

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

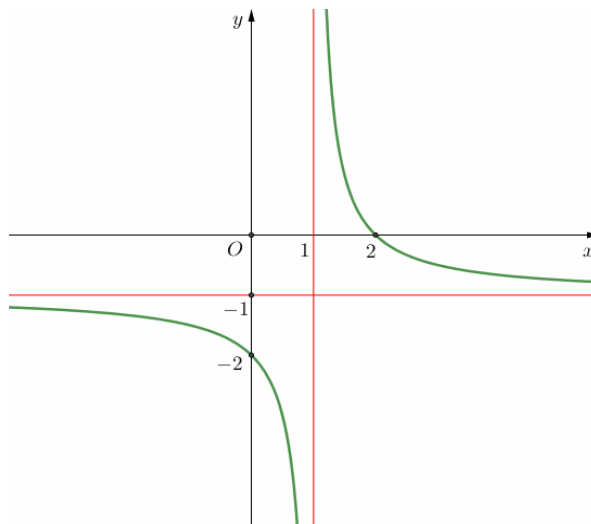
**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 1**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $y = -1$ .

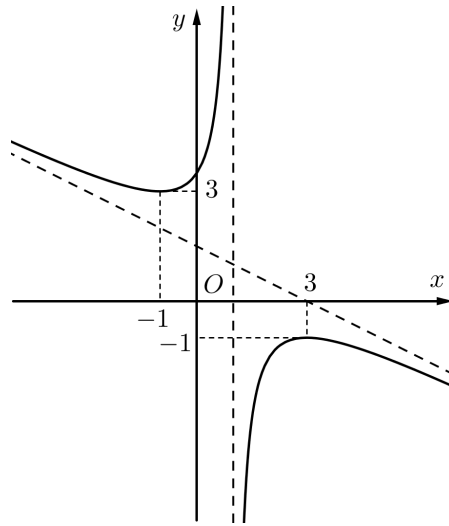
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$-2$	$3$	$-2$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$                       B.  $(-\infty; 0)$                       C.  $(1; +\infty)$                       D.  $(0; 1)$

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$ .

B.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{x - 1}$ .

C.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$ .

D.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$ .

**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

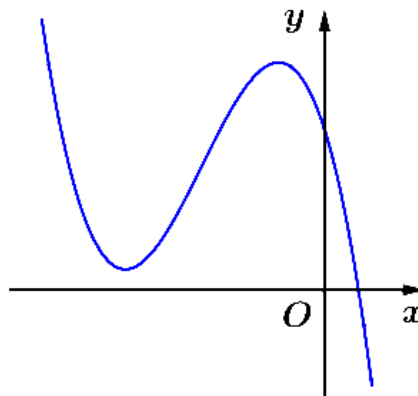
A.  $y = x^4 - 2x^2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x$ .

C.  $y = \frac{x-2}{x+3}$ .

D.  $y = x^3 - 3x$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 6.** Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

**Câu 7.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9).                      B. [9;11).                      C. [11;13).                      D. [13;15).

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .                      B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .                      D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 9.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

- A.  $90^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $120^\circ$

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- A.  $(-1; 2; -3)$ .                      B.  $(2; -3; -1)$ .                      C.  $(2; -1; -3)$ .                      D.  $(-3; 2; -1)$ .

**Câu 11.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $G(0; 0; 3)$ .                      B.  $G(0; 0; 9)$ .                      C.  $G(-1; 0; 3)$ .                      D.  $G(0; 0; 1)$ .

**Câu 12.** Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục  $Ox$  hướng về phía Tây, trục  $Oy$  hướng về phía Nam và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía Nam với tốc độ không đổi là  $890 \text{ km/h}$  trong 45 phút. Xác định tọa độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong 45 phút đó đối với hệ tọa độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian  $Oxyz$  được lấy theo kilômét.



- A.  $(0; 890; 0)$ .                      B.  $(0; 667,5; 0)$ .                      C.  $(0; 0; 667,5)$ .                      D.  $(667,5; 0; 667,5)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$  có đồ thị là  $(C)$ .

- a) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$ .
- b) Đồ thị  $(C)$  nhận giao điểm  $I(3;9)$  làm tâm đối xứng.
- c) Đồ thị  $(C)$  có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với  $Oy$ .
- d) Đồ thị  $(C)$  cắt  $Ox$  tại một điểm phân biệt.

**Câu 2.** Dân số của một quốc gia sau  $t$  (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:  
 $N(t) = 100.e^{0,012t}$  ( $N(t)$  được tính bằng triệu người,  $0 \leq t \leq 50$ ).

- a) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2030 là 108,763 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).
- b) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2035 là 145,488 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).
- c) Xem  $N(t)$  là hàm số của biến số  $t$  xác định trên đoạn  $[0;50]$ . Hàm số  $N(t)$  luôn nghịch biến trên đoạn  $[0;50]$ .
- d) Đạo hàm của hàm số  $N(t)$  biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

**Câu 3.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,6.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,575.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,62.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm 0,36 (kết quả làm tròn đến phần trăm).

**Câu 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tam giác  $ABC$  với  $A(1;-3;3)$ ;  $B(2;-4;5)$ ,  $C(a;-2;b)$  nhận điểm  $G(1;c;3)$  làm trọng tâm của nó.

- a) Gọi  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$ , khi đó tọa độ điểm  $M$  là  $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$ .
- b) Tọa độ vector là  $\overline{AB} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$
- c)  $a + b + c = -2$



d)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{14\sqrt{57}}{57}$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 44$  đồng biến trên khoảng  $(a; b)$ . Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x + \frac{1}{x+2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 2]$

Trả lời: .....

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$ , trong đó  $t$  tính bằng giây (s) và  $S$  tính bằng mét (m). Vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mét/giây?

Trả lời: .....

**Câu 4.** Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời: .....

**Câu 5.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(500; 200; 8)$  đến điểm  $N(800; 300; 10)$  trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo có tọa độ là  $(a, b, c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 2c$ .



Trả lời: .....

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2; 4; -1), B(1; 4; -1), C(2; 4; 3), D(2; 2; -1)$ .

Biết  $M(x; y; z)$ , để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng bao nhiêu?

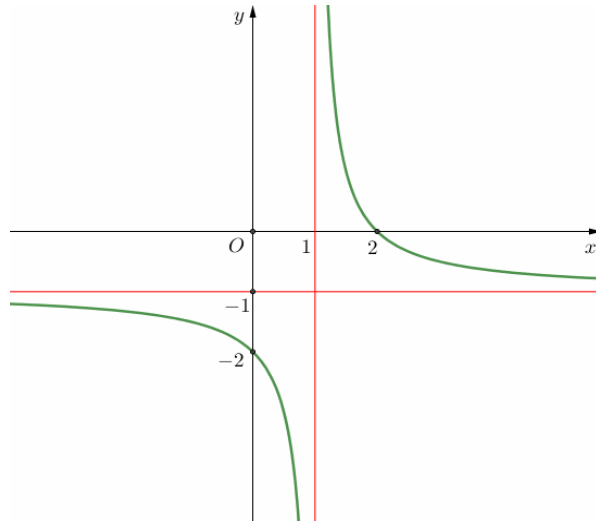
Trả lời: .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 1**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.**  $x = 1$ .                      **B.**  $x = -1$ .                      **C.**  $x = 0$ .                      **D.**  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng  $x = 1$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$-2$		$3$		$-2$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

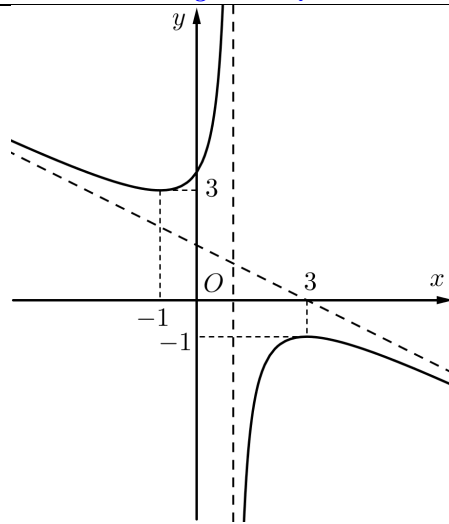
- A.**  $(-1; 0)$                       **B.**  $(-\infty; 0)$                       **C.**  $(1; +\infty)$                       **D.**  $(0; 1)$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$ .      B.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$ .      D.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thay điểm  $(-1; 3)$  vào các đáp án, ta loại đáp án A, C

Thay điểm  $(3; -1)$  vào hai đáp án còn lại, ta loại đáp án B

Vậy chọn đáp án D đúng

**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

$x$	$-\infty$	$-1$		$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$		$-2$	$+\infty$

- A.  $y = x^4 - 2x^2$ .      B.  $y = -x^3 + 3x$ .      C.  $y = \frac{x-2}{x+3}$ .      D.  $y = x^3 - 3x$ .

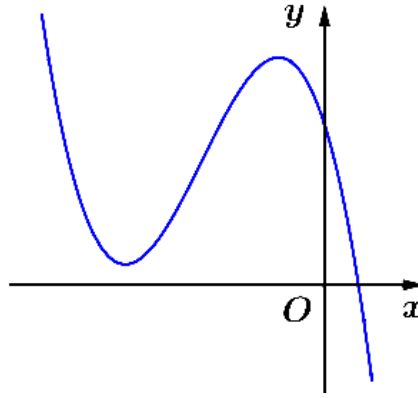
**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  nên loại A và B.

Có  $x \neq 3$  nên loại C  $\Rightarrow$  chọn D.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy  $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_y > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; d)$  nên  $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số  $a, b, c, d$ .

**Câu 6.** Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

**Chọn A.**

Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng không đổi là khoảng biến thiên.

**Câu 7.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7;9).

B. [9;11).

C. [11;13).

D. [13;15).

Lời giải

**Chọn B.**

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

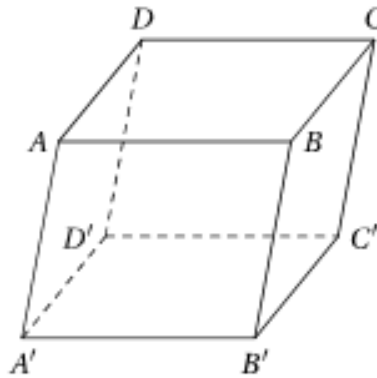
Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4.$

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}.$       B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}.$   
 C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}.$       D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**



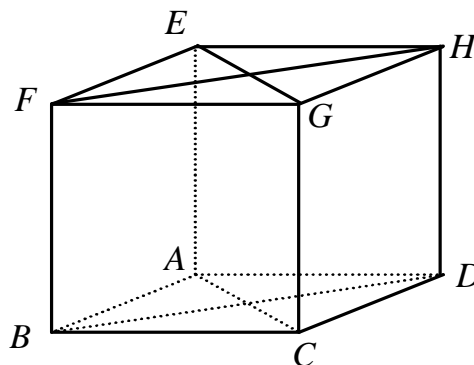
Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**Câu 9.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

- A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $120^\circ$

**Lời giải**

**Chọn C.**



Ta có:  $EG // AC$  (do  $ACGE$  là hình chữ nhật)

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$$

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là

- A.  $(-1; 2; -3).$       B.  $(2; -3; -1).$       C.  $(2; -1; -3).$       D.  $(-3; 2; -1).$

Lời giải

Chọn A.

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3).$$

**Câu 11.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $G(0; 0; 3)$ .      B.  $G(0; 0; 9)$ .      C.  $G(-1; 0; 3)$ .      D.  $G(0; 0; 1)$ .

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  bằng:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 - 1 + 0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 2 + 0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3 + 5 + 1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 0; 3)$$

**Câu 12.** Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục  $Ox$  hướng về phía Tây, trục  $Oy$  hướng về phía Nam và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía Nam với tốc độ không đổi là  $890 \text{ km/h}$  trong 45 phút. Xác định tọa độ của vector biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong 45 phút đó đối với hệ trục tọa độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian  $Oxyz$  được lấy theo kilômét.



- A.  $(0; 890; 0)$ .      B.  $(0; 667, 5; 0)$ .      C.  $(0; 0; 667, 5)$ .      D.  $(667, 5; 0; 667, 5)$ .

Lời giải

Chọn B

Quãng đường máy bay bay được với vận tốc  $890 \text{ km/h}$  trong 45 phút là:  $890 \cdot \frac{45}{60} = 667,5 \text{ (km)}$

Vì máy bay duy trì hướng bay về phía nam nên tọa độ của vector biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó với hệ trục tọa độ đã chọn là  $(0; 667,5; 0)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$  có đồ thị là (C).

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$ .
- b) Đồ thị (C) nhận giao điểm  $I(3;9)$  làm tâm đối xứng.
- c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với  $Oy$ .
- d) Đồ thị (C) cắt  $Ox$  tại một điểm phân biệt.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có  $y = -x - 6 - \frac{14}{x - 3}$

Khi đó tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$  và có tiệm cận đứng là  $x = 3$ .

b) Suy ra giao điểm 2 tiệm cận là  $I(3, -9)$  là tâm đối xứng.

c) Ta có:  $y' = \frac{-x + 6x + 5}{(x - 3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0$  (\*)

Phương trình (\*) luôn có 2 nghiệm  $x_1 < 0 < x_2$  nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với  $Oy$ .

d) Ta có  $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$ . Phương trình luôn có 2 nghiệm (vì  $(-1).4 < 0$ )

Suy ra (C) cắt  $Ox$  tại hai điểm phân biệt.

**Câu 2.** Dân số của một quốc gia sau  $t$  (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:  
 $N(t) = 100.e^{0,012t}$  ( $N(t)$  được tính bằng triệu người,  $0 \leq t \leq 50$ ).

- a) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2030 là 108,763 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).
- b) Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2035 là 145,488 triệu người. (kết quả làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).
- c) Xem  $N(t)$  là hàm số của biến số  $t$  xác định trên đoạn  $[0;50]$ . Hàm số  $N(t)$  luôn nghịch biến trên đoạn  $[0;50]$ .
- d) Đạo hàm của hàm số  $N(t)$  biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Dân số của quốc gia này vào các năm 2030 ( $t = 7$ ) là:

$$N(7) = 100.e^{0,012 \cdot 7} = 108,763 \text{ triệu người.}$$

Dân số của quốc gia này vào các năm 2035 ( $t = 12$ ) là:

$$N(12) = 100.e^{0,012 \cdot 12} = 115,488 \text{ triệu người.}$$

b) Ta có

$$N(t) = 100.e^{0,012t}$$

$$\Rightarrow N'(t) = 1,2.e^{0,012t} > 0 \text{ với mọi } t \in [0; 50].$$

Do đó hàm số  $N(t)$  luôn đồng biến trên đoạn  $[0; 50]$ .

c) Theo đề có:  $N'(t) = 1,2.e^{0,012t}$

$$1,2.e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow t = \frac{\ln \frac{4}{3}}{0,012} \approx 23,97 \text{ năm.}$$

Vậy vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

**Câu 3.** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,6 .

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,575 .

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,62 .

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm 0,36 (kết quả làm tròn đến phần trăm).

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $R = 4,2 - 2,7 = 1,5(km)$

b) Cỡ mẫu  $n = 20$ .

Gọi  $x_1; \dots; x_{20}$  là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_3 \in [2,7; 3,0),$$

$$x_4; \dots; x_9 \in [3,0; 3,3),$$

$$x_{10}; \dots; x_{14} \in [3,3; 3,6),$$



$$x_{15}; \dots; x_{18} \in [3,6; 3,9),$$

$$x_{19}; x_{20} \in [3,9; 4,2).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_5 + x_6}{2} \in [3,0; 3,3)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6} (3,3 - 3,0) = 3,1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [3,6; 3,9)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3+6+5)}{4} (3,9 - 3,6) = 3,675$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,675 - 3,1 = 0,575$$

c) Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{20} [3 \cdot (2,85)^2 + 6 \cdot (3,15)^2 + 5 \cdot (3,45)^2 + 4 \cdot (3,75)^2 + 2 \cdot (4,05)^2] - (3,39)^2 = 0,1314$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxyz$ , tam giác  $ABC$  với  $A(1; -3; 3)$ ;  $B(2; -4; 5)$ ,  $C(a; -2; b)$  nhận điểm  $G(1; c; 3)$  làm trọng tâm của nó.

a) Gọi  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$ , khi đó tọa độ điểm  $M$  là  $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$ .

b) Tọa độ vectơ là  $\overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$

c)  $a + b + c = -2$

d)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{14\sqrt{57}}{57}$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a)  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  nên  $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$ .

b)  $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

c)  $G(1; c; 3)$  làm trọng tâm tam giác  $ABC$  nên 
$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

Vậy:  $a+b+c = -2$

d)  $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; 1; -6)$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-6)}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-6)^2}} = -\frac{7\sqrt{57}}{57}$$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 44$  đồng biến trên khoảng  $(a; b)$ . Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

$y' = -x^2 + 4x + 5$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$		$-\frac{140}{3}$		$-\frac{32}{3}$		$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 5)$ .

$\Rightarrow a + b = 4$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x + \frac{1}{x+2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 2]$

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có:  $y = x + \frac{1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ .

Khi đó:  $y(-1) = 0$  và  $y(2) = \frac{9}{4}$ .

Do đó: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-1; 2]$  là  $y(-1) = 0$  và giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[-1; 2]$  là  $y(2) = \frac{9}{4}$ .

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình  $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$ , trong đó  $t$  tính bằng giây (s) và  $S$  tính bằng mét (m). Vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mét/giây?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 56

Có  $v(t) = S' = -6t^2 + 36t + 2 = -6(t^2 - 2.3t + 9 - 9) + 2 = -6(t - 3)^2 + 56 \leq 56$

giá trị lớn nhất của  $v(t)$  bằng  $56(m/s)$  tại  $t = 3(s)$ .

**Câu 4.** Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,53

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Thời gian trung bình nghe nhạc liên tục của điện thoại là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40} (5,25 \cdot 2 + 5,75 \cdot 8 + 6,25 \cdot 15 + 6,75 \cdot 10 + 7,25 \cdot 5) = 6,35$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{1}{40} (5,25^2 \cdot 2 + 5,75^2 \cdot 8 + 6,25^2 \cdot 15 + 6,75^2 \cdot 10 + 7,25^2 \cdot 5) - 6,35^2 = 0,2775$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là:  $\sqrt{0,2775} = \frac{\sqrt{111}}{20} \approx 0,53$

**Câu 5.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(500;200;8)$  đến điểm  $N(800;300;10)$  trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo có tọa độ là  $(a,b,c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 2c$ .



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 1221

Gọi  $Q(x; y; z)$  là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$$\overline{MN} = (300; 100; 2)$$

$$\overline{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên  $\overline{MN}$  và  $\overline{NQ}$  cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ  $M \rightarrow N$  gấp 4 lần thời gian bay từ  $N \rightarrow Q$  nên  $MN = 4NQ$

$$\text{Suy ra } \overline{MN} = 4\overline{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $(875; 325; 10,5)$

$$\Rightarrow T = a + b + 2c = 1221$$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 4 điểm  $A(2; 4; -1)$ ,  $B(1; 4; -1)$ ,  $C(2; 4; 3)$ ,  $D(2; 2; -1)$ .

Biết  $M(x; y; z)$ , để  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x + y + z$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 7

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $ABCD$  ta có:  $G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right)$ .

Ta có:  $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \geq GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $M \equiv G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = 7$ .

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 2**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	+	+	-	+	
$y$	$-4$	$+\infty$	$2$	$-\infty$	$-1$

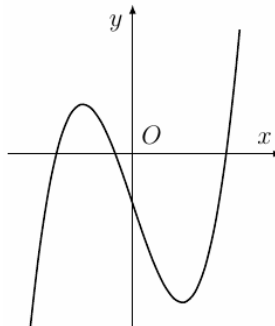
Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D. 1.

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; 0)$ .                              B.  $(-1; 1)$ .                              C.  $(0; +\infty)$ .                              D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 3.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .                              B.  $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ .                              C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .                              D.  $y = x^2 + x - 1$ .

**Câu 4.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		-	-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

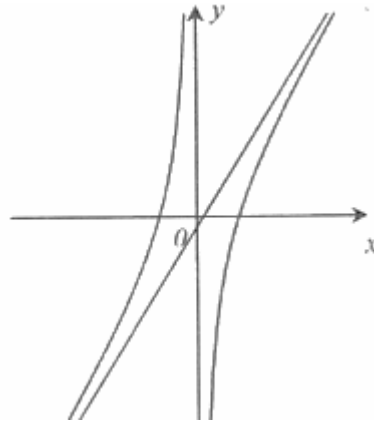
A.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{1 - x^2}{x}$ .

D.  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ .

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = ax + b - \frac{r}{x}$  ( $abr \neq 0$ ) và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Các hệ số  $a, b, r$  phải thỏa mãn điều kiện nào dưới đây.

A.  $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ r > 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r < 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

**Câu 0.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 120 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	6	12	38	46	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 30.

B. 40.

C. 50.

D. 60.

**Câu 0.** Trong buổi thực hành, một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết quả như sau:

Kết quả đo ( $\mu m$ )	[4,5; 5)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)
Số học sinh	3	8	7	2

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

A. 4,44.

B. 5,45.

C. 4,45.

D. 6,44.

**Câu 0.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với tâm  $O$ . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

A.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AD'} + \vec{D'O} + \vec{OC'}$

B.  $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$

C.  $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{CD} + \vec{D'A} = \vec{0}$

D.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ .

**Câu 0.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

A.  $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

B.  $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$ .

C.  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ .

D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2;3;5)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{OA}$  là:

A.  $(-2;3;5)$ .

B.  $(2;-3;5)$ .

C.  $(-2;-3;5)$ .

D.  $(2;-3;-5)$ .

**Câu 0.** Cho hai véc tơ  $\vec{a} = (1;-2;3)$ ,  $\vec{b} = (-2;1;2)$ . Khi đó, tích vô hướng  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$  bằng

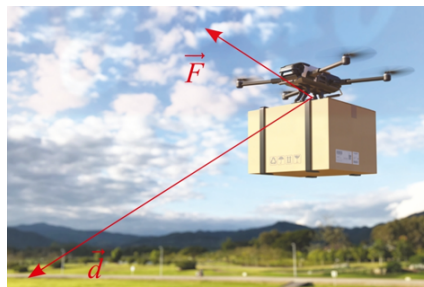
A. 12.

B. 2.

C. 11.

D. 10.

**Câu 0.** Tính công sinh bởi lực  $\vec{F} = (20;30;-10)$  (đơn vị: N) tạo bởi một drone giao hàng (Hình vẽ) khi thực hiện một độ dịch chuyển  $\vec{d} = (150;200;100)$  (đơn vị: m).



A. 3200J .

B. 8000J .

C. 10000J .

D. 5800J .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị là  $(C)$ .

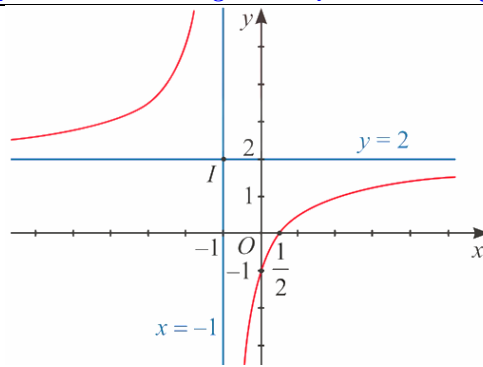
a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$		$-1$		$+\infty$
$y'$		+		+	
$y$			$+\infty$		$2$
	$2$	↗		↘	
			$-\infty$		

c) Đồ thị  $(C)$  là hình sau:





d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $(C)$  là điểm  $I(2; -1)$ .

**Câu 2.** Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.



a) Hàm cầu là  $P = -\frac{1}{200}x + 19$  (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là  $200p^2 + 3800p$  (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng), trong đó  $x$  là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

**Câu 3.** Cô Minh Hiền rất thích luyện tập yoga. Thời gian tập mỗi ngày trong thời gian gần đây của Cô Minh Hiền được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 25.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 8,125.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{85}{3}$ .

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 31,25.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(1;3;-2), B(3;2;-4), C(2;1;0), D(3;5;-1)$ .

a)  $AB = 3$

b)  $AB \perp CD$ .

c) Tam giác  $BCD$  là tam giác đều.

d)  $\cos(\overline{MA}, \overline{MD}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ điểm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + x^2 - x$ . Tính giá trị  $T = 27x_0 + 27y_0$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Biết hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$  đồng biến trên khoảng  $(a; +\infty)$ . Tính giá trị của  $a$ .

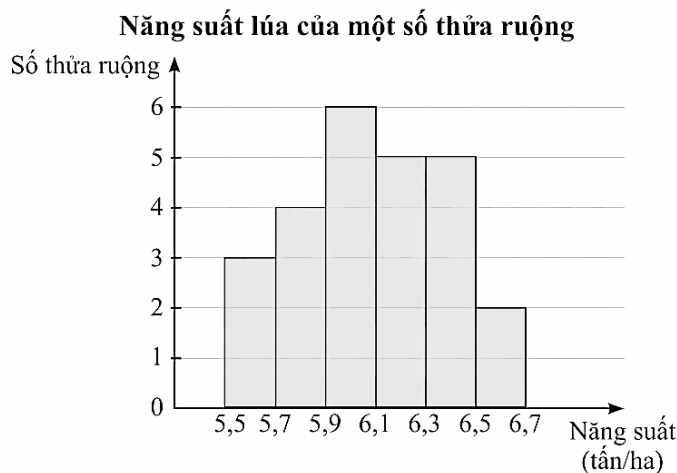
Trả lời: .....

**Câu 3.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .



Trả lời: .....

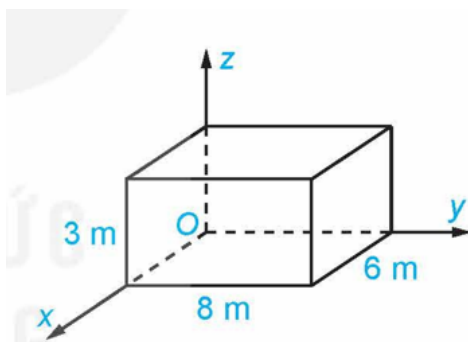
**Câu 4.** Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.



Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: .....

**Câu 5.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là  $8m$ , chiều rộng là  $6m$  và chiều cao là  $3m$ . Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với một góc phòng và mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Giả sử tọa độ của điểm treo đèn là  $(a, b, c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .



**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(5; 6; 2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$  có tọa độ  $(a; b; c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .

**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 2**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$+$	$-$	$+$	
$y$	$-4$	$+\infty$	$2$	$-\infty$	$-1$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 4$ .

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ .

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ .

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 0.** Hỏi hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; 0)$ .                                      B.  $(-1; 1)$ .                                      C.  $(0; +\infty)$ .                                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

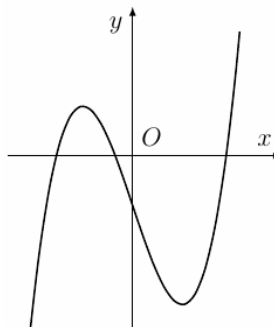
**Chọn B.**

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$  ;

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 0.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .

B.  $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ .

C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

D.  $y = x^2 + x - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a > 0$  nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 0.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	-	-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{1 - x^2}{x}$ .

D.  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ .

**Lời giải**

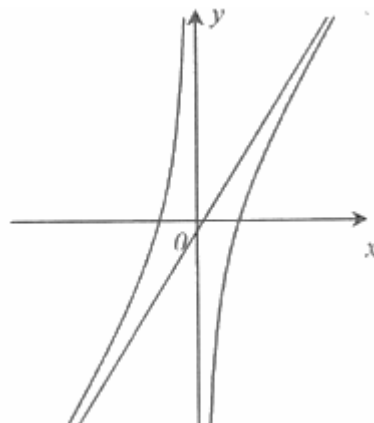
**Chọn C.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng  $x = 0$  suy ra loại đáp án A và B

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C đúng

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = ax + b - \frac{r}{x}$  ( $abr \neq 0$ ) và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Các hệ số  $a, b, r$  phải thỏa mãn điều kiện nào dưới đây.

A.  $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ r > 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r < 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ r > 0 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $y' = a + \frac{r}{x^2}$

Vì đồ thị (C) không có cực trị nên  $a.r > 0$ .

Do đó B và C bị loại.

Mặt khác, theo hình vẽ tiệm cận xiên cắt  $Oy$  tại  $(0, b)$  nên  $b < 0$ .

Do đó D bị loại.

Vậy chọn đáp án là A.

**Câu 0.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 120 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	6	12	38	46	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 30.                      B. 40.                      C. 50.                      D. 60.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:  $R = 90 - 40 = 50$

**Câu 0.** Trong buổi thực hành, một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết quả như sau:

Kết quả đo ( $\mu m$ )	[4,5;5)	[5,5;5)	[5,5;6)	[6;6,5)
Số học sinh	3	8	7	2

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 4,44.                      B. 5,45.                      C. 4,45.                      D. 6,44.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện:

Kết quả đo ( $\mu m$ )	[4,5;5)	[5,5;5)	[5,5;6)	[6;6,5)
Giá trị đại diện	4,75	5,25	5,75	6,25
Số học sinh	3	8	7	2

Cỡ mẫu:  $n = 3 + 8 + 7 + 2 = 20$

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{4,75.3 + 5,25.8 + 5,75.7 + 6,25.2}{20} = \frac{109}{20} = 5,45(\mu m)$

**Câu 0.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với tâm  $O$ . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

- A.  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AD'} + \overline{D'O} + \overline{OC'}$                       B.  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$

C.  $\overline{AB} + \overline{BC'} + \overline{CD} + \overline{D'A} = \vec{0}$

D.  $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có :  $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{AD}$  (vô lí)

**Câu 0.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**.

A.  $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$ .

B.  $\overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$ .

C.  $\overline{OG} = \frac{1}{4}(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$ .

D.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Theo giả thuyết trên thì với  $O$  là một điểm bất kỳ ta luôn có:  $\overline{OG} = \frac{1}{4}(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$ .

Ta thay điểm  $O$  bởi điểm  $A$  thì ta có:

$\overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AA} + \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}) \Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{1}{4}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$

Do vậy  $\overline{AG} = \frac{2}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$  là sai.

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2;3;5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là:

A.  $(-2;3;5)$ .

B.  $(2;-3;5)$ .

C.  $(-2;-3;5)$ .

D.  $(2;-3;-5)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $\overline{OA} = (x_A; y_A; z_A) = (-2;3;5)$

**Câu 0.** Cho hai véc tơ  $\vec{a} = (1;-2;3)$ ,  $\vec{b} = (-2;1;2)$ . Khi đó, tích vô hướng  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$  bằng

A. 12.

B. 2.

C. 11.

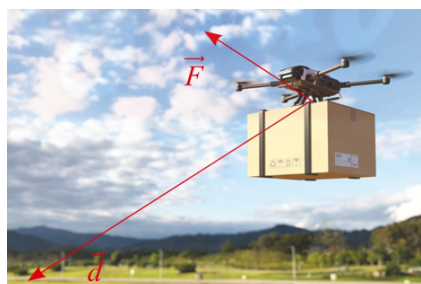
D. 10.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$\vec{a} + \vec{b} = (-1;-1;5) \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11$ .

**Câu 0.** Tính công sinh bởi lực  $\vec{F} = (20;30;-10)$  (đơn vị: N) tạo bởi một drone giao hàng (Hình vẽ) khi thực hiện một độ dịch chuyển  $\vec{d} = (150;200;100)$  (đơn vị: m).



