ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 1

Bài 1.

Cho hàm số: $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M(1; 5)

3) Tìm m để đường thẳng (d) : y = mx + 1 cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O.

Bài 2.

1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ trên [0;2]

2. Cho hàm số $y = \ln\left(\dfrac{1}{1+x}\right)$ với $x > -1$.

Tính giá trị của biểu thức: $T = x.y' - e^y + 2011$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

1. $2^{2x+2} - 3.2^{x+1} + 2 = 0$
2. $(3+\sqrt{5})^x + (3-\sqrt{5})^x = 2^{x+1}$
3. $\log_{x-1}\left(x^2 - 3x + 2\right) - \dfrac{1}{2}\log_{x-2}(x-1)^2 = 1$
4. $\log_2\left(2^x + 1\right).\log_4(2^{x+1} + 2) = 1$

Bài 4. Cho hình chóp S.ABC có đáy là ΔABC vuông tại B, AC = 2a, BC = a. Cạnh SA $\perp$ (ABC). Góc [(SBC), (ABC)] = 60^0.

a) Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

b) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp và thể tích khối cầu ngoại tiếp của hình chóp.

c) Gọi (T) là hình trụ có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC và có một đường sinh là SA. Tính diện tích xung quanh và thể tích của khối trụ (T).

d) Mặt phẳng (P) qua B và vuông góc với SC chia hình chóp SABC thành hai khối đa diện. Hãy tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó.

---------------------Hết--------------------

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 2

Câu1: Cho hàm số $y = \frac{(m-1)x + m}{x + m}$, gọi đồ thị là (Cm).

1/ Xác định các giá trị của m để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

2/ Chứng minh rằng: với mọi $m \neq 0$ và $m \neq 2$ thì (Cm) luôn đi qua hai điểm cố định A và B. Xác định m để các tiếp tuyến của (Cm) tại A và B song song với nhau.

3/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 3.

Câu2:

1/ Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $x^{\log_2 9} = x^2.3^{\log_2 x} - x^{\log_2 3}$

b) $\log_5(1+\sqrt{x}) > \log_{16} x$

2/ Tìm m để mọi nghiệm của bất phương (1) đều là nghiệm của bất phương trình (2):

$2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}+1} > 8$ (1)

$4x^2 - 2mx - (m-1)^2 < 0$ (2)

Câu3: Cho x, y, z là ba số thực thỏa mãn: $x + y + z = 0$. Chứng minh:

$$\sqrt{3+4^x} + \sqrt{3+4^y} + \sqrt{3+4^z} \geq 6$$

Câu4: Cho lăng trụ xiên ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A'lên mặt phẳng ABC trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cho biết $\widehat{BAA'} = 45^0$.

Tính thể tích và diện tích xung quanh của lăng trụ.

---------------------**Hết**--------------------

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 3

Bài 1: Cho hàm số: $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m=0.
b) Tìm m để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2. Khi đó, tìm max A = $|x_1x_2 - 2(x_1+x_2)|$

Bài 2: Giải phương trình, bất phương trình:

a) $\log_2(x - \sqrt{x^2-1}) + 3\log_2(x + \sqrt{x^2-1}) = 2$

b) $(9\sqrt{3} + 11\sqrt{2})^x + 2(5 + 2\sqrt{6})^x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x < 1$

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{1 + \sin^6 x + \cos^6 x}{1 + \sin^4 x + \cos^4 x}$$

Bài 4: Cho $a, b > 1;\ x > 0$. Chứng minh: $\log_a b < \log_{a+x}(b+x)$

Bài 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, AB=a, AD = a$\sqrt{2}$, SA =a và SA vuông góc với (ABCD).Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và SC, I là giao điểm của BM và AC.

a) Tính thể tích khối tứ diện ANIB.
b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

--------------------Hết--------------------

\

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 4

Câu 1: Cho hàm số $y = 4x^3 + (2m + 4)x^2 + (m – 1)x – m – 1$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 1$.
b) Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1 , x_2 , x_3 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$.

