa độ của điểm A là $A(6,1; 13,4; 0)$.

d) Tọa độ của vectơ \overline{AB} là $\overline{AB}(6,1; 6,7; 1,55)$.

Câu 16: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2
	$n = 40$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số học sinh nặng dưới 50 kilôgam là 12 .

b) Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29 (kg).

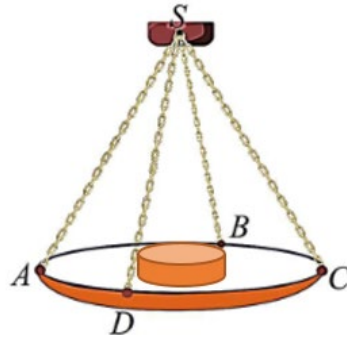
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3$ kg được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Biết

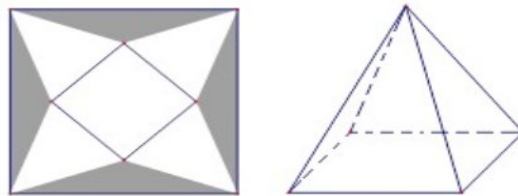
độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (N). Biết trọng lượng của vật nặng được tính theo công thức $P = mg$, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Độ dài CG bằng $\frac{a\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $m < 50$). Giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

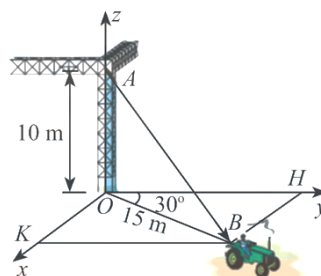
Câu 20. Một tấm bạt hình vuông cạnh $20m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại, nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Câu 21: Một công ty kinh doanh bất động sản có 24 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Câu 22: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vectơ $\overline{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c = ?$



PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	B	A	C	B	B	B	B	A	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
S	S	S	Đ
Đ	Đ	Đ	Đ
Đ	S	S	S
S	S	S	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	30	40	3 triệu	80	3,4	-2,5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2. Từ đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Câu 3. Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ nên $y = \pm 2$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

\Rightarrow Số đường tiệm cận ngang là 2.

Vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 0$ nên $x = 1$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

\Rightarrow Số đường tiệm cận đứng là 1.

Vậy tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 3.

Câu 4. Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Chọn C

Theo quy tắc 3 điểm ta có, $\vec{SA} + \vec{AB} = \vec{SB}$

Câu 6. Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_0; y_0; 0)$.

Do đó hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2; -2; 0)$.

Câu 7. Chọn B

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $100 - 75 = 25$ km/h.

Câu 8. Chọn B

+ Cỡ mẫu: $n = 100$.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{19,25 \cdot 13 + 19,75 \cdot 45 + 20,25 \cdot 24 + 20,75 \cdot 12 + 21,25 \cdot 6}{100} = 20,015.$$

Câu 9. Chọn B

Để hàm số đồng biến thì $f'(x) > 0$ nên ta cần chọn giá trị x tương ứng với phần đồ thị nằm phía trên trục hoành.

$$\Rightarrow (2; +\infty)$$

Câu 10. Chọn A

Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) \Rightarrow Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B

\Rightarrow A đúng.

Câu 11. Chọn D

$$f'(x) = x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu là $x = -1$ và $x = 4$.

Câu 12. Chọn B

Vì I là trung điểm AB nên $I(0;3;2)$. Suy ra $\vec{IA} = (1; -1; 1)$ và $\vec{BA} = (2; -2; 2)$.

Vậy $\vec{IA} \cdot \vec{BA} = 1.2 + (-1).(-2) + 1.2 = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (1) với m là tham số. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Khi $m = 1$: Đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(0; -3)$.
- b) **[TH]** Khi $m = 1$ đồ thị hàm số (1) nhận $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng.
- c) **[TH]** Khi $m = 1$ thì hàm số (1) đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
- d) **[TH]** Có hai giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Lời giải

Khi $m = 1$ thì $y = \frac{x - 3}{x - 1}$

a) **Sai:**

Khi $m = 1$, đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 3)$.

b) **Đúng:** Đồ thị hàm số đã cho nhận giao điểm của hai tiệm cận làm tâm đối xứng

Tiệm cận đứng: $x = 1$

Tiệm cận ngang: $y = 1$

Giao điểm hai tiệm cận là $I(1; 1)$ là tâm đối xứng.

b) **Đúng :** Ta có $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

d) **Sai :** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $[0; 4]$ bằng -1 khi

$$\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \\ f(4) = -1 \end{cases} \quad (\text{Do hàm số đồng biến trên } (0; 4))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0; m > 4 \\ \frac{2 - m^2}{4 - m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0; m > 4 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	1	-1	7	5	$+\infty$
				-4	-1

- a) **[NB]** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
b) **[TH]** Hàm số có giá trị min là -4 .
c) **[TH]** Phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 3 nghiệm.
d) **[VD]** Hàm số $y = |f(2x-1)| - 5$ có 5 cực trị.

Lời giải

Câu 14
a) S
b) Đ
c) S
d) S

a) Sai

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số gián đoạn tại $x = 3$.

b) Sai

Hàm số không có giá trị Min.

c) Sai

$$\text{Ta có } 2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Từ bảng biến thiên thấy $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$ có một nghiệm.

d) Sai

$$\text{Đặt } g(x) = f(2x-1)$$

$$\text{Khi đó } g'(x) = 2f'(2x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=2 \\ 2x-1=1 \\ 2x-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

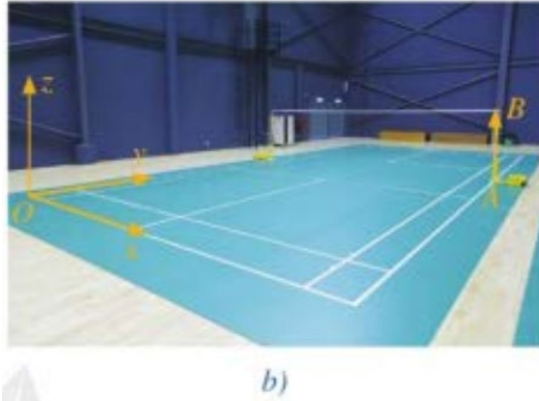
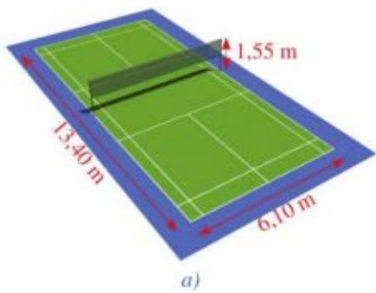
x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	-	0	+
$g(x)$	1	-1	7	$f(b)$	$+\infty$
				-4	-1

Với $f(b) > 0$

Dễ thấy hàm số $y = g(x)$ có 1 cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm nên hàm số $y = |f(2x-1)| - 5$ có 2 cực trị.

Vậy hàm số $y = |f(2x+1)| - 5$ có 2 cực trị

Câu 15: Hình a) dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình b) (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Các khẳng định sau đúng hay sai?



- a) Mặt sân nằm trên mặt phẳng toạ độ (Oyz) .
- b) Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên cao độ của nó là $z_A = 0$.
- c) Toạ độ của điểm A là $A(6,1; 13,4; 0)$.
- d) Toạ độ của vector \overline{AB} là $\overline{AB}(6,1; 6,7; 1,55)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai:

Mặt sân nằm trên mặt phẳng toạ độ (Oxy) .

b) Đúng:

Tất cả các điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) đều có cao độ bằng 0.

c) Sai:

Gọi toạ độ điểm A là $A(x_A; y_A; z_A)$. Vì chiều rộng của sân là $6,1m$ nên $x_A = 6,1$. Do một nửa chiều dài của sân là $6,7m$ nên $y_A = 6,7$. Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên cao độ của nó là $z_A = 0$. Vì vậy điểm toạ độ của điểm A là $A(6,1; 6,7; 0)$.

d) Sai:

Độ dài của đoạn thẳng AB là $1,55m$ nên điểm B có toạ độ là $B(6,1; 6,7; 1,55)$

Vậy ta có: $\overline{AB}(6,1-6,1; 6,7-6,7; 1,55-0)$, tức là $\overline{AB}(0; 0; 1,55)$

Câu 16: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
[30;40)	2
[40;50)	10
[50;60)	16
[60;70)	8
[70;80)	2
[80;90)	2
	$n = 40$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số học sinh nặng dưới 50 kilôgam là 12.
 b) Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29 (kg).
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.
 d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng:

Số học sinh nặng dưới 50 kg là $2 + 10 = 12$.

b) Đúng:

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [50;60).

Do đó $u_m = 50; n_m = 16; n_{m-1} = 10, n_{m+1} = 8, u_{m+1} - u_m = 60 - 50 = 10$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng:

$$M_0 = 50 + \frac{16-10}{(16-10)+(16-8)} \cdot 10 = \frac{380}{7} \approx 54,29 \text{ (kg)}.$$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29 (kg).

c) Sai:

Cỡ mẫu $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2 \in [30;40); x_3, \dots, x_{12} \in [40;50); x_{13}, \dots, x_{28} \in [50;60); x_{29}, \dots, x_{36} \in [60;70);$

$x_{37}, x_{38} \in [70;80); x_{39}, x_{40} \in [80;90).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [40; 50)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} \cdot (50 - 40) = 48.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31}) \in [60; 70)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot (70 - 60) = \frac{125}{2}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{125}{2} - 48 = \frac{29}{2}.$$

d) Sai:

Ta có bảng cân nặng của các em học sinh theo giá trị đại diện:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30; 40)	35	2
[40; 50)	45	10
[50; 60)	55	16
[60; 70)	65	8
[70; 80)	75	2
[80; 90)	85	2
		$n = 40$

Cỡ mẫu $n = 2 + 10 + 16 + 8 + 2 + 2 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

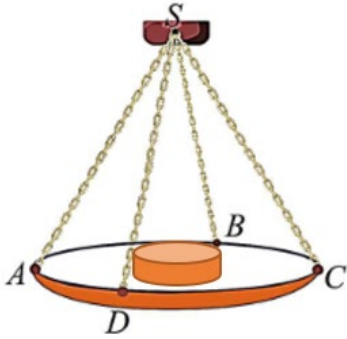
$$\frac{35 \cdot 2 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 16 + 65 \cdot 8 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{40} = \frac{2240}{40} = 56 \text{ (kg)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 35^2 + 10 \cdot 45^2 + 16 \cdot 55^2 + 8 \cdot 65^2 + 2 \cdot 75^2 + 2 \cdot 85^2) - 56^2 = 3265 - 3136 = 129.$$

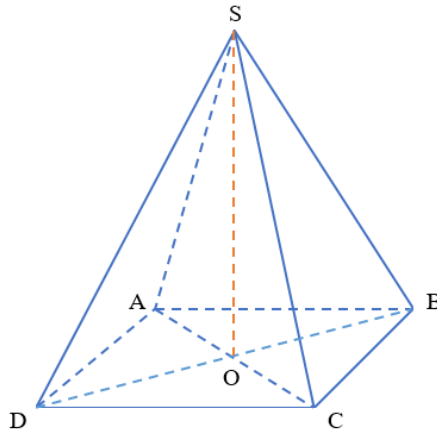
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (N). Biết trọng lượng của vật nặng được tính theo công thức $P = mg$, lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số : 30.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OS} + \vec{SA} + \vec{OS} + \vec{SB} + \vec{OS} + \vec{SC} + \vec{OS} + \vec{SD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = -4\vec{OS} = 4\vec{SO} \Rightarrow |\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD}| = |4\vec{SO}| = 4SO.$$

Trọng lượng của vật nặng là $P = mg = 3 \cdot 10 = 30(N)$. Suy ra $4|\vec{SO}| = P = 30(N) \Rightarrow SO = \frac{15}{2}$.

Lại có tam giác ASC vuông cân tại S nên

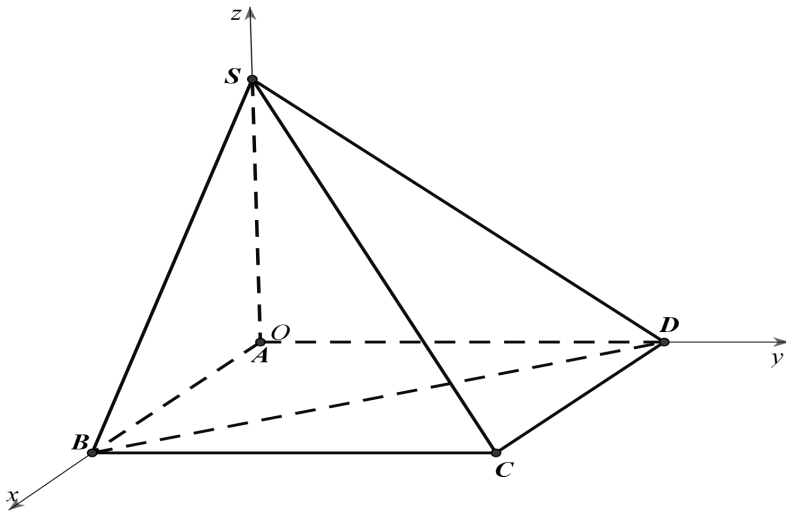
$$SO = SA \cdot \sin \widehat{SAC} \Rightarrow SA = \frac{SO}{\sin \widehat{SAC}} = \frac{\frac{15}{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{2} = \frac{30\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 30.$$

Vậy $a = 30$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Độ dài CG bằng $\frac{a\sqrt{m}}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$; $m < 50$). Giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 40



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;2a\sqrt{2};0), D(0;2a\sqrt{2};0), S(0;0;a).$$

$$G \text{ là trọng tâm của tam giác } SBD \Rightarrow G\left(\frac{a}{3}; \frac{2a\sqrt{2}}{3}; \frac{a}{3}\right)$$

$$\text{Độ dài } CG \text{ là: } CG = \sqrt{\left(\frac{a}{3} - a\right)^2 + \left(\frac{2a\sqrt{2}}{3} - 2a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3} - 0\right)^2} = \frac{a\sqrt{37}}{3}$$

$$\Rightarrow m = 37; n = 3 \Rightarrow m + n = 40$$

Câu 19: Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Trả lời: 3 triệu đồng / tháng

Lời giải

Gọi x là số lần tăng giá căn hộ.

Giá của căn hộ sau khi tăng là $x \cdot 0,2 + 2$

Số phòng được thuê là: $20 - x$

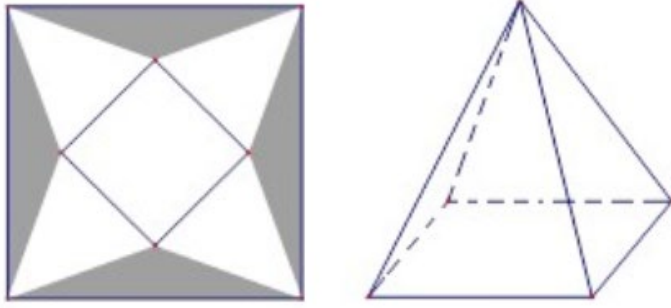
Do đó, ta cần tìm giá trị của x sao cho hàm số $f(x) = (20 - x)(x \cdot 0,2 + 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2 - 0,4x. f'(x) = 0 \rightarrow 2 - 0,4x = 0 \rightarrow x = 5$$

Vì đạo hàm dương với mọi $x < 5$ và đạo hàm âm với mọi $x > 5$. Suy ra hàm số cực đại tại $x = 5$.

Vì vậy, công ty nên cho thuê mỗi căn hộ với giá: $5 \cdot 0,2 + 2 = 3$ triệu đồng/1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất.

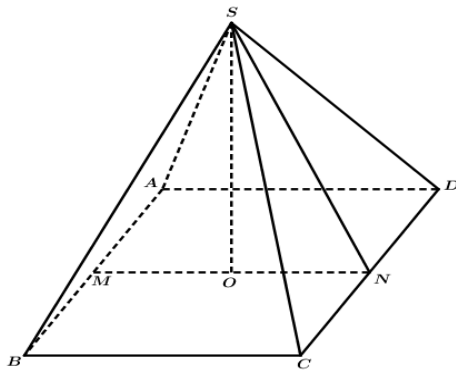
Câu 20. Một tấm bạt hình vuông cạnh $20m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại, nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí để tránh hư hại tháp khi trời mưa.



Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn.
Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.

Lời giải

Đáp số: 80



Gọi cạnh đáy hình vuông của tháp là $x(m)$.

Độ dài đường chéo tấm bạt bằng $20\sqrt{2}(m)$.

Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Khi đó $MN = x(m)$, $SN = \frac{20\sqrt{2} - x}{2}(m)$ với $0 < x < 10\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình vuông, ta có

$$SO = \sqrt{SN^2 - ON^2} = \sqrt{\left(\frac{20\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}.$$

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{6}x^2\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}$.

$$\text{Ta có } V' = \frac{20x(80 - 5\sqrt{2}x)}{6\sqrt{800 - 40\sqrt{2}x}}$$

$$\Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow x = 8\sqrt{2} \text{ với } 0 < x < 10\sqrt{2}.$$

Xét bảng biến thiên:

x	0	$8\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$				

Vậy khi $x = 8\sqrt{2}$ thì thể tích khối chóp lớn nhất $V = \frac{256\sqrt{10}}{3} (m^3)$.

Diện tích phần bị cắt của tấm bìa:

$$S = S_{hv} - S_{ABCD} - 4.S_{\Delta SAB} = 20^2 - (8\sqrt{2})^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{20\sqrt{2} - 8\sqrt{2}}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 80 (m^2).$$

Câu 21: Một công ty kinh doanh bất động sản có 24 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 3,4

Theo đề bài: Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là $x (x \in \mathbb{N}^*; 0 \leq x < 24(*))$.

Khi đó x cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là

$$T(x) = (2000 + 200x)(24 - x) = -200x^2 + 2800x + 48000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $T(x) = -200x^2 + 2800x + 48000$ với $x \in \mathbb{N}; 0 \leq x < 24$

$$\Rightarrow T'(x) = -400x + 2800$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow -400x + 2800 = 0 \Leftrightarrow x = 7$$

(thỏa mãn (*))

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ với $x \in \mathbb{N}; 0 \leq x < 24$ như sau:

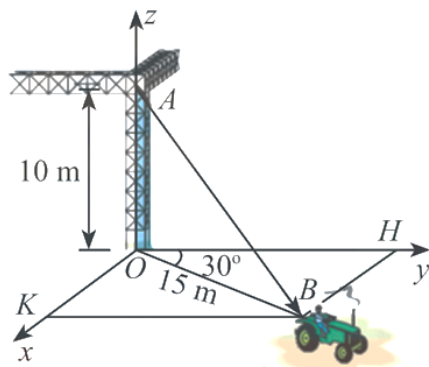
x	0	7	24
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$			

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 14600 khi $x = 7$

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là $200 \cdot 7 = 1,4$ triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3,4 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Câu 22: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$, khi đó $a + c = ?$



Trả lời: $-2,5$.

Lời giải

$$\overrightarrow{OA} = 10\vec{k} \Rightarrow A(0;0;10)$$

$$\text{Ta có: } OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$OK = OB \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Vậy $a + c = -2,5$

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

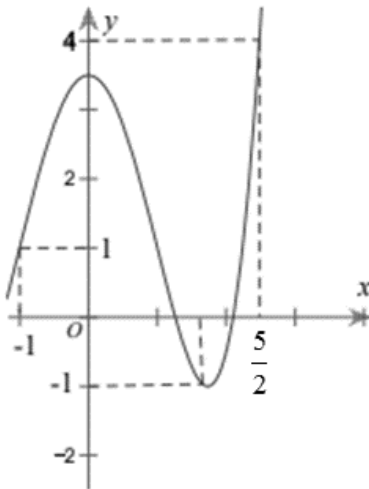
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				4				$+\infty$

Arrows indicate the function values at critical points: $f(x) \rightarrow -1$ at $x = -1$, $f(x) \rightarrow 4$ at $x = 0$, and $f(x) \rightarrow -1$ at $x = 1$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



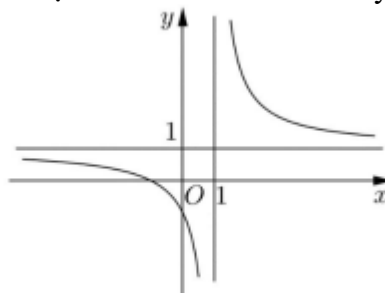
Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

- A. $M = 4, m = 1$ B. $M = 4, m = -1$ C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$ D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $y = 4$. D. $y = 2$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;-1)$, điểm nào sau đây đối xứng với điểm A qua trục Oy ?
 A. $A(2;3;-1)$. B. $A(2;-3;1)$. C. $A(-2;-3;1)$. D. $A(-2;3;1)$.

Câu 7: Dữ liệu về tốc độ của 100 xe ô tô lưu thông trên một đoạn đường cao tốc vào giờ cao điểm, được trích xuất từ camera của cơ quan cảnh sát giao thông. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu (bảng số liệu hình bên dưới).

Tốc độ (km/h)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)
Số xe	10	20	20	35	15

A. 50 km/h.

B. 10 km/h.

C. 30 km/h.

D. 110 km/h.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 9 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian(phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1602.

B. 1601,64.

C. 1601,9.

D. 1603.

Câu 9: Cho biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$. Khi đó

A. $m \leq -1$.

B. $m \in (2;3)$.

C. $m \in (1;2)$.

D. $m \in (0;1)$.

Câu 10: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 15$). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

A. $x = 8$.

B. $x = 10$.

C. $x = 15$.

D. $x = 7$.

Câu 11: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

A. 4.

B. 13.

C. 12.

D. 7.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B biết A đối xứng với B qua M .

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$.

D. $B(5;-3;-7)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) **[NB]** Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) **[TH]** Tâm đối xứng của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;1)$.

d) [VD] Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng

$$y = mx + 2024 \text{ thì } m = -\frac{1}{2}.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		+	0 -
y	↗ 4		↘ 3	↘ -1

- a) [NB] Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 b) [TH] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ là $f(1)$.
 c) [TH] Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 2.
 d) [TH] Phương trình $f'(2x+1) = 0$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Câu 15: Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vector \vec{u} chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có

tọa độ là $\vec{u} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150; 115; 0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M

là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

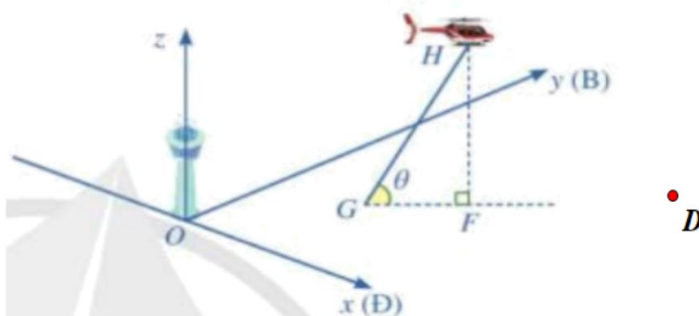
a) [NB] Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là

$$M \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right).$$

b) [TH] Tọa độ điểm G là $\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$.

c) [TH] Tọa độ của vectơ \overrightarrow{MD} là $\left(149-t; \frac{129}{2}-2t; -2t\right)$.

d) [VD] Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0; y_0; z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0 + y_0 + z_0) = 4320$.



Câu 16: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

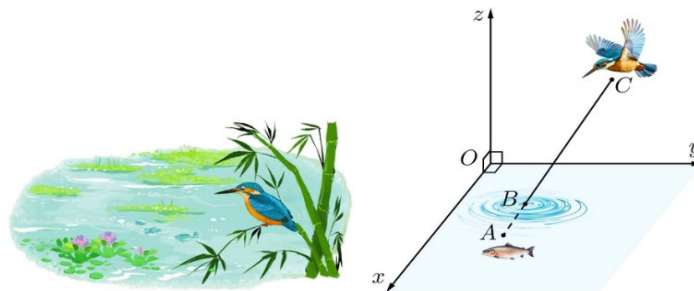
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17 .
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .
d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Hỏi tổng các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu? (lấy tròn đến 1 số sau phần thập phân)

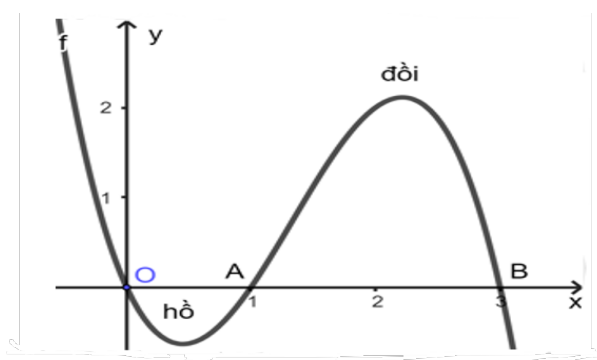
Câu 18: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2,5m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 5m và 3m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 90cm và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 4m và 3,5 m. Biết tọa độ điểm $B(x; y; z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính tổng $x + y + z$ (kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).



Câu 19: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác OAB . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn thẳng OH (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 21: Lát cắt ngang một vùng đất được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết độ rộng của hồ $OA = 1$ km, khoảng cách giữa hai bên chân đồi $AB = 2$ km, độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là 160 m. Tìm chiều cao của ngọn đồi (tính bằng mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 22: Những căn nhà gỗ trong *Hình 1* được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong *Hình 2*. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như *Hình 2* (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).

----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

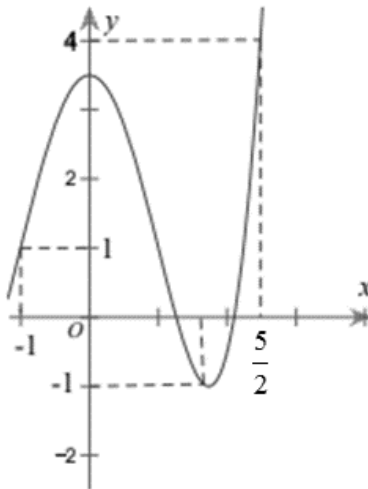
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				4				$+\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points: $f(x) \rightarrow -1$ at $x = -1$, $f(x) \rightarrow 4$ at $x = 0$, and $f(x) \rightarrow -1$ at $x = 1$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



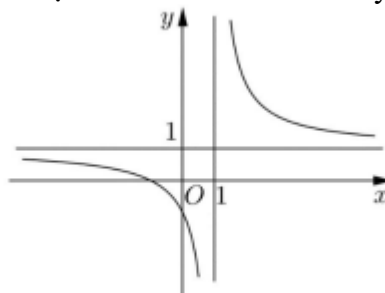
Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

- A. $M = 4, m = 1$ B. $M = 4, m = -1$ C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$ D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $y = 4$. D. $y = 2$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;-1)$, điểm nào sau đây đối xứng với điểm A qua trục Oy ?
 A. $A(2;3;-1)$. B. $A(2;-3;1)$. C. $A(-2;-3;1)$. D. $A(-2;3;1)$.

Câu 7: Dữ liệu về tốc độ của 100 xe ô tô lưu thông trên một đoạn đường cao tốc vào giờ cao điểm, được trích xuất từ camera của cơ quan cảnh sát giao thông. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu (bảng số liệu hình bên dưới).

Tốc độ (km/h)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)
Số xe	10	20	20	35	15

A. 50 km/h.

B. 10 km/h.

C. 30 km/h.

D. 110 km/h.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 9 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian(phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1602.

B. 1601,64.

C. 1601,9.

D. 1603.

Câu 9: Cho biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$. Khi đó

A. $m \leq -1$.

B. $m \in (2;3)$.

C. $m \in (1;2)$.

D. $m \in (0;1)$.

Câu 10: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 15$). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

A. $x = 8$.

B. $x = 10$.

C. $x = 15$.

D. $x = 7$.

Câu 11: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

A. 4.

B. 13.

C. 12.

D. 7.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B biết A đối xứng với B qua M .

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $B(-4;9;8)$.

C. $B(5;3;-7)$.

D. $B(5;-3;-7)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) **[NB]** Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) **[TH]** Tâm đối xứng của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;1)$.

d) [VD] Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng

$$y = mx + 2024 \text{ thì } m = -\frac{1}{2}.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		+	0 -
y				

a) [NB] Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) [TH] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ là $f(1)$.

c) [TH] Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 2.

d) [TH] Phương trình $f'(2x+1) = 0$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Câu 15: Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vectơ \vec{u} chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{u} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150; 115; 0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M

là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

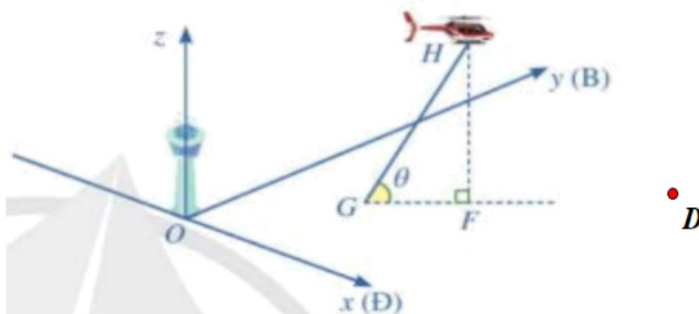
a) [NB] Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là

$$M \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right).$$

b) [TH] Tọa độ điểm G là $\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$.

c) [TH] Tọa độ của vectơ \overrightarrow{MD} là $\left(149-t; \frac{129}{2}-2t; -2t\right)$.

d) [VD] Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0; y_0; z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0 + y_0 + z_0) = 4320$.



Câu 16: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

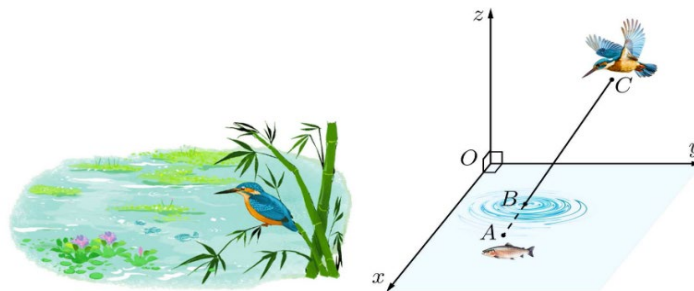
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17 .
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .
d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Hỏi tổng các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu? (lấy tròn đến 1 số sau phần thập phân)

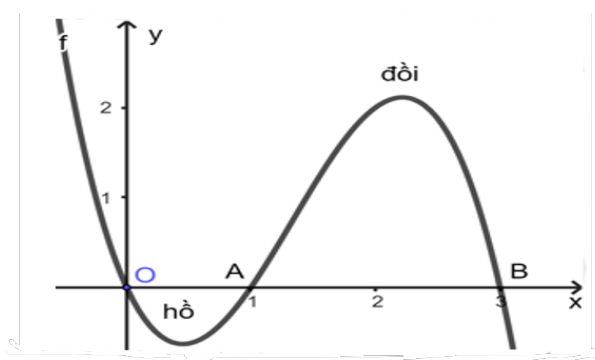
Câu 18: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2,5m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 5m và 3m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 90cm và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 4m và 3,5 m. Biết tọa độ điểm $B(x; y; z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính tổng $x + y + z$ (kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).



Câu 19: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác OAB . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 1)$, $C(0; 1; 2)$. Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn thẳng OH (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 21: Lát cắt ngang một vùng đất được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết độ rộng của hồ $OA = 1$ km, khoảng cách giữa hai bên chân đồi $AB = 2$ km, độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là 160m. Tìm chiều cao của ngọn đồi (tính bằng mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 22: Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	C	B	A	D	A	B	C	B	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2,9	9,39	2,17	2,45	540	1013

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

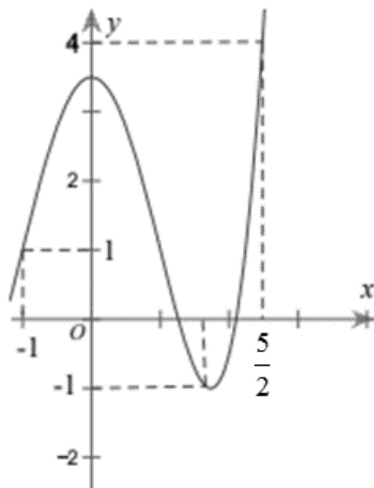
D. $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

A. $M = 4, m = 1$

B. $M = 4, m = -1$

C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$

D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị $M = 4, m = -1$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ là:

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $y = 4$.

D. $y = 2$.

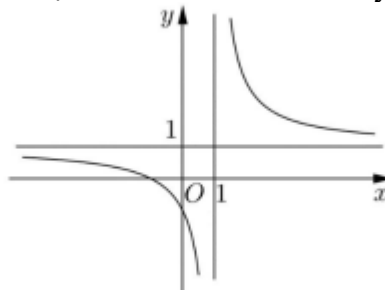
Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x+3}{x-2}\right) = 4$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x+3}{x-2}\right) = 4$

Vậy $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$

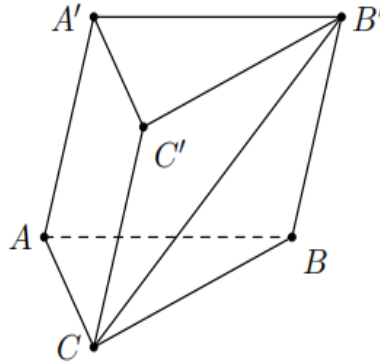
Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải

Chọn A.



Vì $BB'C'C$ là hình bình hành nên $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'}$
 $= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;-1)$, điểm nào sau đây đối xứng với điểm A qua trục Oy ? **A.** $A(2;3;-1)$. **B.** $A(2;-3;1)$. **C.** $A(-2;-3;1)$. **D.** $A(-2;3;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 7: Dữ liệu về tốc độ của 100 xe ô tô lưu thông trên một đoạn đường cao tốc vào giờ cao điểm, được trích xuất từ camera của cơ quan cảnh sát giao thông. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu (bảng số liệu hình bên dưới).

Tốc độ (km/h)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)
Số xe	10	20	20	35	15

- A.** 50 km/h. **B.** 10 km/h. **C.** 30 km/h. **D.** 110 km/h.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $u_{k+1} = 110$ và $u_1 = 60$

Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1 = 110 - 60 = 50$ km/h.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 9 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian(phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	9	10	9	15	7

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 1602. **B.** 1601,64. **C.** 1601,9. **D.** 1603.

Lời giải

Chọn B.

Thời gian(phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Giá trị đại diện	15	45	75	105	135
Số học sinh	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình tự học ở nhà của các em học sinh đó là:

$$\bar{x} = \frac{9.15 + 10.45 + 9.75 + 15.105 + 7.135}{50} = 75,6 \text{ (phút).}$$

Phương sai của mẫu số kiệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{50} (9.15^2 + 10.45^2 + 9.75^2 + 15.105^2 + 7.135^2) - 75,6^2 = 1601,64$$

Câu 9: Cho biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$. Khi đó

- A. $m \leq -1$. B. $m \in (2;3)$. C. $m \in (1;2)$. D. $m \in (0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 khi $\Delta' = (-3)^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

Theo định lí Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

Vậy $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 10: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2 (15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 15$). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

- A. $x = 8$. B. $x = 10$. C. $x = 15$. D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn B

$$G'(x) = 1,05x - 0,105x^2$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10$$

x	0	10	15
$G'(x)$		+	0
			-
$G(x)$	0	G_{\max}	0

Vậy để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là $x = 10 \text{ (mg)}$.

Câu 11: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

- A. 4. B. 13. C. 12. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Chia tử thức cho mẫu thức ta được
$$\begin{cases} y = x + 6 + \frac{13}{x - 2} \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{13}{x - 2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là}$$

đường thẳng có phương trình $y = x + 6$ nên $a + b = 7$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B biết A đối xứng với B qua M .

A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$.

B. $B(-4; 9; 8)$.

C. $B(5; 3; -7)$.

D. $B(5; -3; -7)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \frac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \frac{3 + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases} \text{ Vậy } B(5; -3; -7).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) **[NB]** Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) **[TH]** Tâm đối xứng của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1; 1)$.

d) **[VD]** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y = mx + 2024$ thì $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Hàm số xác định khi $x \neq -1 \Rightarrow$ TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

b) **Sai.** Ta có $y = x + 3 + \frac{4}{x + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 2)] = 1$ nên đường thẳng $y = x + 2$ không phải là tiệm cận xiên của (C).

c) **Sai.** TCĐ: $x = -1$; TCX: $y = x + 3 \Rightarrow$ Tọa độ tâm đối xứng là $(-1; 2)$

d) **Đúng.**

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 6$	$\nearrow +\infty$

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị là $(1; 6)$ và $(-3; -2)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $\frac{x - 1}{1 + 3} = \frac{y - 6}{6 + 2} \Leftrightarrow 2x - y + 4 = 0$

Đường thẳng $y = mx + 2024 \Leftrightarrow mx - y + 2024 = 0$

Hai đường thẳng vuông góc với nhau $\Leftrightarrow 2.m + (-1).(-1) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Cách 2

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = \frac{(x^2 + 4x + 7)'}{(x+1)'} = 2x + 4$

Theo bài ta có $2.m = -1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	↗ 4 2 ↗		↗ 3 ↘ ↘ -1 $-\infty$		

- a) **[NB]** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 b) **[TH]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ là $f(1)$.
 c) **[TH]** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 2.
 d) **[TH]** Phương trình $f'(2x+1) = 0$ nhận $x = 1$ làm nghiệm.

Lời giải

- a) **Đúng.** Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên $(-\infty; -1)$ thì $f'(x) > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
 b) **Đúng.** Dựa vào bảng biến thiên ta thấy GTLN của hàm số trên đoạn $[0; 6]$ là $f(1) = 3$.
 c) **Sai.** Dựa vào bảng biến thiên ta thấy
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ nên hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ nên hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 2$ và $y = -1$
 d) **Sai.** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$
 Do đó: $f'(2x+1) = 0 \Leftrightarrow 2x+1 = 1 \Rightarrow x = 0$

Câu 15: Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vector \vec{u} chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{u} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150; 115; 0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

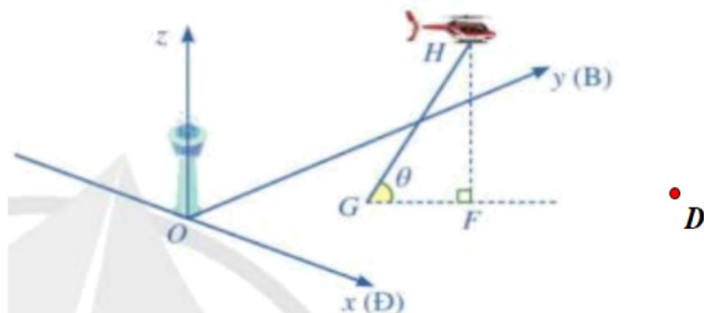
a) **[NB]** Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là

$$M \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t \right).$$

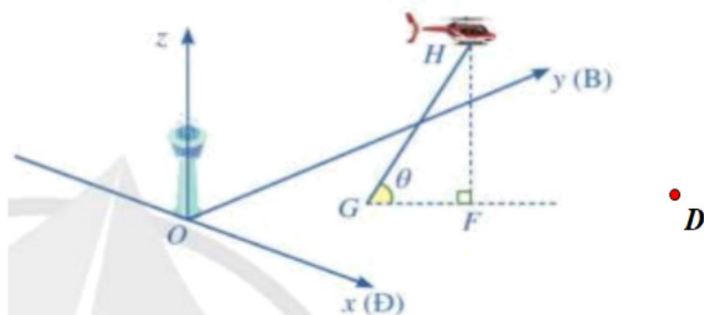
b) **[TH]** Tọa độ điểm G là $\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$.

c) **[TH]** Toạ độ của vectơ \overrightarrow{MD} là $\left(149-t; \frac{129}{2}-2t; -2t\right)$.

d) **[VD]** Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0; y_0; z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0 + y_0 + z_0) = 4320$.



Lời giải



a) Gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{OM} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$.

Khi đó vị trí máy bay H ở thời điểm t phút sau khi máy bay cất cánh là $M\left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Khi máy bay bắt đầu khởi hành, với $t=0 \Rightarrow M \equiv G\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $\overrightarrow{MD} = \left(149-t; \frac{229}{2}-2t; -2t\right)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có $\overrightarrow{MG} = t\vec{u}$, $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Khoảng cách từ máy bay H đến D nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow MG \perp MD \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overrightarrow{MD} = 0 \Leftrightarrow 149-t + 229-4t-4t = 0 \Leftrightarrow t = 42$$

Suy ra $M\left(43; \frac{169}{2}; 84\right)$. Vậy $T = 20(x_0 + y_0 + z_0) = 4230$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 16: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
d) **[VD]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Lời giải

a) **Đúng.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

b) **Đúng.**

Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [50; 100),$$

$$x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150),$$

$$x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200),$$

$$x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250),$$

$$x_{29}; x_{30} \in [250; 300).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$$

c) **Sai.**

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155.$$

d) **Đúng.**

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5 \cdot 75^2 + 10 \cdot 125^2 + 9 \cdot 175^2 + 4 \cdot 225^2 + 2 \cdot 275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Hỏi tổng các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

Lời giải

♦ Đặt $f(x) = x^2 + x - m$. Ta có: $f'(x) = 2x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$-2m + 2$	$-2m - \frac{1}{4}$	$-2m + 6$	

♦ **Trường hợp 1:** $-2m - \frac{1}{4} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{8}$

$$\text{Ta có: } \min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = \left(-2m - \frac{1}{4}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{8} (tm) \\ m = \frac{7}{8} (l) \end{cases}$$

♦ **Trường hợp 2:** $-2m + 6 < 0 \Leftrightarrow m > 3$

$$\text{Ta có } \min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -2m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = (-2m + 6)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 (l) \\ m = 4 (tm) \end{cases}$$

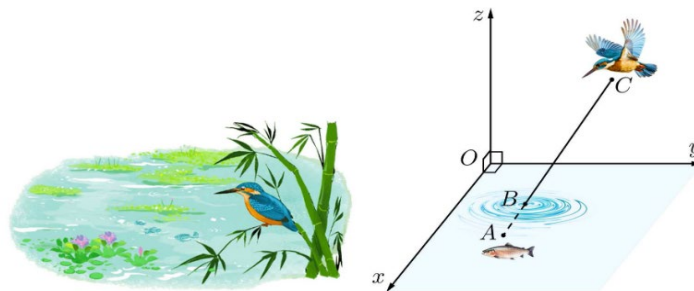
♦ **Trường hợp 3:** $-2m - \frac{1}{4} \leq 0 \leq -2m + 6 \Leftrightarrow -\frac{1}{8} \leq m \leq 3$

Ta có $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 0 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = 0$. Suy ra $-\frac{1}{8} \leq m \leq 3$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\text{Vậy } m \in \left\{ -\frac{9}{8}; 4 \right\} \Rightarrow S = \frac{23}{8}.$$

Đáp án: $\frac{23}{8}$

Câu 18: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2,5m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 5m và 3m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 90cm và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 4m và 3,5m. Biết tọa độ điểm $B(x; y; z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính tổng $x + y + z$ (kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Theo bài ta có $C(3;5;2,5)$ và $A(3,5;4;-0,9)$

Điểm $B(x; y; z) \in (Oxy) \Rightarrow z = 0$

$\overline{AC} = (-0,5; 1; 3,4)$, $\overline{AB} = (x-3,5; y-4; 0,9)$

Do ba điểm A, B, C thẳng hàng nên $\overline{AB} = k\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3,5 = -0,5k \\ y-4 = k \\ 0,9 = 3,4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{34}{9} \\ x = \frac{29}{18} \\ y = \frac{70}{9} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{29}{18}; \frac{70}{9}; 0\right).$

Vậy $x + y + z = \frac{169}{18} \approx 9,39$.

Trả lời: 9,39

Câu 19: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác OAB . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 2,17

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$, suy ra nghiệm như sau:

$$e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\ln 2 \Rightarrow y = \frac{-5}{4} - 2\ln 2;$$

$$e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 \Rightarrow y = -5 + 2\ln 2.$$

Hai điểm cực trị là $A\left(-\ln 2; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $B(\ln 2; -5 + 2\ln 2)$.

Ta có $\overline{OA} = \left(-\ln 2; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $\overline{OB} = (\ln 2; -5 + 2\ln 2)$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} |\overline{OA} \times \overline{OB}| = \frac{25}{8} \ln 2 \approx 2,17$ (đơn vị diện tích).

Cách khác tính diện tích tam giác OAB như sau:

Ta có $OA = \sqrt{5 \ln^2 2 + \frac{25}{16} + 5 \ln 2} \approx 2,72589$; $OB = \sqrt{5 \ln^2 2 + 25 - 20 \ln 2} \approx 3,67958$;

$$AB = \sqrt{20 \ln^2 2 + \frac{225}{16} - 30 \ln 2} \approx 1,69621.$$

Công thức Hêrông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 2,17$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;1)$, $C(0;1;2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn thẳng OH (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có:

$$\overline{AH} = (x-1; y-2; z+1), \overline{BC} = (-2; 0; 1)$$

$$\overline{BH} = (x-2; y-1; z-1), \overline{AB} = (1; -1; 2), \overline{AC} = (-1; -1; 3)$$

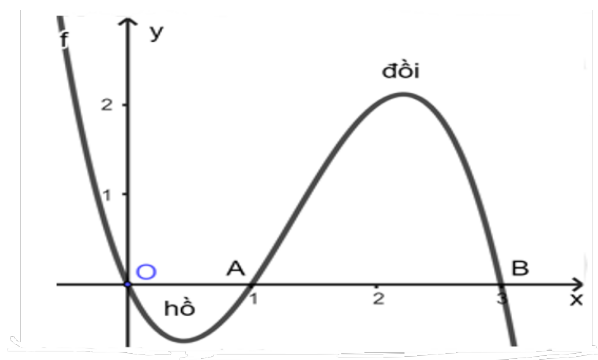
$$[\overline{AB}; \overline{AC}] = (-1; -5; -2).$$

$$\text{Do } H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \\ [\overline{AB}; \overline{AC}] \cdot \overline{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + z = -3 \\ -x - y + 3z = 0 \\ -x - 5y - 2z = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(2;1;1) \Rightarrow OH = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6} \approx 2,45.$$

Đáp án: 2,45

Câu 21: Lát cắt ngang một vùng đất được mô hình hóa thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết độ rộng của hồ $OA = 1$ km, khoảng cách giữa hai bên chân đồi $AB = 2$ km, độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là 160 m. Tìm chiều cao của ngọn đồi (tính bằng mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Dựa đồ thị hàm số ta có $y = f(x) = ax(x-1)(x-3)$, với $a < 0$

$$\Rightarrow f(x) = a(x^3 - 4x^2 + 3x)$$

$$\text{Ta có } f'(x) = a(3x^2 - 8x + 3), f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + \sqrt{7}}{3} \\ x = \frac{4 - \sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vì độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là } 160 \text{ m} \Rightarrow f\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right) = -0,16$$

$$\Rightarrow a\left[\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^3 - 4\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^2 + 3\cdot\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right] = -0,16 \Rightarrow a \approx -0,2535$$

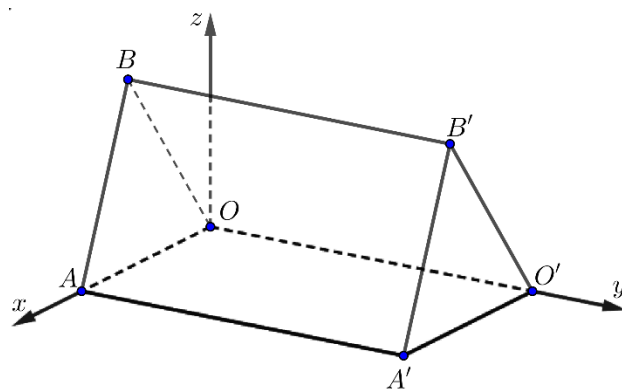
$$\text{Vậy chiều cao của ngọn đồi là } f\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right) \approx 0,54 \text{ km} = 540 \text{ m}$$

Trả lời: 540

Câu 22: Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Trả lời: 1013

Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450cm và 240cm.

$$\Rightarrow A'A = 450 \text{ cm và } A'O' = 240 \text{ cm.}$$

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$,

$$\text{Do đó } A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323(\text{cm}).$$

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300) \text{ và } O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323(\text{cm}).$$

Vậy mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là 450cm, chiều rộng là 240cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

$$\Rightarrow a+b+c = 1013.$$

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1 – ĐỀ 7**MÔN THI: TOÁN 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

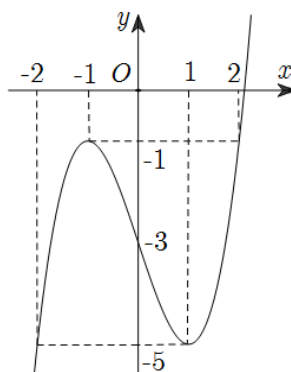
Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$					
$f(x)$	$+\infty$	↘		-1	↗		4	↘		-1	↗		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

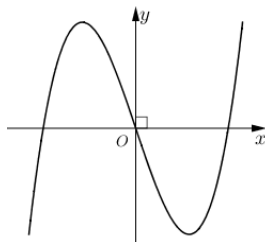


- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$.
 C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector \overline{AB} là vector nào dưới đây?

- A. $\overline{D'C'}$. B. \overline{BA} . C. \overline{CD} . D. $\overline{B'A'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0;2;0)$. B. $(0;0;5)$. C. $(1;0;0)$. D. $(0;2;5)$.

Câu 7: Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0;50)$	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là?

- A. $R = 250$. B. $R = 50$. C. $R = 200$. D. $R = 150$.

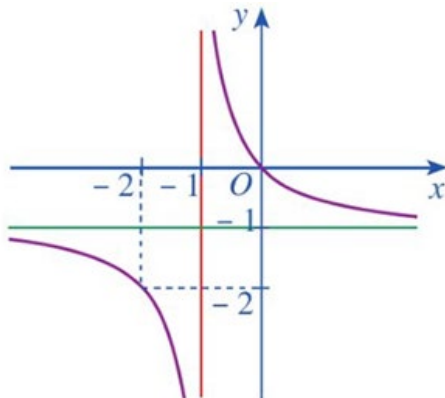
Câu 8: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
 B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.
 C. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
 D. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2024$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2024$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2024$ và $x = -2024$
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2024$ và $y = -2024$.

Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x}{x+1}$.

Câu 11: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; -1; 1)$ và $\vec{v} = (1; 2; -2)$. Độ dài của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{11} + 3$. C. $3\sqrt{2}$. D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

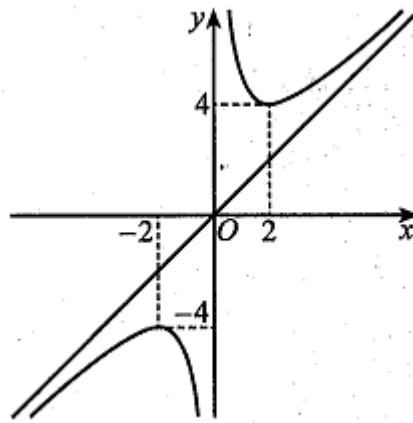
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	\nearrow 4 \searrow	$-\infty$	$+\infty$	\searrow -4 \nearrow	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

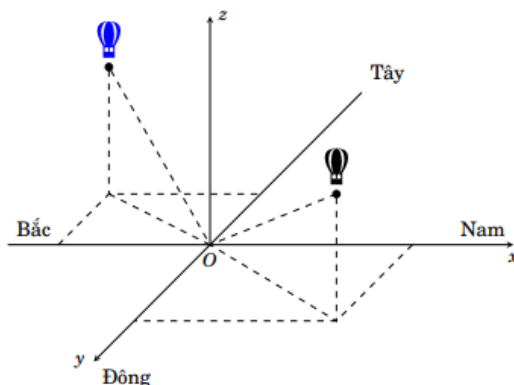
b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$.

c) **[TH]** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -1 .

d) **[VD]** Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là 5.