A. 3200J .

B. 8000J .

C. 10000J .

D. 5800J .

**Lời giải**

**Chọn B**

Công sinh bởi lực  $\vec{F}$  là:  $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = 20.150 + 30.200 - 10.100 = 8000J$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

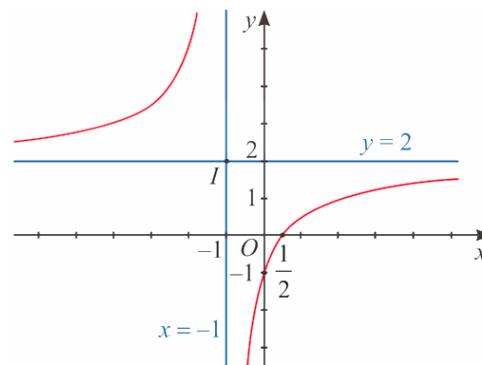
**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị là (C).

a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$		$-1$		$+\infty$
$y'$		+		+	
$y$			$+\infty$		$2$
	$2$	↗		↘	
			$-\infty$		

c) Đồ thị (C) là hình sau:



d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C) là điểm  $I(2; -1)$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Sự biến thiên:

Đạo hàm  $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$ . Vì  $y' > 0$  với mọi  $x \neq -1$  nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

- Tiệm cận:

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ .



Suy ra đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$ .

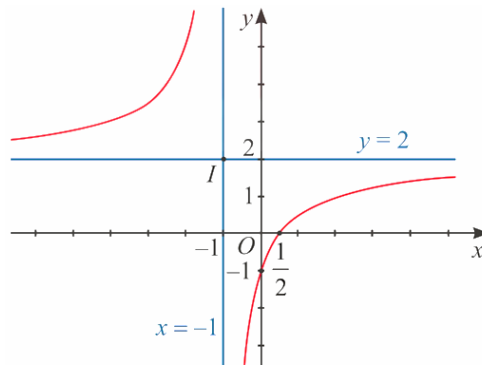
Suy ra đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	2	$+\infty$	$-\infty$

c) Đồ thị:

Đồ thị của hàm số giao với trục  $Ox$  tại điểm  $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ , giao với trục  $Oy$  tại điểm  $(0; -1)$ .



d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm  $I(-1; 2)$ .

**Câu 0.** Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.



a) Hàm cầu là  $P = -\frac{1}{200}x + 19$  (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là  $200p^2 + 3800p$  (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng), trong đó  $x$  là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.

Khi đó ta cần xác định hàm cầu  $p = p(x)$

Theo giả thiết tốc độ thay đổi của  $x$  tỉ lệ với tốc độ thay đổi của  $p$  nên hàm số  $p = p(x)$  là hàm số bậc nhất. Do đó  $p(x) = ax + b (a \neq 0)$

Theo đề có:  $x_1 = 1000$  thì  $p_1 = 14$ ;  $x_2 = 1100$  thì  $p_1 = 13,5$ .

Khi đó phương trình đường thẳng  $p(x) = ax + b (a \neq 0)$  đi qua hai điểm  $(1000; 14)$  và  $(1100; 13,5)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1000a + b = 14 \\ 1100a + b = 1,35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = 19 \end{cases}$$

Vậy  $p = -\frac{1}{200}x + 19$

b) Vì  $p = -\frac{1}{200}x + 19$  nên  $x = -200p + 3800$ .

Khi đó tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là

$$R(p) = x.p = (-200p + 3800)p = -200p^2 + 3800p$$

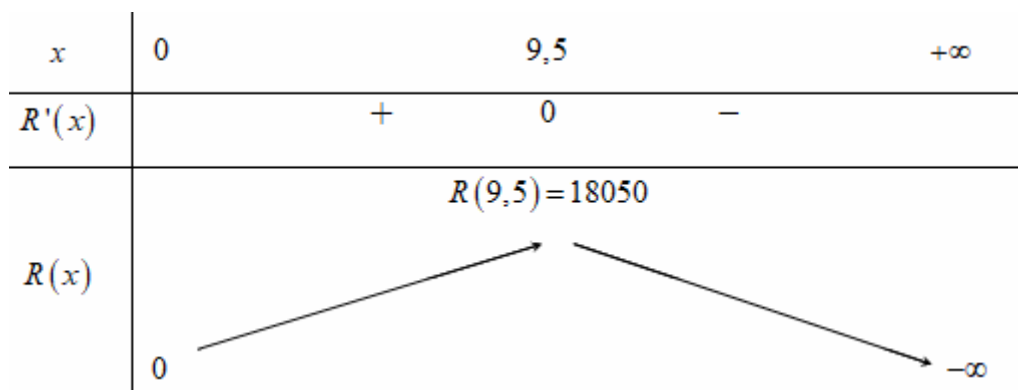
Bài toán trở thành tìm  $p$  để  $f(p)$  đạt giá trị lớn nhất.

$$R(p) = -200p^2 + 3800p$$

$$\Rightarrow R'(p) = -400p + 3800$$

$$\Rightarrow R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 9,5$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy công ty giảm giá  $14 - 9,5 = 4,5$  triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

c) Doanh thu từ bán  $x$  ti vi là

$$R(x) = x.p(x) = x\left(-\frac{1}{200}x + 19\right) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x$$

Khi đó tổng lợi nhuận từ bán  $x$  ti vi là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x - (12000 - 3x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

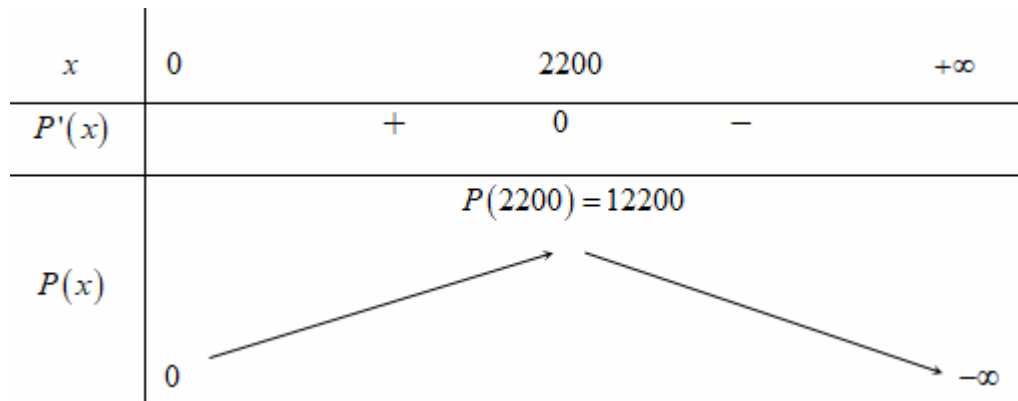
Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $P(x)$  lớn nhất.

$$P(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

$$\Rightarrow P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22$$

$$\Rightarrow P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số ti vi bán ra trong 1 tuần là 2200 chiếc thì lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất.

Tức là mỗi tuần bán thêm 1200 chiếc thì số tiền phải giảm giá  $1200 \cdot 500 : 100 = 6\,000$  nghìn đồng.

Vậy phải để giá bán là  $14 - 6 = 8$  triệu đồng.

**Câu 0.** Cô Minh Hiền rất thích luyện tập yoga. Thời gian tập mỗi ngày trong thời gian gần đây của Cô Minh Hiền được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 25.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 8,125.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{85}{3}$ .
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 31,25.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $R = 45 - 20 = 25$  (phút).

b) Cỡ mẫu  $n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$ .

Gọi  $x_1; \dots; x_{18}$  là mẫu số liệu gốc về thời gian tập nhảy mỗi ngày của Cô Minh Hiền được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_6 \in [20; 25),$$

$$x_7; \dots; x_{12} \in [25; 30),$$

$$x_{13}; \dots; x_{16} \in [30; 35),$$

$$x_{17} \in [35; 40),$$

$$x_{18} \in [40; 45).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_5 \in [20; 25)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1 = 20 + \frac{18}{6} \cdot \frac{4}{6} (25 - 20) = 23,75.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{14} \in [30; 35)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_3 = 30 + \frac{3 \cdot 18}{4} - \frac{(6+6)}{4} (35 - 30) = 31,875$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 31,875 - 23,75 = 8,125$

c) Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 1 \cdot 37,5 + 1 \cdot 42,5}{18} = \frac{85}{3}.$$

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[ 6 \cdot (22,5)^2 + 6 \cdot (27,5)^2 + 4 \cdot (32,5)^2 + 1 \cdot (37,5)^2 + 1 \cdot (42,5)^2 \right] - \left( \frac{85}{3} \right)^2 = 31,25$$

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$ .

a)  $AB = 3$

b)  $AB \perp CD$ .

c) Tam giác  $BCD$  là tam giác đều.

d)  $\cos(\overline{MA}, \overline{MD}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
------	------	------	------

a)  $\overline{AB} = (2; -1; -2) \Rightarrow AB = 3$

a) Ta có  $\overline{AB} = (2; -1; -2), \overline{CD} = (1; 4; -1)$ .

$\Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 + (-2) \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{CD} \Rightarrow AB \perp CD$ .

b) Tính ba cạnh của tam giác  $BCD$ :

$\overline{CD} = (1; 4; -1) \Rightarrow CD = |\overline{CD}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BC = |\overline{BC}| = \sqrt{(2-3)^2 + (1-2)^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BD = |\overline{BD}| = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2 + (-1-(-4))^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ .

Suy ra  $BCD$  là tam giác đều.

c) Ta có  $\widehat{AMD} = (\overline{MA}, \overline{MD})$ .

Vì  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; -2\right)$ .

Suy ra:  $\overline{MA} = \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$  và  $\overline{MD} = \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}; 1\right)$ .

Từ đó ta tính được:  $\cos(\overline{MA}, \overline{MD}) = \frac{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} + 0 \cdot 1}{\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ điểm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + x^2 - x$ . Tính giá trị

$T = 27x_0 + 27y_0$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 20

$y = -x^3 + x^2 - x$

$y' = -3x^2 + 2x - 1$

$y'' = -6x + 2$

$y'' = 0 \Leftrightarrow -6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{11}{27} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; \frac{11}{27}\right)$

$\Rightarrow T = 27x_0 + 27y_0 = 27 \cdot \frac{1}{3} + 27 \cdot \frac{11}{27} = 20$

**Câu 2.** Biết hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$  đồng biến trên khoảng  $(a; +\infty)$ . Tính giá trị của  $a$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$-4$	$+\infty$	$4$	$+\infty$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty) \Rightarrow a = 3$

**Câu 0.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 20.

Ta có:  $G(x) = 0,025x^2(30 - x) = 0,75x^2 - 0,025x^3, x > 0$

$$G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$$

$$G'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,5x - 0,075x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 20(N) \end{cases}$$

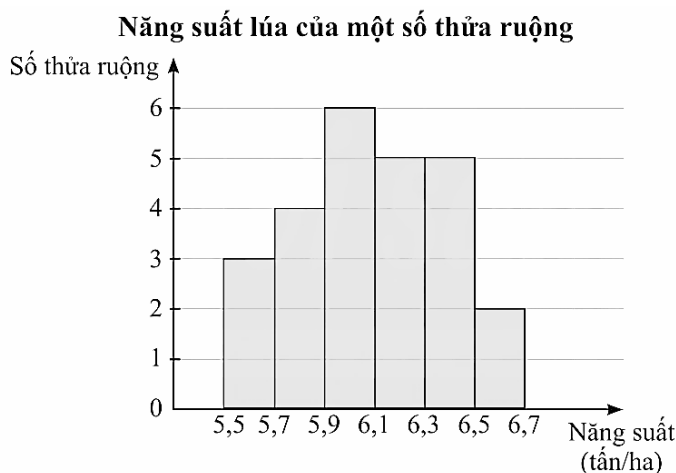
Bảng biến thiên:

$x$	0	20	$+\infty$	
$G'(x)$		+	0	-
$G(x)$		100		

Từ bảng biến thiên, ta thấy: Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow a + b = 20$$

**Câu 0.** Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.



Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,29

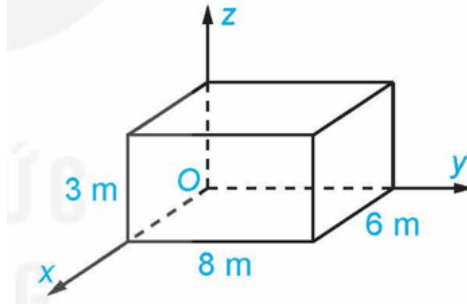
Bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm tương ứng của mẫu số liệu trên như sau:

Năng suất	$[5,5; 5,7)$	$[5,7; 5,9)$	$[5,9; 6,1)$	$[6,1; 6,3)$	$[6,3; 6,5)$	$[6,5; 6,7)$
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{3.5,6 + 4.5,8 + 6.6,0 + 5.6,2 + 5.6,4 + 2.6,6}{25} = 6,088$

Độ lệch chuẩn:  $s = \sqrt{\frac{5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2}{30} - 155^2} \approx 0,29$

**Câu 0.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là  $8m$ , chiều rộng là  $6m$  và chiều cao là  $3m$ . Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với một góc phòng và mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Giả sử tọa độ của điểm treo đèn là  $(a, b, c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .

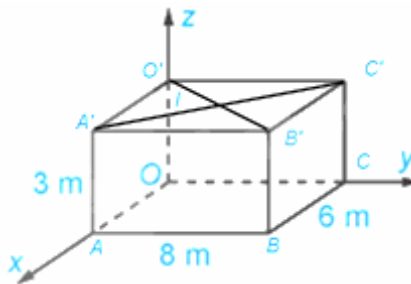


Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 10

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Khi đó,  $O'(0;0;3), B'(8;6;3)$ .

Vì phòng học thiết kế dạng hình hộp chữ nhật nên hình  $O'C'B'A'$  là hình chữ nhật. Gọi  $I$  là giao điểm của hai đường chéo  $O'B'$  và  $A'C'$  nên  $I$  là trung điểm của  $O'B'$ .

Vì đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học nên đèn trùng với  $I$ .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_I = \frac{x_{O'} + x_{B'}}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_{O'} + y_{B'}}{2} = 3. \\ z_I = \frac{z_{O'} + z_{B'}}{2} = 3 \end{cases}$$

Vậy điểm treo đèn là  $(4;3;3)$

$$\Rightarrow T = a + b + c = 10$$

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;3;1)$  và  $B(5; 6; 2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$  có tọa độ  $(a;b;c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -9

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x;0;z)$$

$$\overline{AB} = (7;3;1)$$



$$\overline{AM} = (x+2; -3; z-1)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overline{AM} = k \cdot \overline{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0)$$

$$\Rightarrow T = a + b + c = -9$$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

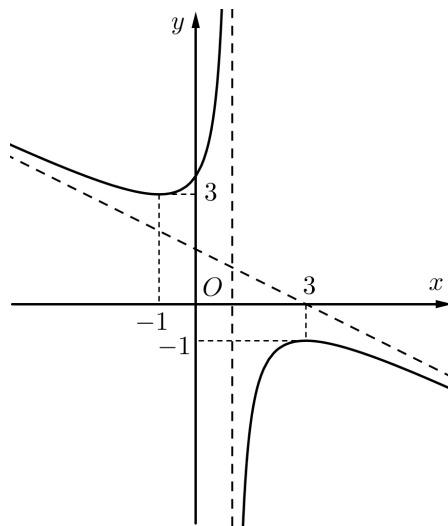
**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 3**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

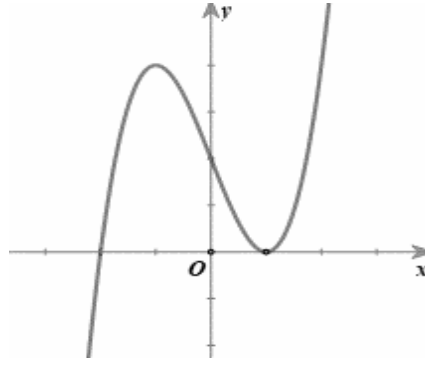
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		↗	↘	↗	↘			
	$-\infty$	$-1$	$-2$	$-1$	$-\infty$			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

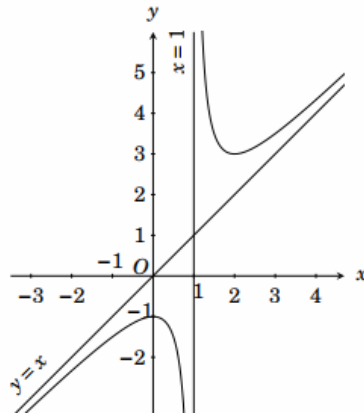
- A.  $(0;1)$                                       B.  $(1;+\infty)$                                       C.  $(-\infty;1)$                                       D.  $(-1;0)$

**Câu 3.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^3 + 3x + 2$       B.  $y = x^2 + 1$       C.  $y = x^3 + x^2 + 1$       D.  $y = x^3 - 3x + 2$

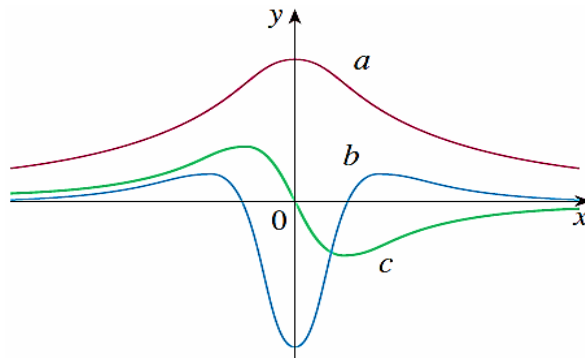
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng  $I$  của đồ thị là (C) là

- A.  $I(0;1)$ .      B.  $I(0;0)$ .      C.  $I(1;0)$ .      D.  $I(1;1)$ .

**Câu 5.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $a, b, c$ .      B.  $b, a, c$ .      C.  $a, c, b$ .      D.  $b, c, a$ .

**Câu 6.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là  $Q_1, Q_2, Q_3$ . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A.  $2Q_2$ .      B.  $Q_1 - Q_3$ .      C.  $Q_3 - Q_1$ .      D.  $Q_3 + Q_1 - Q_2$ .

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng).      B. 19,5 (triệu đồng).      C. 16,9 (triệu đồng).      D. 18,5 (triệu đồng).

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$ .      B.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$ .      D.  $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$ .

**Câu 9.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$  bằng?

- A.  $a^2\sqrt{2}$ .      B.  $a^2$ .      C.  $a^2\sqrt{3}$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-1)$  và  $B(2;3;2)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(1; 2; 3)$       B.  $(-1; -2; 3)$       C.  $(3;5;1)$       D.  $(3;4;1)$

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;-2;1)$ ,  $B(0;1;2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là

- A.  $M(4;-5;0)$ .      B.  $M(2;-3;0)$ .      C.  $M(0;0;1)$ .      D.  $M(4;5;0)$ .

**Câu 12.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có các kích thước  $AB=4, AD=3, AA'=5$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACB'$ . Độ dài  $BG$  là:

- A.  $BG = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $BG = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ .      C.  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{3}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng  $(-2, -1)$  và  $(-1, 0)$   
 b) Hàm số có hai điểm cực trị  $(-2; 5)$  và  $(0; 1)$   
 c) Đồ thị  $(C)$  cắt  $Ox$  tại một điểm phân biệt.  
 d) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1; 2)$

**Câu 2.** Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $y = t^3 - 12t + 3$ , ( $t \geq 0$ )

a) Hàm vận tốc là:  $v(t) = y' = 3t^2 - 12$ , ( $t \geq 0$ ) và hàm gia tốc là  $a(t) = 6t$ , ( $t \geq 0$ ).

b) Hạt chuyển động lên trên khi  $t > 2$  và hạt chuyển động xuống dưới khi  $t < 2$ .

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian  $0 \leq t \leq 3$  là 9 m.

d) Hạt tăng tốc khi  $t > 2$  và hạt giảm tốc khi  $0 < t < 2$ .

**Câu 3.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik  $3 \times 3$ , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

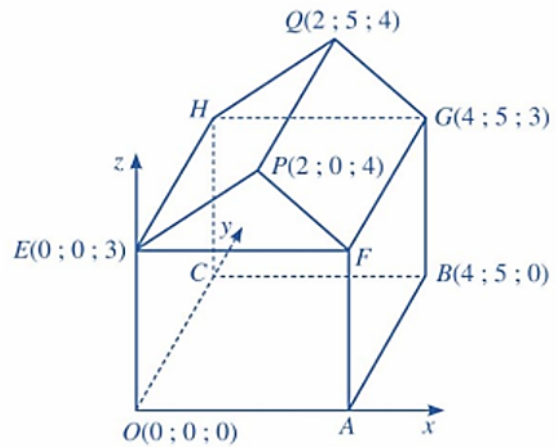
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 12.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là  $Q_1 = 10,75$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 14,375$

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 2,74 (kết quả làm tròn đến phần trăm).

**Câu 4.** Một ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ điểm  $H$  là  $(0; 5; 3)$ .

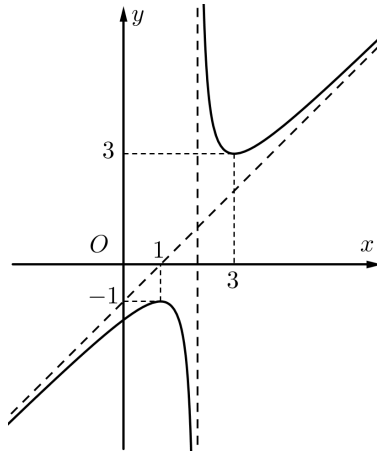
b)  $AH = \sqrt{2}$

c)  $\overline{AH} \cdot \overline{AF} = 9$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  bằng  $26,6^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C). Tính giá trị của  $x_0 + y_0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ . Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích  $\frac{500}{3} m^3$

Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/ $m^3$ . Nếu biết xác định kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất, chi phí thấp nhất đó bằng bao nhiêu triệu đồng?



**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m đã ghi lại kết quả luyện tập như sau:

Thời gian (giây)	[10, 2; 10, 4)	[10, 4; 10, 6)	[10, 6; 10, 8)	[10, 8; 11)
Số vận động viên	3	7	8	2

Hãy xác định phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(1000;600;14)$  đến điểm  $N(a,b,c)$  trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng  $Q(1400;800;16)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 2c$ .



**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;1), B(-2;1;0), C(2;-3;1)$ . Lấy điểm  $S(a;b;c)$  sao cho biểu thức  $SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $T = 2a + b + 3c$

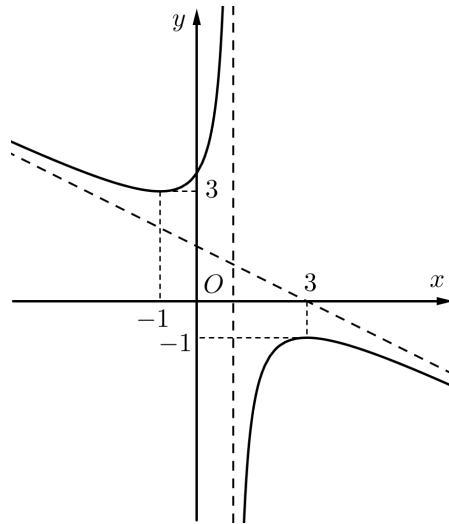
**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 3**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4.                                **B.** 2.                                **C.** 1.                                **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và 1 tiệm cận xiên.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		$-\infty$	$-1$	$-2$	$-1$	$-\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** (0;1)                                **B.** (1;+∞)                                **C.** (-∞;1)                                **D.** (-1;0)

**Lời giải**

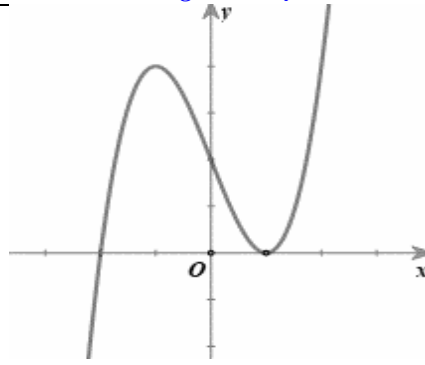
**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng (0;1) thì  $f'(x) > 0$ .

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng (0;1).

**Câu 3.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?





A.  $y = -x^3 + 3x + 2$

B.  $y = x^2 + 1$

C.  $y = x^3 + x^2 + 1$

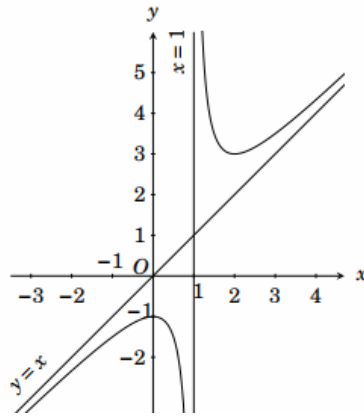
D.  $y = x^3 - 3x + 2$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên chỉ có hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  thỏa mãn điều kiện trên.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng  $I$  của đồ thị là (C) là

A.  $I(0;1)$ .

B.  $I(0;0)$ .

C.  $I(1;0)$ .

D.  $I(1;1)$ .

**Lời giải**

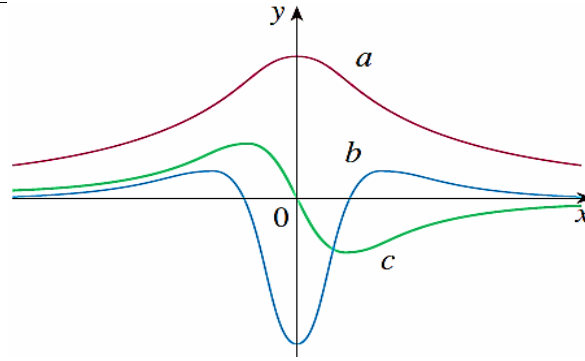
**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x$

Do đó tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C) là  $I(1;1)$

**Câu 5.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $a, b, c$ .                      B.  $b, a, c$ .                      C.  $a, c, b$ .                      D.  $b, c, a$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Cách 1:** Từ đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị  $b$  cắt trục  $Ox$  tại điểm ứng hoành độ cực trị của  $c$ . Suy ra  $b$  là đạo hàm của  $c$ .

+ Đồ thị  $c$  cắt trục  $Ox$  tại điểm ứng hoành độ cực trị của  $a$ . Suy ra  $c$  là đạo hàm của  $a$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt  $a, c, b$ .

**Cách 2:** Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $a$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $a$  đi xuống, suy ra  $c$  là đạo hàm  $a$ .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $c$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $c$  đi xuống, suy ra  $b$  là đạo hàm  $c$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt  $a, c, b$ .

**Câu 6.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A.  $2Q_2$ .                      B.  $Q_1 - Q_3$ .                      C.  $Q_3 - Q_1$ .                      D.  $Q_3 + Q_1 - Q_2$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Lý thuyết:  $Q_3 - Q_1$

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng).                      B. 19,5 (triệu đồng).                      C. 16,9 (triệu đồng).                      D. 18,5 (triệu đồng).

Lời giải

**Chọn D.**

Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{7,5 \cdot 2 + 12,5 \cdot 5 + 17,5 \cdot 8 + 22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 4}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = 18,5 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = 2\vec{AC}$ .

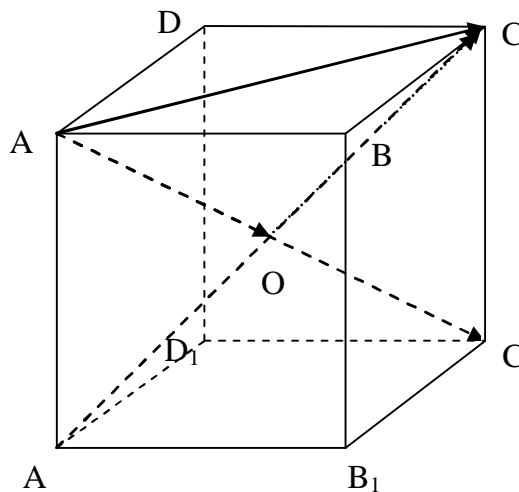
B.  $\vec{AC_1} + \vec{CA_1} + 2\vec{C_1C} = \vec{0}$ .

C.  $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$ .

D.  $\vec{CA_1} + \vec{AC} = \vec{CC_1}$ .

Lời giải

**Chọn C.**



+ Gọi  $O$  là tâm của hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ .

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.

**Câu 9.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Ta có  $\overline{AB \cdot EG}$  bằng?

A.  $a^2\sqrt{2}$ .

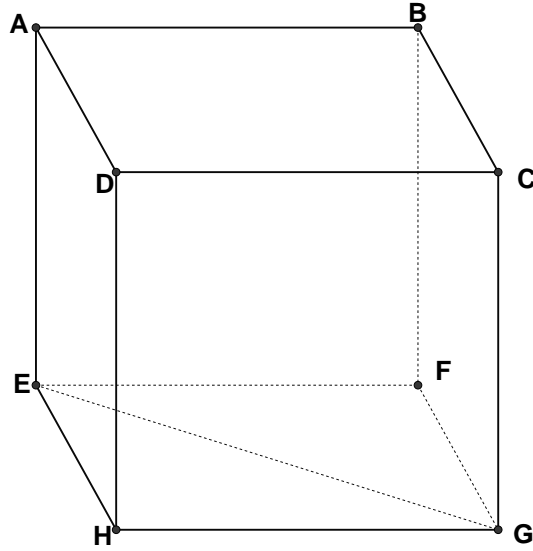
B.  $a^2$ .

C.  $a^2\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B.**



$$\overline{AB} \cdot \overline{EG} = \overline{AB} \cdot (\overline{EF} + \overline{EH}) = \overline{AB} \cdot \overline{EF} + \overline{AB} \cdot \overline{EH} = \overline{AB}^2 + \overline{AB} \cdot \overline{AD} \quad (\overline{EH} = \overline{AD}) = a^2 \quad (\text{Vì } \overline{AB} \perp \overline{AD})$$

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-1)$  và  $B(2;3;2)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là

- A.**  $(1; 2; 3)$                       **B.**  $(-1; -2; 3)$                       **C.**  $(3; 5; 1)$                       **D.**  $(3; 4; 1)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;-2;1)$ ,  $B(0;1;2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là

- A.**  $M(4;-5;0)$ .                      **B.**  $M(2;-3;0)$ .                      **C.**  $M(0;0;1)$ .                      **D.**  $M(4;5;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$ ;  $\overline{AB} = (-2; 3; 1)$ ;  $\overline{AM} = (x-2; y+2; -1)$ .

Để  $A, B, M$  thẳng hàng thì  $\overline{AB}$  và  $\overline{AM}$  cùng phương, khi đó:  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$ .

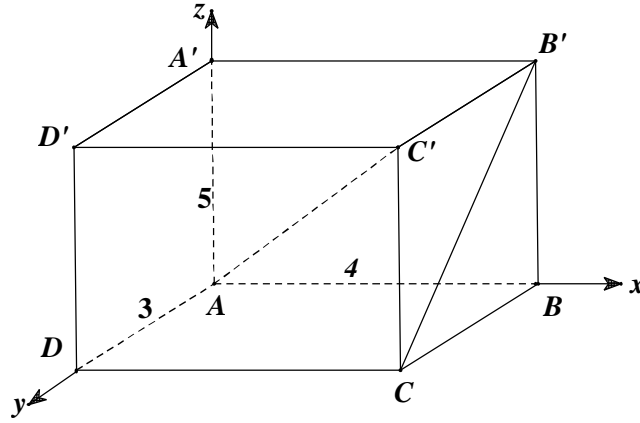
Vậy  $M(4;-5;0)$ .

