

Họ và tên học sinh : ..... Số báo danh : .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu)

*Học sinh làm bài trên phiếu trả lời trắc nghiệm*

Câu 1. Cho tích phân  $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$ , tìm khẳng định đúng.

- A.  $I = \left( x + \sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$ .  
 B.  $I = \left( x + \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$ .  
 C.  $I = \left( x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$ .  
 D.  $I = \left( x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$ .

Câu 2. Tìm  $\int x dx$ .

- A.  $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$       B.  $\int x dx = 1 + C$       C.  $\int x dx = x^2 + C$       D.  $\int x dx = \frac{2}{x^2} + C$

Câu 3. Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[1;5]$ ,  $f(5) = 2022$  và  $\int_1^5 f'(x) dx = 1$ . Tính  $f(1)$ .

- A. 2023.      B. 2020.      C. 2021.      D. 1.

Câu 4. Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 3x^2$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn điều kiện  $F(1) = -1$ .

- A.  $x^3 + 1$ .      B.  $x^2 - 2$ .      C.  $x^3 - 1$ .      D.  $x^3 - 2$ .

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  với  $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vector  $\overrightarrow{AB}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 4)$ .      C.  $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$ .      D.  $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$ .

Câu 6. Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin x dx$ .

- A.  $-\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 0.      D.  $\frac{1}{4}$ .

Câu 7. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[1; e]$  thỏa mãn  $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x}$ . Tìm khẳng định đúng.

- A.  $-\frac{1}{f^2(x)} = \ln|x| + C$       B.  $\ln|f(x)| = \ln|x| + C$       C.  $-\frac{1}{f^2(x)} = -\frac{1}{x^2} + C$       D.  $\ln|f(x)| = -\frac{1}{x^2} + C$

Câu 8. Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $[a; b]$ . Tìm mệnh đề đúng?

- A.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx = F(ab) - 1$ .  
 C.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$ .

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là:

- A.  $(-1; 2; -3)$ .      B.  $(-3; 2; -1)$ .      C.  $(2; -3; -1)$ .      D.  $(2; -1; -3)$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\int_{-4}^2 f(x) dx = 2$ . Tính  $I = \int_0^2 f(2-3x) dx$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $-\frac{2}{3}$ .      D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 11.** Cho  $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$  và  $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [2f(x) - 3g(x)] dx$ .

- A.  $-17$ .      B.  $13$ .      C.  $0$ .      D.  $7$ .

**Câu 12.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$ .      B.  $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$ .  
C.  $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$ .      D.  $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$ .

**Câu 13.** Nếu  $\int f(u) du = F(u) + C$  và  $u = u(x)$  có đạo hàm liên tục thì

- A.  $\int f[u(x)] dx = F[u(x)] + C$ .      B.  $\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F(x) + C$ .  
C.  $\int f(x) u'(x) dx = F[u(x)] + C$ .      D.  $\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$ .

**Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; 1; 0)$  và  $P(0; 0; 2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ .      C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ .      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho các điểm  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(2; -2; 1)$ ,  $C(-2; 0; 1)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  là:

- A.  $y + 2z - 5 = 0$ .      B.  $2x - y - 1 = 0$ .      C.  $-y + 2z - 3 = 0$ .      D.  $2x - y + 1 = 0$ .

**Câu 16.** Biết  $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{a} \ln x - \int \frac{x}{b} dx$  với  $a, b$  là các số nguyên, tính  $a + b$ .

- A.  $1$ .      B.  $4$ .      C.  $-4$ .      D.  $0$ .

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -2; 3)$ ,  $B(-1; 2; 5)$ ,  $C(1; 0; 1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

- A.  $G(0; 0; -1)$ .      B.  $G(1; 0; 3)$ .      C.  $G(3; 0; 1)$ .      D.  $G(-1; 0; 3)$ .

**Câu 18.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = x^4 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1, x = 2$ . Tìm mệnh đề đúng.

- A.  $S = \int_1^2 (x^4 + 1) dx$ .      B.  $S = \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx$ .      C.  $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx$ .      D.  $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1) dx$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (2; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ .

- A.  $\vec{c} = (0; -7; 7)$ .      B.  $\vec{c} = (4; -7; 7)$ .      C.  $\vec{c} = (0; 7; 7)$ .      D.  $\vec{c} = (0; -7; -7)$ .

