

I). Phần trắc nghiệm (7 điểm).

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x^3 - 9$  là:

- A.  $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$ .    B.  $4x^4 - 9x + C$ .    C.  $\frac{1}{4}x^4 + C$ .    D.  $4x^3 - 9x + C$ .

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \cos x$  là

- A.  $x^3 + \cos x + C$ .    B.  $x^3 + \sin x + C$ .    C.  $x^3 - \cos x + C$ .    D.  $3x^3 - \sin x + C$ .

Câu 3. Nguyên hàm  $\int \sin x dx$  bằng:

- A.  $-\cos x + C$ .    B.  $\cos x + C$ .    C.  $\frac{1}{2}\cos 2x + C$ .    D.  $-\cos 2x + C$ .

Câu 4. Tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x+3}$  là

- A.  $\frac{1}{2}\ln(2x+3) + C$ .    B.  $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$ .    C.  $\ln|2x+3| + C$ .    D.  $\frac{1}{\ln 2}\ln|2x+3| + C$ .

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x}$  là:

- A.  $3e^x + C$     B.  $\frac{1}{3}e^x + C$     C.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$     D.  $3e^{3x} + C$

Câu 6. Hàm số  $F(x) = 4x + \frac{1}{x}$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.  $f(x) = 4 - \frac{1}{x^2} + C$ .    B.  $f(x) = 4 - \frac{1}{x^2}$ .  
C.  $f(x) = 4 + \frac{1}{x^2}$ .    D.  $f(x) = 2x^2 + \ln|x| + C$ .

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$ .

- A.  $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + C$ .    B.  $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ .  
C.  $\int \cos 3x dx = 3\sin 3x + C$ .    D.  $\int \cos 3x dx = -\frac{1}{3}\sin 3x + C$ .

Câu 8: Hàm số  $F(x) = \cos 3x$  là nguyên hàm của hàm số:

- A.  $f(x) = \frac{\sin 3x}{3}$ .    B.  $f(x) = -3\sin 3x$ .    C.  $f(x) = 3\sin 3x$ .    D.  $f(x) = -\sin 3x$ .

Câu 9. Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5\cos x$  và  $f(0) = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $f(x) = 3x + 5\sin x + 2$ .    B.  $f(x) = 3x - 5\sin x - 5$ .  
C.  $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$ .    D.  $f(x) = 3x + 5\sin x + 5$ .

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5^x$ .

- A.  $\int f(x) dx = 5^x + C$ .    B.  $\int f(x) dx = 5^x \ln 5 + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .    D.  $\int f(x) dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$ .

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x - \sin 2x$  là

- A.  $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$ .    B.  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$ .

C.  $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C.$

D.  $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C.$

**Câu 12:** Cho biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Tìm  $I = \int [2f(x)+1] dx.$

A.  $I = 2F(x)+1+C.$

B.  $I = 2xF(x)+1+C.$

C.  $I = 2xF(x)+x+C.$

D.  $I = 2F(x)+x+C.$

**Câu 13:** Tích phân  $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right) dx$  bằng

A.  $I = \ln 2 + 2.$

B.  $I = \ln 2 + 1.$

C.  $I = \ln 2 - 1.$

D.  $I = \ln 2 + 3.$

**Câu 14:** Tích phân  $\int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$  bằng.

A.  $2 \ln 5.$

B.  $\frac{1}{2} \ln 5.$

C.  $\ln 5.$

D.  $4 \ln 5.$

**Câu 15:** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$  bằng?

A.  $\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}.$

B.  $\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}.$

C.  $-\cot \frac{\pi}{3} + \cot \frac{\pi}{4}.$

D.  $-\cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4}.$

**Câu 16:** Tích phân  $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0;10]$  thỏa mãn  $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^6 f(x) dx = 3.$  Tính

$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$

A.  $P = 4.$

B.  $P = -4.$

C.  $P = 5.$

D.  $P = 7.$

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-1;1]$  thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f'(x) dx = 5$  và  $f(-1) = 4.$  Tìm  $f(1).$

A.  $f(1) = -1.$

B.  $f(1) = 1.$

C.  $f(1) = 9.$

D.  $f(1) = -9.$

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b].$  Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

C.  $\int_a^b k dx = k(a-b), \forall k \in \mathbb{R}.$

D.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thoả mãn điều kiện  $f(1) = 12, f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_1^4 f'(x) dx = 17.$  Khi đó  $f(4)$  bằng

