TRƯỜNG THPT SỐ 2 BẢO THẮNG
TỔ TOÁN - TIN

ĐỀ MINH HỌA GIỮA KÌ 2 - LỚP 12
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN - Lớp 12 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K. Mệnh đề nào dưới đây ***đúng***?

A. $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$. **B.** $f'(x)=F(x),\ \forall x\in K$.
C. $F'(x)=f(x)+C,\ \forall x\in K$, với C là hằng số. **D.** $f'(x)=F(x)+C,\ \forall x\in K$, với C là hằng số.

Câu 2. Công thức nguyên hàm nào sau đây ***đúng***?

A. $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$ **B.** $\int\sin xdx=cosx+C$ **C.** $\int a^x dx=a^x+C\quad(0<a\neq1)$ **D.** $\int\frac{1}{\cos x}dx=\tan x+C$

Câu 3. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $y=\cos x$ (với C là hằng số tuỳ ý)

A. $F(x)=-\sin x+C$. **B.** $F(x)=\sin x+C$. **C.** $F(x)=cosx+C$. **D.** $F(x)=-cosx+C$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $y=x$ là

A. $F(x)=x+C$ **B.** $F(x)=x^2+C$ **C.** $F(x)=2x+C$ **D.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+C$

Câu 5. Cho hai hàm số $f(x),\ g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau:

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int f'(x)dx=f(x)+C$

Câu 6. Công thức nguyên hàm nào sau đây đúng?

A. $\int k.f(x)dx=\int f(x)dx$ **B.** $\int k.f(x)dx=k.f(x)$
C. $\int k.f(x)dx=k.\int f(x)dx$ **D.** $\int k.f(x)dx=k+\int f(x)dx$

Câu 7. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$

A. $\int\cos 2xdx=2\sin 2x+C$. **B.** $\int\cos 2xdx=\frac{\sin 2x}{2}+C$.
C. $\int\cos 2xdx=-\frac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\int\cos 2xdx=\sin 2x+C$.

Câu 8. Tích phân $\int_0^1(3x^2+2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 9. Tích phân $\int_2^3\frac{dx}{2x-1}$ bằng

A. $2\ln\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{5}$ **C.** $2\ln\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$

Câu 10. Công thức tích phân nào sau đây là ***đúng***?

A. $\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=F(b)+F(a)$.
C. $\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=F(x)\big|_a^b=2F(b)$.

Câu 11. Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 12. Giả sử $f(x),\ g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$

B. $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}\mathrm{d}x = \frac{\int_b^a f(x)\mathrm{d}x}{\int_a^b g(x)\mathrm{d}x}$

D. $\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

Câu 13. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^4 f(x)dx = -3$, khi đó $\int_0^4 2f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 14. Cho $\int_{-2}^{1} f(x)dx = 3$ khi đó $\int_{-2}^{1}\left[f(x)+3x^2\right]dx$ bằng :

A. 11. **B.** 28. **C.** -12. **D.** 12.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $(3;0;-2)$. **B.** $(-3;-1;2)$. **C.** $(3;1;2)$. **D.** $(3;1;-2)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-4;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB.

A. $I(4;-2;-4)$. **B.** $I(2;-1;-2)$. **C.** $I(1;-3;1)$. **D.** $I(2;-6;-4)$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+5)^2+(y-2)^2+z^2=49$. Tính tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(-5;2;0)$ và $R=7$. **B.** $I(5;-2;0)$ và $R=7$.

C. $I(-5;2;0)$ và $R=49$. **D.** $I(5;-2;0)$ và $R=49$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x-7y+2z-2023=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;7;2)$ **B.** $\vec{n}=(-1;-7;-2)$ **C.** $\vec{n}=(1;-7;-2)$ **D.** $\vec{n}=(1;-7;2)$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): -2x+y-10=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;1;-10)$ **B.** $\vec{n}=(2;1;-10)$ **C.** $\vec{n}=(2;1;0)$ **D.** $\vec{n}=(-2;1;0)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y-3z+7=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;2;-3)$ **B.** $\vec{n}=(2;4;-6)$ **C.** $\vec{n}=(2;-4;-6)$ **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$

Câu 21. Khẳng định nào đây **sai**?