Câu 15. Hai khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau 30 phút, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía bắc và 2 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,4 km. Giả sử khinh khí cầu chuyển động theo đường thẳng với vận tốc không đổi.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



- a) **[NB]** Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất sau 30 phút là $(3; 1,5; 0,8)$.
- b) **[TH]** Quãng đường khinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là 3,44 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- c) **[TH]** Quãng đường khinh khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là 2,86 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- d) **[TH]** Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu sau khi đi được 30 phút là 6,11 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 16: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh lớp 12A và 12B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh lớp 12A	7	16	15	4
Số học sinh lớp 12B	5	14	17	6

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là 20.
- b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là 7,78 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12B là 19,22 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) **[VD]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; 3)$.

Tọa độ giao điểm $E(a;b;c)$ của đường thẳng AB với mặt phẳng tọa độ (Oxy) . Tính $2a+b+c$

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử điểm M thuộc AC , điểm N thuộc DC' và $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Có một cặp $(x; y)$ sao cho $MN \parallel BD'$, khi đó tính biểu thức $T = x + y$

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B

Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox . Khi đó tỷ số $\frac{IA}{IB} = \frac{b}{c}$, tính $T = b - c$.

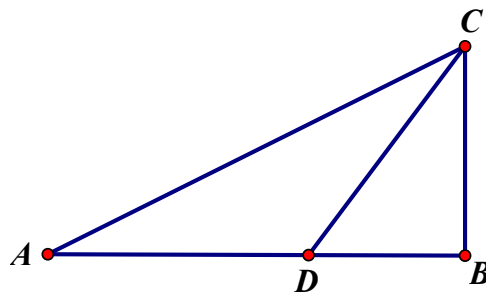
Câu 20. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe máy Honda lead. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) cho bởi công thức:

$$V(t) = 4(3t^2 - 2t^3) + 1 \text{ với } 0 \leq t \leq 1$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 1$

Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ bao nhiêu có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất

Câu 21. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km)



Câu 22: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	B	A	A	C	A	D	D	D	C	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	7	1	-6	60	32,5	1594

LỜI GIẢI CHI TIẾT

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$+\infty$			4			-1			$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

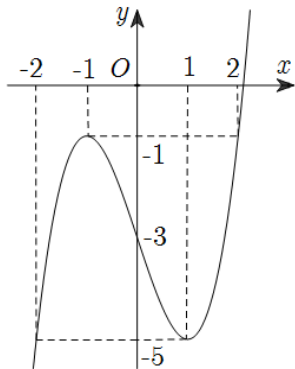
Lời giải

Chọn D

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



A. $m = -5; M = -1.$

B. $m = -2; M = 2.$

C. $m = -1; M = 0.$

D. $m = -5; M = 0.$

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

$$M = \max_{[-2;2]} f(x) = -1 \text{ khi } x = -1 \text{ hoặc } x = 2.$$

$$m = \min_{[-2;2]} f(x) = -5 \text{ khi } x = -2 \text{ hoặc } x = 1.$$

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}.$

B. $y = 4.$

C. $y = 1.$

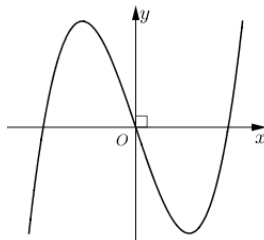
D. $y = -1.$

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4.$

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x.$

B. $y = -x^3 + 3x.$

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1.$

D. $y = -x^3 + 3x^2.$

Lời giải

Chọn A

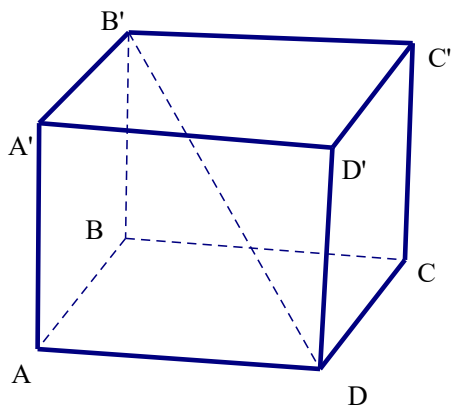
Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ \overline{AB} là vectơ nào dưới đây?

- A.** $\overline{D'C'}$. **B.** \overline{BA} . **C.** \overline{CD} . **D.** $\overline{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Đễ dàng thấy $\overline{AB} = \overline{D'C'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A.** $(0; 2; 0)$. **B.** $(0; 0; 5)$. **C.** $(1; 0; 0)$. **D.** $(0; 2; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Câu 7: Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng:

Số tiền (nghìn đồng)	$[0; 50)$	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$	$[200; 250)$
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là?

- A.** $R = 250$. **B.** $R = 50$. **C.** $R = 200$. **D.** $R = 150$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $R = 250 - 0 = 250$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.
C. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
D. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn D

Dựa theo lý thuyết sách giáo khoa ‘căn bậc hai số học của phương sai chính là độ lệch chuẩn’. Do đó ta chọn đáp án sai là “Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn”.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2024$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2024$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

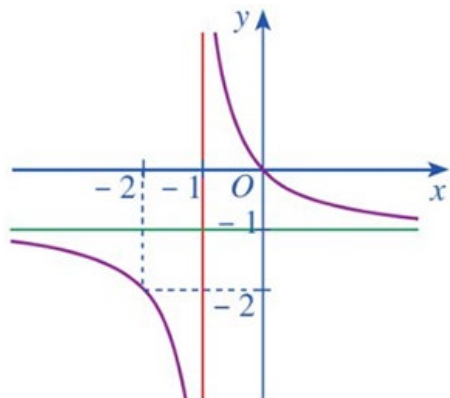
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2024$ và $x = -2024$
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2024$ và $y = -2024$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án: Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2024$ và $y = -2024$.

Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
- B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- D.** $y = \frac{-x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0;0)$ nên đồ thị của hàm số $y = \frac{-x}{x+1}$.

Câu 11: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2.
- B. 0.
- C.** 1.
- D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-1 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; -1; 1)$ và $\vec{v} = (1; 2; -2)$. Độ dài của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $\sqrt{10}$.
- B. $\sqrt{11} + 3$.
- C.** $3\sqrt{2}$.
- D. 5.

Lời giải

Chọn C

Có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 1; -1)$.

Độ dài của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là: $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{4^2 + 1^2 + (-1)^2} = 3\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

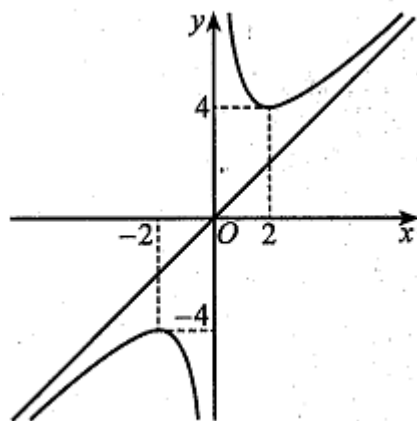
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Lời giải:

a) Sai Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ nên mệnh đề sai.

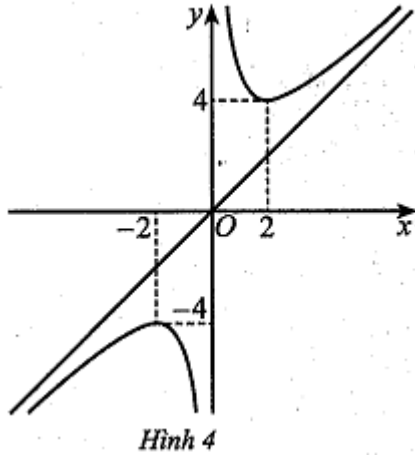
b) Đúng $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Sai Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$	-4	$+\infty$

Mệnh đề sai vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$

d) **Đúng** Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng



Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- [NB]** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- [TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$.
- [TH]** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -1 .
- [VD]** Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là 5.

Lời giải

- Đúng.** Ta có: $f(0) = 1$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là đúng.
- Sai.** Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -26 \\ x = -1 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	-26	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$ là sai.

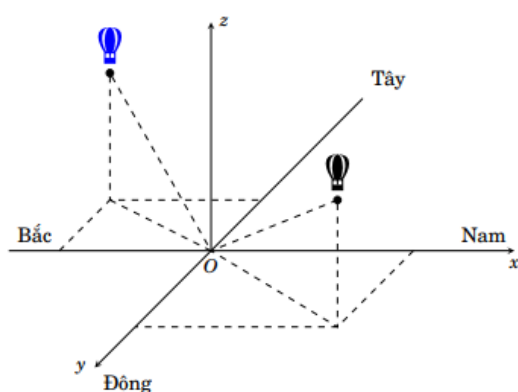
- Sai.** Ta có $f(-2) = -1$; $f(-1) = 6$; $f(3) = -26$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng 6, tại $x = -1$ nên câu này sai.

d) Đúng. Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là bằng tổng số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành và số cực trị của hàm số.

Từ bbt ta thấy đồ thị hàm số có 2 cực trị và cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khác 2 cực trị đó. Vậy số cực trị cần tìm là 5. Do đó câu này đúng.

Câu 15. Hai khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau 30 phút, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía bắc và 2 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,4 km. Giả sử khinh khí cầu chuyển động theo đường thẳng với vận tốc không đổi.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



- a) **[NB]** Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất sau 30 phút là $(3; 1,5; 0,8)$.
- b) **[TH]** Quãng đường khinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là 3,44 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- c) **[TH]** Quãng đường khinh khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là 2,86 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- d) **[TH]** Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu sau khi đi được 30 phút là 6,11 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a) **Đúng**

Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(3; 1,5; 0,8)$.

b) **Sai**

Quãng đường khinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là $\sqrt{3^2 + 1,5^2 + 0,8^2} \approx 3,45$ (km)

c) **Đúng**

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(-2; -2; 0,4)$.

Quãng đường kính khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là $\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 0,4^2} \approx 2,86$ (km)

d) Sai

Khoảng cách giữa hai kính khí cầu sau khi đi được 30 phút là $\sqrt{(3+2)^2 + (1,5+2)^2 + (0,8-0,4)^2} \approx 6,12$ (km).

Câu 16: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh lớp 12A và 12B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh lớp 12A	7	16	15	4
Số học sinh lớp 12B	5	14	17	6

a) **[NB]** Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là 20.

b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là 7,78 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12B là 19,22 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) **[VD]** Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

a) Đúng

Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là $45 - 25 = 20$.

b) Sai

Xét mẫu số liệu của học sinh lớp 12A:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{42}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{11} \in [30; 35)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là:

$$Q_1 = 30 + \frac{\frac{42}{4} - 7}{16} (35 - 30) = \frac{995}{32}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{32} \in [35; 40)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là:

$$Q_3 = 35 + \frac{3 \cdot 42 - (7 + 16)}{15} (40 - 35) = \frac{227}{6}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học

sinh lớp 12A là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{227}{6} - \frac{995}{32} \approx 6,74$

c) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 12B:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_2 = \frac{5.27,5 + 14.32,5 + 17.37,5 + 6.42,5}{42} = \frac{495}{14}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{1}{42} (5.27,5^2 + 14.32,5^2 + 17.37,5^2 + 6.42,5^2) - \left(\frac{495}{14}\right)^2 \approx 19,22$$

d) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 12A:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{7.27,5 + 16.32,5 + 15.37,5 + 4.42,5}{42} = \frac{1445}{42}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{1}{42} (7.27,5^2 + 16.32,5^2 + 15.37,5^2 + 4.42,5^2) - \left(\frac{1445}{42}\right)^2 \approx 18,99$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12A là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} \approx \sqrt{18,99} \approx 4,36$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12B là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} \approx \sqrt{19,22} \approx 4,38$

Vì $s_2 > s_1$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; 3)$.

Tọa độ giao điểm $E(a; b; c)$ của đường thẳng AB với mặt phẳng tọa độ (Oxy) . Tính $2a + b + c$

Lời giải

Vì E thuộc mặt phẳng Oxy nên tọa độ điểm $E = (x; y; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AE} = (x - 3; y + 1; -2)$ mà A, B, E thẳng hàng nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}(-2; 3; 1); \overrightarrow{AE}$ cùng phương, do đó:

$$\overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = -2k \\ y + 1 = 3k \\ -2 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ k = -2 \\ y = -7 \end{cases} \text{ . Vậy } E(7; -7; 0)$$

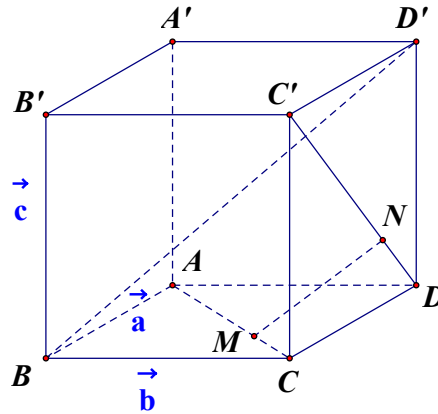
$$\Rightarrow 2a + b + c = 7$$

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử điểm M thuộc AC , điểm N thuộc DC' và

$\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Có một cặp $(x; y)$ sao cho $MN \parallel BD'$

khi đó tính biểu thức $T = x + y$

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$.

Khi đó, theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{BD'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM}$.

Từ $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, ta có $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BD} = y(\overrightarrow{BC'} - \overrightarrow{BD})$, suy ra:

$$\overrightarrow{BN} - (\vec{a} + \vec{b}) = y(\vec{b} + \vec{c} - \vec{a} - \vec{b}).$$

$$\overrightarrow{BN} = (1 - y)\vec{a} + \vec{b} + y\vec{c}.$$

Từ $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, suy ra $\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA} = x(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA})$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BM} - \vec{a} = x(\vec{b} - \vec{a}) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = (1 - x)\vec{a} + x\vec{b}.$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = (1 - y)\vec{a} + \vec{b} + y\vec{c} - (1 - x)\vec{a} - x\vec{b} \\ &= (x - y)\vec{a} + (1 - x)\vec{b} + y\vec{c}. \end{aligned}$$

Điều kiện để $MN \parallel BD'$ là $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BD'}$ hay

$$(x - y)\vec{a} + (1 - x)\vec{b} + y\vec{c} = k(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

$$(x - y)\vec{a} + (1 - x)\vec{b} + y\vec{c} = k\vec{a} + k\vec{b} + k\vec{c} \quad (*)$$

Do $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không cùng phương nên từ (*) suy ra:

$$\begin{cases} k = x - y \\ k = 1 - x \\ k = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 1 \\ k = y \end{cases} \Leftrightarrow (x; y; k) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Vậy biểu thức } T = x + y = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1.$$

Câu 19: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B

Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox . Khi đó tỷ số $\frac{IA}{IB} = \frac{b}{c}$, tính $T = b - c$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Ta có BBT

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	10	-22	$+\infty$	

Khi đó $A(-1; 10), B(3; -22)$.

Ta có phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x+1}{3+1} = \frac{y-10}{-22-10} \Rightarrow y = -8x + 2$

Khi đó AB giao Ox tại điểm $I\left(\frac{1}{4}; 0\right)$.

$$\text{Vậy suy ra } \frac{IA}{IB} = \frac{\sqrt{\left(-1 - \frac{1}{4}\right)^2 + 10^2}}{\sqrt{\left(3 - \frac{1}{4}\right)^2 + 22^2}} = \frac{5}{11} \Rightarrow b - c = -6.$$

Trả lời: -6

Câu 20. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe máy Honda lead. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) cho bởi công thức:

$$V(t) = 4(3t^2 - 2t^3) + 1 \text{ với } 0 \leq t \leq 1$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 1$

Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ bao nhiêu có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất

Lời giải

Xét hàm số $V(t) = 4(3t^2 - 2t^3) + 1$ với $0 \leq t \leq 1$

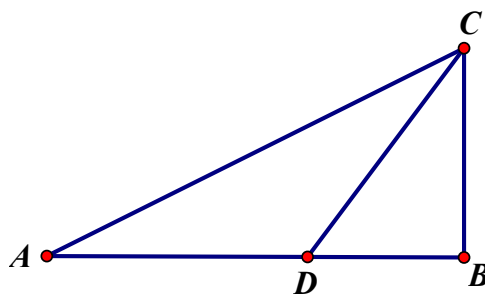
Đạo hàm $V'(t) = 24t(1-t)$

$$V'(t) = 0 \Leftrightarrow 24t(1-t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [0; 1] \\ t = 1 \in [0; 1] \end{cases}$$

Các giá trị $V(0) = 1; V(1) = 5$

Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 60 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất

Câu 21. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km)



Lời giải

Đặt $AD = x$ km, $x \in [0; 40] \Rightarrow BD = 40 - x \Rightarrow CD = \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2}$.

Tổng kinh phí đi từ A đến C là $f(x) = x \cdot 3 + \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2} \cdot 5$.

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700}.$$

$$f'(x) = 3 + 5 \frac{2x - 80}{2\sqrt{x^2 - 80x + 1700}} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} + 5x - 200}{\sqrt{x^2 - 80x + 1700}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} = 200 - 5x \Leftrightarrow x = \frac{65}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{65}{2}$	40
$f'(x)$		-	+
$f(x)$			

Vậy $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = \frac{65}{2} = 32,5$

Đáp số : 32,5

Câu 22: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

Lời giải

Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$.

Vì hướng của máy bay không đổi nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} cùng hướng.

Do tốc độ của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{9 - 7}{2} \right) = (70; 25; 1).$$

Mặt khác, $\overline{BC} = (x-940; y-550; z-8)$ nên
$$\begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 1 \end{cases}$$

Từ đó
$$\begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 1594.$$

Trả lời: 1594

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

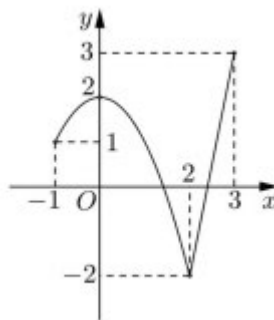
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



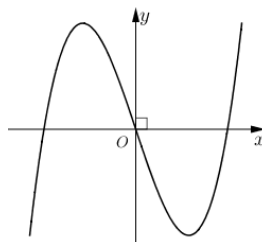
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 5. D. 0.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

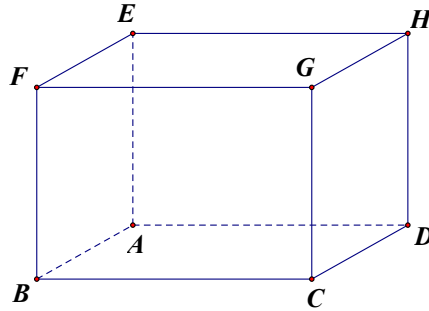


- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 - 3x$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$



Véc tơ nào sau đây bằng với \overrightarrow{AD}

A. \overrightarrow{HE} .

B. \overrightarrow{CB} .

C. \overrightarrow{BD} .

D. \overrightarrow{FG} .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;0;1)$.

B. $(3;0;0)$.

C. $(0;2;0)$.

D. $(0;2;1)$.

Câu 7: Bảng sau thống kê cân nặng của 30 học sinh lớp 12A1

Cân nặng (Kg)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Số học sinh	5	10	5	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5.

B. 45.

C. 70.

D. 25.

Câu 8: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ lệch chuẩn được tính theo công thức

A. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

B. $S = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

C. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1x_1^2 + m_2x_2^2 + \dots + m_kx_k^2] - \bar{x}^2$.

D. $S = \sqrt{\frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]}$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

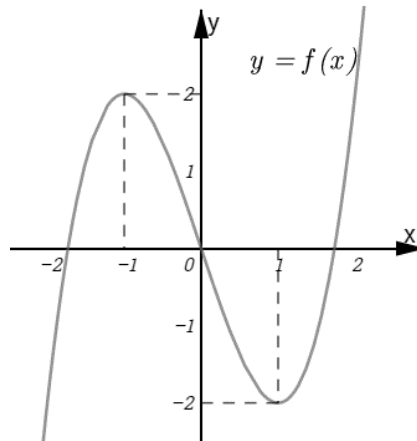
A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = -x^3 - 3x$.

D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 11: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1 . Tính m ?

- A. $m = -6$. B. $m = -4$. C. $m = -3$. D. $m = -5$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

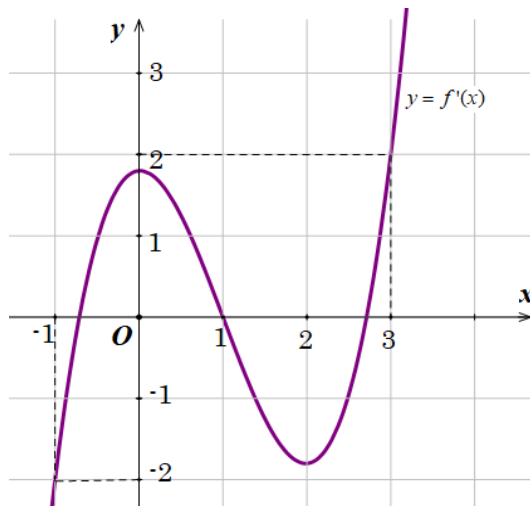
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$	2

- a) **[NB]** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.
 b) **[TH]** Giao của hai đường tiệm cận là điểm $I(0;2)$.
 c) **[TH]** $f(-5) > f(-4)$.
 d) **[VD]** Phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

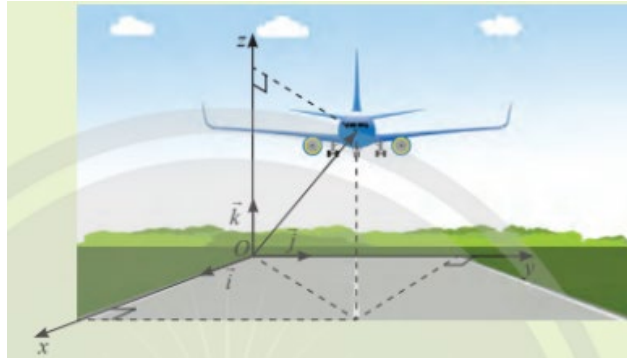
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực \mathbb{R} và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
 b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
 c) Hàm số $y = f'(x)$ và $y = x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là $f(1) + \frac{4049}{2}$.

Câu 15: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



- a) **[NB]** Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- b) **[TH]** Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- c) **[TH]** Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- d) **[TH]** Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

Câu 16: Kiểm tra khối lượng của 30 bao thạch cao (đơn vị: kg) được chọn ngẫu nhiên trước khi xuất xưởng cho kết quả như bảng ghép lớp sau:

Nhóm số liệu	[48, 5; 49)	[49; 49, 5)	[49, 5; 50)	[50; 50, 5)	[50, 5; 51)	[51; 51, 5)
Số bao thạch cao	6	2	4	4	6	8

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu ghép nhóm trên là 3.
- b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của bảng ghép nhóm là 3.
- c) **[TH]** Giá trị trung bình của mẫu ghép nhóm là 50,32.
- d) **[VD]** Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu ghép nhóm là $0,7009; \sqrt{0,7009}$.

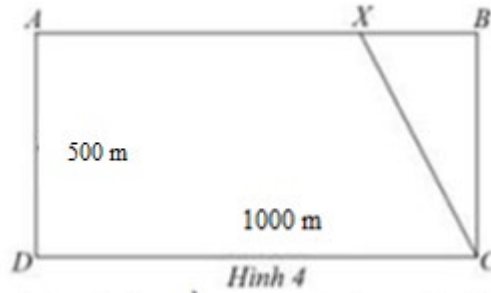
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Biết ba đỉnh $A(4; -1; 1), B(2; 0; -1), C(6; 1; 0)$ và hình thang $ABCD$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tính $a - 2b + c$.

Câu 18. Trong không gian $(Oxyz)$ cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(3; 1; -1)$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19: Hàm cầu của một sản phẩm có dạng $P = \frac{60 - Q}{4}, 0 \leq Q \leq 60$, trong đó Q là số lượng sản phẩm và P là giá bán của mỗi sản phẩm. Doanh thu tối đa bằng bao nhiêu?

Câu 20: Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 500 m, dài 1000 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Câu 21. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa được tính bằng nghìn đồng và cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Lợi nhuận tối đa mà hộ làm nghề dệt vải lụa thu được mỗi ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN . Tính $a + b + c$.

----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

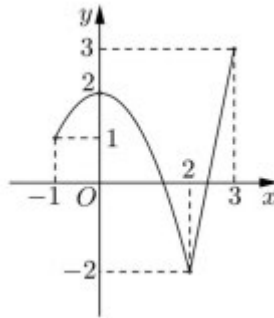
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



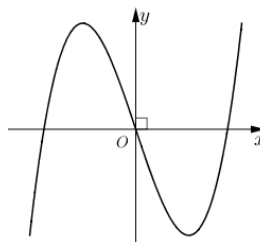
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A.** $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

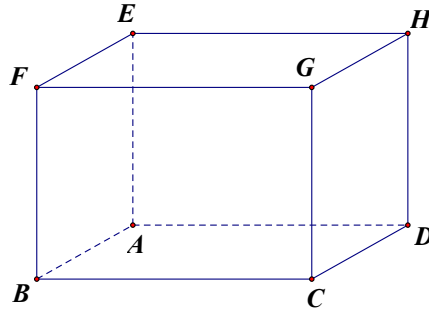


- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 - 3x$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$



Véc tơ nào sau đây bằng với \overrightarrow{AD}

A. \overrightarrow{HE} .

B. \overrightarrow{CB} .

C. \overrightarrow{BD} .

D. \overrightarrow{FG} .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;0;1)$.

B. $(3;0;0)$.

C. $(0;2;0)$.

D. $(0;2;1)$.

Câu 7: Bảng sau thống kê cân nặng của 30 học sinh lớp 12A1

Cân nặng (Kg)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Số học sinh	5	10	5	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5.

B. 45.

C. 70.

D. 25.

Câu 8: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ lệch chuẩn được tính theo công thức

A. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

B. $S = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

C. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1x_1^2 + m_2x_2^2 + \dots + m_kx_k^2] - \bar{x}^2$.

D. $S = \sqrt{\frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]}$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

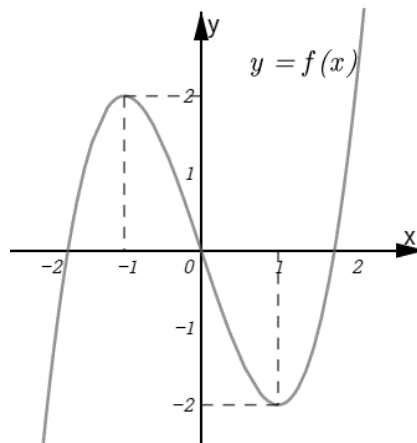
A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = -x^3 - 3x$.

D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 11: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1 . Tính m ?

- A. $m = -6$. B. $m = -4$. C. $m = -3$. D. $m = -5$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

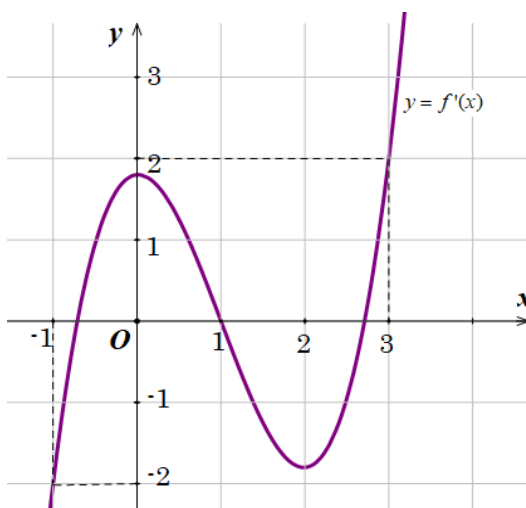
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

- a) **[NB]** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.
 b) **[TH]** Giao của hai đường tiệm cận là điểm $I(0;2)$.
 c) **[TH]** $f(-5) > f(-4)$.
 d) **[VD]** Phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

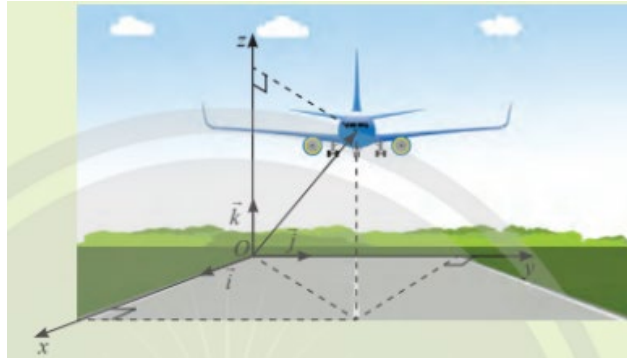
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực \mathbb{R} và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
 b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
 c) Hàm số $y = f'(x)$ và $y = x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là $f(1) + \frac{4049}{2}$.

Câu 15: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



- a) **[NB]** Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- b) **[TH]** Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- c) **[TH]** Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- d) **[TH]** Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

Câu 16: Kiểm tra khối lượng của 30 bao thạch cao (đơn vị: kg) được chọn ngẫu nhiên trước khi xuất xưởng cho kết quả như bảng ghép lớp sau:

Nhóm số liệu	[48, 5; 49)	[49; 49, 5)	[49, 5; 50)	[50; 50, 5)	[50, 5; 51)	[51; 51, 5)
Số bao thạch cao	6	2	4	4	6	8

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu ghép nhóm trên là 3.
- b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của bảng ghép nhóm là 3.
- c) **[TH]** Giá trị trung bình của mẫu ghép nhóm là 50,32.
- d) **[VD]** Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu ghép nhóm là $0,7009; \sqrt{0,7009}$.

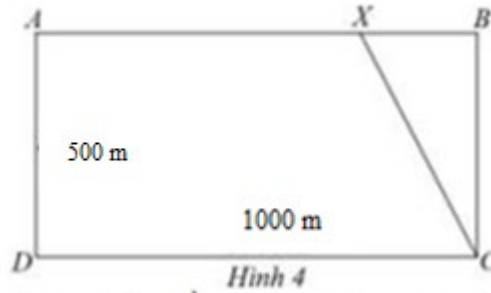
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Biết ba đỉnh $A(4; -1; 1), B(2; 0; -1), C(6; 1; 0)$ và hình thang $ABCD$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tính $a - 2b + c$.

Câu 18. Trong không gian $(Oxyz)$ cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(3; 1; -1)$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19: Hàm cầu của một sản phẩm có dạng $P = \frac{60 - Q}{4}, 0 \leq Q \leq 60$, trong đó Q là số lượng sản phẩm và P là giá bán của mỗi sản phẩm. Doanh thu tối đa bằng bao nhiêu?

Câu 20: Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 500 m, dài 1000 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Câu 21. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa được tính bằng nghìn đồng và cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Lợi nhuận tối đa mà hộ làm nghề dệt vải lụa thu được mỗi ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN . Tính $a + b + c$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	B	A	D	B	D	D	B	C	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	8	-0,3	225	900	1200	2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

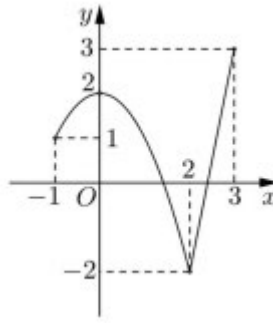
D. -4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra $M = f(3) = 3$; $m = f(2) = -2$

Vậy $M - m = 5$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A.** $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 4$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -1$.

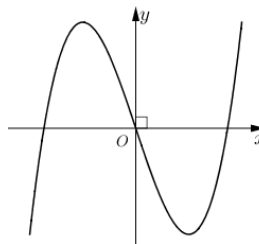
Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Suy ra $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$.
C. $y = x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^3 - 3x$.

Lời giải

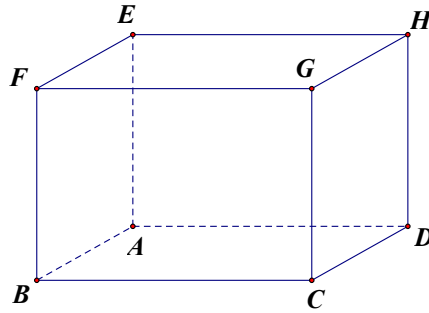
Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, loại phương án B, D .

Xét phương án C có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, hàm số không có cực trị, loại phương án C .

Vậy phương án đúng là A .

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$



Véc tơ nào sau đây bằng với \overrightarrow{AD}

- A. \overrightarrow{HE} . B. \overrightarrow{CB} . C. \overrightarrow{BD} . D. \overrightarrow{FG} .

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0;0;1)$. B. $(3;0;0)$. C. $(0;2;0)$. D. $(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của $A(3;2;1)$ lên trục Ox là điểm có tọa độ $(3;0;0)$.

Câu 7: Bảng sau thống kê cân nặng của 30 học sinh lớp 12A1

Cân nặng (Kg)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Số học sinh	5	10	5	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 45. C. 70. D. 25.

Lời giải

Chọn D

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 70 - 45 = 25$.

Câu 8: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ lệch chuẩn được tính theo công thức

A. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

B. $S = \frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]$.

C. $S^2 = \frac{1}{n} [m_1x_1^2 + m_2x_2^2 + \dots + m_kx_k^2] - \bar{x}^2$.

D. $S = \sqrt{\frac{1}{n} [m_1(x_1 - \bar{x})^2 + m_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2]}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = -x^3 - 3x$.

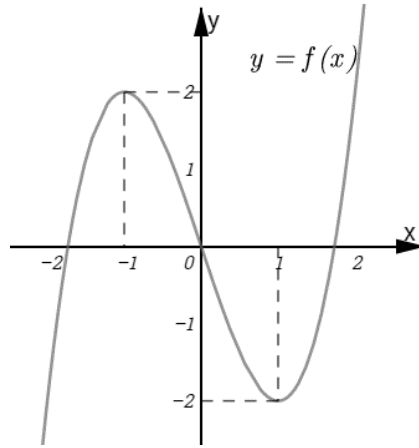
D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 0.

B. 2.

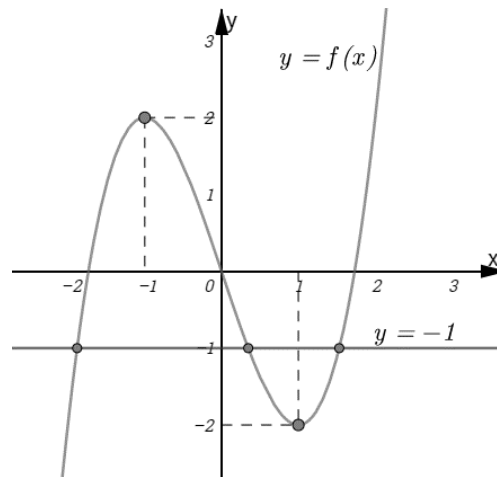
C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.



Từ hình vẽ suy ra 3 nghiệm.

Câu 11: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$. Trên $[-1; 1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1 . Tính m ?

A. $m = -6$.

B. $m = -4$.

C. $m = -3$.

D. $m = -5$.

Lời giải

Chọn B

Xét $[-1; 1]$ có $y' = 6x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 1 \in [-1; 1] \end{cases}$$

Khi đó

$$y(-1) = -5 - m; \quad y(0) = -m; \quad y(1) = -1 - m$$

Ta thấy $-5 - m < -1 - m < -m$ nên $\min_{[-1; 1]} y = -5 - m$.

Theo bài ra ta có $\min_{[-1; 1]} y = -1$ nên $-5 - m = -1 \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$

Khi đó $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$ và $|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$

$$\text{Do đó } |\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

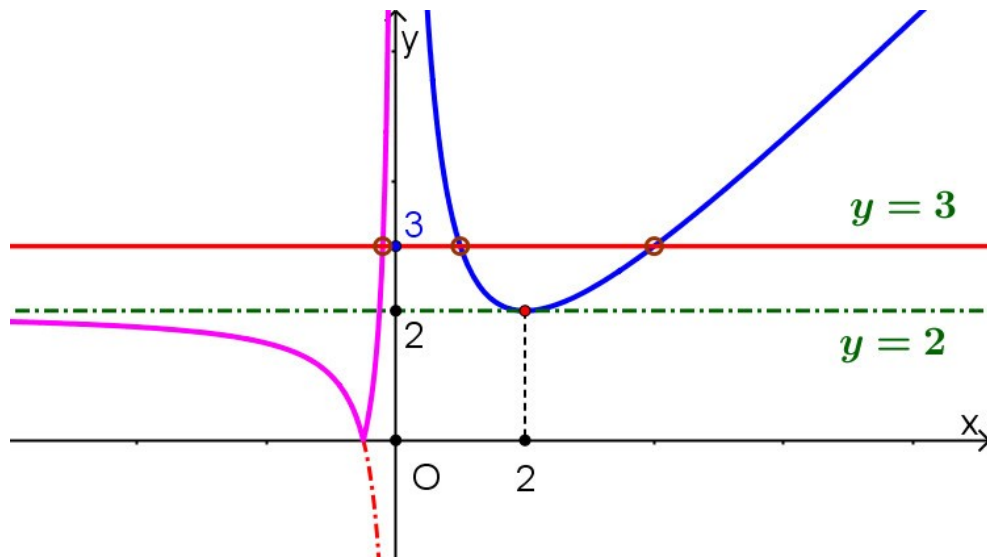
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2 ↘ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ ↘ 2 ↗ ↗ $+\infty$		

- a) **[NB]** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.
- b) **[TH]** Giao của hai đường tiệm cận là điểm $I(0; 2)$.
- c) **[TH]** $f(-5) > f(-4)$.
- d) **[VD]** Phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

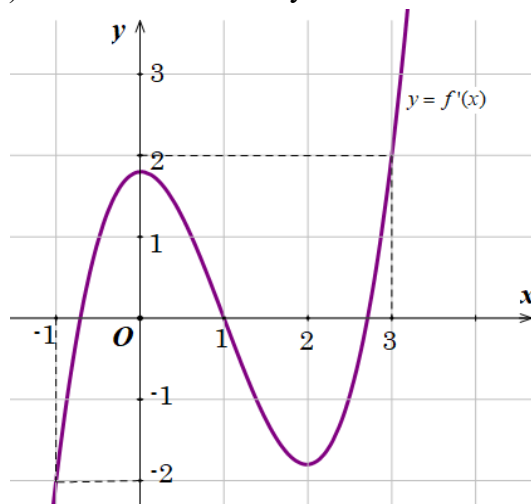
Lời giải

- a) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất nên suy ra mệnh đề **sai**.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 0$ và đường tiệm cận ngang là $y = 2$. Giao điểm hai đường tiệm cận là điểm $I(0; 2)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên ta có: $-5 < -4 \Rightarrow f(-5) > f(-4)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- d) Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra được đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$



Từ đồ thị $y = |f(x)|$ ta thấy $|f(x)| = 3$ có đúng 3 nghiệm phân biệt nên mệnh đề **đúng**.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực \mathbb{R} và hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:

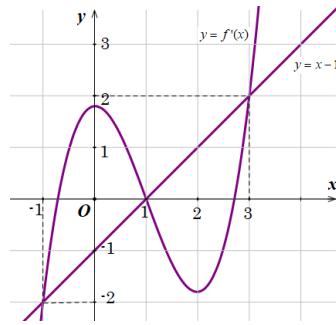


Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
- c) Hàm số $y = f'(x)$ và $y = x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là $f(1) + \frac{4049}{2}$.

Lời giải

- a) Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ có đổi dấu trên khoảng $(-1;0)$. Nên a) sai.
- b) Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Nên b) sai.
- c) Ta có $g'(x) = f'(x) - (x-1)$.
 $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$



Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm. Nên c) đúng.

d) Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 1, x = 3$

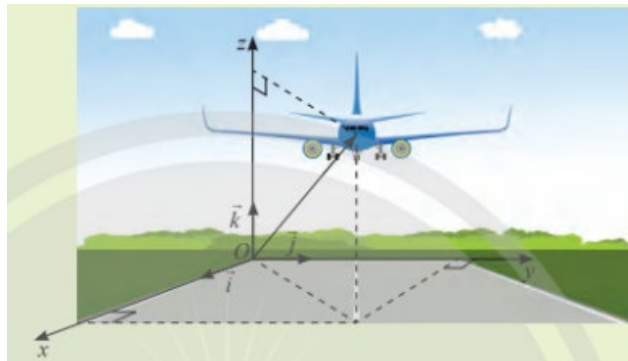
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$		↘ $g(-1)$		↗ $g(1)$		↘ $g(3)$		↗	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

$$g(1) = f(1) - \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 + 2024 = f(1) + \frac{4049}{2}. \text{ Nên d) đúng.}$$

Câu 15: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



- [NB]** Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- [TH]** Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- [TH]** Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- [TH]** Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

Lời giải

a) **Đúng.** $\overline{OM} = (50;120;4) \Rightarrow OM = \sqrt{50^2 + 120^2 + 4^2} \approx 130,06$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và trạm không lưu tại thời điểm 8h xấp xỉ 130km.

b) **Sai.** Ta có $\overline{OM} + \vec{v} = (350;520;7)$

Tại thời điểm 9h, tọa độ của máy bay là $M_1(350;520;7)$

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 7km.

c) **Sai.** Ta có $\overline{OM} + 2\vec{v} = (650;920;10)$.

Vậy tại thời điểm 10h, tọa độ của máy bay là $M_2(650;920;10)$

Ta có: $\overline{M_2F} = (600;100;10) \Rightarrow M_2F = \sqrt{600^2 + 100^2 + 10^2} \approx 608,36$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và tháp truyền hình F xấp xỉ 600km.

d) **Sai.** Từ độ cao 10km, với tốc độ hạ độ cao là 5km/h thì máy bay cần 2h để đáp xuống đất.

Ta có: $\overline{OM_2} + 2\vec{v}_2 = (1450;1520;0)$.

Vậy tọa độ của máy bay khi đáp xuống là $M_3(1450;1520;0)$

Câu 16: Kiểm tra khối lượng của 30 bao thạch cao (đơn vị: kg) được chọn ngẫu nhiên trước khi xuất xưởng cho kết quả như bảng ghép lớp sau:

Nhóm số liệu	[48,5;49)	[49;49,5)	[49,5;50)	[50;50,5)	[50,5;51)	[51;51,5)
Số bao thạch cao	6	2	4	4	6	8

a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu ghép nhóm trên là 3.

b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của bảng ghép nhóm là 3.

c) **[TH]** Giá trị trung bình của mẫu ghép nhóm là 50,32.

d) **[VD]** Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu ghép nhóm là 0,7009; $\sqrt{0,7009}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu ghép nhóm là $R = 51,5 - 48,5 = 3$.

b) **Sai.** Tứ phân vị thứ 2 là $Q_2 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ ở mẫu ghép nhóm thứ ba, do đó tứ phân vị thứ nhất ở

nhóm thứ hai $\Rightarrow Q_1 = 49 + \frac{\frac{30}{4} - 6}{2}(49,5 - 49) = 49,375$.

Tứ phân vị thứ 3 là ở vị trí nhóm thứ 6 $\Rightarrow Q_3 = 51 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{8} - 22}{8}(51,5 - 51) = 51,125$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu ghép nhóm là $\Delta = Q_3 - Q_1 = 51,125 - 49,375 = 1,75$

c) **Sai.** Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có

Giá trị đại diện	48,75	49,25	49,75	50,25	50,75	51,25
Số bao thạch cao	6	2	4	4	6	8

Trọng lượng trung bình của các bao thạch cao là:

$\bar{X} = \frac{1}{30}(6 \cdot 48,75 + 2 \cdot 49,25 + 4 \cdot 49,75 + 4 \cdot 50,25 + 6 \cdot 50,75 + 8 \cdot 51,25) \approx 50,32$

d) **Đúng.** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$s^2 = \frac{6 \cdot (-1,57)^2 + 2 \cdot (-1,07)^2 + 4 \cdot (-0,57)^2 + 4 \cdot (-0,07)^2 + 6 \cdot 0,07^2 + 8 \cdot 0,57^2}{30} = 0,7009$

Độ lệch chuẩn là:

$s = \sqrt{0,7009}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Biết ba đỉnh $A(4; -1; 1), B(2; 0; -1), C(6; 1; 0)$ và hình thang $ABCD$ có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tính $a - 2b + c$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3; \overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}.$$

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD + BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

$$\text{Giả sử } D(a; b; c) \text{ khi đó ta có } \begin{cases} a - 4 = \frac{4}{3} \\ b + 1 = \frac{1}{3} \\ c - 1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{16}{3} \\ b = -\frac{2}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a - 2b + c = 8.$$

Đáp án: 8

Câu 18. Trong không gian $(Oxyz)$ cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(3; 1; -1)$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) và cách đều ba điểm A, B, C . Tính tổng $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Vì $M(a; b; c) \in (Oxz)$ nên $b = 0$. Vậy $M(a; 0; c)$

$$\text{Vì } M(a; 0; c) \text{ cách đều ba điểm } A, B, C \text{ nên } \begin{cases} MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2 + 1 + (1-c)^2 = (-1-a)^2 + 1 + c^2 \\ (1-a)^2 + 1 + (1-c)^2 = (3-a)^2 + 1 + (-1-c)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2c = -1 \\ a - c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{6} \\ b = -\frac{7}{6} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + b + c = \frac{5}{6} + 0 + \left(-\frac{7}{6}\right) = -\frac{1}{3} \approx -0,3.$$

Câu 19: Hàm cầu của một sản phẩm có dạng $P = \frac{60-Q}{4}, 0 \leq Q \leq 60$, trong đó Q là số lượng sản phẩm và P là giá bán của mỗi sản phẩm. Doanh thu tối đa bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi R là tổng doanh thu. Ta có công thức Doanh thu = (giá bán) x (số lượng)
Từ đây ta có

$$R = PQ = \frac{60-Q}{4} \cdot Q = \frac{60Q - Q^2}{4} = R(Q), \text{ trong đó } 0 \leq Q \leq 60.$$

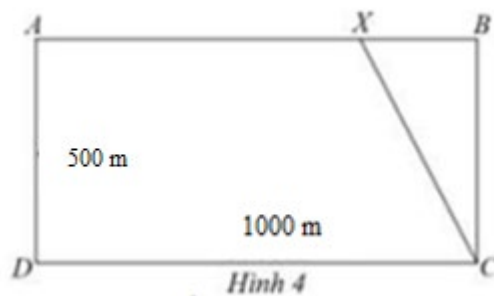
$$\text{Đạo hàm } R'(Q) = 0 \Leftrightarrow \frac{60-2Q}{4} = 0 \Leftrightarrow Q = 30.$$

Do đó, 30 là giá trị tới hạn duy nhất. Ta nhận thấy hàm R tăng trong $[0;30)$ và R giảm trong $(30;60]$. Hay $R(Q)$ đạt giá trị cực đại tại $Q = 30$. Khi đó doanh thu tối đa bằng

$$R(30) = \frac{60 \cdot 30 - 30^2}{4} = 225.$$

Đáp án: 225.

Câu 20: Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 500 m, dài 1000 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A , chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

Lời giải

Đặt $BX = x$ (km), ta có: $AX = 1-x$ (km); $XC = \sqrt{(0,5)^2 + x^2} = \sqrt{0,25 + x^2}$ (km)

Xét hàm số: $T(x) = \frac{1-x}{30} + \frac{\sqrt{0,25+x^2}}{6} = \frac{1}{30}(1-x+5\sqrt{0,25+x^2})$ ($0 \leq x < 1$)

Ta có: $T'(x) = \frac{1}{30} \left(-1 + \frac{5x}{\sqrt{0,25+x^2}} \right)$, $T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,25+x^2}$.

Bình phương hai vế phương trình ta được $0,25 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{24}$.

Vi $0 < x < 1$ nên $x = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ là:

x	0		$\frac{\sqrt{6}}{24}$		1	
$T'(x)$	+	0	-	-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{60}$		$T\left(\frac{\sqrt{6}}{24}\right)$		$\frac{\sqrt{5}}{12}$	

Vậy $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $T\left(\frac{\sqrt{6}}{24}\right)$ khi $AX = 1 - \frac{\sqrt{6}}{24} \approx 0,9 \text{ km} = 900 \text{ m}$.

Đáp số: 900.

Câu 21. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa được tính bằng nghìn đồng và cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Lợi nhuận tối đa mà hộ làm nghề dệt vải lụa thu được mỗi ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

+ Số tiền thu được khi bán x mét vải lụa là $B(x) = 220x$ nghìn đồng.

+ Lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa là $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ nghìn đồng.

Xét hàm số $L(x)$ xác định trên $[1;18]$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -8 \notin [1;18] \end{cases}$$

BBT

x	1	10	18
$L'(x)$	0		
$L(x)$	-258	1200	-1040

Dựa vào BBT lợi nhuận thu được tối đa mỗi ngày của hộ làm nghề dệt vải lụa là 1200 nghìn đồng.

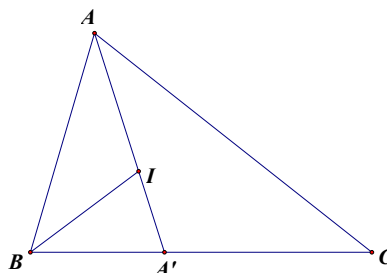
Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN . Tính $a + b + c$.

Lời giải

Ta có bài toán bài toán sau

Trong tam giác ABC , I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC ta có: $a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0}$.
với $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$.

Thật vậy:



Gọi A' là chân đường phân giác trong kẻ từ A .

$$\Rightarrow \vec{BA'} = \frac{c}{b} \vec{A'C} \Leftrightarrow b\vec{BA'} + c\vec{CA'} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{IA} = \frac{c}{A'B} \vec{A'I} = \frac{c}{ac} \vec{A'I} = \frac{b+c}{a} \vec{A'I} \Leftrightarrow a\vec{IA} + (b+c)\vec{IA'} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} + b\vec{BA'} + c\vec{CA'} = \vec{0} \Leftrightarrow a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0} \quad (\text{do(1)}).$$

Áp dụng công thức trong tam giác OMN ta được $OM.\vec{IN} + ON.\vec{IM} + MN.\vec{IO} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{OM.x_N + ON.x_M + MN.x_O}{OM + ON + MN} = 0 \\ y_I = \frac{OM.y_N + ON.y_M + MN.y_O}{OM + ON + MN} = 1. \\ z_I = \frac{OM.z_N + ON.z_M + MN.z_O}{OM + ON + MN} = 1 \end{cases}$$

Vậy điểm $I(0;1;1)$ suy ra $a + b + c = 2$.

Đáp án: 2.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1 – Đề 9

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-17; -1)$. **C.** $(-\infty; -2)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 2. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Tính $M + m$.

- A.** -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 0.

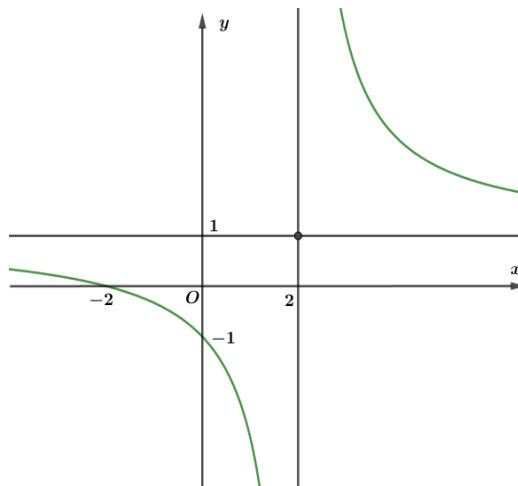
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-	+	+
y	7							$+\infty$

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



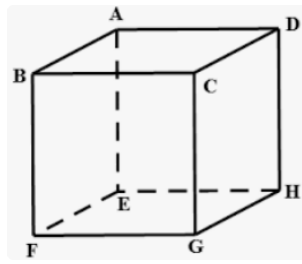
A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

C. $y = \frac{x^2-1}{x-2}$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overline{AB} - \overline{FG}$ là



A. \overline{BD} .

B. \overline{AE} .

C. \overline{DB} .

D. \overline{BH} .

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -1; 3)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(5; -2; 1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

A. $(-4; -5; 4)$.

B. $(4; -5; 4)$.

C. $(4; 5; -4)$.

D. $(-4; -5; -4)$.

Câu 7. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Hãy tìm tứ phân vị Q_3 .