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $3^{2x^2-x+5} - 3^{x^2+3x+2} - 3^{x^2-4x+3} + 1 = 0$

b) $\sqrt{3+\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} x} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}\log_2 x^2} = 1$

Câu 3: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = 4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x}$

Câu 4: Tìm số thực *a* lớn nhất để $\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+a} \le e, \quad \forall x \ge 1$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, AB = a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh B' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC và góc tạo bởi BB' với mặt phẳng (ABC) bằng 60^0.

a) Tính thể tích khối tứ diện $ABCC'$.
b) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCB'$.

---------------------Hết--------------------

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 5

Bài 1. Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Tìm điểm M trên đồ thị hàm số sao cho tam giác ABM có diện tích bằng $\frac{3}{4}$ với A, B là điểm cực trị của đồ thị (C).

Bài 2.

a) Giải phương trình: $\frac{8^x + 2^x}{4^x - 2} = 5$

b) Giải bất phương trình: $\log_{(x-1)^2} \frac{1}{4} > \frac{1}{2}$

Bài 3. Cho x, y là hai số dương khác 1. Chứng minh: nếu $\log_x(\log_y x) = \log_y(\log_x y)$ thì x = y.

Bài 4. Cho tứ diện SABC có SA = SB = SC = a và $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^0; \widehat{BSC} = 90^0$.

a) Tính các cạnh của tam giác ABC. Chứng minh tam giác ABC vuông.

b) Chứng minh SA vuông góc với BC.

c) Tính thể tích khối tứ diện SABC.

--------------------Hết--------------------

ĐỀ SỐ 6

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ (1) (m là tham số)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi m= 0.
b) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng y=1 tại 3 điểm phân biệt A(0;1), B, C sao cho các tiếp tuyến của đồ thị tại B và C vuông góc với nhau.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e^3\right]$.

Câu 3: Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x-1} - \log_{\frac{1}{2}}(3-x) - \log_8(x-1)^3 = 0$

b) $\sqrt{15.2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc BAD bằng 60^0, SA $\perp$ (ABCD), SA= a.

a) Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song song với BD, cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B', D'. Tính thể tích của khối chóp S.AB'C'D'.

b) Tính khoảng cách từ A đến mp(SCD).

Câu 5: Tìm các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

$$25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2).5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$$

---------------------Hết--------------------

ĐỀ SỐ 7

Bài 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ (*m* là tham số) có đồ thị là (C_m).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi *m* = 1.

2. Xác định *m* để (C_m) có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Bài 2. a) Giải phương trình: $25^{x-2} + (x-2)5^{x-2} + x - 3 = 0$

b) Tìm *a* để bất phương trình sau có nghiệm: $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2+1} > \log_{\frac{1}{3}}(ax+a)$.

Bài 3. Cho $f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$). Tính $f'(\ln 2)$.

Bài 4. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình chữ nhật với *SA* vuông góc với đáy, *G* là trọng tâm tam giác *SAC*, mặt phẳng (*ABG)* cắt *SC* tại *M*, cắt *SD* tại *N*. Tính thể tích của khối đa diện *MNABCD* biết *SA=AB=a* và góc hợp bởi đường thẳng *AN* và mp*(ABCD)* bằng 30^0.

---------------------Hết--------------------

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 8

Câu 1: Cho hàm số $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2-\frac{7}{4}$

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm k để phương trình $x^4-8x^2+7+\log_2 k=0$ có bốn nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4 không thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$.

Câu 2: Cho đồ thị (C): $y=-x+3+\frac{3}{x-1}$. Định m để đường thẳng d: y=2x+m cắt (C) tại hai điểm P, Q sao cho độ dài PQ ngắn nhất.

Câu 3: Giải các phương trình và bất phương trình sau :

1) $2^{6x^2-9x+2}+6.2^{3x^2-7x+1}-2^{4-5x}=0$.

2) $6.9^{\log_2 x}+6x^2=13x^{\log_2 6}$.

Câu 4: Cho $\log_p q=\sqrt{11}$, tính $\log_{\frac{p}{\sqrt{q}}}\sqrt[3]{p^2q^5}$.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABC có đường cao SA, đáy là một tam giác đều, SA = a, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30^0.

a) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a .
b) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC theo a .

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên cạnh SB và SC. Tính thể tích khối chóp S.AEF theo a .