A. $\int \cos x\,\mathrm{d}x = -\sin x + C$. **B.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

C. $\int 2x\,\mathrm{d}x = x^2 + C$. **D.** $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + \cos x + 2018$ là

A. $F(x) = \mathrm{e}^x + \sin x + 2018x + C$. **B.** $F(x) = \mathrm{e}^x - \sin x + 2018x + C$.

C. $F(x) = \mathrm{e}^x + \sin x + 2018x$. **D.** $F(x) = \mathrm{e}^x + \sin x + 2018 + C$

Câu 23. Hàm số nào sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^5$?

A. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} + 8$. **B.** $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18} - 2$.

C. $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{18}$. **D.** $F(x) = \frac{(3x+1)^6}{6}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$ là

A. $\frac{-x^4+x^2+3}{3x}+C$.

B. $\frac{-2}{x^2}-2x+C$.

C. $-\frac{x^4+x^2+3}{3x}+C$.

D. $\frac{-x^3}{3}-\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$.

Câu 25. Hàm số $F(x)=e^x+\tan x+C$ là nguyên hàm của hàm số f(x) nào

A. $f(x)=e^x-\frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x)=e^x+\frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x)=e^x\left(1+\frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$

D. $f(x)=e^x+\frac{1}{\cos^2 x}$

Câu 26. Cho tích phân $I_1=\int\limits_a^b f(x)dx=m$ và $I_2=\int\limits_c^a f(x)dx=n$. Tích phân $I=\int\limits_c^b f(x)dx$ có giá trị là:

A. $m+n$.

B. $m-n$.

C. $-m-n$.

D. $-m+n$.

Câu 27. Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[2;3]$ đồng thời $f(2)=2$, $f(3)=5$. Tính $\int\limits_2^3 f'(x)dx$ bằng

A. -3.

B. 7.

C. 10

D. 3.

Câu 28. Cho $\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{1}\left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$.

A. -9.

B. -3.

C. 3.

D. 5.

Câu 29. Cho tích phân $\int\limits_0^1 \sqrt[3]{1-x}\mathrm{d}x$, với cách đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích

Phân nào sau đây?

A. $3\int\limits_0^1 t\mathrm{d}t$.

B. $\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

C. $3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t$.

D. $3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Câu 30. Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{2}\frac{x^{2016}}{e^x+1}\mathrm{d}x.$

A. $I=0$.

B. $I=\frac{2^{2018}}{2017}$.

C. $I=\frac{2^{2017}}{2017}$.

D. $I=\frac{2^{2018}}{2018}$.

Câu 31. Cho giá trị của tích phân $I_1=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^4+2x^3\right)dx=a$, $I_2=\int\limits_{-2}^{-1}\left(x^2+3x\right)dx=b$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ là:

A. $P=-\frac{4}{65}$.

B. $P=\frac{12}{65}$.

C. $P=-\frac{12}{65}$.

D. $P=\frac{4}{65}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2;8;-3)$.

B. $D(-2;2;5)$.

C. $D(-4;8;-5)$.

D. $D(-4;8;-3)$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (P) là

A. $I(1;-3;-2)$, $R=9$

B. $I(-1;3;2)$, $R=3$

C. $I(1;3;2)$, $R=3$

D. $I(-1;3;2)$, $R=9$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(5;9;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $2x+6y-5z+40=0$

B. $x+8y-5z-41=0$

C. $x-8y-5z-35=0$

D. $x+8y+5z-47=0$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$. **B.** $d=\frac{5}{29}$. **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{29}}$

Câu 36. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x-2}$, biết $F(1)=2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

A. $2+\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $2+\ln(-2)$. **D.** $\ln(-2)$.

Câu 37. Biết $F(x)=e^x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

A. $2e^x+2x^2+C$. **B.** $\frac{1}{2}e^{2x}+x^2+C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$. **D.** $e^{2x}+4x^2+C$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2-4}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

Câu 39. Cho $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx = ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$ **B.** $a+b=-c$ **C.** $a-b=c$ **D.** $a-b=-c$

Câu 40. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$. **B.** $B'(6;12;0)$. **C.** $B'(10;8;6)$. **D.** $B'(13;0;17)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=36$. **D.** $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=49$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng

A. 6. **B.** $\frac{21}{4}$. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$, $(Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

A. $x+y+z-3=0$ **B.** $x+y+z+3=0$ **C.** $-2x+z+6=0$ **D.** $-2x+z-6=0$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

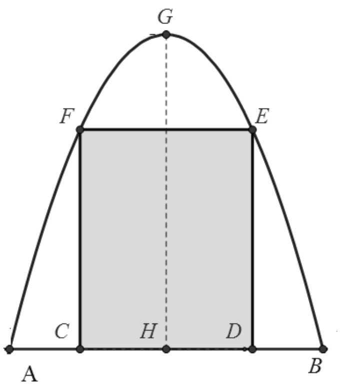
A. $2x-3y+6z+12=0$. **B.** $2x+3y-6z-12=0$.

