

Câu 1: Tích phân $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ bằng

A. $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$.

C. $\int_0^1 \cos^2 t dt$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = -x^3 + 12x$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$.

C. $y = -\frac{2}{x}$.

D. $y = 2x^2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-17; 15)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 4: Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_2 2021!} + \frac{1}{\log_3 2021!} + \dots + \frac{1}{\log_{2021} 2021!}$

A. 2.

B. 2021.

C. 1.

D. 0.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \cos(\pi \ln x)$. Tính tích phân $I = \int_1^e f'(x) dx$.

A. $I = -2$.

B. $I = 2\pi$.

C. $I = 2$.

D. $I = -2\pi$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \ln(\cos x)$. Giá trị của $f'(-\frac{\pi}{4})$ là

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 10π .

B. 20π .

C. 50π .

D. 15π .

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \ln x$ trên $[1; e^2]$ là

A. $1 + e$.

B. 2.

C. $2e^2$.

D. 1.

Câu 9: Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

A. $J = 2$.

B. $J = 8$.

C. $J = 6$.

D. $J = 4$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 2x - 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-2)$.

B. $(0;0;-2)$.

C. $(3;0;-2)$.

D. $(3;2;0)$.

Câu 12: Cho mặt cầu có bán kính $R = 9$. Thể tích của khối cầu đó bằng

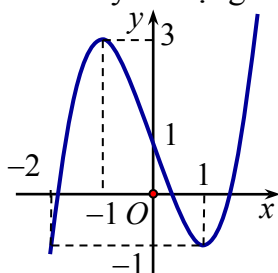
A. 243π .

B. 972π .

C. 2916π .

D. 324π .

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8-x)$ là

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(0; 4)$.

Câu 15: Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$, bằng

A. $V = 3$.

B. $V = 18$.

C. $V = 22$.

D. $V = 20$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;4)$, $B(1;2;3)$, $C(9;6;4)$ là ba đỉnh của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ đỉnh D là

A. $D(11;-4;-5)$.

B. $D(11;4;-5)$.

C. $D(11;4;5)$.

D. $D(11;-4;5)$.

Câu 17: Cho biết khối hộp chữ nhật có thể tích bằng 80cm^3 , đáy là hình vuông cạnh 4cm , chiều cao của hình hộp đó là

A. 20cm

B. 5cm .

C. 4cm .

D. 6cm .

Câu 18: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3-x}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y = -2$.

B. $x = -2$.

C. $y = -1$.

D. $x = 3$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x^2$ là

A. $e^x + \frac{x^3}{3} + C$.

B. $e^x + 3x^3 + C$.

C. $\frac{1}{x}e^x + \frac{x^3}{3} + C$.

D. $e^x + 2x + C$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 21: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5%/năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền gần với số nào nhất trong các số tiền sau? (Biết lãi suất hàng năm không đổi).

- A. 72 triệu đồng. B. 61,94 triệu đồng.
 C. 52 triệu đồng. D. 63,5 triệu đồng.

Câu 22: Hàm số $F(x) = \sin x + 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó hàm $f(x)$ là

- A. $f(x) = \cos x + 3 \sin x$. B. $f(x) = 3 \sin x - \cos x$.
 C. $f(x) = \cos x - 3 \sin x$. D. $f(x) = -\cos x + 3 \sin x$.

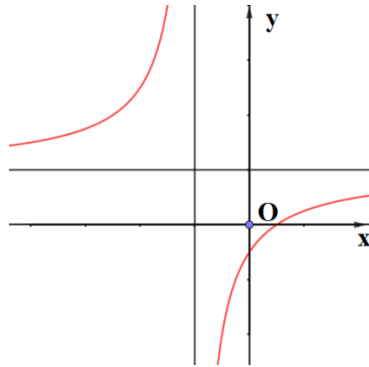
Câu 23: Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$. B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.
 C. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$. D. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SBC đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ biết góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$.

Câu 25: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ad < 0$ và $ab < 0$. B. $bd < 0$ và $ab > 0$.
 C. $ad > 0$ và $ab < 0$. D. $ad > 0$ và $bd > 0$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -4]$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 27: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = -3$, $x = 0$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)^2 dx$ B. $S = \int_0^2 (e^x - 3) dx$.
 C. $S = \int_0^2 (e^x + 3) dx$. D. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3) dx$.

