

(Đề thi gồm có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề: 123

Câu 1: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox , ta được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 2: $\int_0^e x dx$ bằng

A. 2.

B. $e.$

C. $\frac{e^2}{2}.$

D. $e^2.$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(4;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$

B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1.$

D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

A. $(-2; 4; -1).$

B. $(2; 4; -1).$

C. $(-2; -4; 1).$

D. $(4; -2; -1).$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 6)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $B(0; 2; 6).$

B. $C(-1; 2; 0).$

C. $D(-1; 0; 0).$

D. $E(-1; 0; 6).$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ có đường kính bằng

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): -2x + y - 5 = 0$?

A. $(2; 1; 0).$

B. $(-2; 1; -5).$

C. $(1; -7; 5).$

D. $(-2; 2; -5).$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

B. $\int f(x) dx = f'(x).$

C. $\int f'(x) dx = f(x).$

D. $\int f(x) dx = f'(x) + C.$

Câu 9: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int k \cdot f(x) dx = \int k dx \cdot \int f(x) dx.$

C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Câu 10: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 12.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Câu 11: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^3 f(x)dx = -6$. Khi đó $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 6. C. -4. D. -6.

Câu 12: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $\sin x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3$. Chọn khẳng định đúng ?

- A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3 + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + 3x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + C$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int f(x)dx = e^x + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$.
C. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.

Câu 15: Với mọi số thực $a, b (a \neq 0)$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int \frac{1}{ax+b} dx = -\frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$. B. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.
C. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C$. D. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax-b| + C$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-3; -2; 4), R = \sqrt{5}$. B. $I(3; 2; -4), R = \sqrt{5}$.
C. $I(3; 2; -4), R = 5$. D. $I(-3; -2; 4), R = 5$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int_a^b k f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx$. B. $\int_a^b k f(x) dx = k + \int_a^b f(x) dx$.
C. $\int_a^b k f(x) dx = \int_a^b k dx \cdot \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

Câu 18: Cho $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = -F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Câu 19: Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

- A. $S = -\int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 20: Tích phân $I = \int_1^a \frac{dx}{x}$ ($a > 2$) bằng

- A. $\ln a$. B. $2 \ln a$. C. $a \ln 2$. D. $\ln \frac{a}{2}$.

Câu 21: Đẳng thức nào dưới đây đúng ?

- A. $\int x e^{-x} dx = x e^{-x} - \int e^{-x} dx$. B. $\int x e^{-x} dx = x e^{-x} + \int e^{-x} dx$.
 C. $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^x dx$. D. $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx$.

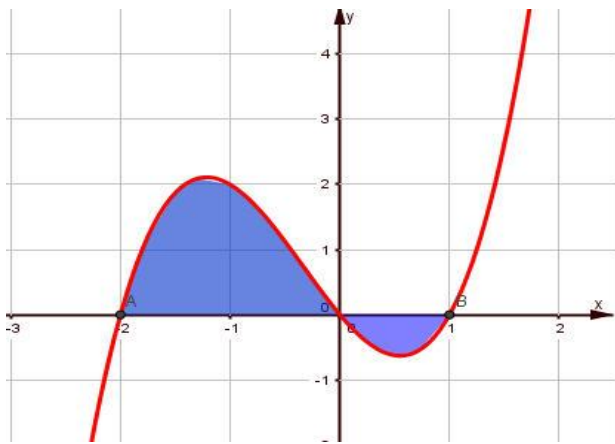
Câu 22: Biết tích phân $\int_0^1 \ln(x+1) dx = a \ln a - b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a+b$ bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 23: Biết rằng $\int_0^a x dx = \frac{a}{2} + 1$ ($a > 0$) và $\int_1^b dx = 2b - 2$. Biểu thức $2a + 4b$ có giá trị bằng

- A. 6. B. 4. C. 8. D. 2.

Câu 24: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) tính theo biểu thức nào dưới đây là đúng?