**Câu 20.** Với  $k$  là hằng số khác  $0$ , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\int \sin kx dx = -k \cdot \cos kx + C$       B.  $\int \sin kx dx = -\cos kx + C$   
C.  $\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$       D.  $\int \sin kx dx = \frac{1}{k} \cos kx + C$

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

A.  $I(3; -2; 4), R = 25$ .

B.  $I(-3; 2; -4), R = 5$ .

C.  $I(3; -2; 4), R = 5$ .

D.  $I(-3; 2; -4), R = 25$ .

**Câu 22.** Cho  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_1^3 f(x) dx = -1$ . Tính  $\int_2^3 f(x) dx$ .

A. 2.

B. -4.

C. 4.

D. 1.

**Câu 23.** Cho tích phân  $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$ . Tìm mệnh đề đúng.

A.  $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$ .

B.  $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$ .

C.  $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$ .

D.  $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$ .

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 2; 1), B(-1; 3; 2); C(2; 4; -3)$ . Tính tích vô hướng  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ .

A. 10.

B. -2.

C. -6.

D. 2.

**Câu 25.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 10^x$ .

A.  $F(x) = \frac{10^x}{\ln 10} + C$ .

B.  $F(x) = \frac{1}{10} \cdot 10^x \cdot \ln 10 + C$

C.  $F(x) = 10^x \cdot \ln 10 + C$

D.  $F(x) = 10^x + C$

**Câu 26.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\int a \sin x dx = -a \cos x + C$

B.  $\int \frac{1}{\ln a} dx = \frac{x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$

C.  $\int \sqrt{x} dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

D.  $\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C$

**Câu 27.** Gọi  $F(x)$  là một họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $\frac{2}{3}(x^2 + 4)^{\frac{2}{3}} + C$ .

B.  $\frac{3}{2}(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}} + C$ .

C.  $\frac{2}{3}(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}} + C$ .

D.  $\frac{3}{2}(x^2 + 4)^{\frac{2}{3}} + C$ .

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$  có một vector pháp tuyến là:

A.  $(1; -2; 3)$ .

B.  $(1; 2; 3)$ .

C.  $(1; 2; -3)$ .

D.  $(-1; 2; -3)$ .

**Câu 29.** Tính tích phân  $I = \int_1^e \log_3 x dx$

A.  $-\log_3 e$

B.  $\frac{e}{\ln 3}$

C.  $\frac{1}{\ln 3}$

D. 1.

**Câu 30.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

B.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{1}{\cot x} + C$

C.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$

D.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot^2 x + 1$

**Câu 31.** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây *sai*?

- A.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$       B.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$   
 C.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$       D.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

**Câu 32.** Biết tích phân  $I = \int_0^m x \cdot e^x dx = 1$ , hỏi số thực  $m$  thuộc khoảng nào?

- A.  $(0; 2)$       B.  $(-1; 0).$       C.  $(2; 4).$       D.  $(-3; -1).$

**Câu 33.** Cho  $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$ , đặt  $t = \sqrt{x+3}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $I = \int_2^3 \frac{t^2 - 3}{t} dt$       B.  $I = \int_1^6 \frac{t^2 - 3}{t} dt$       C.  $I = \int_2^3 \frac{t^2 - 3}{t} \cdot 2t dt$       D.  $I = \int_1^6 \frac{t^2 - 3}{t} \cdot 2t dt$

**Câu 34.** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x) = e^{kx}$  ( $k \neq 0$ ) sao cho  $F(0) = \frac{1}{k}$ . Giá trị  $k$  thuộc khoảng nào sau đây để  $F(x) = f(x)$ ?