**Câu 12.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có các kích thước  $AB=4, AD=3, AA'=5$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACB'$ . Độ dài  $BG$  là:

- A.**  $BG = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .                      **B.**  $BG = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ .                      **C.**  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .                      **D.**  $BG = \frac{5\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Có  $A(0;0;0), C(4;3;0), B'(4;0;5), B(4;0;0),$

$G$  là trọng tâm của tam giác  $ACB' \Rightarrow G\left(\frac{8}{3}; 1; \frac{5}{3}\right)$

$$\text{Độ dài } BG \text{ là: } BG = \sqrt{\left(\frac{8}{3}-4\right)^2 + (1-0)^2 + \left(\frac{5}{3}-0\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng  $(-2, -1)$  và  $(-1, 0)$

b) Hàm số có hai điểm cực trị  $(-2; 5)$  và  $(0; 1)$

c) Đồ thị  $(C)$  cắt  $Ox$  tại một điểm phân biệt.

d) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1; 2)$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

$$\text{Ta có } y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1} \text{ có đạo hàm } y' = \frac{-x - 2x}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$		$5$		$+\infty$
				$1$	
				$-\infty$	$-\infty$

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng  $(-2, -1)$  và  $(-1, 0)$

b) Hàm số có hai điểm cực trị  $(-2; 5)$  và  $(0; 1)$

c)  $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 1 = 0$  (\*)

Vậy phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt. Hay (C) luôn cắt  $Ox$  tại hai điểm phân biệt.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị là  $y = -x + 2$  nên đi qua điểm  $A(1; 2)$

**Câu 2.** Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $y = t^3 - 12t + 3$ , ( $t \geq 0$ )

a) **Hàm vận tốc là:**  $v(t) = y' = 3t^2 - 12$ , ( $t \geq 0$ ) **và hàm gia tốc là**  $a(t) = 6t$ , ( $t \geq 0$ ).

b) Hạt chuyển động lên trên khi  $t > 2$  và hạt chuyển động xuống dưới khi  $t < 2$ .

c) **Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian  $0 \leq t \leq 3$  là 9 m.**

d) Hạt tăng tốc khi  $t > 2$  và hạt giảm tốc khi  $0 < t < 2$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Hàm vận tốc là:  $v(t) = y' = 3t^2 - 12$ , ( $t \geq 0$ )

Hàm gia tốc là  $a(t) = v'(t) = 6t$ , ( $t \geq 0$ )

b) Hạt chuyển động lên trên khi  $v(t) > 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow t > 2$ , (do  $t \geq 0$ )

Hạt chuyển động xuống dưới khi  $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 2$

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian  $0 \leq t \leq 3$ .

Ta có  $y(3) - y(0) = -9$

Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian  $0 < t < 3$  là 9m

d) Hạt tăng tốc khi  $v'(t) > 0 \Leftrightarrow 6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$

Hạt giảm tốc khi  $v'(t) < 0 \Leftrightarrow 6t < 0 \Leftrightarrow t < 0$  loại vì  $t \geq 0$

Vậy hạt tăng tốc khi  $t > 0$  và hạt không giảm tốc

**Câu 3.** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik  $3 \times 3$ , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 12.  
 b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là  $Q_1 = 10,75$   
 c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 14,375$   
 d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 2,74 (kết quả làm tròn đến phần trăm).

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $R = 18 - 8 = 10$  (giây).  
 b) Cỡ mẫu  $n = 25$ .  
 Gọi  $x_1; \dots; x_{25}$  là mẫu số liệu gốc về thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

- $x_1; \dots; x_4 \in [8; 10)$ ,  
 $x_5; \dots; x_{10} \in [10; 12)$ ,  
 $x_{11}; \dots; x_{18} \in [12; 14)$ ,  
 $x_{19}; \dots; x_{22} \in [14; 16)$ ,  
 $x_{23}; \dots; x_{25} \in [16; 18)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [10; 12)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là:  $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6}(12 - 10) = 10,75$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [14; 16)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là:  $Q_3 = 10 + \frac{\frac{3.25}{4} - (4 + 6 + 8)}{4}(16 - 14) = 14,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 14,375 - 10,75 = 3,625$

d) Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

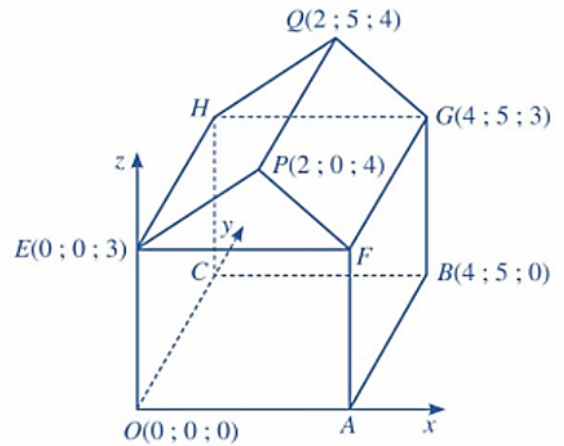
$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2] - (12,68)^2 = 5,9776$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5,9776} \approx 2,44$

**Câu 4.** Một ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ điểm  $H$  là  $(0;5;3)$ .

b)  $AH = \sqrt{2}$

c)  $\overline{AH} \cdot \overline{AF} = 9$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  bằng  $26,6^\circ$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OABC$  là hình chữ nhật, suy ra  $x_A = x_B = 4$ ,  $y_C = y_B = 5$ . Do  $A$  nằm trên trục  $Ox$  nên tọa độ điểm  $A$  là  $(4;0;0)$ . Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác  $OCHE$  là hình chữ nhật, suy ra  $y_H = y_C = 5$ ,  $z_H = z_E = 3$ . Do  $H$  nằm trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên tọa độ điểm  $H$  là



$(0;5;3)$ . Tứ giác  $OAFE$  là hình chữ nhật nên  $x_F = x_A = 4; z_F = z_E = 3$ . Do  $F$  nằm trên mặt phẳng  $(Ozx)$

nên tọa độ điểm  $F$  là  $(4;0;3)$ .

b) Ta có  $\overline{AH} = (-4;5;3) \Rightarrow AH = 5\sqrt{2}$

c)  $\overline{AF} = (0;0;3)$

Suy ra  $\overline{AH} \cdot \overline{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng  $FG$ , hai mặt lần lượt là  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$ . Do mặt phẳng  $(Ozx)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(FGQP)$  và  $(FGHE)$  nên góc  $PFE$  là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

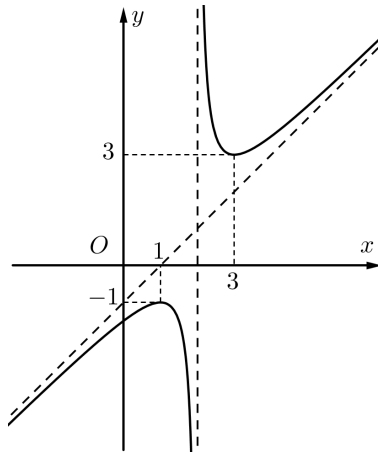
Ta có:  $\overline{FP} = (-2;0;1), \overline{FE} = (-4;0;0)$ .

Suy ra  $\cos \widehat{PFE} = \cos(\overline{FP}, \overline{FE}) = \frac{\overline{FP} \cdot \overline{FE}}{|\overline{FP}| \cdot |\overline{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

Do đó,  $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$ . Vậy góc dốc của mái nhà khoảng  $26,6^\circ$ .

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là  $(C)$  có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là  $(C)$ . Tính giá trị của  $x_0 + y_0$ .

Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 3

Dựa vào đồ thị ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là  $A(3;3); B(1;-1)$

Vì  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là  $(C)$  nên là  $I(x_0; y_0)$  trung điểm của đoạn thẳng  $AB$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_0 = \frac{3+1}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 3$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ . Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án: 0.**

$$y = \sqrt{x^2 - 2x}$$

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty) .$$

$$y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1(I) .$$

$y'$  không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

**Câu 3.** Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích  $\frac{500}{3} m^3$

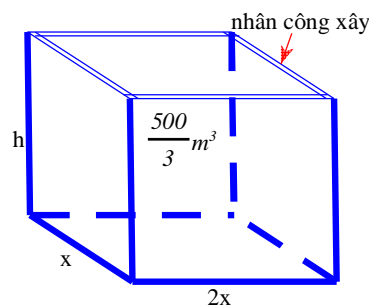
Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/ $m^3$ . Nếu biết xác định kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất, chi phí thấp nhất đó bằng bao nhiêu triệu đồng?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án: 75**



Gọi các yếu tố như hình vẽ, diện tích phần phải xây của bể là phần xung quanh và đáy.

$$V = 2x^2 \cdot h = \frac{500}{3}; S = 2x^2 + 6xh$$

$$\Rightarrow S = 2x^2 + \frac{500}{x} = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \geq 150$$

Số chi phí thấp nhất là  $150 \times 500000 = 75$  triệu.

**Chú ý:** Để tìm  $S = 2x^2 + \frac{500}{x}$  nhỏ nhất ta dùng đạo hàm dễ hiểu hơn nhưng lại dài dòng hơn.

**Câu 4.** Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m đã ghi lại kết quả luyện tập như sau:

Thời gian (giây)	[10, 2; 10, 4)	[10, 4; 10, 6)	[10, 6; 10, 8)	[10, 8; 11)
Số vận động viên	3	7	8	2

Hãy xác định phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,03

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (giây)	[10, 2; 10, 4)	[10, 4; 10, 6)	[10, 6; 10, 8)	[10, 8; 11)
Giá trị đại diện	10,3	10,5	10,7	10,9
Số vận động viên	3	7	8	2

Tổng số vận động viên là:  $3 + 7 + 8 + 2 = 20$

Thời gian chạy trung bình của các vận động viên là:  $\bar{x} = \frac{1}{20}(10,3 \cdot 3 + 10,5 \cdot 7 + 10,7 \cdot 8 + 10,9 \cdot 2) = 10,59$

(giây)

Phương sai của mẫu số liệu là:  $s^2 = \frac{1}{20}(10,3^2 \cdot 3 + 10,5^2 \cdot 7 + 10,7^2 \cdot 8 + 10,9^2 \cdot 2) - 10,59^2 \approx 0,03$

**Câu 5.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(1000; 600; 14)$  đến điểm  $N(a, b, c)$  trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng  $Q(1400; 800; 16)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 2c$ .



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2081

Gọi  $N(x; y; z)$  là tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2)$$

$$\overrightarrow{NQ} = (1400 - x; 800 - y; 16 - z)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên  $\overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NQ}$  cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ  $M \rightarrow Q$  gấp 4 lần thời gian bay từ  $N \rightarrow Q$  nên  $\overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ}$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 400 = 4(1400 - x) \\ 200 = 4(800 - y) \\ 2 = 4(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1300 \\ y = 750 \\ z = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5)$$

Tọa độ vị trí điểm  $N$  là  $(1300; 750; 15,5)$

$$T = a + b + 2c = 2081.$$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1), B(-2; 1; 0), C(2; -3; 1)$ . Lấy điểm  $S(a; b; c)$  sao cho biểu thức  $SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $T = 2a + b + 3c$

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -1

$$\text{Gọi } G \text{ là điểm sao cho } \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow G\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2 &= \overrightarrow{SA}^2 + 2\overrightarrow{SB}^2 + 3\overrightarrow{SC}^2 \\ &= (\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA})^2 + 2(\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB})^2 + 3(\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 6SG^2 + GA^2 + 2GB^2 + 3GC^2 \geq 6SG^2 \end{aligned}$$

$$SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2 \text{ nhỏ nhất khi } SG^2 \text{ nhỏ nhất hay } S \equiv G \text{ hay } S\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{3}\right).$$

$$T = 2a + b + 3c = -1.$$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 4**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
$y$	2		$+\infty$	$+\infty$

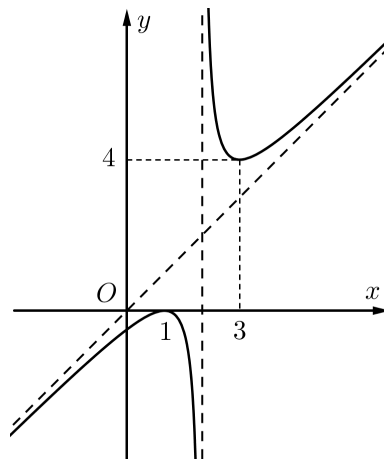
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 2.

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$  đồng biến trên các khoảng nào ?

- A.  $(-1; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .                                      B.  $(-\infty; -1)$  và  $(1; 3)$ .  
 C.  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .                                      D.  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



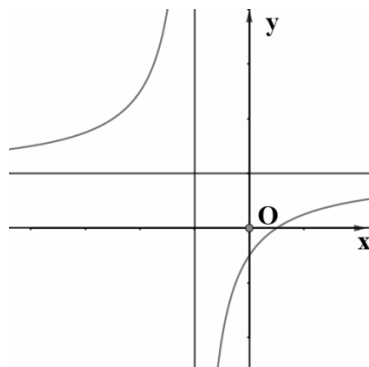
A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$ .      C.  $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ .      D.  $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$ .

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$y'$	+	
$y$	$-\infty$	$+\infty$

A.  $y = x^2 + 2x + 1$ .      B.  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ .      C.  $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$ .      D.  $y = \frac{x + 1}{x + 2}$ .

**Câu 5.** Hình vẽ bên là đồ thị hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ .



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.  $ad > 0$  và  $bd > 0$ .      B.  $ad > 0$  và  $ab < 0$ .  
C.  $bd < 0$  và  $ab > 0$ .      D.  $ad < 0$  và  $ab < 0$ .

**Câu 6.** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ (năm)	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào lĩnh vực B cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng).      B. 19,5 (triệu đồng).      C. 16,9 (triệu đồng).      D. 18,5 (triệu đồng).

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

A.  $\overline{PQ} = \frac{1}{4}(\overline{BC} + \overline{AD})$ .

B.  $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{AD})$ .

C.  $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$ .

D.  $\overline{PQ} = \overline{BC} + \overline{AD}$ .

**Câu 9.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

A.  $\overline{BC} + \overline{BA} = \overline{B_1C_1} + \overline{B_1A_1}$ .

B.  $\overline{AD} + \overline{D_1C_1} + \overline{D_1A_1} = \overline{DC}$ .

C.  $\overline{BC} + \overline{BA} + \overline{BB_1} = \overline{BD_1}$ .

D.  $\overline{BA} + \overline{DD_1} + \overline{BD_1} = \overline{BC}$ .

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -1), \overline{AB} = (1; 3; 1)$  thì tọa độ của điểm  $B$  là:

A.  $B(2; 5; 0)$ .

B.  $B(0; -1; -2)$ .

C.  $B(0; 1; 2)$ .

D.  $B(-2; -5; 0)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$ .

A.  $A'(2; 3; 5)$ .

B.  $A'(2; -3; -5)$ .

C.  $A'(-2; -3; 5)$ .

D.  $A'(-2; -3; -5)$ .

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $A(0; 0; 0), D(2; 0; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; 4)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$ . Độ dài  $MG$  là:

A.  $MG = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

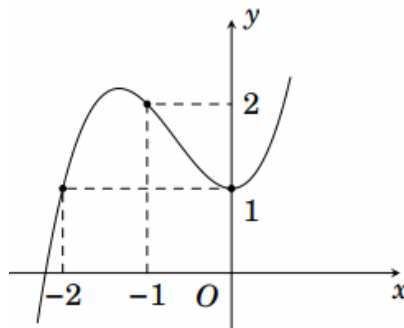
B.  $MG = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

C.  $MG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $MG = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$

b) Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $(0; 1)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$

d)  $2a + 3b + c = 9$

**Câu 2.** Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản  $x(x \in \mathbb{N}^*)$  cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản  $x$  cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi  $C(x) = x^2 - 2000x + 100000000$  (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $\frac{x^2 - 2000x + 100000000}{x}$  (đồng)

b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0; 10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.

**Câu 3.** Một bác tài xế thông kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;1;-2)$  và  $B(3;-1;1)$ .

a)  $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$

b) Lấy điểm  $N \in Oy$ . Độ dài đoạn thẳng  $NA$  ngắn nhất bằng 4.

c) Lấy điểm  $Q \in (Oxz)$ . Độ dài đoạn thẳng  $QB$  ngắn nhất khi đó tọa độ điểm  $Q$  là  $(3; 0; 1)$ .

d) Biết tọa độ điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$ . Khi đó  $x + y - z = 11$ .



**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Trên đồ thị hàm số  $(C)$  lấy 2 điểm  $P(a;b); Q(c;d)$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ) sao cho chúng đối xứng nhau qua điểm  $M(-1;3)$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c + d$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $a + b$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Công suất  $P$  (đơn vị  $W$ ) của một mạch điện được xác định bởi công thức  $P(I) = 12I^2 - \frac{1}{2}I^3$  với  $I$  (đơn vị  $A$ ) là cường độ dòng điện và  $0 \leq I \leq 22$ . Công suất  $P$  lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimet) của 36 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số
[160;163)	6
[163;166)	11
[166;169)	9
[169;172)	7
[172;175)	3
	$n = 36$

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc  $50(km)$  và về phía Tây  $20(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $1(km)$ . Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (kết quả làm tròn đến phần chục, đơn vị: km).



**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(0;2;3), B(2;1;1), C(1;2;3), M(a;b;c) \in Oz$ . Khi biểu thức  $T = |\overline{MA} - 2\overline{MB} + 3\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính  $a + b + 2c$ .

**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 4**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
$y$	2		$+\infty$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  Không tồn tại tiệm cận ngang khi  $x \rightarrow +\infty$ .

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  vậy hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận ngang  $y = 2$ .

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$ .

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng  $x = 0$ .

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$  đồng biến trên các khoảng nào ?

- A.  $(-1; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .                                      B.  $(-\infty; -1)$  và  $(1; 3)$ .  
 C.  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .                                      D.  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định của hàm số là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x + 5)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 3$ .

Lập bảng biến thiên của hàm số:

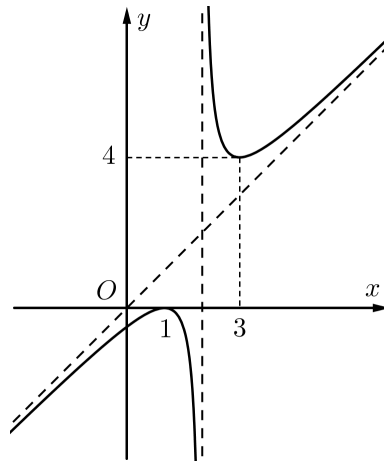
$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$4$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.**  $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ .

**B.**  $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$ .

**C.**  $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ .

**D.**  $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị ta có  $am > 0$ , ta loại đáp án C, D

Thay điểm  $(3; 4)$  vào hai đáp án còn lại, ta loại đáp án B

Vậy chọn đáp án A đúng

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$y'$	$+$	
$y$	$-\infty$	$+\infty$

**A.**  $y = x^2 + 2x + 1$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ .

**C.**  $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$ .

**D.**  $y = \frac{x + 1}{x + 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy

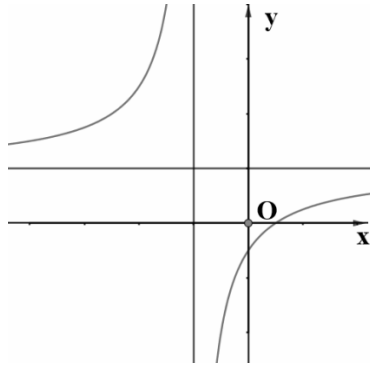
+ hàm số cần tìm có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Do đó, phương án B, D bị loại.

+ hàm số cần tìm đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số bậc 2 đã học không thể đơn điệu trên toàn tập xác định  $\mathbb{R}$ .

Do đó, phương án A bị loại.

Kiểm tra phương án C thấy  $y' = 3x^2 + 2x + 2, y' > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ . Vậy, đáp án là C.

**Câu 5.** Hình vẽ bên là đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ .



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $ad > 0$  và  $bd > 0$ .

B.  $ad > 0$  và  $ab < 0$ .

C.  $bd < 0$  và  $ab > 0$ .

D.  $ad < 0$  và  $ab < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đồ thị hàm số giao với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x = -\frac{b}{a}$ , giao với  $Oy$  tại điểm có tung độ  $y = \frac{b}{d}$ .

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

**Câu 6.** Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ (năm)	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Khoảng biến thiên:  $R = 19 - 14 = 5$

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào lĩnh vực B cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
-----------------------	--------	---------	---------	---------	---------

Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6
------------------------------	---	---	---	---	---

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng).    B. 19,5 (triệu đồng).    **C. 16,9 (triệu đồng).**    D. 18,5 (triệu đồng).

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{7,5 \cdot 8 + 12,5 \cdot 4 + 17,5 \cdot 2 + 22,5 \cdot 5 + 27,5 \cdot 6}{8 + 4 + 2 + 5 + 6} = 16,9 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .    **B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .**
- C.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$ .    D.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có :  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$  và  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

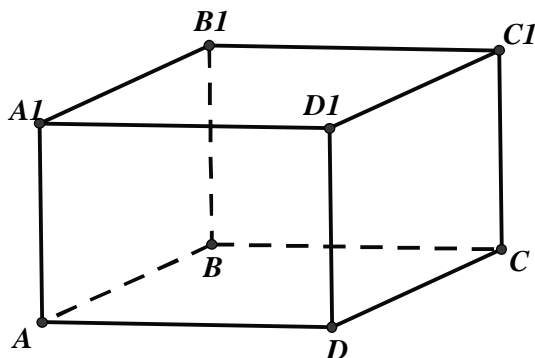
nên  $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ . Vậy  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

**Câu 9.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ .    **B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ .**
- C.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ .    **D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**



Ta có :  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$  nên D sai.

Do  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$  và  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$  nên  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ . A đúng

Do  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$  nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$  nên B đúng.

Do  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$  nên C đúng.

**Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$  thì tọa độ của điểm  $B$  là:

- A.  $B(2; 5; 0)$ .                      B.  $B(0; -1; -2)$ .                      C.  $B(0; 1; 2)$ .                      D.  $B(-2; -5; 0)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $B(x; y; z)$

$$\text{Có } \overrightarrow{AB} = (1; 3; 1) = (x-1; y-2; z+1) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$$

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; -3; 5)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$ .

- A.  $A'(2; 3; 5)$ .                      B.  $A'(2; -3; -5)$ .                      C.  $A'(-2; -3; 5)$ .                      D.  $A'(-2; -3; -5)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -3; 5)$  lên  $Oy$ . Suy ra  $H(0; -3; 0)$

Khi đó  $H$  là trung điểm đoạn  $AA'$ .

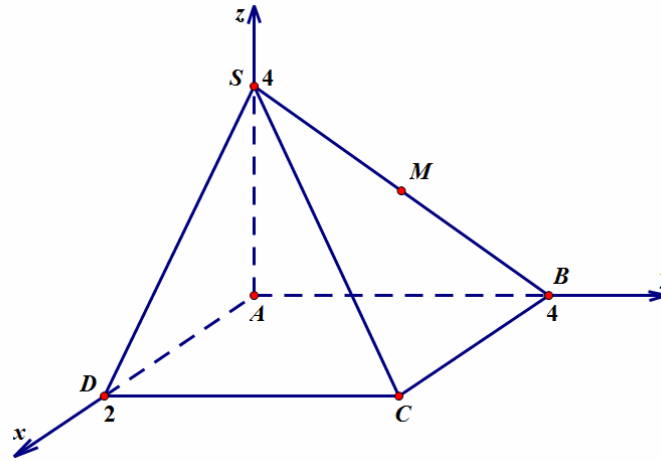
$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2; -3; -5).$$

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $A(0; 0; 0)$ ,  $D(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $S(0; 0; 4)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$ . Độ dài  $MG$  là:

- A.  $MG = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      B.  $MG = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .                      C.  $MG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $MG = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ :  $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$ .

$M$  là trung điểm của  $SB \Rightarrow M(0;2;2)$ .

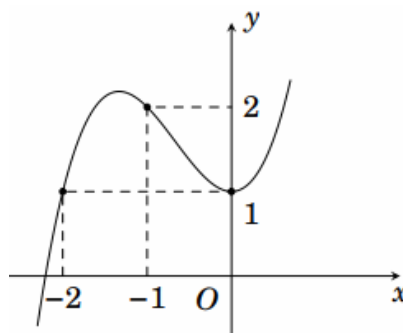
Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật nên 
$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$$
.

$G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$

Độ dài  $MG$  là:  $MG = \sqrt{\left(\frac{4}{3}-0\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x=1$
- b) Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $(0;1)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$
- d)  $2a + 3b + c = 9$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

SAI	ĐÚNG	SAI	SAI
-----	------	-----	-----

- a) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ , giá trị cực tiểu là  $y = 1$   
 b) Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $(0;1)$   
 c) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; x_0)$  với  $-2 < x_0 < -1$   
 d) Đồ thị đi qua ba điểm  $(-2;1);(-1;2);(0;1)$  và đạt cực trị tại  $x = 1$  nên ta được hệ:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ -a + b - c + d = 2 \\ d = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = 0; d = 1 \Rightarrow 2a + 3b + c = 8$$

**Câu 2.** Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản  $x(x \in \mathbb{N}^*)$  cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản  $x$  cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi  $C(x) = x^2 - 2000x + 100000000$  (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



- a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $\frac{x^2 - 2000x + 100000000}{x}$  (đồng)  
 b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0;10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.  
 c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.  
**d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.**

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

Ta có:  
 + Chi phí phát hành cho  $x$  cuốn tạp chí là  $4000x$  (đồng)



+ Tổng chi phí xuất bản và phát hành cho  $x$  cuốn tạp chí là:

$$C(x) + 4000x = x^2 - 2000x + 100000000 + 4000x = x^2 + 2000x + 100000000 \text{ (đồng)}$$

+ Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$  (đồng)

Xét hàm số:  $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$  với  $x \in \mathbb{N}^*$

$$T'(x) = \frac{x^2 - 100000000}{x^2}$$

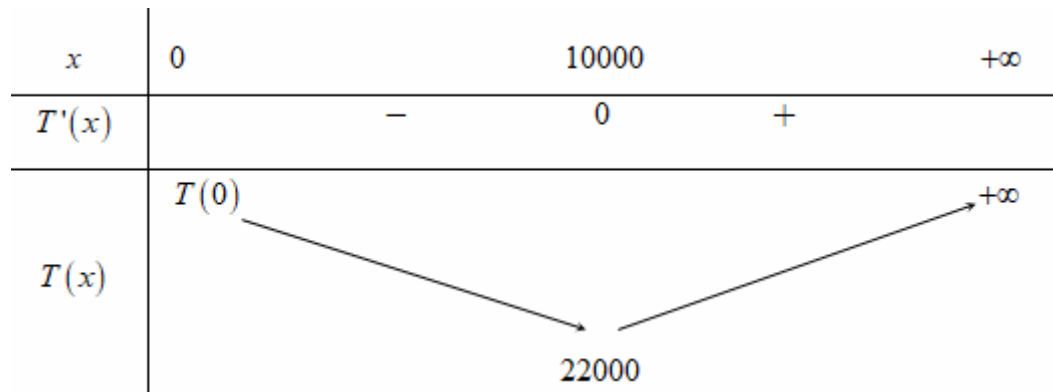
$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 100000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 100000000$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -10000(L) \\ x = 10000(N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0; 10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

+ Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

+ Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng khi sản xuất 10000 cuốn tạp chí

**Câu 3.** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17 .

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

**Lời giải**

<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $R = 300 - 50 = 250$  (km).

b) Cỡ mẫu  $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$ .

Gọi  $x_1; \dots; x_{30}$  là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [50; 100),$$

$$x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150),$$

$$x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200),$$

$$x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250),$$

$$x_{29}; x_{30} \in [250; 300).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_8 \in [100; 150)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{23} \in [150; 200)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$$

c) Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5 \cdot 75^2 + 10 \cdot 125^2 + 9 \cdot 175^2 + 4 \cdot 225^2 + 2 \cdot 275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;1;-2)$  và  $B(3;-1;1)$ .

a)  $\overline{AB} = (3; -2; 3)$

b) Lấy điểm  $N \in Oy$ . Độ dài đoạn thẳng  $NA$  ngắn nhất bằng 4.

c) Lấy điểm  $Q \in (Oxz)$ . Độ dài đoạn thẳng  $QB$  ngắn nhất khi đó tọa độ điểm  $Q$  là  $(3;0;1)$ .

d) Biết tọa độ điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\overline{AM} = 3\overline{AB}$ . Khi đó  $x + y - z = 11$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a)  $\overline{AB} = (3; -2; 3)$

b)  $NA$  ngắn nhất khi điểm  $N$  là hình chiếu điểm  $A$  trên trục  $Oy \Rightarrow N(0;1;0)$

Do đó:  $\overline{NA} = (0;0;-2) \Rightarrow NA = 2$

b)  $QB$  ngắn nhất khi điểm  $Q$  là hình chiếu điểm  $B$  trên  $(Oxz) \Rightarrow Q(3;0;1)$

d) Gọi  $M(x; y; z)$ . Ta có:  $\overline{AM} = (x; y-1; z+2)$ ;  $\overline{AB} = (3; -2; 3)$ .

$$\overline{AM} = 3\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y - 1 = -6 \\ z + 2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \\ z = 7 \end{cases}$$

Vậy  $x + y + z = 11$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Trên đồ thị hàm số  $(C)$  lấy 2 điểm  $P(a;b); Q(c;d)$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ) sao cho chúng đối xứng nhau qua điểm  $M(-1;3)$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c + d$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

• Gọi  $A(x_0; y_0)$ ,  $B$  là điểm đối xứng với  $A$  qua điểm  $M(-1;3) \Rightarrow B(-2-x_0; 6-y_0)$

$$A, B \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -x_0^3 + 3x_0 + 2 \\ 6 - y_0 = -(-2-x_0)^3 + 3(-2-x_0) + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 6 = -x_0^3 + 3x_0 + 2 - (-2 - x_0)^3 + 3(-2 - x_0) + 2$$

$$\Leftrightarrow 6x_0^2 + 12x_0 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0$$

Vậy 2 điểm cần tìm là:  $(-1; 0)$  và  $(-1; 6)$

$$\Rightarrow T = a + b + c + d = 4$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng

$y = ax + b$ . Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 19

**Phương pháp tự luận:**

$$y' = \frac{3x^2 + 18x + 20}{(x + 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị}$$

hàm số là  $y = 6x + 13$ .

$$\Rightarrow a + b = 19$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Tại điểm cực trị của đồ thị hàm số phân thức, ta có:  $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{(3x^2 + 13x + 19)'}{(x + 3)'} \Leftrightarrow y = 6x + 13 \Rightarrow a + b = 19$$

**Câu 3.** Công suất  $P$  (đơn vị  $W$ ) của một mạch điện được xác định bởi công thức  $P(I) = 12I^2 - \frac{1}{2}I^3$

với  $I$  (đơn vị  $A$ ) là cường độ dòng điện và  $0 \leq I \leq 22$ . Công suất  $P$  lớn nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

Lời giải

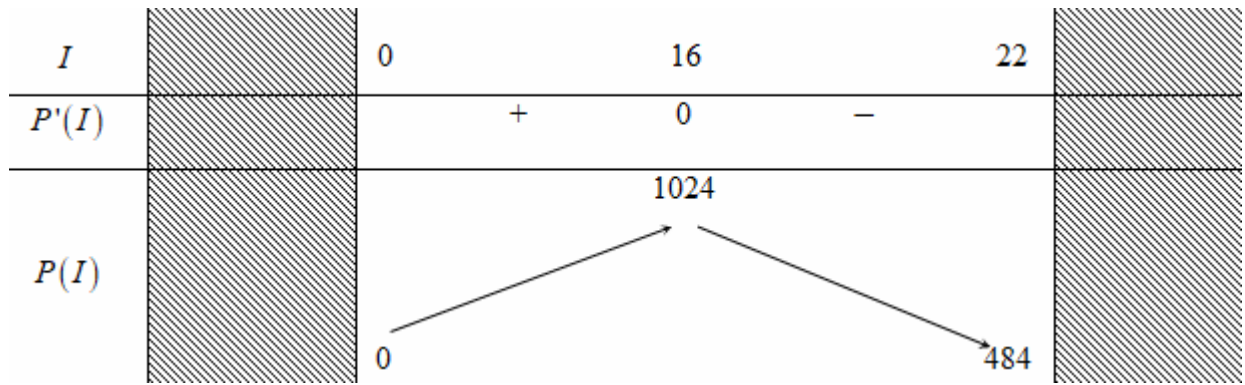
**Đáp án:** 1024.