- A. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$. B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.
 C. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \left| \int_0^1 f(x) dx \right|$. D. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

Câu 25: Nếu hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên \mathbb{R} thì $a+b+c$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. -2.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^4 f(x+1) dx = 8$. Giá trị của $\int_2^3 f(2x-1) dx$ bằng

- A. 16. B. 8. C. 10. D. 4.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và thỏa mãn

$f(1) = -2, f(3) = 6$. Giá trị của $\int_1^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. -8.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục Ox ta

được vật thể tròn xoay có thể tích $V = \frac{\pi(e^a - b)}{a}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 30: Hàm số $F(x) = x \sin x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?

- A. $f(x) = 2 \sin x + x \cos x$. B. $f(x) = 2 \sin x - x \cos x$.
C. $f(x) = -x \cos x$. D. $f(x) = x \cos x - 2 \sin x$.

Câu 31: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + 2f(x)] dx$ bằng

- A. 22. B. 20. C. 28. D. 18.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(3; 1; 2)$. Mặt cầu có tâm là A và đi qua điểm B có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 2), B(0; 1; 3), C(-3; 4; 0)$. Đỉnh tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

- A. $(-2; 3; 1)$. B. $(-4; 5; -1)$.
C. $(2; 3; -1)$. D. $(-4; 5; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $I(2; -3; 1)$ có phương trình là

- A. $3y + z = 0$. B. $3x + y = 0$.
C. $y - 3z = 0$. D. $y + 3z = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(5; 1; 3), B(1; 2; 6), C(5; 0; 4), D(1; 0; 3)$. Mặt phẳng đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $x + y + z - 4 = 0$. B. $x + y + z - 10 = 0$.
C. $4x + 4y + 4z - 14 = 0$. D. $4x + 4y + 4z - 20 = 0$.

Câu 36: Biết $\int x^3 \ln x dx = x^4(a \ln x + b) + C$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $5a + 4b$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 37: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ quay quanh trục Ox ta

được một khối tròn xoay có thể tích $V = \pi\sqrt{a} - \frac{\pi^2}{a}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0; 3)$. B. $(3; 6)$. C. $(1; 5)$. D. $(4; 7)$.

Câu 38: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là $S = a - b \ln b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a + b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 39: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{12}\right)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 40: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \sin 2x$ là

- A. $\sqrt{x} - 2 \cos 2x + C$. B. $\sqrt{x} - \cos 2x + C$.
C. $2\sqrt{x} - \cos 2x + C$. D. $2\sqrt{x} + \cos 2x + C$.

Câu 41: Cho hàm số f liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^5 f(x)dx = 2$, $\int_{-2}^{-1} f(-x)dx = 3$ và $\int_1^2 f(2x)dx = 2$. Tích

phân $\int_4^5 [2 + f(x)]dx$ có giá trị bằng

- A. -1. B. -3. C. 1. D. -2.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$4xf(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{20}$. D. $\frac{\pi}{16}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;6;-1)$ cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

- A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$. B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.
C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$. D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(0) = 0$ và $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích

phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx$ có giá trị bằng

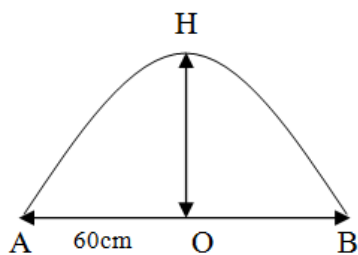
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$f(2) = \frac{1}{15}$ và $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$. Tính $f(1) + f(2) + f(3)$.

- A. $\frac{7}{30}$. B. $\frac{11}{30}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{11}{15}$.

Câu 46: Bạn Bình mua một chiếc gương có đường viền là một Parabol như hình bên dưới. Biết rằng $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương là



- A. 1200cm^2 .
- B. 1400cm^2 .
- C. 900cm^2 .
- D. 1000cm^2 .