- A.  $(-2; 0).$       B.  $(-3; -2).$       C.  $(2; 3).$       D.  $(0; 2).$

**Câu 35.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$ . Tính khoảng cách từ  $M(-1; 2; -3)$  đến mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $\frac{4}{9}.$       B.  $\frac{2}{3}.$       C.  $-\frac{4}{3}.$       D.  $\frac{4}{3}.$

## II. PHẢN TỰ LUẬN

*Học sinh làm bài trên giấy làm bài tự luận*

**Câu 1: (1,0 điểm)** Tính  $\int \sin 6x \cdot \cos^2 3x dx$

**Câu 2: (1,0 điểm)** Cho mặt cầu tâm  $O$  đường kính  $AB = 2a$ ,  $I$  là điểm thay đổi nằm giữa hai điểm  $O$  và  $B$ . Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$ , cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$ . Gọi  $(N)$  là hình nón đỉnh  $A$ , đáy là hình tròn  $(C)$ ;  $h$  là chiều cao của hình nón  $(N)$ .

a) Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón  $(N)$  theo  $h$  và  $a$ .

b) Tính thể tích lớn nhất của khối nón  $(N)$ .

**Câu 3: (0,5 điểm)** Xác định các hệ số  $a, b, c$  để hàm số  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{3-2x}$  trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 4: (0,5 điểm)**

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$  và thỏa mãn  $\ln(x+1) + 2(x+1)^2 f\left(\frac{1}{2}-x\right) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}}$ .

Tính  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ .

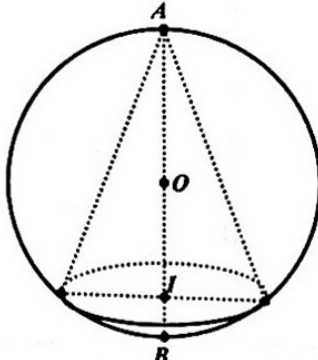
SỞ GD&ĐT THỪA THIÊN HUẾ  
TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRUNG

ĐÁP ÁN  
MÔN TOÁN – Khối lớp 12  
Thời gian làm bài : 90 phút

Phần đáp án câu trắc nghiệm: Tổng câu trắc nghiệm: 35.

Mã đề Câu	132	209	495	623
1	B	C	A	B
2	A	A	D	B
3	C	C	C	C
4	D	D	A	C
5	D	C	D	D
6	D	D	C	D
7	C	B	C	A
8	A	C	B	C
9	A	A	B	A
10	D	B	C	D
11	D	B	D	C
12	B	C	A	B
13	A	D	D	C
14	B	A	A	D
15	C	D	D	C
16	B	B	A	A
17	B	B	A	C
18	C	A	B	A
19	D	A	B	B
20	B	C	D	D
21	B	C	C	A
22	D	B	C	A
23	A	D	B	B
24	C	D	A	D
25	B	A	C	D
26	B	C	D	D
27	C	D	C	A
28	A	C	B	A
29	A	C	A	B
30	D	A	D	C
31	A	D	B	C
32	B	A	C	A
33	C	C	C	B
34	C	D	B	A
35	D	D	D	B

**ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUẬN**

Câu	Đáp án	Điểm												
<b>1</b>	Tính $\int \sin 6x \cdot \cos^2 3x dx$	<b>1</b>												
	Đặt $t = \cos 3x \Rightarrow dt = -3 \sin 3x dx$	0,25												
	Ta có $\int \sin 6x \cdot \cos^2 3x dx = \int 2 \sin 3x \cdot \cos^3 3x dx = -\frac{2}{3} \int t^3 dt$	0,25												
	$= -\frac{2}{3} \frac{t^4}{4} + C = -\frac{1}{6} t^4 + C$	0,25												
	$= -\frac{1}{6} \cos^4 3x + C$	0,25												
<b>2</b>	<p>Cho mặt cầu tâm <math>O</math> đường kính <math>AB = 2a</math>, <math>I</math> là điểm thay đổi nằm giữa hai điểm <math>O</math> và <math>B</math>. Mặt phẳng <math>(P)</math> vuông góc với <math>AB</math> tại <math>I</math>, cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn <math>(C)</math>. Gọi <math>(N)</math> là hình nón đỉnh <math>A</math>, đáy là hình tròn <math>(C)</math>; <math>h</math> là chiều cao của hình nón <math>(N)</math>.</p> <p>a) Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón <math>(N)</math> theo <math>h</math> và <math>a</math>.</p> <p>b) Tính thể tích lớn nhất của khối nón <math>(N)</math>.</p>	<b>1</b>												
		0.25												
	a) Ta có $OI = h - a$													
	Bán kính đường tròn $(C)$ là: $r = \sqrt{R^2 - OI^2} = \sqrt{a^2 - (h - a)^2} = \sqrt{2ah - h^2}$ Thể tích khối nón $(N)$ : $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (2ah - h^2) h = \frac{\pi}{3} (2ah^2 - h^3)$ .	0.25												
	b) Đặt $f(h) = \frac{\pi}{3} (2ah^2 - h^3)$ , ( $a < h < 2a$ ), khi đó $f'(h) = \frac{\pi}{3} (4ah - 3h^2)$ , $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{4a}{3}$ .	0.25												
	BBT:													
	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>h</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{4a}{3}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f'(h)</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>f(h)</math></td> <td colspan="3" style="padding: 5px; text-align: center;"><math>\frac{32\pi}{81} a^3</math></td> </tr> </table>	$h$	$a$	$\frac{4a}{3}$	$2a$	$f'(h)$	+	0	-	$f(h)$	$\frac{32\pi}{81} a^3$			0.25
$h$	$a$	$\frac{4a}{3}$	$2a$											
$f'(h)$	+	0	-											
$f(h)$	$\frac{32\pi}{81} a^3$													
	Vậy thể khối nón $(N)$ lớn nhất bằng $\frac{32\pi}{81} a^3$ khi và chỉ khi $h = \frac{4a}{3}$ .													
<b>3</b>	Xác định các hệ số $a, b, c$ để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3 - 2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{3 - 2x}$ .	<b>0,5</b>												