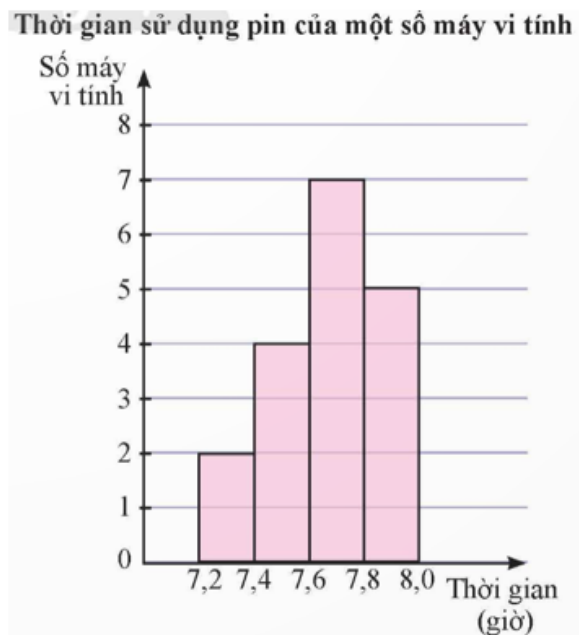
A. $\frac{11525}{34}$.

B. $\frac{16175}{62}$.

C. $\frac{325}{17}$.

D. $\frac{675}{34}$.

Câu 8. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{37}{5}$.

D. $\frac{73}{10}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(2; 10)$. **C.** $(3; 9)$. **D.** $(-3; 0)$.

Câu 10. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao nhiêu thì số vi khuẩn lớn nhất?

- A.** 20. **B.** 10. **C.** 1200. **D.** 1100.

Câu 11. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{mx + 5}{x - m}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -7 . Mệnh đề nào sau đây đúng.

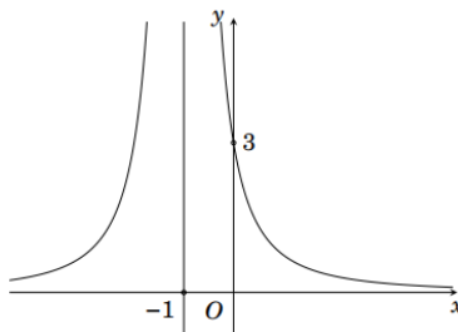
- A.** $-1 \leq m \leq 1$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $0 < m \leq 2$. **D.** $-1 < m < 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

- A.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = 2$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ thỏa mãn đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ sau. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8.



- a) [NB]** $f'(0) = 3$
- b) [TH]** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
- c) [TH]** Giá trị của $f(-3)$ bằng 8
- d) [VD]** Giá trị của $f(2)$ bằng 4.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

- a) [NB]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
- b) [TH]** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.
- c) [TH]** Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.

d) [VD] Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$

Câu 15. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ (xem hình vẽ), trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

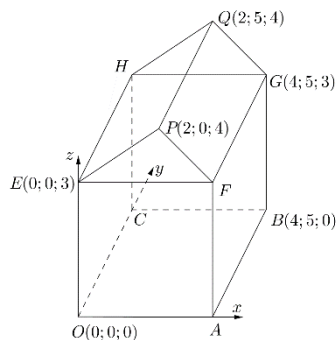
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) [NB] Tọa độ điểm là $F(4; 0; 3)$.

b) [TH] Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$.

c) [TH] $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$.

d) [VD] Góc dốc của hai mái, tức là số đo góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn đến chữ số hàng phần chục).



Câu 16. Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

a) [NB] Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80$.

b) [TH] Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

c) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\Delta_Q = 53$.

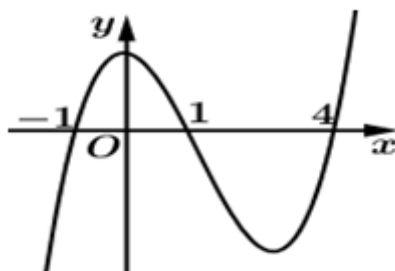
d) [VD] Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là 33,67% và so với số này tỉ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng 22,73%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$

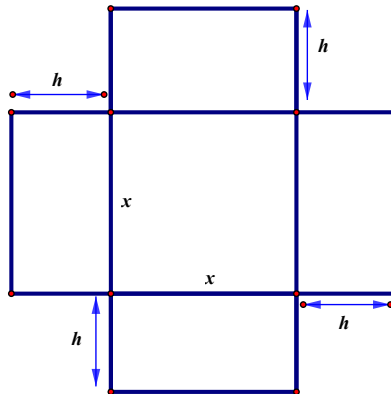
Câu 18: Trọng lực \vec{P} là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật, được tính theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị là kg), còn \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8m/s^2$. Xác định độ lớn của trọng lực (đơn vị : N) tác dụng lên quả bưởi có khối lượng $2,5kg$.

Câu 19: (GQ. 03) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y = f(3 - 2x) + 2020$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; a); (b; c)$ với $a < b < c$. Hãy tính $b + c - 2a$.

Câu 20: Một nhóm học sinh được giao nhiệm vụ làm một hộp không nắp làm bằng từ mảnh bìa như hình vẽ.



Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), đường cao là h (cm) và có thể tích là 100 cm^3 . Tìm giá trị của x sao diện tích của mảnh bìa là nhỏ nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 21: Một công ty muốn xây một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ biển đến một điểm B trên một hòn đảo. Giá để xây đường ống trên bờ là 60000 USD mỗi km và 140000 USD để xây mỗi km dưới nước. Gọi C là điểm trên bờ biển sao cho BC vuông góc với bờ biển, $BC = 6 \text{ km}$, $AC = 10 \text{ km}$.

Gọi M là vị trí trên đoạn AC sao cho khi làm ống dẫn theo đường gấp khúc AMB thì chi phí ít nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành việc xây dựng đường ống dẫn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến phần thập phân thứ nhất).

Câu 22: (MH. 03) Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến

điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút

tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a; b; c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng

phần chục) bằng bao nhiêu?



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	C	B	C	B	A	A	A	A	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
Đ	Đ	Đ	Đ
S	S	S	S
S	S	S	S
Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	7	24,5	4	4,64	1358946,6	0,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$					
y'		-	0	+	0	-	0	+		
y	$+\infty$			-1			-17			$+\infty$

A. $(-2; 0)$.

B. $(-17; -1)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 2. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Tính $M + m$.

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \frac{x-2}{x+1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, x \in [0; 2]$$

Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 2]$

$$\Rightarrow M = y(2) = 0, m = y(0) = -2 \Rightarrow M + m = -2$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	7	-1	15	15	-5	$+\infty$	

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1

B. 3

C. 2

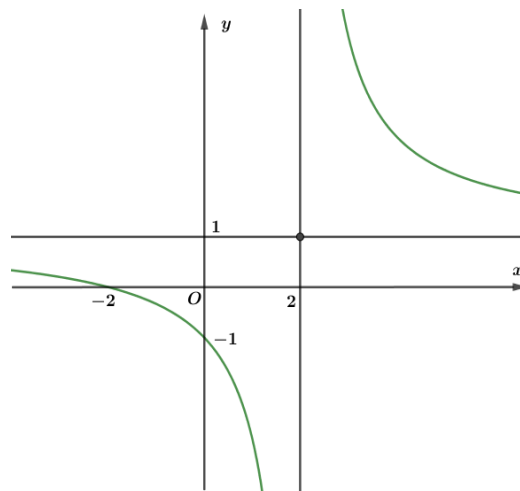
D. 4

Lời giải

Chọn C

Vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 7 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận (Một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang).

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

C. $y = \frac{x^2-1}{x-2}$.

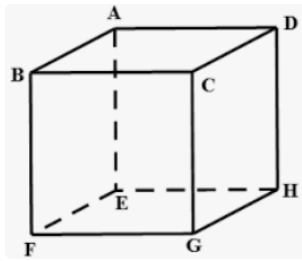
D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị có dạng của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mặt khác đồ thị cắt trục

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG}$ là



A. \overrightarrow{BD} .

B. \overrightarrow{AE} .

C. \overrightarrow{DB} .

D. \overrightarrow{BH} .

Lời giải

Chọn C

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $FG = AD$ và hai vecto $\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD}$
Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -1; 3)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(5; -2; 1)$.

Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

A. $(-4; -5; 4)$.

B. $(4; -5; 4)$.

C. $(4; 5; -4)$.

D. $(-4; -5; -4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $D = (x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (5 - x; -2 - y; 1 - z)$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -3)$

$ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} 5 - x = 1 \\ -2 - y = 3 \\ 1 - z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4; -5; 4)$.

Câu 7.

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Hãy tìm tứ phân vị Q_3 .

A. $\frac{11525}{34}$.

B. $\frac{16175}{62}$.

C. $\frac{325}{17}$.

D. $\frac{675}{34}$.

Lời giải

Chọn A

Số hộ gia đình được khảo sát (cỡ mẫu) là $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$x_1; \dots; x_{24} \in [200; 250)$

$$x_{25}; \dots; x_{86} \in [300; 350)$$

$$x_{87}; \dots; x_{120} \in [300; 350)$$

$$x_{121}; \dots; x_{141} \in [350; 400)$$

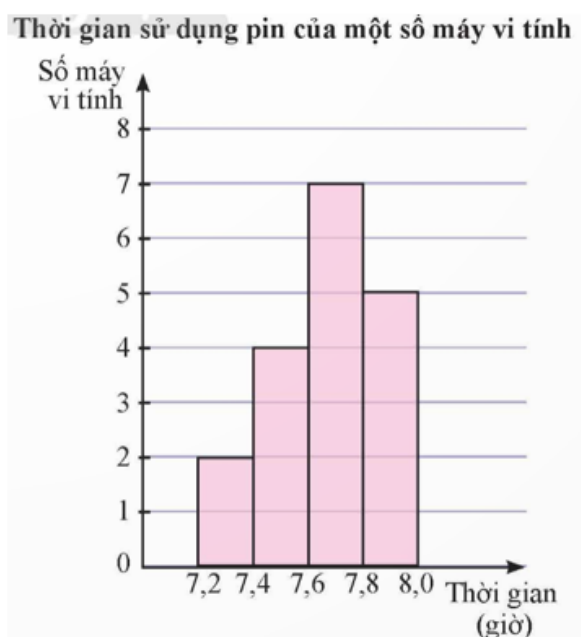
$$x_{142}; \dots; x_{150} \in [400; 450)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $x_{113} \in [300; 350)$. Do đó, tứ phân thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3 \cdot 150}{4} - (24 + 62)}{34} (350 - 300) = \frac{11525}{34}$$

Câu 8. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{37}{5}$.

D. $\frac{73}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(-1;1)$.

B. $(2;10)$.

C. $(3;9)$.

D. $(-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y		\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow	

Từ bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;1)$.

Câu 10. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 20.

B. 10.

C. 1200.

D. 1100.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$).

$$N'(t) = 60t - 3t^2.$$

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}.$$

t	0	20	30
N'	$+$	0	$-$
N		\nearrow 5000 \searrow	

Với $t = 20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 11. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 . Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $-1 \leq m \leq 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 < m \leq 2$.

D. $-1 < m < 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{m^2+5}{(x-m)^2} < 0, \forall x \neq m.$$

Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$.

Vì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ nên $m \notin [0;1]$.

Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 nên suy ra:

$$\begin{cases} m > 1 \\ f(1) = \frac{m+5}{1-m} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m = 2 \end{cases} \begin{matrix} (TM) \\ \\ \end{matrix} \\ \begin{cases} m < 0 \\ f(1) = \frac{m+5}{1-m} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = 2 \end{cases} \begin{matrix} (L) \\ \\ \end{matrix} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{MA}{MB} = 2$.

C. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{MA}{MB} = 3$.

Lời giải

Chọn C

Vì $M \in (Oxz) \Rightarrow M(x;0;z)$

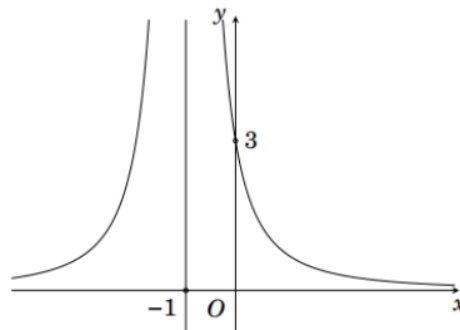
Lại có $\overline{AB} = (7;3;1); \overline{AM} = (x+2;-3;z-1); AB = \sqrt{59}$

Do M, A, B thẳng hàng nên $\overline{AM} = k \cdot \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ k = -1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9;0;0)$

Vậy $\overline{BM} = (-14;-6;-2); \overline{AM} = (-7;-3;-1) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ thỏa mãn đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ sau. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;-2]$ bằng 8.



a) [NB] $f'(0) = 3$

b) [TH] Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

c) [TH] Giá trị của $f(-3)$ bằng 8

d) [VD] Giá trị của $f(2)$ bằng 4.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng.

a) Theo hình vẽ, đồ thị $f'(x)$ qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3$. Suy ra mệnh đề a) **đúng**.

b) Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số đã cho $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Suy ra b) **sai**.

c) Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8$ suy ra $f(-3) \neq 8$. Suy ra c) **sai**.

d) Ta có $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 3$

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$ nên $-c + d = 0$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a + b}{-2c + d} = 8$.

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} ad - bc = 3d^2 \\ -c + d = 0 \\ b - 2a = 8(d - 2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a - b = 3d \\ b - 2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$$

Từ đó suy ra $f(x) = \frac{5dx + 2d}{dx + d} = \frac{5x + 2}{x + 1} \Rightarrow f(2) = 4$. Suy ra d) **đúng**.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

a) [NB] Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

b) [TH] Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.

c) [TH] Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.

d) [VD] Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $y = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$

$y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$ cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	5	$+\infty$

a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

b) **Sai.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 1$.

c) **Sai.** ♦ Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x(x-2)} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-2} = 1$.

♦ Vậy đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow +\infty$).

♦ Tương tự, do $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ nên đường thẳng $y = x + 1$ cũng là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow -\infty$).

d) **Đúng.** Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ và $y'(0) = \frac{3}{4}$. Phương

trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là: $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x - 4y + 2 = 0$.

Câu 15. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ (xem hình vẽ), trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

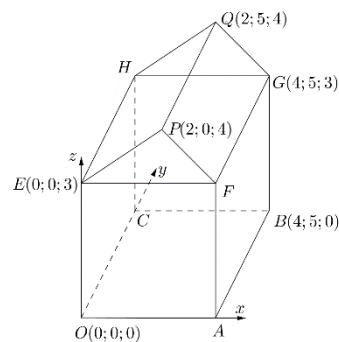
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Tọa độ điểm là $F(4; 0; 3)$.

b) **[TH]** Tọa độ vecto $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$.

c) **[TH]** $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$.

d) **[VD]** Góc dốc của hai mái, tức là số đo góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn đến chữ số hàng phần chục).



Lời giải

a. Đúng	b. Sai	c. Sai	d. Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng** vì F nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên $F(4; 0; 3)$

b) **Sai** vì $A(4; 0; 0)$, $H(0; 5; 3)$ nên $\overrightarrow{AH} = (-4; 5; 3)$

c) **Sai** vì $A(4; 0; 0)$, $F(4; 0; 3)$, $H(0; 5; 3)$ nên $\overrightarrow{AF} = (0; 0; 3)$, $\overrightarrow{AH} = (-4; 5; 3)$. Do đó $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$

d) **Đúng** vì mặt phẳng (Oxz) cùng vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên \widehat{PFE} là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Lại có $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$

$$\text{suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}; \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{FP \cdot FE} = \frac{2.4 + 0.0 + 1.0}{\sqrt{4+0+1} \cdot \sqrt{16+0+0}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow \widehat{PFE} \simeq 26,6^\circ$$

Câu 16. Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghiep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

- a) [NB] Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80$.
- b) [TH] Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.
- c) [TH] Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\Delta_o = 53$.
- d) [VD] Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là 33,67% và so với số này tỉ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng 22,73%.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đúng	Sai	Sai	Đúng

a) **Đúng.**

Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80 - 0 = 80$.

b) **Sai.**

Vì có 30 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

c) **Sai.**

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1
Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

Ta có: $\frac{N}{4} = 15; \frac{3N}{4} = 45$. Ta tính được tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 như sau

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - T_1}{n_1} \cdot h_1 = 0 + \frac{15 - 0}{17} \cdot (10 - 0) = \frac{150}{280}; Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3N}{4} - T_3}{n_3} \cdot h_3 = 50 + \frac{45 - 39}{15} \cdot (60 - 50) = 54.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta_o = 54 - \frac{150}{280} \approx 53,46$.

d) Đúng.

Ta có

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1
Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

Trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{17.5 + 6.15 + 3.25 + 4.35 + 9.45 + 15.55 + 5.65 + 1.75}{60} = \frac{101}{3} \approx 33,67$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{17.(\bar{x}-5)^2 + 6.(\bar{x}-15)^2 + 3.(\bar{x}-25)^2 + 4.(\bar{x}-35)^2}{60} + \frac{9.(\bar{x}-45)^2 + 15.(\bar{x}-55)^2 + 5.(\bar{x}-65)^2 + 1.(\bar{x}-75)^2}{60} = \frac{23257}{45}$$

$$\Rightarrow s = \sqrt{\frac{23257}{45}} \approx 22,73.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác đều ABC có $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$, $C(1;2;0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$.

Khi đó: $\overline{AD} = (x-5; y-3; z+1)$; $\overline{BD} = (x-2; y-3; z+4)$; $\overline{CD} = (x-1; y-2; z)$.

Vì tam giác ABC đều nên tứ diện ABCD đều khi và chỉ khi $AD = BD = CD = AB = 3\sqrt{2}$

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z)^2 \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ 3x^2 - 16x + 20 = 0 \end{cases}$$

$D(2;6;-1) \vee D\left(\frac{10}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{-7}{3}\right)$. Do $y > 0$, nên chọn $D(2;6;-1)$ và $T = 2 + 6 - 1 = 7$.

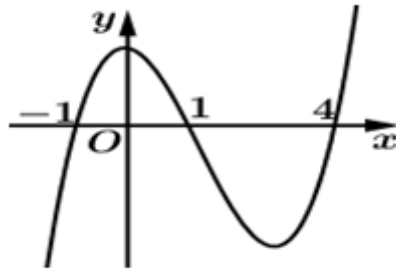
Câu 18: Trọng lực \vec{P} là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật, được tính theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị là kg), còn \vec{g} là vector gia tốc rơi tự do có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8m/s^2$. Xác định độ lớn của trọng lực (đơn vị : N) tác dụng lên quả bưởi có khối lượng $2,5kg$.

Lời giải

$$|\vec{P}| = |m| \cdot |\vec{g}| = 2,5.9,8 = 24,5(N)$$

Đáp án: 24,5 N

Câu 19: (GQ. 03) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y = f(3 - 2x) + 2020$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; a); (b; c)$ với $a < b < c$. Hãy tính $b + c - 2a$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(3 - 2x)$.

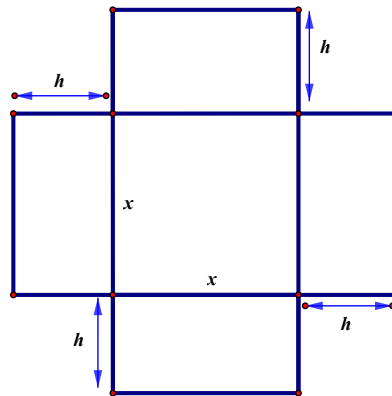
$$y' < 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 3 - 2x < 1 \\ 3 - 2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x) + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(1; 2)$. Do vậy

$$b + c - 2a = 4$$

Trả lời: 4

Câu 20: Một nhóm học sinh được giao nhiệm vụ làm một hộp không nắp làm bằng tờ mảnh bìa như hình vẽ.



Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), đường cao là h (cm) và có thể tích là 100 cm^3 . Tìm giá trị của x sao diện tích của mảnh bìa là nhỏ nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

$$V = x^2 \cdot h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{x^2}$$

Gọi $S(x)$ là diện tích của mảnh các tông $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{400}{x}; x > 0$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất $S(x)$ trên $(0; +\infty)$

$$S'(x) = \frac{2(x^3 - 100)}{x^2}; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{100}$$

Lập bảng biến thiên

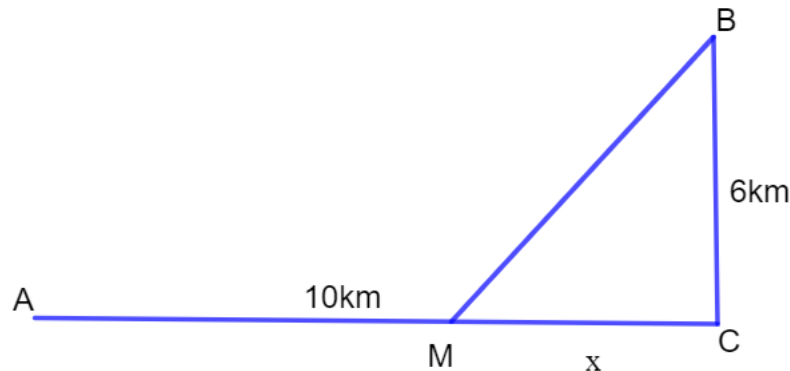
x	0	$\sqrt[3]{100}$	$+\infty$
$S'(x)$	-		+
$S(x)$	$+\infty$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên diện tích của mảnh các tông nhỏ nhất tại điểm $x = \sqrt[3]{100} \approx 4.64$ (cạnh hình vuông).

Câu 21: Một công ty muốn xây một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ biển đến một điểm B trên một hòn đảo. Giá để xây đường ống trên bờ là 60000 USD mỗi km và 140000 USD để xây mỗi km dưới nước. Gọi C là điểm trên bờ biển sao cho BC vuông góc với bờ biển, $BC = 6km$, $AC = 10km$. Gọi M là vị trí trên đoạn AC sao cho khi làm ống dẫn theo đường gấp khúc AMB thì chi phí ít nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành việc xây dựng đường ống dẫn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến phần thập phân thứ nhất).

Lời giải

Đáp án: 1358946,6 USD



Đặt $CM = x$ (km) với $0 \leq x \leq 10$.

Ta có tổng chi phí để xây dựng đường ống dẫn theo đường gấp khúc AMB là:

$$T = 60000(10 - x) + 140000 \cdot \sqrt{x^2 + 36} \quad (\text{USD})$$

Xét hàm số $f(x) = 60000(10 - x) + 140000 \cdot \sqrt{x^2 + 36}$ trên đoạn $[0; 10]$, ta có:

$$f'(x) = -60000 + \frac{140000x}{\sqrt{x^2 + 36}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{10}}.$$

$$f(0) = 1440000, f\left(\frac{9}{\sqrt{10}}\right) \approx 1358946,6, f(10) \approx 1632666,5.$$

Vậy $T_{\min} = 1358946,6 \text{ USD}$.

Câu 22: (MH. 03) Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút

tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a;b;c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?



Lời giải

Gọi $Q(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$; $\overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{NQ} cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow N$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $MN = 4NQ$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(875; 325; 10,5)$

$$\text{Từ đó suy ra } \frac{a+b+c}{2025} = \frac{875+325+10,5}{2025} = 0,59(7) \approx 0,6$$

Trả lời: 0,6

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

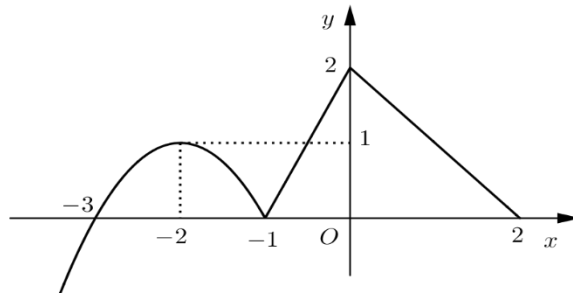
A. -2.

B. 1.

C. -3.

D. 0.

Câu 2: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$.

Khi đó $M - m = ?$

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. 0.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho dưới đây.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	2	$-\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

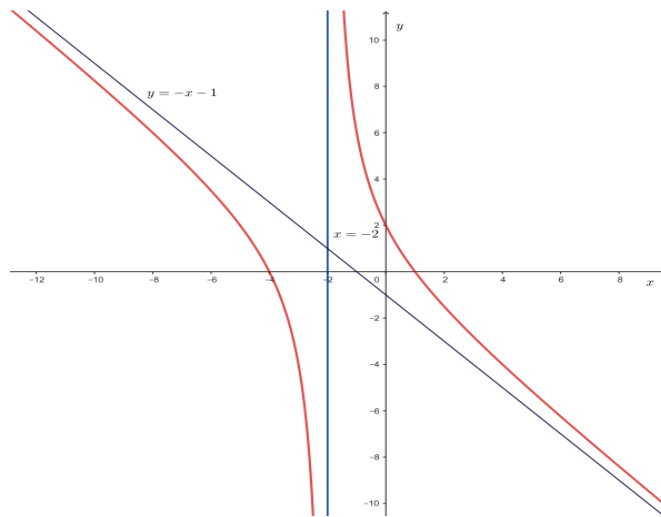
A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{x - 4}{x + 2}$. D.
- $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A. $\vec{A'C}$. B. $\vec{CA'}$. C. $\vec{AC'}$. D. $\vec{C'A}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;1;-4)$, $B(5;-3;3)$, $C(-1;-1;10)$.

Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(2;1-3)$. B. $G(2;-1;3)$. C. $G(2;-1-3)$. D. $G(-2;-1;3)$.

Câu 7: Cô Huyền thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

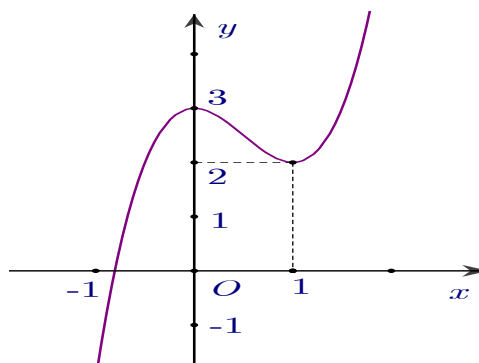
Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 8: Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $S^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng:

- A. 0,812. B. 0,757. C. 0,936. D. 0,657.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

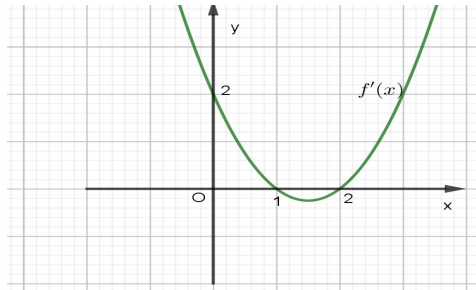


Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{5}{2}$ là?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

- Câu 10:** Sau khi phát hiện dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người bị nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 1 + 18t^2 - \frac{1}{3}t^3$, $t = (0, 1, 2, \dots, 30)$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất.
- A. 18. B. 30. C. 15. D. 36.

- Câu 11:** Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overline{BM} = 2\overline{MC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
- A. $D(-9; 1; -3)$. B. $D(9; 1; 3)$. C. $D(9; -1; -3)$. D. $D(9; 1; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

- Câu 14:** Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Đạo hàm: $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}$.

b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

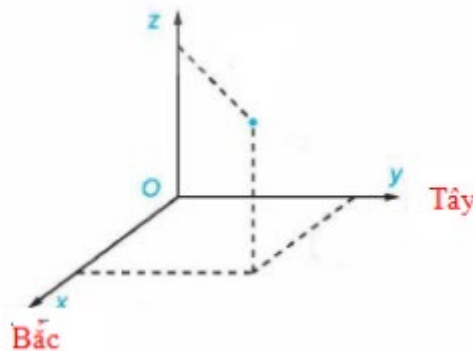
a) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$; tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$.

b) **[TH]** Đồ thị (C) cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y = 0$.

- Câu 15:** Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông 110(km) và về phía nam 90(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc 80(km) và về phía tây 70(km), đồng thời cách mặt đất 800(m).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. (xem hình vẽ).
a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



- b)** Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$
c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là 142(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là 836(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 16: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- a)** [NB]Cỡ mẫu của cổ phiếu A là 50
b) [TH]Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
c) [TH]Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
d) [VD] Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

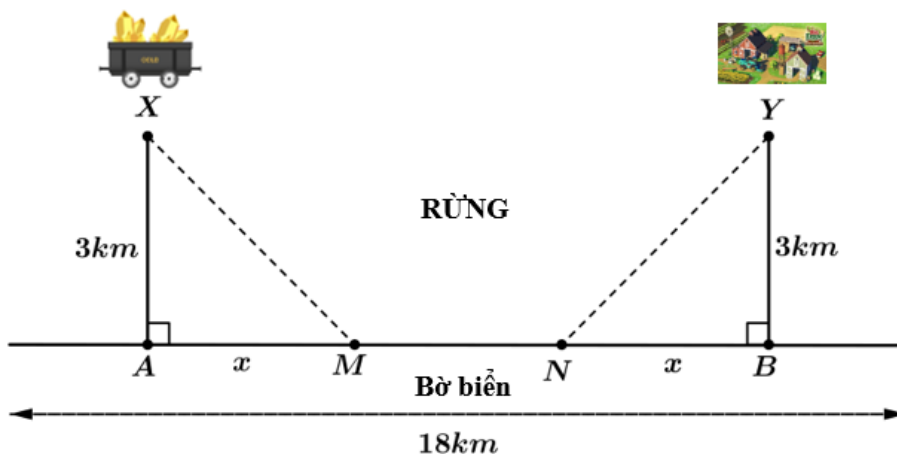
Câu 17: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 (km) và về phía Nam 80 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 (km) và về phía Tây 60 (km), đồng thời cách mặt đất 800 (m). Xác định khoảng cách (km) giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$; $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản khiến ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến không khí đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn. Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức: $v(x) = (x_0 - x)x^2$ với $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$.

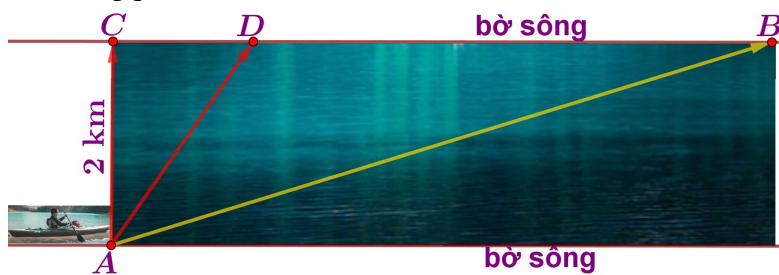
Trong đó x_0 là bán kính khí quản ở trạng thái bình thường. Xét một người trưởng thành sức khỏe tốt có bán kính khí quản ở trạng thái bình thường bằng 10mm . Tìm x để vận tốc của luồng khí một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất (tính bằng đơn vị mm . làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 20: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3\text{ km}$, $AM = NB = x\text{ km}$ và $AX = BY = 3\text{ km}$ (minh họa như hình vẽ sau)

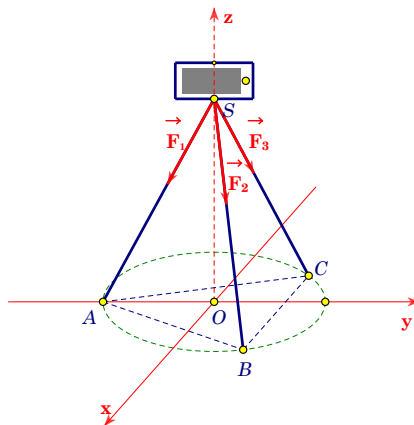


Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50 \log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Câu 21: Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 2 km, và muốn đến điểm B cách bờ đối diện 10 km. Người này có thể chỉ chèo thuyền hoặc kết hợp chèo thuyền với chạy bộ, càng nhanh càng tốt. Chẳng hạn, anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến điểm B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm D nào đó ở giữa C và B rồi chạy bộ đến điểm B (hình minh họa). Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là 6 km/h (đã tính vận tốc dòng nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là 10 km/h. Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Câu 22: Một chiếc điện thoại Iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a - 5b + 30c$ bằng?



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 10**MÔN THI: TOÁN 12***Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

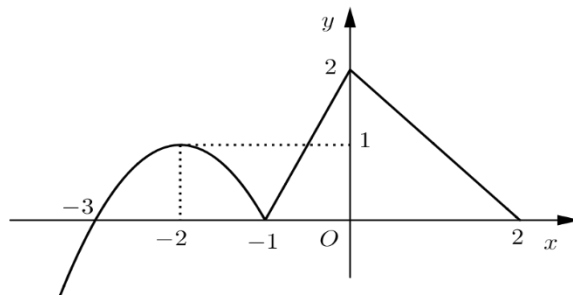
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		0		-3		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

- Câu 2:** Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.
- A. -2 . B. 1 . C. -3 . D. 0 .



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$.

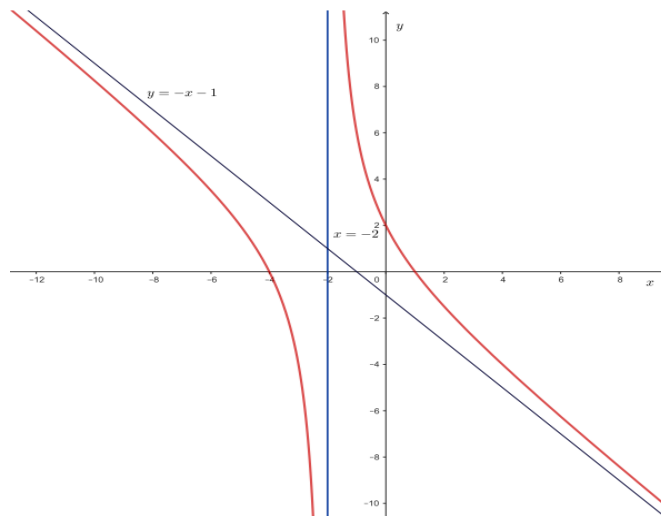
Khi đó $M - m = ?$

- A. 2 . B. -2 . C. 4 . D. 0 .
- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho dưới đây.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$	
$f(x)$	2		$+\infty$		2

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 2 . B. 3 . C. 0 . D. 1 .
- Câu 4:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 2}$. C. $y = \frac{x - 4}{x + 2}$. D.
- $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

- A. $\vec{A'C}$. B. $\vec{CA'}$. C. $\vec{AC'}$. D. $\vec{C'A}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2; 1; -4)$, $B(5; -3; 3)$, $C(-1; -1; 10)$.

Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(2; 1; -3)$. B. $G(2; -1; 3)$. C. $G(2; -1; -3)$. D. $G(-2; -1; 3)$.

Câu 7: Cô Huyền thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

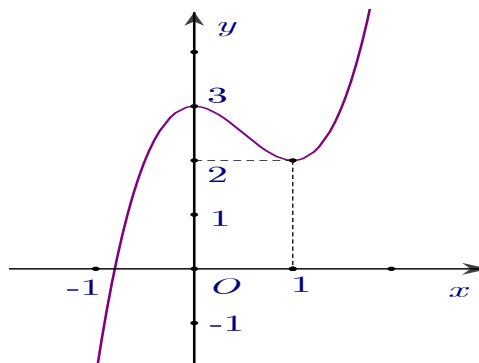
Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 8: Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $S^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng:

- A. 0,812. B. 0,757. C. 0,936. D. 0,657.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

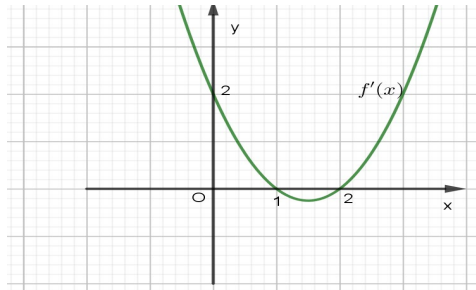


Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{5}{2}$ là?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

- Câu 10:** Sau khi phát hiện dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người bị nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 1 + 18t^2 - \frac{1}{3}t^3$, $t = (0, 1, 2, \dots, 30)$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất.
- A. 18. B. 30. C. 15. D. 36.

- Câu 11:** Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overline{BM} = 2\overline{MC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
- A. $D(-9; 1; -3)$. B. $D(9; 1; 3)$. C. $D(9; -1; -3)$. D. $D(9; 1; -3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

- Câu 14:** Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Đạo hàm: $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}$.

b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

a) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$; tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$.

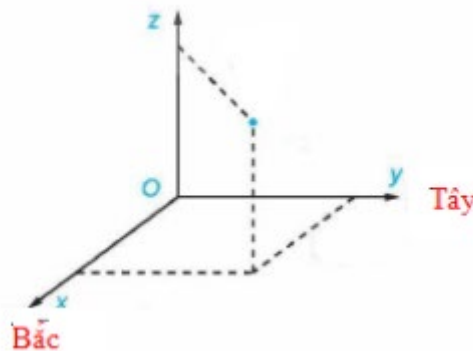
b) **[TH]** Đồ thị (C) cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y = 0$.

- Câu 15:** Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông 110(km) và về phía nam 90(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc 80(km) và về phía tây 70(km), đồng thời cách mặt đất 800(m).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. (xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$

c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là 142(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là 836(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 16: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) [NB]Cỡ mẫu của cổ phiếu A là 50

b) [TH]Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216

c) [TH]Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.

d) [VD] Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

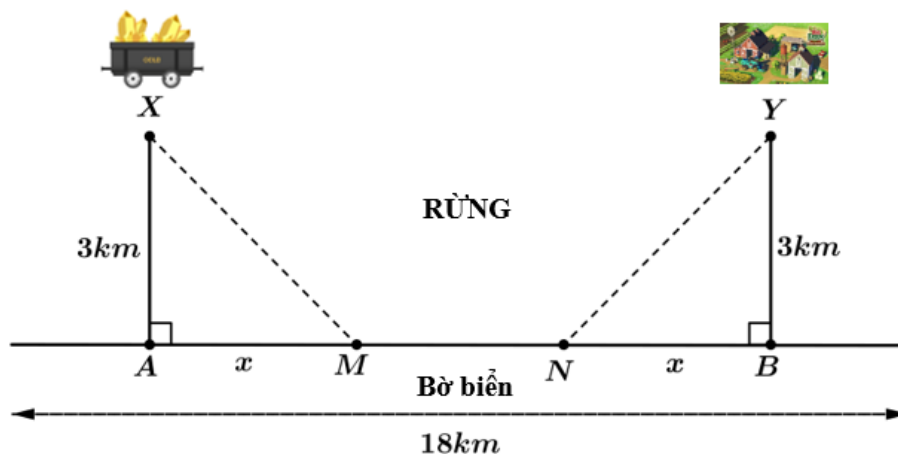
Câu 17: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 (km) và về phía Nam 80 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 (km) và về phía Tây 60 (km), đồng thời cách mặt đất 800 (m). Xác định khoảng cách (km) giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$; $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 19: Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản khiến ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến không khí đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn. Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức: $v(x) = (x_0 - x)x^2$ với $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$.

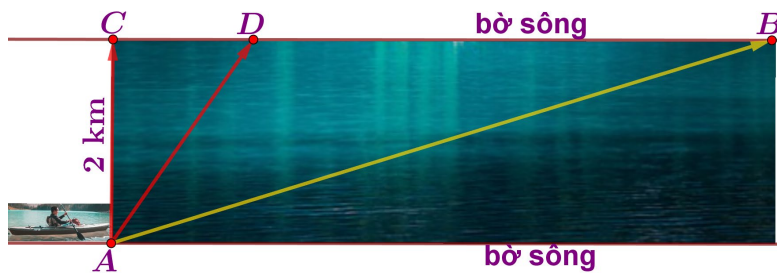
Trong đó x_0 là bán kính khí quản ở trạng thái bình thường. Xét một người trưởng thành sức khỏe tốt có bán kính khí quản ở trạng thái bình thường bằng 10mm . Tìm x để vận tốc của luồng khí một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất (tính bằng đơn vị mm . làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 20: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3\text{ km}$, $AM = NB = x\text{ km}$ và $AX = BY = 3\text{ km}$ (minh họa như hình vẽ sau)

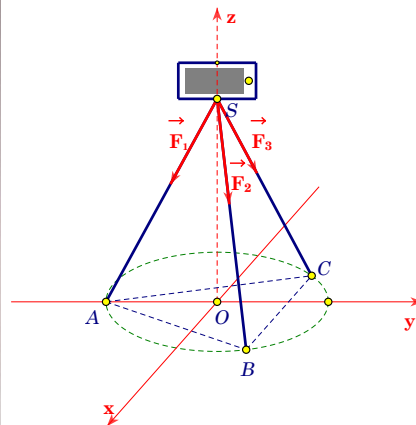


Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50 \log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Câu 21: Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 2 km, và muốn đến điểm B cách bờ đối diện 10 km. Người này có thể chỉ chèo thuyền hoặc kết hợp chèo thuyền với chạy bộ, càng nhanh càng tốt. Chẳng hạn, anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến điểm B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm D nào đó ở giữa C và B rồi chạy bộ đến điểm B (hình minh họa). Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là 6 km/h (đã tính vận tốc dòng nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là 10 km/h. Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Câu 22: Một chiếc điện thoại Iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a - 5b + 30c$ bằng?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	A	A	A	A	A	B	C	A	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
	a) S	a) S	a) Đ
	b) S	b) Đ	b) Đ
	c) Đ	c) Đ	c) S
	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5** điểm)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	220	2	6,67	32,6	1,27	-19

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			0		-3		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

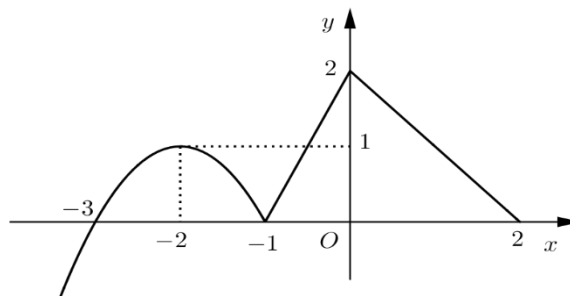
- A. -2.
- B. 1.
- C. -3.
- D. 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -3.

Câu 2: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$.

Khi đó $M - m = ?$

- A. 2.
- B. -2.
- C. 4.
- D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$, ta thấy $M = 2, m = 0$ nên $M - m = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên được cho dưới đây.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

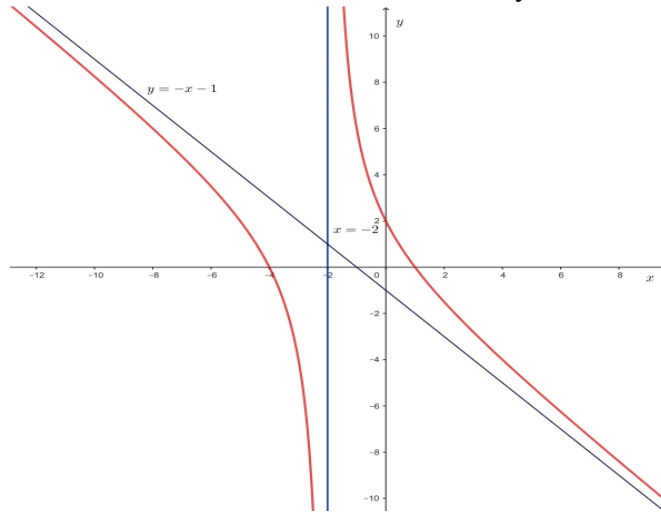
Chọn A

Dựa vào BBT ta thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên đồ thị có 1 tiệm cận ngang là $y = 2$

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị có 1 tiệm cận đứng là $x = -3$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$. **B.** $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 2}$. **C.** $y = \frac{x - 4}{x + 2}$ **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ nên loại B; D

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = -x - 1$ nên loại C, **chọn A**.

Vì $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x} = -1$.

$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-1)x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 4}{x + 2} = -1$

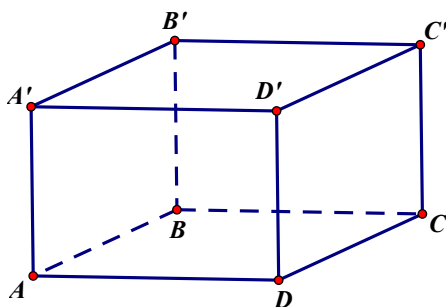
Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x - 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vecto $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vecto nào dưới đây?

- A.** $\vec{A'C}$. **B.** $\vec{CA'}$. **C.** $\vec{AC'}$. **D.** $\vec{C'A}$.

Lời giải

Chọn A



Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'} = \vec{A'C'}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;1;-4)$, $B(5;-3;3)$, $C(-1;-1;10)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(2;1-3)$. **B.** $G(2;-1;3)$. **C.** $G(2;-1-3)$. **D.** $G(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x_G = \frac{2+5-1}{3} = 2 \\ y_G = \frac{1-3-1}{3} = -1 \\ z_G = \frac{-4+3+10}{3} = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(2;1-3)$.

Câu 7: Cô Huyền thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.** 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $65 - 40 = 25$.

Câu 8: Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là $S^2 = 0,573$. Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng:

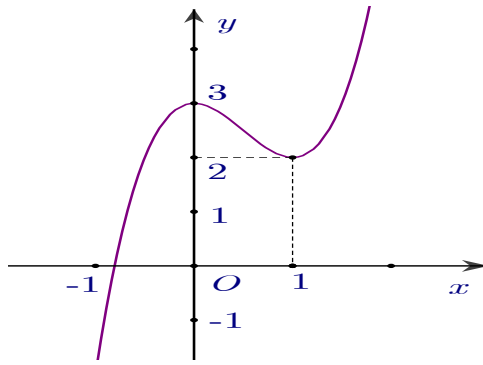
- A.** 0,812. **B.** 0,757. **C.** 0,936. **D.** 0,657.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức tính độ lệch chuẩn là $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0,573} \approx 0,757$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{5}{2}$ là?

A. 2.

B. 1.

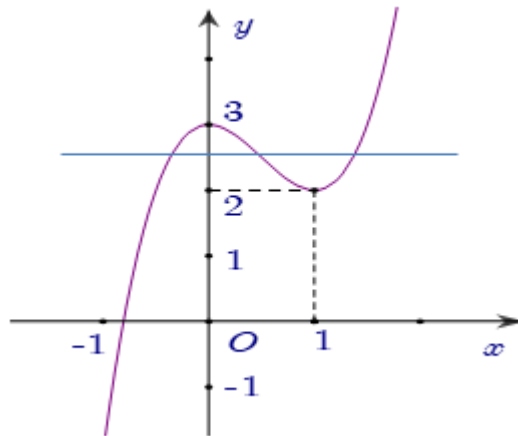
C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{5}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ là 3.

Câu 10: Sau khi phát hiện dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người bị nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 1 + 18t^2 - \frac{1}{3}t^3$, $t = (0, 1, 2, \dots, 30)$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn nhất.

A. 18.

B. 30.

C. 15.

D. 36.

Lời giải

Chọn A

Tốc độ truyền bệnh là $f'(t) = 36t - t^2; \forall t \in [0; 30]$

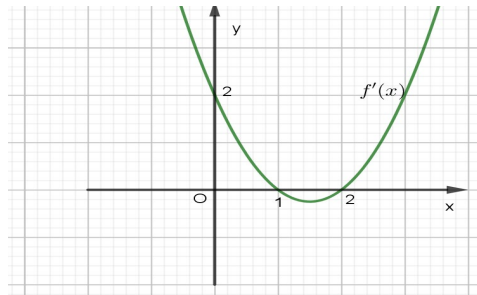
$\Rightarrow f''(t) = 36 - 2t; f''(t) = 0 \Leftrightarrow 36 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 18 \in (0; 30)$.

Khi đó $f'(0) = 0; f'(18) = 324; f'(30) = 180$.

$\Rightarrow \text{Max}_{[0;30]} f'(t) = 324$ khi $t = 18$

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất là 324 người/ngày tại ngày thứ 18.

Câu 11: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 2)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

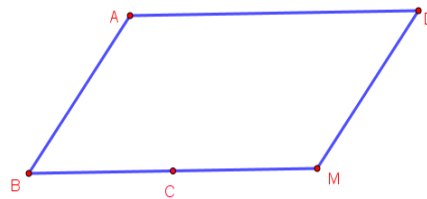
Câu 12: Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng

BC sao cho $\overline{BM} = 2\overline{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là

- A. $D(-9; 1; -3)$. B. $D(9; 1; 3)$. C. $D(9; -1; -3)$. D. $D(9; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $D(x; y; z)$.

Để $BMDA$ là hình bình hành thì $\overline{AD} = \overline{BM}$, mà $\overline{BM} = 2\overline{BC}$ nên ta có $\overline{AD} = 2\overline{BC}$.

Ta có $\overline{AD} = (x-1; y-1; z-1)$, $\overline{BC} = (4; 0; -2)$.

$$\text{Khi đó } \overline{AD} = 2\overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2.4 \\ y-1=2.0 \\ z-1=2.(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow D(9; 1; -3)$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Đạo hàm: $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}$.

b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

a) **[TH]** Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{2}$; tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$.

b) **[TH]** Đồ thị (C) cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y_0 = 0$.

Lời giải

a) Ta có: $y' = \left(\frac{3x-1}{2x-1}\right)' = \frac{(3x-1)' \cdot (2x-1) - (3x-1) \cdot (2x-1)'}{(2x-1)^2} = \frac{3(2x-1) - 2(3x-1)}{(2x-1)^2} = \frac{-1}{(2x-1)^2}$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có: Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{-1}{(2x-1)^2}$.

Nên hàm số nghịch biến trên: $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{3}{2}$, suy ra $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{3x-1}{2x-1} = +\infty$, suy ra $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Đồ thị cắt trục Oy thì $x_0 = 0$, suy ra: $y_0 = \frac{3x_0 - 1}{2x_0 - 1} = \frac{3 \cdot 0 - 1}{2 \cdot 0 - 1} = 1$

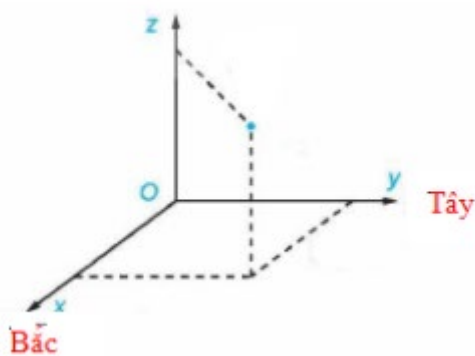
Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 15: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông 110(km) và về phía nam 90(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc 80(km) và về phía tây 70(km), đồng thời cách mặt đất 800(m).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét(xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



- b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$
 c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là $142(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
 d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là $836(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Sai

Do đơn vị tính là kilômét nên tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 0,8)$.

b) Đúng

Ta có hướng Nam nằm trên tia đối của tia Ox , hướng Đông nằm trên tia đối của tia Oy nên tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$.

c) Đúng

Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là

$$\sqrt{(-90)^2 + (-110)^2 + 2^2} \approx 142(\text{km})$$

d) Sai

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(80 + 90)^2 + (70 + 100)^2 + (0,8 - 2)^2} \approx 248(\text{km})$$

Câu 16: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- a) Cỡ mẫu của cổ phiếu A là 50
 b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
 c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
 d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A :

Cỡ mẫu của cổ phiếu A: $n_A = 8 + 9 + 12 + 10 + 11 = 50$. **a) Đúng**

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8.121 + 9.123 + 12.125 + 10.127 + 11.129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216. \text{ b) Đúng}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$.

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,28. \text{ c) Sai}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,28)^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$.