C. $2x-3y+6z=0$. **D.** $2x+3y+6z+12=0$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên □ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$. Biết rằng giá trị của biểu thức $P=2M-m$ có dạng $a\sqrt{11}-b\sqrt{3}+c, (a,b,c\in$ □$)$. Tính $a+b+c$

A. $a+b+c=7$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=5$.

Câu 48. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH=4m$, chiều rộng $AB=4m$, $AC=BD=0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng$/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng$/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng. **B.** 4077000 đồng. **C.** 7368000 đồng. **D.** 11370000 đồng.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x+40y+44z-39=0$ **B.** $16x-40y-44z+39=0$

C. $16x+40y-44z+39=0$ **D.** $16x-40y-44z-39=0$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. **B.** $2x-2y+6z-9=0$.

C. $2x+2y+6z+9=0$. **D.** $2x-2y+6z+9=0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.D	5.C	6.C	7.B	8.A	9.D	10.C
11.C	12.C	13.C	14.D	15.D	16.B	17.A	18.D	19.D	20.D
21.A	22.A	23.D	24.D	25.D	26.A	27.D	28.C	29.D	30.C
31.C	32.D	33.B	34.D	35.C	36.A	37.C	38.A	39.C	40.C
41.D	42.B	43.C	44.B	45.A	46.C	47.A	48.A	49.C	50.D

Câu 36. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$, biết $F(1)=2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

A. $2+\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $2+\ln(-2)$. **D.** $\ln(-2)$.

Lờigiải

Cách 1:

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \dfrac{1}{x-2}\mathrm{d}x=\ln|x-2|+C,\ C\in\mathbf{R}$.

Giả sử $F(x)=\ln|x-2|+C_0$ là một nguyên hàm của hàm số đã cho thỏa mãn $F(1)=2$.

Do $F(1)=2\Rightarrow C_0=2\Rightarrow F(x)=\ln|x-2|+2$. Vậy $F(0)=2+\ln 2$.

Câu 37. Biết $F(x)=e^x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

A. $2e^x+2x^2+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{2x}+x^2+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C$. **D.** $e^{2x}+4x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x)=e^x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

$$\Rightarrow \int f(2x)dx=\frac{1}{2}\int f(2x)d2x=\frac{1}{2}F(2x)+C=\frac{1}{2}e^{2x}+2x^2+C.$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2-4}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int(2\sin^2 x+1)\mathrm{d}x=\int(2-\cos 2x)\,\mathrm{d}x=2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4$

Hay $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$.

Suy ra $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4\right)\mathrm{d}x$

$$=x^2+\frac{1}{4}\cos 2x+4x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2}{16}+\pi-\frac{1}{4}=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}.$$

Câu 39. Cho $\int\limits_1^{e}(1+x\ln x)\,\mathrm{d}x=ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$ **B.** $a+b=-c$ **C.** $a-b=c$ **D.** $a-b=-c$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{1}^{e}(1+x\ln x)\,dx=\int_{1}^{e}1.dx+\int_{1}^{e}x\ln x\,dx=e-1+\int_{1}^{e}x\ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\Rightarrow du=\dfrac{1}{x}dx\\ dv=x.dx\Rightarrow v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}$

Khi đó $\int_{1}^{e}x\ln x\,dx=\dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\dfrac{1}{2}\int_{1}^{e}x\,dx=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{1}{4}x^2\Big|_1^e=\dfrac{e^2}{2}-\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}$.

Suy ra $\int_{1}^{e}(1+x\ln x)\,dx=e-1+\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{e^2}{4}+e-\dfrac{3}{4}$ nên $a=\dfrac{1}{4}$, $b=1$, $c=-\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a-b=c$.