--------------------Hết--------------------

ĐỀ SỐ 9

Bài 1: Cho hàm số $y = 3x - x^3$ (1)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại các điểm thuộc (C) có tung độ bằng 2.

Bài 2: Giải các phương trình:

1/ $3^{2x+1} - 10.3^x + 3 = 0$

2/ $\log_2(x+1) + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 1 + \log_2 x$

3/ $2^x + 1 = 5^{\frac{x}{2}}$

Bài 3:

1/ Định m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + x + 1$ nghịch biến trên khoảng (1;2).

2/ Cho hai số dương x, y thay đổi và luôn có tổng bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathrm{P} = xy + \frac{1}{xy}$.

Bài 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SAB là tam giác đều và mp(SAB) vuông góc với đáy.

1/ Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

2/ Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

---------------------Hết--------------------

ĐỀ ÔN HỌC KÌ 1 – MÔN TOÁN 12

ĐỀ SỐ 10

Câu1: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = 1.
b) Định m để hàm số (1) có cực trị và hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị cách đều đường thẳng $(\Delta): x + y - 3 = 0$.

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $9^x - 10.3^{x-1} + 1 = 0$

b) $\log_2^2(x+3)^2 + 2\log_4 16(x+3) - 9 = 0$

Câu3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = \cos^2 2x + 2(\sin x + \cos x)^3 - 3\sin 2x + 1$$

Câu4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = 2a , AD = a. Mặt bên SAD là tam giác đều và mp (SAD) vuông góc với đáy.

a) Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD.
b) Xác định tâm và tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

---------------------Hết--------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TOÁN 12 – ÔN TẬP HỌC KÌ 1

Đề số 1:

Câu 1.
1. Khảo sát và vẽ đồ thị: HS tự trả lời
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) qua M(1,5)
- Phương trình tiếp tuyến qua M(1,5) có hệ số góc k có dạng: y=k(x-1)+5
-(C) tiếp xúc với (d) khi hệ pt sau có nghiệm

$\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x+2} = k(x-1)+5 \ (1) \\ \dfrac{3}{(x+2)^2} = k \ (2) \end{cases}$. Thế (2) vào (1) ta được pt: $3x^2+18x+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow k=3 \\ x=-5 \Rightarrow k=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Vậy có 2 tiếp tuyến là: $y=3x+2; y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{14}{3}$

3. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M(1; 5)
- Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+2} = mx+1$ (x ≠ -2) $\Leftrightarrow mx^2+(2m-1)x+1=0$

- Để (C) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = (2m-1)^2-4m>0 \\ f(-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{2-\sqrt{3}}{2} \\ m > \dfrac{2+\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \end{cases}$

- Theo Viet, $\begin{cases} x_A+x_B = \dfrac{1-2m}{m} \\ x_A.x_B = \dfrac{1}{m} \end{cases}$; $\overrightarrow{OA} = (x_A, mx_A+1); \quad \overrightarrow{OB} = (x_A, mx_B+1)$

- Để OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}$ (thỏa đk)

Câu 2. 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ trên [0;2]
- Tập khảo sát [0;2]
- Đạo hàm: $y' = e^{-\frac{x^2}{2}}(1-x^2)$; $y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$
- Ta có: $f(0)=0; \quad f(2)=2e^{-2}; \quad f(1)=e^{-1/2}$
- Vậy $\text{Min } f(x)=0$ khi x=0; $\text{Max } f(x)=e^{-1/2}$ khi x=1

2. $y' = \dfrac{-1}{1+x} \Rightarrow T = 2010$

BÀI 3. Giải các phương trình sau

1. Đặt $t = 2^{x+1} > 0$; $pt \Leftrightarrow t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

2. Chia 2 vế cho 2^x

$pt \Leftrightarrow \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = 2(*)$ Đặt $t = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x > 0$ thế vào (*) $\Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow x = 0$

3. Đk $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$; $pt \Leftrightarrow \log_{x-1}(x-1)(x-2) - \log_{x-2}(x-1) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_{x-1}(x-2) = 1(\text{VN}) \\ \log_{x-1}(x-2) = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}\,(l) \end{array}\right. \end{array}\right.$

4. $pt \Leftrightarrow \log_2(2^x+1).\left[1 + \log_2(2^x+1)\right] = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2(2^x+1) = 1 \Leftrightarrow x = 0 \\ \log_2(2^x+1) = -2(\text{VN}) \end{array}\right.$

BÀI 4.