Câu 28: Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh 3cm , chiều cao 5cm . Thể tích khối chóp đó là

- A. $\frac{15\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$. B. 45cm . C. 45cm^3 . D. $\frac{45\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$.

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 30: Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích khối tứ diện $A'ABC$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 31: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x = 0, x = \pi, y = 0$ và $y = -\sin 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình D xung quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 2x dx$. B. $\pi \int_0^{\pi} |\sin 2x| dx$. C. $\int_0^{\pi} \sin^2 2x dx$. D. $\int_0^{\pi} |\sin 2x| dx$.

Câu 32: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A. 10π . B. 20π . C. 6π . D. 14π .

Câu 33: Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$. B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$).
- C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($0 < a \neq 1$).

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
- C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Câu 35: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -7$ và $\int_2^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. -4. B. 4. C. -10. D. -21.

Câu 36: Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z - 1 = 0$ và cách gốc toạ độ một khoảng bằng 1 là

- A. $2x - 2y + z \pm 3 = 0$. B. $2x - 2y + z \pm 9 = 0$.
- C. $2x - 2y + z \pm 1 = 0$. D. $x - 2y + 2z \pm 3 = 0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$ và $B(-1; -1; 8)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $4x + 2y - 6z + 13 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 1 = 0$.
- C. $2x + y - 3z - 13 = 0$. D. $2x + y - 3z + 13 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc tạo bởi hai vectơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (1; -1; 0)$ là

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 135° .

Câu 39: Cho $\vec{a}(1; -2; 3)$ và $\vec{b}(4; -1; -1)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 4)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là

- A. $x + y - 3z - 1 = 0$. B. $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$. D. $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 42: Kết quả $\int (x + e^{2020x}) dx$ bằng

- A. $x^2 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. B. $x^3 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. C. $\frac{x^2}{2} + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. D. $x + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$

Câu 43: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của (C) .

- A. $r = \sqrt{2}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = 2$. D. $r = \sqrt{5}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 5; 2)$, $\vec{b} = (0; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; -1; 1)$ thì tọa độ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 15\vec{c}$ là

- A. $\vec{v} = (-9; 2; 10)$. B. $\vec{v} = (9; -1; 10)$. C. $\vec{v} = (9; 2; 10)$. D. $\vec{v} = (9; -2; 10)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2; 1; 3)$. B. $I(2; -1; -3)$. C. $I(2; -1; 3)$. D. $I(2; 1; -3)$.

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Biết tam giác $AA'M$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABC)$. Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 54. B. 6. C. 18. D. 9.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của tập hợp S là

A. 17.

B. 16.

C. 18.

D. 15.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} đồng thời $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1$,

$\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $2a + b - c$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

----- HẾT -----

Toán 12 GK2	Mã đề 132	Mã đề 209	Mã đề 357	Mã đề 485
1	D	B	B	B
2	B	C	D	D
3	B	C	A	D
4	C	D	C	B
5	A	C	D	D
6	C	A	D	C
7	D	B	A	C
8	D	C	D	C
9	A	A	D	B
10	A	A	B	B
11	D	A	D	A
12	B	C	C	A
13	D	C	A	C
14	C	B	D	D
15	B	D	A	A
16	C	D	A	D
17	B	A	B	C
18	B	C	A	D
19	A	A	D	A
20	C	D	C	D
21	B	B	D	A
22	C	D	C	B
23	D	D	B	B
24	D	C	B	B
25	C	D	B	A
26	C	B	B	A
27	C	B	A	B
28	A	C	C	C
29	B	B	B	C
30	A	B	C	D
31	A	D	C	C
32	B	A	B	B
33	A	D	B	D
34	A	B	D	D
35	A	D	D	C
36	A	A	A	A
37	D	C	A	A
38	D	D	C	D
39	B	C	A	B
40	C	A	B	C
41	D	C	C	B
42	C	B	B	B
43	B	A	C	C
44	D	B	A	A
45	B	A	C	A
46	C	B	B	B
47	D	A	B	B
48	B	B	A	A
49	A	A	A	B
50	B	B	A	B

GỢI Ý TỪ CÂU 46 ĐẾN CÂU 50

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 16.

B. 17.

C. 18.

D. 15.

Lời giải:

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $g'(x) = x^3 - 28x + 48$.

