

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Công thức luôn đúng là

- A. $l = h$. B. $R = h$. C. $l^2 = h^2 + R^2$. D. $R^2 = h^2 + l^2$.

Câu 2: Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a , b , c là ba số bất kỳ trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
C. $\int_a^a f(x) dx = 1$. D. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$, $c \in (a; b)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 5 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là:

- A. $\vec{n}_1(2; 1; 5)$. B. $\vec{n}_2(2; 0; -1)$. C. $\vec{n}_4(2; 0; 1)$. D. $\vec{n}_3(2; -1; 5)$.

Câu 4: Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $R = 2$. C. $R = 32$. D. $R = 4$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(-3; 0; 4)$. Tọa độ của véc tơ \vec{AB} là

- A. $(4; -2; -4)$. B. $(-4; 2; 4)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(-2; -2; 4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A_1(1; 0; 0)$. B. $A_1(1; 0; 3)$. C. $A_1(0; 2; 3)$. D. $A_1(1; 2; 0)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$.

Vị trí tương đối của (P) và (Q) là.

- A. Cắt nhưng không vuông góc. B. Vuông góc.
C. Song song. D. Trùng nhau.

Câu 8: Bất phương trình $\frac{1}{9} \cdot 3^{3x} > 1$ có nghiệm là

- A. $x > \frac{2}{3}$. B. $x < \frac{3}{2}$. C. $x > \frac{3}{2}$. D. $x < \frac{2}{3}$.

Câu 9: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ ($k \neq 0; k \in \mathbb{R}$).

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_0^2 \sqrt{4x+1} dx$ có kết quả là

- A. 13. B. 4. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{13}{3}$.

Câu 11: Tích phân $\int_0^1 e^{-x} dx$ bằng

- A. $e-1$. B. $\frac{1}{e}-1$. C. $\frac{e-1}{e}$. D. $\frac{1}{e}$.

Câu 12: Bất phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 3) > 1$ có tập nghiệm là

- A. $\{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. \emptyset . D. \mathbb{R} .

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là

- A. $\left(-\infty; \log_2 \frac{3}{3}\right)$. B. \emptyset . C. $(-\infty; \log_2 3]$. D. $\left(\log_2 \frac{3}{3}; +\infty\right)$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$ là

- A. $\frac{-x^4 + x^2 + 3}{3x} + C$. B. $-\frac{x^4 + x^2 - 3}{3x} + C$. C. $-\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + C$. D. $\frac{-2}{x^2} - 2x + C$.

Câu 15: Khẳng định nào đây sai?

- A. $\int 2x dx = x^2 + C$. B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(1;5;2)$. B. $G(1;0;5)$. C. $G(1;4;2)$. D. $G(3;12;6)$.

Câu 17: Biết $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = a + b\sqrt{3}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $T = 2a + 6b$.

- A. $T = 2$. B. $T = -1$ C. $T = -4$. D. $T = 3$.

Câu 18: Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập \mathbb{R} . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 19: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính R . Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A. $2\sqrt{h^2 - R^2}$. B. $\sqrt{h^2 + R^2}$. C. $2\sqrt{h^2 + R^2}$. D. $\sqrt{h^2 - R^2}$.

Câu 20: Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2) = 2, f(3) = 5$. Tính $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 7. D. 10

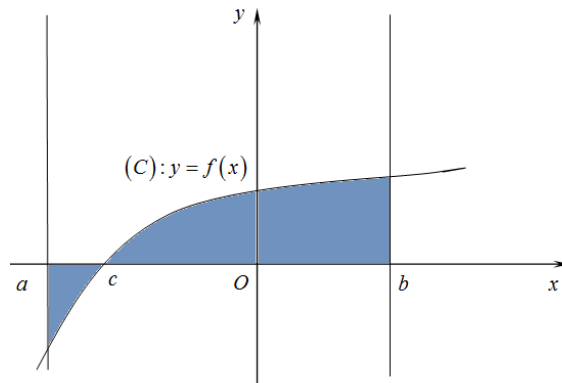
Câu 21: Cho $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx = \frac{1}{3} \ln a$, a là các số hữu tỉ. Giá trị của a là:

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan x$ là:

- A. $\ln(\cos x) + C$ B. $\frac{\tan^2 x}{2} + C$ C. $-\ln|\cos x| + C$ D. $\ln|\cos x| + C$

Câu 23: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức:



- A. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
 C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 24: Viết công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$).