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 12.
- B. 9.
- C. 24.
- D. 16.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ và $(Q): 2x+y-z+3=0$. Một mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M , biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ bằng 1, mặt cầu đó có phương trình là

- A. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600$.
- B. $(x+19)^2 + (y+15)^2 + (z-10)^2 = 600$.
- C. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 100$.
- D. $(x+21)^2 + (y+5)^2 + (z-10)^2 = 600$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-3=0$, $(Q): x-y+3z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz của hệ trục tọa độ $Oxyz$ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

- A. $x+y+z+6=0$.
- B. $x+y+z-6=0$.
- C. $x+y-z-3=0$.
- D. $x+y+z-3=0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $G(-1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC , biết phương của

(α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 18.
- B. 12.
- C. 9.
- D. 24.

..... Hết

(Đề thi gồm có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Mã đề: 345

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 6)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào trong các điểm dưới đây ?

- A. $B(0; 2; 6)$. B. $D(-1; 0; 0)$. C. $C(-1; 2; 0)$. D. $E(-1; 0; 6)$.

Câu 2: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int [f(x).g(x)] dx = \int f(x) dx . \int g(x) dx$. B. $\int k.f(x) dx = \int k dx . \int f(x) dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

Câu 3: Tích phân $I = \int_1^a \frac{dx}{x}$ ($a > 2$) bằng

- A. $\ln a$. B. $2 \ln a$. C. $a \ln 2$. D. $\ln \frac{a}{2}$.

Câu 4: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^3 f(x) dx = -6$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. -2. C. -6. D. -4.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $-\sin x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $\sin x + C$.

Câu 6: Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = -\int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int f(x) dx = f'(x) + C$. B. $\int f(x) dx = f'(x)$. C. $\int f'(x) dx = f(x)$.
D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

Câu 8: Với mọi số thực $a, b (a \neq 0)$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\int \frac{1}{ax+b} dx = -\frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$. B. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.
C. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C$. D. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax-b| + C$.

Câu 9: $\int_0^e x dx$ bằng

- A. $\frac{e^2}{2}$. B. e^2 . C. 2. D. e .

Câu 10: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox , ta được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx.$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int f(x) dx = e^{-x} + C.$

B. $\int f(x) dx = e^x + x + C.$

C. $\int f(x) dx = e^x + C.$

D. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C.$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3$. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 - 3 + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 - 3x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 + 3x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^3 + C.$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

A. $(2; 4; -1).$

B. $(4; -2; -1).$

C. $(-2; -4; 1).$

D. $(-2; 4; -1).$

Câu 14: Cho $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = -F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-3; -2; 4), R = \sqrt{5}.$

B. $I(3; 2; -4), R = \sqrt{5}.$

C. $I(3; 2; -4), R = 5.$

D. $I(-3; -2; 4), R = 5.$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b k f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx.$

B. $\int_a^b k f(x) dx = k + \int_a^b f(x) dx.$

C. $\int_a^b k f(x) dx = \int_a^b k dx \cdot \int_a^b f(x) dx.$

D. $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ có đường kính bằng

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 9.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(4; 0; 0), B(0; -3; 0), C(0; 0; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$

B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1.$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1.$

D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$

Câu 19: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 4. C. 8. D. 10.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): -2x + y - 5 = 0$?

- A. $(2; 1; 0)$. B. $(-2; 1; -5)$.
C. $(1; -7; 5)$. D. $(-2; 2; -5)$.