$(SBC, ABC) = \widehat{SBA} = 60^0$; $\text{AC} = 2a, \text{BC} = a, \text{AB} = a\sqrt{3},\ SA = 3a,\ SB = 2a\sqrt{3},\ SC = a\sqrt{13}$

a. $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = a^3\frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $R = SI = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ (I là trung điểm SC); $S = 13\pi a^2$; $V = a^3\pi\frac{13\sqrt{13}}{6}$

c. $S_{xq} = 6\pi a^2$; $V = 3\pi a^3$

d. Kẻ đường cao AH của tam giác SAC

Trong (ABC), Kẻ $\text{BK} \perp \text{AC}$. Trong (SAC), kẻ $\text{KH'} \perp \text{AC} \Rightarrow (P)$ là mp(BKH')

$V_1 = V_{C.BKH'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{104} \Rightarrow V_2 = V_{S.ABC} - V_{C.BKH'}$. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{51}$

<u>Đề số 2:</u>

<u>Câu1</u>: $y = \frac{(m-1)x+m}{x+m}\,(C_m)$

1/ TXĐ : $D = R\setminus\{-m\}$. $y' = \frac{m^2-2m}{(x+m)^2}$

Xét hai trường hợp:

* $m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 2$

• $m = 0 \Rightarrow y = -1, \forall x \neq 0$

• $m = 2 \Rightarrow y = 1, \forall x \neq -2$

Vậy nếu $m = 0$ hoặc $m = 2$ thì hàm số trở thành hàm hằng

* $m^2 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ và $m \neq 2 \Rightarrow y' \neq 0, \forall x \neq -m$

Trong TH này, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi:

$y' > 0, \forall x \neq -m \Leftrightarrow m^2 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 0$ hoặc $m > 2$

Vậy: với $m < 0$ hoặc $m > 2$ thì hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó

2/ Khi $x \neq -m$ ta có:

$y = \frac{(m-1)x+m}{x+m} \Leftrightarrow (x-y+1)m = x(y+1)$

Pt trên nghiệm đúng với mọi m, khi: $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x(y+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, y=1 \\ x=-2, y=-1 \end{array}\right.$

Nếu $x=0$ thì $m \neq 0$ và nếu $x=-2$ thì $m \neq 2$.

vậy nếu $m \neq 0$ và $m \neq 2$ thì (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định $A(0;1)$ và $B(-2;-1)$

Các tiếp tuyến của (C_m) tại A và B song song với nhau $\Leftrightarrow y'(0)=y'(-2) \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow m=1$

Câu2:

1/ Giải pt và bpt;

a) $x^{\log_2 9} = x^2.3^{\log_2 x} - x^{\log_2 3}$. Với đk $x>0$, đặt $t=\log_2 x \Rightarrow x=2^t$

PTTT: $\left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t = 1$. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số , c/m $t=1$ là nghiệm duy nhất của pt.

Suy ra : $x=2$ là nghiệm của pt đã cho

b) $\log_5(1+\sqrt{x}) > \log_{16} x$

Với đk $x>0$, đặt $t=\log_{16} x \Rightarrow x=16^t$

Sau khi biến đổi , bpt trở thành: $\left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t > 1$ (*)

Đặt $f(t)=\left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{4}{5}\right)^t$. c/m $f(t)$ là hàm số nghịch biến trên R

Mà (*) $\Leftrightarrow f(t) > f(1) \Rightarrow t<1$. Với $t<1 \Rightarrow \log_{16} x < 1 \Leftrightarrow 0<x<16$

2/ $2^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}+1} > 8$ (1) , $4x^2 - 2mx - (m-1)^2 < 0$ (2)

Giải bpt (1) : $0 < x < \frac{1}{2}$

Bài toán đưa về: tìm m để bpt (2) thoả mãn với $\forall x \in (0;\frac{1}{2})$

Xét bpt (2): $\Delta = 5m^2 - 8m + 4 > 0, \forall m \Rightarrow$ nghiệm của (2) là : $x_1 < x < x_2$

YCBT $\Leftrightarrow x_1 \le 0 < \frac{1}{2} \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \le 0 < x_2 \\ x_1 - \frac{1}{2} < 0 \le x_2 - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ (x_1-\frac{1}{2})(x_2-\frac{1}{2}) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ x_1.x_2 - \frac{1}{2}(x_1+x_2) + \frac{1}{4} \le 0 \end{cases}$

(*) Ta có: $x_1.x_2 = -(m-1)^2, x_1+x_2 = \frac{m}{2}$. Thế vào (*) và giải tìm m.