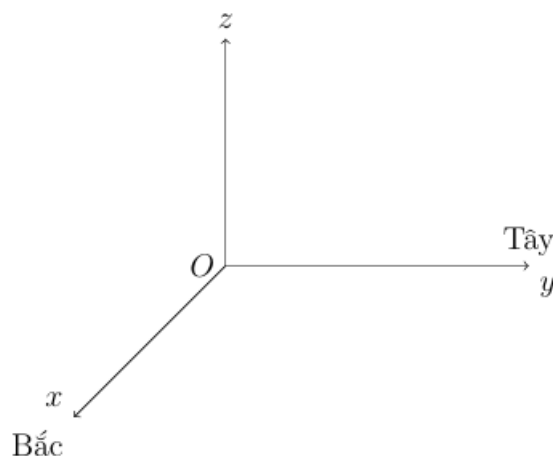
Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B. **d) Đúng**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 (km) và về phía Nam 80 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 (km) và về phía Tây 60 (km), đồng thời cách mặt đất 800 (m). Xác định khoảng cách (km) giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (như hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ $(-100; -80; 1)$.

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ $(70; 60; 0,8)$.

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(-100-70)^2 + (-80-60)^2 + (1-0,8)^2} \approx 220 \text{ (km)}.$$

Đáp án: 220

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$; $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta thấy $M(a;b;0) \in (Oxy)$.

Gọi $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = (\overline{IA} - \overline{IM})^2 + (\overline{IB} - \overline{IM})^2 \\ &= (\overline{IA}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IA} \cdot \overline{IM}) + (\overline{IB}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IB} \cdot \overline{IM}) \\ &= IM^2 + 2IA^2 - 2\overline{IM}(\overline{IA} + \overline{IB}) = IM^2 + \frac{AB^2}{2} = IM^2 + 7. \end{aligned}$$

Bởi vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy) . Bởi vậy $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. Như vậy $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a+b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$.

Đáp án: 2

Câu 19: Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản khiến ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến không khí đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn. Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức: $v(x) = (x_0 - x)x^2$ với $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$.

Trong đó x_0 là bán kính khí quản ở trạng thái bình thường. Xét một người trưởng thành sức khỏe tốt có bán kính khí quản ở trạng thái bình thường bằng 10 mm . Tìm x để vận tốc của luồng khí một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất (tính bằng đơn vị mm . làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 6,67

Xét hàm số $f(x) = (x_0 - x)x^2$ với x_0 cố định và $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$.

$$f(x) = -x^3 + x_0x^2$$

$$f'(x) = -3x^2 + 2x_0x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{2}{3}x_0$$

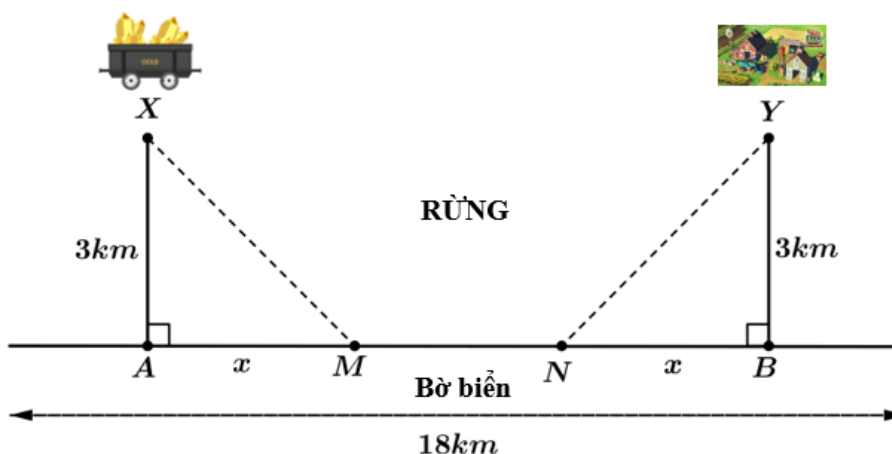
Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}x_0$	$\frac{2}{3}x_0$	x_0
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(\frac{1}{2}x_0)$	$f(\frac{2}{3}x_0)$	$f(x_0)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $Max f(x) = f(\frac{2}{3}x_0) = f(\frac{20}{3})$

Vậy vận tốc của luồng khí một con ho lớn nhất khi $x = \frac{20}{3} \approx 6,67$.

Câu 20: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh hoạ như hình vẽ sau)



Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50 \log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Lời giải

Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến trại thấp nhất.

Vậy nên Quãng đường ông Vinh di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Theo bài ra ta có: ông Vinh sẽ đi qua các quãng đường $XM + MN + NY$.

Ta có: $XM = NY = \sqrt{9 + x^2}$; $MN = 18 - 2x$

Thời gian Ông Vinh chạy đến Trại nghỉ là: $T(x) = 2\left(\frac{\sqrt{9+x^2}}{5} + \frac{9-x}{13}\right)$ với $x \in (0;9)$

Xét $T'(x) = 2\left(\frac{\sqrt{9+x^2}}{5} + \frac{9-x}{13}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ (thỏa mãn)

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{5}{4}$	9
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{168}{65}$	$\frac{162}{65}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$

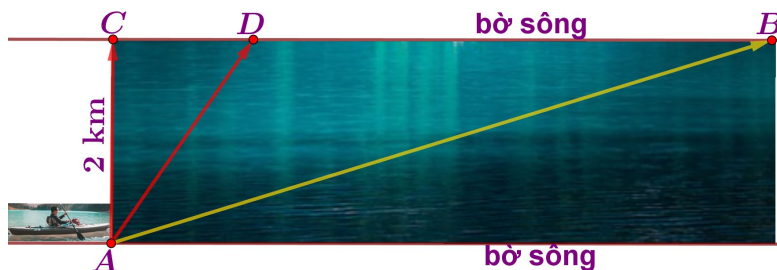
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $T(x)$ nhỏ nhất khi $x = \frac{5}{4}$.

$$\Rightarrow \min_{x \in (0,9)} T(x) = T\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{162}{65}$$

Vậy, nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là: $\min_{(0,+\infty)} y = 50 \log\left(\frac{162}{65} + 2\right) \approx 32,6$.

Đáp án: 32,6

Câu 21: Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 2 km, và muốn đến điểm B cách bờ đối diện 10 km. Người này có thể chỉ chèo thuyền hoặc kết hợp chèo thuyền với chạy bộ, càng nhanh càng tốt. Chẳng hạn, anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến điểm B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm D nào đó ở giữa C và B rồi chạy bộ đến điểm B (hình minh họa). Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là 6 km/h (đã tính vận tốc dòng nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là 10 km/h. Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Lời giải

Đặt $BD = x$ (km) là quãng đường người đó chạy bộ, với điều kiện $0 \leq x \leq 10$.

Khi đó: $CD = BC - BD = x - 10$ (km).

Quãng đường người đó chèo thuyền là $AD = \sqrt{4+(10-x)^2}$ (km).

Gọi t_1, t_2 (giờ) lần lượt là thời gian người đó chèo thuyền và thời gian người đó chạy bộ.

Ta có: $t_1 = \frac{AD}{6} = \frac{\sqrt{4+(10-x)^2}}{6}$ và $t_2 = \frac{AD}{6} = \frac{x}{10}$.

Tổng thời gian chèo thuyền A đến D và đi bộ từ D đến B là $t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{4+(10-x)^2}}{6} + \frac{x}{10}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4+(10-x)^2}}{6} + \frac{x}{10}$ trên đoạn $[0;10]$.

Ta có: $f'(x) = -\frac{10-x}{6\sqrt{4+(10-x)^2}} + \frac{1}{10} = \frac{-5(10-x) + 3\sqrt{4+(10-x)^2}}{30\sqrt{4+(10-x)^2}}$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow -5(10-x) + 3\sqrt{4+(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{4+(10-x)^2} = 5(10-x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{2} \\ x = \frac{23}{2} \notin [0;10] \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	0	$\frac{17}{2}$	10
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{\sqrt{26}}{3}$	$\frac{19}{15}$	$\frac{4}{3}$

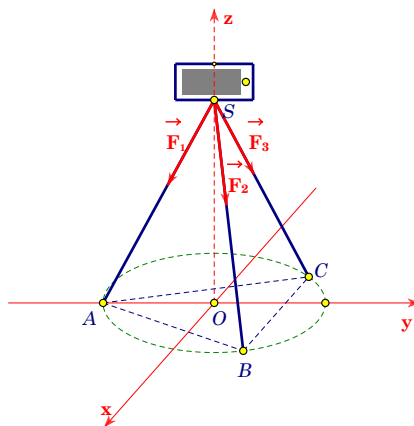
+ Tổng thời gian chèo thuyền A đến C và đi bộ từ C đến B là: $\frac{2}{6} + \frac{10}{10} = \frac{4}{3} \approx 1,33$ (giờ).

+ Thời gian chèo thuyền trực tiếp từ A đến B là $\frac{\sqrt{4+100}}{6} = \frac{4}{3} \approx 1,7$ (giờ).

Vậy phương án nhanh nhất là chèo thuyền từ chèo thuyền A đến D và đi bộ từ D đến B có tổng thời gian là $\frac{19}{15} \approx 1,27$ (giờ).

Đáp án: 1,27

Câu 22: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



Lời giải

Đáp số: T = -5.

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0;0;20)$, $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$

Suy ra $\overrightarrow{SA} = (0;-6;-20)$; $\overrightarrow{SB} = (3\sqrt{3};3;-20)$; $\overrightarrow{SC} = (-3\sqrt{3};3;-20)$.

Suy ra $SA = SB = SC = \sqrt{436}$ mà $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| \Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{SA} = (0;-6k;-20k) \\ \overrightarrow{F_2} = k\overrightarrow{SB} = (3\sqrt{3}k;3k;-20k) \\ \overrightarrow{F_3} = k\overrightarrow{SC} = (-3\sqrt{3}k;3k;-20k) \end{cases}$$

Suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0;0;-60k)$. Gọi \overrightarrow{F} là trọng lực tác dụng lên điện thoại $\Rightarrow \overrightarrow{F} = (0;0;-2)$

Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{F}$ suy ra $-60k = -2 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$.

$$\text{Vậy } \vec{F}_1 = \left(0; -\frac{1}{5}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow T = 2a - 5b + 30c = -19.$$

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1 – ĐỀ 11

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng
A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 5.

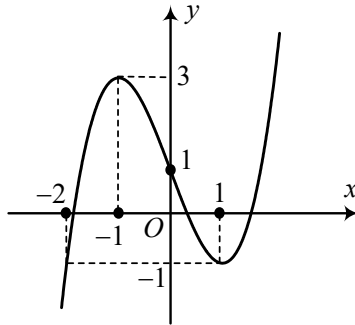
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	6

Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

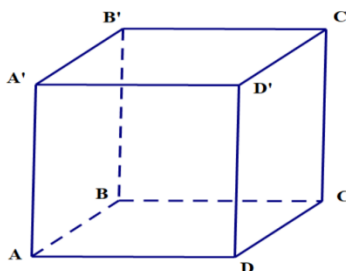
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+2025}$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Câu 7: Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[23;26)	[26;29)	[29;32)	[32;35)	[35;38)
Tần số	24	57	42	29	8

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

- A. 4,9 B. 4,8. C. 5,0. D. 5,1.

Câu 8: Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 1,45. B. 1,46. C. 1,47. D. 1,44.

Câu 9: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

- A. -1 . B. $-\frac{10}{3}$. C. 1 . D. $\frac{10}{3}$.

Câu 10: Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

- A. 0 . B. -5 . C. -1 . D. -2 .

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{2}{x^2}$ trên đoạn $[1; 2]$. Giá trị $m + 2M$ bằng

- A. 36. B. 34. C. 35. D. 33.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3; 0; 8)$ và $D(-5; -4; 0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. 6 . D. 12 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

a) [NB] Hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$.

b) **[TH]** Điểm cực đại của hàm số là 4.

c) **[TH]** $f(0) < f(2)$.

d) **[VD]** Hàm số $y = |f(x)|$ có 5 cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

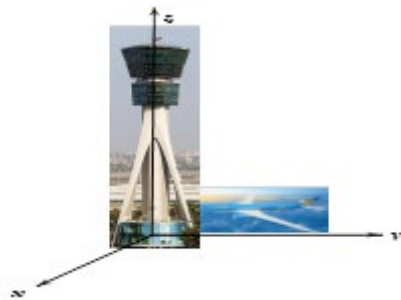
a) **[NB]** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) **[TH]** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) **[TH]** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.

d) **[VD]** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 15: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 600 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (*Hình bên*) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Tọa độ của radar đặt trên tháp $(0; 0; 0, 1)$.

b) **[TH]** Tọa độ của máy bay trong hệ trục tọa độ đã chọn: $F(400; 300; 12)$.

c) **[TH]** Khoảng cách từ máy bay đến radar 264,85 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) **[TH]** Radar của trung tâm kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay tại vị trí F .

Câu 16: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -1; 4)$, $B(2; 0; -1)$ và $C(1; -2; 0)$.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -1; 0)$.

b) [TH] Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh AB .

c) [TH] Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.

d) [VD] Gọi $N(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overline{NA} - 2\overline{NB} + \overline{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a+b+c$ là một số nguyên tố.

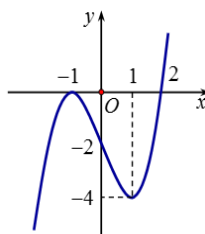
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;1)$, $B(3;-4;1)$. Điểm $M \in Oy$ sao cho

$T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu độ.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc 4 có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

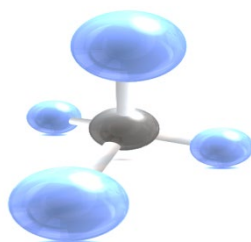


Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 20: [VD] Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất (Đơn vị nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.

Câu 21: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt C, D sao cho trọng tâm ΔOCD thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 4 = 0$, với O là gốc tọa độ.

Câu 22: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này theo đơn vị độ và làm tròn đến hàng đơn vị.



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	A	D	B	B	A	A	D	C	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	0,67	60	1	41	-6	110

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;1)$.

B. $(0;3)$.

C. $(-\infty;-1)$.

D. $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Theo bảng xét dấu: $y' < 0 \forall x \in (-1;1) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2]. \end{cases}$$

Mặt khác

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 3$$

$$y(2) = -1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+		- 0 +		
$f(x)$	$-\infty$	2	4	-1	6

Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

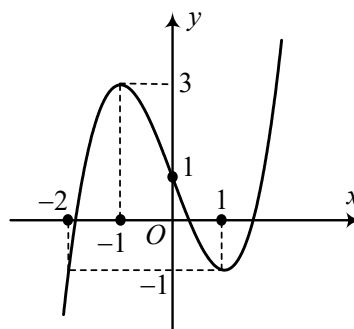
Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số không có một tiệm cận đứng nào.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+2025}$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

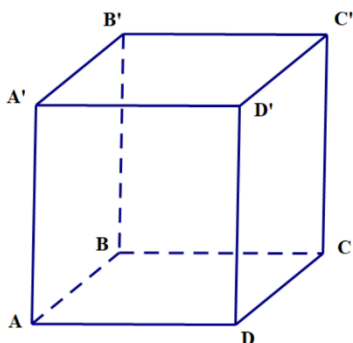
Lời giải

Chọn D

Đồ thị là hàm số bậc ba và có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại A, B.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x = 1, x = -1 \Rightarrow$ chọn D.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overline{A'B} + \overline{A'D} + \overline{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{AB'}$.

D. $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} &= (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}) + (\overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}) + \overrightarrow{AA'} \\ &= (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}) + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}. \end{aligned}$$

$$\text{Cách 2: } \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'C}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

A. $m = -5$.

B. $m = 5$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 7: Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[23; 26)	[26; 29)	[29; 32)	[32; 35)	[35; 38)
Tần số	24	57	42	29	8

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

A. 4,9

B. 4,8.

C. 5,0.

D. 5,1.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 38 - 23 = 15$ (tuổi).

Cỡ mẫu là $n = 160$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là tuổi của 160 nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{40} + x_{41}) \in [26; 29)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 26 + \frac{\frac{160}{4} - 24}{57} \cdot (29 - 26) = \frac{510}{19}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121}) \in [29;32)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 29 + \frac{\frac{3.160}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (32 - 29) = \frac{445}{14}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{445}{14} - \frac{510}{19} = \frac{1315}{266} \approx 4,9.$$

Câu 8: Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 1,45.

B. 1,46.

C. 1,47.

D. 1,44.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng thống kê cự li cú nhảy của các học sinh theo giá trị đại diện

Độ dài đại diện (m)	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cỡ mẫu $n = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18.9,5 + 10.10,5 + 6.11,5 + 4.12,5 + 2.13,5}{40} = 10,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18.9,5^2 + 10.10,5^2 + 6.11,5^2 + 4.12,5^2 + 2.13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475 \approx 1,45.$$

Câu 9: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

A. -1.

B. $-\frac{10}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 10x + 3$. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo tính chất của hàm số

bậc ba ta suy ra hàm số đã đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = \frac{10}{3}$.

Câu 10: Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

A. 0.

B. -5.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=2x-3$ và đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+2x-3$ là: $x^3+x^2+2x-3=2x-3$

$$\Leftrightarrow x^3+x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

Từ đó ta có hoành độ điểm B là -1 .

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4+\frac{2}{x^2}$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị $m+2M$ bằng

A. 36.

B. 34.

C. 35.

D. 33.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)=x^4+\frac{2}{x^2}$ liên tục trên đoạn $[1;2]$. Ta có

$$f'(x)=4x^3-\frac{4}{x^3}; f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-\frac{4}{x^3}=0 \Leftrightarrow x^6-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in [1;2] \\ x=-1 \notin [1;2] \end{cases}$$

$$f(1)=3; f(2)=\frac{33}{2}$$

Suy ra $M=\max_{[1;2]} f(x)=\frac{33}{2}, m=\min_{[1;2]} f(x)=3$.

Vậy $m+2M=36$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;-4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overline{BD}=(-8;-4;-8) \Rightarrow BD=12 \Rightarrow AB=\frac{BD}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

- a) **[NB]** Hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$.
- b) **[TH]** Điểm cực đại của hàm số là 4.
- c) **[TH]** $f(0) < f(2)$.
- d) **[VD]** Hàm số $y = |f(x)|$ có 5 cực trị.

Lời giải:

- a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- b) **Sai.** Do hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
- c) **Sai.** Dựa vào BBT, hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$ nên $f(0) > f(2)$.
- d) **Đúng.** Dựa vào bảng biến thiên ta có: đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị $(-1; 4); (3; -2)$ nằm ở hai phía đối với trục hoành và cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x)|$ có 5 cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

- a) **[NB]** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- b) **[TH]** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.
- c) **[TH]** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.
- d) **[VD]** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Lời giải

- a) **Đúng.** Ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.
- b) **Đúng.** Ta có $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \frac{4}{x - 1}$, nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

- c) **Sai.** Ta có $y' = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Lập bảng biến thiên hàm số ta được điểm $A(-1; -1)$ là điểm cực đại của hàm số.

- d) **Đúng.** Ta có tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1; -1)$ và $B(3; 7)$.

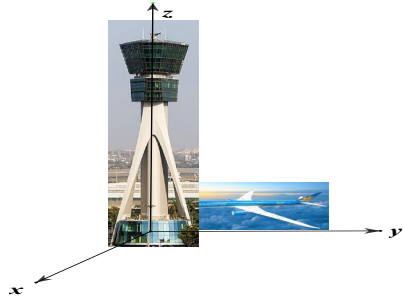
Khi đó $\overrightarrow{AB}(4; 8)$ là véc tơ chỉ phương, nên $\vec{n}(2; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB

Vậy phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là đường thẳng AB có phương trình: $2(x - 3) - 1(y - 7) = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 1$.

Khi đó giao của d với hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt là $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và $N(0; 1)$.

Tam giác tạo thành là tam giác vuông OMN có diện tích bằng $S = \frac{1}{2}OM.ON = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

Câu 15: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 600 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (*Hình bên*) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- [NB]** Tọa độ của radar đặt trên tháp $(0;0;0,1)$.
- [TH]** Tọa độ của máy bay trong hệ trục tọa độ đã chọn: $F(400;300;12)$.
- [TH]** Khoảng cách từ máy bay đến radar 264,85 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- [TH]** Radar của trung tâm kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay tại vị trí F .

Đáp án:

Câu 15
a. Đúng
b. Sai
c. Sai
d. Sai

Lời giải chi tiết

a. Đúng. Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,1)$.

b. Sai.

- Máy bay cách mặt đất 12 km, nghĩa là tọa độ trên trục z là 12 km.

- Máy bay cách 400 km về phía tây so với tháp, tức là tọa độ trên trục x sẽ là 400 km.

- Máy bay cách 300 km về phía bắc so với tháp, tức là tọa độ trên trục y sẽ là -300 km (do trục y hướng về phía nam).

Tọa độ của máy bay là: $(400;-300;12)$.

c. Sai

Vậy khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(400-0)^2 + (-300-0)^2 + (12-0,1)^2} \approx 500,14 \text{ (km)}$$

d. Sai. Vì $500,14 < 600$ nên ra đũa của trung tâm kiểm soát có phát hiện được máy bay.

Câu 16: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -1; 4)$, $B(2; 0; -1)$ và $C(1; -2; 0)$.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -1; 0)$.

b) **[TH]** Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh AB .

c) **[TH]** Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.

d) **[VD]** Gọi $N(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a + b + c$ là một số nguyên tố.

Lời giải

a) **Sai.** Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; 4)$.

b) **Sai.** Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh BC .

$$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (0+1)^2 + (-1-4)^2} = 3\sqrt{3}.$$

$$BC = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{6}.$$

$$CA = \sqrt{(1-3)^2 + (-2+1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{21}.$$

c) **Đúng.** Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.

Ta có $AB^2 = BC^2 + CA^2$ nên tam giác ABC vuông tại C . Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2}CA \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{6} \cdot \sqrt{21} = \frac{3\sqrt{14}}{2} \text{ (đvdt)}.$$

d) **Đúng.** $N(3; 2; -2)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a + b + c = 3 + 2 + (-2) = 3$ là một số nguyên tố.

$$\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NB}.$$

Mặt khác $\overrightarrow{NC}(1-a; -2-b; -c)$, $\overrightarrow{NB}(2-a; -b; -1-c)$. Do vậy

$$\begin{cases} 1-a = 2(2-a) \\ -2-b = -2b \\ -c = 2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $N(3; 2; -2)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;1)$, $B(3;-4;1)$. Điểm $M \in Oy$ sao cho

$T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Lời giải

Vì điểm $M \in Oy$ suy ra $M(0;b;0)$.

$$\text{Ta có } MA^2 = \left(\sqrt{2^2 + (3-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 2^2 + (3-b)^2 + 1^2 = 4 + (b-3)^2 + 1;$$

$$MB^2 = \left(\sqrt{3^2 + (-4-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 3^2 + (-4-b)^2 + 1^2 = 9 + (b+4)^2 + 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó ta có } 2MA^2 + MB^2 &= 2(4 + (b-3)^2 + 1) + (9 + (b+4)^2 + 1) \\ &= 2(4 + b^2 - 6b + 9 + 1) + (9 + b^2 + 8b + 16 + 1) \\ &= 2(b^2 - 6b + 14) + (b^2 + 8b + 26) \\ &= 2b^2 - 12b + 28 + b^2 + 8b + 26 \\ &= 3b^2 - 4b + 54 \\ &= 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{8}. \end{aligned}$$

Vì $\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0$ với mọi b

$$\text{Nên } 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{8} \geq \frac{158}{8}.$$

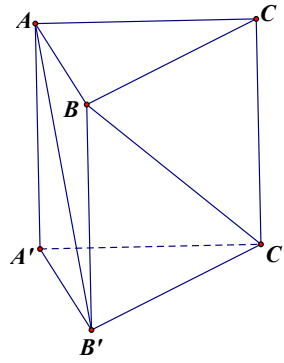
Dấu bằng xảy ra khi $b = \frac{2}{3} \approx 0,67$.

Vậy $T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{158}{8}$ khi $b = \frac{2}{3} \approx 0,67$.

Đáp án: 0,67

Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu độ.

Lời giải

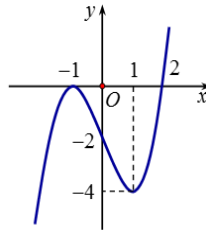


$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{(AB', BC')} = 60^\circ.$$

Trả lời: 60°

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc 4 có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Lời giải

Trả lời: 1

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Từ đồ thị thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (nghiêm kép)} \\ x = 2 \end{cases}$.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2) \Rightarrow g'(x) = 2xf'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-2)$		$g(0)$		$g(2)$	$+\infty$

Vậy hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực đại.

Đáp án: 1

Câu 20: [VD] Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất (Đơn vị nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x đồng ($30000 < x < 50000$) là giá bán vải mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là $(50000 - x)$ đồng.

Số lượng vải bán ra đã tăng thêm là $\frac{50 \cdot (50000 - x)}{4000} = 625 - 0,0125 \cdot x$.

Tổng số vải bán được là $25 + 625 - 0,0125 \cdot x = 650 - 0,0125 \cdot x$.

Doanh thu của cửa hàng là $(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot x$.

Số tiền vốn ban đầu để mua vải là $(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot 30000$.

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là :

$$(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot x - (650 - 0,0125 \cdot x) \cdot 30000 = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000.$$

Ta có: $f(x) = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000 = -0,0125(x - 41000)^2 + 1512500 \leq 1512500$.

Suy ra $\max f(x) = 1512500$ khi $x = 41000$ đồng.

Vậy giá bán mỗi cân vải là 41000 đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Đáp án: 41

Câu 21: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt C, D sao cho trọng tâm ΔOCD thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 4 = 0$, với O là gốc tọa độ.

Lời giải

Hoành độ hai điểm C, D là nghiệm của phương trình $2x + m = \frac{3x+2}{x-1}$

$$2x(x-1) + m(x-1) = 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + mx - m = 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m-5)x - m - 2 = 0 (*)$$

Ta có: $\Delta = m^2 - 2m + 41 > 0 \forall m$ và $2.1^2 + (m-5).1 - m - 2 = -5 \neq 0 \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt và khác 1.

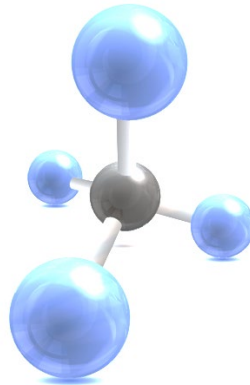
Khi đó phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_C, x_D thỏa mãn $x_C + x_D = -\frac{m-5}{2}$.

Gọi $A(x_C; 2x_C + m), B(x_D; 2x_D + m)$ thì trọng tâm của tam giác OCD là $G\left(\frac{x_C + x_D}{3}; \frac{2(x_C + x_D) + 2m}{3}\right)$.

$$G \in \Delta \Leftrightarrow 2\left(\frac{x_C + x_D}{3}\right) - \left(\frac{2(x_C + x_D) + 2m}{3}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow m = -6.$$

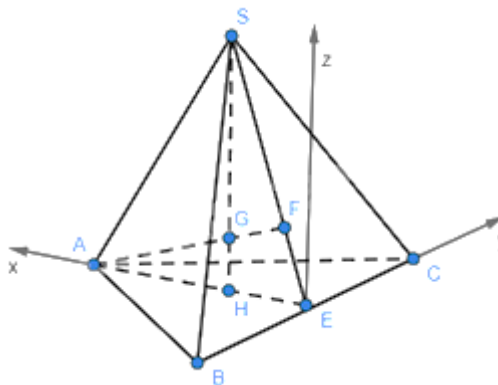
Trả lời: -6 .

Câu 22: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này theo đơn vị độ và làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Trả lời: 110



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS})$.

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với với E

trùng với gốc tọa độ O .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là 1

$$\text{Ta có: } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

Lại có: $\frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH // SA$ và AF cắt SH tại G

$$\text{Suy ra } \frac{GH}{GS} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{\sqrt{6}}{12}\right).$$

Do đó:

$$\overline{GA} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\overline{GS} = \left(0; 0; \frac{\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overline{GA}, \overline{GS}) = \frac{-\frac{\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overline{GA}, \overline{GS}) \approx 110^\circ.$$

Đáp án: 110

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 12

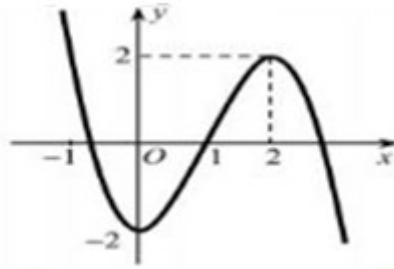
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

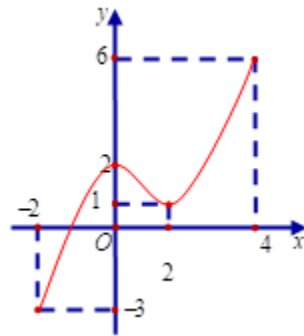
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây



- A. $(-\infty; 0)$ B. $(-2; 2)$. C. $(2; +\infty)$ D. $(0; 2)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là

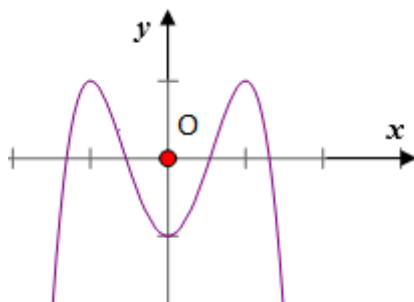


- A. -3. B. 1. C. 2. D. 6.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

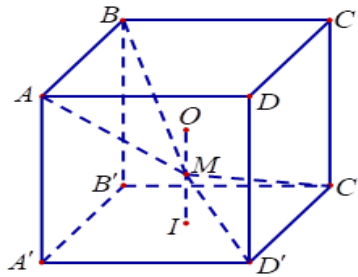
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $3\overline{IM} = \overline{OI}$. B. $\overline{MO} = \frac{1}{2}\overline{IM}$. C. $\overline{OM} = \overline{MI}$. D. $\overline{MI} = 2\overline{MO}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(3;3;-1)$. B. $(-1;-1;-3)$. C. $(3;3;1)$. D. $(1;1;3)$.

Câu 7: Khảo sát chiều cao của một nhóm 10 học sinh lớp 12A (theo đơn vị đo là centimét). Ta có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chu kì (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Tần số	1	3	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 20. B. 25. C. 15. D. 30.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 10 người dân trong khu chung cư như sau:

Chu kì (tuổi)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	[80;85)
Tần số	1	3	4	2

Trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 75. B. 76. C. 75,5. D. 76,5.

Câu 9: Giá trị cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 10: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật bắt đầu khởi động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là

- A. 24 (m/s). B. 12 (m/s). C. 18 (m/s). D. 23 (m/s).

Câu 11: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1;0;-3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;3)$. D. $(0;2;-3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ (m^3) ($0 \leq t \leq 90$). Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$.

- a) Thể tích nước sau 10 phút là $80 (\text{m}^3)$.
- b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm $t = 20$ phút là $280 (\text{m}^3/\text{phút})$.
- c) Sau 60 phút, tốc độ bơm nước giảm.
- d) Tốc độ bơm nước cao nhất là $1000 (\text{m}^3/\text{phút})$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{x + 3}$.

- a) **[NB]** Đồ thị hàm số đi qua điểm $A \left(0; -\frac{5}{3} \right)$.
- b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
- c) **[TH]** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.
- d) **[VD]** Có 2022 giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2024; 2025]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - m)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 15: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$
- b) **[TH]** Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$
- c) **[TH]** Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$
- d) **[VD]** Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$.

Câu 16: Kết quả kiểm tra cân nặng (đơn vị kg) của 20 học sinh nam lớp 11A được cho bởi dưới đây:

Nhóm	Tần số
[60; 64)	8
[64; 68)	9
[68; 72)	1
[72; 76)	1
[76; 80)	1
	$n = 20$

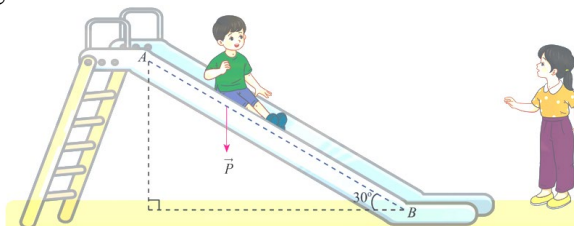
Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20 .
 b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $\bar{x} = 65,6$.
 c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = 17,45$.
 d) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là 4,1 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;-1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(2;1;2)$, $D'(4;5;-5)$. Một vectơ $\vec{v}(a;b;1)$ khác $\vec{0}$ vuông góc với với cả hai vectơ $\overrightarrow{DD'}$ và $\overrightarrow{D'A'}$. Tính $-5a+3b$.

Câu 18: Một em nhỏ cân nặng $m = 35$ kg trượt trên cầu trượt dài 4 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .

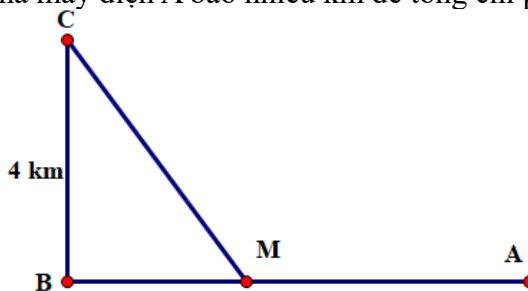


Công $A(N)$ sinh bởi một lực \vec{F} có độ dịch chuyển \vec{d} được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do \vec{g} có độ lớn là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Tính giá trị của

biểu thức $M^2 - 2m$.

Câu 20: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình 1.40. Khoảng cách từ hòn đảo C đến bờ biển là đoạn $CB = 4$ km . Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 12 km . Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Hỏi cần đặt vị trí nối dây M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) cách nhà máy điện A bao nhiêu km để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.



Hình 1.40

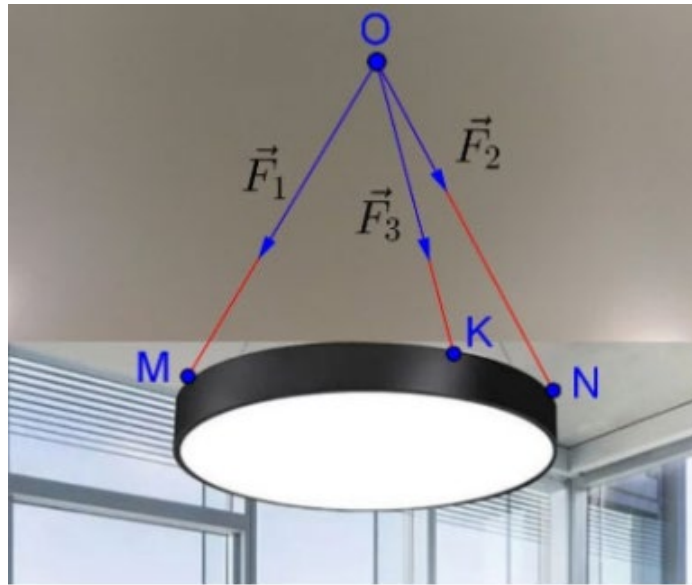
Câu 21: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn}$$

nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 22. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi giây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3} \text{ (N)}. \text{ Biết trọng lượng của chiếc đèn đó là } a(N). \text{ Tìm } a.$$



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 12

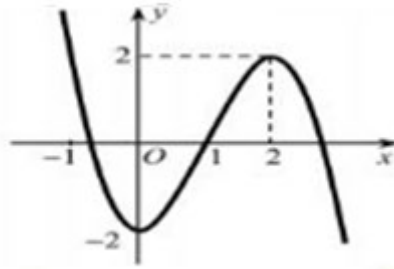
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

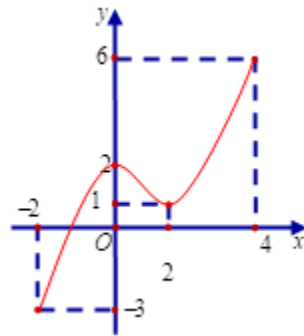
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây



- A. $(-\infty; 0)$ B. $(-2; 2)$. C. $(2; +\infty)$ D. $(0; 2)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là

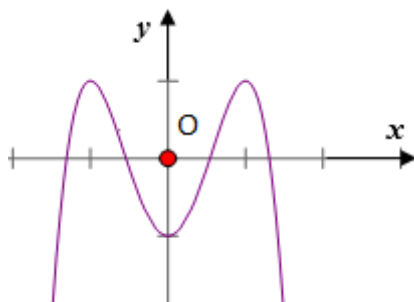


- A. -3. B. 1. C. 2. D. 6.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

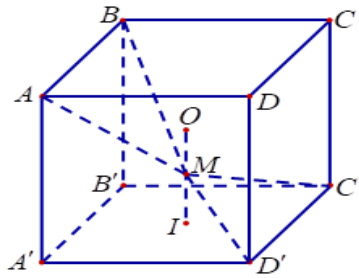
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $3\overline{IM} = \overline{OI}$. B. $\overline{MO} = \frac{1}{2}\overline{IM}$. C. $\overline{OM} = \overline{MI}$. D. $\overline{MI} = 2\overline{MO}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overline{AB} có tọa độ là

- A. $(3;3;-1)$. B. $(-1;-1;-3)$. C. $(3;3;1)$. D. $(1;1;3)$.

Câu 7: Khảo sát chiều cao của một nhóm 10 học sinh lớp 12A (theo đơn vị đo là centimét). Ta có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chu kì (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Tần số	1	3	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 20. B. 25. C. 15. D. 30.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 10 người dân trong khu chung cư như sau:

Chu kì (tuổi)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	[80;85)
Tần số	1	3	4	2

Trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 75. B. 76. C. 75,5. D. 76,5.

Câu 9: Giá trị cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 10: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật bắt đầu khởi động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là

- A. 24 (m/s). B. 12 (m/s). C. 18 (m/s). D. 23 (m/s).

Câu 11: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1;0;-3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;3)$. D. $(0;2;-3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ (m^3) ($0 \leq t \leq 90$). Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$.

- Thể tích nước sau 10 phút là $80 (\text{m}^3)$.
- Tốc độ bơm nước tại thời điểm $t = 20$ phút là $280 (\text{m}^3/\text{phút})$.
- Sau 60 phút, tốc độ bơm nước giảm.
- Tốc độ bơm nước cao nhất là $1000 (\text{m}^3/\text{phút})$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{x + 3}$.

- [NB]** Đồ thị hàm số đi qua điểm $A \left(0; -\frac{5}{3} \right)$.
- [TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
- [TH]** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.
- [VD]** Có 2022 giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2024; 2025]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - m)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 15: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- [NB]** Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$
- [TH]** Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$
- [TH]** Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$
- [VD]** Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$.

Câu 16: Kết quả kiểm tra cân nặng (đơn vị kg) của 20 học sinh nam lớp 11A được cho bởi dưới đây:

Nhóm	Tần số
[60; 64)	8
[64; 68)	9
[68; 72)	1
[72; 76)	1
[76; 80)	1
	$n = 20$

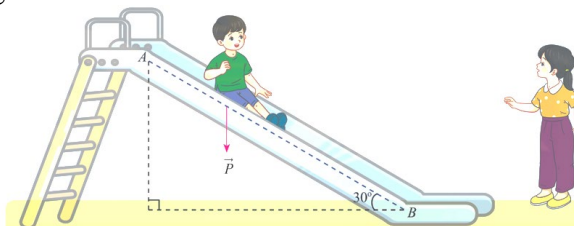
Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20 .
 b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $\bar{x} = 65,6$.
 c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = 17,45$.
 d) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là 4,1 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;-1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(2;1;2)$, $D'(4;5;-5)$. Một vectơ $\vec{v}(a;b;1)$ khác $\vec{0}$ vuông góc với với cả hai vectơ $\overrightarrow{DD'}$ và $\overrightarrow{D'A'}$. Tính $-5a+3b$.

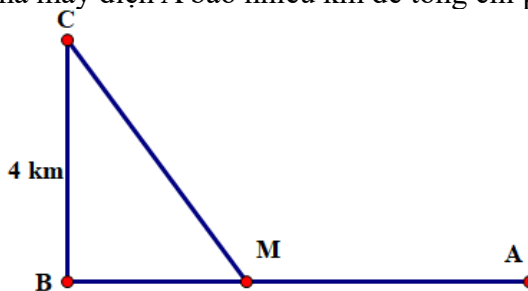
Câu 18: Một em nhỏ cân nặng $m = 35$ kg trượt trên cầu trượt dài 4 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .



Công $A(N)$ sinh bởi một lực \vec{F} có độ dịch chuyển \vec{d} được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do \vec{g} có độ lớn là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Tính giá trị của biểu thức $M^2 - 2m$.

Câu 20: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình 1.40. Khoảng cách từ hòn đảo C đến bờ biển là đoạn $CB = 4$ km . Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 12 km . Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Hỏi cần đặt vị trí nối dây M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) cách nhà máy điện A bao nhiêu km để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.

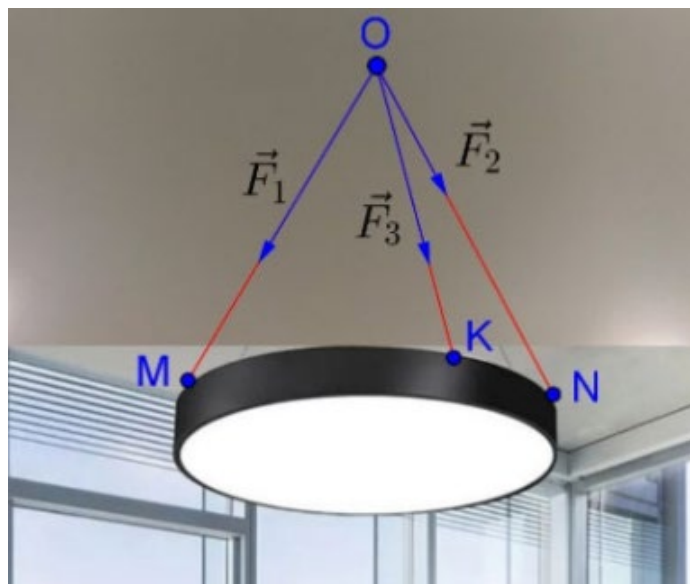


Hình 1.40

Câu 21: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)},$$
 trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 22. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi giây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N). Biết trọng lượng của chiếc đèn đó là $a(N)$. Tìm a .



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	A	A	B	D	A	B	C	C	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

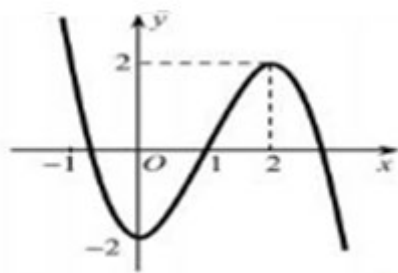
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	29	686	7	9	1005	75

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây



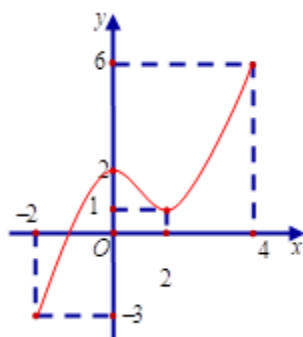
- A. $(-\infty; 0)$ B. $(-2; 2)$. C. $(2; +\infty)$ D. $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy khoảng $(0; 2)$ thì đồ thị có chiều đi từ dưới lên trên nên hàm số đồng biến.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là



- A. -3. B. 1. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

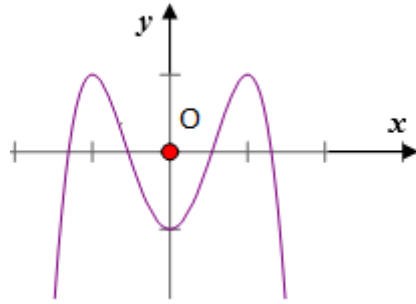
Chọn A

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty.$$

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

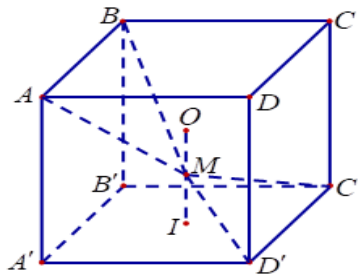


- A.** $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $3\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{OI}$. **B.** $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IM}$. **C.** $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MI}$. **D.** $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MO}$.

Lời giải

Chọn B

Ta dễ dàng nhận thấy đáp án C sai vì không thỏa mãn giả thiết. Đáp án D, A sai vì hai véc tơ cùng phương nhưng khác hướng.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- A.** $(3;3;-1)$. **B.** $(-1;-1;-3)$. **C.** $(3;3;1)$. **D.** $(1;1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1+2) = (1;1;3)$.

Câu 7: Khảo sát chiều cao của một nhóm 10 học sinh lớp 12A (theo đơn vị đo là centimét). Ta có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chu kì (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Tần số	1	3	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A.** 20. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R_n = 170 - 150 = 20$.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 10 người dân trong chung cư như sau:

Chu kì (tuổi)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	[80;85)
Tần số	1	3	4	2

Trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 75. B. 76. C. 75,5. D. 76,5.

Lời giải

Chọn B

Chọn giá trị đại diện cho mỗi nhóm số liệu ta có bảng sau:

Giá trị đại diện	67,5	72,5	77,5	82,5
Tần số	1	3	4	2

Tuổi thọ trung bình là :

$$\bar{x} = \frac{67,5 + 72,5 \cdot 3 + 77,5 \cdot 4 + 82,5 \cdot 2}{10} = 76$$

Câu 9: Giá trị cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: \mathbb{R} .

$$y' = -3x^2 + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			2		$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có: $y_{CD} = y(1) = 2$.

Câu 10: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật bắt đầu khởi động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là

- A. 24 (m/s). B. 12 (m/s). C. 18 (m/s). D. 23 (m/s).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } v(t) = s' = -\frac{3}{2}t^2 + 12t$$

$$\text{Khi đó : } v(6) = -\frac{3}{2}6^2 + 12 \cdot 6 = 18.$$

Câu 11: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$

Ta có :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}$$

Do đó $x = 0$ không phải là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = +\infty \text{ do đó } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1; 0; -3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Gọi điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) là điểm A' khi đó điểm M là trung điểm AA'

$$\text{Ta suy ra: } \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A \\ y_{A'} = 2y_M - y_A \\ z_{A'} = 2z_M - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ y_{A'} = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \\ z_{A'} = 2 \cdot 0 - (-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(1; 2; 3)$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ (m^3) ($0 \leq t \leq 90$). Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$.

- a) Thể tích nước sau 10 phút là $80 (\text{m}^3)$.
b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm $t = 20$ phút là $280 (\text{m}^3/\text{phút})$.
c) Sau 60 phút, tốc độ bơm nước giảm.
d) Tốc độ bơm nước cao nhất là $1000 (\text{m}^3/\text{phút})$.

Lời giải

a) Sai.

$$\text{Thể tích nước sau 10 phút là } V(10) = \frac{1}{100} \left(30 \cdot 10^3 - \frac{10^4}{4} \right) = 275 (\text{m}^3)$$

b) Đúng.

$$\text{Tốc độ bơm nước tại thời điểm } t \text{ được tính bởi } v(t) = V'(t) = \frac{1}{100} (90t^2 - t^3)$$

$$\text{Tốc độ bơm nước tại thời điểm } t = 20 \text{ phút là } v(20) = \frac{1}{100} (90 \cdot 20^2 - 20^3) = 280 (\text{m}^3/\text{phút}).$$

c) Đúng.

Xét hàm số $v(t) = \frac{1}{100}(90t^2 - t^3)$ là hàm số biểu thị tốc độ bơm nước tại thời điểm t .

Ta có: $v'(t) = \frac{1}{100}(180t - 3t^2)$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 180t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 60 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	60	90	
$v'(t)$		+	0	-
$v(t)$	0			0

Vậy sau 60 phút, tốc độ bơm nước giảm.

d) **Sai**.

Dựa vào Bảng biến thiên của hàm số $v(t)$ ta thấy tốc độ bơm nước cao nhất là 1080 ($\text{m}^3/\text{phút}$).

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{x + 3}$.

a) **[NB]** Đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(0; -\frac{5}{3}\right)$.

b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

c) **[TH]** Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

d) **[VD]** Có 2022 giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2024; 2025]$ để hàm số

$$g(x) = f(x^2 - 2x - m) \text{ có 5 điểm cực trị.}$$

Lời giải

a) **Đúng**. Ta có: $y_0 = f(0) = \frac{0^2 + 0 - 5}{0 + 3} = -\frac{5}{3}$. Vậy đồ thị đi qua điểm $A\left(0; -\frac{5}{3}\right)$.

b) **Đúng**. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \left(\frac{x^2 + x - 5}{x + 3}\right)' = \frac{(2x + 1)(x + 3) - x^2 - x + 5}{(x + 3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 8}{(x + 3)^2} \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -3 \\ -3 < x < -2 \end{cases}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-3; -2)$.

c) **Sai**. Ta có $y = \frac{x^2 + x - 5}{x + 3} = x - 2 + \frac{1}{x + 3}$.

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 3} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 3} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $d: y = x - 2$.

$$\text{Gọi } A = d \cap Ox \Rightarrow A(2; 0); B = d \cap Oy \Rightarrow B(0; -2).$$

$$OA = 2; OB = 2 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 2$$

Vậy $S_{\Delta OAB} = 2$.

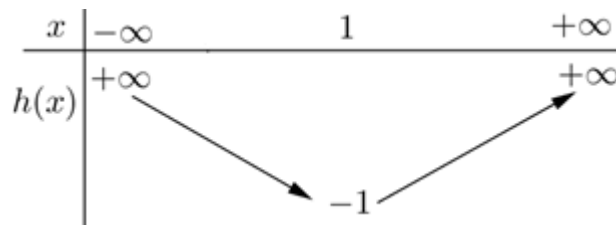
d) Đúng. Do $y' = f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 8}{(x+3)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$ nên

Ta có:

$$g'(x) = 2(x-1)f'(x^2 - 2x - m) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - m \neq -3 \\ x = 1 \\ x^2 - 2x - m = -2 \\ x^2 - 2x - m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = m - 2 \quad (1) \\ x^2 - 2x = m - 4 \quad (2) \end{cases}$$

Hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và các nghiệm của 2 phương trình này không trùng nhau.

Xét $h(x) = x^2 - 2x$ có bảng biến thiên



Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m - 4 > -1 \Leftrightarrow m > 3$.

Do m nguyên thuộc $[-2024; 2025]$ nên có 2022 giá trị thỏa mãn.

Câu 15: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

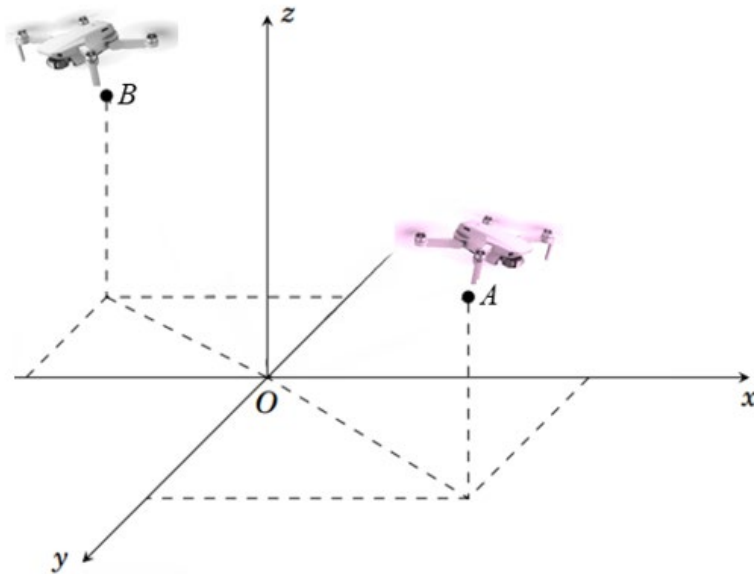
a) [NB] Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$

b) [TH] Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$

c) [TH] Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$

d) [VD] Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$

Lời giải



a) Đúng

Theo giả thiết, $A(3; 2; 5)$ và $B(-6; -6; 5)$

b) Đúng

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) , suy ra $A'(3; 2; -5)$

c) Sai

Trên mp (Oxy) , Xét $M(a; b; 0)$.

$$\overline{BM} = (a+6; b+6; -5), \overline{BA'} = (9; 8; -10).$$

M, A', B thẳng hàng suy ra $\overline{BM}, \overline{BA'}$ cùng phương, tức là $\overline{BM} = k \overline{BA'} (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a+6=9k \\ b+6=8k \\ -5=-10k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=-2 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -2; 0\right)$$

d) Sai

Gọi I là điểm cần tìm

$IA+IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow IA'+IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow I, A', B$ thẳng hàng (Vì A', B trái phía so với mặt phẳng (Oxy)) $\Leftrightarrow I \equiv M$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } OM = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2,5.$$

Câu 16: Kết quả kiểm tra cân nặng (đơn vị kg) của 20 học sinh nam lớp 11A được cho bởi dưới đây:

Nhóm	Tần số
[60; 64)	8
[64; 68)	9
[68; 72)	1
[72; 76)	1
[76; 80)	1

	$n = 20$
--	----------

Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 20 .
b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $\bar{x} = 65,6$.
c) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s^2 = 17,45$.
d) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là 4,1 .