- A. $\int_a^b f(x) dx$. B. $\pi \int_a^b f(x) dx$. C. $\int_a^b f^2(x) dx$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x+3}$ là:

- A. $-e^x - 3 + C$ B. $3e^x + 9 + C$ C. $-2 \ln|e^x + 3| + C$ D. $\ln|e^x + 3| + C$

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{3^x}{3^x-2} < 3$ là:

- A. $\log_3 2 < x < 1$. B. $x < 1$. C. $\begin{cases} x > 1 \\ x < \log_3 2 \end{cases}$. D. $x > \log_3 2$.

Câu 27: Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+15) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là:

- A. $x > -3$. B. $-4 < x < -2$. C. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}$. D. $x > -2$.

Câu 28: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 29: Cho hai điểm $A(-1; 3; 1)$, $B(3; -1; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $2x + 2y - z = 0$. B. $2x + 2y + z = 0$.
C. $2x - 2y - z + 1 = 0$. D. $2x - 2y - z = 0$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Khi đó:

- A. $\int f(x)dx = \ln(1 + x^2) + C$. B. $\int f(x)dx = 3 \ln(1 + x^2) + C$.
C. $\int f(x)dx = 4 \ln(1 + x^2) + C$. D. $\int f(x)dx = 2 \ln(1 + x^2) + C$.

Câu 31: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng:

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$. Độ dài $\vec{a} + \vec{b}$ là:

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$; $B(3; -2; -1)$. Tìm điểm N trên Ox cách đều A và B .

- A. $(-4; 0; 0)$. B. $(4; 0; 0)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(2; 0; 0)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức.

- A. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 35: Tích phân $I = \int_0^{2018} 2^x dx$ bằng

- A. $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$. B. $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$. C. $2^{2018} - 1$. D. 2^{2018} .

Câu 36: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{1}{15}$. B. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{1}{15}$.
C. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{1}{15}$. D. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x - \frac{4}{15}$.

Câu 37: Biết tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{9}$ với a, b là các số thực. Tính tổng $T = a + b$.

- A. $T = -10$. B. $T = 8$. C. $T = -4$. D. $T = 15$.

Câu 38: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$.

- A. $[0; 1) \cup (2; 3]$. B. $[0; 2)$. C. $[0; 2) \cup (3; 7]$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 0; 2)$, $B(3; 0; 5)$, $C(1; 1; 0)$, $D(4; 1; 2)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\sqrt{11}$. B. 11 . C. 1 . D. $\frac{\sqrt{11}}{11}$.

Câu 40: Biết $\int (x+3).e^{-2x} dx = -\frac{1}{m}e^{-2x}(2x+n) + C$, với $m, n \in \mathbb{Q}$. Tính $S = m^2 + n^2$.

- A. $S = 10$. B. $S = 5$. C. $S = 65$. D. $S = 41$.

Câu 41: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là

- A. $S = 7$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = 8$.

Câu 42: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB , $A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

- A. $5\sqrt{2} \text{ cm}$. B. 5 cm . C. $3\sqrt{2} \text{ cm}$. D. 4 cm .

Câu 43: Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

- A. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1+t)$. B. $\frac{2t-1}{1+t} \geq 0$. C. $2(1-2t) \leq 1+t$. D. $\frac{1-2t}{1+t} \leq \frac{1}{2}$.