Câu3: Cho ba số thực x,y,z thoả: $x+y+z=0$. CM: $\sqrt{3+4^x} + \sqrt{3+4^y} + \sqrt{3+4^z} \ge 6$

Theo bđt Cauchy, ta có: $3+4^x = 1+1+1+4^x \ge 4\sqrt[4]{4^x} \Rightarrow \sqrt{3+4^x} \ge 2.4^{\frac{x}{8}}$ (1)

Tương tự: $\sqrt{3+4^y} \ge 2.4^{\frac{y}{8}}$ (2)

$\sqrt{3+4^z} \ge 2.4^{\frac{z}{8}}$ (3)

Từ (1), (2) và (3)$\Rightarrow VT \ge 2(4^{\frac{x}{8}} + 4^{\frac{y}{8}} + 4^{\frac{z}{8}}) \ge 2.3.\sqrt[3]{4^{\frac{x}{8}}.4^{\frac{y}{8}}.4^{\frac{z}{8}}} = 6$ (vì $x+y+z=0$)

Dấu «=» xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = 4^y = 4^z = 1 \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=0$

Câu 4: Gọi K, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA

Ta có: $A'H \perp (ABC)$, với H là trực tâm của ΔABC

C/m: $AB \perp A'K, AC \perp A'J$

$\Delta A'HK = \Delta A'HJ(c.g.c) \Rightarrow A'K = A'J$

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ,tính được: $A'K = \dfrac{a}{2}, A'A = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra: $S_{ABB'A'} = S_{ACC'A'} = AB.A'K = \dfrac{a^2}{2}$

C/m : $BC \perp (A'AI) \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp BB'$

Suy ra: $S_{BCC'B'} = BC.BB' = BC.A'A = a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. $S_{xq} = S_{ABB'A'} + S_{ACC'A'} + S_{BCC'B'} = \dfrac{(2+\sqrt{2})a^2}{2}$

Đề số 3:

Bài 1: Cho hàm số: $y = \dfrac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x$ (1)

b)Hàm số đạt cực trị tại $x_1;x_2$ ⇔ -5<m<-1

A = $\dfrac{1}{2}\left|m^2+8m+7\right| = \dfrac{1}{2}[9-(m+4)^2] \le \dfrac{9}{2}$. Max A = $\dfrac{9}{2}$

Bài 2: Giải phương trình , bất phương trình:

a) $\log_2(x-\sqrt{x^2-1}) + 3\log_2(x+\sqrt{x^2-1}) = 2$. ĐK: $x \ge 1$

Đặt t= $x+\sqrt{x^2-1}$; (t>0) ta có : $\log_2\dfrac{1}{t} + \log_2 t^3 = 2$ ⇔ t=2. PT có nghiệm x= $\dfrac{5}{4}$

a) $(9\sqrt{3}+11\sqrt{2})^x + 2(5+2\sqrt{6})^x - 2(\sqrt{3}-\sqrt{2})^x < 1$

Đặt t =$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^x$; (t>0) ta có bpt: $t^3 + 2t^2 - \dfrac{2}{t} < 1$

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

$y = \dfrac{1+\sin^6 x+\cos^6 x}{1+\sin^4 x+\cos^4 x} = \dfrac{2-\frac{3}{4}\sin^2 2x}{2-\frac{1}{2}\sin^2 2x}$. Đặt t= $\sin^2 2x$; $t \in [0;1]$; maxy=1; miny= $\dfrac{5}{6}$

Bài 4: cho a> b >1 ; x>0.Chứng minh: $\log_a b < \log_{a+x}(b+x)$

Xét hs: y= $\log_{a+x}(b+x)$

y’= $\dfrac{(a+x)\ln(a+x)-(b+x)\ln(b+x)}{(a+x)(b+x)\ln^2(a+x)} > 0; \forall x>0, a>b>1$

Bài 5:Gọi O là giao điểm của AC và BD.