Lời giải

a) **Đúng.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là: $80 - 60 = 20$.

b) **Đúng.**

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[60;64)	62	8
[64;68)	66	9
[68;72)	70	1
[72;76)	74	1
[76;80)	78	1
		$n = 20$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{8.62 + 9.66 + 1.70 + 1.74 + 1.78}{20} = 65,6$ (kg).

c) **Sai.**

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{20} \left[8.(62 - 65,6)^2 + 9.(66 - 65,6)^2 + 1.(70 - 65,6)^2 + 1.(74 - 65,6)^2 + 1.(78 - 65,6)^2 \right]$$

$$= \frac{436}{25} = 17,44.$$

d) **Sai.**

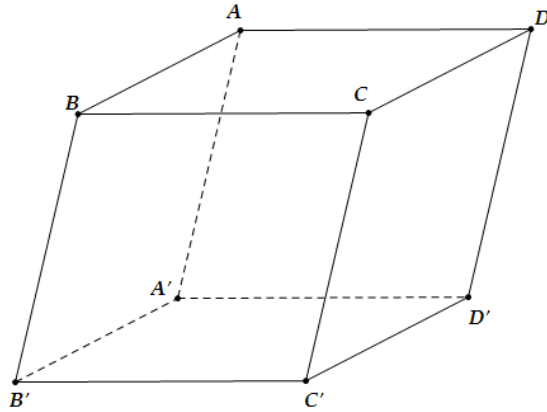
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s = \sqrt{17,44} \approx 4,2$ (kg) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;-1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(2;1;2)$, $D'(4;5;-5)$. Một vectơ $\vec{v}(a;b;1)$ khác $\vec{0}$ vuông góc với với cả hai vectơ $\overrightarrow{DD'}$ và $\overrightarrow{D'A'}$. Tính $-5a + 3b$.

Lời giải

Đáp án: 29.



Ta có $\overline{BC}(1;1;1); \overline{BA}(0;-1;0)$.

Gọi $D(x; y; z)$ suy ra $\overline{BD}(x-1; y; z-1)$. Theo quy tắc hình bình hành, ta có

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{BA} \text{ hay } \begin{cases} x-1=1 \\ y=0 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow D(2;0;2) \text{ suy ra } \overline{DD'}(2;5;-7).$$

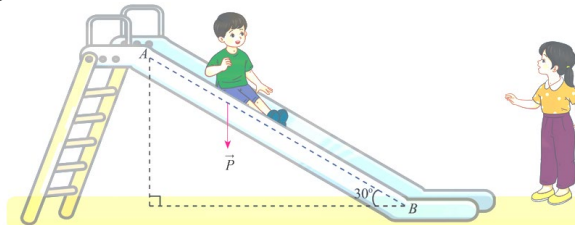
Mặt khác: $\overline{D'A'} = \overline{CB}(-1;-1;-1)$

Suy ra: $[\overline{DD'}, \overline{D'A'}] = (-12; 9; 3)$. Đây là một vectơ khác $\vec{0}$ vuông góc với với cả hai vectơ $\overline{DD'}$ và $\overline{D'A'}$.

Do $\vec{v}(a;b;1)$ khác $\vec{0}$ vuông góc với với cả hai vectơ $\overline{DD'}$ và $\overline{D'A'}$, nên \vec{v} cùng phương với $[\overline{DD'}, \overline{D'A'}]$. Khi đó, $\vec{v}(-4;3;1)$

Do đó, $a = -4, b = 3$. Vậy, $-5a + 3b = -5 \cdot (-4) + 3 \cdot 3 = 29$

Câu 18: Một em nhỏ cân nặng $m = 35$ kg trượt trên cầu trượt dài 4 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .



Công A (J) sinh bởi một lực \vec{F} có độ dịch chuyển \vec{d} được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do \vec{g} có độ lớn là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Lời giải

Độ lớn trọng lực tác dụng lên em nhỏ là: $P = mg = 35 \cdot 9,8 = 343$ (N).

Công sinh ra bởi trọng lực \vec{P} khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt

$$A = \vec{P} \cdot \vec{d} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 343 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 686 \text{ (J)}$$

Đáp án: 686

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Tính giá trị của biểu thức $M^2 - 2m$.

Lời giải

Đáp án: 7

+ Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

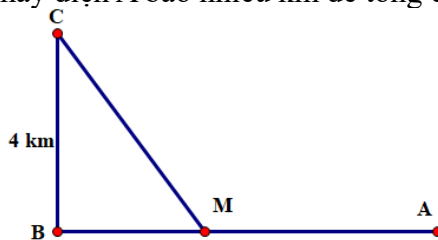
$$+ y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		↗ -3		↘ 1		

Vậy $M = -3, m = 1 \Rightarrow M^2 - 2m = 7$.

Câu 20: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình 1.40. Khoảng cách từ hòn đảo C đến bờ biển là đoạn $CB = 4$ km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 12 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Hỏi cần đặt vị trí nối dây M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) cách nhà máy điện A bao nhiêu km để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.



Hình 1.40

Lời giải**Đáp án: 9**

Gọi khoảng cách BM là x (km), $(0 \leq x \leq 12)$.

Khi đó khoảng cách AM là $12 - x$ (km).

Khoảng cách CM là $\sqrt{16 + x^2}$ (km).

Khi đó chi phí lắp đặt dây điện là: $f(x) = 30(12 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành tìm $x \in [0; 12]$ để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có, $f'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{16 + x^2}}$

$$\text{Có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -30 + \frac{50x}{\sqrt{16 + x^2}} = 0 \Leftrightarrow -30\sqrt{16 + x^2} + 50x = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{16 + x^2} = 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(16 + x^2) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \in (0; 12)$$

Ta có $f(0) = 560$; $f(3) = 520$; $f(12) = 200\sqrt{10}$.

Do đó chi phí nhỏ nhất để lắp dây điện là 520 triệu đồng khi M cách A một đoạn 9 km trên đoạn AB .

Câu 21: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Lời giải

Xét hàm số $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$ ($t > 0$).

Ta có: $N'(t) = \frac{100 \cdot (100 + t^2) - 100t \cdot 2t}{(100 + t^2)^2} = \frac{100 \cdot (100 - t^2)}{(100 + t^2)^2}$.

Khi đó, với $t > 0$, $N'(t) = 0 \Leftrightarrow 100 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 100 \Leftrightarrow t = 10$.

Bảng biến thiên của hàm số $N(t)$ như sau:

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$		+	-
$N(t)$	1000	1005	1000

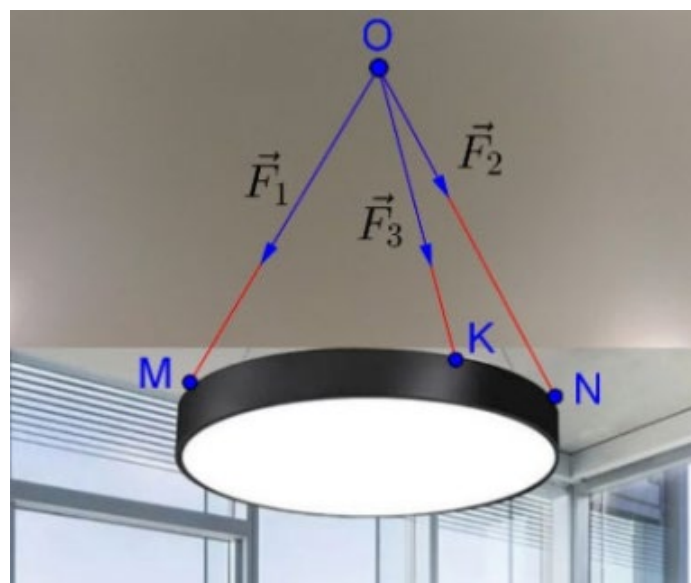
Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy:

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $N(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1005 tại $t = 10$.

Vậy số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng là 1005 con.

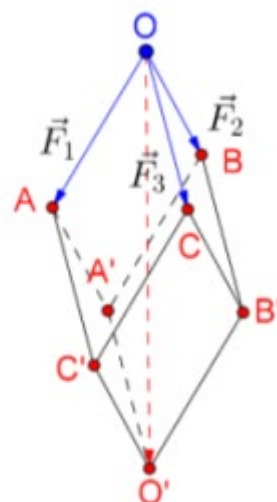
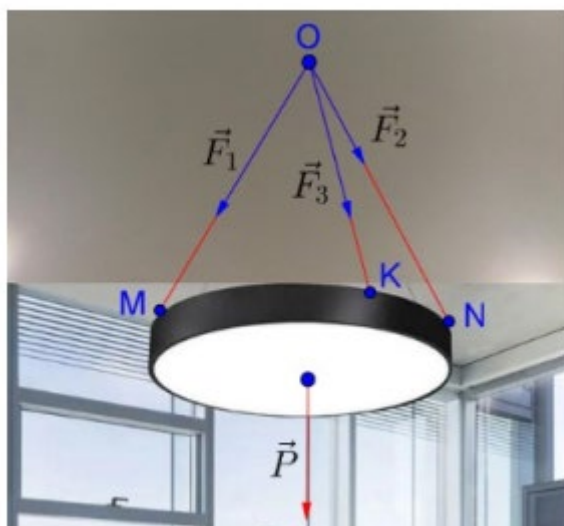
Đáp án: 1005

Câu 22. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi giây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N). Biết trọng lượng của chiếc đèn đó là $a(N)$. Tìm a .



Lời giải

Đáp án: 75



Gọi A, B, C lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm A', B', C', O' sao cho $OAC'C \cdot BA'O'B'$ là hình hộp. Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:
 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OO'}$

Mặt khác lực các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N) nên hình hộp $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và bằng nhau. Vì thế hình lập phương $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có độ dài cạnh bằng $25\sqrt{3}$ suy ra độ dài đường chéo $OO' = 25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 75$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó \vec{P} là trọng lượng tác dụng lên chiếc đèn. Vậy trọng lực của chiếc đèn là $P = |\vec{P}| = |\overrightarrow{OO'}| = 25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 75$ (N).

Vậy $a = 75$.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1 – ĐỀ 13

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

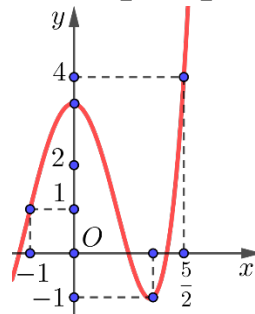
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			1			-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-3;0)$. **B.** $(-3;3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

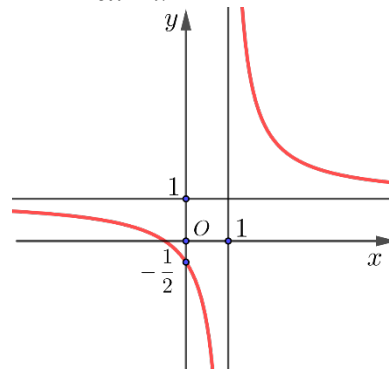
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A.** $M = 4, m = 1$. **B.** $M = 4, m = -1$. **C.** $M = \frac{7}{2}, m = -1$. **D.** $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

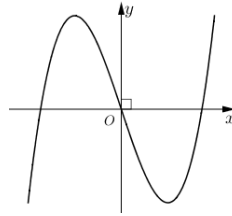
Câu 3. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB}$. **B.** $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của $M(-2;1;4)$ lên Oyz là

- A.** $(-2;0;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(0;0;4)$. **D.** $(0;1;4)$.

Câu 7. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** 10 gam. **B.** 12 gam. **C.** 2 gam. **D.** 20 gam.

Câu 8. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[120;122)$	$[122;124)$	$[124;126)$	$[126;128)$	$[128;130)$
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11

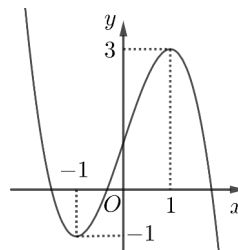
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 50. **B.** 12528. **C.** 125,28. **D.** 10.

Câu 9. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- A.** $x = 1$. **B.** $(3;1)$. **C.** $x = 3$. **D.** $\left(1; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 16}{x + 5}$ là:

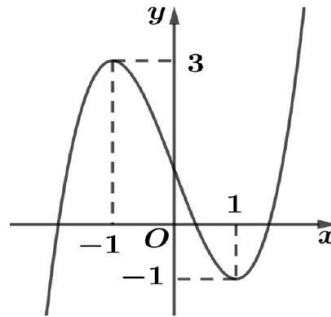
- A. $y = 2x + 5$. B. $y = x + 5$. C. $y = x - 5$. D. $y = 2x - 5$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$; $B(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy để tam giác ABC vuông tại A .

- A. $\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$. B. $(0;2;0)$. C. $\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. D. $\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Hàm số đã cho là hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$.
 b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 c) **[TH]** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.
 d) **[TH]** Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

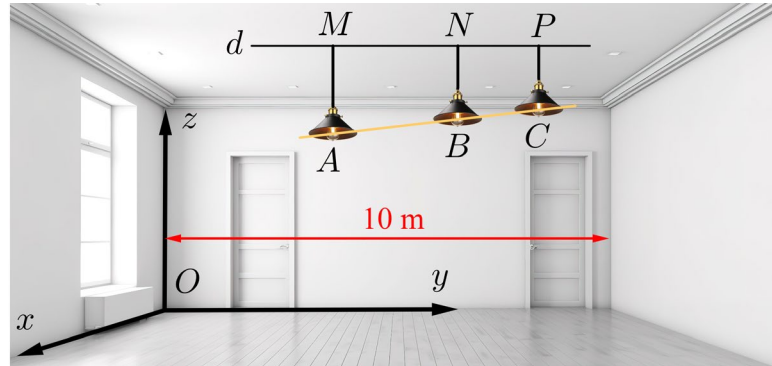
- a) **[NB]** Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

- b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
 c) **[TH]** Hàm số có $y_{CD} + 3y_{CT} = -1$.
 d) **[VD]** Điểm $A(0;4)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Câu 15: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m và cao 4 m , giả sử người ta muốn treo 3 cái đèn chao A, B, C thẳng hàng tại 3 điểm treo M, N, P trên thanh đỡ d song song và cách bức tường phía sau 2 m (bức tường có 2 cửa đi trong hình). Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết độ dài dây điện treo của đèn chao A, C lần lượt là

$MA = 0,7 \text{ m}$ và $PC = 0,5 \text{ m}$. Khoảng cách giữa các điểm treo là: $MN = 1,5 \text{ m}$; $NP = 1 \text{ m}$ và điểm treo M cách tường có cửa sổ (Oxz) 4 m .



- a) **[NB]** Hoành độ của điểm A bằng 2.
- b) **[TH]** Tọa độ của đèn chao A là $\left(2; 4; \frac{33}{10}\right)$.
- c) **[TH]** Tọa độ đèn chao C là $\left(2; \frac{13}{2}; \frac{7}{2}\right)$.
- d) **[VD]** Tổng khoảng cách giữa 3 đèn chao đến gốc tọa độ O là 19 m
(làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 16: Thống kê điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12A trường THPT X người ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	2	7	8	3	10	5	3	2

- a) Lớp 12A có tổng số học sinh là 40 học sinh.
- b) Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra giữa HKI của lớp 12A là 5,725.
- c) Một của mẫu số liệu là 6,58.
- d) Biết rằng điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12B có phương sai 5,32, do đó lớp 12B học đều hơn lớp 12A.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(-2; 1; 2), C(4; 6; -5)$. Điểm $M \in (Oyz)$ sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $M(a; b; c)$, tính giá trị $a + b + c = ?$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(-3; 2; 1), C(5; 2; 1), B'(-2; 1; 1), D'(4; 5; 5), A'(a; b; c)$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 19. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban

đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là bao nhiêu?

Câu 20: Một chiếc tàu rời bến lúc 1 giờ và chạy theo hướng nam với vận tốc 20 km/h. Một chiếc tàu khác đi theo hướng đông với vận tốc 15 km/h và cập bến nói trên lúc 2 giờ. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc tàu?

Câu 21: Công ty A dự định tổ chức cho nhân viên đi tham quan Huế trong hai ngày. Công ty A dự định nếu đặt giá tua là 2 triệu đồng của công ty du lịch B thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty du lịch B quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tua 100 ngàn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty du lịch B phải bán giá tua là bao nhiêu để doanh thu từ tua là lớn nhất.

Câu 22. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m có 1 cây quạt trần A ở vị trí tâm trần nhà và một quả bóng B nằm trên sàn. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (đơn vị: mét). Biết quả bóng cách tường (Oxz) 3m và cách tường (Oyz) 2m. Nếu cây quạt trần đột nhiên rơi xuống sàn thì vị trí chạm sàn của cây quạt cách quả bóng bao nhiêu?



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	A	A	C	D	A	C	B	B	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	2	3	5	12	1,375	2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				1				$+\infty$

The graph shows a function $f(x)$ with a local maximum at $x=0$ and $f(0)=1$. The function is decreasing on the interval $(-3, 0)$ and increasing on the interval $(0, 3)$. The values at the boundaries are $+\infty$ at $-\infty$ and $+\infty$ at $+\infty$. The function values at $x=-3$ and $x=3$ are -1 .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$.

B. $(-3;3)$.

C. $(0;3)$.

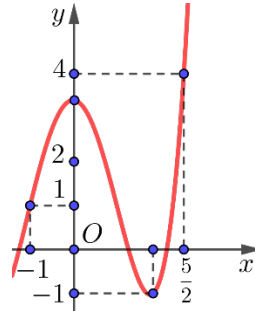
D. $(-\infty;-3)$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

A. $M = 4, m = 1$.

B. $M = 4, m = -1$.

C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$.

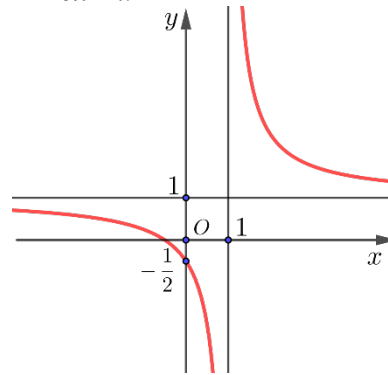
D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Dựa vào đồ thị $M = 4, m = -1$.

Câu 3. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $y = 1$.

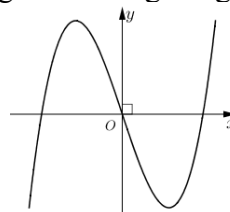
D. $y = 2$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Quan sát hình vẽ dễ thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB}$. B. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{AB}$. **C. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA}$.** D. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC}$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Theo quy tắc hiệu ta có: $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của $M(-2;1;4)$ lên Oyz là

A. $(-2;0;0)$. B. $(0;1;0)$. C. $(0;0;4)$. **D. $(0;1;4)$.**

☞ **Lời giải**

Chọn D

Tọa độ hình chiếu của $M(-2;1;4)$ lên Oyz là $(0;1;4)$.

Câu 7. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng (gam)	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 10 gam. B. 12 gam. C. 2 gam. D. 20 gam.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$ gam.

Câu 8 Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[120;122)$	$[122;124)$	$[124;126)$	$[126;128)$	$[128;130)$
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 50. B. 12528. **C. 125,28.** D. 10.

☞ **Lời giải**

Chọn C

+ Cỡ mẫu: $n = 50$.

Giá đóng cửa	$[120;122)$	$[122;124)$	$[124;126)$	$[126;128)$	$[128;130)$
Giá trị đại diện	121	123	125	127	129
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{121.8 + 123.9 + 125.12 + 127.10 + 129.11}{50} = 125,28.$$

Câu 9. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- A. $x=1$. **B.** $(3;1)$. C. $x=3$. **D.** $\left(1; \frac{7}{3}\right)$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

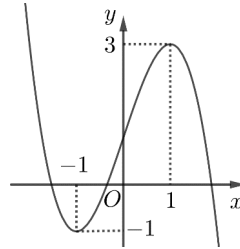
$$y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{7}{3}$	1	$+\infty$	

Dựa vào BBT suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;1)$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



- A. 0. **B.** 3. C. 1. **D.** 2.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm.

Câu 11. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 16}{x + 5}$ là:

- A. $y = 2x + 5$. **B.** $y = x + 5$. **C.** $y = x - 5$. **D.** $y = 2x - 5$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

Ta có:

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 5} = \frac{x^2 - 25 + 9}{x + 5} = \frac{x^2 - 25}{x + 5} + \frac{9}{x + 5} = \frac{(x - 5)(x + 5)}{x + 5} + \frac{9}{x + 5} = x - 5 + \frac{9}{x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 5)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x + 5} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 5)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x + 5} = 0$$

Suy ra đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng: $y = x - 5$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$; $B(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy để tam giác ABC vuông tại A .

- A. $\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;2;0)$. C. $\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $C(0; y; 0)$.

Ta có: $\overline{AB} = (1; -2; 3)$; $\overline{AC} = (-1; y - 1; 0)$

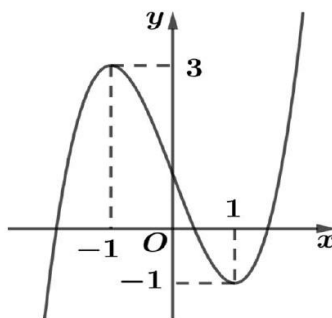
Đề tam giác ABC vuông tại

$$A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -1 - 2(y - 1) + 0 = 0 \Leftrightarrow -2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}.$$

Vậy tọa độ của điểm C là $C\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Hàm số đã cho là hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$.
- b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- c) **[TH]** Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm.
- d) **[TH]** Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) **Đúng**

Vì dựa vào đồ thị ta có: đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, đồ thị có nhánh cuối cùng có hướng đi lên (tức $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$) nên hệ số $a > 0$.

b) **Sai.**

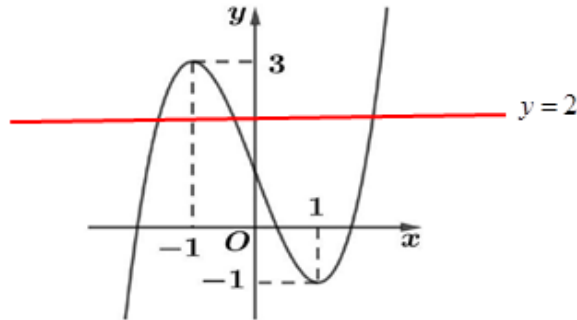
Vì dựa vào đồ thị ta có: Khi $x \in (-1; 1)$ thì đồ thị hàm số có hướng đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

c) **Sai.**

Vì dựa vào đồ thị ta có: đồ thị hàm số cắt trục tung Oy tại 1 điểm nằm phía trên trục hoành Ox nên điểm đó có tung độ dương.

d) Đúng.

Dựa vào đồ thị ta có: Đường thẳng $y = 2$ (tức đường thẳng đi qua tung độ $y = 2$ và song song với trục hoành Ox) cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.



Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

b) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

c) **[TH]** Hàm số có $y_{CD} + 3y_{CT} = -1$.

d) **[VD]** Điểm $A(0; 4)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		↗ 3		↘ -1		↗ $+\infty$

⇒ **a đúng**.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Rightarrow$ nghịch biến trên $(1;2)$ nên **b đúng**.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3 \Rightarrow$ sai.

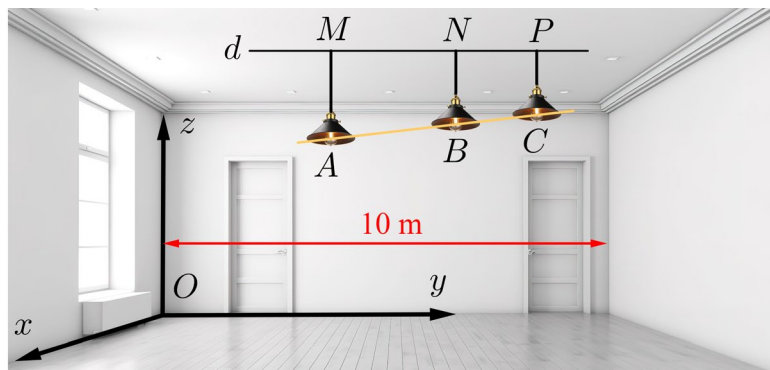
$$y_{CD} + 3y_{CT} = 3 - 3.1 = 0 \Rightarrow \mathbf{c sai}.$$

Phương trình đi qua hai điểm cực trị là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow -4x+4 = 2y-6 \Leftrightarrow 4x+2y-10 = 0 \Leftrightarrow 2x+y-5 = 0. \text{ Nên điểm } A(0;4)$$

không thuộc đường thẳng qua hai điểm cực trị \rightarrow **d sai**

Câu 15: Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m và cao 4 m , giả sử người ta muốn treo 3 cái đèn chao A, B, C thẳng hàng tại 3 điểm treo M, N, P trên thanh đỡ d song song và cách bức tường phía sau 2 m (bức tường có 2 cửa đi trong hình). Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau (đơn vị: mét). Biết độ dài dây điện treo của đèn chao A, C lần lượt là $MA = 0,7 \text{ m}$ và $PC = 0,5 \text{ m}$. Khoảng cách giữa các điểm treo là: $MN = 1,5 \text{ m}$; $NP = 1 \text{ m}$ và điểm treo M cách tường có cửa sổ (Oxz) 4 m .



a) **[NB]** Hoành độ của điểm A bằng 2 .

b) **[TH]** Tọa độ của đèn chao A là $\left(2; 4; \frac{33}{10}\right)$.

c) **[TH]** Tọa độ đèn chao C là $\left(2; \frac{13}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

d) **[VD]** Tổng khoảng cách giữa 3 đèn chao đến gốc tọa độ O là 19 m
(làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng

Điểm treo M trên thanh đỡ d song song và cách bức tường phía sau 2 m nên $d(A; (Oyz)) = 2$ và $x_A > 0$. Do đó hoành độ của điểm A bằng 2 .

b) Đúng

Điểm treo M cách tường có cửa sổ (Oxz) $4m$ nên điểm treo A cũng cách tường có cửa sổ (Oxz)

$4m$. Suy ra tung độ của điểm A bằng 4 .

Căn phòng cao $4m$ và $MA = 0,7m$ nên cao độ của điểm A bằng $4 - 0,7 = 3,3$.

Vậy tọa độ của đèn chao A là $\left(2; 4; \frac{33}{10}\right)$.

c) Đúng

Ta có $x_C = x_A = 2$.

$$y_C = y_A + MN + NP = 4 + 1,5 + 1 = 6,5 = \frac{13}{2}$$

$$z_C = 4 - PC = 4 - 0,5 = 3,5 = \frac{7}{2}$$

Vậy tọa độ đèn chao C là $\left(2; \frac{13}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

d) Sai

$$\text{Ta có } \frac{NP}{NM} = \frac{BC}{BA} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$$

Mà A, B, C thẳng hàng và B nằm giữa A và C nên suy ra $3\overline{BC} = -2\overline{BA}$.

Từ đó ta có

$$\begin{cases} 3(2 - x_B) = -2(2 - x_B) \\ 3\left(\frac{13}{2} - y_B\right) = -2(4 - y_B) \\ 3\left(\frac{7}{2} - z_B\right) = -2\left(\frac{33}{10} - z_B\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = \frac{11}{2} \\ z_B = \frac{171}{50} \end{cases}$$

Suy ra tọa độ của đèn chao B là $\left(2; \frac{11}{2}; \frac{171}{50}\right)$.

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{2^2 + 4^2 + \left(\frac{33}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{3089}{100}};$$

$$OB = \sqrt{2^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{171}{50}\right)^2} = \sqrt{45.9464};$$

$$OC = \sqrt{2^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{117}{2}}.$$

Tổng khoảng cách giữa 3 đèn chao đến gốc tọa độ O là $T = OA + OB + OC \approx 19,98478395$.

Do vậy khi làm tròn đến hàng đơn vị thì $T \approx 20$.

Câu 16: Thống kê điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12A trường THPT X người ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	2	7	8	3	10	5	3	2

- a) Lớp 12A có tổng số học sinh là 40 học sinh.
 b) Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra giữa HKI của lớp 12A là 5,725.
 c) Một của mẫu số liệu là 6,58.
 d) Biết rằng điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12B có phương sai 5,32, do đó lớp 12B học đều hơn lớp 12A.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Tổng số học sinh của lớp 12A là $2 + 7 + 8 + 3 + 10 + 5 + 3 + 2 = 40$ (học sinh).

b) Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra giữa HKI của lớp 12A là:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{2 \cdot 2,5 + 7 \cdot 3,5 + 8 \cdot 4,5 + 3 \cdot 5,5 + 10 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 3 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{40} \\ &= \frac{229}{40} = 5,725 \end{aligned}$$

c) Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [6;7)

Một của mẫu số liệu là :

$$M_0 = 6 + \frac{10 - 3}{(10 - 3) + (10 - 5)} \cdot (7 - 6) = 6 + \frac{7}{12} = \frac{79}{12} \approx 6,58$$

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm điểm thi giữa HKI môn Toán của lớp 12A là :

$$\begin{aligned} s_1^2 &= \frac{2 \cdot (\bar{x} - 2,5)^2 + 7 \cdot (\bar{x} - 3,5)^2 + 8 \cdot (\bar{x} - 4,5)^2 + 3 \cdot (\bar{x} - 5,5)^2 + 10 \cdot (\bar{x} - 6,5)^2 + 5 \cdot (\bar{x} - 7,5)^2 + 3 \cdot (\bar{x} - 8,5)^2 + 2 \cdot (\bar{x} - 9,5)^2}{40} \\ &= \frac{5639}{1600} \approx 3,52 < 5,32 \end{aligned}$$

Vậy sự biến động điểm số của lớp 12A nhiều hơn so với lớp 12B. Do đó lớp 12A học đều hơn so với lớp 12B

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(-2;1;2), C(4;6;-5)$. Điểm $M \in (Oyz)$ sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $M(a;b;c)$, tính giá trị $a + b + c = ?$

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi G là trọng tâm ΔABC , suy ra $G(1; 3; -1)$

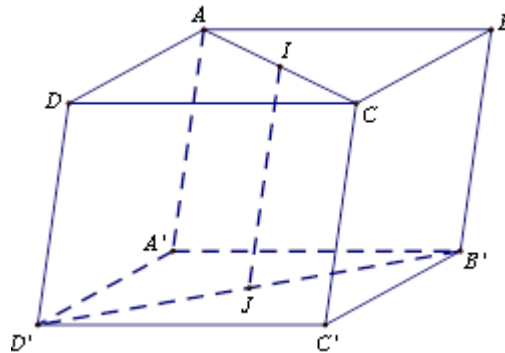
$$\begin{aligned} T &= MA^2 + MB^2 + MC^2 = \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 \\ &= (\overline{MG} + \overline{GA})^2 + (\overline{MG} + \overline{GB})^2 + (\overline{MG} + \overline{GC})^2 \\ &= 3\overline{MG}^2 + 2\overline{MG}(\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) + (\overline{GA}^2 + \overline{GB}^2 + \overline{GC}^2) \\ &= 3MG^2 + (GA^2 + GB^2 + GC^2) \end{aligned}$$

$M \in (Oyz)$ nên $M(0; b; c)$

$T_{\min} \Leftrightarrow MG_{\min}$ hay M là hình chiếu của G lên (Oyz) . Suy ra $M(0; 3; -1)$. Vậy $a + b + c = 2$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(-3; 2; 1), C(5; 2; 1), B'(-2; 1; 1), D'(4; 5; 5), A'(a; b; c)$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow I(1; 2; 1)$.

Gọi J là trung điểm của $B'D' \Rightarrow J(1; 3; 3)$.

Ta có $\overline{IJ} = (0; 1; 2)$.

$$\text{Ta có } \overline{AA'} = \overline{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3 = 0 \\ b - 2 = 1 \\ c - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases} \text{ . Vậy } a + b + c = 3.$$

Đáp án: 3.

Câu 19. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là

$M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 5 USD

- Tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm đồ chơi A bao gồm chi phí ban đầu là 50.000 USD và chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 5 USD.

- Vậy, biểu thức của $T(x) = 50000 + 5x$

- Chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là:

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = \frac{50000 + 5x}{x} = \frac{50000}{x} + 5$$

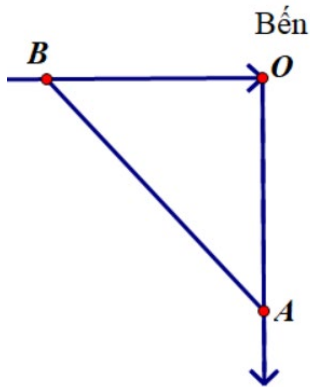
$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} M(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 5 \right) = 5$$

Khi x đủ lớn, chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là 5 USD.

Câu 20: Một chiếc tàu rời bến lúc 1 giờ và chạy theo hướng nam với vận tốc 20 km/h. Một chiếc tàu khác đi theo hướng đông với vận tốc 15 km/h và cập bến nói trên lúc 2 giờ. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc tàu?

Lời giải

Trả lời: 12



Gọi khoảng cách hai tàu bằng AB, vị trí bến là O.

Trước 1 giờ, $AB > 15$ km; đúng 1 giờ; $AB = 15$ km.

Đúng 2 giờ, $AB = 20$ km; sau 2 giờ, $AB > 20$ km.

Vậy ta chỉ cần xét trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 2 giờ.

Gọi t là thời gian hai tàu đi kể từ lúc 1 giờ, $t \in [0; 1]$.

Ta có $OA = 20t$ (km); $OB = 15 - 15t$ (km).

Vậy khoảng cách hai chiếc tàu là $AB = \sqrt{(20t)^2 + (15 - 15t)^2}$ (km).

Xét hàm số $f(t) = 625t^2 - 450t + 225$ trên $t \in [0;1]$, ta có $\min_{t \in [0;1]} f(t) = 144$ đạt khi $t = 0,36$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc tàu là 12 km.

Câu 21: Công ty A dự định tổ chức cho nhân viên đi tham quan Huế trong hai ngày. Công ty A dự định nếu đặt giá tua là 2 triệu đồng của công ty du lịch B thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty du lịch B quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tua 100 ngàn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty du lịch B phải bán giá tua là bao nhiêu để doanh thu từ tua là lớn nhất.

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là giá tua.

Giá đã giảm so với ban đầu là $2 - x$.

Số người tham gia tăng thêm nếu giá bán x là: $\frac{(2-x)20}{0,1} = 400 - 200x$.

Số người sẽ tham gia nếu bán giá x là: $150 + (400 - 200x) = 550 - 200x$.

Tổng doanh thu là: $f(x) = x(550 - 200x) = -200x^2 + 550x$.

$$f'(x) = -400x + 550. \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{11}{8}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{3025}{8}$		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$.

Vậy công ty B cần bán giá tua $x = 1,375$ (triệu đồng) thì tổng doanh thu sẽ cao nhất.

Đáp án: 1,375 (triệu đồng).

Câu 22. Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m có 1 cây quạt trần A ở vị trí tâm trần nhà và một quả bóng B nằm trên sàn. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (đơn vị: mét). Biết quả bóng cách tường (Oxz) 3m và cách tường (Oyz) 2m. Nếu cây quạt trần đột nhiên rơi xuống sàn thì vị trí chạm sàn của cây quạt cách quả bóng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 2m

- Căn phòng có chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m.
- Cây quạt trần A nằm ở vị trí tâm trần nhà. Do đó, tọa độ của cây quạt trần A là:

$$A\left(\frac{8}{2}; \frac{6}{2}; 4\right) = A(4; 3; 4)$$

- Quả bóng nằm trên sàn, cách tường (Oxz) 3m, tức là tung độ $y = 3$
- Quả bóng cũng cách tường (Oyz) 2m, tức là hoành độ $x = 2$
- Quả bóng nằm trên sàn, nên cao độ $z = 0$

Vậy tọa độ của quả bóng B là: $B(2; 3; 0)$

- Khi cây quạt trần rơi xuống sàn, vị trí chạm sàn của cây quạt sẽ có cùng hoành độ x và tung độ y như tọa độ của cây quạt khi ở trên trần, chỉ có cao độ z thay đổi thành 0 (vì nằm trên sàn) (tức là hình chiếu vuông góc của điểm A lên $mp(Oxy)$).

- Vị trí chạm sàn của cây quạt có tọa độ là: $A'(4; 3; 0)$

- Khoảng cách từ vị trí chạm sàn của cây quạt đến quả bóng là $A'B = 2$

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 14

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

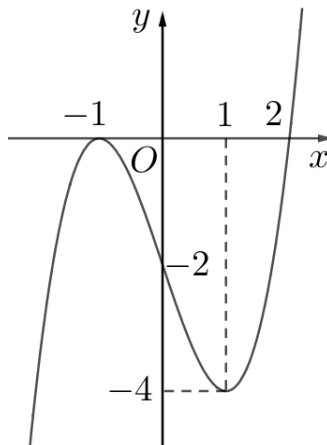
x	-1	0	2	3				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y		0		5		1		4

- A. $M = f(0)$.
- B. $M = f(3)$.
- C. $M = f(2)$.
- D. $M = f(-1)$.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

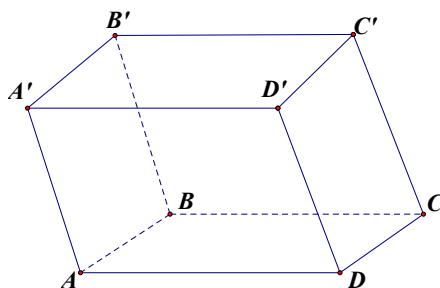
- A. $x = 1$.
- B. $x = -1$.
- C. $x = 2$.
- D. $x = -2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A. $(-1;0)$. B. $(2;0)$. C. $(0;-4)$. D. $(0;-2)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{DB'}$. B. \overrightarrow{DB} . C. \overrightarrow{BD} . D. $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0;-1;0)$. B. $(5;0;0)$. C. $(0;-1;3)$. D. $(-1;3;0)$.

Câu 7: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

- A. 120. B. 150. C. 90. D. 180.

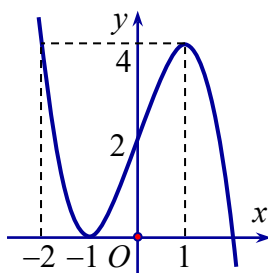
Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 31,77. B. 31,25. C. 31,44. D. 32,25.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1;0)$. B. $(0;-1)$. C. $(1;4)$. D. $(0;2)$.

Câu 10: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

- A. 14. B. 15. C. 12. D. 13.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. -1. D. $-\sqrt{2}$.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} bằng:
- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

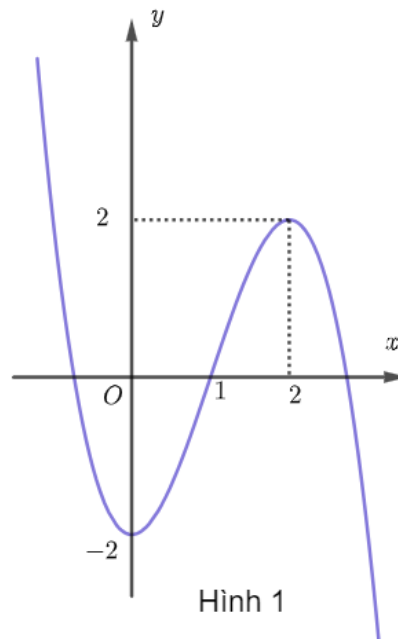
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.
- b) **[TH]** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

- d) **[TH]** Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 1.

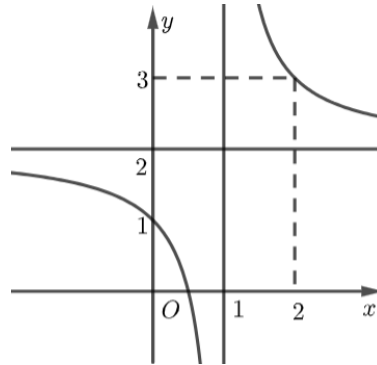


Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

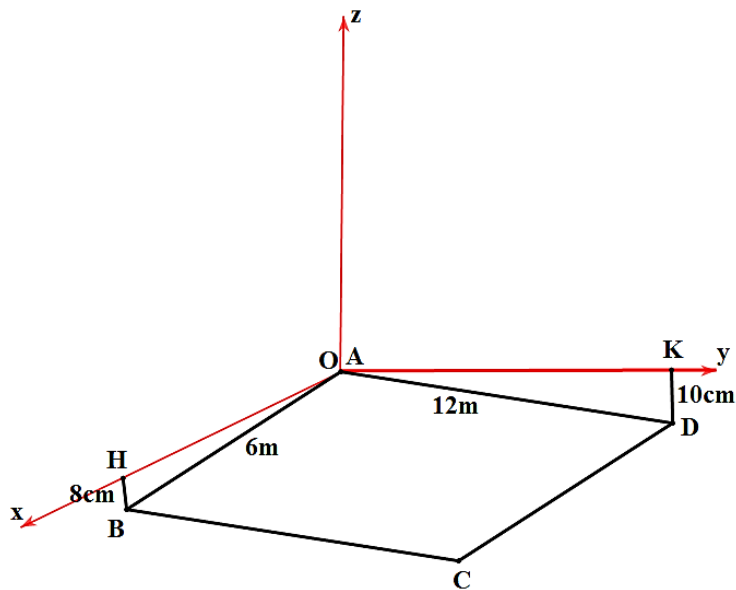
- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.
- b) **[TH]** Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.
- c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) [TH] Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 15. Bác An dự định xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 6\text{m}$ và $AD = 12\text{m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B và D thấp hơn vị trí A lần lượt là 8cm và 10cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và kết quả làm tròn nguyên đến cm



- [NB] Độ dài $AK \approx 1200 \text{ cm}$.
- [TH] Tọa độ điểm $D(0; 1200; 10)$.
- [TH] Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Tọa độ tâm $I(300; 600; 9)$.
- [VD] Vị trí C thấp hơn vị trí A là 18cm .

Câu 16: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 6 tại một trạm quan trắc đặt ở một tỉnh trong các năm từ 2004 đến 2023 được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ có nắng	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$	$[120; 130)$	$[130; 140)$	$[140; 150)$
Số năm	2	3	4	6	3	2

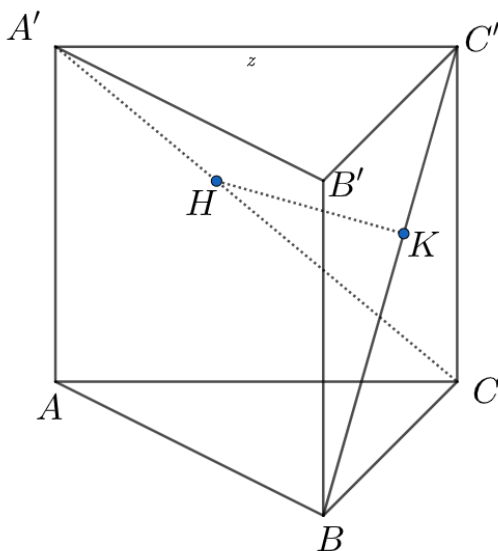
- [NB] Giá trị đại diện của nhóm $[110; 120)$ là 115 .

- b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 120.
 c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,31.
 d) **[VD]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là 131.
 (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ và $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vectơ \vec{a} . Biết \vec{b} tạo với tia Oy một góc tù và $|\vec{b}| = \sqrt{29}$. Tính giá trị biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$

Câu 18. Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bảng thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên 300 mét và cạnh đáy và dài 200 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng cây cầu hình HK bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 6 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao giá xây cây cầu là thấp nhất. Hỏi giá xây dựng cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

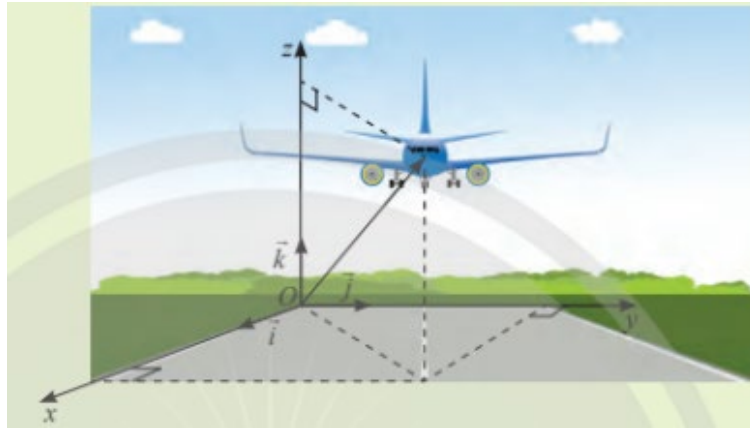


Câu 19: Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h) ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

Câu 20: Một cửa hàng trà sữa sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc trà sữa. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 14 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 3 000 cốc, còn từ mức giá 14 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc trà sữa không thay đổi là 12 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc trà sữa với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 21. Nhà ông An muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng $576m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ là 480 000 đồng/ m^2 . Biết chi phí thuê nhân công ít nhất để xây được hồ nước cho ông An là a triệu đồng. Hãy tính giá trị a (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và gọi bộ số $(x; y; z)$ là tọa độ điểm biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Biết các đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz theo đơn vị km. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $A(50;120;4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = (300;400;3)$ (km/h). Khi đạt độ cao 10 km, máy bay ở vị trí B thì máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (a;b;c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, để hướng đến sân bay $C(1450;1520;0)$. Biết rằng máy bay đó đến sân bay $C(1450;1520;0)$ vào lúc 12 giờ cùng ngày. Giả thiết máy bay đó khi bay trên từng chặng AB và BC là giữ nguyên vận tốc và hướng bay. Khi đó $a + b - c$ bằng?



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 14**MÔN THI: TOÁN 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

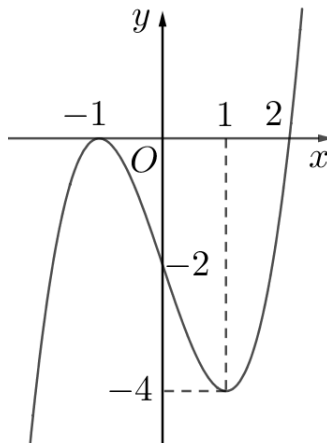
x	-1	0	2	3				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y		0		5		1		4

- A.** $M = f(0)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(-1)$.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

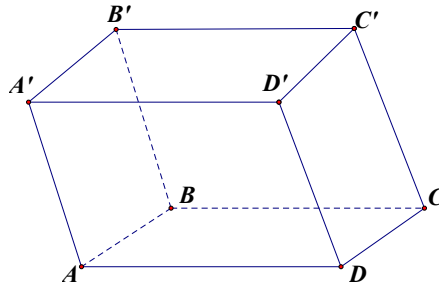
- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A. $(-1;0)$. B. $(2;0)$. C. $(0;-4)$. D. $(0;-2)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{DB'}$. B. \overrightarrow{DB} . C. \overrightarrow{BD} . D. $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0;-1;0)$. B. $(5;0;0)$. C. $(0;-1;3)$. D. $(-1;3;0)$.

Câu 7: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

- A. 120. B. 150. C. 90. D. 180.

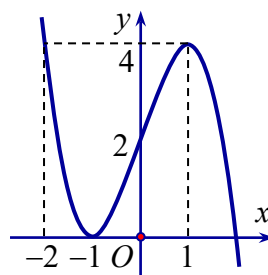
Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 31,77. B. 31,25. C. 31,44. D. 32,25.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1;0)$. B. $(0;-1)$. C. $(1;4)$. D. $(0;2)$.

Câu 10: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

- A. 14. B. 15. C. 12. D. 13.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. -1. D. $-\sqrt{2}$.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} bằng:
- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

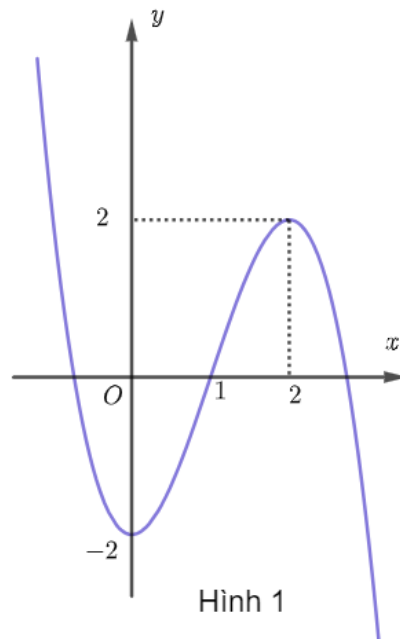
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.
- b) **[TH]** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

- d) **[TH]** Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 1.

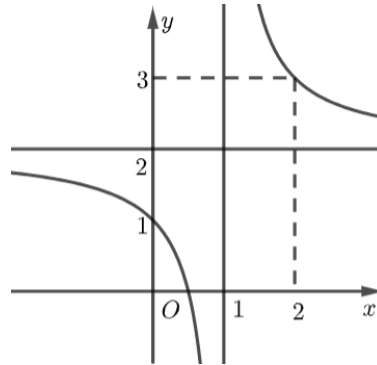


Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

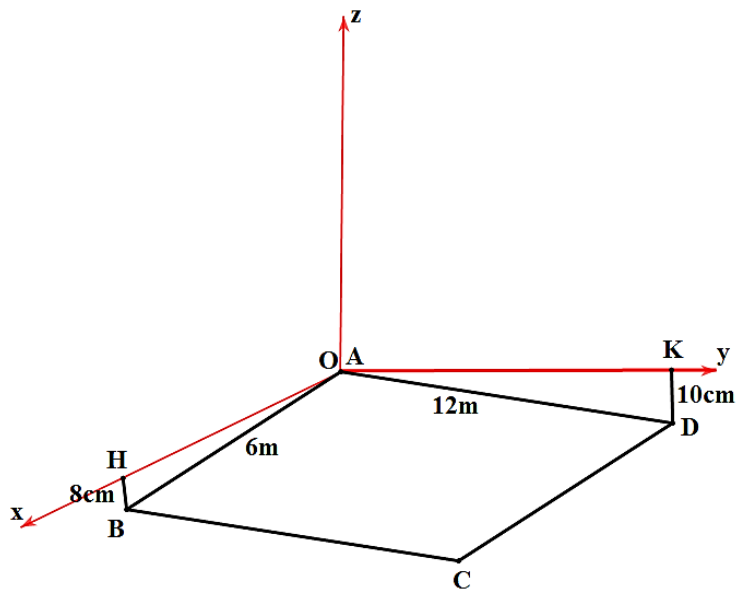
- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.
- b) **[TH]** Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.
- c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) [TH] Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 15. Bác An dự định xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 6\text{m}$ và $AD = 12\text{m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B và D thấp hơn vị trí A lần lượt là 8cm và 10cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và kết quả làm tròn nguyên đến cm



- [NB] Độ dài $AK \approx 1200 \text{ cm}$.
- [TH] Tọa độ điểm $D(0; 1200; 10)$.
- [TH] Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Tọa độ tâm $I(300; 600; 9)$.
- [VD] Vị trí C thấp hơn vị trí A là 18cm .