• Xét hàm số  $P(I) = 12I^2 - \frac{1}{2}I^3$  với  $0 \leq I \leq 22$ .

$$\bullet P'(I) = 24I - \frac{3}{2}I^2$$

$$P'(I) = 0 \Leftrightarrow 24I - \frac{3}{2}I^2 = 0 \Leftrightarrow (48 - 3I)I = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} I = 0 \\ I = 16 \end{cases}$$

• Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta có: Công suất  $P$  lớn nhất bằng  $P(16) = 1024(w)$ .

**Câu 4.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimét) của 36 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số
[160;163)	6
[163;166)	11
[166;169)	9
[169;172)	7
[172;175)	3
	$n = 36$

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 15

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là  $a_1 = 160$ , đầu mút phải của nhóm 5 là  $a_6 = 175$ . Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:  $R = a_6 - a_1 = 175 - 160 = 15(cm)$ .

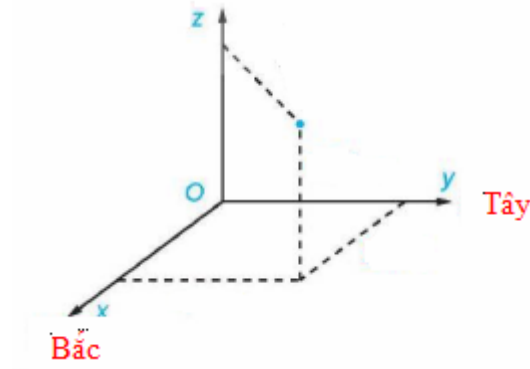
**Câu 5.** Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc  $50(km)$  và về phía Tây  $20(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $1(km)$ . Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (kết quả làm tròn đến phần chục, đơn vị: km).



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 53,9



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Suy ra chiếc máy bay có tọa độ  $(50; 20; 1)$ .

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là:  $\sqrt{50^2 + 20^2 + 1^2} \approx 53,9(km)$

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(0; 2; 3), B(2; 1; 1), C(1; 2; 3), M(a; b; c) \in Oz$ . Khi biểu thức  $T = |\overline{MA} - 2\overline{MB} + 3\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính  $a + b + 2c$ .

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 7

Ta tính được:  $M\left(0; 0; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow a + b + 2c = 7$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

**Năm học 2024 - 2025**

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

**Thời gian 90 phút**

**Trắc nghiệm gồm 3 phần**

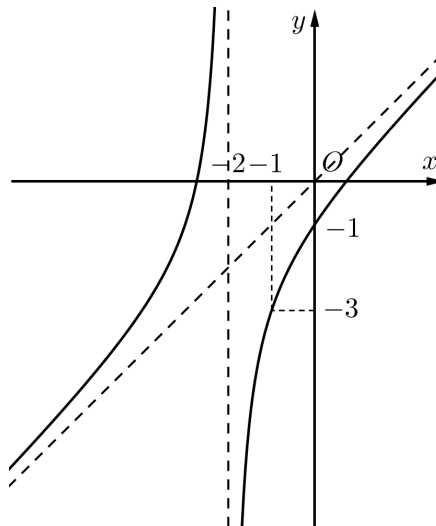
**Nội dung:**

- 1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.**
- 2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian**
- 3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm**

**ĐỀ SỐ 5**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

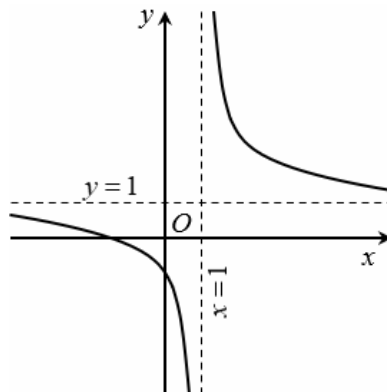
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3.

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



- A.  $y = \frac{x}{1-x}$ .                      B.  $y = \frac{x+1}{1-x}$ .                      C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{x}{x-1}$ .

**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+3}$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

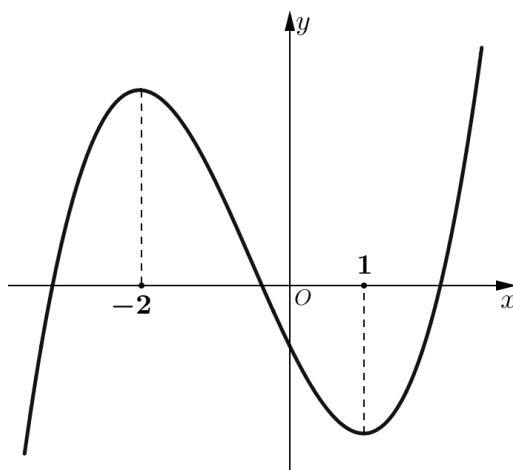
- A. -3.                      B. 1.                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $y = -1$ .

**Câu 0.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	-10	-4	2	$+\infty$
$y'$		-	0	+	
$y$	$+\infty$				$+\infty$
			24		
				0	
				$-\infty$	$-\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$ .                      B.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$ .                      C.  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$ .                      D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$ .

**Câu 0.** Cho đường cong (C):  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .                      B.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .  
C.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .                      D.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

**Câu 0.** Một Bác nông dân thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	9	18	18	10	0

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25.                      B. 30.                      C. 20.                      D. 35.

**Câu 0.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6



Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.  $[0; 20)$ .                      B.  $[20; 40)$ .                      C.  $[40; 60)$ .                      D.  $[60; 80)$ .

**Câu 0.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là:

- A.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .                      B.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .  
 C.  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .                      D.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

**Câu 0.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Hãy tìm mệnh đề **sai** trong những mệnh đề sau đây:

- A.  $2\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{CD} + \vec{D'A'} = \vec{0}$                       B.  $\vec{AD'} \cdot \vec{AB'} = a^2$   
 C.  $\vec{AB'} \cdot \vec{CD'} = 0$                       D.  $|\vec{AC'}| = a\sqrt{3}$ .

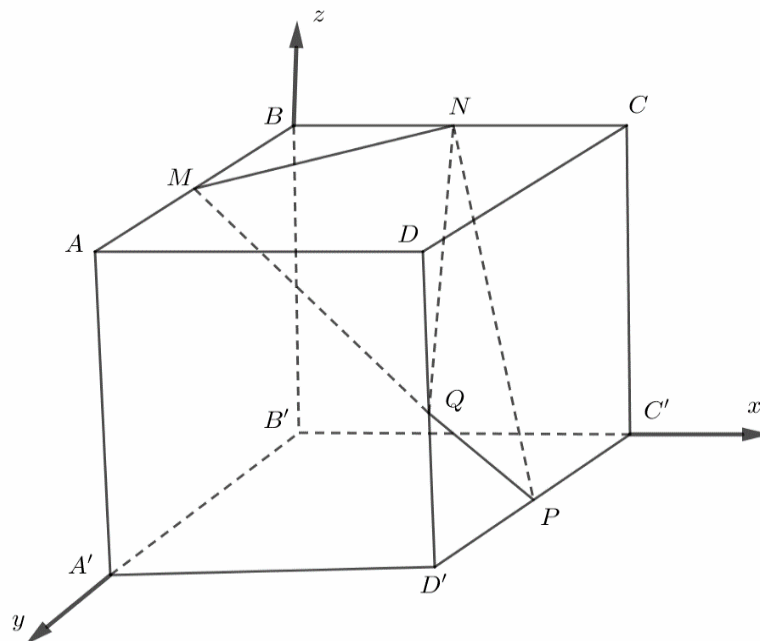
**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3; 5; 2)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0; 5; 2)$ .                      B.  $(0; 5; 0)$ .                      C.  $(3; 0; 0)$ .                      D.  $(0; 0; 2)$ .

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -4; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vectơ  $\vec{u} + 3\vec{v}$  có tọa độ là

- A.  $(-2; -10; 3)$ .                      B.  $(-2; -6; 3)$ .                      C.  $(-4; -8; 4)$ .                      D.  $(-2; -10; -3)$ .

**Câu 0.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài cạnh bằng 1. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, C'D', DD'$ . Thiết lập hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  trùng  $B'$  và các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt trùng với các tia  $B'C', B'A', B'B$  như hình vẽ. Xác định tọa độ các điểm  $M, N, P, Q$ .



- A.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$ .

B.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ ,  $N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$ ,  $P(1; 1; 0)$ ,  $Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

C.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ ,  $N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$ ,  $P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ ,  $Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

D.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$ ,  $N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ ,  $Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$  có đồ thị (C).

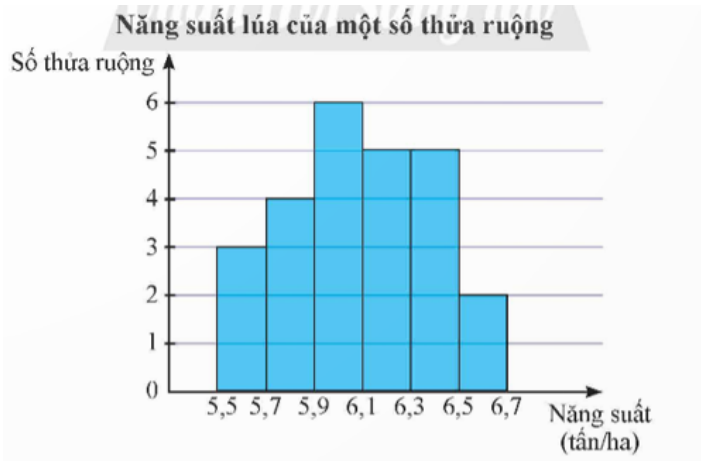
- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$  bằng  $-\frac{19}{3}$
- d) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $2x + y = 0$

**Câu 2.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.



- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Câu 3.** Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- a) Có 18 thửa ruộng đã được khảo sát.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,4(tấn/ha).
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675 .
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656 .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $A(1;0;2), B(3;2;5), C(7;-3;9)$  và  $A'(5;0;1)$ .

- a)  $\overrightarrow{AA'} = (4; 0; -1)$
- b)  $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$
- c) Tọa độ đỉnh  $B'$  là  $(x; y; z)$ . Khi đó  $x + y + z = 13$ .
- d) Tọa độ đỉnh  $C'$  là  $(a; b; c)$ . Khi đó  $a + b + c = 16$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x-8}{x}$  cắt đường thẳng  $\Delta: y = -x$  tại hai điểm phân biệt A và B .

Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB . Tính  $x_0 + y_0$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng  $y = ax + b$  . Tính giá trị  $b - a$  .

Trả lời: .....

**Câu 3.** Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin được cho bởi công thức  $P = 12I - 0,5I^2$  với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

Trả lời: .....

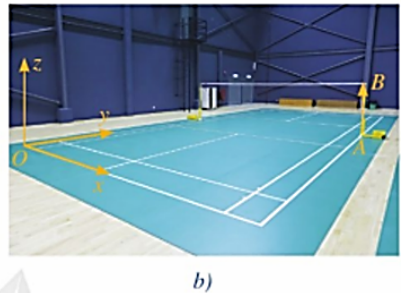
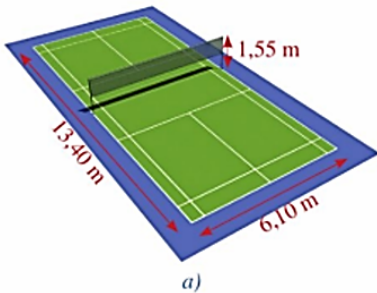
**Câu 4.** Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục  $Oxyz$  cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử  $AB$  là một trụ cầu lông để căng lưới và có tọa độ của vectơ  $\overline{AB}$  là  $(a, b, c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 100c$ .



**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1;2;3), B(2;2;1), M(a;b;c) \in Ox$ . Khi biểu thức  $T = |\overline{MA} + \overline{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính  $2a + b + c$ .

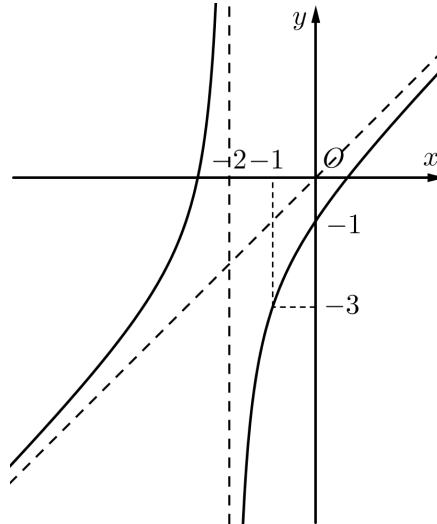
**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 5**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

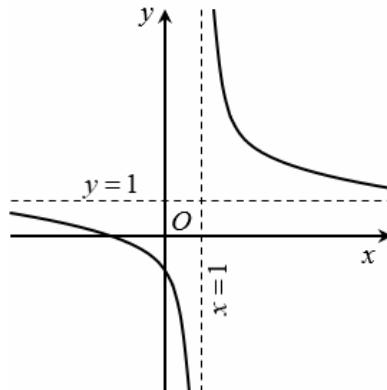
- A. 4.                                      **B. 2.**                                      C. 1.                                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận xiên.

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



- A.  $y = \frac{x}{1-x}$ .                                      **B.  $y = \frac{x+1}{1-x}$ .**                                      C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                                      **D.  $y = \frac{x}{x-1}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đồ thị trong hình bên có đường tiệm cận ngang  $y = 1$  và tiệm cận đứng  $x = 1$ , và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm  $M(0;0)$ . Mặt khác ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Do đó chỉ có

hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  thỏa mãn những yếu tố trên.

**Câu 3.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+3}$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

- A. -3.                      B. 1.                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $y = -1$ .

Lời giải

**Chọn B.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung thỏa mãn  $x = 0 \Rightarrow y = 1$

**Câu 0.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-10$	$-4$	$2$	$+\infty$
$y'$		-	0	+	
$y$	$+\infty$		$+\infty$	0	
			24		
				$-\infty$	$-\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$ .                      B.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$ .                      C.  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$ .                      D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$ .

Lời giải

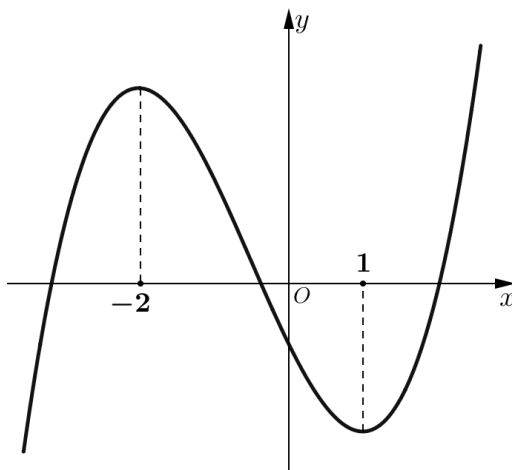
**Chọn B.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số có 2 điểm cực trị và  $am < 0$  nên ta loại đáp án C, D

Điểm cực đại  $A(2;0)$  và điểm cực tiểu  $B(-10;24)$ . Do đó hàm số cần tìm là  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$

**Câu 0.** Cho đường cong  $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .                      B.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .  
C.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .                      D.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

Lời giải

**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có  $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$ , từ dạng đồ thị suy ra  $a > 0$ .

Mặt khác  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$  từ đồ thị ta có phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu suy ra  $ac < 0$  mà  $a > 0$  suy ra  $c < 0$ .

Hơn nữa phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$  suy ra  $3a = 2b \Rightarrow b > 0$ .

**Câu 0.** Một Bác nông dân thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	9	18	18	10	0

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25.                      B. 30.                      C. 20.                      D. 35.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là  $R = 60 - 40 = 20(cm)$ .

**Câu 0.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20).                      B. [20; 40).                      C. [40; 60).                      D. [60; 80).

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có cỡ mẫu là  $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{42}$  là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 12 và dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

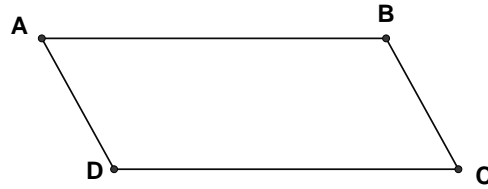
Khi đó tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên  $Q_1 = x_{11}$ . Do  $x_{11}$  thuộc nhóm [20; 40) nên nhóm này chứa  $Q_1$ .

**Câu 0.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là:

- A.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .                      B.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .  
C.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .                      D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**



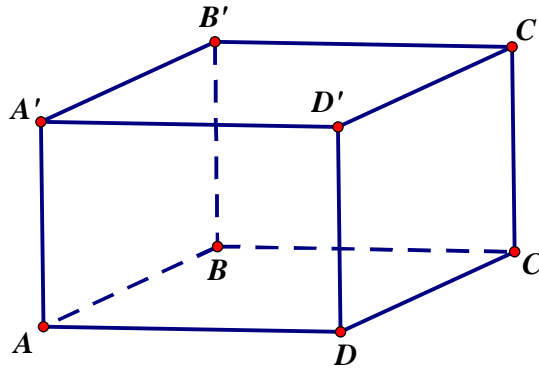
$$\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{OA} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

**Câu 0.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Hãy tìm mệnh đề **sai** trong những mệnh đề sau đây:

- A.  $2\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{CD} + \vec{D'A'} = \vec{0}$                       B.  $\vec{AD'} \cdot \vec{AB'} = a^2$   
 C.  $\vec{AB'} \cdot \vec{CD'} = 0$     D.  $|\vec{AC'}| = a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**



Ta có :  $2\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{CD} + \vec{D'A'} = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \vec{AB} + (\vec{AB} + \vec{CD}) + (\vec{B'C'} + \vec{D'A'}) = \vec{0}$   
 $\Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{0}$  (vô lí)

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3;5;2)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0;5;2)$ .                      B.  $(0;5;0)$ .                      C.  $(3;0;0)$ .                      D.  $(0;0;2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(3;5;2)$  trên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(3;0;0)$ .

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; -4; 0)$  và  $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ . Vectơ  $\vec{u} + 3\vec{v}$  có tọa độ là

- A.  $(-2; -10; 3)$ .                      B.  $(-2; -6; 3)$ .                      C.  $(-4; -8; 4)$ .                      D.  $(-2; -10; -3)$ .

**Lời giải**

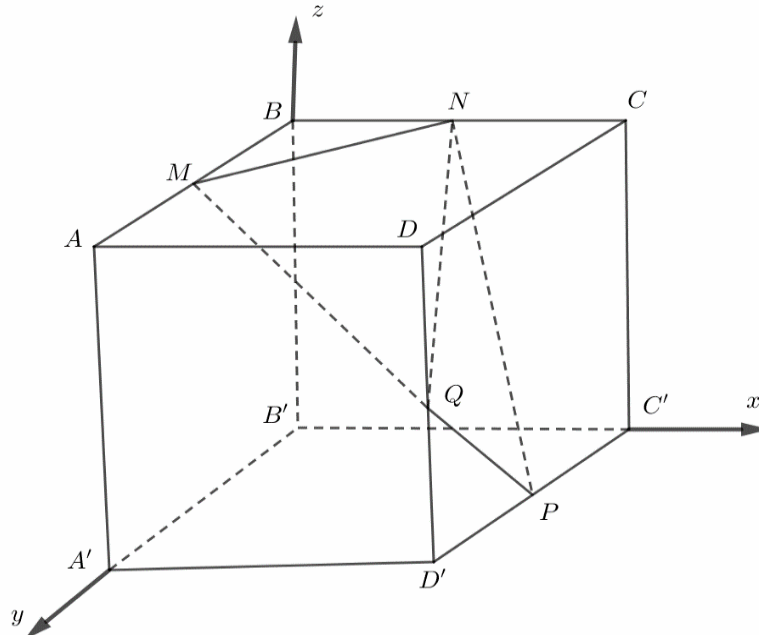
**Chọn A.**



Ta có  $3\vec{v} = (-3; -6; 3)$ .

Do đó  $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$ .

**Câu 0.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài cạnh bằng 1. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, C'D', DD'$ . Thiết lập hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  trùng  $B'$  và các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt trùng với các tia  $B'C', B'A', B'B$  như hình vẽ. Xác định tọa độ các điểm  $M, N, P, Q$ .



- A.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$ .
- B.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P(1; 1; 0), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .
- C.**  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .
- D.  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ, gốc  $O \equiv B'$ .

Khi đó:  $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$  có đồ thị (C).

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$  bằng  $-\frac{19}{3}$

**d) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $2x + y = 0$**

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

Ta có  $y' = \frac{-2x^2 + 4x}{(-x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$2$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

- a) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-\infty, 0)$  và  $(2; +\infty)$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$  bằng  $-7$  đạt tại  $x = \frac{3}{2}$
- d) Ta có  $2x + y = 0 \Rightarrow y = -2x$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1} - (-2x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{-x + 1} \right) = 0$  nên đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng  $2x + y = 0$  hay  $y = -2x$ .

**Câu 0.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.



- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

Ta có:  $G(x) = 0,024x^2(30 - x) = 0,72x^2 - 0,024x^3, x > 0$

$$G'(x) = 1,44x - 0,072x^2$$

$$G'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,44x - 0,072x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 20(N) \end{cases}$$

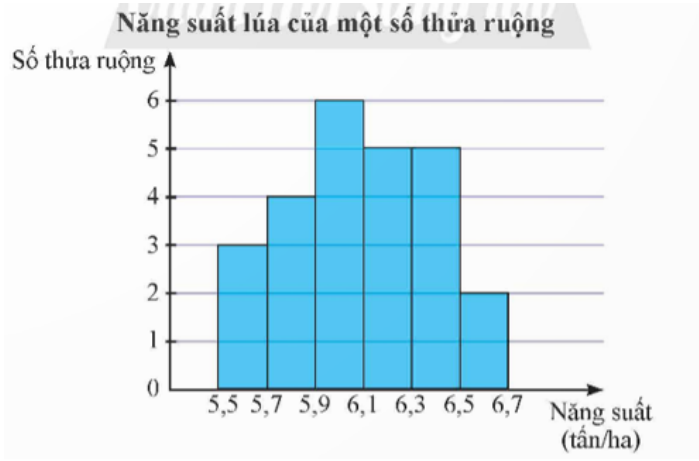
Bảng biến thiên:

$x$	0	20	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$	0	96	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy

- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Câu 3.** Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- a) Có 18 thửa ruộng đã được khảo sát.  
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,4(tấn/ha).  
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675 .  
 d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656 .

**Lời giải**

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

- a) Số thửa ruộng được khảo sát là:  $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$ .  
 b) Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là:  $R = 6,7 - 5,5 = 1,2$  (tấn/ha).

- c) Cỡ mẫu  $n = 25$ .

Gọi  $x_1; \dots; x_{25}$  là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2; x_3 \in [5,5; 5,7),$$

$$x_4; \dots; x_7 \in [5,7; 5,9),$$

$$x_8; \dots; x_{13} \in [5,9; 6,1),$$

$$x_{14}; \dots; x_{18} \in [6,1; 6,3),$$

$$x_{19}; \dots; x_{23} \in [6,3; 6,5),$$

$$x_{24}; x_{25} \in [6,5; 6,7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [5,7; 5,9)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4}(5,9 - 5,7) = 5,8625$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [6,3; 6,5)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là:  $Q_3 = 6,3 + \frac{3 \cdot \frac{25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5}(6,5 - 6,3) = 6,33$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$

d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\bar{x} = \frac{3 \cdot 5,6 + 4 \cdot 5,8 + 6 \cdot 6,2 + 5 \cdot 6,4 + 2 \cdot 6,6}{25} = 6,088$ .

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} \left[ 3 \cdot (5,6)^2 + 4 \cdot (5,8)^2 + 6 \cdot (6,0)^2 + 5 \cdot (6,2)^2 + 5 \cdot (6,4)^2 + 2 \cdot (6,6)^2 \right] - (6,088)^2 = 0,086656$$

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $A(1;0;2), B(3;2;5), C(7;-3;9)$  và  $A'(5;0;1)$ .

a)  $\overrightarrow{AA'} = (4;0;-1)$

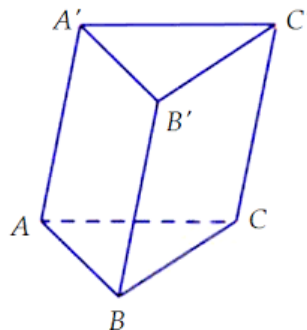
b)  $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$

c) Tọa độ đỉnh  $B'$  là  $(x; y; z)$ . Khi đó  $x + y + z = 13$ .

d) Tọa độ đỉnh  $C'$  là  $(a; b; c)$ . Khi đó  $a + b + c = 16$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>



a) Ta có:  $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4;0;-1)$ .

b) Ta có:  $\overrightarrow{AA'} = (4;0;-1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (4;-5;4)$ .

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$

c) Gọi tọa độ của điểm  $B'$  là  $(x; y; z)$  thì  $\overrightarrow{BB'} = (x-3; y-2; z-5)$ .

Vì  $ABC \cdot A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $ABB'A'$  là hình bình hành, suy ra  $\overline{AA'} = \overline{BB'}$ .

$$\text{Do đó } \begin{cases} x-3=4 \\ y-2=0 \\ z-5=-1 \end{cases} \text{ hay } x=7, y=2, z=4.$$

Vậy  $B'(7;2;4) \Rightarrow x+y+z=13$

d) Lập luận tương tự câu c) suy ra  $C'(11;-3;8) \Rightarrow a+b+c=16$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 0.** Đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x-8}{x}$  cắt đường thẳng  $\Delta: y = -x$  tại hai điểm phân biệt A và B.

Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB. Tính  $x_0 + y_0$ .

Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 0

$$\frac{2x-8}{x} = -x \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_0 = \frac{-x_A - x_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_0 = -\frac{x_A + x_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-2}{2} = -1 \\ y_0 = -\frac{-2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1) \Rightarrow x_0 + y_0 = 0$$

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $b - a$ .

Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 4

$$y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$$

$$\text{Chia } y \text{ cho } y' \text{ ta được: } y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right) \cdot (3x^2 - 6x) - 2x + 2$$

Vậy đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là:  $y = -2x + 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow b - a = 4$$

**Câu 0.** Công suất  $P$  (đơn vị  $W$ ) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin được cho bởi công thức  $P = 12I - 0,5I^2$  với  $I$  (đơn vị  $A$ ) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

Trả lời: .....

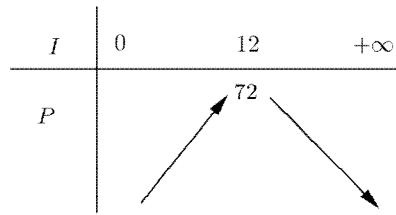
#### Lời giải

**Đáp án:** 72

Xét hàm số  $P = 12I - 0,5I^2$  với  $I \geq 0$ .

$$P' = 12 - I. P' = 0 \Leftrightarrow I = 12.$$

Bảng biến thiên:



Công suất tối đa của mạch điện là  $72(W)$  đạt được khi cường độ dòng điện là  $12(A)$ .

**Câu 0.** Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 1,53

Mẫu số liệu với giá trị đại diện

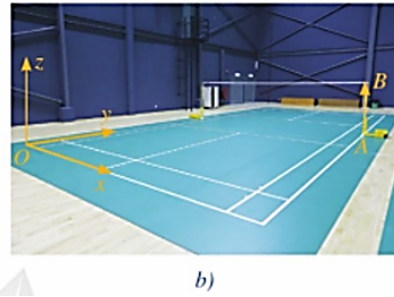
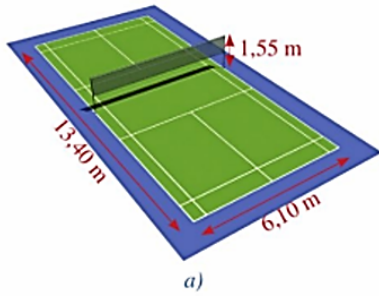
Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Giá trị đại diện	171	173	175	177
Số vận động viên	3	10	6	1

Giá trị trung bình:  $\bar{x} = \frac{1}{20}(171.3 + 173.10 + 175.6 + 177.1) = 173,5(cm)$

Phương sai của mẫu số liệu:  $s^2 = \frac{1}{20}(171^2.3 + 173^2.10 + 175^2.6 + 177^2.1) - 173,5^2 = 2,35$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu:  $s = \sqrt{2,35} = \frac{\sqrt{235}}{10} \approx 1,53$

**Câu 0.** Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục  $Oxyz$  cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử  $AB$  là một trụ cầu lông để căng lưới và có toạ độ của vectơ  $\overline{AB}$  là  $(a, b, c)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + b + 100c$ .



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 155

Gọi tọa độ điểm A là  $(x_A; y_A; z_A)$ .

Vì chiều rộng của sân là 6,1m nên  $x_A = 6,1$ . Do một nửa chiều dài của sân là 6,7m nên  $y_A = 6,7$ . Điểm A thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  nên  $z_A = 0$ . Vì vậy, điểm A có tọa độ là  $(6,1; 6,7; 0)$ .

Độ dài đoạn thẳng AB là 1,55m nên điểm B có tọa độ là  $(6,1; 6,7; 1,55)$ .

Vậy ta có:  $\overline{AB} = (6,1 - 6,1; 6,7 - 6,7; 1,55 - 0)$ , tức là  $\overline{AB} = (0; 0; 1,55)$ .

$$\Rightarrow T = a + b + 100c = 155$$

**Câu 0.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1; 2; 3), B(2; 2; 1), M(a; b; c) \in Ox$ . Khi biểu thức

$T = |\overline{MA} + \overline{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính  $2a + b + c$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$$

$$\overline{MA} = (1 - a; 2; 3)$$

$$\overline{MB} = (2 - a; 2; 1)$$

$$\Rightarrow \overline{MA} + \overline{MB} = (3 - 2a; 4; 4)$$

$$\Rightarrow T = |\overline{MA} + \overline{MB}| = \sqrt{(3 - 2a)^2 + 32} \geq \sqrt{32}$$

$$\Rightarrow T_{\min} = \sqrt{32} \Leftrightarrow 3 - 2a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right) \Rightarrow 2a + b + c = 3$$



**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 6**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$
$y'$	-	-	0	+
$y$	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 1.

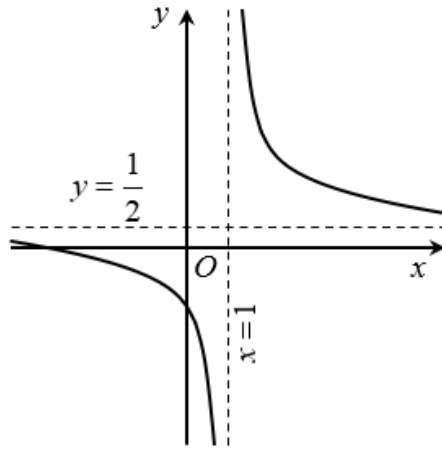
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	-3	5	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1.                                      B. 5.                                      C. -3.                                      D. 1.

**Câu 3.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{2x-4}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{2x-2}$ .