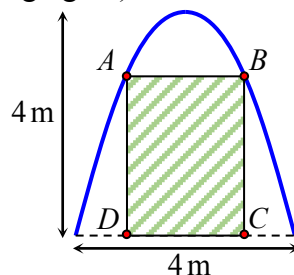
Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các đỉnh $A(2; 1; 2)$, $B(1; -1; 1)$, $C(0; -2; 0)$, $C'(4; 5; -5)$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. 3 . B. $\frac{3}{2}$. C. 9 . D. $\frac{9}{2}$.

Câu 45: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$ là:

- A. $x \in \left[0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$. B. $x \in (1; 3)$. C. $x \in (1; 3]$. D. $x \in \left(0; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$.

Câu 46: Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT Sầm Sơn, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bìa. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 902.000 đồng. B. 900.000 đồng. C. 1.232.000 đồng. D. 1.230.000 đồng.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f'(x) \in [-1; 1]$ với $\forall x \in (0; 2)$.

Biết $f(0) = f(2) = 1$. Đặt $I = \int_0^2 f(x) dx$, phát biểu nào dưới đây đúng?

- A. $I \in (-\infty; 0]$. B. $I \in (0; 1]$. C. $I \in [1; +\infty)$. D. $I \in (0; 1)$.

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).

- A. $m \in [12; 13]$. B. $m \in [-13; -12]$. C. $m \in [-12; 13]$. D. $m \in [-13; 12]$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

- A. $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.
 B. $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 8 = 0$.
 C. $2x + 2y - z - 4 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 17 = 0$.
 D. $2x + 2y - z - 6 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 3 = 0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0), N(m, n, 0), P(0; 0; p)$. Biết $MN = \sqrt{13}, \widehat{MON} = 60^\circ$, thể tích tứ diện $OMNP$ bằng 3. Giá trị của biểu thức $A = m + 2n^2 + p^2$ bằng

- A. 29. B. 27. C. 28. D. 30.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ TOÁN 12 GIỮA HK II

<i>Mã đề 101</i>	<i>Mã đề 102</i>	<i>Mã đề 103</i>	<i>Mã đề 104</i>
1 <i>A</i>	1 D	1 <i>D</i>	1 B
2 <i>C</i>	2 D	2 <i>C</i>	2 A
3 <i>B</i>	3 D	3 <i>A</i>	3 D
4 <i>B</i>	4 A	4 <i>C</i>	4 A
5 <i>B</i>	5 A	5 <i>D</i>	5 D
6 <i>C</i>	6 A	6 <i>B</i>	6 D
7 <i>A</i>	7 C	7 <i>A</i>	7 D
8 <i>A</i>	8 B	8 <i>B</i>	8 A
9 <i>C</i>	9 D	9 <i>C</i>	9 D
10 <i>D</i>	10 B	10 <i>D</i>	10 A
11 <i>C</i>	11 C	11 <i>A</i>	11 C
12 <i>B</i>	12 A	12 <i>A</i>	12 C
13 <i>A</i>	13 D	13 <i>D</i>	13 C
14 <i>C</i>	14 C	14 <i>A</i>	14 A
15 <i>B</i>	15 C	15 <i>D</i>	15 D
16 <i>C</i>	16 D	16 <i>D</i>	16 B
17 <i>B</i>	17 D	17 <i>C</i>	17 B
18 <i>D</i>	18 C	18 <i>B</i>	18 C
19 <i>B</i>	19 C	19 <i>B</i>	19 D
20 <i>A</i>	20 D	20 <i>C</i>	20 C
21 <i>A</i>	21 D	21 <i>A</i>	21 B
22 <i>C</i>	22 A	22 <i>D</i>	22 A
23 <i>A</i>	23 C	23 <i>C</i>	23 A
24 <i>D</i>	24 C	24 <i>B</i>	24 B
25 <i>D</i>	25 C	25 <i>A</i>	25 C
26 <i>C</i>	26 B	26 <i>B</i>	26 C
27 <i>D</i>	27 D	27 <i>B</i>	27 A
28 <i>B</i>	28 B	28 <i>B</i>	28 C
29 <i>D</i>	29 B	29 <i>C</i>	29 C
30 <i>A</i>	30 B	30 <i>A</i>	30 A
31 <i>B</i>	31 A	31 <i>C</i>	31 B