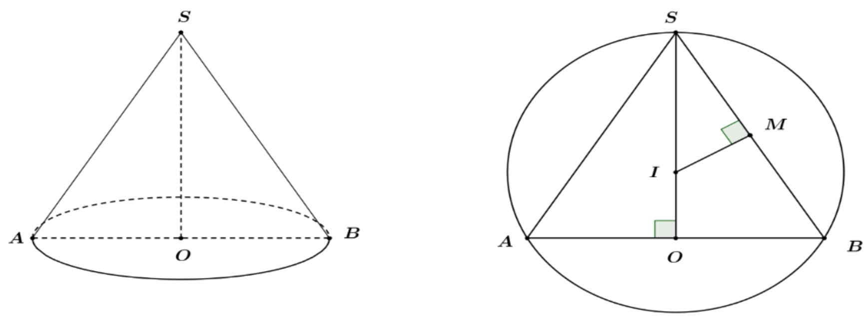
Câu 40. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{10}a}{3}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{13}a}{13}$. **<u>C</u>.** $\dfrac{8\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\sqrt{13}a$.

Lời giải.

<u>C</u>họn <u>C</u>

Cách 1.



Nếu cắt mặt cầu ngoại tiếp khối nón (N) bởi mặt phẳng (SAB), ta được mộ hình tròn ngoại tiếp tam giác SAB. Khi đó bán kính mặt cầu (T) bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Gọi M là trung điểm của SB. Kẻ đường vuông góc với SB tại M, cắt SO tại I.

Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB và $r=SI$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.

Ta có: $\Delta SIM\backsim\Delta SBO\Rightarrow\dfrac{SI}{SB}=\dfrac{SM}{SO}\Rightarrow SI=\dfrac{SM}{SO}.SB$.

Trong đó: $\begin{cases}SM=2a\\ SB=4a\\ SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=a\sqrt{13}\end{cases}\Rightarrow r=SI=\dfrac{8a\sqrt{13}}{13}$.

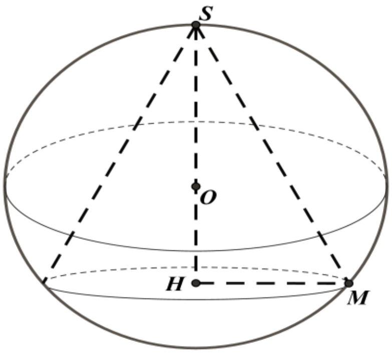
Cách 2.

Gọi O là tâm của mặt cầu (T), H là tâm đường tròn đáy của (N), M là một điểm trên đường tròn đáy của (N) và R là bán kính của (T).

Ta có: $SO=OM=R$; $OM^2=OH^2+HM^2$; $SH=\sqrt{SM^2-HM^2}=\sqrt{13}a$.

Do $SH\neq HM$ nên chỉ xảy ra hai trường hợp sau

Trường hợp 1: $SH=SO+OH$

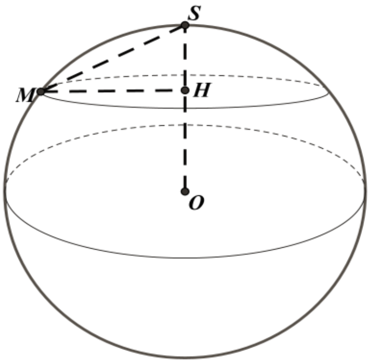


Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} R+OH=\sqrt{13}a \\ R^2=OH^2+3a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OH=\sqrt{13}a-R \\ R^2=13a^2-2\sqrt{3}aR+R^2+3a^2\,(*) \end{cases}.$$

Giải $(*)$ ta có $R=\dfrac{8\sqrt{13}a}{13}$.

Trường hợp 2: $SH=SO-OH$.



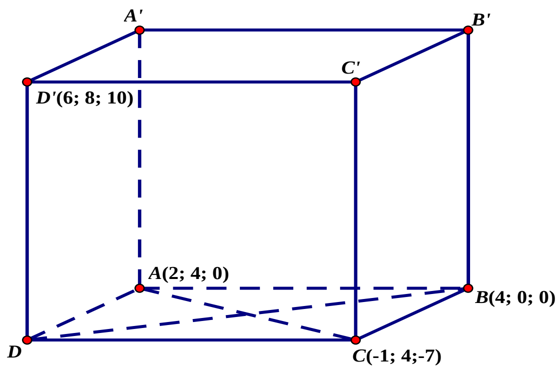
Ta có hệ phương trình $\begin{cases} R=OH+\sqrt{13}a \\ R^2=OH^2+3a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OH=R-\sqrt{13}a \\ R^2=13a^2-2\sqrt{13}aR+R^2+3a^2\,(*) \end{cases}$.