Câu 16: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 6 tại một trạm quan trắc đặt ở một tỉnh trong các năm từ 2004 đến 2023 được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ có nắng	[90;100)	[100;110)	[110;120)	[120;130)	[130;140)	[140;150)
Số năm	2	3	4	6	3	2

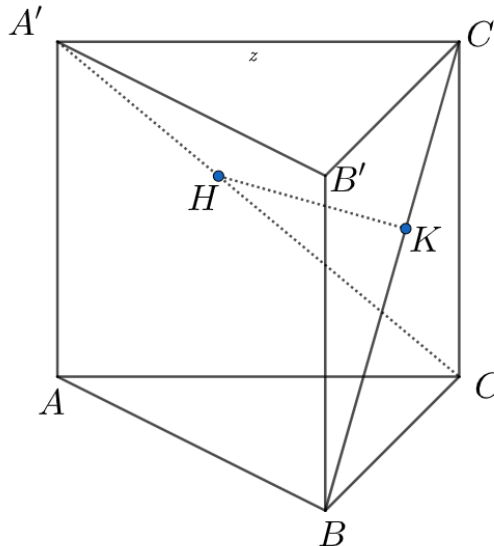
- [NB] Giá trị đại diện của nhóm $[110;120)$ là 115 .

- b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 120.
 c) **[TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,31.
 d) **[VD]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là 131.
 (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ và $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vectơ \vec{a} . Biết \vec{b} tạo với tia Oy một góc tù và $|\vec{b}| = \sqrt{29}$. Tính giá trị biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$

Câu 18. Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bảng thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên 300 mét và cạnh đáy và dài 200 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng cây cầu hình HK bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 6 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao giá xây cây cầu là thấp nhất. Hỏi giá xây dựng cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

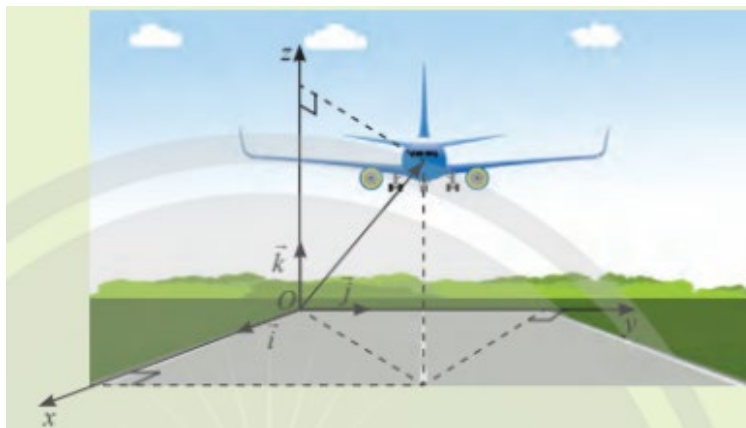


Câu 19: Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h) ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

Câu 20: Một cửa hàng trà sữa sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc trà sữa. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 14 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 3 000 cốc, còn từ mức giá 14 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc trà sữa không thay đổi là 12 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc trà sữa với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 21. Nhà ông An muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng $576m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ là 480 000 đồng/ m^2 . Biết chi phí thuê nhân công ít nhất để xây được hồ nước cho ông An là a triệu đồng. Hãy tính giá trị a (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và gọi bộ số $(x; y; z)$ là tọa độ điểm biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Biết các đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz theo đơn vị km. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $A(50;120;4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = (300;400;3)$ (km/h). Khi đạt độ cao 10 km, máy bay ở vị trí B thì máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (a;b;c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, để hướng đến sân bay $C(1450;1520;0)$. Biết rằng máy bay đó đến sân bay $C(1450;1520;0)$ vào lúc 12 giờ cùng ngày. Giả thiết máy bay đó khi bay trên từng chặng AB và BC là giữ nguyên vận tốc và hướng bay. Khi đó $a + b - c$ bằng?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	A	D	A	C	B	B	A	C	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	-3	569	28	23	207	705

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải:

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4

- A. $M = f(0)$. B. $M = f(3)$. C. $M = f(2)$. D. $M = f(-1)$.

Lời giải:

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

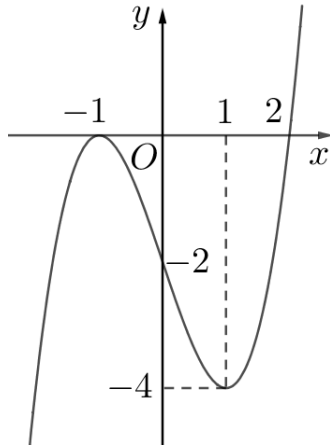
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



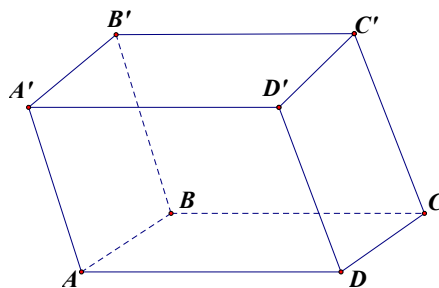
- A. $(-1;0)$. B. $(2;0)$. C. $(0;-4)$. D. $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{DB'}$. B. \overrightarrow{DB} . C. \overrightarrow{BD} . D. $\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Chọn A

Theo qui tắc hình hộp $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0;-1;0)$. B. $(5;0;0)$. C. $(0;-1;3)$. D. $(-1;3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

- A. 120. B. 150. C. 90. D. 180.

Lời giải

Chọn B

Đầu mút phải của nhóm ghép cuối cùng là 180,
Đầu mút trái của nhóm ghép đầu tiên là 30.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 180 - 30 = 150$.

Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 31,77. B. 31,25. C. 31,44. D. 32,25.

Lời giải

Chọn B

+ Cỡ mẫu: $n = 18$.

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

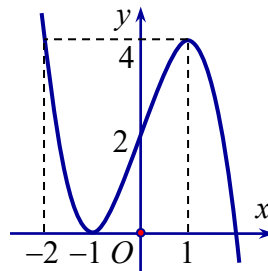
+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 6 + 32,5 \cdot 4 + 37,5 \cdot 1 + 42,5 \cdot 1}{18} = \frac{85}{3}$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{18} (22,5^2 \cdot 6 + 27,5^2 \cdot 6 + 32,5^2 \cdot 4 + 37,5^2 \cdot 1 + 42,5^2 \cdot 1) - \left(\frac{85}{3} \right)^2 = 31,25$$

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. (-1; 0). B. (0; -1). C. (1; 4). D. (0; 2).

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(-1; 0)$.

Câu 10: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

- A. 14. B. 15. C. 12. D. 13.

Lời giải

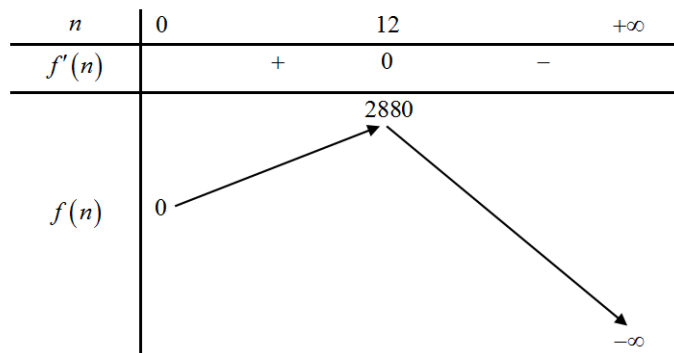
Chọn C

Cân nặng của n con cá là : $f(n) = n \cdot P(n) = 480n - 20n^2$.

Xét hàm số $f(n) = -20n^2 + 480n$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(n) = -40n + 480 = 0 \Leftrightarrow n = 12.$$

Lập bảng biến thiên :



Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên một đơn vị diện tích mặt hồ là 12 con cá.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. -1. D. $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	-1		$-\sqrt{2}$		1

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} bằng:

- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 + 1 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + (-5)^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Số đo của góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} bằng: $(\vec{u}; \vec{v}) = 150^\circ$.

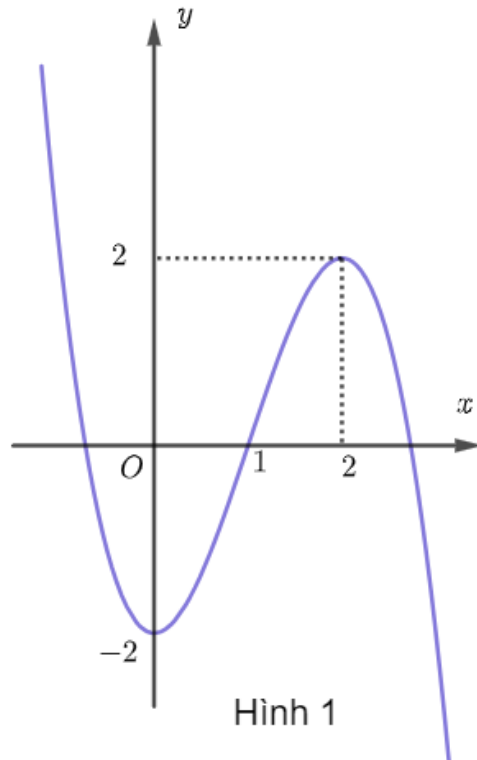
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.
- b) **[TH]** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

d) [TH] Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 1.



Hình 1

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$,

b) Sai.

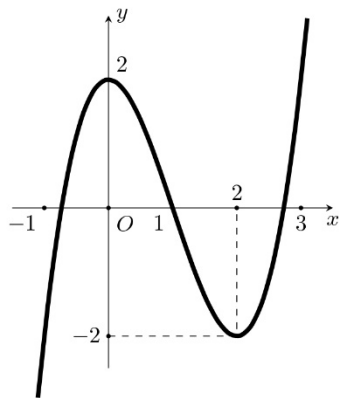
c) Sai. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

c) Sai. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Sai. Đồ thị hàm số đã cho là:



Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

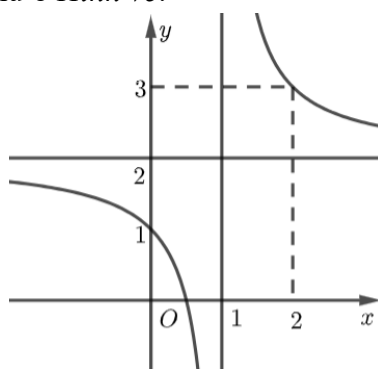
a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) **[TH]** Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) **[TH]** Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



a) $y' = \frac{2(-1) - (-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2}$ mệnh đề đúng

b) $y' = \frac{2(-1) - (-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ mệnh đề đúng

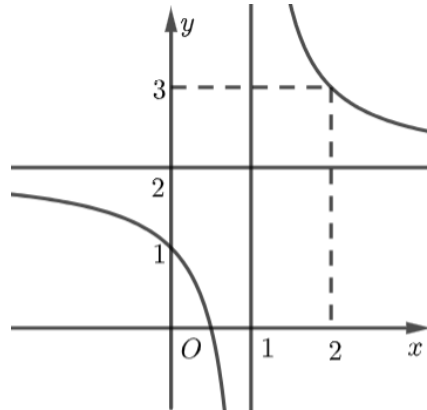
a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) **[TH]** Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

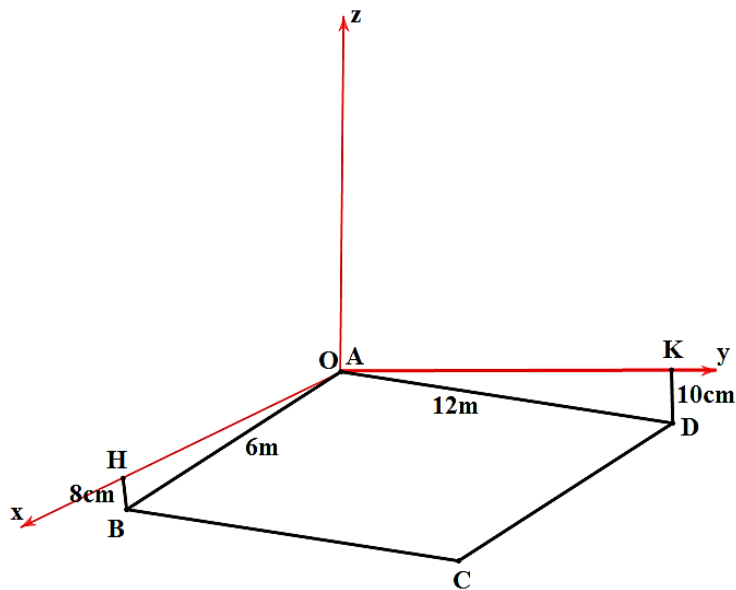
c) **[TH]** Bảng biến thiên của hàm số đã cho như hình dưới là sai vì hàm số không xác định tại $x = 1$

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) [TH] Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ. Mệnh đề đúng



Câu 15. Bác An dự định xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 6\text{m}$ và $AD = 12\text{m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B và D thấp hơn vị trí A lần lượt là 8cm và 10cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và kết quả làm tròn nguyên đến cm



- a) [NB] Độ dài $AK \approx 1200 \text{ cm}$.
b) [TH] Tọa độ điểm $D(0; 1200; 10)$.
c) [TH] Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Tọa độ tâm $I(300; 600; 9)$.
d) [VD] Vị trí C thấp hơn vị trí A là 18cm .

Lời giải

a) **Đúng.** $AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 10^2} \approx 1200 \text{ cm}$.

b) **Sai.** $D(0; 1200; -10)$.

c) **Sai.** $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{600^2 - 8^2} \approx 600 \text{ cm}$
 $\Rightarrow B(600; 0; -8)$

$$\Rightarrow I(300; 600; -9)$$

d) Đúng. $\overrightarrow{AB} = (600; 0; -8); \overrightarrow{DC} = (x_C; y_C - 1200; z_C + 10)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 600 \\ y_C - 1200 = 0 \\ z_C + 10 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 600 \\ y_C = 1200 \\ z_C = -18 \end{cases} \Rightarrow C(600; 1200; -18)$$

nên C thấp hơn vị trí A 18 cm.

Câu 16: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 6 tại một trạm quan trắc đặt ở một tỉnh trong các năm từ 2004 đến 2023 được thống kê trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ có nắng	[90;100)	[100;110)	[110;120)	[120;130)	[130;140)	[140;150)
Số năm	2	3	4	6	3	2

- [NB]** Giá trị đại diện của nhóm [110;120) là 115.
- [TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 120.
- [TH]** Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,31.
- [VD]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là 131.
(Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

Lời giải

a) Ta có bảng sau:

Số giờ có nắng	[90;100)	[100;110)	[110;120)	[120;130)	[130;140)	[140;150)
Giá trị đại diện	95	105	115	125	135	145
Số năm	2	3	4	6	3	2

Suy ra giá trị đại diện của nhóm [110;120) là 115

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{2.95 + 3.105 + 4.115 + 6.125 + 3.135 + 2.145}{20} = 120,5$$

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (2.95^2 + 3.105^2 + 4.115^2 + 6.125^2 + 3.135^2 + 2.145^2) - 120,5^2 = 204,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{204,75} \approx 14,31$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [130;140)$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 130 + \frac{\frac{3.20}{4} - (2 + 3 + 4 + 6)}{3} (140 - 130) = 130$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ và $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vectơ \vec{a} . Biết \vec{b} tạo với tia Oy một góc tù và $|\vec{b}| = \sqrt{29}$. Tính giá trị biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$

Lời giải

Đáp án : -3

$$\text{Vì } \vec{b} \text{ cùng phương với } \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = k\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -3k \\ y_0 = 2k \\ z_0 = 4k \end{cases}$$

$$\text{Lại có } |\vec{b}| = \sqrt{29} \Leftrightarrow \sqrt{(-3k)^2 + (2k)^2 + (4k)^2} = \sqrt{29} \Leftrightarrow k = \pm 1$$

- Với $k = 1 \Rightarrow \vec{b} = (-3; 2; 4)$

$$\text{Khi đó } \cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = (-3) \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 2 > 0$$

Suy ra góc tạo bởi \vec{b} và Oy là góc nhọn (loại)

- Với $k = -1 \Rightarrow \vec{b} = (3; -2; -4)$

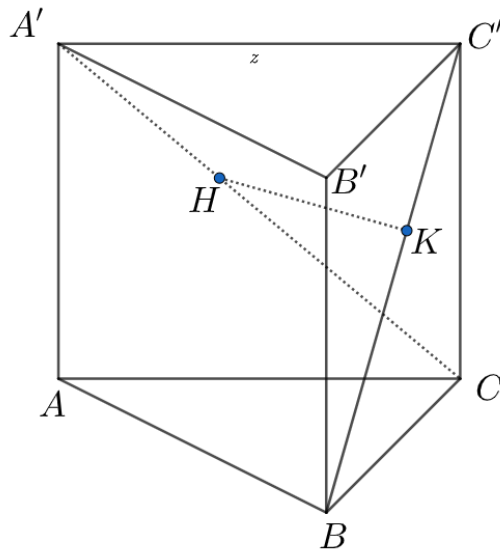
$$\text{Khi đó } \cos(\vec{b}, Oy) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = 3 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 + (-4) \cdot 0 = -2 < 0$$

Suy ra góc tạo bởi \vec{b} và Oy là góc tù (nhận)

$$\text{Do đó } \vec{b} = (3; -2; -4) \Rightarrow x_0 = 3, y_0 = -2, z_0 = -4$$

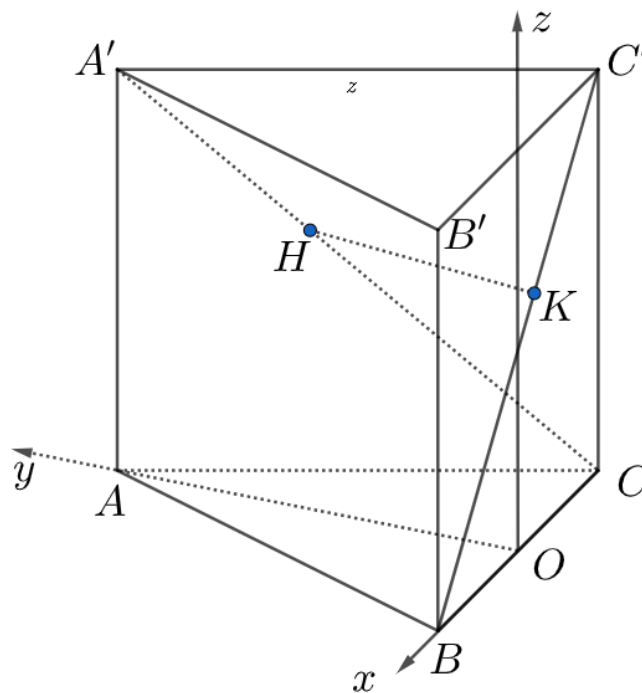
$$\text{Vậy } P = x_0 + y_0 + z_0 = 3 + (-2) + (-4) = -3$$

Câu 18. Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bảng thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên 300 mét và cạnh đáy và dài 200 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng cây cầu hình HK bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 6 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao giá xây cây cầu là thấp nhất. Hỏi giá xây dựng cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ sau:
 Gọi O là trung điểm cạnh BC .



$$AO = 100\sqrt{3}; OB = OC = 100$$

Ta có:

$$O(0;0;0), A(0;100\sqrt{3};0); A'(0;100\sqrt{3};300), B(100;0;0), C(-100;0;0), C'(-100;0;300)$$

Để tiện xây cầu thấp nhất thì cây cầu phải ngắn nhất. Tức là chiều dài cây cầu là khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BC' .

$$\overline{A'C} = (-100; -100\sqrt{3}; -300) \rightarrow \vec{a} = (1; \sqrt{3}; 3)$$

$$\overline{BC'} = (-200; 0; 300) \rightarrow \vec{b} = (-2; 0; 3)$$

$$\overline{BC} = (-200; 0; 0)$$

$$d(A'C; BC') = \frac{|\overrightarrow{[a, b]} \cdot \overline{BC}|}{|\overrightarrow{[a, b]}} = \frac{|(3\sqrt{3}; -9; 2\sqrt{3}) \cdot (-200; 0; 0)|}{|(3\sqrt{3}; -9; 2\sqrt{3})|} = \frac{600\sqrt{3}}{2\sqrt{30}} = 30\sqrt{10}$$

Vậy giá xây dựng cây cầu này là $30\sqrt{10} \cdot 6 = 180\sqrt{10} \approx 569$ tỷ đồng.

Đáp án: 569

Câu 19: Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h) ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 28.

$$\text{Ta có } h(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5 \Rightarrow h'(t) = -\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow t = -4 + 12k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } 0 \leq t \leq 24 \text{ nên } 0 \leq -4 + 12k \leq 24 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{7}{3} \Rightarrow k \in \{1; 2\}.$$

$$\text{Do đó } h'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 20 \end{cases}$$

t	0	8	20	24		
$h'(t)$		-	0	+	0	-
$h(t)$	6	3	7	6		

$\Rightarrow h(t)$ đồng biến trên khoảng $(8; 20)$ hay trong khoảng từ 8h đến 20h độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần.

Vậy $a = 8; b = 20$ và $a + b = 28$.

Câu 20: Một cửa hàng trà sữa sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc trà sữa. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 14 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 3 000 cốc, còn từ mức giá 14 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc trà sữa không thay đổi là 12 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc trà sữa với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 23

Gọi x là giá bán mỗi cốc trà sữa

Khi đó, số lượng trà sữa bán được là

$$3\,000 - \frac{x-14\,000}{1\,000} \cdot 100 = 4\,400 - \frac{x}{10}$$

$$\text{Lợi nhuận } f(x) = \left(4\,400 - \frac{x}{10}\right) \cdot (x-12\,000) = -\frac{x^2}{10} + 4\,600x - 52\,800\,000$$

$$f(x) \leq f\left(-\frac{4600}{2 \cdot \frac{-1}{10}}\right) = f(23\,000)$$

Câu 21. Nhà ông An muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng 576m^3 . Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ là $480\,000$ đồng/ m^2 . Biết chi phí thuê nhân công ít nhất để xây được hồ nước cho ông An là a triệu đồng. Hãy tính giá trị a (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi x là chiều rộng của hồ chứa nước ($x > 0$), đơn vị m .

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là: $y = 2x$.

$$\text{Ta có } V = x \cdot 2x \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{2x^2} = \frac{288}{x^2}.$$

Diện tích cần xây dựng hồ chứa nước:

$$S(x) = 2x(2x) + 2x \cdot \frac{288}{x^2} + 2 \cdot 2x \cdot \frac{288}{x^2} = 4x^2 + \frac{1728}{x}$$

Để chi phí nhân công ít nhất thì diện tích xây dựng hồ phải nhỏ nhất.

$$S'(x) = 8x - \frac{1728}{x^2} = \frac{8x^3 - 1728}{x^2}$$

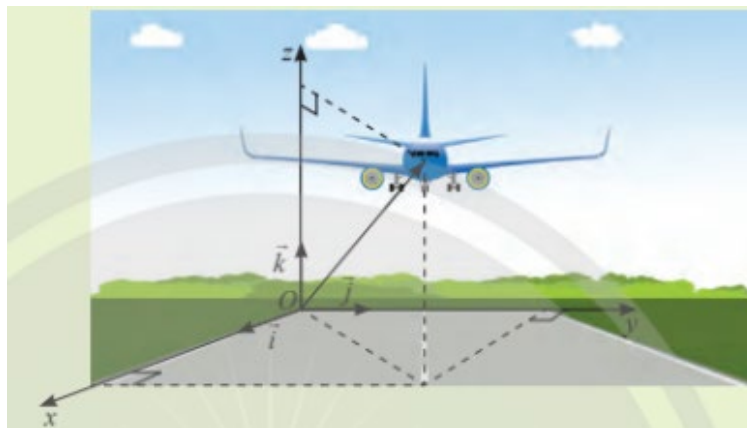
$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

x	0	6	$+\infty$	
y'		-	0	+
y				

Vậy chi phí thấp nhất để xây hồ cho ông An là: $480\,000 \cdot 432 = 207\,360\,000$ đồng ≈ 207 triệu đồng.

Đáp án: 207

Câu 22: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và gọi bộ số $(x; y; z)$ là tọa độ điểm biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Biết các đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz theo đơn vị km . Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $A(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1 = (300; 400; 3)$ (km/h). Khi đạt độ cao 10 km , máy bay ở vị trí B thì máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (a; b; c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, để hướng đến sân bay $C(1450; 1520; 0)$. Biết rằng máy bay đó đến sân bay $C(1450; 1520; 0)$ vào lúc 12 giờ cùng ngày. Giả thiết máy bay đó khi bay trên từng chặng AB và BC là giữ nguyên vận tốc và hướng bay. Khi đó $a + b - c$ bằng?



Lời giải

Trả lời: 705.

Gọi t (h) là thời gian máy bay từ vị trí $A(50;120;4)$ đến vị trí $B(c;d;10)$ - tại nơi máy bay đạt độ cao 10 km.

Ta có $\overline{OA} + t\vec{v}_1 = \overline{OB} = (c;d;10)$.

$\overline{OA} + t\vec{v}_1 = (50 + 300t; 120 + 400t; 4 + 3t)$;

Suy ra $4 + 3t = 10 \Leftrightarrow t = 2$.

Khi đó $B(650;920;10)$.

Vậy tại thời điểm 10h cùng ngày, tọa độ của máy bay ở vị trí là $B(650;920;10)$.

Vì máy bay đáp xuống sân bay $C(1450;1520;0)$ vào lúc 12 giờ cùng ngày nên thời gian máy bay bay từ vị trí $B(650;920;10)$ (máy bay ở độ cao 10 km) đến sân bay $C(1450;1520;0)$ là 2 giờ.

Do đó $\overline{OB} + 2\vec{v}_2 = \overline{OC} = (1450;1520;0)$.

Suy ra $\vec{v}_2 = (400;300;-5)$.

Vậy $a + b - c = 705$.

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 (ĐỀ SỐ 15)

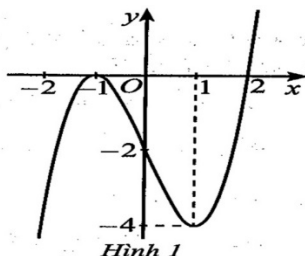
MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. -1.

B. 1.

C. 2.

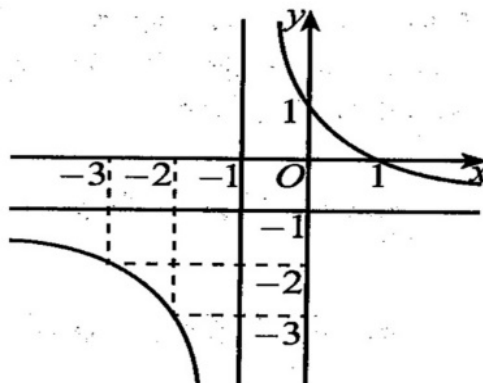
D. -4.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



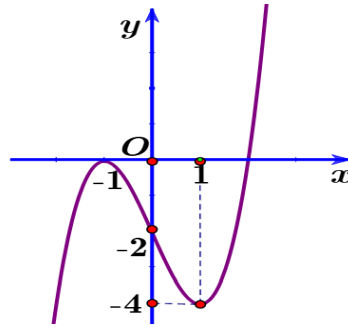
A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x - 2$ C. $y = x^3 - 3x - 2$ D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x - 2$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i}$ là:

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(2; 3; 4)$. C. $(4; 3; 2)$. D. $(4; -3; 2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$. Vectơ $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$ có tọa độ là:

- A. $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$. B. $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.
C. $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$. D. $(x_1 - x_2; y_1 + y_2; z_1 - z_2)$.

Câu 7: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*.

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

Bảng 1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A. $a_{m+1} - a_1$. B. $a_{m+1} - a_m$. C. $n_m - n_1$. D. $n - n_m$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 2*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 2

$$\text{A. } s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}.$$

$$\text{B. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}.$$

$$\text{C. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}.$$

$$\text{D. } s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}.$$

Câu 9: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ và tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a) = m$ thì

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Câu 10: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc chất điểm đạt được tại thời điểm $t = 2$.

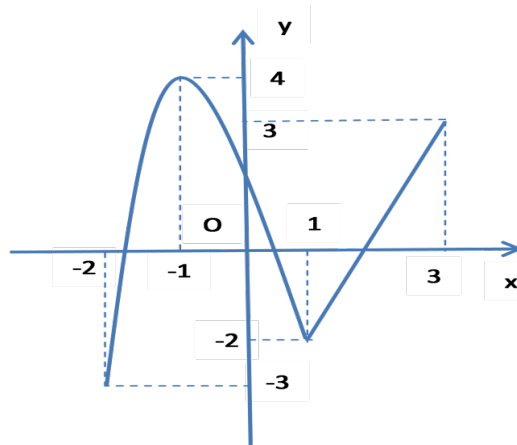
A. $\frac{21}{4}$.

B. $\frac{45}{4}$.

C. 9.

D. 12.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $2m - 3M$ bằng:

A. -13.

B. -18.

C. -16.

D. -15.

Câu 12: Cho hai vector \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Độ dài vector $3\vec{a} + 5\vec{b}$ bằng:

A. $5\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{124}$.

C. 8.

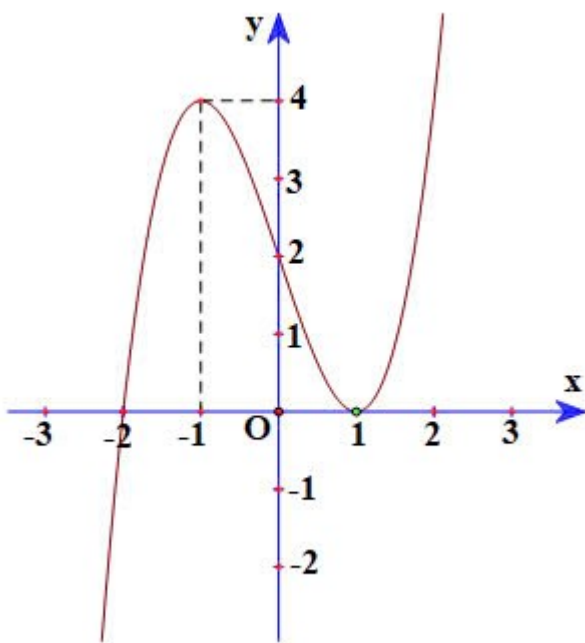
D. 124.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x = 0$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng -2 .
- d) Phương trình $-x^4 + 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi $m \in (-1; 0)$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) **[TH]** $y_{CB} + y_{CT} = 4$.
- c) **[TH]** Giá trị biểu thức $a + b - c + d = 6$.
- d) **[VD]** Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng.

Câu 15: Xét tính đúng sai các mệnh đề sau trong không gian:

- a) **[NB]** Với mọi điểm M, N, Q ta có $\overline{MN} = \overline{MQ} + \overline{NQ}$.
- b) **[TH]** Nếu $\overline{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ thì $B(2; -1; 3)$.

c) [TH] Nếu $A(3;2;1), B(0;-1;2)$ thì $\overline{AB} = (3;3;-1)$.

d) [TH] Hai vectơ $\vec{a} = (3;3;1)$ và $\vec{b} = (-3;-3;-1)$ cùng phương.

Câu 16: Bảng thống kê sau đây cho biết tổng lượng khách hàng (đơn vị người) đến cửa hàng WINMART vào tháng 8 từ năm 2000 đến 2024 đặt ở Vĩnh Phúc.

143	273	543	343	423
584	296	477	403	202
638	339	413	530	252
303	243	524	614	414
188	389	557	434	289

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [NB] Nếu nhóm đầu tiên là $[140;240)$ với độ dài mỗi nhóm là 100 thì mẫu số liệu trên được chia thành 4 nhóm.

b) [TH] Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 450 mm .

c) [TH] Theo mẫu số liệu ghép nhóm trên thì $\Delta_Q = \frac{4450}{21}$.

d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên khoảng 130.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0), D(0;3;0), D'(0;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và tọa độ vectơ $\overrightarrow{AG} = (a;b;c)$. Tính $S = a + b + c$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Diện tích của tứ giác $MNPQ$ bằng:

Câu 19. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

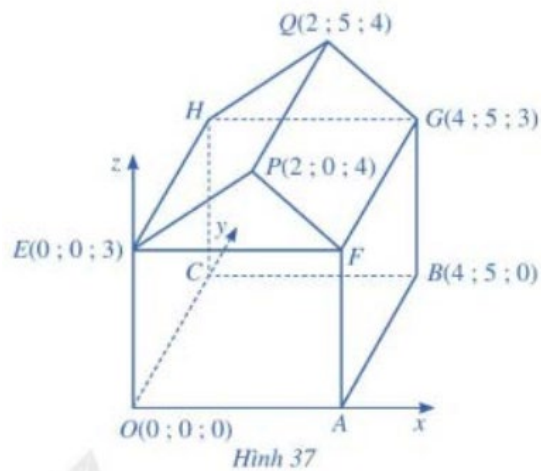
$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 21: Ông Thanh dự định sử dụng hết 7 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 22: Hình 37 minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	D	C	D	B	A	C	C	D	B	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
S	Đ	S	S
Đ	S	S	S
S	Đ	S	Đ
Đ	S	Đ	Đ

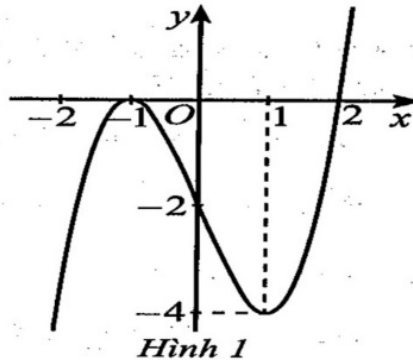
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	1	$\frac{115}{108}$	1200	2	$\frac{7\sqrt{42}}{27}$	26,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



- A. -1. B. 1. C. 2. D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4

Arrows in the table indicate the function values: from x=-1 to x=0, y increases from 0 to 5; from x=0 to x=2, y decreases from 5 to 1; from x=2 to x=3, y increases from 1 to 4.

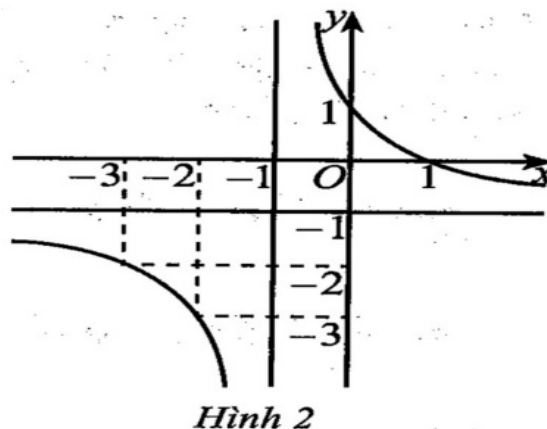
- A.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. **C.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



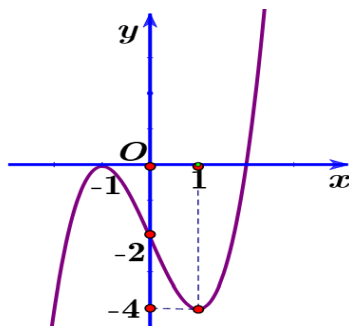
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x - 2$

C. $y = x^3 - 3x - 2$

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x - 2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1 :

đồ thị đi lên nên $a > 0$ suy ra loại đáp án B

đồ thị cắt trục tung tại $(0; -2)$ suy ra loại đáp án A

đồ thị có 2 điểm cực trị $(0; -1)$ và $(1; -4)$ suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C

Cách 2 :

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

+ Trên $(1; +\infty)$, đồ thị có hướng đi lên từ trái sang phải $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, do đó $a > 0$

+ Đồ thị cắt trục Oy tại $M(0; -2)$, do đó $d = -2$

+ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1; 0)$; $B(1; 4)$, do đó phương trình

$y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$ phải có hai nghiệm là $x = 1; x = -1$ và $y(1) = -4; y(-1) = 0$.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ a + b + c + d = -4 \\ -a + b - c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3a + c = 0 \\ d = -2 \\ a + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = -2 \end{cases}$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i}$ là:

A. $(2; -3; 4)$.

B. $(2; 3; 4)$.

C. $(4; 3; 2)$.

D. $(4; -3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D**.

$$\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i} \Rightarrow \vec{u} = (4; -3; 2).$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$. Vectơ $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$ có tọa độ là:

A. $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$. **B.** $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.

C. $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$. **D.** $(x_1 - x_2; y_1 + y_2; z_1 - z_2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B**.

$$\text{Ta có } \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2).$$

Câu 7. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*.

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

Bảng 1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $a_{m+1} - a_1$.

B. $a_{m+1} - a_m$.

C. $n_m - n_1$.

D. $n - n_m$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A**.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $a_{m+1} - a_1$.

Câu 8. Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi \bar{x} là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

$$\text{B. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}.$$

$$\text{C. } s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}.$$

$$\text{D. } s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 9. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ và tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a) = m$ thì

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 10. Một chất di chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc chất điểm đạt được tại thời điểm $t = 2$.

A. $\frac{21}{4}$

B. $\frac{45}{4}$

C. 9

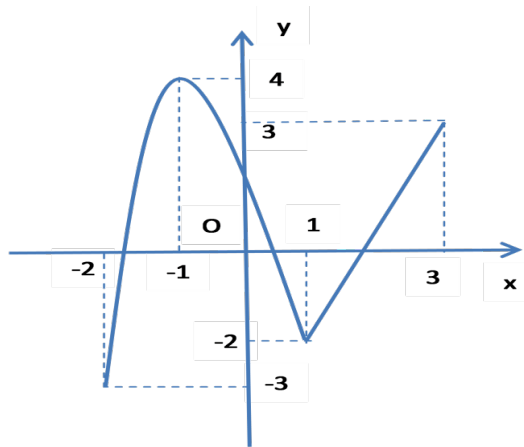
D. 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t$ suy ra $v(2) = 12$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $2m - 3M$ bằng:

- A. -13. B. -18. C. -16. D. -15.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} m = \min_{[-2;3]} f(x) = f(-2) = -3 \\ M = \max_{[-2;3]} f(x) = f(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow 2m - 3M = -18$$

Câu 12. Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Độ dài vectơ $3\vec{a} + 5\vec{b}$ bằng:

- A. $5\sqrt{5}$. B. $\sqrt{124}$. C. 8. D. 124.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$(3\vec{a} + 5\vec{b})^2 = 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124$$

$$\Rightarrow |3\vec{a} + 5\vec{b}| = \sqrt{124}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x = 0$.
- Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng -2 .
- Phương trình $-x^4 + 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi $m \in (-1; 0)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Ta có BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-3		-2		-3		$+\infty$

Do đó:

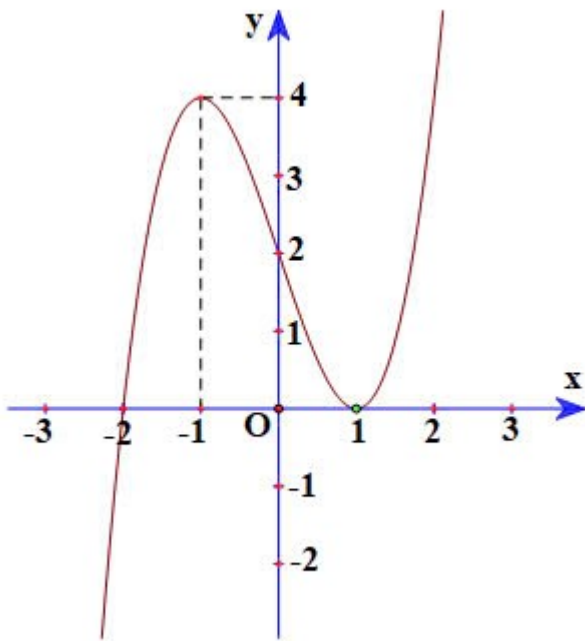
- a) Sai
- b) Đúng
- c) Sai
- d) Đúng

Từ $-x^4 + 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 2 = m - 2$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m - 2$.

Từ BBT suy ra $m \in (-1; 0)$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

e) **[NB]** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

f) **[TH]** $y_{CD} + y_{CT} = 4$.

g) **[TH]** Giá trị biểu thức $a + b - c + d = 6$.

h) **[VD]** Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng.

Lời giải

A.Đúng. Vì nhìn đồ thị suy ra.

B.Sai. Vì $y_{CD} + y_{CT} = 4 + 0 = 4$

C.Đúng. Vì đồ thị hàm số đi qua 4 điểm $A(0;2); B(1;0); C(-1;4); D(-2;0)$

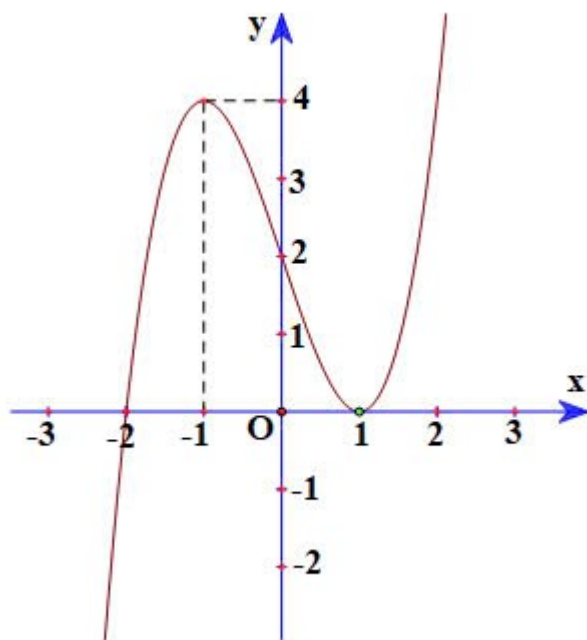
Thay tọa độ 4 điểm vào hàm số, Giải hệ phương trình ta được $a = 1; b = 0; c = -3; d = 2$

(Chúng ta có thể lấy 3 điểm A,B,C để có tọa độ chính xác, sau đó thêm điều kiện $y'(1) = 0$)

D.Sai. Vì:

Ta xét phương trình: $f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:



+) Phương trình (1) có nghiệm $x_1 = -2$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$\Rightarrow f(x) = (x+2)(x-1)^2$.

+) Phương trình (2) có nghiệm $x_3 = \alpha \in (-2; -1)$, $x_4 = 0$ và $x_5 = \beta > 1$

$$\Rightarrow f(x) - 2 = (x - \alpha)x(x - \beta).$$

$$\text{Do đó } g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x-1)^2(x+1)}{(x+2)(x-1)^2 \cdot (x-\alpha)x(x-\beta)} = \frac{x+1}{(x+2)(x-\alpha)x(x-\beta)}.$$

\Rightarrow đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 15: Xét tính đúng sai các mệnh đề sau trong không gian:

- a) **[NB]** Với mọi điểm M, N, Q ta có $\overline{MN} = \overline{MQ} + \overline{NQ}$.
- b) **[TH]** Nếu $\overline{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ thì $B(2; -1; 3)$.
- c) **[TH]** Nếu $A(3; 2; 1), B(0; -1; 2)$ thì $\overline{AB} = (3; 3; -1)$.
- d) **[TH]** Hai vectơ $\vec{a} = (3; 3; 1)$ và $\vec{b} = (-3; -3; -1)$ cùng phương.

Lời giải

Câu 15
a, S
b, S
c, S
d, Đ

Câu 16: Bảng thống kê sau đây cho biết tổng lượng khách hàng (đơn vị người) đến cửa hàng WINMART vào tháng 8 từ năm 2000 đến 2024 đặt ở Vĩnh Phúc.

143	273	543	343	423
584	296	477	403	202
638	339	413	530	252
303	243	524	614	414
188	389	557	434	289

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Nếu nhóm đầu tiên là $[140; 240)$ với độ dài mỗi nhóm là 100 thì mẫu số liệu trên được chia thành 4 nhóm.
- b) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 450 mm .
- c) **[TH]** Theo mẫu số liệu ghép nhóm trên thì $\Delta_Q = \frac{4450}{21}$.

d) [VD] Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên khoảng 130.

Đáp án:

Câu 16
a, S
b, S
c, Đ
d, Đ

Lời giải:

Từ bảng thống kê ban đầu, ta lập được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Lượng khách hàng	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)	[540; 640)
Số tháng	3	7	7	3	5
Đại diện	190	290	390	490	590

a) Nếu nhóm đầu tiên là [140; 240) với độ dài mỗi nhóm là 100 thì mẫu số liệu trên được chia thành 5 nhóm.

b, Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên: $R = 640 - 140 = 500 \text{ mm}$

c, Số năm được khảo sát (cỡ mẫu) là $n = 3 + 7 + 7 + 3 + 5 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của cửa hàng WINMART được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; x_2; x_3 \in [140; 240)$$

$$x_4; \dots; x_{10} \in [240; 340)$$

$$x_{11}; \dots; x_{17} \in [340; 440)$$

$$x_{18}; x_{19}; x_{20} \in [440; 540)$$

$$x_{21}; \dots; x_{25} \in [540; 640)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [240; 340)$. Do đó, tứ phân thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 240 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{7} (340 - 240) = \frac{2005}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [440; 540)$. Do đó, tứ phân thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 440 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (3 + 7 + 7)}{3} (540 - 440) = \frac{1495}{3}$$

Ta có : $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{4450}{21}$

d, Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 190 + 7 \cdot 290 + 7 \cdot 390 + 3 \cdot 490 + 5 \cdot 590}{25} = 390$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [3 \cdot 190^2 + 7 \cdot 290^2 + 7 \cdot 390^2 + 3 \cdot 490^2 + 5 \cdot 590^2] - (390)^2 \approx 16800$$

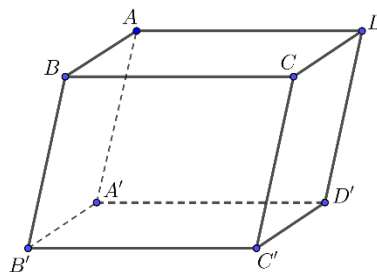
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{16800} \approx 129,6$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0), D(0;3;0), D'(0;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C$ và tọa độ vectơ $\overrightarrow{AG} = (a;b;c)$. Tính $S = a + b + c$.

Đáp án: $S=1$

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y-3; z)$

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra } C(3; 3; 0).$$

Ta lại có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3-y'; -3-z')$

$$ADD'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } A'(0; 0; -3).$$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$$ABB'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } B'(3; 0; -3).$$

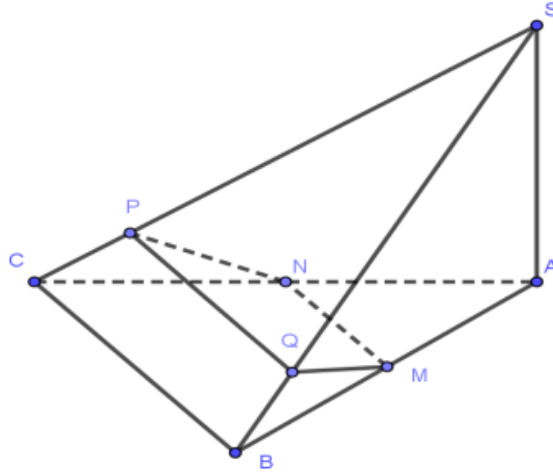
$$G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases}.$$

Suy ra $G(2; 1; -2)$.

Vậy $\overrightarrow{AG} = (2; 1; -2) \Rightarrow S = a + b + c = 2 + 1 - 2 = 1$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Diện tích của tứ giác $MNPQ$ bằng:

Lời giải



$$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

Do Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q nên $MN \parallel PQ \parallel BC$, do đó tứ giác MNPQ là hình thang vuông tại M, Q.

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot MQ$$

$$+ \Delta ABC \text{ có } MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{5}}{2};$$

$$+ \Delta MQB \sim \Delta SAB \Rightarrow \frac{MQ}{MB} = \frac{SA}{SB} \Rightarrow MQ = \frac{SA \cdot MB}{SB} = \frac{a\sqrt{5}}{3};$$

$$QB = \sqrt{MB^2 - MQ^2} = \frac{2a}{3} \Rightarrow SQ = \frac{7a}{3}.$$

$$\text{Có: } MN \parallel PQ \parallel BC \text{ nên } \frac{PQ}{BC} = \frac{SQ}{SB} \Rightarrow PQ = \frac{SQ \cdot BC}{SB} = \frac{7a\sqrt{5}}{9}.$$

$$\text{Vậy } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot MQ = \frac{115a^2}{108}.$$

Đáp án: $\frac{115a^2}{108}$

Câu 19. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Lời giải

Số tiền thu về khi bán x mét vải lụa là: $220x$. Lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa là:

$$L(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$$

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ với $x \in [1; 18]$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \in [1; 18] \\ x = -8 \notin [1; 18] \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

<i>x</i>	1	10	18	
<i>y'</i>		+	0	-
<i>y</i>			1200	
	-258			-1040

Vậy hộ làm nghề dệt này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 1200 nghìn đồng khi sản xuất 10 mét vải lụa trong một ngày.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Đáo số : 2

Lời giải

TH1: $m = 1$. Ta có: $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên \mathbb{R} . Do đó nhận $m = 1$.

TH2: $m = -1$. Ta có: $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên \mathbb{R} . Do đó loại $m = -1$.

TH3: $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên \mathbb{R} .

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)(4m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$$

$$\text{Suy ra } m \in \left[-\frac{1}{2}; 1 \right]$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m .

Câu 21: Ông Thanh dự định sử dụng hết 7 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi chiều rộng của bể cá là $x \ x > 0$.

$$\text{Ông Thanh dùng hết } 7 \text{ m}^2 \text{ kính để làm bể cá nên } 2x^2 + 6xh = 7 \Rightarrow h = \frac{7 - 2x^2}{6x}.$$

Do $x > 0$ và $h > 0$ nên $0 < x < \sqrt{\frac{7}{2}}$.

Thể tích bể cá $V = \frac{1}{3}(7x - 2x^3)$.

$V' = \frac{1}{3}(7 - 6x^2)$, $V' = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{6}}$.

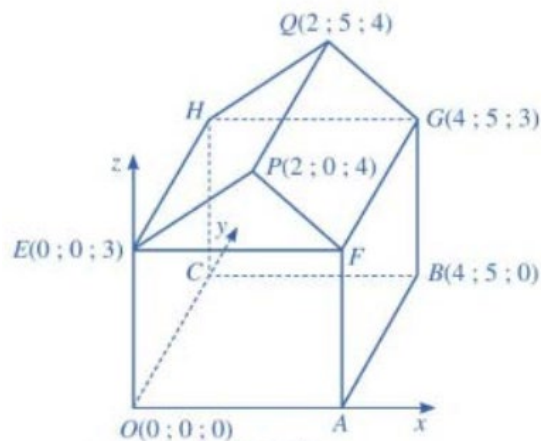
Bảng biến thiên của V :

x	0	$\sqrt{\frac{7}{6}}$	
	$\sqrt{\frac{7}{2}}$		
v'	+	0	-
v		$\frac{7\sqrt{42}}{27}$	

Từ BBT suy ra bể cá có thể tích lớn nhất bằng $\frac{7\sqrt{42}}{27} \text{ m}^3$.

Đáp án: $\frac{7\sqrt{42}}{27} \text{ m}^3$.

Câu 22: Hình 37 minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



Hình 37

Lời giải

Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 16

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 4}$. B. $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$. C. $y = 2x^2 - x + 4$. D. $y = -2x^3 + x + 5$.

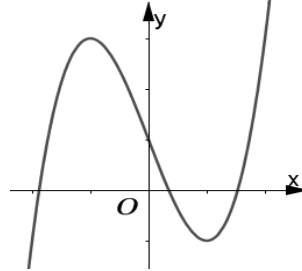
Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A. -4. B. -1. C. 0. D. 3.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 4x}{2x + 1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -2$. B. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$ và $y = -2$. D. $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + x + 6$. B. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.
C. $y = -x^2 + 5x - 3$. D. $y = 2x^3 - x + 4$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (5; -9; 6)$. B. $\vec{c} = (1; -9; 6)$. C. $\vec{c} = (1; 9; 6)$. D. $\vec{c} = (5; -9; -6)$.