NO $\perp$ (ABCD); NO=a/2; $V_{ANIB} = \dfrac{1}{3}NO.S_{AIB} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$; R=a

Đề số 4:

Câu 1:

a) Học sinh tự giải.
b) Biến đổi phương trình đã cho trở thành: (x + 1)(4x^2 + 2mx – m – 1) = 0 (2)

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ 4x^2+2mx-m-1=0\,(3) \end{array}\right.$$

Đthị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác -1, giải được $m \neq 1 \wedge m \neq -2$. Ta tìm m để ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$ (4).

Vì vai trò của x_2 và x_3 như nhau nên xét hai trường hợp sau:

TH1: x_1 =-1 và x_2, x_3 là hai nghiệm của (3). Khi đó $x_2+x_3=-\frac{m}{2}$. Thay vào (4) tìm được m =-3.

TH2: x_2 = -1 và x_1, x_3 là hai nghiệm của (3). Khi đó ta có: $x_1+x_3=-\frac{m}{2};\ x_1x_3=\frac{-m-1}{4};\ x_1+2x_3=4$

Giải hệ trên tìm được m = - 7, m = - 9/4. Kết luận: m = - 3, m = - 7, m = -9/4.

Câu 2:

a) Biến đổi phương trình đã cho thành: $(3^{x^2+3x+2}-1)(3^{x^2-4x+3}-1)=0$

b) Đk: x > 0 và $3+\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} x$ > 0. Biến đổi phương trình thành:

$\sqrt{3+\log_2 x}-\sqrt[3]{\log_2 x}=1$. Đặt $u=\sqrt{3+\log_2 x}$, v = $\sqrt[3]{\log_2 x}$, u ≥ 0. Ta có hệ:

$\begin{cases} u-v=1 \\ u^2-v^3=3 \end{cases}$ Giải tìm được $v=1, v=\sqrt{2}$ ($v=-\sqrt{2}$ loại). Từ đó giải được x = 2, x = $2^{2\sqrt{2}}$.

Câu 3: Đặt $t=4^{\sin^2 x}$, $t\in[1;4]$. Đs: maxy=5, miny=4

Câu 4: Lấy lôgarít cơ số e hai vế BĐT đã cho và biến đổi được: $a \le \dfrac{1}{\ln(1+\frac{1}{x})}-x$.

Đặt $f(x)=\dfrac{1}{\ln(1+\frac{1}{x})}-x,\ \ x\in[1;+\infty)$.

Tìm được GTNN của f(x) với x $\in$ [1; + ∞) bằng $\frac{1-\ln 2}{\ln 2}$. Từ đó giá trị lớn nhất của a bằng $\frac{1-\ln 2}{\ln 2}$.

Câu 4: (Học sinh tự vẽ hình)

a. Gọi H, I lần lượt là trung điểm AC, BC. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Theo giả thiết ta có $B'G$ vuông góc mp(ABC), $\angle B'BG=60^0$.

$V_{ABCC'}=V_{ABCB'}=\frac{1}{3}.B'G.S_{ABC}$

Trong tam giác vuông ABC: $S_{ABC}=\frac{a^2}{2},\ BH=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow BG=\frac{a\sqrt{5}}{3}$

Trong tam giác vuông $B'BG$: $B'G$ = BG.tan60^0 = $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Từ đó $V_{ABCC^/} = V_{ABCB^/} = \frac{1}{3}.B^/G.S_{ABC} = \frac{\sqrt{15}.a^3}{18}$

b. Tam giác ABC vuông tại A nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp.

Qua I dựng đường thẳng d vuông góc với mp(ABC).

Gọi K là trung điểm $B^/A$. Trong mp($B^/AI$) dựng đường trung trực của cạnh $AB^/$ cắt d tại O. O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCB^/$.

Tính bán kính R = $\frac{\sqrt{391}.a}{6\sqrt{15}}$.