Xét phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(\text{nhân}) \\ x = 4(\text{loại}) \\ x = -6(\text{loại}) \end{cases}$$

Ta có $g(0) = 0; g(2) = 44$.

Do đó $0 \leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x \leq 44$

$$\Leftrightarrow m - 30 \leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \leq m + 14.$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = \max\{|m - 30|; |m + 14|\}$.

Xét các trường hợp sau

- $|m - 30| \geq |m + 14| \Leftrightarrow m \leq 8. (1)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m - 30|$, theo đề bài $|m - 30| \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 60. (2)$

Từ (1) và (2) ta được $m \in [0; 8]$.

- $|m - 30| < |m + 14| \Leftrightarrow m > 8. (3)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m + 14|$, theo đề bài $|m + 14| \leq 30 \Leftrightarrow -44 \leq m \leq 16. (4)$

Từ (3) và (4) ta được $m \in (8; 16]$.

Vậy $m \in [0; 16]$ và m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15; 16\}$.

Khi đó, số phần tử của tập S là **17**

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2 - 2x - 3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2 \leq 8$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Xét bảng sau:

y	$-\infty$	0		1	$+\infty$
y	-	0	+		+
$y - 1$	-		-	0	+

Gọi $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$ (*)

+ TH1. $y < 0$, ta có (*) $\Leftrightarrow -4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -3 \leq y \leq 0$, do đó $-3 \leq y < 0$.

+ TH2. $0 \leq y \leq 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -11 \leq y \leq 0$, do đó $y = 0$.

+ TH3. $y > 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y - y + 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow \frac{-9 - \sqrt{73}}{2} \leq y \leq \frac{-9 + \sqrt{73}}{2}$, do đó loại TH3.

Vậy cả 3 trường hợp cho ta $-3 \leq y \leq 0$, với điều này ta có

$$3^{|x^2-2x-3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)} \Leftrightarrow 3^{|x^2-2x-3|} = 5^{-(y+3)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{y+3}.$$

Do $3^{|x^2-2x-3|} \geq 1$ và $\left(\frac{1}{5}\right)^{y+3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$ ($y \geq -3$).

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \vee x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy có 2 cặp nghiệm thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} đồng thời $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $2a + b - c$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

♦ Ta có $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$

♦ Do đó: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x + 1) dx$ (*)

+) Ta có

$$\text{Xét } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x + 1) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (1 - \cos^2 x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x (1 - \sin^2 x) dx$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x) d(\cos x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 x) d(\sin x)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}$$

+) Xét $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$. Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0; x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}-x\right) dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

$$\text{Thay vào (*) ta có } 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra: } a=4, b=2, c=3 \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 2a+b-c=7$$

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Biết tam giác $AA'M$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABC)$. Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng:

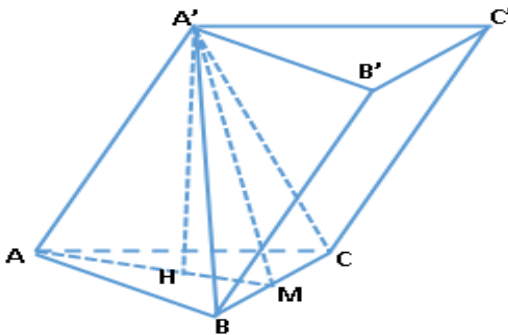
A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AM , tam giác $AA'M$ là tam giác đều nên $A'H$ vuông góc với AM . Theo giả thiết $(AA'M)$ vuông góc với (ABC) , nên $A'H$ vuông góc với (ABC) .

Tam giác ABC đều, cạnh bằng a nên tam giác $AA'M$ đều cạnh bằng $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$\text{nên } A'H = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}. \text{ Tam giác } ABC \text{ đều, cạnh bằng } a \text{ có diện tích}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng:

$$V_{A'.BCC'B'} = V_{A'B'C'.ABC} - V_{A'.ABC} = A'H.S_{ABC} - \frac{1}{3}.A'H.S_{ABC} = \frac{2}{3}.A'H.S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{16}$$

$$\Leftrightarrow V_{A'.BCC'B'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 54.

B. 6.

C. 9.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0,0,c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì : $M \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là : $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{c}}$

Hay $1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{54}{abc}$

Suy ra : $abc \geq 54 \Leftrightarrow \frac{1}{6}abc \geq 9$

Vậy : $V_{OABC} \geq 9$.