Câu 7: Bạn An rất thích tập thể dục nhịp điệu. Thời gian tập mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Số ngày	5	6	4	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 8: Mỗi ngày bác Nam đều chạy bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 30 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	7	7	8	5	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,58. B. 12,51. C. 0,4294. D. 0,36.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - 4x$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -2x^3 + 6x + 3$. B. $y = x^3 + 4x$.
C. $y = -2x^3 - x$. D. $y = -x^3 - 4x^2$

Câu 11: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x^2-9}$ là bao nhiêu?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overline{MA} = 3\overline{MB}$?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$. D. $M(3; -1; 9)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

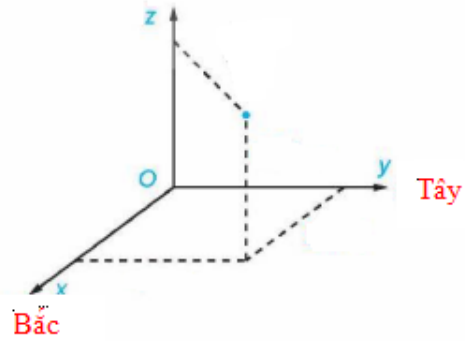
- a) [NB] Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
b) [TH] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.
c) [TH] Hàm số nghịch biến trên tập xác định.
d) [VD] Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 14. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

- a) [NB] Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).
b) [TH] Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(\text{km} / \text{s})$
c) [TH] Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.
d) [VD] Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10km .

Câu 15: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát về phía bắc 20km và về phía tây 10km , đồng thời cách mặt đất 2km . Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát về phía đông 30km và về phía nam 25km , đồng thời cách mặt đất 3km .

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Sau thời gian bay nêu trên, máy bay thứ nhất ở vị trí $A(20;10;2)$ và máy bay thứ hai ở vị trí $B(30;25;3)$
- b) **[TH]** Khoảng giữa hai máy bay là 11,22 km
- c) **[TH]** Vị trí của hai máy bay tạo với điểm xuất phát một góc gần bằng $16,29^\circ$
- d) **[VD]** Sau thời gian bay nêu trên, hai máy bay đó cùng bắn một mục tiêu di động trên mặt đất. Biết tổng khoảng cách từ mỗi máy bay đến mục tiêu là nhỏ nhất, lúc đó mục tiêu đó cách điểm xuất phát của hai máy bay là 50 km.

Câu 16. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho ở bảng sau:

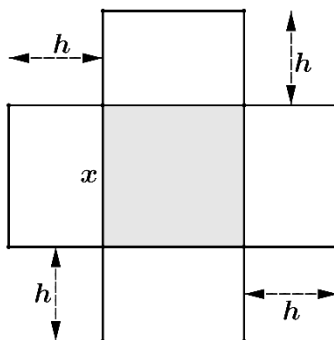
Điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
12A	3	6	12	10	8	1	2
12B	8	10	6	5	4	7	4

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

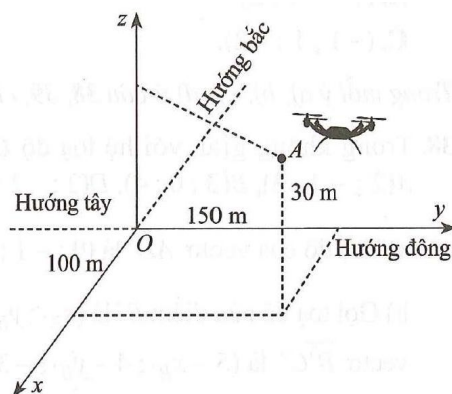
- a) **[NB]** Một của lớp 12A là khoảng điểm $[7,5;8)$
- b) **[TH]** Lớp 12B có nhiều học sinh đạt điểm trung bình từ $[7;7,5)$ hơn so với lớp 12A.
- c) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 3,5.
- d) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 1,5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?
- Câu 19:** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu cm^2 ?
- Câu 20.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1;0), x_2 \in (1;2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?
- Câu 21:** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Câu 22: Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.

Tính quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B , biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 16**MÔN THI: TOÁN 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 4}$. B. $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$. C. $y = 2x^2 - x + 4$. D. $y = -2x^3 + x + 5$.

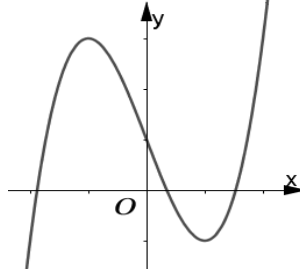
Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

- A. -4. B. -1. C. 0. D. 3.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 4x}{2x + 1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -2$. B. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$ và $y = -2$. D. $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + x + 6$. B. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.
C. $y = -x^2 + 5x - 3$. D. $y = 2x^3 - x + 4$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overline{MN} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$. B. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$.
C. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$. D. $\overline{MN} = \overline{BC} + \overline{AD}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (5; -9; 6)$. B. $\vec{c} = (1; -9; 6)$. C. $\vec{c} = (1; 9; 6)$. D. $\vec{c} = (5; -9; -6)$.

Câu 7: Bạn An rất thích tập thể dục nhịp điệu. Thời gian tập mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Số ngày	5	6	4	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 8: Mỗi ngày bác Nam đều chạy bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 30 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	7	7	8	5	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,58. B. 12,51. C. 0,4294. D. 0,36.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - 4x$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -2x^3 + 6x + 3$. B. $y = x^3 + 4x$.
C. $y = -2x^3 - x$. D. $y = -x^3 - 4x^2$

Câu 11: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x^2-9}$ là bao nhiêu?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overline{MA} = 3\overline{MB}$?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$. D. $M(3; -1; 9)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

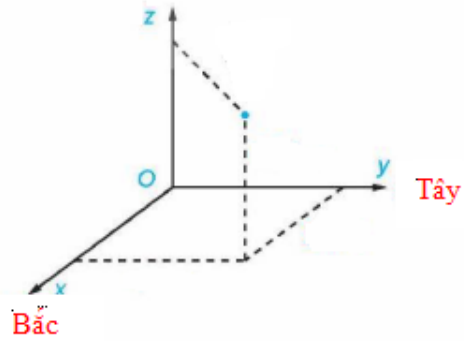
- a) [NB] Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
b) [TH] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.
c) [TH] Hàm số nghịch biến trên tập xác định.
d) [VD] Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 14. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

- a) [NB] Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).
b) [TH] Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(\text{km} / \text{s})$
c) [TH] Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.
d) [VD] Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10km .

Câu 15: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát về phía bắc 20km và về phía tây 10km , đồng thời cách mặt đất 2km . Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát về phía đông 30km và về phía nam 25km , đồng thời cách mặt đất 3km .

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Sau thời gian bay nêu trên, máy bay thứ nhất ở vị trí $A(20;10;2)$ và máy bay thứ hai ở vị trí $B(30;25;3)$
- b) **[TH]** Khoảng giữa hai máy bay là 11,22 km
- c) **[TH]** Vị trí của hai máy bay tạo với điểm xuất phát một góc gần bằng $16,29^\circ$
- d) **[VD]** Sau thời gian bay nêu trên, hai máy bay đó cùng bắn một mục tiêu di động trên mặt đất. Biết tổng khoảng cách từ mỗi máy bay đến mục tiêu là nhỏ nhất, lúc đó mục tiêu đó cách điểm xuất phát của hai máy bay là 50 km.

Câu 16. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho ở bảng sau:

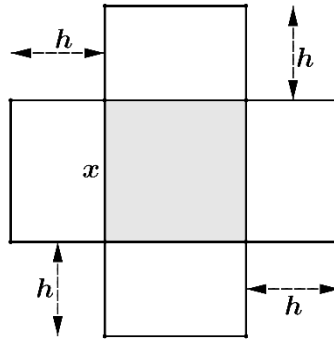
Điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
12A	3	6	12	10	8	1	2
12B	8	10	6	5	4	7	4

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

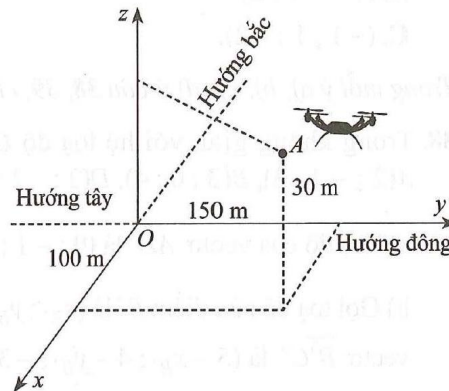
- a) **[NB]** Một của lớp 12A là khoảng điểm $[7,5;8)$
- b) **[TH]** Lớp 12B có nhiều học sinh đạt điểm trung bình từ $[7;7,5)$ hơn so với lớp 12A.
- c) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 3,5.
- d) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 1,5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 17.** Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?
- Câu 19:** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu cm^2 ?
- Câu 20.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1;0), x_2 \in (1;2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?
- Câu 21:** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Câu 22: Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.

Tính quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B , biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	D	B	B	A	C	B	C	C	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	0,8	1	16	1	20	325

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 4}$. **B.** $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$. **C.** $y = 2x^2 - x + 4$. **D.** $y = -2x^3 + x + 5$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \frac{5}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng của tập xác định.

Do đó hàm số $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$ không có cực trị.

Câu 2: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

A. -4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 6x^2 - 10x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = \frac{5}{3} \notin [-1; 1] \end{cases}$

$$y(0) = 3, y(1) = 0, y(-1) = -4.$$

$$\text{Do đó } M = 3, m = -4.$$

$$\text{Vậy } M + m = -1.$$

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x+1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -2$.

B. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$ và $y = -2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

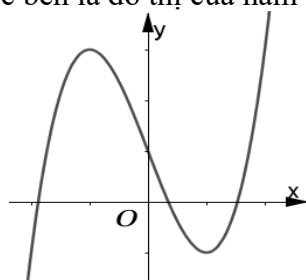
Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang

lần lượt là $x = -\frac{d}{c}$ và $y = \frac{a}{c}$.

Hàm số $y = \frac{1-4x}{2x+1}$ được viết lại $y = \frac{-4x+1}{2x+1}$.

Do đó đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = -\frac{1}{2}$ và $y = -2$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + x + 6$.

B. $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

C. $y = -x^2 + 5x - 3$.

D. $y = 2x^3 - x + 4$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án B và C

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại phương án A

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overline{MN} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

B. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

C. $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$.

D. $\overline{MN} = \overline{BC} + \overline{AD}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BC} + \overline{CN}$ và $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AD} + \overline{DN}$

nên $2\overline{MN} = (\overline{MA} + \overline{MB}) + \overline{BC} + \overline{AD} + (\overline{CN} + \overline{DN}) = \overline{BC} + \overline{AD}$. Vậy $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 4; -2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (5; -9; 6)$.

B. $\vec{c} = (1; -9; 6)$.

C. $\vec{c} = (1; 9; 6)$.

D. $\vec{c} = (5; -9; -6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-2\vec{b} = (-2; -8; 4)$ mà $\vec{a} = (3; -1; 2) \Rightarrow \vec{c} = (1; -9; 6)$.

Câu 7: Bạn An rất thích tập thể dục nhịp điệu. Thời gian tập mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)
Số ngày	5	6	4	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25.

B. 20.

C. 15.

D. 30.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $45 - 20 = 25$ (phút).

Câu 8: Mỗi ngày bác Nam đều chạy bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 30 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	7	7	8	5	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,58.

B. 12,51.

C. 0,4294.

D. 0,36.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75
Số ngày	7	7	8	5	3

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{7.2,75 + 7.3,25 + 8.3,75 + 5.4,25 + 3.4,75}{30} = 3,58$

Phương sai: $S^2 = \frac{7.2,75^2 + 7.3,25^2 + 8.3,75^2 + 5.4,25^2 + 3.4,75^2}{30} - 3,58^2 = 0,4294$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - 4x$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = x^3 - 4x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$

Câu 10: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -2x^3 + 6x + 3$. B. $y = x^3 + 4x$. C. $y = -2x^3 - x$. D. $y = -x^3 - 4x^2$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -2x^3 - x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -6x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -2x^3 - x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 11: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x^2-9}$ là bao nhiêu ?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = -3$ và $x = 3$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overline{MA} = 3\overline{MB}$?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$. D. $M(3; -1; 9)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $M(x_M; y_M; z_M)$.

Ta có:

$$\overline{MA} = 3\overline{MB} \Leftrightarrow \overline{MA} - 3\overline{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (0 - x_M) - 3(1 - x_M) = 0 \\ (-2 - y_M) - 3(-1 - y_M) = 0 \\ (3 - z_M) - 3(4 - z_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3}{2} \\ y_M = -\frac{1}{2} \\ z_M = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

- a) **[NB]** Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
b) **[TH]** Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.
c) **[TH]** Hàm số nghịch biến trên tập xác định.
d) **[VD]** Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) **Đúng.**

b) **Sai.**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x+2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x+2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = 0$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) **Sai.**

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$\Rightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow y'$ sẽ đổi dấu qua 2 nghiệm này nên hàm số sẽ vừa đồng biến vừa nghịch biến.

d) **Đúng.**

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;5) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4)$

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{4}$ hay $d: y = 2x + 1$

$$\text{Khoảng cách } d(O, AB) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 14. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) **[NB]** Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).

b) **[TH]** Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(\text{km/s})$

c) **[TH]** Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) **[VD]** Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10km .

Lời giải.

a) **Đúng.**

Vận tốc tức thời của con tàu $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$)

b) **Đúng.**

Khi $t = 25(\text{s}) \Rightarrow v(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 2,2 \cdot 25 - 30 = 6,25(\text{km/s})$

c) **Sai.**

Xét hàm $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$)

Ta có $v'(t) = -0,06t + 2,2$.

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $y = v(t)$

t	$-\infty$	$\frac{110}{3}$	$+\infty$
v'	+	0	-
v	$-\infty$	$\frac{31}{3}$	$-\infty$

Tại thời điểm $t = 25$ (giây) vận tốc của con tàu vẫn đang tăng

d) **Sai.**

Xét hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$

ta có $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 18,02 \\ t \approx 55,23 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

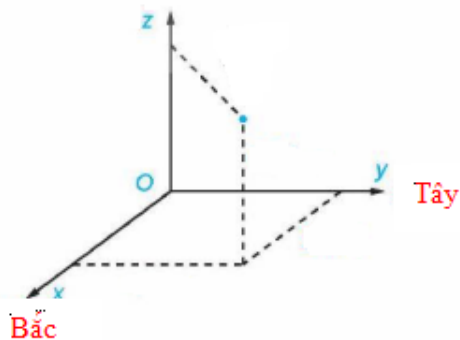
t	$-\infty$		18,0		55,2		$+\infty$
h'		-	0	+	0	-	
h	$+\infty$				263,		$-\infty$

\swarrow 8,07 \nearrow \searrow

Từ bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[0; 50]$ độ cao nhỏ nhất của con tàu gần bằng 8,07km

Câu 15: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên từ một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát về phía bắc 20km và về phía tây 10km, đồng thời cách mặt đất 2km. Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát về phía đông 30km và về phía nam 25km, đồng thời cách mặt đất 3km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- [NB]** Sau thời gian bay nêu trên, máy bay thứ nhất ở vị trí $A(20;10;2)$ và máy bay thứ hai ở vị trí $B(30;25;3)$
- [TH]** Khoảng giữa hai máy bay là 11,22 km
- [TH]** Vị trí của hai máy bay tạo với điểm xuất phát một góc gần bằng $16,29^\circ$
- [VD]** Sau thời gian bay nêu trên, hai máy bay đó cùng bắn một mục tiêu di động trên mặt đất. Biết tổng khoảng cách từ mỗi máy bay đến mục tiêu là nhỏ nhất, lúc đó mục tiêu đó cách điểm xuất phát của hai máy bay là 50 km.

Lời giải

a) Sai. Sau thời gian bay nêu trên, máy bay thứ nhất ở vị trí $A(20;10;2)$, máy bay thứ hai ở vị trí $B(-30;-25;3)$.

b) Sai. Ta có $\overline{AB}(-50;-35;1) \Rightarrow AB = \sqrt{50^2 + 35^2 + 1} \approx 61,04$ km

c) Đúng.

Ta có $\overline{OA}(20;10;2), \overline{OB}(-30;-25;3)$. Gọi α là góc tạo bởi hai máy bay tạo với điểm xuất phát

$$\cos \alpha = \frac{|\overline{OA} \cdot \overline{OB}|}{|\overline{OA}| \cdot |\overline{OB}|} = \frac{|20 \cdot (-30) + 10 \cdot (-25) + 2 \cdot 3|}{\sqrt{20^2 + 10^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-30)^2 + (-25)^2 + 3^2}} \Rightarrow \alpha \approx 16,29^\circ$$

d) Đúng.

Sau thời gian bay nêu trên, máy bay thứ nhất ở vị trí $A(20;10;2)$, máy bay thứ hai ở vị trí $B(-30;-25;3)$.

Mục tiêu ở trên mặt đất thuộc mặt phẳng (Oxy) do đó ta gọi tọa độ của mục tiêu là $C(x; y; 0)$

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Oxy) , suy ra $B'(-30;-25;-3)$

Ta có $\overrightarrow{AC}(x-20; y-10; -2), \overrightarrow{AB'}(-50; -35; -5)$

Ta có $AC + BC$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A, C, B' thẳng hàng, lúc đó ta có

$$\frac{x-20}{-50} = \frac{y-10}{-35} = \frac{-2}{-5} \Rightarrow x = 40, y = 34 \text{ suy ra tọa độ của mục tiêu } C(40, 30, 0)$$

Khoảng cách từ mục tiêu đến vị trí xuất phát là $OC = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ km.}$

Câu 16. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được cho ở bảng sau:

Điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
12A	3	6	12	10	8	1	2
12B	8	10	6	5	4	7	4

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) **[NB]** Một của lớp 12A là khoảng điểm $[7,5;8)$
- b) **[TH]** Lớp 12B có nhiều học sinh đạt điểm trung bình từ $[7;7,5)$ hơn so với lớp 12A.
- c) **[TH]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 3,5.
- d) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 1,5.

Lời giải

a) **Đúng.** Một của lớp 12A là $[7,5;8)$

Một là khoảng điểm có tần suất (số lượng học sinh) cao nhất. Trong lớp 12A, khoảng điểm $[7,5;8)$ có số lượng học sinh là 12, nhiều nhất so với các khoảng điểm khác.

b) **Đúng.** Lớp 12B có nhiều học sinh đạt điểm trung bình từ $[7;7,5)$ hơn so với lớp 12A.

Theo bảng, lớp 12A có 6 học sinh đạt điểm từ $[7;7,5)$, lớp 12B có 10 học sinh đạt điểm trong khoảng này.

c) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12A là 3,5

Khoảng biến thiên là sự khác biệt giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong dữ liệu.

Trong lớp 12A:

+ Giá trị nhỏ nhất là 6,5

+ Giá trị lớn nhất là 10

Khoảng biến thiên $R = 10 - 6,5 = 3,5$

d) **Sai.** Cỡ mẫu $n = 42$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{42}$ là thành tích nhảy cao của lớp 12A được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{11} \in [7,5; 8)$.

$$\text{Do đó, } Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{42}{4} - (3+6)}{12} (8 - 7,5) = \frac{121}{16}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{31} \in [8; 8,5)$.

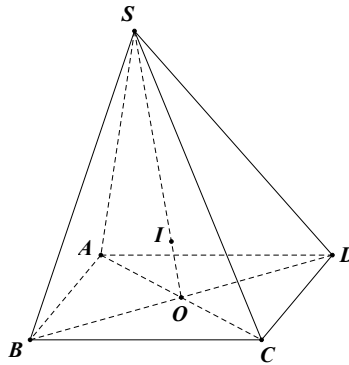
$$\text{Do đó, } Q_3 = 8 + \frac{\frac{42 \cdot 3}{4} - (3+6+12)}{7} (8,5 - 8) = \frac{341}{40}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{77}{80}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi I là điểm thỏa mãn $\vec{SI} = 4\vec{IO}$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } P &= (\vec{MI} + \vec{IS})^2 + (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + (\vec{MI} + \vec{IC})^2 + (\vec{MI} + \vec{ID})^2 \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\vec{MI}(\vec{IS} + \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID}) \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\vec{MI}(\vec{IS} + 4\vec{IO} + \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}) \\ &= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2. \text{ Vậy } P_{\min} \text{ khi } M \equiv I \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{4}{5} = 0,8. \end{aligned}$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G\left(\frac{1+2+3}{3}; \frac{2+4+3}{3}; \frac{5+(-3)+1}{3}\right) = (2;3;1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxy) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxy) , ta có $GH = d(G, (Oxy)) = 1$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) , ta có $GM \geq GH = 1$.

Do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$. Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 1.

Đáp án: 1

Câu 19: Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu cm^2 ?

Lời giải:

Đáp án: 16

Gọi cạnh của hình chữ nhật là: a, b ($0 < a, b < 8$).

Ta có: $2(a+b) = 16 \Leftrightarrow a+b = 8 \Leftrightarrow b = 8-a$.

Diện tích: $S(a) = a(8-a) = -a^2 + 8a$;

$S'(a) = -2a + 8$; $S'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4$.

Bảng biến thiên:

a	0	4	8	
$S'(a)$		+	0	-
$S(a)$	0	16		0

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị lớn nhất của $S(a) = 16$ khi $a = 4$. Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là: 16 cm^2

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1; 0), x_2 \in (1; 2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

Lời giải

Hàm số đa thức bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 nên $a \neq 0$.

Suy ra: x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$.

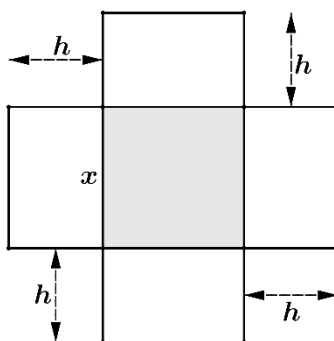
Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases}$$

Áp dụng định lý dấu tam thức bậc 2, ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2) \Rightarrow a < 0$.

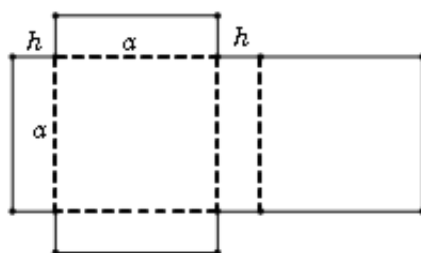
Vì $x_1 \in (-1; 0), x_2 \in (1; 2)$ nên $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases}$ do $a < 0 \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$

Vậy trong các số a, b và c có 1 số âm là a .

Câu 21: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000 cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Lời giải



Thể tích khối hộp $V = x.x.h = x^2h = 4000 \Rightarrow h = \frac{4000}{x^2}$.

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa các tông nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất. Diện tích toàn phần của hộp (không nắp) $S_{tp} = S_{day} + S_{xung quanh} = x.x + 4.hx = x^2 + 4hx$

$$= x^2 + 4x \cdot \frac{4000}{x^2} = x^2 + \frac{16000}{x}$$

Xét hàm $f(x) = x^2 + \frac{16000}{x}$ với $x > 0$ có $f'(x) = 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 20$

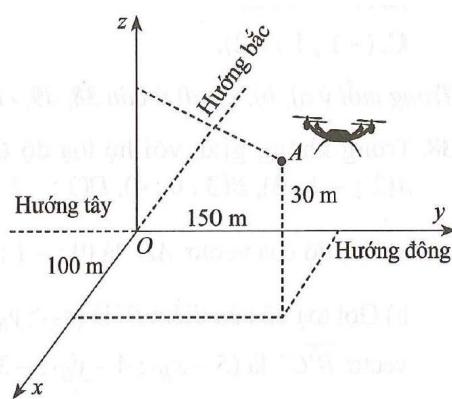
Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$		
y'		-	0	+	
y	$+\infty$	$f(20)$		$+\infty$	

Vậy độ dài cạnh hình vuông $x = 20$ cm thì chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

Đáp án: 20

Câu 22: Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với góc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.

Tính quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B , biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Lời giải

Đáp án: 325

Tọa độ của flycam tại vị trí A là $(100; 150; 30)$.

Tọa độ của flycam tại vị trí B là $(-80; -120; 50)$.

Quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B bằng khoảng cách giữa hai điểm A và B

$$AB = \sqrt{(-80-100)^2 + (-120-150)^2 + (50-30)^2} = \sqrt{105700} \approx 325 \text{ (m)}$$

----- *Hết* -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 (ĐỀ SỐ 17)

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

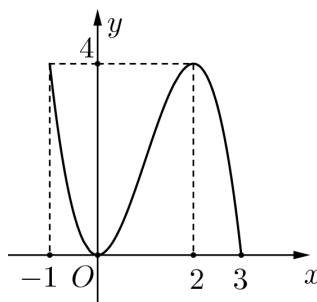
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị là đường cong ở trong hình dưới đây.



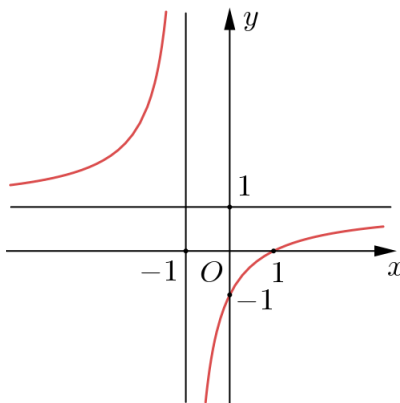
Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Lúc đó hiệu số $M - m$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 3: Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = 2x + \frac{2}{x-1}$. C. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

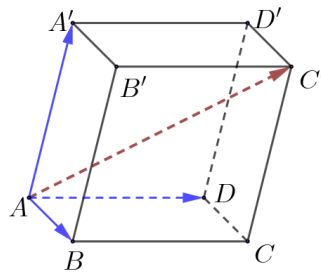
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $x^3 - 1$. B. $x + \frac{1}{x}$. C. $\frac{x-1}{x+1}$. D. $-x^3 + 3x - 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector $\overrightarrow{AC'}$ là kết quả của phép tính tổng nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'}$. C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{B'C'}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;6;4)$. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oy , toạ độ điểm M_1 bằng

- A. $(0; -6; 0)$. B. $(5; 0; 4)$. C. $(0; 6; 0)$. D. $(5; 6; 0)$.

Câu 7: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[40; 47)	[47; 54)	[54; 61)	[61; 68)	[68; 75)	
Tần số	1	6	21	21	11	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 7. B. 60. C. 35. D. 20.

Câu 8: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)	
Giá trị trung bình (km)	75	125	175	225	275	
Số ngày	5	10	9	4	2	$n = 30$

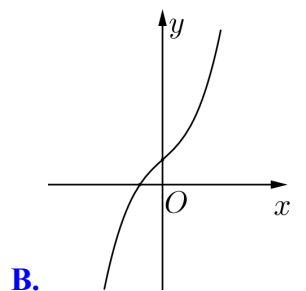
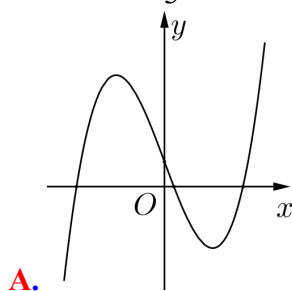
Phương sai của mẫu số liệu trên được thực hiện bởi phép tính

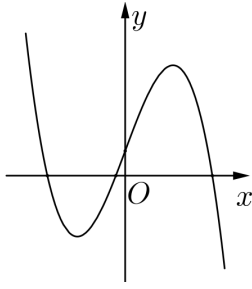
- A. $s^2 = 155$.
- B. $s^2 = \frac{(75-155)^2 + (125-155)^2 + (175-155)^2 + (225-155)^2 + (275-155)^2}{30}$.
- C. $s^2 = 5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2$.
- D. $s^2 = \frac{5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2}{30}$.

Câu 9: Hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng

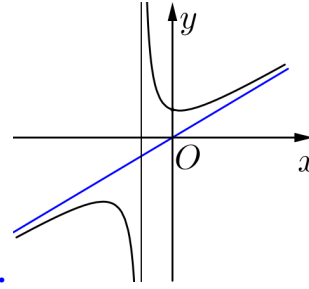
- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là





C.



D.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$. Biết rằng $\min_{(4; +\infty)} f(x) = b$ tại $x = a$. Tỷ số $\frac{b}{a}$ bằng

A. 1,6.

B. 2.

C. 1,7.

D. 1,3.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn vectơ $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$, $\vec{c} = (2; 2; 0)$ và $\vec{d} = 4\vec{j}$. Vectơ có độ dài ngắn nhất là

A. \vec{a} .

B. \vec{b} .

C. \vec{c} .

D. \vec{d} .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

a) **[NB]** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận đứng.

b) **[TH]** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

c) **[TH]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2025]$ là -1 .

d) **[TH]** Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị lần lượt là M, N . Đường thẳng đi qua hai điểm M, N trên có phương trình là $y = 3x - 4$.

Câu 14: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một thời

gian nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{10 + 4 \cdot e^{-t}}{1 + 4 \cdot e^{-t}}$,

$t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng ngày, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Tốc độ bán hàng được tính theo công thức $f'(t) = \frac{36 \cdot e^{-t}}{(1 + 4 \cdot e^{-t})^2}$.

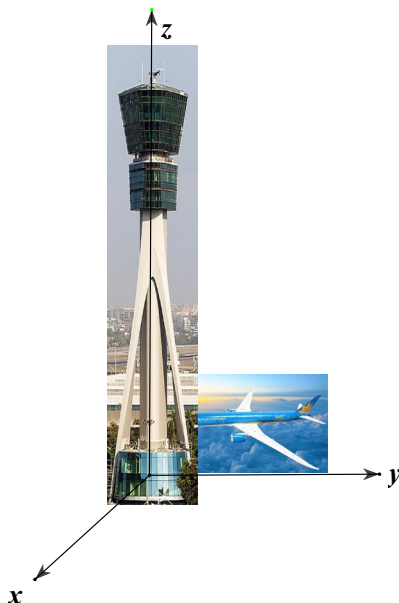
b) **[TH]** Doanh số bán hàng luôn tăng.

c) **[TH]** Doanh số tối đa 1 ngày là 10.

d) **[VD]** Sau khoảng 10 ngày thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Câu 15. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp,

mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (*Hình*) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10km, cách 80km về phía đông và 100km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b) **[TH]** Vị trí A có tọa độ $(80;100;10)$.
- c) **[TH]** Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 128,45 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) **[VD]** Biết máy bay di chuyển từ điểm A đến điểm $B(-200;-200;15)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 24 phút bay kể từ điểm A ra đa không còn phát hiện được máy bay.

Câu 16: Khảo sát tuổi thọ của một loại bóng đèn được hai phân xưởng A và B cùng sản xuất cho ở bảng sau:

Tuổi thọ(tháng)	[24;27)	[27;30)	[30;33)	[33;36)	[36;39)	
Số bóng đèn của phân xưởng A	4	8	10	6	2	$n_A = 30$
Số bóng đèn của phân xưởng B	5	7	9	7	2	$n_B = 30$

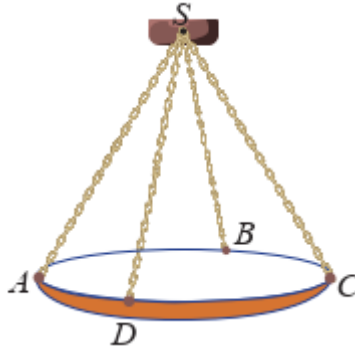
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A là 15.
- b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A và phân xưởng B lần lượt là $\frac{39}{7}$ và 4,9375.
- c) **[TH]** Tuổi thọ trung bình của bóng đèn mà hai phân xưởng sản xuất là bằng nhau.
- d) **[VD]** Nếu so sánh độ lệch chuẩn tuổi thọ bóng đèn mẫu số liệu của phân xưởng B đồng đều hơn mẫu số liệu của phân xưởng A.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{AC} . (Làm tròn đến hàng phần chục)

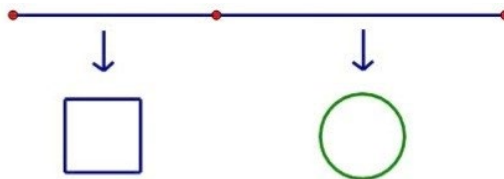
Câu 18: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có góc $\widehat{ASC} = 60^\circ$ như hình bên dưới.



Sử dụng công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động lên chiếc đèn chùm. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích (chính xác đến phần chục), biết khối lượng của bốn đoạn xích là không đáng kể so với khối lượng đèn chùm.

Câu 19. Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x) = 2x + 140 + \frac{1800}{x}$, ($x > 0$), trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất?

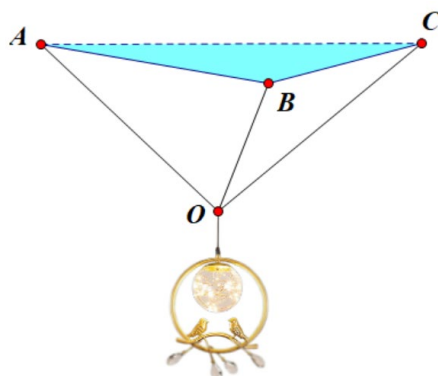
Câu 20: Một sợi dây đồng dài 60 dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì $a + r$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 21: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn như hình bên dưới. Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Câu 22. Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng $200N$ lên trần nhà bằng ba sợi dây không dẫn, bằng nhau tại ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đèn được giữ ở trạng thái cân bằng (tham khảo hình vẽ). Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây.



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	C	C	C	C	D	A	A	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	0,3	14,4	30	12,6	10	133

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

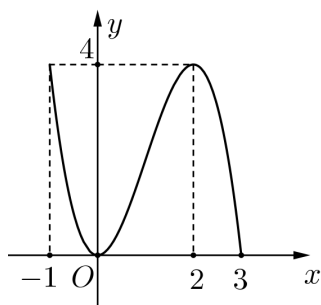
D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) > 0 \forall x \in (-\infty; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị là đường cong ở trong hình dưới đây.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Lúc đó hiệu số $M - m$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ ta có
 Hàm số có giá trị lớn nhất $M = 4$ tại điểm $x = 2$;
 Hàm số có giá trị nhỏ nhất $m = 0$ tại điểm $x = 0$.
 Vậy $M - m = 4$.

Câu 3: Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

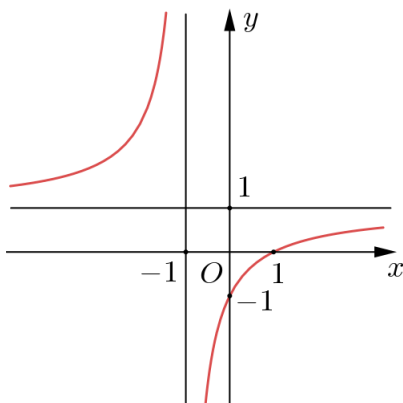
- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = 2x + \frac{2}{x-1}$. C. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B

+ Ta thấy các hàm số ở phương án **A** và **D** là hàm số đa thức nên đồ thị không có tiệm cận đứng;
 + Ta thấy hàm số ở phương án **C** có tập xác định là \mathbb{R} nên đồ thị không có tiệm cận đứng;
 + Vậy đồ thị hàm số trong phương án **B** được chọn.
 Thật vậy, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ (và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$) nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

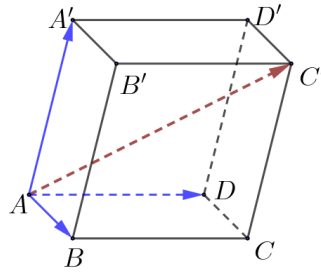
- A. $x^3 - 1$. B. $x + \frac{1}{x}$. C. $\frac{x-1}{x+1}$. D. $-x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình dáng của đồ thị ta thấy ngay $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



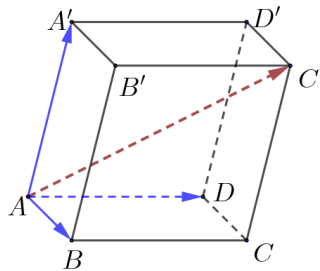
Vector $\overrightarrow{AC'}$ là kết quả của phép tính tổng nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'}$. C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải

Chọn C

Nếu $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp thì $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC'}$.

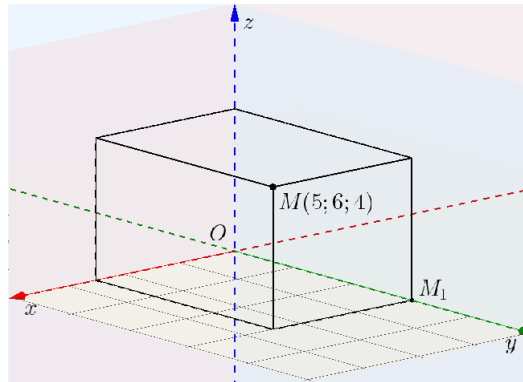


Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;6;4)$. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oy , tọa độ điểm M_1 bằng

- A. $(0; -6; 0)$. B. $(5; 0; 4)$. C. $(0; 6; 0)$. D. $(5; 6; 0)$.

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu của $M(x_0; y_0; z_0)$ trên trục tung là điểm $M_1(0; y_0; 0)$.

Vì $M(5; 6; 4)$ nên $M_1(0; 6; 0)$.

Câu 7: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[40; 47)	[47; 54)	[54; 61)	[61; 68)	[68; 75)	
Tần số	1	6	21	21	11	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 7. B. 60. C. 35. D. 20.

Lời giải

Chọn C

Đầu mút trái của nhóm đầu tiên là $a_1 = 40$, đầu mút phải của nhóm cuối cùng là $a_6 = 75$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng $R = a_6 - a_1 = 75 - 40 = 35$ (tạ/ha).

Câu 8: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)	
Giá trị trung bình (km)	75	125	175	225	275	
Số ngày	5	10	9	4	2	$n = 30$

Phương sai của mẫu số liệu trên được thực hiện bởi phép tính

A. $s^2 = 155$.

B. $s^2 = \frac{(75-155)^2 + (125-155)^2 + (175-155)^2 + (225-155)^2 + (275-155)^2}{30}$.

C. $s^2 = 5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2$.

D. $s^2 = \frac{5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155$.

Phương sai của mẫu số liệu trên được thực hiện bởi phép tính

$$s^2 = \frac{5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2}{30}$$

Câu 9: Hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

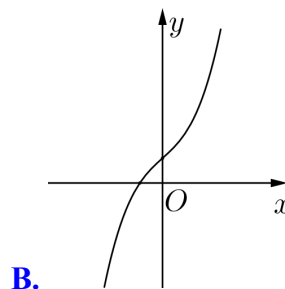
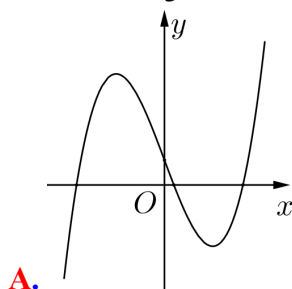
+ $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$;

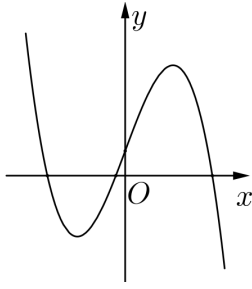
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

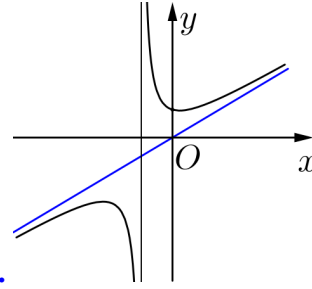
Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là





C.



D.

Lời giải

Chọn A

+ Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ là hàm số bậc ba, có hệ số $a = \frac{1}{3} > 0$ nên phương án **C** và **D** bị loại.

+ Ta có $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ có đạo hàm là

$$y' = x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Suy ra hàm số có 2 cực trị, phương án **B** bị loại.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$. Biết rằng $\min_{(4; +\infty)} f(x) = b$ tại $x = a$. Tỷ số $\frac{b}{a}$ bằng

A. 1,6.

B. 2.

C. 1,7.

D. 1,3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

$$\text{Có } f'(x) = \frac{(2x-2)(x-4) - (x^2-2x-7)}{(x-4)^2} = \frac{x^2-8x+15}{(x-4)^2}$$

Có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ (giá trị $x = 5$ loại do $x \in (4; +\infty)$).

Bảng biến thiên

x	4	5	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
			+
$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$

↙ 8 ↘

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\min_{(4; +\infty)} f(x) = 8$ tại $x = 5$ suy ra $a = 5, b = 8$.

Vậy $\frac{b}{a} = 1,6$.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn vectơ $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$, $\vec{c} = (2; 2; 0)$ và $\vec{d} = 4\vec{j}$.

Vectơ có độ dài ngắn nhất là

A. \vec{a} .

B. \vec{b} .

C. \vec{c} .

D. \vec{d} .

Lời giải

Chọn B

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{10};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6};$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{8};$$

$$|\vec{d}| = 4|\vec{j}| = 4 \cdot 1 = 4.$$

Vậy \vec{b} có độ dài ngắn nhất.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

a) [NB] Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận đứng.

b) [TH] Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

c) [TH] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2025]$ là -1 .

d) [TH] Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị lần lượt là M, N . Đường thẳng đi qua hai điểm M, N trên có phương trình là $y = 3x - 4$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		0		0	
y					

a) Sai.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

b) Đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

c) Đúng.

Dựa vào bảng biến thiên, trên đoạn $[0; 2025]$ hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x = 1$.

d) Sai.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $M(-3; -9)$, $N(1; -1)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(-3; -9)$, $N(1; -1)$ là $y = 2x - 3$.

Ghi chú: Tìm đường thẳng đi qua hai điểm cực trị nhanh

Nếu đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a, m \neq 0$) có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó có phương trình là $y = 2ax + b$.

Câu 14: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một thời

gian nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{10 + 4.e^{-t}}{1 + 4.e^{-t}}$,

$t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng ngày, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)[NB] Tốc độ bán hàng được tính theo công thức $f'(t) = \frac{36.e^{-t}}{(1 + 4.e^{-t})^2}$.

b)[TH] Doanh số bán hàng luôn tăng.

c) [TH] Doanh số tối đa 1 ngày là 10.

d)[VD] Sau khoảng 10 ngày thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{(10 + 4.e^{-t})'(1 + 4.e^{-t}) - (10 + 4.e^{-t})(1 + 4.e^{-t})'}{(1 + 4.e^{-t})^2}$$

$$f'(t) = \frac{(-4.e^{-t})(1 + 4.e^{-t}) - (10 + 4.e^{-t})(-4.e^{-t})}{(1 + 4.e^{-t})^2} = \frac{36.e^{-t}}{(1 + 4.e^{-t})^2}.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } f(t) = \frac{10 + 4.e^{-t}}{1 + 4.e^{-t}} = \frac{9}{1 + 4.e^{-t}} + 1.$$

Do e^{-t} là hàm nghịch biến trên $[0; +\infty)$ nên $f(t) = \frac{9}{1 + 4.e^{-t}} + 1$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

c) Sai.

Ta có $f(t) = \frac{9}{1+4e^{-t}} + 1 < \frac{9}{1+4 \cdot 0} + 1 = 10$, với mọi $t \in [0; +\infty)$.

d) Sai.

Đặt $x = e^{-t}$.

Do $t \in [0; +\infty)$ nên $x \in (0; 1]$

Xét hàm số $y = g(x) = \frac{36x}{(1+4x)^2}$.

Ta có $y' = \frac{36 \cdot (1+4x)^2 - 36x \cdot 2 \cdot 4 \cdot (1+4x)}{(1+4x)^4} = \frac{-576x^2 + 36}{(1+4x)^4}$.

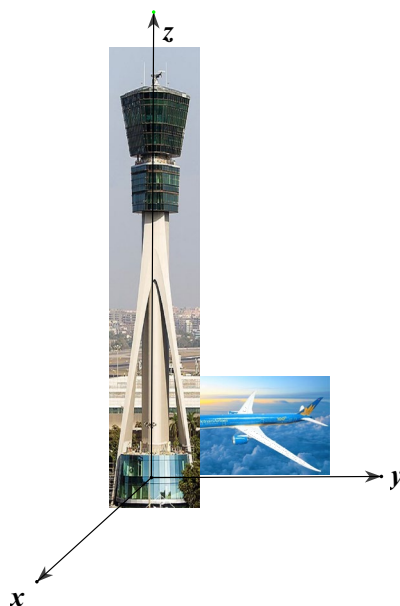
$$y' = 0 \Rightarrow \frac{-576x^2 + 36}{(1+4x)^4} = 0 \Rightarrow -576x^2 + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} & (n) \\ x = -\frac{1}{4} & (l) \end{cases}$$

Ta có $g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{36 \cdot \frac{1}{4}}{\left(1+4 \cdot \frac{1}{4}\right)^2} = \frac{9}{4}$; $g(1) = \frac{36 \cdot 1}{(1+4 \cdot 1)^2} = \frac{36}{25}$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{36x}{(1+4x)^2} = 0$.

Vậy $\min_{x \in (0; 1]} g(x) = g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{4}$.

Do đó tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $e^{-t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow t \approx 1,39$ (ngày).

Câu 15. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (*Hình*) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10km, cách 80km về phía đông và 100km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) **[NB]** Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.

b) **[TH]** Vị trí A có tọa độ $(80;100;10)$.

c) **[TH]** Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 128,45 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) **[VD]** Biết máy bay di chuyển từ điểm A đến điểm $B(-200;-200;15)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 24 phút bay kể từ điểm A ra đa không còn phát hiện được máy bay.

Lời Giải

a) Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,08)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Vị trí điểm $A(-80;-100;10)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Gọi M là vị trí của Ra đa

Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$MA = \sqrt{(-80-0)^2 + (-100-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 128,45 \text{ (km)}. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

d) Gọi $N(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau t phút bay từ A ($t > 0$).

$$\overline{AB} = (-120; -100; 5).$$

$$\overline{AN} = (x+80; y+100; z-10).$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên \overline{AB} và \overline{AN} cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $A \rightarrow N$ gấp $\frac{t}{10}$ lần thời gian bay từ

$$A \rightarrow B \text{ nên } \overline{AN} = \frac{t}{10} \overline{AB}.$$

$$\text{Suy ra } \overline{AN} = \frac{t}{10} \overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+80 = -12t \\ y+100 = -10t \\ z-10 = \frac{t}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12t - 80 \\ y = -10t - 100 \\ z = \frac{t}{2} + 10 \end{cases} \Rightarrow N\left(-12t - 80; -10t - 100; \frac{t}{2} + 10\right).$$

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{(12t+80)^2 + (10t+100)^2 + \left(\frac{t}{2}+10\right)^2} = \sqrt{\frac{977}{4}t^2 + 3930t + 16500}.$$

Do ra đa có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp nên Ra đa không phát hiện được máy bay khi khoảng cách từ ra đa đến máy bay lớn hơn 500km hay

$$MN > 500 \Rightarrow \frac{977}{4}t^2 + 3930t + 16500 > 250000$$

$$\Leftrightarrow \frac{977}{4}t^2 + 3930t - 233500 > 0 \text{ và } t > 0, \text{ suy ra } t > 23,903\dots$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 16: Khảo sát tuổi thọ của một loại bóng đèn được hai phân xưởng A và B cùng sản xuất cho ở bảng sau:

Tuổi thọ(tháng)	[24;27)	[27;30)	[30;33)	[33;36)	[36;39)	
Số bóng đèn của phân xưởng A	4	8	10	6	2	$n_A = 30$
Số bóng đèn của phân xưởng B	5	7	9	7	2	$n_B = 30$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A là 15.
- b) **[TH]** Khoảng tứ phân vị của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A và phân xưởng B lần lượt là $\frac{39}{7}$ và 4,9375.
- c) **[TH]** Tuổi thọ trung bình của bóng đèn mà hai phân xưởng sản xuất là bằng nhau.
- d) **[VD]** Nếu so sánh độ lệch chuẩn tuổi thọ bóng đèn mẫu số liệu của phân xưởng B đồng đều hơn mẫu số liệu của phân xưởng A.

Lời giải

a) **Đúng.**

Khoảng biến thiên của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A là $R = 39 - 24 = 15$.

b) **Sai.**

Đối với mẫu số liệu phân xưởng A:

Ta có $\frac{n}{4} = 7,5$, $\frac{3n}{4} = 22,5$.

Gọi x_1, x_1, \dots, x_{30} là tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_8 \in [27;30)$, tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu $x_{23} \in [33;36)$. Do đó

$$Q_1 = 27 + \frac{7,5 - 4}{8} \cdot 3 = 28,3125,$$

$$Q_3 = 33 + \frac{22,5 - 22}{6} \cdot 3 = 33,25.$$

Do đó $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 33,25 - 28,3125 = 4,9375$.

Đối với mẫu số liệu phân xưởng B:

Ta có $\frac{n}{4} = 7,5$, $\frac{3n}{4} = 22,5$.

Gọi x_1, x_1, \dots, x_{30} là tuổi thọ bóng đèn phân xưởng B được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_8 \in [27;30)$, tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu $x_{23} \in [33;36)$. Do đó

$$Q_1 = 27 + \frac{7,5 - 5}{7} \cdot 3 = \frac{393}{14}, \quad Q_3 = 33 + \frac{22,5 - 21}{7} \cdot 3 = \frac{471}{14}.$$

$$\text{Do đó } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{471}{14} - \frac{393}{14} = \frac{39}{7}.$$

c) **Đúng.**

Giá trị đại diện	25,5	28,5	31,5	34,5	37,5	
Số bóng đèn của phân xưởng A	4	8	10	6	2	$n_A = 30$
Số bóng đèn của phân xưởng B	5	7	9	7	2	$n_B = 30$

$$\text{Số trung bình của phân xưởng A là } \bar{x}_A = \frac{25,5 \cdot 4 + 28,5 \cdot 8 + 31,5 \cdot 10 + 34,5 \cdot 6 + 37,5 \cdot 2}{30} = 30,9.$$

$$\text{Số trung bình của phân xưởng B là } \bar{x}_B = \frac{25,5 \cdot 5 + 28,5 \cdot 7 + 31,5 \cdot 9 + 34,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 2}{5 + 7 + 9 + 7 + 2} = 30,9.$$

d) **Sai.**

Phương sai của mẫu số liệu phân xưởng A là

$$s_A^2 = \frac{1}{30} (25,5^2 \cdot 4 + 28,5^2 \cdot 8 + 31,5^2 \cdot 10 + 34,5^2 \cdot 6 + 37,5^2 \cdot 2) - 30,9^2 = 11,04.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu phân xưởng A là $s_A = \sqrt{11,04} \approx 3,32$.

Phương sai của mẫu số liệu phân xưởng B là

$$s_B^2 = \frac{1}{30} (25,5^2 \cdot 5 + 28,5^2 \cdot 7 + 31,5^2 \cdot 9 + 34,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 2) - 30,9^2 = 12,24.$$

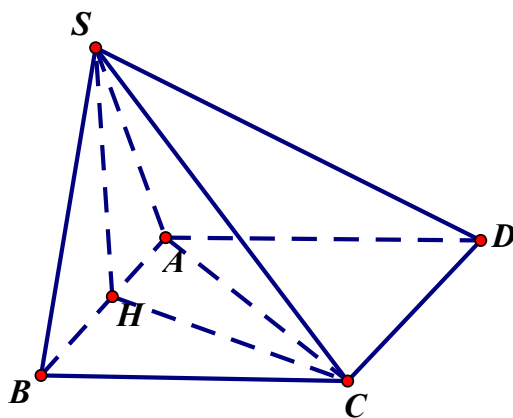
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu phân xưởng B là $s_B = \sqrt{12,24} \approx 3,5$.