D.  $y = \frac{2x}{3x-3}$ .

**Câu 4.** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 20	↘ -7	↗ $+\infty$	

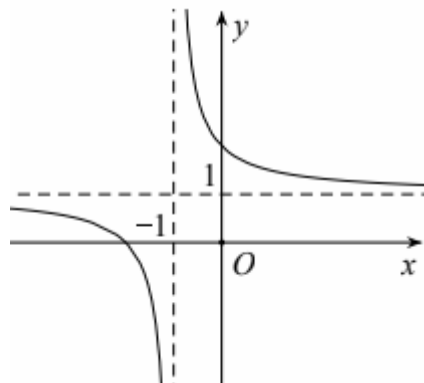
A.  $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ .

B.  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ .

C.  $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$ .

D.  $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A.  $0 < b < a$ .

B.  $0 < a < b$ .

C.  $b < 0 < a$ .

D.  $a < b < 0$ .

**Câu 6.** Thời gian dùng điện thoại mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	0	24	30	48	52

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 26.                                      B. 15.                                      C. 20.                                      D. 12.

**Câu 7.** Cô Thúy đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh  $B$ . Cô Thúy thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực $B$	20	5	10	5	20

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào lĩnh vực  $B$  là:

- A. 8,42.                                      B. 9,22.                                      C. 7,42.                                      D. 7,22.

**Câu 8.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là

- A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .                                      B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .  
 C.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .                                      D.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .

**Câu 9.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho các vector đó bằng vector  $\overrightarrow{CD}$ .

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;-1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là

- A.  $(3;0;-1)$ .                                      B.  $(0;1;0)$ .                                      C.  $(3;0;0)$ .                                      D.  $(0;0;-1)$ .

**Câu 11.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1;3), B(-2;-2), C(3;1)$ . Tính cosin góc  $A$  của tam giác.

- A.  $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$                                       B.  $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$                                       C.  $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$                                       D.  $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

**Câu 12.** Cho tứ diện  $OABC$ , có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = 5, OB = 2, OC = 4$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $OB$  và  $OC$ . Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $AMN$ . Khoảng cách từ  $G$  đến  $K$  là:

- A.  $GK = \frac{\sqrt{5}}{3}$                                       B.  $GK = \frac{\sqrt{3}}{2}$                                       C.  $GK = \frac{1}{2}$                                       D.  $GK = \frac{\sqrt{2}}{3}$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x+2}{2x+3}$  có đồ thị là (C).

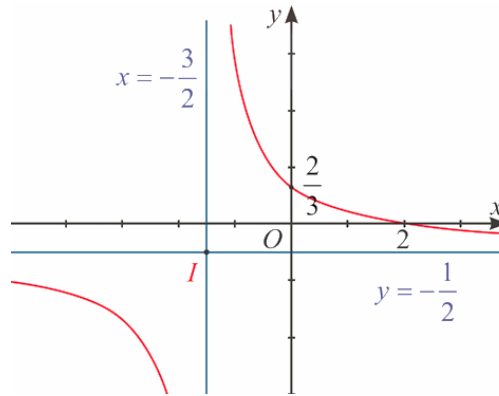
a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y'$			
$y$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$

Arrows indicate the function values approaching  $-\infty$  and  $+\infty$  near the vertical asymptote  $x = -\frac{3}{2}$ .

c) Đồ thị (C) là hình sau:



d) Các trục đối xứng của đồ thị hàm số (C) là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận  $x = -\frac{3}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Một quán cà phê Highlands Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Gọi  $x$  là số lần tăng giá cốc cà phê, với  $0 < x < 20$ .



a) Sau  $x$  là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là  $2000 - x$  (cốc).

b) Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là  $(2000 - x)18000$  đồng

c) Lợi nhuận thu được mỗi tháng là:  $100000(-x^2 + 18x + 240)$  đồng

d) Quán cà phê Highland Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá 29000 đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Câu 3.** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây

Nhóm	Công ty A	Công ty B
[10;15)	15	25
[15;20)	18	15
[20;25)	10	7
[25;30)	10	5
[30;35)	5	5
[35;40)	2	3
	$n = 60$	$n = 60$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là  $\frac{62}{3}$

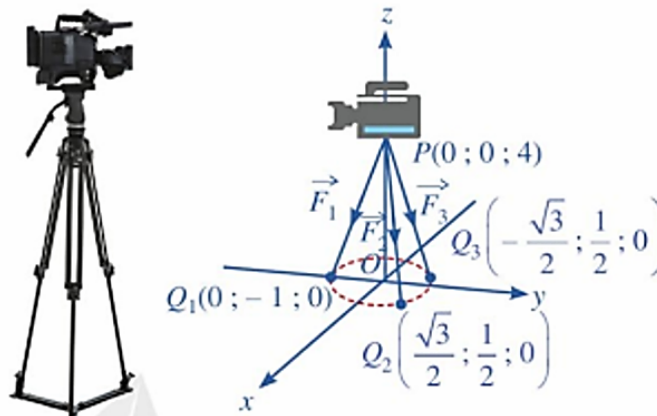
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là 52,91 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

**Câu 4.** Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt  $P(0;0;4)$  và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là  $Q_1(0;-1;0)$ ,

$Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right), Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$  (Hình vẽ). Biết rằng trọng lượng của máy quay là  $360 N$ .



a)  $\overline{PQ_1} = (0; -1; -4)$

b)  $PQ_1 = PQ_2 = PQ_3 = \sqrt{17}$

c) Trọng lực  $\overline{F}$  tác dụng lên máy quay có tọa độ là:  $(0; 0; 360)$

d) Các lực  $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}$  tác dụng lên giá đỡ có tọa độ lần lượt là:

$\overline{F_1} = (0; -30; -120); \overline{F_2} = (15\sqrt{3}; 15; -120); \overline{F_3} = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	-	0	+
$y$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$+\infty$	$+\infty$
					$\searrow$	6
					$\nearrow$	

Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Tính giá trị của  $x_0 + y_0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  có đồ thị  $(C)$ . Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^{\circ}C$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^{\circ}C$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ . Tìm nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động.

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Úc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (kết quả làm tròn đến phần mười).

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SBD$ . Biết độ dài cạnh  $CG = a\sqrt{\frac{m}{n}}$  ( $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản). Tính  $m+n$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$  và điểm  $M(m;m;m)$ , để  $|\overline{MB} - 2\overline{AC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $m$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 6**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$y'$		-	-	0	+
$y$	1		2		3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2.                                      **B. 3.**                                      C. 4.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy  $x=0$  hàm số không xác định nên  $x=0$  là TCĐ của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$  là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$  là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		$-3$		5		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1.                                      **B. 5.**                                      **C. -3.**                                      D. 1.

**Lời giải**

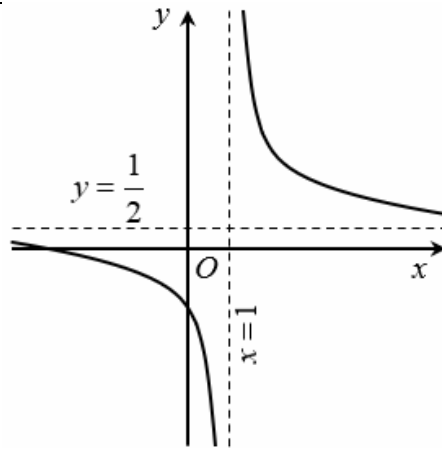
**Chọn C.**

Ta có:  $f'(x)$  đổi dấu từ (-) sang (+) khi đi qua nghiệm  $x = -1$  nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

Vậy hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là  $y = -3$ .

**Câu 3.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?





A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{2x-4}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{2x-2}$ .

D.  $y = \frac{2x}{3x-3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$ .

Do đó đáp án C thỏa mãn vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 20	↘ -7		↗ $+\infty$

A.  $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$ .

B.  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ .

C.  $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$ .

D.  $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

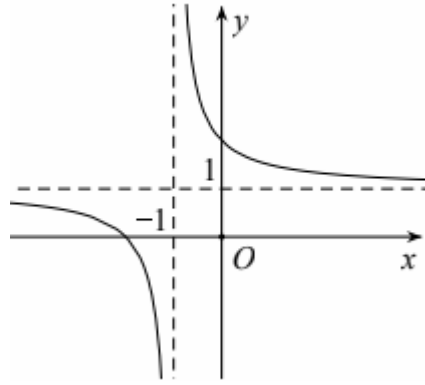
Từ bảng biến thiên, ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$  nên  $a > 0$ , do đó loại A và C

+ Hàm số có 2 điểm cực trị  $(-2; 20), (1; -7)$ , do đó loại D

Vậy chọn B

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.  $0 < b < a$ .      B.  $0 < a < b$ .      C.  $b < 0 < a$ .      D.  $a < b < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là  $y = 1; x = -1$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = 1; \frac{-d}{c} = -1 \Rightarrow a = c; d = c \Rightarrow a = c = d.$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ nhỏ hơn  $-1 \Rightarrow \frac{-b}{a} < -1 \Rightarrow \frac{b}{a} > 1$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn  $1 \Rightarrow \frac{b}{d} > 1$ .

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định nên  $ad - bc < 0$  mà  $a = c = d; \frac{b}{a} > 1 \Rightarrow b > a > 0$

**Câu 6.** Thời gian dùng điện thoại mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	0	24	30	48	52

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 26.      B. 15.      C. 20.      D. 12.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Khoảng biến thiên:  $R = 24,5 - 12,5 = 12$ .

**Câu 7.** Cô Thúy đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh B. Cô Thúy thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào lĩnh vực B là:

A. 8,42.

B. 9,22.

C. 7,42.

D. 7,22.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Số tiền trung bình thu được khi Cô Thúy đầu tư vào các lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{60}(20 \cdot 7,5 + \dots + 20 \cdot 27,5) = 17,5$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào các lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{60}(20 \cdot 7,5^2 + \dots + 20 \cdot 27,5^2) - (17,5)^2} \approx 8,42.$$

**Câu 8.** Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là

A.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

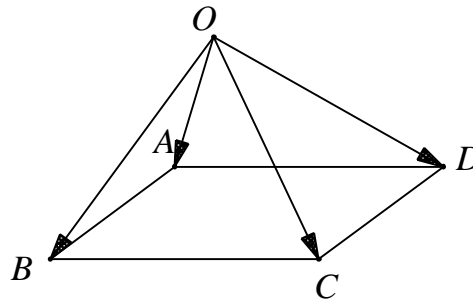
B.  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .

C.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

D.  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**



Trước hết, điều kiện cần và đủ để ABCD là hình bình hành là:

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}.$$

Với mọi điểm O bất kì khác A, B, C, D, ta có:

$$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{OD} - \vec{OB} = \vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

**Câu 9.** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho các vector đó bằng vector  $\vec{CD}$ .

A. 1.

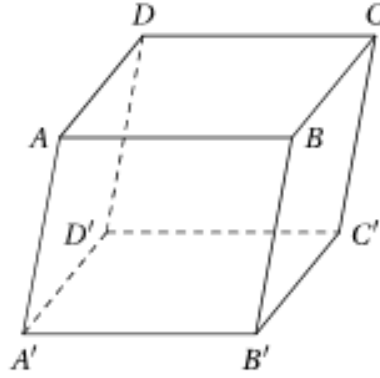
B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

**Chọn C.**



d) Do các vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}$  cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{CD}$  và  $CD = AB = A'B' = C'D'$  (tính chất hình hộp) nên  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'D'}$ .

Vậy ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ  $\overrightarrow{CD}$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;-1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là

- A.  $(3;0;-1)$ .      B.  $(0;1;0)$ .      C.  $(3;0;0)$ .      D.  $(0;0;-1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;-1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $(0;1;0)$ .

**Câu 11.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1;3)$ ,  $B(-2;-2)$ ,  $C(3;1)$ . Tính cosin góc  $A$  của tam giác.

- A.  $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$       B.  $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$       C.  $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$       D.  $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-3;-5)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (2;-2)$ .

Khi đó:  $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$ .

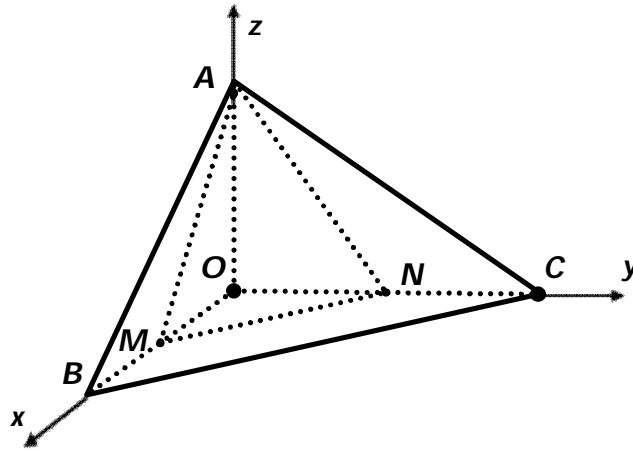
**Câu 12.** Cho tứ diện  $OABC$ , có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = 5, OB = 2, OC = 4$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $OB$  và  $OC$ . Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $AMN$ . Khoảng cách từ  $G$  đến  $K$  là:

- A.  $GK = \frac{\sqrt{5}}{3}$       B.  $GK = \frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $GK = \frac{1}{2}$       D.  $GK = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

**Chọn A**

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.



Ta có  $O(0;0;0)$ ,  $A \in Oz$ ,  $B \in Ox$ ,  $C \in Oy$  sao cho  $AO = 5$ ,  $OB = 2$ ,  $OC = 4$

$$\Rightarrow A(0;0;5), B(2;0;0), C(0;4;0).$$

Khi đó:  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$

$M$  là trung điểm  $OB$  nên  $M(1;0;0)$

$N$  là trung điểm  $OC$  nên  $N(0;2;0)$ .

$K$  là trọng tâm tam giác  $AMN$  nên  $K\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Khoảng cách từ  $G$  đến  $K$  là:  $GK = \sqrt{\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{-x+2}{2x+3}$  có đồ thị là  $(C)$ .

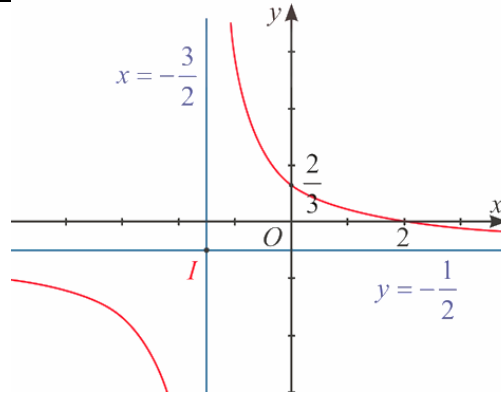
a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$

$\swarrow$   $-\infty$   $\searrow$

c) Đồ thị  $(C)$  là hình sau:



d) Các trục đối xứng của đồ thị hàm số (C) là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận  $x = -\frac{3}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$ .

b) Sự biến thiên:

- Chiều biến thiên:

Đạo hàm  $y' = \frac{-7}{(2x+3)^2}$ .

Vì  $y' < 0$  với mọi  $x \neq -\frac{3}{2}$  nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$  và  $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

- Tiệm cận:

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+2}{2x+3} = -\frac{1}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+2}{2x+3} = -\frac{1}{2}$ .

Suy ra đường thẳng  $y = -\frac{1}{2}$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} \frac{-x+2}{2x+3} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} \frac{-x+2}{2x+3} = +\infty$ .

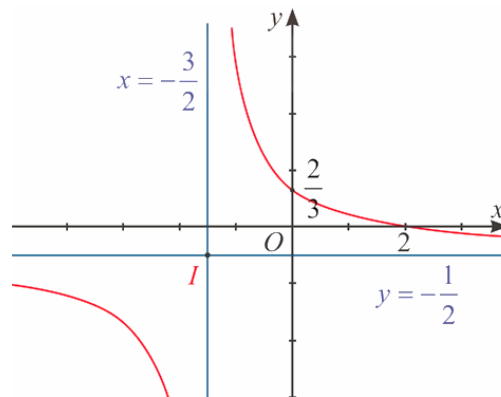
Suy ra đường thẳng  $x = -\frac{3}{2}$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$

c) Đồ thị của hàm số giao với trục  $Ox$  tại điểm  $(2;0)$ , giao với trục  $Oy$  tại điểm  $(0; \frac{2}{3})$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm  $I(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ .



d) Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận  $x = -\frac{3}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** Một quán cà phê Highlands Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Gọi  $x$  là số lần tăng giá cốc cà phê, với  $0 < x < 20$ .



a) Sau  $x$  là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là  $2000 - x$  (cốc).

b) Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là  $(2000 - x)18000$  đồng

c) Lợi nhuận thu được mỗi tháng là:  $100000(-x^2 + 18x + 240)$  đồng

d) Quán cà phê Highland Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá 29000 đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

Gọi  $x$  là số lần tăng giá cốc phê, với  $0 < x < 20$

Sau  $x$  là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là  $2000 - 100x$  (cốc).

Số tiền cốc phê sau mỗi lần tăng là:  $20000 + 1000x$  đồng

Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là  $(2000 - 100x)18000$  đồng

Số tiền thu được mỗi tháng là  $(20000 + 1000x)(2000 - 100x)$  đồng

Khi đó, lợi nhuận thu được mỗi tháng là:

$$T(x) = (20000 + 1000x)(2000 - 100x) - (2000 - 100x)18000 = 100000(-x^2 + 18x + 240) \text{ đồng}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T(x)$  lớn nhất

$$T(x) = 100000(-x^2 + 18x + 240) \text{ với } 0 < x < 20$$

$$T'(x) = 100000(18 - 2x)$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 100000(18 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	9	20	
$T'(x)$		+	0	-
$T(x)$	$T(0)$	$T(9)$	$T(20)$	

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta có

Lợi nhuận thu được lớn nhất mỗi tháng là:  $T(9) = 100000(-9^2 + 18.9 + 240) = 32100000$  đồng khi  $x = 9$



Vậy phải bán mỗi cốc cà phê với giá  $20000 + 1000x = 20000 + 1000.9 = 29000$  đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Chú ý:** Để tìm  $T(x)$  lớn nhất ta dùng kiến thức lớp 8 như sau nhanh hơn:

$$\begin{aligned} T(x) &= 100000(-x^2 + 18x + 240) \\ &= 100000[(-x^2 + 18x - 81) + 321] \\ &= 100000[-(x-9)^2 + 321] \leq 100000.321 = 32100000 \end{aligned}$$

Vậy  $\max T(x) = 32100000$  khi  $x = 9$

**Câu 3.** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây

Nhóm	Công ty A	Công ty B
[10;15)	15	25
[15;20)	18	15
[20;25)	10	7
[25;30)	10	5
[30;35)	5	5
[35;40)	2	3
	$n = 60$	$n = 60$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là  $\frac{62}{3}$

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là 52,91 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

**Lời giải**

<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	15
[15; 20)	17,5	18
[20; 25)	22,5	10
[25; 30)	27,5	10
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	2
		$n = 60$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	25
[15; 20)	17,5	15
[20; 25)	22,5	7
[25; 30)	27,5	5
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	3
		$n = 60$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3}$$

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} \approx 49,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:  $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{49,14} \approx 7$

c) Sai: Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$\bar{x}_B = \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} = \frac{229}{12}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

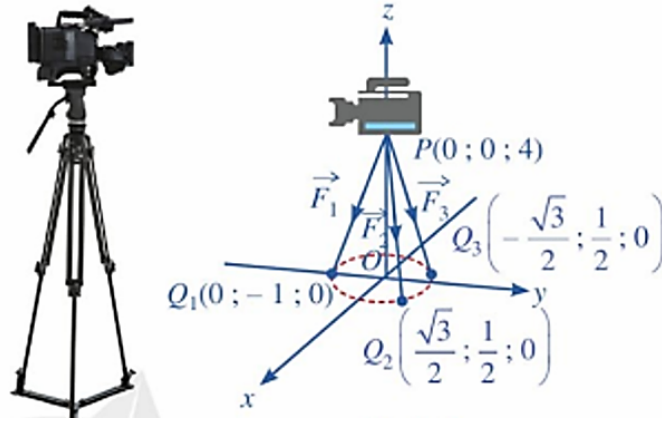
$$s_B^2 = \frac{25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} \approx 57,91$$

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:  $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{57,91} \approx 7,61$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

**Câu 4.** Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt  $P(0;0;4)$  và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là  $Q_1(0;-1;0)$ ,

$Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ ,  $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$  (Hình vẽ). Biết rằng trọng lượng của máy quay là  $360 N$ .



- a)  $\overline{PQ_1} = (0; -1; -4)$   
 b)  $PQ_1 = PQ_2 = PQ_3 = \sqrt{17}$   
 c) Trọng lực  $\vec{F}$  tác dụng lên máy quay có tọa độ là:  $(0; 0; 360)$   
 d) Các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  tác dụng lên giá đỡ có tọa độ lần lượt là:  
 $\vec{F}_1 = (0; -30; -120); \vec{F}_2 = (15\sqrt{3}; 15; -120); \vec{F}_3 = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

Theo giả thiết, ta có các điểm  $P(0; 0; 4), Q_1(0; -1; 0), Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ .

a) Ta có:  $\overline{PQ_1} = (0 - 0; -1 - 0; 0 - 4)$  hay  $\overline{PQ_1} = (0; -1; -4)$

b) Ta có:  $\overline{PQ_1} = (0; -1; -4) \Rightarrow |\overline{PQ_1}| = \sqrt{17}$

$\overline{PQ_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; \frac{1}{2} - 0; 0 - 4\right)$  hay  $\overline{PQ_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -4\right) \Rightarrow |\overline{PQ_2}| = \sqrt{17}$

$\overline{PQ_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; \frac{1}{2} - 0; 0 - 4\right)$  hay  $\overline{PQ_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -4\right) \Rightarrow |\overline{PQ_3}| = \sqrt{17}$

Suy ra  $|\overline{PQ_1}| = |\overline{PQ_2}| = |\overline{PQ_3}| = \sqrt{17}$ .

c) Ta có:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$ , với  $\vec{F} = (0; 0; -360)$  là trọng lực tác dụng lên máy quay.

d) Ta có  $|\overline{PQ_1}| = |\overline{PQ_2}| = |\overline{PQ_3}| = \sqrt{17}$  nên  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$ .

Vì vậy, tồn tại hằng số  $k \neq 0$  sao cho:

$$\vec{F}_1 = k\vec{PQ}_1 = (0; -k; -4k)$$

$$\vec{F}_2 = k\vec{PQ}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k; \frac{1}{2}k; -4k\right)$$

$$\vec{F}_3 = k\vec{PQ}_3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k; \frac{1}{2}k; -4k\right)$$

Suy ra  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0; 0; -12k)$ .

Mặt khác, ta có:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$ , trong đó  $\vec{F} = (0; 0; -360)$  là trọng lực tác dụng lên máy quay. Suy ra  $-12k = -360$ , tức là  $k = 30$ .

Vậy  $\vec{F}_1 = (0; -30; -120); \vec{F}_2 = (15\sqrt{3}; 15; -120); \vec{F}_3 = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$y'$	+	0	-	-	0
$y$	$-\infty$	↗	↘	↘	↗
		-2		6	
		$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Tính giá trị của  $x_0 + y_0$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là  $A(0; -2); B(4; 6)$

Vì  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị nên là  $I(x_0; y_0)$  trung điểm của đoạn thẳng  $AB$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_0 = \frac{0+4}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{-2+6}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 4$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  có đồ thị  $(C)$ . Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị  $(C)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm)

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4,47

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$ . Cho  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A(0;5)$ ,  $B(2;1)$

Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị bằng  $AB = \sqrt{(2-0)^2 + (1-5)^2} = 2\sqrt{5} \approx 4,47$ .

**Câu 3.** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^0C$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^0C$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1;10]$ . Tìm nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động.

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 18,4

Xét hàm số  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1;10]$ .

$T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0, \forall t \in [1;10]$ .

Suy ra hàm số  $T$  nghịch biến trên đoạn  $[1;10]$ .

Nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là  $T_{\min} = T(10) = 18,4^0C$ .

**Câu 4.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Úc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (kết quả làm tròn đến phần mười).

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 63,5

Cỡ mẫu  $n = 50$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{50}$  là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, x_2, x_3 \in [250; 290); x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330); x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370);$

$x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410); x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{13} \in [290; 330)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là:  $Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{38} \in [370; 410)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là:  $Q_3 = 370 + \frac{\frac{3.50}{4} - (3+13+18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}$ .

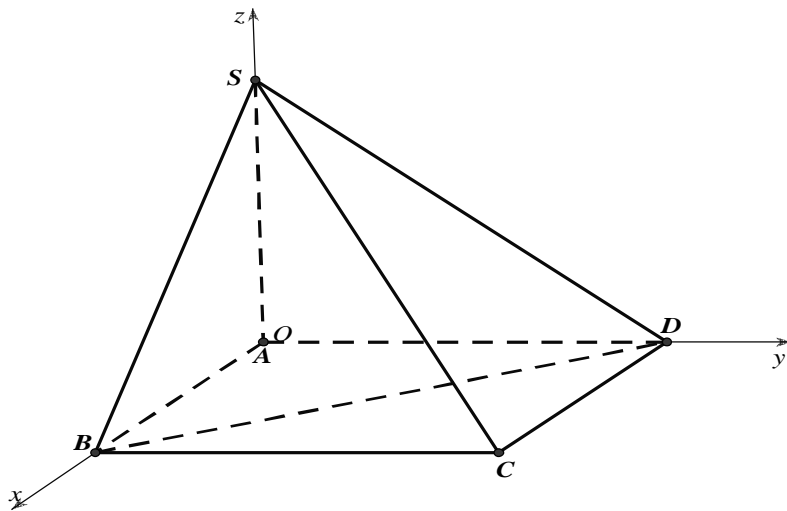
Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63,5$

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $SA = a$  và  $SA$  vuông góc với đáy  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SBD$ . Biết độ dài cạnh  $CG = a\sqrt{\frac{m}{n}}$  ( $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản). Tính  $m+n$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 26



Đặt hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Khi đó, ta có:

$A(0;0;0)$ ,  $B(a;0;0)$ ,  $C(a;a\sqrt{3};0)$ ,  $D(0;a\sqrt{3};0)$ ,  $S(0;0;a)$ .

$G$  là trọng tâm của tam giác  $SBD \Rightarrow G\left(\frac{a}{3}; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{3}\right)$

Độ dài  $CG$  là:  $CG = \sqrt{\left(\frac{a}{3} - a\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} - a\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{3} - 0\right)^2} = a\sqrt{\frac{17}{9}}$

$\Rightarrow m+n = 26$

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$  và điểm  $M(m;m;m)$ , để  $|\overline{MB} - 2\overline{AC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $m$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

$\overrightarrow{AC}(-1; -3; -2), \overrightarrow{MB}(-2 - m; -6 - m; 2 - m)$

$$|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m - 6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m - 2)^2 + 24}$$

Để  $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$  nhỏ nhất thì  $m = 2$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

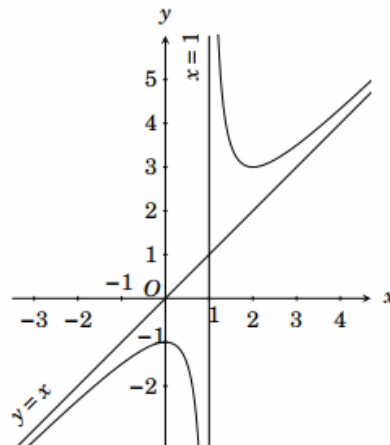
**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$
- B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = 1$
- C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = x$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ  $(1;1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

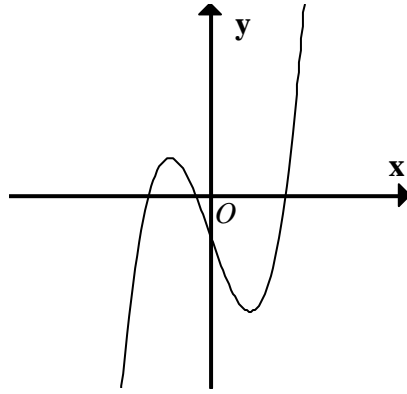
$x$	$-\infty$		$-3$		$-2$		$3$		$5$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.



**Câu 3.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



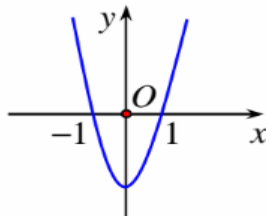
- A.  $y = x^3 - 3x - 1$       B.  $y = 3x^2 - 1$       C.  $y = -x^3 - 3x - 1$       D.  $y = -x^4 + x^3 - 1$

**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

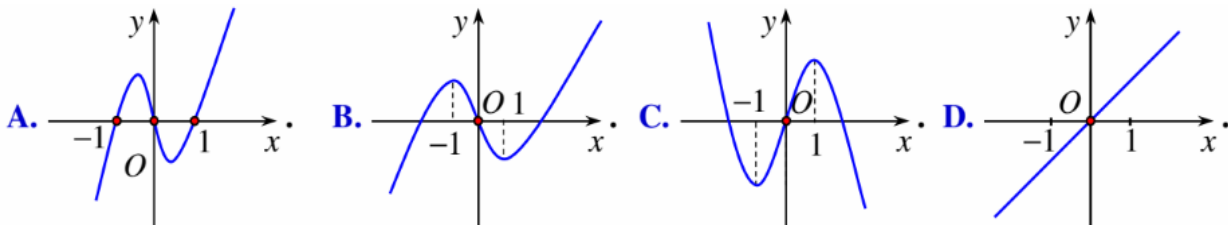
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$       B.  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$       C.  $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$       D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 2}$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , sao cho đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là parabol có dạng như trong hình bên.



Hỏi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị nào trong bốn đáp án sau?



**Câu 6.** Chiều cao của 80 học sinh ở một trường Đại Học Thể Dục Thể Thao được thống kê trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	[160;163,5)	[164;167,5)	[168;171,5)	[172;175,5)
Tần số	18	40	14	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 31.      B. 15,5.      C. 74.      D. 32.

**Câu 7.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9).                      B. [9;11).                      C. [11;13).                      D. [13;15).

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MG}$                       B.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{GD}$   
 C.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \vec{0}$                       D.  $\overline{GM} + \overline{GN} = \vec{0}$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khi đó  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

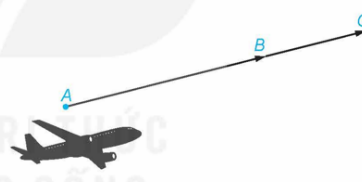
**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là

- A.  $(3; -1; 0)$ .                      B.  $(0; 0; 1)$ .                      C.  $(0; -1; 0)$ .                      D.  $(3; 0; 0)$ .

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết rằng  $A(-3; 0; 0)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $D(0; 0; 1)$ ,  $A'(1; 2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $C'$ .

- A.  $C'(10; 4; 4)$ .                      B.  $C'(-13; 4; 4)$ .                      C.  $C'(13; 4; 4)$ .                      D.  $C'(7; 4; 4)$ .

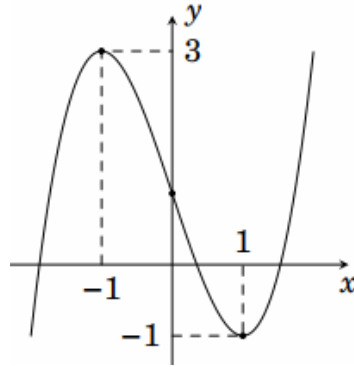
**Câu 12.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(800; 500; 7)$  đến điểm  $B(940; 550; 8)$  trong 40 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 20 phút tiếp theo là gì?