	<p>Ta có: <math>F'(x) = \frac{-5ax^2 + (6a - 3b)x + 3b - c}{\sqrt{3 - 2x}}</math></p> <p>Vì <math>F(x)</math> là một nguyên hàm của <math>f(x)</math> nên <math>F'(x) = f(x), \forall x \in (-\infty; \frac{3}{2})</math>.</p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{-5ax^2 + (6a - 3b)x + 3b - c}{\sqrt{3 - 2x}} = x\sqrt{3 - 2x}, \forall x \in (-\infty; \frac{3}{2})</math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow x^2(2 - 5a) + (6a - 3b - 3)x + 3b - c = 0, \forall x \in (-\infty; \frac{3}{2})</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 5a = 0 \\ 6a - 3b - 3 = 0 \\ 3b - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}; b = -\frac{1}{5}; c = -\frac{3}{5}</math>.</p>	0,25
4	<p>Cho hàm số <math>f(x)</math> liên tục trên đoạn <math>[0; \frac{1}{2}]</math> và thỏa mãn</p> <p><math>\ln(x+1) + 2(x+1)^2 f\left(\frac{1}{2} - x\right) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}}</math>. Tính <math>I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx</math>.</p>	0,5
	<p>Chia hai vế của đẳng thức cho <math>(x+1)^2</math>, rồi lấy tích phân từ 0 đến <math>\frac{1}{2}</math> ta có</p> $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} dx + 2 \int_0^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Tính <math>\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx</math>. Đặt <math>x = \sin t, x = 0 \rightarrow t = 0, x = \frac{1}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{6}</math>. Lúc đó</li> </ul> $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 1 dt = \frac{\pi}{6}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Tính <math>\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} dx</math>. Đặt <math>\begin{cases} u = \ln(x+1) \rightarrow du = \frac{1}{x+1} dx \\ dv = \frac{1}{(x+1)^2} \rightarrow v = -\frac{1}{x+1} \end{cases}</math></li> </ul> <p>Nên <math>\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} dx = -\frac{\ln(x+1)}{x+1} \Big _0^{\frac{1}{2}} + \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{2}{3} \ln \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3} - 1\right) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \ln \frac{3}{2}</math></p>	0.25
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Xét <math>\int_0^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2} - x\right) dx</math>. Đặt <math>t = \frac{1}{2} - x, x = 0 \rightarrow t = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{2} \rightarrow t = 0</math></li> </ul> <p>Nên <math>\int_0^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2} - x\right) dx = -\int_{\frac{1}{2}}^0 f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx</math>.</p> <p>Vậy <math>\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \ln \frac{3}{2} + 2I = \frac{\pi}{6} \Rightarrow I = \frac{\pi}{12} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}</math></p>	0.25