Đề số 5:

1b) $(-\frac{1}{2};0);(\frac{3}{2};0)$

2a) x= 1; $x = \log_2(3+\sqrt{29})-1$

2b) $\frac{1}{4} < |x-1| < 1$

3. Xét x>y>1 và 0<x<y<1

4 a) AB=AC=a; BC= a $\sqrt{2}$ c) V=$\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Đề số 6:

Câu 1a/ Tự giải

Câu 1b/P/t hoành độ giao điểm của d và đồ thị (1) là: $x^3+3x^2+mx=0$

d cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A(0,1), B, C khi $\begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Tiếp tuyến tại B và C vuông góc nhau khi $y'(x_B).\ y'(x_C) = -1 \Leftrightarrow 4m^2-9m+1=0 \Leftrightarrow m = \frac{9\pm\sqrt{65}}{8}$

Câu 2/ y' = x(2lnx +1)

y'= 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin \left(\frac{1}{e};e^3\right) \\ x = e^{-\frac{1}{2}} \in \left(\frac{1}{e};e^3\right) \end{array}\right.$. GTNN : $y(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{1}{2e}$ và GTLN : $y(e^3) = 3e^6$

Câu 3a/ x=2

Câu 3b/ Đặt = 2^x ĐK t>0 ĐS: $x \leq 2$

Câu 4a/ C' là trung điểm SC, O=AC$\cap$BD, I=SO $\cap$ AC'

$\Rightarrow$ I là trọng tâm ΔSAC.

C/m B'D'//BD và B'D' qua I.

$\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$. $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.AB'C'} + V_{S.AD'C'} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 4b/ Dựng AH $\perp$ CD (H$\in$ CD)

Dựng AK $\perp$ SH (K$\in$SH). C/m AK $\perp$ (SCD)

Tính được AH = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ d(A, (SCD)) = AK = $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 5/ Đặt t = $5^{1+\sqrt{1-x^2}}$ ĐK : t$\in$[5;25]

P/t $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2).5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm thực

$\Leftrightarrow$ t^2 – (m+2) t + 2m + 1 = 0 có nghiệm t$\in$[5;25] $\Leftrightarrow \dfrac{t^2-2t+1}{t-2} = m$ có nghiệm t$\in$[5;25]

$\Leftrightarrow \dfrac{16}{3} \le m \le \dfrac{576}{23}$.

<u>Đề số 7:</u>

<u>Bài 1</u>

2/. Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $m \neq 0$.

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là: $A(0; 4m^3)$, $B(2m; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2m; -4m^3)$

Trung điểm của đoạn AB là $I(m; 2m^3)$

Điều kiện để AB đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ là AB vuông góc với đường thẳng $y = x$ và I thuộc đường thẳng $y = x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases}$ Giải ra ta có: $m = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $m = 0$. Kết hợp với điều kiện ta có: $m = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

<u>Bài 2</u> :

a) $25^{x-2} + (x-2)5^{x-2} + x - 3 = 0$, đặt t=5^{x-2} >0

pttt : t^2 +(x-2)t+x-3=0 <=> $\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=3-x \end{array}\right.$ vớI t = -1 (loại)=>ta có pt: 5^{x-2} =3-x

cm pt : 5^{x-2} =3-x có duy nhất nghiệm x=2

b) Điều kiện: ax + a > 0

Bpt tương đương $\sqrt{x^2+1} < a(x+1)$

Nếu a>0 thì x +1 >0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} < a$

Nếu a<0 thì x +1 <0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} > a$

Xét hàm số y = $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ với x $\neq$ - 1 ; y' = $\dfrac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$ =0 khi x=1 , ĐS: a>$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc a < - 1

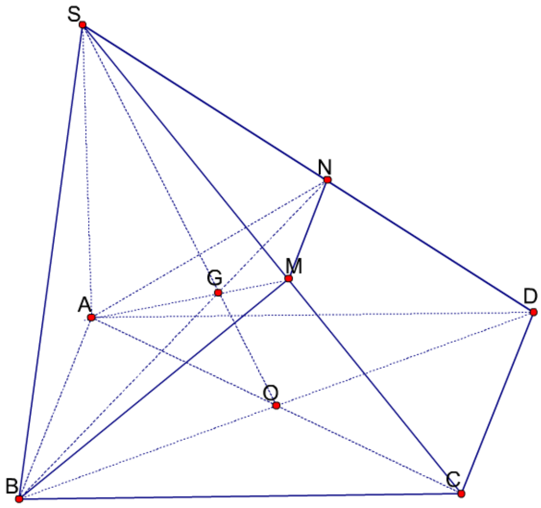
Bài 3 $f\left(x\right) = ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$; $f'(x) = \dfrac{e^x + \dfrac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^{2x}}}}{e^x + \sqrt{1+e^{2x}}} = \dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}$ => $f'(\ln 2) = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Bài 4