- A.  $(910; 575; 8,5)$                       B.  $(1010; 550; 17)$                       C.  $(1010; 575; 17)$                       D.  $(1010; 575; 8,5)$

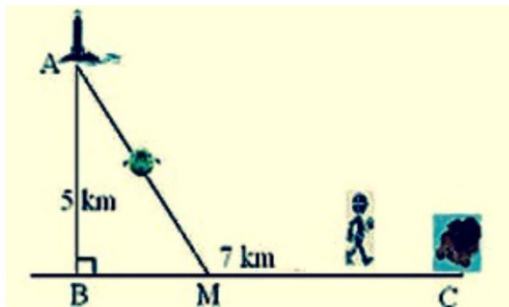
**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(1;0)$
- b) Đường thẳng đi qua điểm  $(0;1)$  luôn cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng
- c)  $a - b + c + d = -1$
- d) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(3;18)$

**Câu 2.** Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí  $A$  có khoảng cách đến bờ biển  $AB = 5\text{km}$ . Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí  $C$  cách  $B$  một khoảng  $7\text{km}$  (như hình vẽ).



Người canh hải đăng có thể chèo đò từ  $A$  đến  $M$  trên bờ biển với vận tốc  $4\text{km/h}$  rồi đi bộ đến  $C$  với vận tốc  $6\text{km/h}$ . Gọi  $x(\text{km})$  là khoảng cách từ  $B$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 7$ .

- a) Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ  $A$  đến  $M$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$ .
- b) Thời gian người canh hải đăng đi bộ đi bộ từ  $M$  đến  $C$  là:  $\frac{7-x}{6}(h)$ .
- c) Thời gian người canh hải đăng đi từ  $A$  đến kho  $C$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ .
- d) Vị trí của điểm  $M$  cách  $B$  một khoảng  $2\sqrt{5}\text{km}$  thì người canh hải đăng đi đến kho nhanh nhất.

**Câu 3.** Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu  $A$  và  $B$  trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Cổ phiếu $A$	8	9	12	10	11
Cổ phiếu $B$	16	4	3	6	21

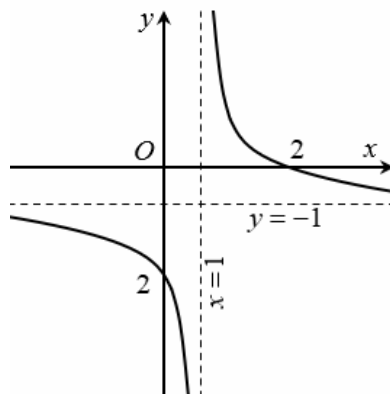
- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu  $A$  ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu  $B$  ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu  $B$  ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\sqrt{15,4096}$
- Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu  $A$  có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu  $B$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$ ,  $D'(0; 3; -3)$ .

- $AB = 3$
- Tọa độ đỉnh  $C(2; 3; 0)$
- Tọa độ đỉnh  $A', B'$  lần lượt là  $A'(0; 0; -3)$  và  $B'(3; 0; -3)$ .
- Gọi  $G(x_G; y_G; z_G)$  là tọa độ trọng tâm tam giác  $A'B'C$ . Khi đó  $x_G + y_G + z_G = 5$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  có đồ thị như hình vẽ bên



Tích  $a.b$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$  trên  $[-1; 0]$  (lấy kết quả đến phần trăm).

Trả lời: .....

**Câu 3.** Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng  $P(n) = 480 - 20n$  (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất?

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  (đơn vị: km/h). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ .



Tính tốc độ của máy bay  $B$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của km/h).

**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$ . Trong không gian gọi điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$  và không trùng với các điểm  $A, B, C, O$ . Tính giá trị của  $3x + 6y + 3z$ .

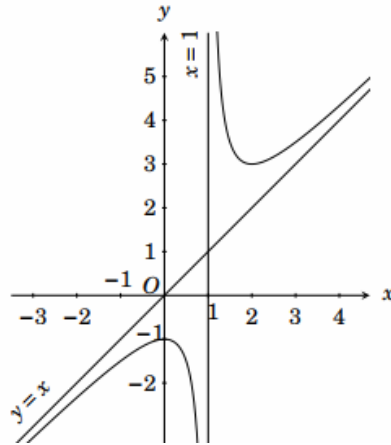
**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$
- B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = 1$
- C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = x$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ (1;1).**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x$

Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang

Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ (1;1).

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 4.**

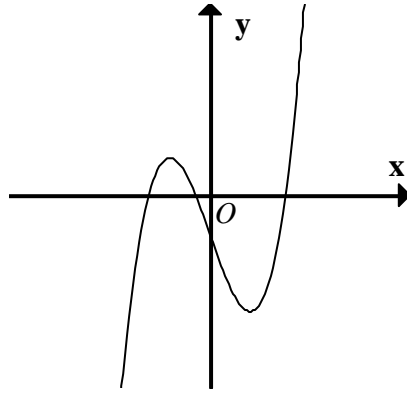
**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu qua các điểm  $-3, -2, 3, 5$ .

Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

**Câu 3.** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.**  $y = x^3 - 3x - 1$

**B.**  $y = 3x^2 - 1$

**C.**  $y = -x^3 - 3x - 1$

**D.**  $y = -x^4 + x^3 - 1$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại B và D.

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên A đúng.

**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

**A.**  $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$

**B.**  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$

**C.**  $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$

**D.**  $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 2}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

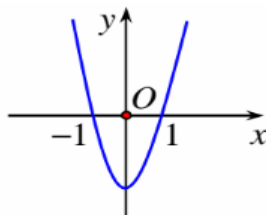
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số không có điểm cực trị và  $am > 0$

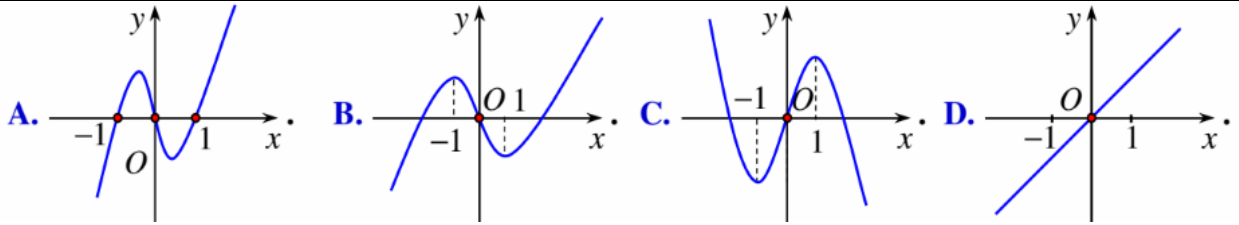
Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$  và có đạo hàm  $y' > 0$  với mọi  $x \neq 2$

Do đó hàm số cần tìm là  $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 2}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , sao cho đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là parabol có dạng như trong hình bên.



Hỏi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị nào trong bốn đáp án sau?



**Lời giải**

**Chọn B.**

+ Từ đồ thị ta thấy  $y = f'(x)$  là parabol nên là hàm bậc 2 suy ra đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  hàm bậc 3 suy. Loại đáp án D

+ đồ thị ta thấy  $y = f'(x)$  cắt trục Ox tại 2 điểm có hoành độ  $x = -1; x = 1$  suy ra đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có hoành độ điểm cực trị là  $x = -1; x = 1$ . Loại đáp án A

+ Từ đồ thị  $y = f'(x)$  ta thấy  $\begin{cases} f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1; x > 1 \\ f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \end{cases}$  suy ra đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đồng biến

$x < -1; x > 1$  và nghịch biến  $-1 < x < 1$

**Câu 6.** Chiều cao của 80 học sinh ở một trường Đại Học Thể Dục Thể Thao được thống kê trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	[160;163,5)	[164;167,5)	[168;171,5)	[172;175,5)
Tần số	18	40	14	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 31.                                      **B. 15,5.**                                      C. 74.                                      D. 32.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Khoảng biến thiên:  $R = 175,5 - 160 = 15,5$

**Câu 7.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9).                                      **B. [9;11).**                                      C. [11;13).                                      D. [13;15).

**Lời giải**

**Chọn B.**

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14



Số ngày	2	7	7	3	1
---------	---	---	---	---	---

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{2.6+7.8+7.10+3.12+1.14}{20} = 9,4.$

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$                       B.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$   
 C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$                       D.  $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, MN$  theo quy tắc trung điểm :

$$\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}; \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}; \vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$$

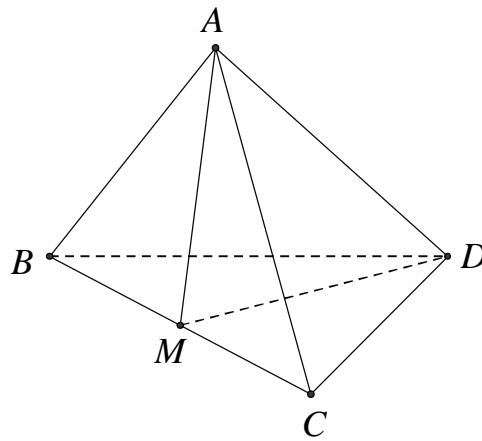
Suy ra:  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$  hay  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GD}.$

**Câu 9.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khi đó  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}.$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}.$                       C.  $\frac{1}{2}.$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**



Giả sử cạnh của tứ diện là  $a$ .

$$\text{Ta có } \cos(\overline{AB}, \overline{DM}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{DM}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{DM}|} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{DM}}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \overline{AB} \cdot \overline{DM} &= \overline{AB}(\overline{AM} - \overline{AD}) = \overline{AB} \cdot \overline{AM} - \overline{AB} \cdot \overline{AD} = AB \cdot AM \cdot \cos 30^\circ - AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \\ &= a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

Do có  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Suy ra  $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
**A.**  $(3; -1; 0)$ .      **B.**  $(0; 0; 1)$ .      **C.**  $(0; -1; 0)$ .      **D.**  $(3; 0; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

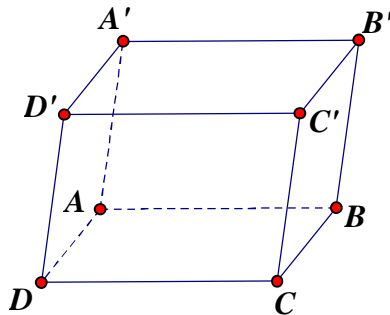
Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  $(0; 0; 1)$

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết rằng  $A(-3; 0; 0)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $D(0; 0; 1)$ ,  $A'(1; 2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $C'$ .

**A.**  $C'(10; 4; 4)$ .      **B.**  $C'(-13; 4; 4)$ .      **C.**  $C'(13; 4; 4)$ .      **D.**  $C'(7; 4; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $C'(x; y; z)$ . Ta có  $\overline{AB} = (3; 2; 0)$ ;  $\overline{AD} = (3; 0; 1)$ ;  $\overline{AA'} = (4; 2; 3)$ .

$$\text{Mà } \overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} \Rightarrow \overline{AC'} = (10; 4; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases} \Rightarrow C'(13; 4; 4).$$

**Câu 12.** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(800; 500; 7)$  đến điểm  $B(940; 550; 8)$  trong 40 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 20 phút tiếp theo là gì?



**A.**  $(910; 575; 8,5)$       **B.**  $(1010; 550; 17)$       **C.**  $(1010; 575; 17)$       **D.**  $(1010; 575; 8,5)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $C(x; y; z)$  là vị trí của máy bay sau 20 phút tiếp theo.

Vì hướng của máy bay không đổi nên  $\overline{AB}$  và  $\overline{BC}$  cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên  $AB = 2BC \Rightarrow \overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ .

Ta có:

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \left( \frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{8-7}{2} \right) = (70; 25; 0,5).$$

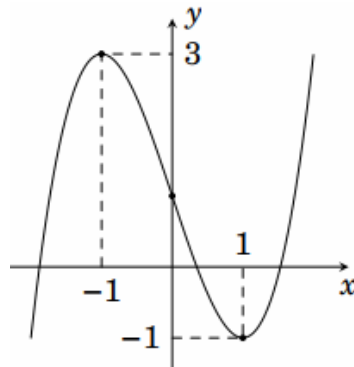
$$\overline{BC} = (x-940; y-550; z-8)$$

$$\text{Mà } \overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB} \text{ nên } \begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \Rightarrow C(1010; 575; 8,5)$$

Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $(1010; 575; 8,5)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(1;0)$

b) Đường thẳng đi qua điểm  $(0;1)$  luôn cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng

c)  $a - b + c + d = -1$

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(3;18)$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $(-1;3)$  và  $(1;-1)$  suy ra tọa độ tâm đối xứng là  $(0;1)$  nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại  $(0;1)$ .

b) Do  $I(0;1)$  là tâm đối xứng của đồ thị nên đường thẳng qua nó sẽ cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt

$I, A, B$  với  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Suy ra  $x_A + x_B = 2x_I$ .

Vậy ba điểm này có hoành độ lập thành 1 cấp số cộng.

c) Ta có:  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ . Từ hình vẽ ta có: 
$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

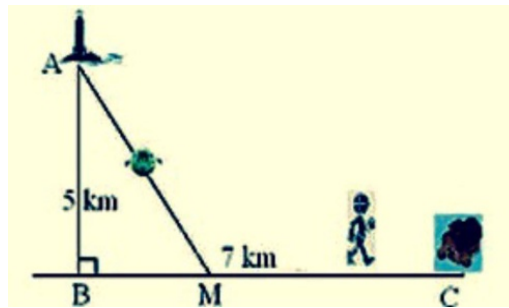
Giải hệ này ta được  $a = 1; b = 0; c = -3; d = 1$ .

Vậy  $a - b + c + d = -1$

d) Do  $a = 1; b = 0; c = -3; d = 1$  nên hàm số đã cho là  $y = x^3 - 3x + 1$

Vậy hàm số không đi qua điểm có tọa độ  $(3; 18)$

**Câu 2.** Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí  $A$  có khoảng cách đến bờ biển  $AB = 5\text{km}$ . Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí  $C$  cách  $B$  một khoảng  $7\text{km}$  (như hình vẽ).



Người canh hải đăng có thể chèo đò từ  $A$  đến  $M$  trên bờ biển với vận tốc  $4\text{km/h}$  rồi đi bộ đến  $C$  với vận tốc  $6\text{km/h}$ . Gọi  $x(\text{km})$  là khoảng cách từ  $B$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 7$ .

a) Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ  $A$  đến  $M$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(\text{h})$ .

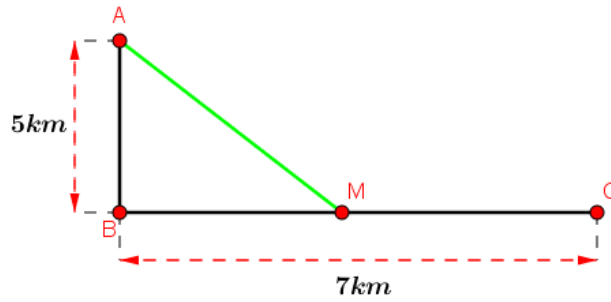
b) Thời gian người canh hải đăng đi bộ đi bộ từ  $M$  đến  $C$  là:  $\frac{7-x}{6}(\text{h})$ .

c) Thời gian người canh hải đăng đi từ  $A$  đến kho  $C$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ .

d) Vị trí của điểm  $M$  cách  $B$  một khoảng  $2\sqrt{5}\text{km}$  thì người canh hải đăng đi đến kho nhanh nhất.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG



Ta có  $BM = x(km) \Rightarrow MC = 7 - x(km)$  với  $0 \leq x \leq 7$

Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ A đến M là:  $t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$

Thời gian người canh hải đăng đi bộ đi bộ từ M đến C là:  $t_{MC} = \frac{7-x}{6}(h)$

Thời gian người canh hải đăng đi từ A đến kho C:  $t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}(h)$  với  $0 \leq x \leq 7$

$$\text{Khi đó: } t'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6} = \frac{3x - 2\sqrt{x^2 + 25}}{12\sqrt{x^2 + 25}}$$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2\sqrt{x^2 + 25} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + 25} = 3x \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{5} (L) \\ x = 2\sqrt{5} (N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	$2\sqrt{5}$	7	
$t'(x)$		-	0	+
$t(x)$	$\frac{29}{12}$		$\frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$	$\frac{\sqrt{74}}{4}$

Từ bảng biến thiên, ta có: giá trị nhỏ nhất của  $t(x)$  là  $\frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$  tại  $x = 2\sqrt{5}$ . Khi đó thời gian đi là ít

nhất và điểm M nằm cách B một đoạn  $BM = x = 2\sqrt{5}km$

**Câu 3.** Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\sqrt{15,4096}$

d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

**Lời giải**

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

**Lời giải**

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8.121 + 9.123 + 12.125 + 10.127 + 11.129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$ .

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\bar{x}_2 = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,28.$

c) Sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,28)^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$ .

d) Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$ ,  $D'(0; 3; -3)$ .

a)  $AB = 3$

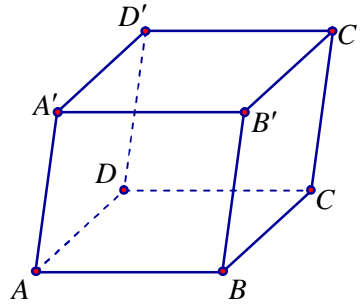
b) Tọa độ đỉnh  $C(2; 3; 0)$

c) Tọa độ đỉnh  $A', B'$  lần lượt là  $A'(0; 0; -3)$  và  $B'(3; 0; -3)$ .

d) Gọi  $G(x_G; y_G; z_G)$  là tọa độ trọng tâm tam giác  $A'B'C$ . Khi đó  $x_G + y_G + z_G = 5$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>



a) Ta có  $\overline{AB} = (3; 0; 0) \Rightarrow AB = 3$

b) Gọi  $C(x; y; z) \Rightarrow \overline{DC} = (x; y - 3; z)$

$ABCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

c) Ta có  $\overline{AD} = (0; 3; 0)$ .

Gọi  $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overline{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$ADD'A'$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AD} = \overline{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

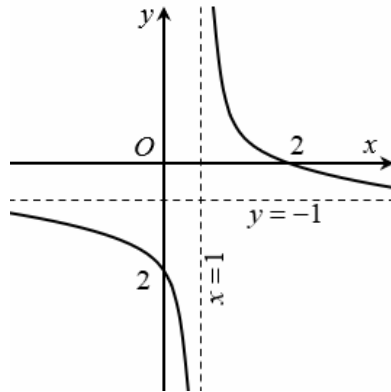
Gọi  $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overline{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$ABB'A'$  là hình bình hành  $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

d)  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2) \Rightarrow x_G + y_G + z_G = 1$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax-b}{x-1}$  có đồ thị như hình vẽ bên



Tích  $ab$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Từ đồ thị ta có tiệm cận ngang  $y = -1$  nên  $a = -1$ .

Và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên

$$M(2;0) \in y = \frac{-x-b}{x-1} \Leftrightarrow b = -2. \text{ Vậy } ab = 2.$$

**Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$  trên  $[-1;0]$  (lấy kết quả đến phần trăm).

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,67

$$y' = 2^{x+1} \ln 2 - \frac{4}{3} \cdot 8^x \ln 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2 \cdot (2^x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 0 \\ 2^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

$$\text{Xét } y(-1) = \frac{5}{6} ; y(-\frac{1}{2}) = 0,9428 ; y(0) = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có: } y_{\min} = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

**Câu 3.** Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có  $n$  con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng  $P(n) = 480 - 20n$  (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

Sau một vụ, trung bình số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ cân nặng:



$$f(n) = nP(n) = 480n - 20n^2 \text{ (gam)}.$$

$$f'(n) = 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Bảng biến thiên:

$n$	0	12	$+\infty$	
$f'(n)$		+	0	-
$f(n)$		$f(12)$		

Trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ, cần thả 12 con cá thì sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất.

**Câu 4.** Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4,8

Ta có bảng thống kê cân nặng của các quả mít theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Cân nặng đại diện (kg)	5	7	9	11	13
Số quả mít	6	12	19	9	4

$$\text{Cỡ mẫu } n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50.$$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

$$\text{Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: } S^2 = \frac{1}{50} (6 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 19 \cdot 9^2 + 9 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2) - 8,72^2 \approx 4,8$$

**Câu 5.** Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A.



Tính tốc độ của máy bay  $B$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của km/h).

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 1616

Gọi vector  $\vec{b} = (x; y; z)$  (đơn vị: km/h) là vector vận tốc của máy bay  $B$

$$\text{Ta có: } 3\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.300 = x \\ 3.200 = y \\ 3.400 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \\ z = 1200 \end{cases} \Rightarrow \vec{b} = (900; 600; 1200)$$

Tốc độ của máy bay  $B$  là:  $|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1616 \text{ km/h}$

**Câu 6.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$ . Trong không gian gọi điểm  $M(x; y; z)$  thỏa mãn  $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$  và không trùng với các điểm  $A, B, C, O$ . Tính giá trị của  $3x + 6y + 3z$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

$$\text{Gọi } M(x; y; z). \text{ Ta có: } \widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x = z \\ y = z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(0;0;0) \equiv O \\ M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow 3x + 6y + 3z = 8.$$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 8**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$-$	$0$
$f(x)$	$+\infty$	$1$	$3$	$1$	$+\infty$

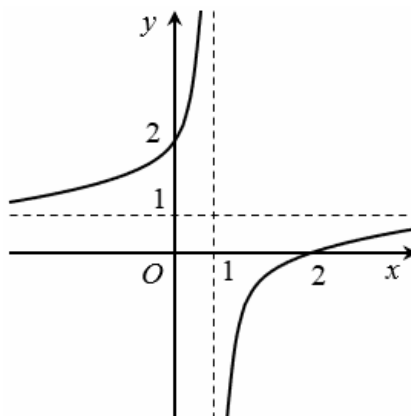
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  nghịch biến trên các khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; -2)$  và  $(-1; 0)$ .                      B.  $(-2; -1)$  và  $(0; +\infty)$ .  
 C.  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



- A.  $y = x^3 - 3x + 2$ .                      B.  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .                      C.  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .                      D.  $y = -x^4 + 5x^2 - 1$ .

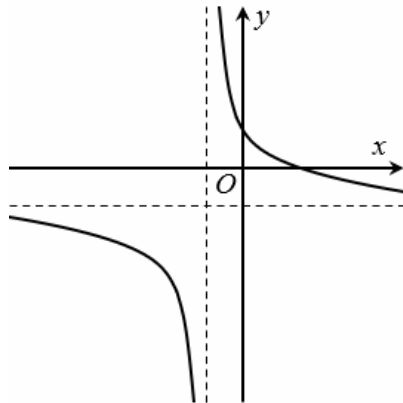
**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực.

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .      B.  $y' > 0, \forall x \neq -3$ .      C.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .      D.  $y' < 0, \forall x \neq -3$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  ( $a < 0$ ) có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $ab < 0, bc < 0, cd > 0$ .      B.  $ab > 0, bc < 0, cd > 0$ .  
C.  $ab > 0, bc > 0, cd > 0$ .      D.  $ab < 0, bc > 0, cd > 0$ .

**Câu 6.** Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	10	5	6	4	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20.      B. 25.      C. 47.      D. 23

**Câu 7.** Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75.      B. 4,75.      C. 4,63.      D. 4,38.

**Câu 8.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của  $IJ$ .

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$       B.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$

C.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = \overline{JI}$

D.  $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} + \overline{GD} = -2\overline{JI}$

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{CD}$  ?

A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $120^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -3)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

A.  $(0; 2; -3)$ .

B.  $(1; 0; -3)$ .

C.  $(1; 2; 0)$ .

D.  $(1; 0; 0)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 2)$  và  $B(3; 1; 0)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

A.  $(4; 2; 2)$ .

B.  $(2; 1; 1)$ .

C.  $(2; 0; -2)$ .

D.  $(1; 0; -1)$ .

**Câu 12.** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  (đơn vị: km/h). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ .



Tính tốc độ của máy bay  $B$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A.  $1414 \text{ km/h}$

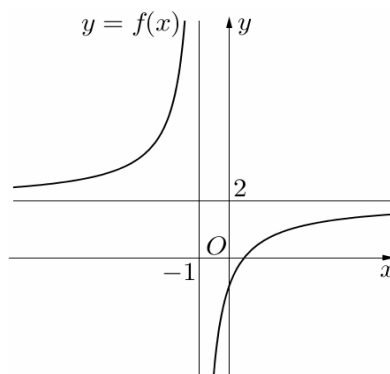
B.  $1515 \text{ km/h}$

C.  $1717 \text{ km/h}$

D.  $1616 \text{ km/h}$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng  $x = 2$ , tiệm cận ngang  $y = -1$ .

b) Điểm  $(-1; 2)$  là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$

c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

**Câu 2.** Ban quản lí chung cư Mường Thanh Nha Trang có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống.



a) Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ thì số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$  (đồng), với  $0 < x < 30$ .

b) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(0; 5)$  thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

c) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(5; 30)$  thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

**Câu 3.** Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Lớp	Điểm trung bình				
	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: 5.

b) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

c) Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\sqrt{0,59}$ .

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(0; 0; 3)$ ,  $B(0; 0; -1)$ ,  $C(1; 0; -1)$ ,  $D(0; 1; -1)$ .

a)  $|\overline{AB}| = 4$

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{1}{3}; 0; -\frac{1}{3}\right)$ .

c)  $AB \perp AC$

d)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 1$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$  có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $(C)$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích  $S$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

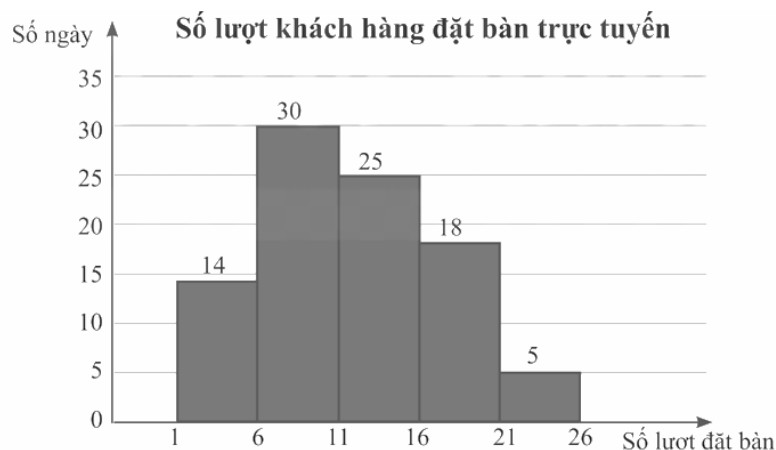
**Câu 2.** Cho hàm số  $y = e^x(x^2 - 3)$ , gọi  $M = \frac{a}{e^b}$  ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ) là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-5; -2]$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b$ .

Trả lời: .....

**Câu 3.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0, 1, 2, \dots, 25$ . Nếu coi  $f(t)$  là hàm số xác định trên đoạn  $[0; 25]$  thì đạo hàm  $f'(t)$  được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$ . Ngày thứ bao nhiêu thì mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

Trả lời: .....

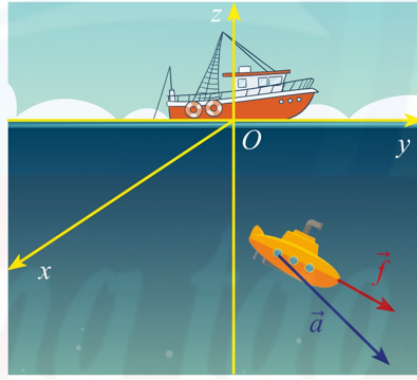
**Câu 4.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Trả lời: .....

**Câu 5.** Một thiết bị thăm dò đáy biển (Hình vẽ) được đẩy bởi một lực  $\vec{f} = (5; 4; -2)$  (đơn vị:  $N$ ) giúp thiết bị thực hiện độ dời  $\vec{a} = (70; 20; -40)$  (đơn vị:  $m$ ). Tính công sinh bởi lực  $\vec{f}$  (đơn vị:  $J$ ).



Trả lời: .....

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-4;7;5)$ . Gọi  $D(a;b;c)$  là chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Giá trị của  $a+b+2c$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....



**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 8**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$+$			
$f(x)$	$+\infty$		$1$		$3$		$1$		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(0; 2)$ .                      **B.**  $(0; +\infty)$ .                      **C.**  $(-2; 0)$ .                      **D.**  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng  $(0; 2)$  thì  $f'(x) < 0$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$  nghịch biến trên các khoảng nào ?

- A.**  $(-\infty; -2)$  và  $(-1; 0)$ .                      **B.**  $(-2; -1)$  và  $(0; +\infty)$ .  
**C.**  $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$ .                      **D.**  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

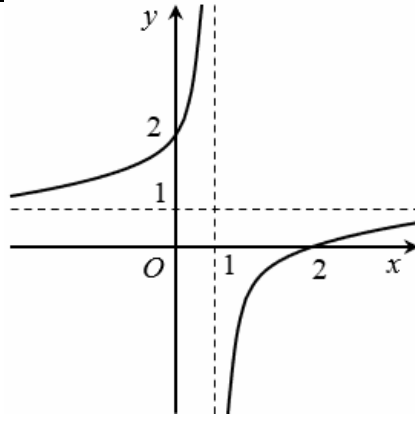
Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$-\infty$		$-\infty$		$2$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-2; -1)$ ,  $(-1; 0)$  và đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(0; +\infty)$ .

**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



A.  $y = x^3 - 3x + 2.$

B.  $y = \frac{x+2}{x-1}.$

C.  $y = \frac{x-2}{x-1}.$

D.  $y = -x^4 + 5x^2 - 1.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$  nên loại phương án **A, D**

Mặt khác quan sát đồ thị thì hàm số  $y = f(x)$  đồng biến nên  $y = \frac{x-2}{x-1}.$

**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực.

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

B.  $y' > 0, \forall x \neq -3.$

C.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

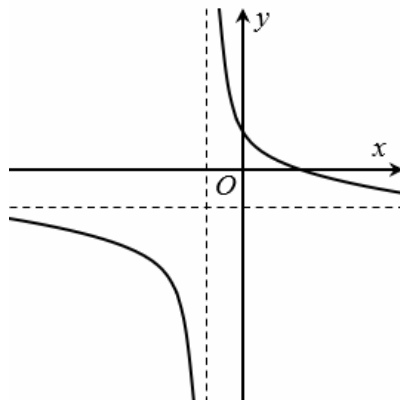
D.  $y' < 0, \forall x \neq -3.$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị hàm số để thấy hàm số nghịch biến trên khoảng xác định nên  $y' < 0, \forall x \neq -3$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $a < 0$ ) có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $ab < 0, bc < 0, cd > 0$ .

B.  $ab > 0, bc < 0, cd > 0$ .

C.  $ab > 0, bc > 0, cd > 0$ .

D.  $ab < 0, bc > 0, cd > 0$ .

Lời giải

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -\frac{d}{c} < 0$ , tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c} < 0$

Mà theo giả thiết  $a < 0$  nên  $c > 0$  suy ra  $d > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $\left(0; \frac{b}{d}\right)$  và  $\frac{b}{d} > 0$  nên  $b > 0$

Do đó:  $ab < 0, bc > 0, cd > 0$

**Câu 6.** Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	10	5	6	4	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 20.

**B. 25.**

C. 47.

D. 23

Lời giải

**Chọn B.**

Khoảng biến thiên:  $R = 30 - 5 = 25$

**Câu 7.** Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75.

**B. 4,75.**

C. 4,63.

D. 4,38.

Lời giải

**Chọn B.**

Cỡ mẫu là  $n = 56$ .

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$ . Do  $x_{14}, x_{15}$  đều thuộc nhóm [12,5;15,5) nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Do

đó,  $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3, a_3 - a_2 = 3$  và ta có

$$Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25$$



**Chọn C.**

Hình chiếu của điểm  $A(a;b;c)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $A'(a;b;0)$  nên hình chiếu của điểm  $A(1;2;-3)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $A'(1;2;0)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(4;2;2)$ .                      B.  $(2;1;1)$ .                      C.  $(2;0;-2)$ .                      D.  $(1;0;-1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  ta có: 
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \end{cases}$$

Vậy  $M(2;1;1)$ .