32	<i>D</i>	32	C	32	A	32	D
33	<i>B</i>	33	B	33	C	33	C
34	<i>D</i>	34	C	34	C	34	B
35	<i>B</i>	35	B	35	C	35	D
36	<i>B</i>	36	A	36	C	36	B
37	<i>B</i>	37	A	37	D	37	B
38	<i>A</i>	38	C	38	B	38	D
39	<i>D</i>	39	B	39	B	39	A
40	<i>C</i>	40	B	40	D	40	D
41	<i>C</i>	41	D	41	B	41	C
42	<i>D</i>	42	B	42	D	42	A
43	<i>B</i>	43	D	43	A	43	B
44	<i>D</i>	44	A	44	B	44	B
45	<i>D</i>	45	D	45	B	45	D
46	<i>A</i>	46	A	46	D	46	D
47	<i>C</i>	47	A	47	A	47	A
48	<i>C</i>	48	D	48	D	48	B
49	<i>A</i>	49	B	49	B	49	D
50	<i>A</i>	50	A	50	A	50	C

Câu 46 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình

$$\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1 \quad (1).$$

- A.** $m \in [-12;13]$. **B.** $m \in [12;13]$. **C.** $m \in [-13;12]$. **D.** $m \in [-13;-12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 > \frac{x^2 + 4x + m}{5} \\ x^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 4x = f(x) \\ m < 4x^2 - 4x + 5 = g(x) \end{cases}$$

$$\text{Hệ trên thỏa mãn } \forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \text{Max}_{2 < x < 3} f(x) = -12 \text{ khi } x = 2 \\ m \leq \text{Min}_{2 < x < 3} g(x) = 13 \text{ khi } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f'(x) \in [-1;1]$ với $\forall x \in (0;2)$.

Biết $f(0) = f(2) = 1$. Đặt $I = \int_0^2 f(x) dx$, phát biểu nào dưới đây đúng?

- A.** $I \in (-\infty;0]$. **B.** $I \in (0;1]$. **C.** $I \in [1;+\infty)$. **D.** $I \in (0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

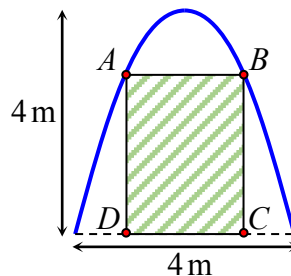
$$\text{Ta có } I = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$$

$$\square \int_0^1 f(x) dx = (x-1)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1)f'(x) dx = 1 + \int_0^1 (1-x)f'(x) dx \geq 1 - \int_0^1 (1-x) dx = \frac{1}{2} \quad (1).$$

$$\square \int_1^2 f(x) dx = (x-1)f(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 (x-1)f'(x) dx = 1 - \int_1^2 (x-1)f'(x) dx \geq 1 - \int_1^2 (1-x) dx = \frac{1}{2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $I \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Câu 48: Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

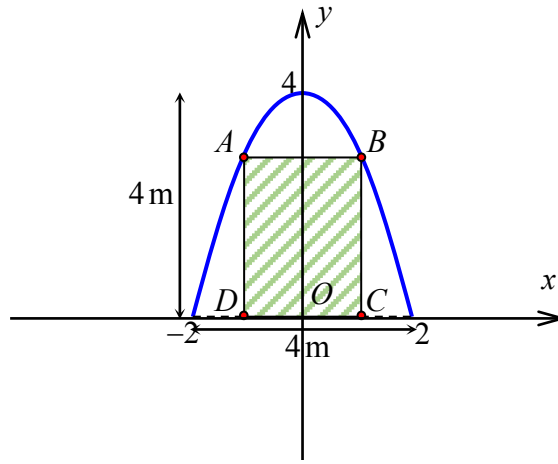


- A.** 900.000 đồng. **B.** 1.232.000 đồng. **C.** 902.000 đồng. **D.** 1.230.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó phương trình đường parabol có dạng: $y = ax^2 + b$.