Vì $s_A < s_B$ nên tuổi thọ bóng đèn mẫu số liệu của phân xưởng A đồng đều hơn mẫu số liệu của phân xưởng B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ \overrightarrow{SB} và \overrightarrow{AC} . (Làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải



$$(\overrightarrow{SC}, (\overrightarrow{ABCD})) = (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CH}) = \widehat{SCH} = 60^\circ.$$

$$\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}}$$

$$\begin{aligned} \overline{SB} \cdot \overline{AC} &= (\overline{SH} + \overline{HB}) (\overline{AB} + \overline{BC}) = \overline{SH} \cdot \overline{AB} + \overline{SH} \cdot \overline{BC} + \overline{HB} \cdot \overline{AB} + \overline{HB} \cdot \overline{BC} \\ &= \overline{HB} \cdot \overline{AB} + \overline{HB} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} AB^2 = 2a^2 \end{aligned}$$

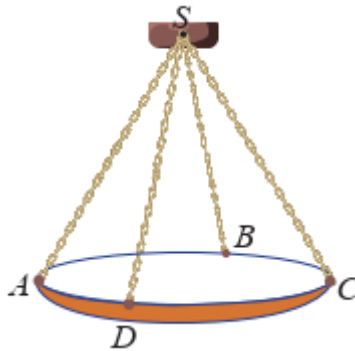
$$AC = a\sqrt{5}, CH = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}, SH = CH \cdot \tan \widehat{SCH} = a\sqrt{6}.$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{6})^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\cos(\overline{SB}, \overline{AC}) = \frac{\overline{SB} \cdot \overline{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2a^2}{a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{35}} \approx 0,3.$$

Đáp án: 0,3

Câu 18: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có góc $\widehat{ASC} = 60^\circ$ như hình bên dưới.



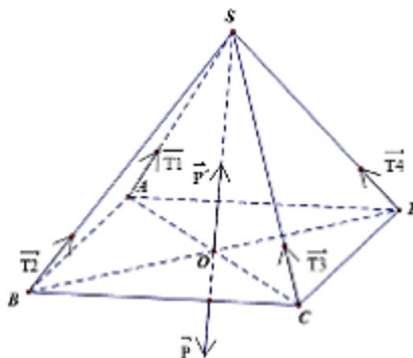
Sử dụng công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động lên chiếc đèn chùm. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích (chính xác đến phần chục), biết khối lượng của bốn đoạn xích là không đáng kể so với khối lượng đèn chùm.

Trả lời: 14,4

Lời giải

Ta có $\vec{P} = m\vec{g} \Rightarrow |\vec{P}| = m|\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50 \text{ (N)}$.

Vậy độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm là 50 N.



Giả sử đèn chùm được minh họa như hình vẽ trên.

Vì đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{P}' = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} = -\vec{P}' \Leftrightarrow P = P'$

Có $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_3| = |\vec{T}_4| = |\vec{T}|$

Từ hình vẽ ta có: $P' = 4T \cos 30^\circ \Leftrightarrow T = \frac{P'}{4 \cos 30^\circ} = \frac{50}{2\sqrt{3}} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \approx 14,4 \text{ (N)}$.

Câu 19. Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x) = 2x + 140 + \frac{1800}{x}$, ($x > 0$), trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất?

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2 - \frac{1800}{x^2}$.

Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{1800}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \text{ (N)} \\ x = -30 \text{ (L)} \end{cases}$

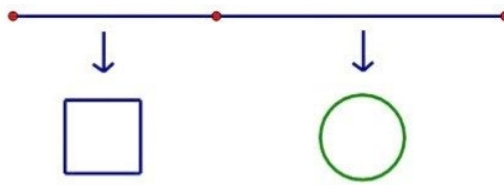
Bảng biến thiên

x	0	30	$+\infty$
y'		-	0
			+
y	$+\infty$		$+\infty$

Vậy, công ty cần sản xuất **30 sản phẩm** để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất.

Đáp án: 30.

Câu 20: Một sợi dây đồng dài 60 dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì $a + r$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Chu vi hình vuông là $4a \text{ (dm)}$

Diện tích hình vuông $a^2 \text{ (dm}^2\text{)}$

Chu vi đường tròn là $2\pi r \text{ (dm)}$

Diện tích hình tròn là $r^2\pi \text{ (dm}^2\text{)}$

Theo đề ta có: $4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}$

Điều kiện: $0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15$.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S = a^2 + r^2\pi = a^2 + \left(\frac{30 - 2a}{\pi}\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{\pi} [(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$$

Xét $f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900$ với $a \in (0, 15)$

$$f'(a) = 2(\pi + 4)a - 120$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{\pi + 4}$$

$$f(a) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15).$$

$$S \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi } a = \frac{60}{\pi + 4} \Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$$

$$\text{Khi đó: } a + r = \frac{60}{\pi + 4} + \frac{30}{\pi + 4} = \frac{90}{\pi + 4} \approx 12,6.$$

Đáp án: 12,6

Câu 21: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn như hình bên dưới. Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



Trả lời: 10

Lời giải

Gọi $x \text{ (m)}$ là chiều rộng của khu đất hình chữ nhật cần rào.

Theo đề bài, ta có $0 < x \leq 15$

Diện tích khu đất này là 200 m^2 nên chiều dài của khu đất là $\frac{200}{x} \text{ (m)}$.

Tổng chiều dài lưới thép rào quanh khu đất là $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$ (m).

Xét hàm số: $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$, $x \in (0; 15]$.

Ta có: $L'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$

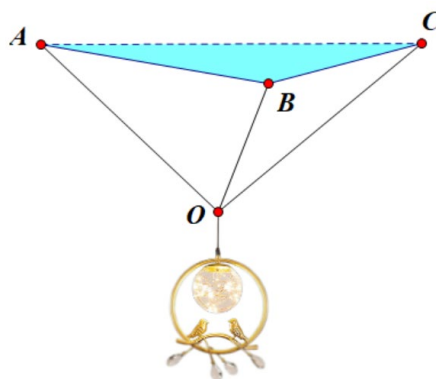
$L' = 0 \Leftrightarrow x = 10$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên:

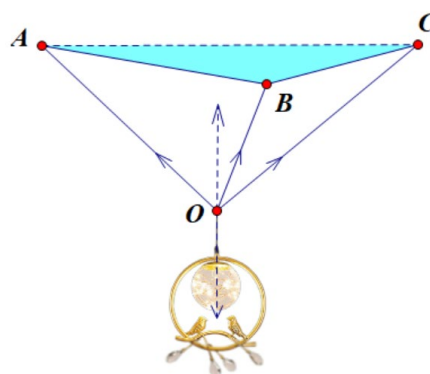
x	0	10	15
$L'(x)$	-	0	+
$L(x)$	$+\infty$	40	$\frac{130}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên, chiều dài lưới thép ngắn nhất là 40 m khi chiều rộng khu đất này là $x = 10$ m.

Câu 22. Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng 200N lên trần nhà bằng ba sợi dây không dẫn, bằng nhau tại ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đèn được giữ ở trạng thái cân bằng (tham khảo hình vẽ). Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây.



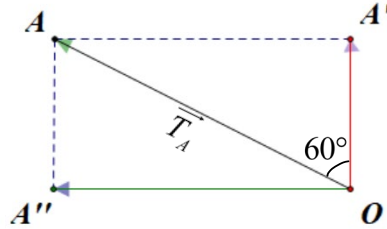
Lời giải



Lực căng trong ba sợi dây tạo thành một tam giác lực, và do tam giác ABC là tam giác đều, ba sợi dây bằng nhau tạo với mặt phẳng trần nhà góc 30° nên lực căng trong mỗi dây sẽ bằng nhau.

Gọi lực căng trong mỗi dây là $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$. Do đèn ở trạng thái cân bằng, các lực căng phải tạo ra một hợp lực bằng với trọng lượng của đèn, hướng thẳng lên trên.

Các lực căng $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$ đều phân tích được thành tổng hai thành phần lực thành phần ngang và thành phần đứng. Thành phần đứng của lực căng sẽ giúp cân bằng trọng lượng của đèn, và thành phần ngang sẽ triệt tiêu lẫn nhau do tam giác đều đối xứng.



Mỗi dây tạo với mặt phẳng trần nhà góc 30° , do đó thành phần đứng của lực căng trong mỗi dây là:

$$|\overline{OA'}| = |\overline{OA}| \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} T.$$

Tổng của ba thành phần đứng của lực căng phải cân bằng với trọng lượng của đèn nên suy ra

$$3T \cdot \frac{1}{2} = 200 \Rightarrow T = \frac{200}{\frac{3}{2}} \approx 133(N).$$

Đáp án: 133(N).

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 18**MÔN THI: TOÁN 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên $[-1; 4]$ là

- A. $-4\sqrt{2}$. B. -5 . C. 5 . D. 40 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = -1$ và tiệm cận ngang $x = -2$.
 B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

B. Đồ

Câu 4: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Câu 5: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;-1;3)$. Hỏi cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB và BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7 .

B. 7,6 .

C. 8 .

D. 8,6 .

Câu 8: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2 .

B. 46,1 .

C. 30 .

D. 11 .

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 10: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

A. 2.250.000.

B. 2.350.000.

C. 2.450.000.

D. 2.550.000.

Câu 11: Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 2x}$ cắt trục tọa độ tại hai điểm A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB là

A. 2 .

B. 4 .

C. 8 .

D. 3 .

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4), B(5;-1;3), C(3;1;5)$ và $D(2;2;m)$ (với m là tham số). Xác định m để bốn điểm A, B, C, D tạo thành bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $m \neq 6$.

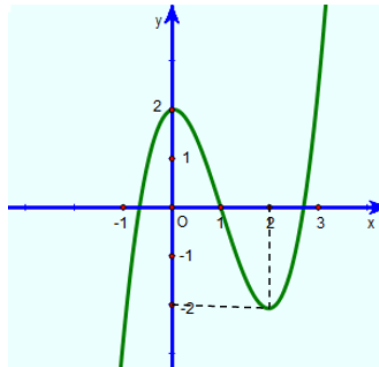
B. $m \neq 4$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



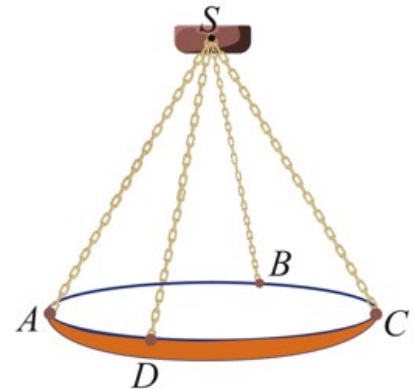
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2, 2)$.
- Gọi M là giá trị cực đại và m là giá trị cực tiểu của hàm số thì $M + m = 0$.
- Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = 2x + 1$.
- Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng hai giá trị dương.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$.

- [NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
- [TH]** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- [TH]** Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(-3; 0)$.
- [TH]** Đường thẳng $y = -9x + 6$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm.

Câu 15. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD (tham khảo hình vẽ) sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó \vec{g} là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:



- $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vector đồng phẳng
- $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$
- Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50 N$
- Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} N$.

Câu 16: Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 15.
- Số trung bình của mẫu là 10,18.
- Phương sai của mẫu số liệu là 19,42.

d) Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám Y, người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23. Như vậy, thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám Y phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám X. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: [VD] Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), trên màn hình radar phát hiện một chiếc tàu ngầm đang di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $P(-150; -150; -50)$ đến điểm $Q(-250; -250; -150)$ trong 20 phút. Nếu tàu ngầm tiếp tục di chuyển với cùng vận tốc và hướng đi, thì tọa độ điểm $R(x; y; z)$ của tàu ngầm sau 20 phút tiếp theo (tính từ thời điểm tàu ngầm ở điểm Q). Khi đó $S = x - y + z$ bằng

Trả Lời:....

Câu 18: Trên không gian $Oxyz$ cho $A(1, 0, 3)$ và $B(-1; 1; -2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A, B, M thẳng hàng. Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2024; 2024)$ để hàm số $y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m + 5$ đạt cực đại tại $x = 0$?

Câu 20: [VD] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-1; 2024)$ để đồ thị có hai đường tiệm cận.

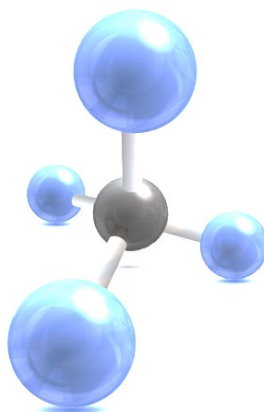
Trả Lời:....

Câu 21: Một sợi dây có chiều dài $20m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất (làm tròn tới hàng phần mười theo đơn vị mét).

Câu 22: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó.

Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện.

Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H - C - H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm gần đúng độ lớn góc liên kết này (đơn vị đo là độ).



----- HẾT -----

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ 1 – ĐỀ 18**MÔN THI: TOÁN 12**

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên $[-1; 4]$ là

- A. $-4\sqrt{2}$. B. -5 . C. 5 . D. 40 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = -1$ và tiệm cận ngang $x = -2$.
 B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

B. Đồ

Câu 4: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Câu 5: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;-1;3)$. Hỏi cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB và BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7 .

B. 7,6 .

C. 8 .

D. 8,6 .

Câu 8: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2 .

B. 46,1 .

C. 30 .

D. 11 .

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 10: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

A. 2.250.000.

B. 2.350.000.

C. 2.450.000.

D. 2.550.000.

Câu 11: Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 2x}$ cắt trục tọa độ tại hai điểm A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB là

A. 2 .

B. 4 .

C. 8 .

D. 3 .

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4), B(5;-1;3), C(3;1;5)$ và $D(2;2;m)$ (với m là tham số). Xác định m để bốn điểm A, B, C, D tạo thành bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $m \neq 6$.

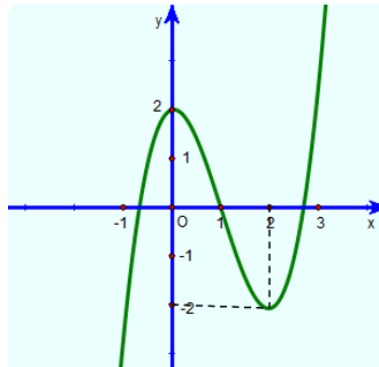
B. $m \neq 4$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



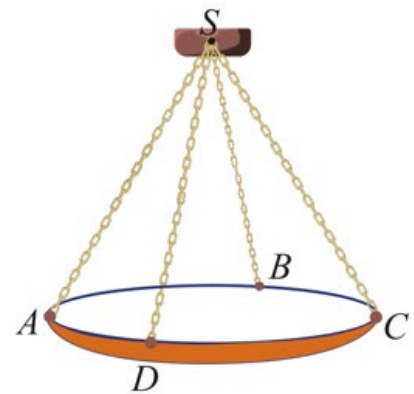
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2, 2)$.
- Gọi M là giá trị cực đại và m là giá trị cực tiểu của hàm số thì $M + m = 0$.
- Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = 2x + 1$.
- Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng hai giá trị dương.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$.

- [NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
- [TH]** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- [TH]** Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(-3; 0)$.
- [TH]** Đường thẳng $y = -9x + 6$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm.

Câu 15. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD (tham khảo hình vẽ) sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó \vec{g} là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:



- $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vector đồng phẳng
- $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$
- Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50 N$
- Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} N$.

Câu 16: Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 15.
- Số trung bình của mẫu là 10,18.
- Phương sai của mẫu số liệu là 19,42.

d) Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám Y, người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23. Như vậy, thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám Y phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám X. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: [VD] Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), trên màn hình radar phát hiện một chiếc tàu ngầm đang di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $P(-150; -150; -50)$ đến điểm $Q(-250; -250; -150)$ trong 20 phút. Nếu tàu ngầm tiếp tục di chuyển với cùng vận tốc và hướng đi, thì tọa độ điểm $R(x; y; z)$ của tàu ngầm sau 20 phút tiếp theo (tính từ thời điểm tàu ngầm ở điểm Q). Khi đó $S = x - y + z$ bằng

Trả Lời:....

Câu 18: Trên không gian $Oxyz$ cho $A(1, 0, 3)$ và $B(-1; 1; -2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A, B, M thẳng hàng. Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2024; 2024)$ để hàm số $y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m + 5$ đạt cực đại tại $x = 0$?

Câu 20: [VD] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-1; 2024)$ để đồ thị có hai đường tiệm cận.

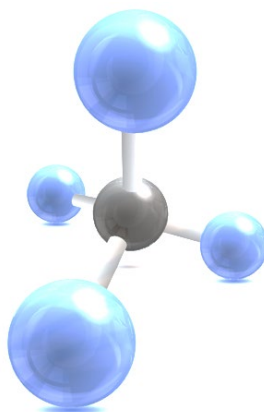
Trả Lời:....

Câu 21: Một sợi dây có chiều dài $20m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất (làm tròn tới hàng phần mười theo đơn vị mét).

Câu 22: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó.

Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện.

Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H - C - H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm gần đúng độ lớn góc liên kết này (đơn vị đo là độ).



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	D	C	A	B	B	B	A	A	A	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) S	a) S	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	300	0,4	2021	2024	11,2	109,5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên $[-1; 4]$ là

- A.** $-4\sqrt{2}$. **B.** -5 . **C.** 5 . **D.** 40 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{2} \in [-1; 4].$$

$$\text{Khi đó } f(-1) = -1 + 6 = 5, f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -4\sqrt{2}, f(4) = 64 - 24 = 40.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-1; 4]} f(x) = -4\sqrt{2} \text{ tại } x = \sqrt{2}.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = -1$ và tiệm cận ngang $x = -2$.

B. Đồ

thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 4: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ nên ta loại đáp án **B**.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ nên ta loại đáp án **D**.

Xét đáp án **A** có $y' = \frac{3}{(x-2)^2} > 0$ nên loại đáp án **A**.

Câu 5: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2), B(1;1;1), C(2;-1;3)$. Hỏi cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB và BC bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overline{BA} = (0; -1; 1), \overline{BC} = (1; -2; 2) \Rightarrow \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \cos(AB, BC) = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 7. **B.** 7,6. C. 8. D. 8,6.

Lời giải

Chọn B

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_4 + x_5)$ thuộc nhóm [7; 9) nên tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7}(9 - 7) = 7,86$$

Câu 8: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 53,2. **B.** 46,1. C. 30. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} + \frac{6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} \approx 46,12$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; -1)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 10: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

- A.** 2.250.000. **B.** 2.350.000. **C.** 2.450.000. **D.** 2.550.000.

Lời giải

Chọn A

Gọi x là giá thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x : đồng; $x \geq 2000.000$ đồng)

Ta có thể lập luận như sau:

Tăng giá 100.000 đồng thì có 2 căn hộ bị bỏ trống.

Tăng giá $x - 2.000.000$ đồng thì có bao nhiêu căn hộ bị bỏ trống.

Theo quy tắc tam xuất ta có số căn hộ bị bỏ trống là: $\frac{2(x - 2.000.000)}{100.000} = \frac{x - 2.000.000}{50.000}$

Do đó khi cho thuê với giá x đồng thì số căn hộ cho thuê là:

$$50 - \frac{x - 2.000.000}{50.000} = -\frac{x}{50.000} + 90$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

Ta có: $F(x) = \left(-\frac{x}{50.000} + 90\right)x = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$ (bảng số căn hộ cho thuê nhân với giá cho thuê mỗi căn hộ).

Câu toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$, $x \geq 2.000.000$

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90; F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

Bảng biến thiên:

x	2 000 000	2 250 000	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-
$F(x)$			

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2.250.000$

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Nhận xét:

Sau khi tìm được hàm $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$. Ta không cần phải đi khảo sát và vẽ bảng biến thiên như trên. Đề đã cho bốn đáp án x , ta dùng phím CALC của MTCT để thay lần lượt các giá trị vào, cái nào làm cho $F(x)$ lớn nhất chính là giá trị cần tìm.

Câu 11: Biết tiếp cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + 2}{x^2 - 2x}$ cắt trục tọa độ tại hai điểm A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB là

A. 2 .

B. 4 .

C. 8 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Chia tử thức cho mẫu thức ta được } \begin{cases} y = x + 2 + \frac{4x + 2}{x^2 - 2x} \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x + 2}{x^2 - 2x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{TCX } d : y = x - 2.$$

Ta có $d \cap Ox$ tại điểm $(0; -2)$ và $d \cap Oy$ tại điểm $(2; 0)$

$$\text{Suy ra } S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ (dvd)}. \text{}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(5; -1; 3)$, $C(3; 1; 5)$ và $D(2; 2; m)$ (với m là tham số). Xác định m để bốn điểm A, B, C, D tạo thành bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $m \neq 6$.

B. $m \neq 4$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (4; -2; -1), \overline{AC} = (2; 0; 1), \overline{AD} = (1; 1; m - 4).$$

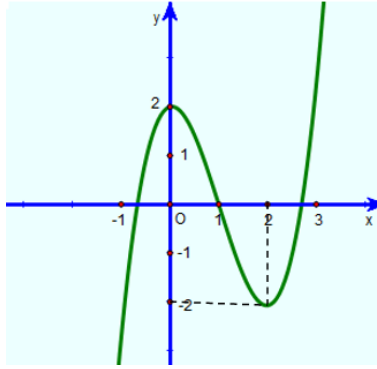
$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (-2; -6; 4), [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = -2 - 6 + 4(m - 4) = 4m - 24.$$

Bốn điểm A, B, C, D tạo thành bốn đỉnh của một tứ diện khi và chỉ khi

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = 4m - 24 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 6.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2, 2)$.	
b. Gọi M là giá trị cực đại và m là giá trị cực tiểu của hàm số thì $M + m = 0$.	
c. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình là $y = 2x + 1$.	
d. Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng hai giá trị dương.	

Lời giải

- a. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2, 2)$ sai vì Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0, 2)$
- b. Đúng vì $M = 2, m = -2$. Khi đó $M + m = 0$
- c. Sai vì Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có tọa độ $(2, -2)$ và $(0, 2)$ nên có PT là: $y = -2x + 2$
- d. Đúng vì
- + Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm có tọa độ $(0, 2) \Rightarrow d = 2 \Rightarrow d > 0$
- + Dựa vào hình dáng của đồ thị ta có $a > 0$
- Ta có $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2 (a \neq 0) \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$
- + Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị thì ta thấy $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$
- + Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị thì ta thấy $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0$
- Vậy trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng hai giá trị dương.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$.

- a) **[NB]** Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
- b) **[TH]** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- c) **[TH]** Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $M(-3; 0)$.
- d) **[TH]** Đường thẳng $y = -9x + 6$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm.

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý (Đầu ý ghi đúng hoặc sai)

- a) **(S)** Vì đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 + 6x - 9$.
- b) **(Đ)** Xét dấu hàm số $y' = 3x^2 + 6x - 9$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$

c) (S) Vì hàm số đạt cực đại tại $x = -3$ và giá trị cực đại của hàm số bằng

$$y_{(-3)} = (-3)^3 + 3(-3)^2 - 9(-3) + 2 = 29$$

nên điểm cực đại đồ thị hàm số là $M(-3; 29)$

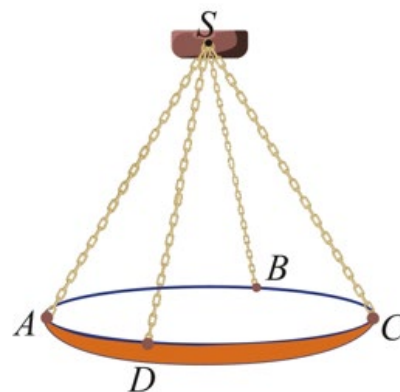
d) (S) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = -9x + 6$ và đồ thị hàm số là:

$$x^3 + 3x^2 - 9x + 2 = -9x + 6$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vì phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm phân biệt nên đường thẳng cắt đồ thị tại 2 điểm

Câu 15. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD (tham khảo hình vẽ) sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó \vec{g} là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , \vec{P} là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:



a) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vectơ đồng phẳng

b) $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$

c) Độ lớn của trọng lực \vec{P} tác động lên chiếc đèn chùm bằng 50 N

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ N}$

Lời giải

a) Sai: $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vectơ không đồng phẳng. Vì 5 điểm S, A, B, C, D không cùng thuộc 1 mặt phẳng.

b) Đúng: $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$

c) Đúng: Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N}$

d) Sai: Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD$ mà $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Vậy tam giác SAC đều. Gọi O là trung điểm AC .

Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\vec{SO} = \vec{P}$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC có $SA = \frac{\sqrt{3}}{2} SO = \frac{25\sqrt{3}}{4}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ N}$

Câu 16: Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 15.

b) Số trung bình của mẫu là 10,18.

c) Phương sai của mẫu số liệu là 19,42.

d) Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám Y, người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23. Như vậy, thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám Y phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám X. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5
Số bệnh nhân	3	12	15	8

a) Khoảng biến thiên là $20 - 0 = 20$.

b) Số trung bình của mẫu là $\bar{x} = \frac{2,5 \cdot 3 + 7,5 \cdot 12 + 12,5 \cdot 15 + 17,5 \cdot 8}{3 + 12 + 15 + 8} \approx 11,18$.

c) Phương sai $S^2 = \frac{1}{38} (3 \cdot 2,5^2 + 12 \cdot 7,5^2 + 15 \cdot 12,5^2 + 8 \cdot 17,5^2) - (11,18)^2 \approx 19,42$.

d) Tìm khoảng tứ phân vị thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X:

- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{10} \in [5;10)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{38}{4} - 3}{12} \cdot (10 - 5) \approx 7,71.$$

- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{29} \in [10;15)$. Do đó tứ phân vị thứ ba là

$$Q_3 = 10 + \frac{3 \cdot \frac{38}{4} - (3 + 12)}{15} \cdot (15 - 10) = 14,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_{Q(x)} = Q_3 - Q_1 \approx 14,5 - 7,71 \approx 6,79$

Do $\Delta_{Q(x)} \approx 6,79 < \Delta_{Q(y)} = 9,23$ nên thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám Y phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám X.

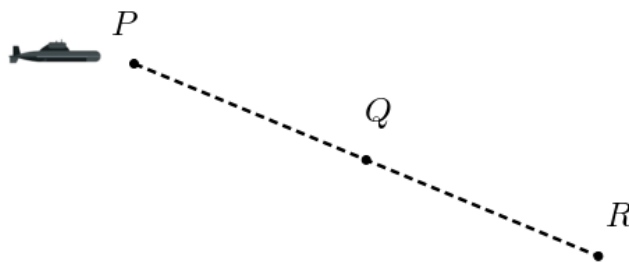
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: [VD] Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), trên màn hình radar phát hiện một chiếc tàu ngầm đang di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $P(-150; -150; -50)$ đến điểm $Q(-250; -250; -150)$ trong 20 phút. Nếu tàu ngầm tiếp tục di chuyển với cùng vận tốc và hướng đi, thì tọa độ điểm $R(x; y; z)$ của tàu ngầm sau 20 phút tiếp theo (tính từ thời điểm tàu ngầm ở điểm Q). Khi đó $S = x - y + z$ bằng

Trả Lời:....

Lời Giải.

Trả Lời: 300



Ta có:

$$\overrightarrow{PQ} = (-250 + 150; -250 + 150; -150 + 50) = (-100; -50; -100)$$

Vì tàu ngầm di chuyển cùng vận tốc và hướng đi và cùng thời gian 20 phút, nên $\overline{PQ} = \overline{QR}$

Do đó ta có:

$$\begin{cases} x+250=-100 \\ y+250=-50 \\ z+150=-100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-350 \\ y=-300 \\ z=-250 \end{cases}$$

Vậy $S = x - y + z = -350 + 300 - 250 = 300$

Câu 18: Trên không gian $Oxyz$ cho $A(1,0,3)$ và $B(-1;1;-2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A, B, M thẳng hàng. Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

Lời giải

Đáp án : 0,4

$M \in Oxy \Rightarrow M(x_0; y_0; 0)$

Ta có $\overline{AM} = (x_0 - 1; y_0; -3); \overline{AB} = (-2; 1; -5)$

Do A, B, M thẳng hàng nên \overline{AM} và \overline{AB} cùng phương hay $\frac{x_0 - 1}{-2} = \frac{y_0}{1} = \frac{-3}{-5}$

Ta có :

$$\frac{y_0}{1} = \frac{-3}{-5} \Rightarrow y_0 = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x_0 - 1}{-2} = \frac{3}{5} \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{5}$$

Vậy $x_0 + y_0 + z_0 = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + 0 = \frac{2}{5} = 0,4$

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2024; 2024)$ để hàm số

$$y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m+5$$

đạt cực đại tại $x = 0$?

Lời giải

Ta xét: $m = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x^4 + 6 \Rightarrow y' = 3x^3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x = 0$.

Ta có, bảng xét dấu $y' = 2x^3$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

Dựa, vào bảng xét dấu ta thấy $x = 0$ là điểm cực tiểu. Suy ra $m = 1$ (loại).

Ta xét: $m \neq 1 \Rightarrow y' = (m-1)x^4 + (m+2)x^3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{m+2}{m-1} \end{cases}$

Trường hợp 1: xét $m > 1$, suy ra $x_2 < x_1$.

Ta có, bảng xét dấu $y' = (m-1)x^4 + (m+2)x^3$

x	$-\infty$		$-\frac{m+2}{m-1}$		0		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Dựa, vào bảng xét dấu ta thấy $x = 0$ là điểm cực tiểu. Suy ra $m > 1$ (loại).

Trường hợp 2: $-2 < m < 1$, suy ra $x_2 > x_1$.

Ta có, bảng xét dấu $y' = (m-1)x^4 + (m+2)x^3$

x	$-\infty$		0		$-\frac{m+2}{m-1}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	

Dựa, vào bảng xét dấu ta thấy $x = 0$ là điểm cực tiểu. Suy ra $-2 < m < 1$ (loại).

Trường hợp 3: $m < -2$, suy ra $x_2 < x_1$.

Ta có, bảng xét dấu $y' = (m-1)x^4 + (m+2)x^3$

x	$-\infty$		$-\frac{m+2}{m-1}$		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	

Dựa, vào bảng xét dấu ta thấy $x = 0$ là điểm cực đại. Suy ra $m < -2$ (nhận).

Vậy, tập hợp tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn đề bài là $m < -2$ mà m thuộc khoảng $(-2024; 2024)$.

Suy ra, số giá trị nguyên của m là 2021.

Đáp án: 2021

Câu 20: [VD] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên

$m \in (-1; 2024)$ để đồ thị có hai đường tiệm cận.

Trả Lời:....

Lời Giải.

Trả Lời: 2024

Đồ thị hàm số chắc chắn có 1 tiệm cận ngang (hoặc xiên). Suy ra để đồ thị có hai đường tiệm cận thì $x = -2$ không là nghiệm của $g(x) = mx^2 + 6x - 2$

Suy ra $g(-2) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2}$

Vậy có 2024 giá trị nguyên $m \in (-1; 2024)$ để đồ thị có hai đường tiệm cận

Câu 21: Một sợi dây có chiều dài $20m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất (làm tròn tới hàng phần mười theo đơn vị mét).

Lời giải

Đáp án : 11,2

Gọi chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông là $x (m)$ ($0 < x < 20$)

=> chiều dài của đoạn dây làm thành hình tròn là $20 - x (m)$

+) Diện tích hình vuông là: $\left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$

+) Bán kính hình tròn là: $R = \frac{20-x}{2\pi}$

=> Diện tích hình tròn: $\pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{20-x}{2\pi}\right)^2 = \frac{400 - 40x + x^2}{4\pi}$

+) Tổng diện tích hai hình: $\frac{x^2}{16} + \frac{400 - 40x + x^2}{4\pi} = \left(\frac{\pi + 4}{16\pi}\right)x^2 - \frac{10}{\pi}x + \frac{100}{\pi}$

Xét $f(x) = \left(\frac{\pi+4}{16\pi}\right)x^2 - \frac{10}{\pi}x + \frac{100}{\pi}$. Nhận thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại

$$f'(x) = \frac{\pi+4}{8\pi}x - \frac{10}{\pi}$$

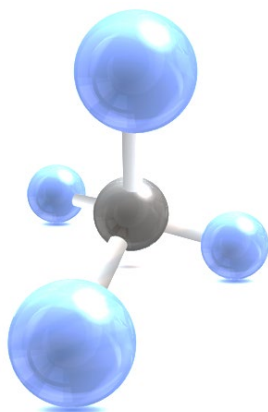
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi+4}{8\pi}x - \frac{10}{\pi} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{80}{\pi+4}.$$

x	$-\infty$	$\frac{80}{\pi+4}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

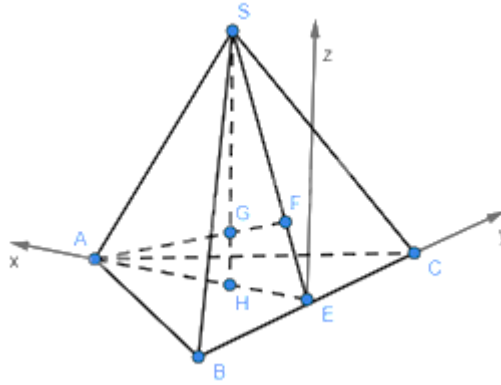
Vậy chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông để tổng diện tích của hai hình đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{80}{\pi+4} \approx 11,2 \text{ m}$

Câu 22: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó.
 Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện.

Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm gần đúng độ lớn góc liên kết này (đơn vị đo là độ).



Lời giải



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overline{GA}, \overline{GS})$

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với E trùng với gốc tọa độ O

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là a

$$\text{Ta có: } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\text{Lại có: } \frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA \text{ và } AF \text{ cắt } SH \text{ tại } G \text{ nên } \frac{GH}{GS} = \frac{GF}{GE} = \frac{FH}{SA} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right)$$

$$\text{Do đó: } \overline{GA} = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{a\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\overline{GS} = \left(0; 0; \frac{a\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overline{GA}, \overline{GS}) = \frac{-\frac{a\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overline{GA}, \overline{GS}) \approx 109,5^\circ$$

Đáp án: 109,5

----- Hết -----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1

MÔN THI: TOÁN 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có ba phần: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (12 Câu). Câu trắc nghiệm đúng sai (04 Câu). Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (6 Câu).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

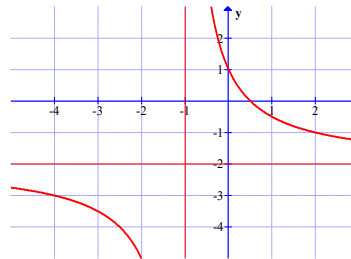
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y			$+\infty$		$+\infty$

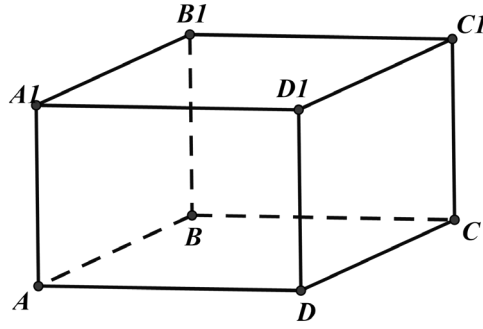
Biểu đồ biến thiên chi tiết: Bảng biến thiên trên có các giá trị cực trị tại $x = -3$ (cực đại) và $x = -1$ (cực tiểu). Bảng biến thiên dưới có các giá trị cực trị tại $x = -2$ (cực tiểu) và $x = -2$ (cực đại). Các giá trị này được nối bằng các mũi tên.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2025; -2024)$.
- Câu 2.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng
A. 2. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 5.
- Câu 3.** Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?
A. $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$ **B.** $y = \frac{x + 1}{2x - 3}$ **C.** $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$ **D.** $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.
- Câu 4.** Đồ thị hình bên là của hàm số:



- A.** $y = \frac{3 - 2x^2}{x + 1}$ **B.** $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ **C.** $y = \frac{1 - 2x}{1 - x}$ **D.** $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$
- Câu 5.** Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**:



- A.** $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:
A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$. **B.** $\vec{c} = (8; -2; -6)$. **C.** $\vec{c} = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

Câu 7. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A.** 0,286 **B.** 0,286 **C.** 0,386 **D.** 0,4

Câu 8. Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 7,56 **B.** 5,72 **C.** 2,75 **D.** 1,75

Câu 9. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số $(-\infty; -3)$

- A.** $(-3; 2)$ **B.** $y = -8x + 5$. **C.** $0 \leq m < 4$. **D.** $m \geq 4$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-5	0	2	$+\infty$		
y'	+	0	-		-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -5$.
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5; 2)$.

Câu 11. Có bao nhiêu giá nguyên của m để phương trình $-x^3 + 3x^2 - 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt:

- A.** 5. **B.** 2 **C.** Vô số **D.** 3.

Câu 12. Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?

A. $A'(-2;1;1)$

B. $A'(3;5;-6)$

C. $A'(5;-1;0)$

D. $A'(2;0;2)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

a) **[NB]** Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $x = 1$.

b) **[TH]** $f(2024) > f(2025)$.

c) **[TH]** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 3.

d) **[VD,VDC]** Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

a) **[NB]** Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) **[TH]** $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

c) **[TH]** Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) **[VD]** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm bé hơn 1 là 3.

Câu 3. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.

b) **[TH]** Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.

c) **[TH]** Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) **[TH]** Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4. Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
[20;25)	6
[25;30)	5
[30;35)	7
[35;40)	8
[40;45)	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.
- b) **[TH]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.
- c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.
- d) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi $C(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2;4;1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10;12;5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a;b;c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 3. Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0,2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

Câu 5. Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?

Câu 6. Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12\text{ m}$ và $AD = 5\text{ m}$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 10 cm , vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	C	D	D	B	A	C	B	B	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) S
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-1	49,8	10	9	25	18

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2025; -2024)$

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 2.
- B. 7.
- C. 1.
- D. 5.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

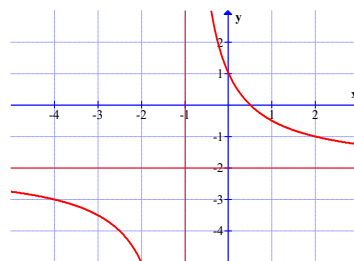
- A. $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$
- B. $y = \frac{x + 1}{2x - 3}$
- C. $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$
- D. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \frac{x^2 - x}{x - 2} = x + 1 + \frac{2}{x - 2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x - 2} = 0$

Câu 4. Đồ thị hình bên là của hàm số:



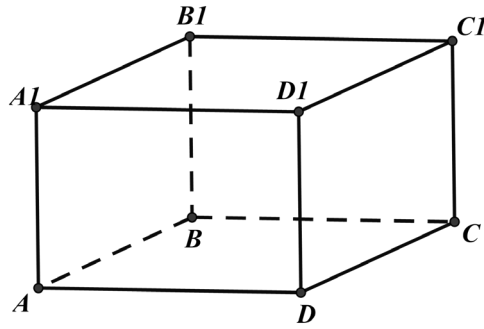
- A. $y = \frac{3 - 2x^2}{x + 1}$
- B. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$
- C. $y = \frac{1 - 2x}{1 - x}$
- D. $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D

TCĐ: $x = -1$; TCN: $y = -2$

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?



- A.** $\vec{BC} - \vec{B_1C_1} = \vec{B_1A_1} - \vec{BA}$. **B.** $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$.
C. $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$. **D.** $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{BC} - \vec{B_1C_1} = \vec{B_1A_1} - \vec{BA} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{0}$ suy ra A đúng

$\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CB} = \vec{AB} = \vec{DC}$ suy ra B đúng

$\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$ - quy tắc hình hộp suy ra C đúng

Vậy D sai

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

- A.** $\vec{c} = (4; -1; -3)$. **B.** $\vec{c} = (8; -2; -6)$. **C.** $\vec{c} = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

Lời giải

Chọn B

Có $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = (-2; 2; 0)$; $\vec{c} = 2(1; 2; -3) - 3(-2; 2; 0)$ suy ra $\vec{c} = (8; -2; -6)$

Câu 7. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A.** 0,286 **B.** 0,286 **C.** 0,386 **D.** 0,4

Lời giải

Chọn A

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là chiều cao tương ứng của 100 cây keo.

Tứ phân vị thứ nhất là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [8,8; 9,0]$. Do đó

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5 + 12)}{25} (9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2} \in [9,0; 9,2]$. Do đó

$$Q_3 = 9,0 + \frac{3 \cdot \frac{100}{4} - (5 + 12 + 25)}{44} (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 9,15 - 8,864 = 0,286$.

Câu 8. Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

A. 7,56

B. 5,72

C. 2,75

D. 1,75

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 30$

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)
Số ngày	6	7	6	6	5
Phần tử đại diện	4	6	8	10	12

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{6.4 + 7.6 + 6.8 + 6.10 + 5.12}{30} = 7,8$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{30} (6.4^2 + 7.6^2 + 6.8^2 + 6.10^2 + 5.12^2) - (7,8)^2 = 7,56$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sqrt{7,56} \approx 2,75$$

Câu 9. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số $(-\infty; -3)$

A. $(-3; 2)$

B. $y = -8x + 5$.

C. $0 \leq m < 4$.

D. $m \geq 4$.

Lời giải

Chọn B

$$(-\infty; -3) \text{ suy ra } y' = 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $(0; 5)$ và $(4; -27)$ suy ra đáp án **B**.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-5	0	2	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -5$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Có bao nhiêu giá nguyên của m để phương trình $-x^3 + 3x^2 - 1 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt:

A. 5.

B. 2

C. Vô số

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$-x^3 + 3x^2 - 1 - m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 1 = m$$

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		-1	↗		3
		↘			↘		$-\infty$

Dựa vào BBT phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $-1 < m < 3$, các giá trị nguyên m cần tìm là: 0;1;2.

- Câu 12.** Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?
- A. $A'(-2;1;1)$ B. $A'(3;5;-6)$ C. $A'(5;-1;0)$ D. $A'(2;0;2)$

Lời giải

Chọn B

Dùng công thức hình hộp $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{AA'} = (x-1; y; z-1)$; $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$; $\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$; $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$. Suy ra $A'(3;5;-6)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		3	↘		$+\infty$
		↘		-5	↗		

- a) **[NB]** Hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $x = 1$.
 b) **[TH]** $f(2024) > f(2025)$.
 c) **[TH]** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 3.
 d) **[VD,VDC]** Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Lời giải

a) **Đúng**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị cực tiểu tại điểm $x = 1$.

b) **Sai**

Vì hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $2024 < 2025$ nên $f(2024) < f(2025)$

c) **Sai**

Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là 3 và -5 nên tổng của chúng bằng -2

d) **Sai**

Đồ thị hàm số có hai cực trị là $A(-1; 3)$ và $B(1; -5)$.

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là AB có phương trình: $4x + y + 1 = 0$.

Đường thẳng AB cắt trục tọa độ tại 2 điểm có tọa độ $(0; -1)$ và $(-\frac{1}{4}; 0)$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tạo với trục tọa độ 1 tam giác vuông có diện tích

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

- a) **[NB]** Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) **[TH]** $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.
- c) **[TH]** Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- d) **[VD]** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm bé hơn 1 là 3.

Lời giải

a) Vì điều kiện xác định của hàm là $x - 1 \neq 0$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}, \forall x \neq 1, y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x(x - 1)} = 1 \right); \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} - x \right) = 3$, do đó $y = x + 3$ là

tiệm cận xiên. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta

lập bảng biến thiên của hàm

$$y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$$

đó, ta lập được bảng biến thiên hàm số $y = |f(x)|$

Từ	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
của	y'	+	0	-	-	0	+
x	y	$-\infty$	2	$+\infty$	1	2	$+\infty$
y'	y'	+	0	-	-	0	+
$ y = f(x) $	$ y = f(x) $	$+\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	$+\infty$

Để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm bé hơn 1 thì $0 < m < 2$.
 Vậy chỉ có 1 giá

trị nguyên $m = 1$ thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) **[NB]** Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.
 b) **[TH]** Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.
 c) **[TH]** Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69\text{ km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
 d) **[TH]** Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

- a) **Sai:** Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$.
 B) **Sai:** điểm $A(-300; -200; 10)$.
 c) **Đúng:** Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69(\text{km}).$$

 d) **Sai:** Vì $360,69 < 500$ nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4. Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
$[20; 25)$	6
$[25; 30)$	5
$[30; 35)$	7
$[35; 40)$	8
$[40; 45)$	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.
 b) **[TH]** Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.
 c) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.
 d) **[TH]** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

Lời giải

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
$[20; 25)$	22,5	6	6

$[25; 30)$	27,5	5	11
$[30; 35)$	32,5	7	18
$[35; 40)$	37,5	8	26
$[40; 45)$	42,5	2	28

a) Sai: Ta có: $R = 45 - 20 = 25$

b) Sai: Ta có: $n = 28 \Rightarrow \frac{3n}{4} = 21 \Rightarrow 18 < 21 < 26$.

Nhóm thứ tư là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21

$$\Rightarrow Q_3 = 35 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 28 - 18}{8} \cdot (40 - 35) = 36,875$$

c) Đúng: $\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 8 + 42,5 \cdot 2}{28} = \frac{885}{28} \approx 31,61$

d) Đúng: $s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

$$= \frac{22,5^2 \cdot 6 + 27,5^2 \cdot 5 + 32,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 8 + 42,5^2 \cdot 2}{28} - \left(\frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 8 + 42,5 \cdot 2}{28} \right)^2$$

$$s_x^2 \approx 39,38$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 3; -1)$ và $B(-1; -6; 2)$. Gọi $C(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.

Lời giải

Do C thuộc trục Ox nên $C(c; 0; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -9; 3)$ và $\overrightarrow{AC} = (c; -3; 1)$.

Vì $C = AB \cap Ox$ nên ba điểm A, B, C thẳng hàng hay \overrightarrow{AB} cùng phương \overrightarrow{AC} .

$$\Leftrightarrow \frac{c}{-1} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow c = -\frac{1}{3}. \text{ Vậy } C\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right).$$

Ta có $a = -\frac{1}{3}; b = 0; c = 0 \Rightarrow S = 3a + b + c = -1$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2; 4; 1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10; 12; 5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a; b; c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Vì hướng của con ong không đổi nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BM} là cùng hướng. Do vận tốc của con ong không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng $\frac{5}{3}$ thời gian bay từ B đến M nên ta có

$$3AB = 5BM$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{3AB} = \overrightarrow{5BM}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{3AB} = (24; 24; 12) \text{ và } \overrightarrow{5BM} = (5a - 50; 5b - 60; 5c - 25)$$

$$\text{Nên ta có hệ } \begin{cases} 5a - 50 = 24 \\ 5b - 60 = 24 \\ 5c - 25 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{74}{5} \\ b = \frac{84}{5} \\ c = \frac{37}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5a - b - c = 49,8$$

Đáp số 49,8.

Chú ý: Giáo viên có thể giải thích cho học sinh:

+) Chi phí cố định trong sản xuất kinh doanh là những khoản chi phí mà doanh nghiệp phải trả bất kể sản lượng sản xuất hoặc mức độ hoạt động kinh doanh thay đổi. Điều này có nghĩa là dù doanh nghiệp sản xuất ít hay nhiều, các chi phí này vẫn không thay đổi.

+) Chi phí biến đổi trong hoạt động kinh doanh là những khoản chi phí thay đổi theo mức độ hoạt động sản xuất hoặc kinh doanh của doanh nghiệp. Điều này có nghĩa là khi sản xuất hoặc bán hàng tăng lên, chi phí biến đổi cũng tăng theo, và ngược lại, khi sản xuất hoặc bán hàng giảm, chi phí biến đổi sẽ giảm.

Câu 3. Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0,2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

$$\text{Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời là } p'(t) = \frac{1120 \cdot e^{0,2t}}{(e^{0,2t} + 7)^2}, t \geq 0.$$

$$\text{Ta có } p''(t) = \frac{224 \cdot e^{0,2t} (7 - e^{0,2t})}{(e^{0,2t} + 7)^3}, p''(t) = 0 \Leftrightarrow 7 - e^{0,2t} = 0 \Leftrightarrow t = 5 \ln 7.$$

t	0	$5 \ln 7$	$+\infty$
$p''(t)$		+	0
$p'(t)$	$\frac{35}{2}$	40	0

Từ bảng biến thiên ta thấy, thời điểm tốc độ tăng trưởng lớn nhất là $t = 5 \ln 7 \approx 10$.

Đáp án: 10

Câu 4. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

Lời giải

Theo giả thiết :

- Thời gian làm việc của máy A là x ngày.
- Thời gian làm việc của máy B là y ngày.

Nên ta có $x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x \quad (*)$.

Và $0 < y \leq 6 \Rightarrow 4 \leq x < 10$.

Số tiền lãi $f(x) = x^3 + 2x + 326y - 27y^3 = x^3 + 2x + 326(10 - x) - 27(10 - x)^3$ (thay (*) vào).

$\Leftrightarrow f(x) = 28x^3 - 810x^2 + 7776x - 23740$ với $x \in [4; 10]$.

Ta có $f'(x) = 84x^2 - 1620x + 7776$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 84x^2 - 1620x + 7776 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = \frac{72}{7}(l)$.

Bảng biến thiên.

x	4	9	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(4)$	$f(9)$	$f(10)$

Từ BBT ta có $x = 9$ là giá trị cần tìm.

Câu 5.

Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?

Lời giải

Để giải bài toán tối ưu hóa lợi nhuận, ta cần xác định hàm lợi nhuận của công ty dựa trên số lượng búp bê được sản xuất, sau đó tìm giá trị của x để lợi nhuận này đạt cực đại.

1. Xác định các hàm liên quan:

- Chi phí cố định khi sản xuất bất kì đơn vị búp bê nào là: $C = 500.000$ đồng.
- Chi phí biến đổi khi sản xuất x đơn vị búp bê là: $C_v(x) = 100.000x$ đồng ($x > 0$)
- Giá bán mỗi đơn vị búp bê là: $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng.

2. Xác định hàm doanh thu và hàm chi phí:

- Hàm doanh thu: khi sản xuất x đơn vị búp bê thì sẽ thu được
 $R(x) = P(x) \times x = (600.000 - 10.000x) \times x = 600.000x - 10.000x^2$ (đồng)

- Hàm chi phí: Tổng chi phí để sản xuất x đơn vị búp bê là
 $C(x) = C + C_v(x) = 500.000 + 100.000x$ (đồng)

3. Xác định hàm lợi nhuận khi sản xuất x đơn vị búp bê (lợi nhuận là phần chênh lệch giữa doanh thu và chi phí):

$f(x) = R(x) - C(x) = (600.000x - 10.000x^2) - (500.000 + 100.000x)$ (đồng)

$\Rightarrow f(x) = -10.000x^2 + 500.000x - 500.000$ với ($x > 0$)

Ta có bảng biến thiên của hàm số

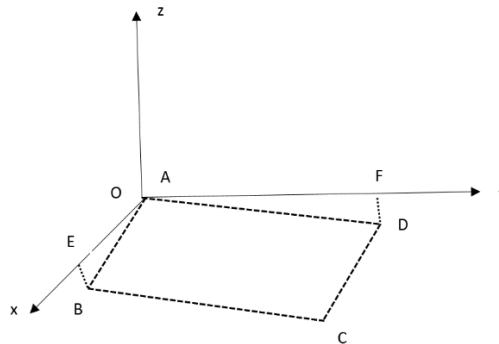
x	0	25	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-500.000	5.750.000	$-\infty$

Như vậy, công ty nên sản xuất 25 đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa.

Đáp án: 25

Câu 6. Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12\text{ m}$ và $AD = 5\text{ m}$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 10 cm , vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

Lời giải



$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{1200^2 - 10^2} \simeq 1200\text{ cm.}; AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{500^2 - 10^2} \simeq 500\text{ cm.}$$

Theo hình vẽ ta có tọa độ các điểm: $A(0;0;0)$, $B(1200;0;-10)$, $D(0;500;-8)$

$$\overrightarrow{AD} = (0;500;-8), \overrightarrow{BC} = (x-1200;y;z+10)$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1200=0 \\ y=500 \\ z+10=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1200 \\ y=500 \\ z=-18 \end{cases}$$

Vậy vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A là 18 cm .

Đáp án: 18 cm

----- Hết -----