**Câu 12.** Cho biết máy bay  $A$  đang bay với vectơ vận tốc  $\vec{a} = (300; 200; 400)$  (đơn vị: km/h). Máy bay  $B$  bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay  $A$ .



Tính tốc độ của máy bay  $B$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A.  $1414 \text{ km/h}$                       B.  $1515 \text{ km/h}$                       C.  $1717 \text{ km/h}$                       D.  $1616 \text{ km/h}$

**Lời giải**

**Chọn D**

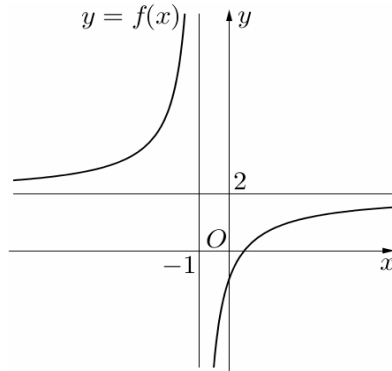
Gọi vectơ  $\vec{b} = (x; y; z)$  (đơn vị: km/h) là vectơ vận tốc của máy bay  $B$

Ta có:  $3\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.300 = x \\ 3.200 = y \\ 3.400 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \\ z = 1200 \end{cases} \Rightarrow \vec{b} = (900; 600; 1200)$

Tốc độ của máy bay  $B$  là:  $|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1616 \text{ km/h}$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng  $x = 2$ , tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- b) Điểm  $(-1; 2)$  là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$
- c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- d) Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

Dựa vào đồ thị, ta có:

- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .
- b) Do điểm  $(-1; 2)$  là giao điểm hai đường tiệm cận  $x = -1$  và  $y = 2$  nên là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$
- c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- d) Hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$  có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$  nên hàm số  $y = f(x)$  không phải là hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$ .

**Câu 2.** Ban quản lí chung cư Mừng Thanh Nha Trang có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống.



a) Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ thì số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$  (đồng), với  $0 < x < 30$ .

b) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(0;5)$  thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

c) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(5;30)$  thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ, với  $0 < x < 30$

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $150 - 5x$  (căn).

Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$T(x) = (150 - 5x)(2000000 + 100000x) = 500000(-x^2 + 10x + 600)$$

Ta xét hàm  $T(x)$

$$T(x) = 500000(-x^2 + 10x + 600) \text{ với } 0 < x < 30$$

$$T'(x) = 500000(10 - 2x)$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 500000(10 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	5	30	
$T'(x)$		+	0	-
$T(x)$	$T(0)$	$T(5)$		$T(30)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(0;5)$  thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

+ Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng  $(5;30)$  thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

+ doanh thu lớn nhất khi ban quản lí chung cư đặt giá thuê căn hộ là:

$$2000000 + 100000x = 2000000 + 100000.5 = 2500000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2500000 (đồng).

**Câu 3.** Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Lớp \ Điểm trung bình	Điểm trung bình				
	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: 5 .

b) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

c) Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\sqrt{0,59}$  .

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

**Lời giải**

<b>A.</b>	<b>B.</b>	<b>C.</b>	<b>D.</b>
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là:  $10 - 5 = 5$  .

b) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là:  $10 - 6 = 4$  .

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.



c) Ta có bảng thông kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Lớp					
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là  $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3$ .

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61$ .

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_1 = \sqrt{0,61}$ .

d) Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là  $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3$ .

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06$ .

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $S_2 = \sqrt{1,06}$ .

Do  $S_1 < S_2$  nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(0; 0; 3)$ ,  $B(0; 0; -1)$ ,  $C(1; 0; -1)$ ,  $D(0; 1; -1)$ .

a)  $|\overrightarrow{AB}| = 4$

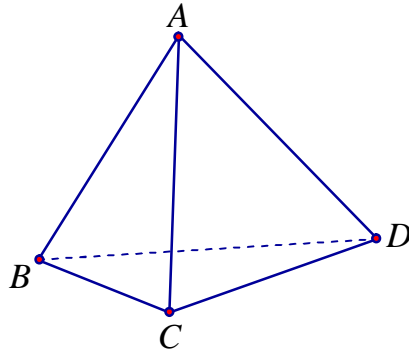
b) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{1}{3}; 0; -\frac{1}{3}\right)$ .

c)  $AB \perp AC$

d)  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 1$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>



a) Ta có  $\overline{AB} = (0; 0; -4) \Rightarrow |\overline{AB}| = 4$

b) Toạ độ trọng tâm của tam giác ABC là  $\left(\frac{0+0+1}{3}; \frac{0+0+0}{3}; \frac{3-1-1}{3}\right)$  hay  $\left(\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}\right)$

c) Ta có  $\overline{AB} = (0; 0; -4)$ ,  $\overline{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$  và  $AC$  không vuông góc.

d) Ta có  $\overline{AB} = (0; 0; -4)$ ,  $\overline{BD} = (0; 1; 0)$

$\Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{BD} = 0 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{BD} \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{BD}) = 90^\circ \Rightarrow \cos(\overline{AB}, \overline{BD}) = 0$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$  có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục toạ độ một tam giác của diện tích S bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có  $y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$  nên hàm số có hai điểm cực trị là  $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ ;  $x_2 = 1 + \sqrt{2}$ . Suy ra đồ thị hàm số có

hai điểm cực trị là  $A(1 + \sqrt{2}; 2\sqrt{2} - 2)$  và  $B(1 - \sqrt{2}; -2 - 2\sqrt{2})$ .

Từ đó ta có phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $y = 2x - 4$

Toạ độ giao điểm của d với hai trục toạ độ là  $C(2; 0)$  và  $D(0; -4)$ .

Diện tích tam giác cần tính là  $S = \frac{1}{2} OC \cdot OD = 4$ .

**Chú ý:** lấy đạo hàm tử và mẫu để tìm đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nhanh hơn

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = e^x(x^2 - 3)$ , gọi  $M = \frac{a}{e^b}$  ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ) là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-5; -2]$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b$ .

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 9

Ta có:  $y' = e^x(x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-5; -2] \\ x = 1 \notin [-5; -2] \end{cases}$

Ta có  $y(-5) = \frac{22}{e^5}; y(-3) = \frac{6}{e^3}; y(-2) = \frac{1}{e^2}$ .

Khi đó  $\max_{[-5; -2]} y = \frac{6}{e^3} \Rightarrow a = 6; b = 3 \Rightarrow a + b = 9$ .

**Câu 3.** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0, 1, 2, \dots, 25$ . Nếu coi  $f(t)$  là hàm số xác định trên đoạn  $[0; 25]$  thì đạo hàm  $f'(t)$  được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$ . Ngày thứ bao nhiêu thì mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 15

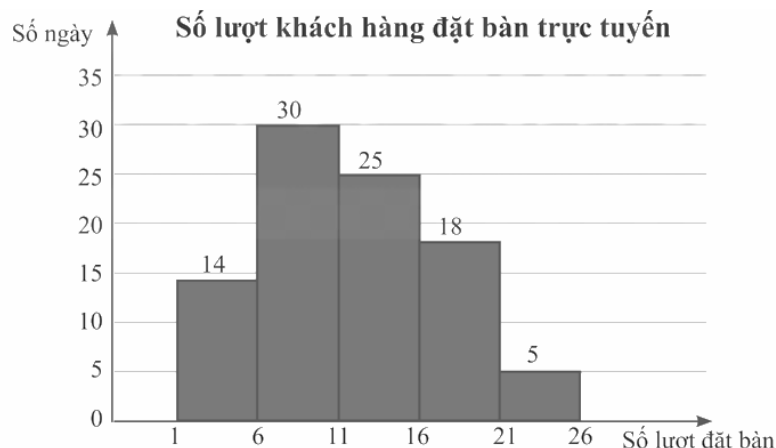
$f'(t) = 90t - 3t^2; f''(t) = 90 - 6t, f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$

Bảng biến thiên

$t$	0	15	25
$f''(t)$		+	0
$f'(t)$			675

Tốc độ truyền bệnh lớn nhất là vào ngày thứ 15.

**Câu 4.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 8,5

Cỡ mẫu  $n = 92$  ;

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{92}$  là mẫu số liệu gốc về số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_{14} \in [1; 6);$$

$$x_{15}; \dots; x_{44} \in [6; 11);$$

$$x_{45}; \dots; x_{69} \in [11; 16);$$

$$x_{70}; \dots; x_{87} \in [16; 21);$$

$$x_{88}; \dots; x_{92} \in [21; 26)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{23} + x_{24}) \in [6; 11)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

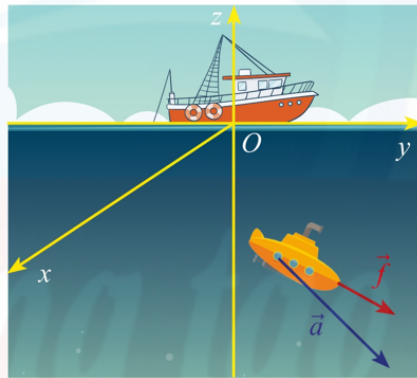
liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} (11 - 6) = 7,5$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{69} + x_{70}) \in [11; 16)$  và  $[16; 21)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 16$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$

**Câu 5.** Một thiết bị thăm dò đáy biển (Hình vẽ) được đẩy bởi một lực  $\vec{f} = (5; 4; -2)$  (đơn vị:  $N$ ) giúp thiết bị thực hiện độ dời  $\vec{a} = (70; 20; -40)$  (đơn vị:  $m$ ). Tính công sinh bởi lực  $\vec{f}$  (đơn vị:  $J$ ).



**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 510

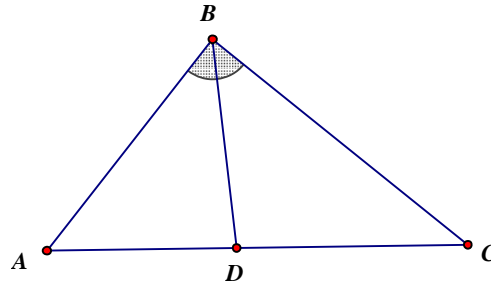
Công sinh bởi lực  $\vec{f}$  là:  $A = \vec{f} \cdot \vec{a} = 5 \cdot 70 + 4 \cdot 20 - 2 \cdot (-40) = 510J$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ . Gọi  $D(a; b; c)$  là chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Giá trị của  $a + b + 2c$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 5



Ta có  $AB = \sqrt{26}$ ,  $BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$ .

Gọi  $D(x; y; z)$ , theo tính chất phân giác ta có  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$ . Suy ra  $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$  (1).

Ta có  $\overrightarrow{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$  và  $\overrightarrow{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$ .

$$\text{Do đó (1)} \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right) \Rightarrow a+b+2c = 5.$$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

Năm học 2024 - 2025

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

**Nội dung:**

1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian
3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

**ĐỀ SỐ 9**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$+\infty$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$1$	$\nearrow$	$3$

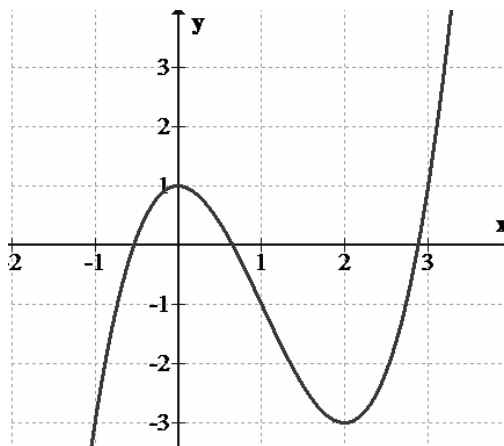
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A.  $y = 2x + \frac{2}{x+1}$ .              B.  $y = x^3 + 3x^2$ .              C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .              D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

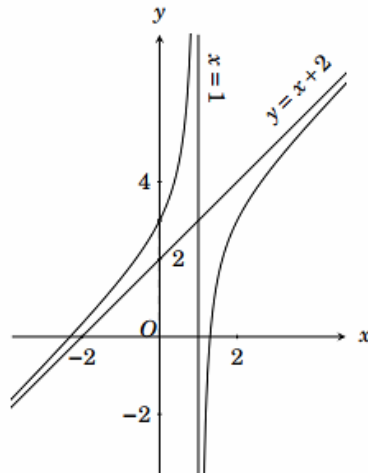
**Câu 3.** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



Chọn một khẳng định ĐÚNG.

- A.  $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ .              B.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ .              C.  $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ .              D.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

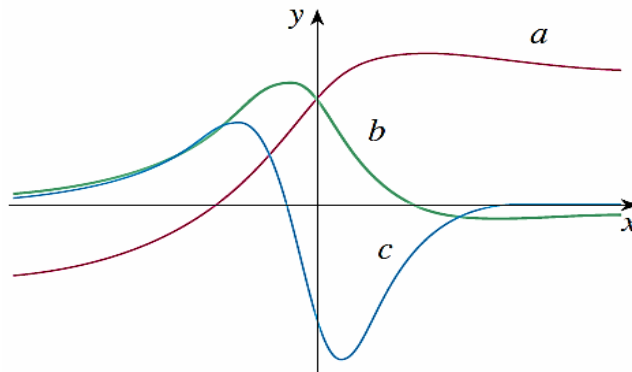
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng  $I$  của đồ thị là (C) là

- A.  $I(3;1)$ .                      B.  $I(1;3)$ .                      C.  $I(1;0)$ .                      D.  $I(3;0)$ .

**Câu 5.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $a, b, c$ .                      B.  $b, a, c$ .                      C.  $a, c, b$ .                      D.  $b, c, a$ .

**Câu 6.** Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số vận động viên	5	10	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 10.                      B. 25.                      C. 30.                      D. 20.

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng).      B. 19,5 (triệu đồng).      C. 16,9 (triệu đồng).      D. 18,5 (triệu đồng).

**Câu 8.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

- A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$       B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$   
 C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$       D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ .

**Câu 9.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  và hai vectơ  $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với nhau. Xác định góc  $\alpha$  giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

- A.  $\alpha = 90^\circ$ .      B.  $\alpha = 180^\circ$ .      C.  $\alpha = 60^\circ$ .      D.  $\alpha = 45^\circ$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2;1;-1)$  trên mặt phẳng  $(Ozx)$  có tọa độ là

- A.  $(0;1;0)$ .      B.  $(2;1;0)$ .      C.  $(0;1;-1)$ .      D.  $(2;0;-1)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(1;2;3); B(-1;2;1); C(3;-1;-2)$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

- A.  $-6$ .      B.  $-14$ .      C.  $14$ .      D.  $6$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;-2;1)$ ,  $B(0;1;2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A$ ,  $B$ ,  $M$  thẳng hàng là

- A.  $M(4;-5;0)$ .      B.  $M(2;-3;0)$ .      C.  $M(0;0;1)$ .      D.  $M(4;5;0)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3, -1)$ .  
 b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $x = -1$ .  
 c) Đồ thị  $(C)$  nhận  $I(-2;0)$  làm tâm đối xứng.  
 d) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1;2)$ .

**Câu 2.** Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá tiền cho mỗi

hành khách là  $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ . Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ

Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).





- a) Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)
- b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là  $30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000$  (nghìn đồng).
- c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.
- d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

**Câu 3.** Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong bảng bên dưới (đơn vị: mét)

Nhóm	Dũng	Huy
[6, 22; 6, 46)	3	2
[6, 46; 6, 70)	7	5
[6, 70; 6, 94)	5	8
[6, 94; 7, 18)	20	19
[7, 18; 7, 42)	5	6
	$n = 40$	$n = 40$

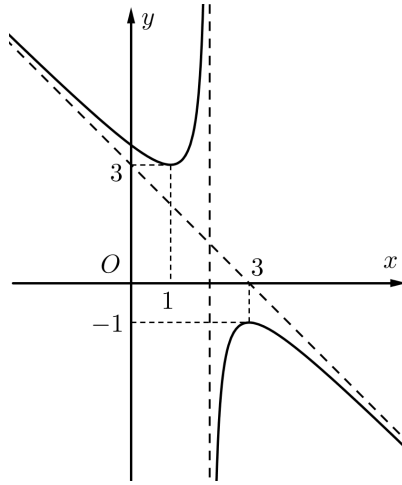
- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là  $6,92(m)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho là  $0,26(m)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho là  $0,16$  (kết quả làm tròn đến phần trăm).
- d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ .

- a)  $BA = \sqrt{26}$  và  $BC = 2\sqrt{26}$
- b)  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = -26$
- c) Gọi  $M(x; y; z)$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MA} + \overline{MC} = 3\overline{MB}$ . Khi đó  $x + y + z = 2$ .
- d) Gọi  $D(a; b; c)$  là tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $a + b + c = 4$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C). Tính giá trị của  $x_0 + 2025y_0$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos x(\sin x + 1)$  trên đoạn  $[0; \pi]$ .

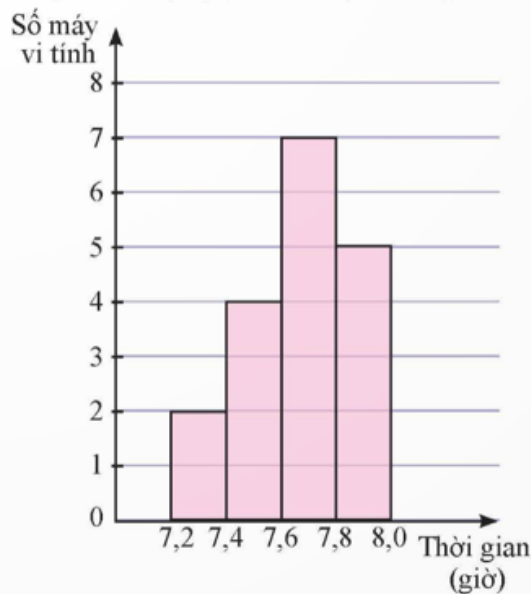
Trả lời: .....

**Câu 3.** Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau  $t$  phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức  $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$  ( $0 \leq t \leq 30$ ). Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

Trả lời: .....

**Câu 4.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau và  $AD = 2, AB = AC = 1$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ . Biết độ dài  $BI = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$

là phân số tối giản). Tính  $a + b$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;1;-2)$ ,  $B(2;-3;5)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ , biết tọa độ điểm  $M$  là  $(a;b;c)$ . Khi đó  $a + 3b + c$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 9**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-2$		$+\infty$
f(x)	$-\infty$		$+\infty$	1	$3$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      **D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  ta được tiệm cận ngang  $y = 3$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$  ta được tiệm cận đứng  $x = -2$

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A.  $y = 2x + \frac{2}{x+1}$ .                      B.  $y = x^3 + 3x^2$ .                      C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .                      **D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .**

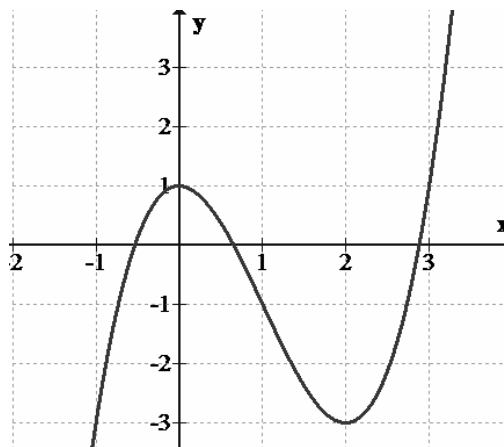
**Lời giải**

**Chọn D.**

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$  nên hàm số không có cực trị

**Câu 3.** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?.



Chọn một khẳng định ĐÚNG.

- A.  $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ .      B.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ .      C.  $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

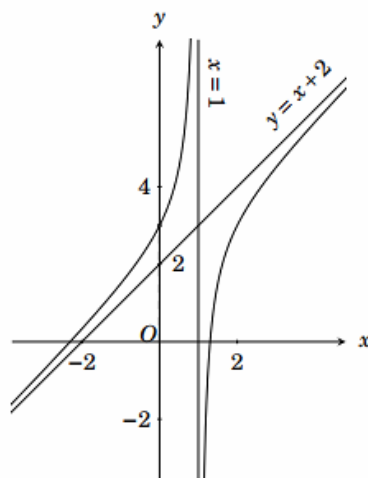
Từ đồ thị hàm số, ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có nhánh bên phải đi lên nên  $a > 0$ , do đó loại A và B

+ đồ thị hàm số có điểm cực tiểu  $x = 2, y = -3$ , do đó loại C

Vậy chọn D

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng  $I$  của đồ thị là (C) là

- A.  $I(3;1)$ .      B.  $I(1;3)$ .      C.  $I(1;0)$ .      D.  $I(3;0)$ .

**Lời giải**

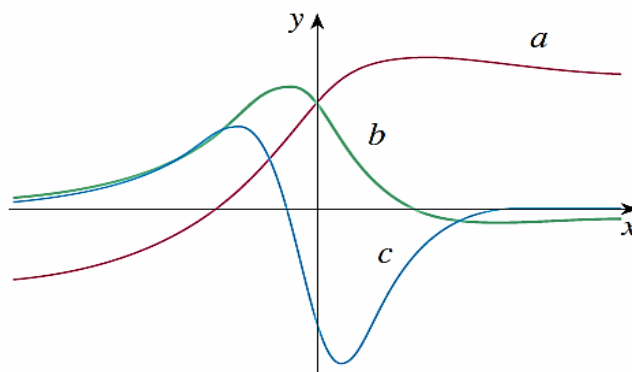
**Chọn B.**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x + 2$

Do đó tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C) là  $I(1;3)$

**Câu 5.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

**A.**  $a, b, c$ .

**B.**  $b, a, c$ .

**C.**  $a, c, b$ .

**D.**  $b, c, a$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $a$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $a$  đi xuống, suy ra  $b$  là đạo hàm  $a$ .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $b$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $b$  đi xuống, suy ra  $c$  là đạo hàm  $b$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt  $a, b, c$ .

**Câu 6.** Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số vận động viên	5	10	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

**A.** 10.

**B.** 25.

**C.** 30.

**D.** 20.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Khoảng biến thiên:  $R = 35 - 15 = 20$ .

**Câu 7.** Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

**A.** 17,9 (triệu đồng).

**B.** 19,5 (triệu đồng).

**C.** 16,9 (triệu đồng).

**D.** 18,5 (triệu đồng).

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực A là:

$$x_A = \frac{7,5 \cdot 2 + 12,5 \cdot 5 + 17,5 \cdot 8 + 22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 4}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = 18,5 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 8.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Theo quy tắc hình hộp:  $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

Mà  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$  nên  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ .

**Câu 9.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  và hai vectơ  $\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với nhau. Xác định góc  $\alpha$  giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

A.  $\alpha = 90^\circ$ .

B.  $\alpha = 180^\circ$ .

C.  $\alpha = 60^\circ$ .

D.  $\alpha = 45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}\right) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}\vec{a} \cdot \vec{a} - \frac{13}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b} \cdot \vec{b} = 0 \xrightarrow{|\vec{a}|=|\vec{b}|=1} \vec{a} \cdot \vec{b} = -1$$

$$\text{Suy ra } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$$

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2;1;-1)$  trên mặt phẳng  $(Ozx)$  có tọa độ là

A.  $(0;1;0)$ .

B.  $(2;1;0)$ .

C.  $(0;1;-1)$ .

D.  $(2;0;-1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hình chiếu của  $M(2;1;-1)$  lên mặt phẳng  $(Ozx)$  là điểm có tọa độ  $(2;0;-1)$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(1;2;3); B(-1;2;1); C(3;-1;-2)$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

A.  $-6$ .

B.  $-14$ .

C.  $14$ .

D.  $6$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2;0;-2); \overrightarrow{AC} = (2;-3;-5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$$

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -2; 1)$ ,  $B(0; 1; 2)$ . Tọa độ điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng là

- A.**  $M(4; -5; 0)$ .      **B.**  $M(2; -3; 0)$ .      **C.**  $M(0; 0; 1)$ .      **D.**  $M(4; 5; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$ ;  $\overline{AB} = (-2; 3; 1)$ ;  $\overline{AM} = (x-2; y+2; -1)$ .

Để  $A, B, M$  thẳng hàng thì  $\overline{AB}$  và  $\overline{AM}$  cùng phương, khi đó:  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$ .

Vậy  $M(4; -5; 0)$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3, -1)$ .  
 b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $x = -1$ .  
**c) Đồ thị  $(C)$  nhận  $I(-2; 0)$  làm tâm đối xứng.**  
 d) Đồ thị  $(C)$  có tiệm cận xiên đi qua điểm  $A(1; 2)$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Sự biến thiên:

- Giới hạn, tiệm cận:

Ta có  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$ ;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = -\infty$ .

Suy ra đường thẳng  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 2} = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 2} = 0$ .

Suy ra đường thẳng  $y = x + 2$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.



Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$	$2$	$+\infty$

Ta có  $y' = 1 - \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3$  hoặc  $x = -1$ .

Chiều biến thiên: Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-1; +\infty)$ ; Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ .

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-3; -2)$  và  $(-2; -1)$ .

b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(-1; 2)$ .

c) Ta có  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng và  $y = x + 2$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Suy ra đồ thị nhận giao điểm  $I(-2; 0)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là  $y = x + 2$  không đi qua điểm  $A(1; 2)$ .

**Câu 2.** Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là  $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ . Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).



a) Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)

b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là  $30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000$  (nghìn đồng).

c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.

d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

Ta có  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)

Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là :

$$30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 - 3000 = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số:  $f(x) = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000$  với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = 30\left(\frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9\right)$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(N) \\ x = 120(L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	40	60	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$f(0)$	1800	$f(60)$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- + Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(0; 40)$  thì thu được số tiền sẽ tăng dần.
- + Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(40; 60)$  thì thu được số tiền sẽ giảm dần.
- + Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 1800000 đồng khi có 40 hành khách.

**Câu 3.** Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong bảng bên dưới (đơn vị: mét)

Nhóm	Dũng	Huy
[6,22;6,46)	3	2
[6,46;6,70)	7	5
[6,70;6,94)	5	8
[6,94;7,18)	20	19
[7,18;7,42)	5	6
	$n = 40$	$n = 40$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là  $6,92(m)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho là  $0,26(m)$  (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho là  $0,16$  (kết quả làm tròn đến phần trăm).

d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng là:

$$\bar{x}_D = \frac{3.6,34 + 7.6,58 + 5.6,82 + 20.7,06 + 5.7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92 (m)$$

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40} [3.(6,34 - 6,92)^2 + 7.(6,58 - 6,92)^2 + 5.(6,82 - 6,92)^2 + 20.(7,06 - 6,92)^2 + 5.(7,30 - 6,92)^2] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:  $s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26 (m)$

c) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy là:

$$\bar{x}_H = \frac{2.6,34 + 5.6,58 + 8.6,82 + 19.7,06 + 6.7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95 \text{ (m)}$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_H^2 = \frac{1}{40} \left[ 2.(6,34 - 6,95)^2 + 5.(6,58 - 6,95)^2 + 8.(6,82 - 6,95)^2 + 19.(7,06 - 6,95)^2 + 6.(7,30 - 6,95)^2 \right] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:  $s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24 \text{ (m)}$

d) Do  $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$  nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-4; 7; 5)$ .

a)  $BA = \sqrt{26}$  và  $BC = 2\sqrt{26}$

b)  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = -26$

c) Gọi  $M(x; y; z)$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MA} + \overline{MC} = 3\overline{MB}$ . Khi đó  $x + y + z = 2$ .

d) Gọi  $D(a; b; c)$  là tọa độ chân đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABC$ . Khi đó  $a + b + c = 4$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Ta có:  $\overline{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overline{BA}| = \sqrt{26}; \overline{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overline{BC}| = 2\sqrt{26}$ .

b)  $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = (-1) \cdot (-6) + (-3) \cdot 8 + 4 \cdot 2 = -10$

c) Ta có:

$$\overline{MA} = (1 - x; 2 - y; -1 - z)$$

$$\overline{MC} = (-4 - x; 7 - y; 5 - z)$$

$$3\overline{MB} = (6 - 3x; -3 - 3y; 9 - 3z)$$

Mà  $\overline{MA} + \overline{MC} = 3\overline{MB}$  nên 
$$\begin{cases} 1 - x - 4 - x = 6 - 3x \\ 2 - y + 7 - y = -3 - 3y \\ -1 - z + 5 - z = 9 - 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -12 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(9; -12; 5) \Rightarrow x + y + z = 2$$

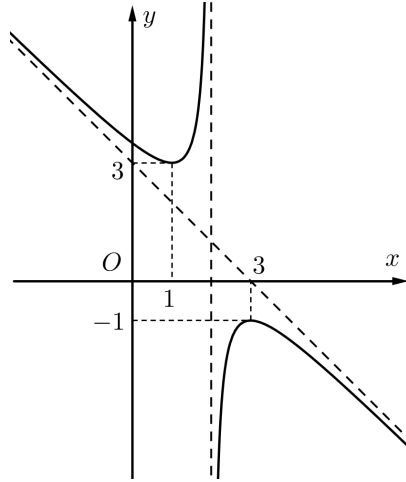
d) Gọi  $D$  là chân đường phân giác trong kẻ từ  $B$  lên  $AC$  của tam giác  $ABC$

Suy ra:  $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$ .

$\Rightarrow a + b + c = 4.$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C). Tính giá trị của  $x_0 + 2025y_0$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2027

Dựa vào đồ thị ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là  $A(1; 3); B(3; -1)$

Vì  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C) nên là  $I(x_0; y_0)$  trung điểm của đoạn thẳng  $AB$

Do đó: 
$$\begin{cases} x_0 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 + 2025y_0 = 2027$$

**Câu 2.** Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos x(\sin x + 1)$  trên đoạn  $[0; \pi]$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = -\sin x(\sin x + 1) + \cos^2 x = -2\sin^2 x - \sin x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$$

Vì  $x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$  hoặc  $x = \frac{5\pi}{6}$

Khi đó:  $y(0) = 1$ ;  $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ;  $y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ;  $y(\pi) = -1$

$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = 0$

**Câu 3.** Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau  $t$  phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức  $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$  ( $0 \leq t \leq 30$ ). Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 20

Xét hàm số  $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$  ( $0 \leq t \leq 30$ ).

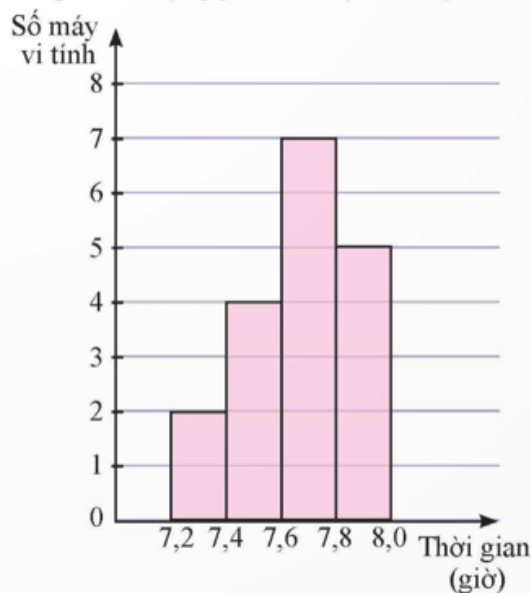
Ta có:  $N'(t) = 60t - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$

$t$	0	20	30
$N'$	+	0	-
$N$	5000		

Với  $t = 20$  giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

**Câu 4.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 0,18

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là  $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\bar{x} = \frac{2.7,3 + 4.7,5 + 7.7,7 + 5.7,9}{18} = \frac{23}{3}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} [2.(7,3)^2 + 4.(7,5)^2 + 7.(7,7)^2 + 5.(7,9)^2] - \left(\frac{23}{3}\right)^2 \approx 0,032$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{0,032} \approx 0,18$

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau và  $AD = 2, AB = AC = 1$ .