A. 5

B. 29

C. 19

D. 9

- Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^1 f(x)dx = 2$ ;  $\int_1^3 f(x)dx = 6$ . Tính  $I = \int_0^3 f(x)dx$ .
- A.**  $I = 8$ .                      **B.**  $I = 12$ .                      **C.**  $I = 36$ .                      **D.**  $I = 4$ .
- Câu 22:** Biết tích phân  $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ), giá trị của  $a$  bằng:
- A.** 7                                  **B.** 2                                  **C.** 3                                  **D.** 1
- Câu 23.** Biết rằng  $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.**  $a + 2b = 0$ .                      **B.**  $2a - b = 0$ .                      **C.**  $a - b = 0$ .                      **D.**  $a + b = 0$ .
- Câu 24:** Biết  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^9 f(x)dx = 9$ . Khi đó tính  $I = \int_2^5 f(3x-6)dx$ .
- A.**  $I = 27$ .                              **B.**  $I = 24$ .                              **C.**  $I = 3$ .                              **D.**  $I = 0$ .
- Câu 25:** Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$  bằng cách đặt  $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A.**  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$ .                      **B.**  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$ .
- C.**  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$ .                      **D.**  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \sin 2x dx$ .
- Câu 26:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , các vectơ đơn vị trên các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt là  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ , cho điểm  $M(2; -1; 1)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.**  $\overline{OM} = \vec{k} + \vec{j} + 2\vec{i}$ .                      **B.**  $\overline{OM} = 2\vec{k} - \vec{j} + \vec{i}$ .                      **C.**  $\overline{OM} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ .                      **D.**  $\overline{OM} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ .
- Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(-3; 2; 2)$ . Toạ độ của  $\overline{AB}$  là
- A.**  $(-2; 4; -2)$ .                      **B.**  $(-4; 0; 6)$ .                      **C.**  $(4; 0; -6)$ .                      **D.**  $(-1; 2; -1)$ .
- Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(1; 0; 2)$ . Tìm điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{AB} = 2\overline{MA}$ ?
- A.**  $M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right)$ .                      **B.**  $M(-2; 3; 7)$ .                      **C.**  $M(-4; 6; 7)$ .                      **D.**  $M\left(-2; -3; \frac{7}{2}\right)$ .
- Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu tâm  $I(1; 2; 3)$  và bán kính  $R = 3$  là:
- A.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0$ .                      **C.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$ .
- B.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ .                      **D.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$ .
- Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$  mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -3; 2)$  và đi qua  $A(5; -1; 4)$  có phương trình:
- A.**  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$ .                      **B.**  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$ .
- C.**  $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$ .                      **D.**  $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$ .
- Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ . Trong các vectơ sau vectơ nào là vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?
- A.**  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .                      **B.**  $\vec{n} = (1; 2; -3)$ .                      **C.**  $\vec{n} = (1; 2; 3)$ .                      **D.**  $\vec{n} = (-1; 2; 3)$ .



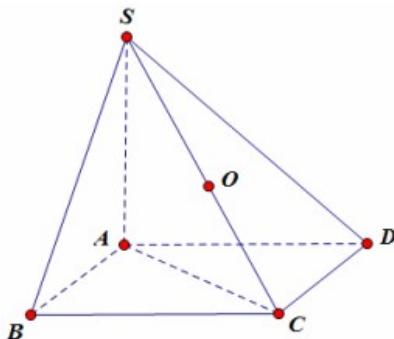
### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1: (1 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \left( 3x^2 + e^x + \frac{1}{x+1} \right) dx$ .

**Chú ý:** Không chấp nhận HS bấm máy tính để viết ngay kết quả.

**Câu 2: (1 điểm)** Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

#### Lời giải



Ta chứng minh được:

- $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \triangle SBC$  vuông tại  $B$ .
- $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \triangle SCD$  vuông tại  $D$ .
- $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \triangle SAC$  vuông tại  $A$ .

Gọi  $O$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Khi đó:  $OA = OC = OD = OB = OS = \frac{1}{2}SC$ .

Do đó  $O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$ .

Bán kính mặt cầu là:  $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Diện tích mặt cầu:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{3a^2}{2} = 6\pi a^2$ .

**Câu 3: (0,5 điểm)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ .

#### Lời giải

$$\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx = \int \left( \frac{-4}{3(2x+1)} + \frac{5}{3(x-1)} \right) dx = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$$

**Câu 4: (0,5 điểm)** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$  thỏa mãn điều kiện  $f(1) = -2 \ln 2$  và  $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$ . Giá trị  $f(2) = a + b \ln 3$ , với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $a^2 + b^2$ .

#### Hướng dẫn giải

Từ giả thiết, ta có  $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = \frac{x}{x+1}$

$$\Leftrightarrow \left[ \frac{x}{x+1} \cdot f(x) \right]' = \frac{x}{x+1}, \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}.$$

Suy ra  $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = \int \frac{x}{x+1} dx$  hay  $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| + C$ .

Mặt khác, ta có  $f(1) = -2 \ln 2$  nên  $C = -1$ . Do đó  $\frac{x}{x+1} \cdot f(x) = x - \ln|x+1| - 1$ .

Với  $x = 2$  thì  $\frac{2}{3} \cdot f(2) = 1 - \ln 3 \Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \ln 3$ . Suy ra  $a = \frac{3}{2}$  và  $b = -\frac{3}{2}$ .

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 = \frac{9}{2}.$$