Giải $(*)$ ta có $R=\dfrac{8\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$. **B.** $B'(6;12;0)$. **C.** $B'(10;8;6)$. **D.** $B'(13;0;17)$.

Lời giải



Giả sử $D(a;b;c)$, $B'(a';b';c')$

Gọi $O=AC\cap BD \Rightarrow O\left(\dfrac{1}{2};4;\dfrac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=8 \\ c=-7 \end{cases}$. O

Vậy $\overrightarrow{DD'}=(9;0;17)$, $\overrightarrow{BB'}=(a'-4;b';c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{BB'}\Rightarrow\begin{cases}a'=13\\b'=0\\c'=17\end{cases}$.

Vậy $B'(13;0;17)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ.

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=16$.

B. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=36$.

D. $(x+3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=49$.

Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S). Mặt cầu (S) tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ

$d(I,(Oxy))=d(I,(Oyz))=d(I,(Oxz))\Leftrightarrow|a|=|b|=|c|=R\ \ (1)$

Mặt cầu (S) đi qua $A(1;-1;4)$

$$\Rightarrow\begin{cases}IA=R\\a>0;c>0;b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}IA^2=R^2\\a>0;c>0;b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b+1)^2+(c-4)^2=R^2\\a=c=-b=R>0\ \ (do(1))\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(-a+1)^2+(a-4)^2=a^2\\a=c=-b=R>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a^2-12a+18=0\\a=c=-b=R>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-6a+9=0\\a=c=-b=R>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=c=3\\b=-3\\R=3\end{cases}\Rightarrow(S):(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9.$$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Vì O, A, B, C thuộc (S) nên ta có:

$$\begin{cases}d=0\\1+2a+d=0\\4-4c+d=0\\9+6b+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=-\frac{3}{2}\\c=1\\d=0\end{cases}.$$

Vậy bán kính mặt cầu (S) là: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+1}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x+y+z$ bằng

A. 6.

B. $\frac{21}{4}$.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Xét điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$. Khi đó $I\left(\frac{7}{4};\frac{7}{2};0\right)$.

Ta có $MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2$

$=4MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2$

$=4MI^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2\geq IA^2+IB^2+IC^2+ID^2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv I$ tức là $M\left(\frac{7}{4};\frac{7}{2};0\right)\Rightarrow x+y+z=\frac{7}{4}+\frac{7}{2}=\frac{21}{4}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0,\ (Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

A. $x+y+z-3=0$ **B.** $x+y+z+3=0$ **C.** $-2x+z+6=0$ **D.** $-2x+z-6=0$

Lời giải

Chọn A

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;-1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(3;3;3)=3(1;1;1)$.

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;1;1)$ nên (α) có phương trình: $x+y+z-3=0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2), B(3;2;0), C(0;2;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y+6z+12=0$. **B.** $2x+3y-6z-12=0$.

C. $2x-3y+6z=0$. **D.** $2x+3y+6z+12=0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có:

$\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(4;-6;12)$.

Ta có $\vec{n}=(4;-6;12)$ cùng phương $\vec{n}_1=(2;-3;6)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $C(0;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-3;6)$ nên (ABC) có phương trình là:

$2(x-0)-3(y-2)+6(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-3y+6z=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-3y+6z=0$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$. Biết rằng giá trị của biểu thức $P=2M-m$ có dạng $a\sqrt{11}-b\sqrt{3}+c,(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $a+b+c$

A. $a+b+c=7$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x).f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}\Leftrightarrow\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}=2x\Rightarrow\int\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}dx=\int 2xdx$

$\Leftrightarrow\sqrt{f^2(x)+1}=x^2+C$.

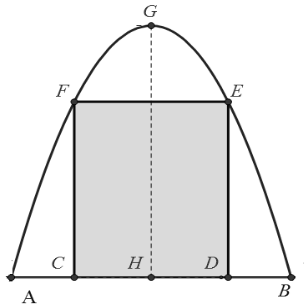
Mà $f(0)=0\Leftrightarrow C=1\Rightarrow\sqrt{f^2(x)+1}=x^2+1\Leftrightarrow f^2(x)=(x^2+1)^2-1=x^4+2x^2$

$\Leftrightarrow f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2x^3+2x}{\sqrt{x^4+2x^2}}>0,\forall x\in[1;3]\Rightarrow \max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=3\sqrt{11};\min\limits_{[1;3]} f(x)=f(1)=\sqrt{3}$.