Parabol cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$ và cắt trục hoành tại $(-2; 0)$ nên:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a \cdot 2^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

Do đó, phương trình parabol là $y = -x^2 + 4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và trục hoành là

$$S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

Gọi $C(t; 0) \Rightarrow B(t; 4 - t^2)$ với $0 < t < 2$.

Ta có $CD = 2t$ và $BC = 4 - t^2$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_2 = CD \cdot BC = 2t \cdot (4 - t^2) = -2t^3 + 8t.$$

Diện tích phần trang trí hoa văn là

$$S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - (-2t^3 + 8t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}.$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$ với $0 < t < 2$.

$$\text{Ta có } f'(t) = 6t^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0; 2) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} \notin (0; 2) \end{cases}.$$

Từ bảng biến thiên

Suy ra diện tích phần trang trí nhỏ nhất là bằng $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \text{ m}^2$, khi đó chi phí thấp nhất cho việc hoàn

tất hoa văn trên pano sẽ là $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \cdot 200000 \approx 902000$ đồng.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0), N(m, n, 0), P(0; 0; p)$. Biết $MN = \sqrt{13}, \widehat{MON} = 60^\circ$, thể tích tứ diện $OMNP$ bằng 3. Giá trị của biểu thức $A = m + 2n^2 + p^2$ bằng

A. 29.

B. 27.

C. 28.

D. 30.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overline{OM} = (3; 0; 0), \overline{ON} = (m; n; 0) \Rightarrow \overline{OM} \cdot \overline{ON} = 3m$$

$$\overline{OM} \cdot \overline{ON} = |\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}| \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{\overline{OM} \cdot \overline{ON}}{|\overline{OM}| \cdot |\overline{ON}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}} = \frac{1}{2}$$

$$MN = \sqrt{(m-3)^2 + n^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{Suy ra } m = 2; n = \pm 2\sqrt{3}$$

$$[\overline{OM}, \overline{ON}] \cdot \overline{OP} = 6\sqrt{3}p \Rightarrow V = \frac{1}{6} |6\sqrt{3}p| = 3 \Rightarrow p = \pm\sqrt{3}$$

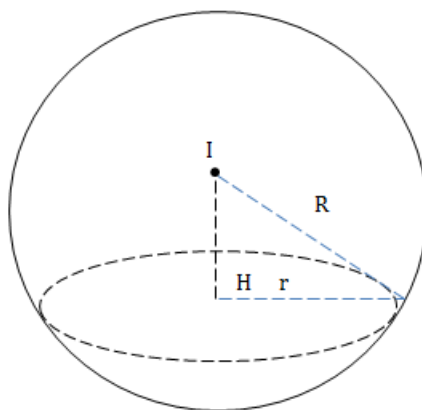
$$\text{Vậy } A = 2 + 2 \cdot 12 + 3 = 29.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

- A.** $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$. **B.** $2x + 2y - z - 6 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 3 = 0$.
C. $2x + 2y - z - 4 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 17 = 0$. **D.** $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q) .

Đặt $IH = x$ ta có $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{12 - x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là $V = \frac{1}{3} \cdot IH \cdot S_{((C))} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \pi (\sqrt{12 - x^2})^2 = \frac{1}{3} \pi (12x - x^3)$.

Gọi $f(x) = 12x - x^3$ với $x \in (0; 2\sqrt{3})$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x) = 12 - 3x^2$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên :

x	0	2	$2\sqrt{3}$	
f'		+	0	-
f	0		16	0

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{3} \pi 16 = \frac{16\pi}{3}$ khi $x = IH = 2$.

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 2x + 2y - z + a = 0$

$$\text{Và } d(I; (Q)) = IH \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + a|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \Leftrightarrow |a - 5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ a = -1 \end{cases}$$

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.