+ Trong *mp(SAC)* kẻ *AG* cắt *SC* tại *M*, trong *mp(SBD)* kẻ *BG* cắt *SD* tại *N*.

+ Vì *G* là trọng tâm tam giác *ABC* nên dễ có $\dfrac{SG}{SO} = \dfrac{2}{3}$ suy ra *G* cũng là trọng tâm tam giác *SBD*.

Từ đó suy ra *M, N* lần lượt là trung điểm của *SC, SD*.



+ Dễ có: $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{2}V$.

Theo công thức tỷ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{S.ABN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB}.\frac{SN}{SD} = 1.1.\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABN} = \frac{1}{4}V$$

$$\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SB}{SB}.\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.ABN} = \frac{1}{8}V$$

Từ đó suy ra:

$$V_{S.ABMN} = V_{S.ABN} + V_{S.BMN} = \frac{3}{8}V.$$

+ Ta có: $V = \dfrac{1}{3}SA.dt(ABCD)$; mà theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ nên góc hợp bởi *AN* với *mp(ABCD)* chính là góc $\widehat{NAD}$, lại có *N* là trung điểm của *SC* nên tam giác *NAD* cân tại *N*, suy ra $\widehat{NAD} = \widehat{NDA} = 30^0$. Suy ra: $AD = \dfrac{SA}{\tan 30^0} = a\sqrt{3}$.

Suy ra: $V = \dfrac{1}{3}SA.dt(ABCD) = \dfrac{1}{3}a.a.a\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Suy ra: thể tích cần tìm là: $V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.ABMN} = V - \dfrac{3}{8}V = \dfrac{5}{8}V = \dfrac{5\sqrt{3}a^3}{24}$.

Đề số 8:

Câu 1:

b) $x^4 - 8x^2 + 7 + k = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}x^4 + 2x^2 - \dfrac{7}{4} = \dfrac{\log_2 k}{4}$

YCBT $\Leftrightarrow$ $f(\dfrac{3}{2}) < \dfrac{\log_2 k}{4} < f(2)$ $\Leftrightarrow$ $32.2^{\frac{15}{16}} < k < 512$

Câu 2: Pt hoành độ giao điểm: $-x + 3 + \dfrac{3}{x-1} = 2x + m \Leftrightarrow 3x^2 + \left(m-6\right)x - m = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$.

$P(x_1; 2x_1 + m); Q(x_2; 2x_2 + m) \Rightarrow PQ^2 = \dfrac{5}{9}(m^2 + 36) \geq 20$

Câu 3:

a) pt$\Leftrightarrow \left(2^{3x^2-2x+1}\right)^2 + 6.2^{3x^2-2x+1} - 16 = 0$ Û ... Û $x = 0 hay x = \dfrac{2}{3}$

b) Đặt $\log_2 x = t \Leftrightarrow x = 2^t$. Pt $\Leftrightarrow 6.9^t + 6.4^t = 13.6^t$ ….x=1/2; x=2.

Câu 4: $\log_{\frac{p}{\sqrt{q}}} \sqrt[3]{p^2q^5} = \dfrac{-2\left(59+12\sqrt{11}\right)}{21}$

Câu 5:

a) Tính được BC= $2a$.=> $S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.=> $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (ñvtt)

b) Bk $R = \dfrac{a\sqrt{57}}{6}$

c) $\dfrac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SE}{SB}.\dfrac{SF}{SC} = \dfrac{SE.SB}{SB^2}.\dfrac{SF.SC}{SC^2} = \dfrac{SA^4}{SB^4} = \dfrac{1}{25}$ (1)

Þ $V_{S.AEF} = \dfrac{SA^4}{SB^4}V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{75}$