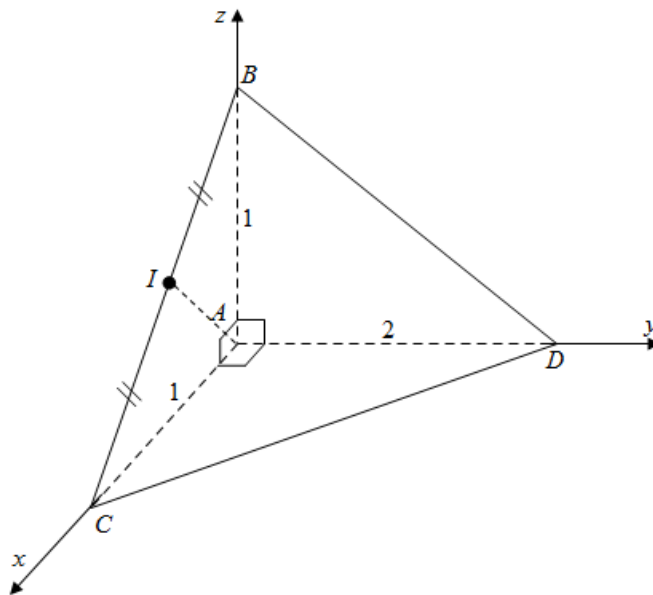
Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ . Biết độ dài  $BI = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$

là phân số tối giản). Tính  $a + b$ .

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 4



Vì tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau, nên ta chọn hệ trục tọa độ  $Axyz$  như hình vẽ (với  $A$  là gốc tọa độ, đường thẳng  $AC$  nằm trên trục  $Ax$ ,  $AD$  nằm trên trục  $Ay$  và  $AB$  nằm trên trục  $Az$ ).

Từ đó suy ra:

$A(0;0;0)$  ,  $B(0;0;1)$  vì  $B \in Az$  ,  $C(1;0;0)$  vì  $C \in Ax$  ,  $D(0;2;0)$  vì  $D \in Ay$  .

Vì  $I$  là trung điểm của  $BC$  nên  $I\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$ .

$G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD \Rightarrow G\left(\frac{1}{6};0;\frac{1}{2}\right)$

$$\text{Độ dài } BI \text{ là: } BI = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)^2 + (0-0)^2 + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a+b=4.$$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$  , cho hai điểm  $A(3;1;-2)$  ,  $B(2;-3;5)$  . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA=2MB$  , biết tọa độ điểm  $M$  là  $(a;b;c)$  . Khi đó  $a+3b+c$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

Ta có  $M(a;b;c)$  .

$$\text{Vì } M \text{ thuộc đoạn } AB \text{ nên } \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a = -2(2-a) \\ 1-b = -2(-3-b) \\ -2-c = -2(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = -\frac{5}{3} \\ c = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Suy ra  $a+3b+c=0$



**ĐỀ ÔN KIỂM TRA KÌ 1**

**Năm học 2024 - 2025**

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

**Thời gian 90 phút**

**Trắc nghiệm gồm 3 phần**

**Nội dung:**

- 1. Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.**
- 2. Chương 2: Tọa độ của vectơ trong không gian**
- 3. Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm**

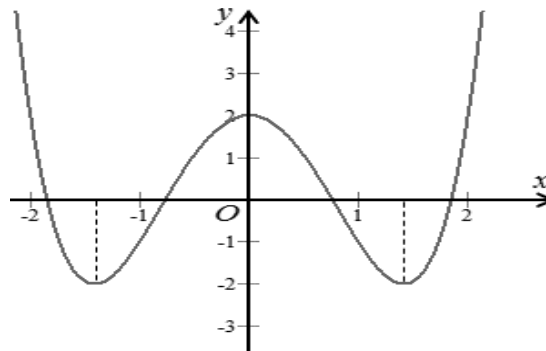
**ĐỀ SỐ 10**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 0.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình:

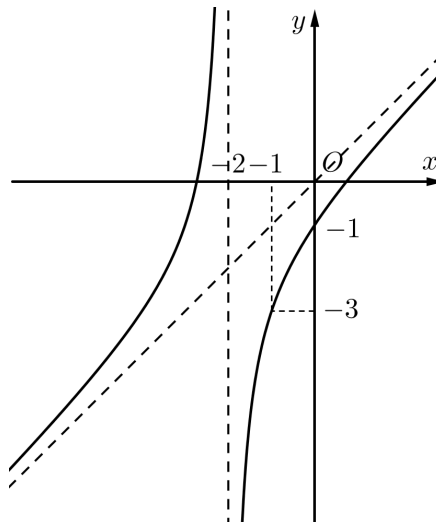
- A.**  $x = 2$ .                      **B.**  $x = -1$ .                      **C.**  $x = 3$ .                      **D.**  $x = -2$ .

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.**  $(-\infty; -1)$                       **B.**  $(-1; 1)$                       **C.**  $(1; 2)$                       **D.**  $(0; 1)$

**Câu 0.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

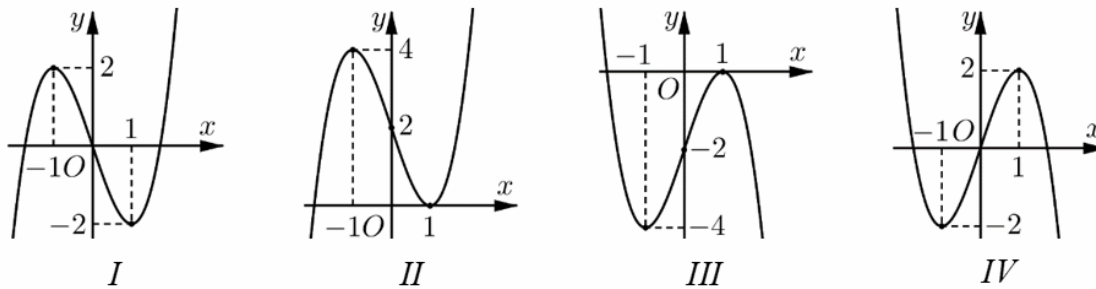


A.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{-3x^2 + 4x - 2}{x + 2}$ .      C.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ .      D.  $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x - 2}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$		$-1$		$1$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$-\infty$		$2$		$-2$		$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số  $y = f(x)$ ?



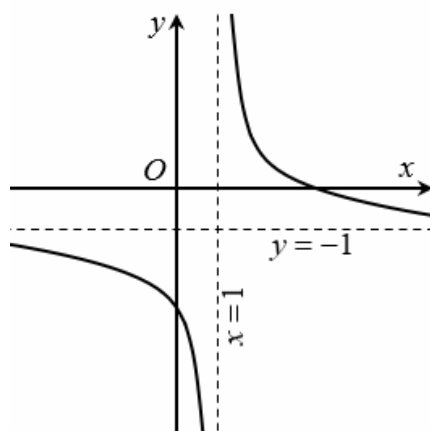
A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A.  $b < 0 < a$ .

B.  $0 < b < a$ .

C.  $b < a < 0$ .

D.  $0 < a < b$ .

**Câu 6.** Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

**Câu 7.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	12	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 20.

B. 30.

C. 27.

D. 35.

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biểu thức nào sau đây đúng:

A.  $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$ .

B.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ .

C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 0.** Trong không gian, cho  $\vec{a}, \vec{b}$  có  $(\vec{a} + 2\vec{b})$  vuông góc với vectơ  $(5\vec{a} - 4\vec{b})$  và  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ . Khi đó:

A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ .

C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?

A.  $M(3; 4; 0)$ .

B.  $P(-2; 0; 3)$ .

C.  $Q(2; 0; 0)$ .

D.  $N(0; 4; -1)$ .

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; -2; 3)$ ,  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(4; 2; 2)$ . Cosin của góc  $\widehat{BAC}$  là

A.  $\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

B.  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

C.  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

D.  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (2; m - 1; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2n)$ . Tìm  $m, n$  để các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.

A.  $m = 7; n = -\frac{3}{4}$ .

B.  $m = 7; n = -\frac{4}{3}$ .

C.  $m = 4; n = -3$ .

D.  $m = 1; n = 0$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + 3x + 2}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$ .

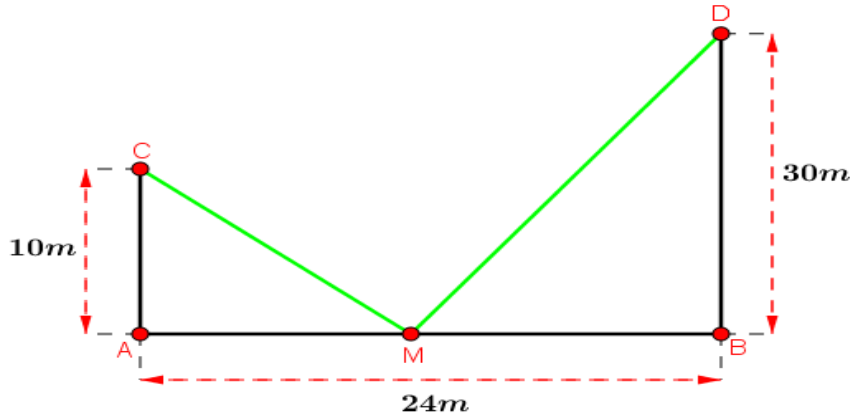
a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[1; 3]$  tại  $x = 1$ .

d) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

**Câu 0.** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố Nha Trang muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón ngày Quốc Khánh 2-9 nên đã nhờ bạn Nam đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Nam biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí  $A$  và  $B$  có độ cao lần lượt là  $10m$  và  $30m$ , khoảng cách giữa hai trụ đèn  $24m$  và cũng yêu cầu bạn Nam chọn một cái chốt ở vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của trụ đèn (như hình vẽ). Đặt  $MB = x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$ .



- a) Chiều dài đèn dây Led giăng từ C đến chốt M rồi đến D là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2}$  (m)
- b) Khi vị trí chốt M đến trụ đèn cao áp B nằm trong khoảng (0;18) thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ C đến chốt M rồi đến D sẽ tăng.
- c) Khi vị trí chốt M đến trụ đèn cao áp B nằm trong khoảng (18;24) thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ C đến chốt M rồi đến D sẽ giảm.
- d) Bạn Nam phải đặt chốt M ở vị trí cách trụ đèn B trên mặt đất là 6m thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Câu 0.** Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130; 160)	[160; 190)	[190; 220)	[220; 250)	[250; 280)	[280; 310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Nha Trang bằng 45.
- b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Quy Nhơn bằng 242,5.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang..

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình thang  $ABCD$  có điểm  $A(-2;3;1)$ ,  $B(2;1;0)$ ,  $C(-3;-1;1)$ . Biết  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích tứ giác  $ABCD$  bằng 3 lần diện tích tam giác  $ABC$ .

- a)  $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 23$
- b)  $\cos(\overline{AB}, \overline{BC}) = \frac{\sqrt{70}}{70}$
- c)  $AD = 3BC$
- d) Biết đỉnh  $D$  có tọa độ  $D(a;b;c)$ . Khi đó  $a + b + c = 10$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{-x+1}{x-2}$  có đồ thị là  $(C)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  $(C)$  có hoành độ và tung độ đều nguyên?

**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Biết đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số  $y = -x + 1 - \frac{1}{x+2}$  có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $a - 2025b$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Cho một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 10cm x 16cm. Người ta cắt bỏ 4 góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hình hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng bao nhiêu mét?

**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc  $20(km)$  và về phía Tây  $10(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $0,7(km)$ . Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông  $30(km)$  và về phía Nam  $25(km)$ , đồng thời cách mặt đất  $1(km)$ . Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo: km).



**Trả lời:** .....

**Câu 0.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$  và điểm  $M(m;m;m)$ . Để biểu thức  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 10**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 0.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = -2$ .

**Lời giải**

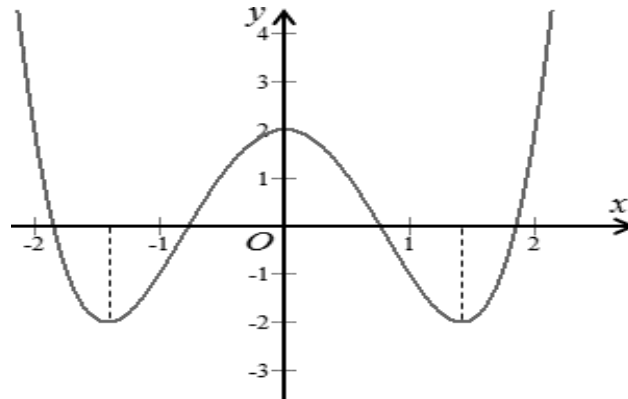
**Chọn A.**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty.$$

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình  $x = 2$ .

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



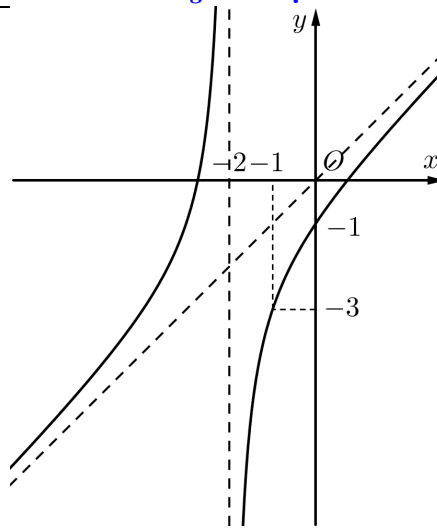
- A.  $(-\infty; -1)$                       B.  $(-1; 1)$                       C.  $(1; 2)$                       D.  $(0; 1)$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng  $(0; 1)$  đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 0.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 2}$ .

B.  $y = \frac{-3x^2 + 4x - 2}{x + 2}$ .

C.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ .

D.  $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x - 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị ta có  $am > 0$ , ta loại đáp án B

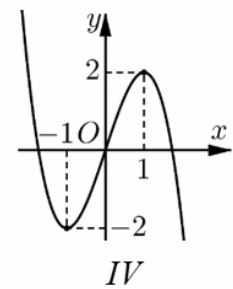
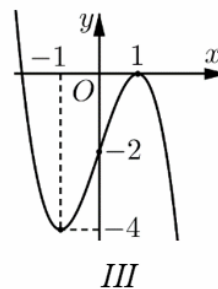
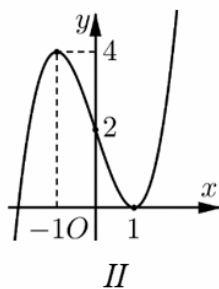
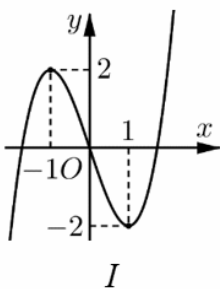
Đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -2$ , ta loại đáp án A, D

Vậy chọn đáp án C đúng

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

Đồ thị nào thể hiện hàm số  $y = f(x)$ ?



A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

**Lời giải**

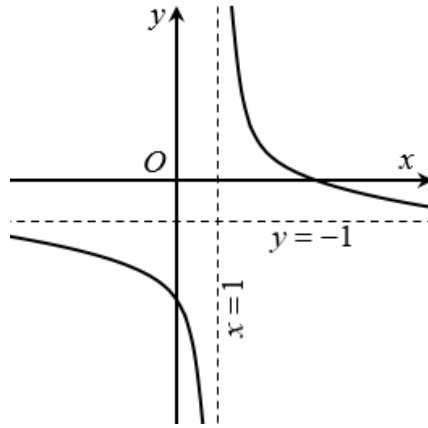
**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 và giá trị cực tiểu bằng -2 nên loại B và C.

Khi  $x \rightarrow +\infty$  thì  $y \rightarrow +\infty$  nên chỉ có chọn A là phù hợp.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax-b}{x-1}$  có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A.  $b < 0 < a$ .      B.  $0 < b < a$ .      C.  $b < a < 0$ .      D.  $0 < a < b$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $y' = \frac{-a+b}{(x-1)^2}$ .

Từ đồ thị suy ra hàm số nghịch biến nên:  $-a+b < 0 \Leftrightarrow a > b$ .

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$  nên  $a < 0$ .

Vậy  $b < a < 0$ .

**Câu 6.** Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A. Khoảng biến thiên.      B. Khoảng tứ phân vị.  
C. Phương sai.      D. Độ lệch chuẩn.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là khoảng tứ phân vị.

**Câu 7.** Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	12	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20.      B. 30.      C. 27.      D. 35.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Khoảng biến thiên:  $R = 45 - 25 = 20$ .

**Câu 8.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biểu thức nào sau đây đúng:



A.  $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$ .

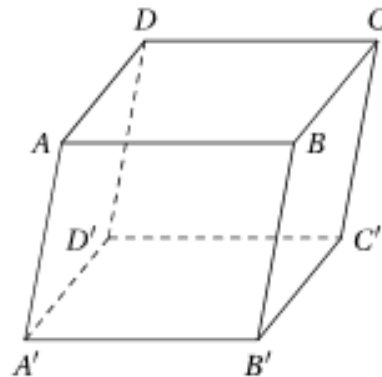
B.  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ .

C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$$

**Câu 0.** Trong không gian, cho  $\vec{a}, \vec{b}$  có  $(\vec{a} + 2\vec{b})$  vuông góc với vector  $(5\vec{a} - 4\vec{b})$  và  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ . Khi đó:

A.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ .

C.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ Vì  $(\vec{a} + 2\vec{b})$  vuông góc với vector  $(5\vec{a} - 4\vec{b})$  nên:

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 5\vec{a}^2 - 8\vec{b}^2 + 6\vec{a}\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = \frac{-5\vec{a}^2 + 8\vec{b}^2}{6}$$

Ta có  $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$ . Suy ra  $\vec{a}\vec{b} = \frac{3\vec{a}^2}{6}$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{\frac{3\vec{a}^2}{6}}{\vec{a}^2} = \frac{1}{2}$$

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?

A.  $M(3; 4; 0)$ .

B.  $P(-2; 0; 3)$ .

C.  $Q(2; 0; 0)$ .

D.  $N(0; 4; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$  có phương trình là  $x = 0 \Rightarrow N(0; 4; -1) \in (Oyz)$ .

**Câu 0.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1; -2; 3)$ ,  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(4; 2; 2)$ . Cosin của góc  $\widehat{BAC}$  là

A.  $\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

B.  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

C.  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

D.  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\overline{AB}(1;5;-2)$  ;  $\overline{AC}(5;4;-1)$ .

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{5+20+2}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (2; m-1; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2n)$ . Tìm  $m, n$  để các vector  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.

- A.**  $m = 7; n = -\frac{3}{4}$ .      **B.**  $m = 7; n = -\frac{4}{3}$ .      **C.**  $m = 4; n = -3$ .      **D.**  $m = 1; n = 0$ .

Lời giải

**Chọn A.**

Các vector  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số thực dương  $k$  sao cho  $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + 3x + 2}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .  
 b) Hàm số có 2 điểm cực trị.  
 c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn  $[1; 3]$  tại  $x = 1$ .  
 d) Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

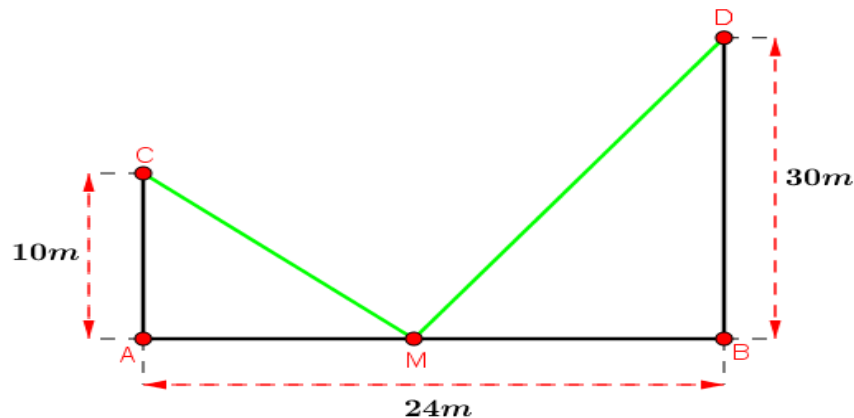
Ta có  $y' = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1 - \sqrt{2}$	$-1$	$-1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$5 + 2\sqrt{2}$		$+\infty$
				$5 - 2\sqrt{2}$	
					$-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1 - \sqrt{2}; -1)$  nên đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .
- b) Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 2 điểm cực trị.
- c) Ta có hàm số nghịch biến trên  $[1; 3]$ . Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[1; 3]$  tại  $x = 3$ .
- d) Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$  nên hàm số không có tiệm cận ngang.

**Câu 0.** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố Nha Trang muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón ngày Quốc Khánh 2-9 nên đã nhờ bạn Nam đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Nam biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí  $A$  và  $B$  có độ cao lần lượt là  $10m$  và  $30m$ , khoảng cách giữa hai trụ đèn  $24m$  và cũng yêu cầu bạn Nam chọn một cái chốt ở vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của trụ đèn (như hình vẽ). Đặt  $MB = x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$ .



- a) Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2}$  (m)
- b) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(0; 18)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ tăng.
- c) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(18; 24)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ giảm.
- d) Bạn Nam phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là  $6m$  thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

Đặt  $MB = x(m) \Rightarrow AM = 24 - x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến  $M$  là:  $CM = \sqrt{(24-x)^2 + 10^2} (m)$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $D$  đến  $M$  là:  $DM = \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

Như vậy ta có hàm số  $f(x)$  được xác định bằng tổng quãng đường  $CM$  và  $MD$ :

$$f(x) = \sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} \quad \text{với } x \in [0; 24]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm  $M$ .

$$f'(x) = -\frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} = \frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} = (24-x)\sqrt{x^2 + 30^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 [(24-x)^2 + 10^2] = (24-x)^2 (x^2 + 30^2) \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (10x)^2 = [30(24-x)]^2 \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 30(24-x) \text{ hay } 10x = -30(24-x) \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \text{ hay } x = 36 \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow x = 18$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	18	24	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$f(0)$			$f(24)$

$f(18) = 8\sqrt{34}$

Từ bảng biên thiên, ta có:

- + Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(0;18)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giảm từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ giảm.
- + Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(18;24)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giảm từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ tăng.
- + giá trị nhỏ nhất là  $f(18) = 8\sqrt{34}$  tại  $x = 18$

Khi đó Bạn Nam phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là  $18m$  thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Câu 0.** Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130; 160)	[160; 190)	[190; 220)	[220; 250)	[250; 280)	[280; 310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Nha Trang bằng 45 .
- b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Quy Nhơn bằng 242,5.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang..

**Lời giải**

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Cỡ mẫu  $n = 20$ .

• Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Nha Trang:

Gọi  $x_1; \dots; x_{20}$  là mẫu số liệu gốc về tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm 2022 đến 2021 tại trạm quan trắc đặt ở Nha Trang được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1 \in [130; 160),$$

$$x_2 \in [160; 190),$$

$$x_3 \in [190; 220),$$

$$x_4; \dots; x_{11} \in [220; 250),$$

$$x_{12}; \dots; x_{18} \in [250; 280),$$

$$x_{19}; x_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_5 + x_6}{2} \in [220; 250)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8} (250 - 220) = 227,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [250; 280)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7} (280 - 250) = \frac{1870}{7}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1870}{7} - 227,5 \approx 39,64$

• Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Quy Nhơn:

Gọi  $y_1; \dots; y_{20}$  là mẫu số liệu gốc về tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm 2022 đến 2021 tại trạm quan trắc đặt ở Quy Nhơn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1 \in [160; 190),$$

$$y_2; y_3 \in [190; 220),$$

$$y_4; \dots; y_7 \in [220; 250),$$

$$y_8; \dots; y_{17} \in [250; 280),$$

$$y_{18}; \dots; y_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{y_5 + y_6}{2} \in [220; 250)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 200 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4} (250 - 200) = 235$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{y_{15} + y_{16}}{2} \in [250; 280)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q'_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+2+4)}{10} (280 - 250) = 274$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = 274 - 235 = 39$ .

b) Vì  $\Delta_Q \approx 39,64 > \Delta'_Q = 39$  nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang.

c) Ta có bảng giá trị đại diện sau:

Số giờ nắng	[130; 160)	[160; 190)	[190; 220)	[220; 250)	[250; 280)	[280; 310)
Giá trị đại diện	145	175	205	235	265	295
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2

Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3
-------------------	---	---	---	---	----	---

- Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Nha Trang:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_N = \frac{1.145 + 1.175 + 1.205 + 8.235 + 7.265 + 2.295}{20} = 242,5.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_N^2 = \frac{1}{20} [1.145^2 + 1.175^2 + 1.205^2 + 8.235^2 + 7.265^2 + 2.295^2] - (242,5)^2 = 1248,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S_N = \sqrt{S_N^2} = \sqrt{1248,75} \approx 35,34.$

- Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Quy Nhơn:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_Q = \frac{0.145 + 2.175 + 4.205 + 4.235 + 10.265 + 3.295}{20} = 253.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_Q^2 = \frac{1}{20} [0.145^2 + 1.175^2 + 2.205^2 + 4.235^2 + 10.265^2 + 3.295^2] - (253)^2 = 936$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $S_Q = \sqrt{S_Q^2} = \sqrt{936} \approx 30,59.$

d) Vì  $S_N \approx 35,34 > S_Q \approx 30,59$  nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn.

**Câu 0.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình thang  $ABCD$  có điểm  $A(-2;3;1)$ ,  $B(2;1;0)$ ,  $C(-3;-1;1)$ . Biết  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích tứ giác  $ABCD$  bằng 3 lần diện tích tam giác  $ABC$ .

a)  $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 23$

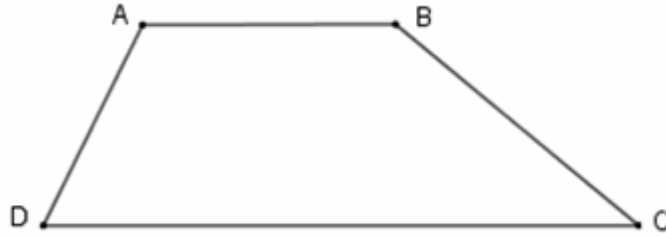
b)  $\cos(\overline{AB}, \overline{BC}) = \frac{\sqrt{70}}{70}$

c)  $AD = 3BC$

d) Biết đỉnh  $D$  có tọa độ  $D(a;b;c)$ . Khi đó  $a + b + c = 10$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>



a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -1), \overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 23$

b) Ta có:

$\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$

$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{30}$

$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{23}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{30}} = \frac{23\sqrt{70}}{210}$

c) Ta có:  $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot d(A, BC)$

$\Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC}$

$\Leftrightarrow 3S_{\Delta ABC} = \frac{(AD + BC) \cdot S_{\Delta ABC}}{BC}$

$\Leftrightarrow 3BC = AD + BC$

$\Leftrightarrow AD = 2BC$

d) Ta có ABCD là hình thang có đáy AD nên  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$  (1).

$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1), \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1)$ .

(1)  $\Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}$

Vậy  $D(-12; -1; 3) \Rightarrow a + b + c = -10$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 0.** Cho hàm số  $y = \frac{-x+1}{x-2}$  có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ và tung độ đều nguyên?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Gọi điểm  $M(x_0; y_0)$  thuộc đồ thị (C) có hoành độ và tung độ đều nguyên với  $x_0 \neq 2$



Ta có:  $y_0 = \frac{-x_0 + 1}{x_0 - 2} = \frac{-(x_0 - 2) - 1}{x_0 - 2} = -1 - \frac{1}{x_0 - 2}$

Vì  $y_0$  nguyên nên  $1:(x_0 - 2)$  hay  $x_0 - 2$  là ước của 1

Do đó:

$$x_0 - 2 = -1 \Rightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0$$

$$x_0 - 2 = 1 \Rightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -2$$

Vậy có điểm thỏa yêu cầu bài toán

**Câu 0.** Biết đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số  $y = -x + 1 - \frac{1}{x + 2}$  có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $a - 2025b$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 2023.

$$y = -x + 1 - \frac{1}{x + 2} = \frac{-x^2 - x + 1}{x + 2}$$

Ta có:  $\frac{(-x^2 - x + 1)'}{(x + 2)'} = \frac{-2x - 1}{1} = -2x - 1$

Vậy đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là:  $y = -2x - 1$

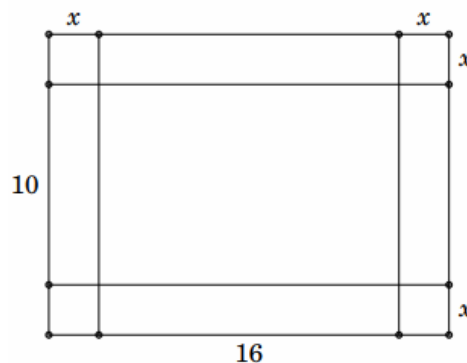
$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a - 2025b = 2023$$

**Câu 0.** Cho một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 10cm x 16cm. Người ta cắt bỏ 4 góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hình hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng bao nhiêu mét?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 2



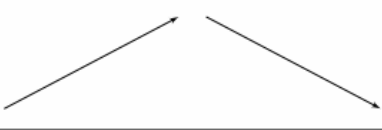
Giả sử độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng  $x$ , ( $0 < 2x < 10, 0 < x < 5$ ).

Khi đó hình hộp chữ nhật có chiều cao bằng  $x$ , chiều rộng bằng  $10 - 2x$  và chiều dài bằng  $16 - 2x$

Suy ra hình hộp chữ nhật có thể tích  $V = x(10 - 2x)(16 - 2x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$

Xét hàm số  $f(x) = 4x^3 - 52x^2 + 160x$  trên  $(0;5)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 12x^2 - 104x + 160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases} . \text{ Bảng biến thiên hàm số } f(x) \text{ trên } (0;5) \text{ như sau:}$$

$x$	0	2	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị lớn nhất trên  $(0;5)$  tại  $x = 2$  hay hình hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất khi độ dài cạnh hình vuông của miếng tôn bị cắt bỏ bằng 2m.

**Câu 4.** Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,53

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu:  $n = 100$

Số trung bình:  $\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$

Phương sai:  $S^2 = \frac{13.19,25^2 + 45.19,75^2 + 24.20,25^2 + 12.20,75^2 + 6.21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$

Độ lệch chuẩn:  $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

**Câu 5.** Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20(km) và về phía Tây 10(km), đồng thời cách mặt đất 0,7(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30(km) và về phía Nam

25(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo: km).

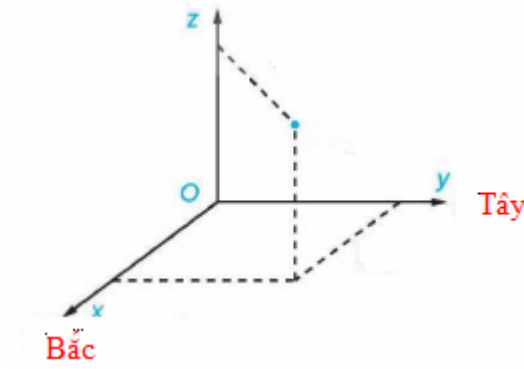


Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 61

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ  $(20;10;0,7)$ .

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ  $(-30;-25;1)$ .

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là:  $\sqrt{(20+30)^2 + (10+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 61(km)$

**Câu 0.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$  và điểm  $M(m;m;m)$ . Để biểu thức  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

$$\overline{MA} = (2-m; 5-m; 1-m)$$

$$\overline{MB} = (-2-m; -6-m; 2-m)$$

$$\overline{MC} = (1-m; 2-m; -1-m)$$

$$\Rightarrow MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m-4)^2 \leq 28$$

Để  $MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị lớn nhất thì  $m = 4$