Ta có: $P=2M-m=6\sqrt{11}-\sqrt{3}\Rightarrow a=6;b=1;c=0\Rightarrow a+b+c=7$.

Câu 48. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH=4m$, chiều rộng $AB=4m$, $AC=BD=0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng$/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng$/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

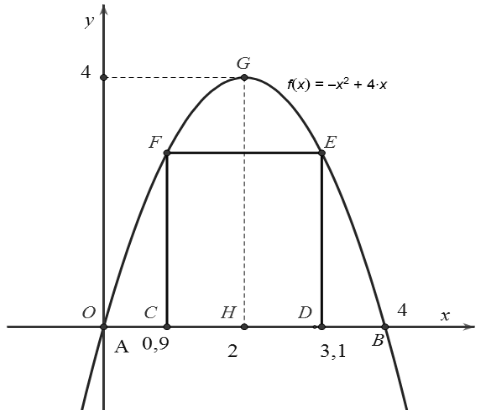


A. 11445000 đồng. **B.** 4077000 đồng. **C.** 7368000 đồng. **D.** 11370000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox, A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$.

Vì parabol có đỉnh là $G(2;4)$ và đi qua điểm $O(0;0)$ nên ta có $\begin{cases}c=0\\-\dfrac{b}{2a}=2\\a.2^2+b.2+c=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=0\end{cases}$.

Suy ra phương trình parabol là $y=f(x)=-x^2+4x$.

Diện tích của cả cổng là $S=\int\limits_0^4(-x^2+4x)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{x^3}{3}+2x^2\right)\Big|_0^4=\dfrac{32}{3}\ (\mathrm{m}^2)$.

Mặt khác chiều cao $CF=DE=f(0,9)=2,79(\mathrm{m})$; $CD=4-2.0,9=2,2\ (\mathrm{m})$.

Diện tích hai cánh cổng là $S_{CDEF}=CD.CF=6,138\ (\mathrm{m}^2)$.

Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh}=S-S_{CDEF}=\dfrac{32}{3}-6,14=\dfrac{6793}{1500}\ (\mathrm{m}^2)$.

Vậy tổng số tiền để làm cổng là $6,138.1200000+\dfrac{6793}{1500}.900000=11441400$ đồng.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB,AC,AD lần lượt lấy các điểm B',C',D' thỏa $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x+40y+44z-39=0$ **B.** $16x-40y-44z+39=0$

C. $16x+40y-44z+39=0$ **D.** $16x-40y-44z-39=0$

Lời giải

Chọn C

Đặt $x=\frac{AB'}{AB},y=\frac{AC'}{AC},z=\frac{AD'}{AD}$. Ta có $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Suy ra

$4=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}\Rightarrow xyz\geq\frac{27}{64}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z$.

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1;1);\\ \overrightarrow{AC}=(-2;-2;-1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(3;-1;-4);\overrightarrow{AD}=(-1;2;3)$.

Thể tích của tứ diện ABCD là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{17}{6}$

Lại có $V_{AB'C'D'}=xyzV_{ABCD}\Rightarrow$ tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất khi xyz nhỏ nhất

Khi và chỉ khi $x=y=z=\frac{3}{4}\Rightarrow$ Mặt phẳng mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua điểm B'. Vì $\overrightarrow{AB'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=\left(\frac{3}{4};-\frac{3}{4};\frac{3}{4}\right)$ nên $B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$

$\begin{cases}\overrightarrow{BC}=(-3;-1;-2);\\ \overrightarrow{BD}=(-2;3;2)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(4;10;-11)\Rightarrow(B'C'D')$ nhận VTPT là $\vec{n}=(4;10;-11)$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(B'C'D'):16x+40y-44z+39=0$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M thuộc mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-2y-6z+9=0$. **B.** $2x-2y+6z-9=0$.

C. $2x+2y+6z+9=0$. **D.** $2x-2y+6z+9=0$.

Lời giải

Giả sử $M(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{OM}=(x;y;z)$, $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;z-2)$.

Vì $M\in(S)$ và $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$ nên ta có hệ $\begin{cases}x(x-2)+y(y+2)+z(z-2)=6\\ x^2+y^2+(z+2)^2=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z=6\\ x^2+y^2+z^2+4z+4=1\end{cases}\Rightarrow 2x-2y+6z+9=0$.

Vậy điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình: $2x-2y+6z+9=0$.