Câu 21: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích $V = \frac{\pi(e^a - b)}{a}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 22: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + 2f(x)] dx$ bằng

- A. 22. B. 20. C. 28. D. 18.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^4 f(x+1) dx = 8$. Giá trị của $\int_2^3 f(2x-1) dx$ bằng

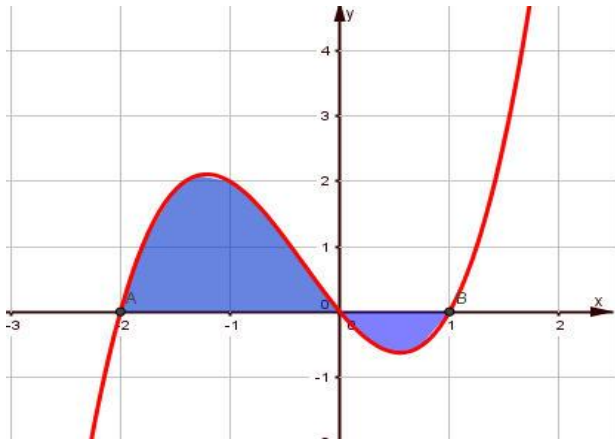
- A. 16. B. 8. C. 10. D. 4.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và thỏa mãn

$f(1) = -2, f(3) = 6$. Giá trị của $\int_1^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. -8.

Câu 25: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) tính theo biểu thức nào dưới đây là đúng?



A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

B. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \left| \int_0^1 f(x) dx \right|$.

Câu 26: Đẳng thức nào dưới đây đúng ?

A. $\int xe^{-x} dx = -xe^{-x} + \int e^x dx$.

B. $\int xe^{-x} dx = -xe^{-x} + \int e^{-x} dx$.

C. $\int xe^{-x} dx = xe^{-x} + \int e^{-x} dx$.

D. $\int xe^{-x} dx = xe^{-x} - \int e^{-x} dx$.

Câu 37: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ trục hoành và đường thẳng $x=2$ là $S = a - b \ln b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a+b$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 7.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $I(2; -3; 1)$ có phương trình là

- A. $3y + z = 0$. B. $y - 3z = 0$.
C. $3x + y = 0$. D. $y + 3z = 0$.

Câu 39: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích $V = \pi\sqrt{a} - \frac{\pi^2}{a}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây ?

- A. $(3; 6)$. B. $(4; 7)$. C. $(1; 5)$. D. $(0; 3)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{5}$. D. 5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$f(2) = \frac{1}{15}$ và $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$. Tính $f(1) + f(2) + f(3)$.

- A. $\frac{7}{30}$. B. $\frac{11}{30}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{11}{15}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(0) = 0$ và $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích

phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn điều kiện

$4xf(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{20}$. C. $\frac{\pi}{16}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$.

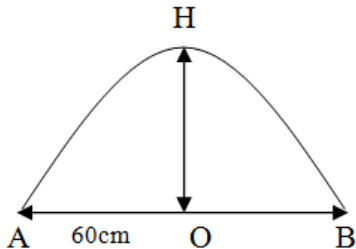
Một mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M , biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ bằng 1, mặt cầu đó có phương trình là

- A. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 100$.
B. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600$.
C. $(x+21)^2 + (y+5)^2 + (z-10)^2 = 600$.
D. $(x+19)^2 + (y+15)^2 + (z-10)^2 = 600$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;6;-1)$ cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

- A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$. B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$.
 C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$. D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.

Câu 46: Bạn Bình mua một chiếc gương có đường viền là một Parabol như hình bên dưới. Biết rằng $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương là



- A. 1400cm^2 . B. 1200cm^2 .
 C. 900cm^2 . D. 1000cm^2 .

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $G(-1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC , biết phương của (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 18. B. 12. C. 9. D. 24.

Câu 48: Cho hàm số f liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^5 f(x)dx = 2$, $\int_{-2}^{-1} f(-x)dx = 3$ và $\int_1^2 f(2x)dx = 2$. Tích

phân $\int_4^5 [2 + f(x)]dx$ có giá trị bằng

- A. -1. B. 1. C. -3. D. -2.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 16. B. 24. C. 9. D. 12.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-3=0$, $(Q): x-y+3z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz của hệ trục tọa độ $Oxyz$ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

- A. $x+y+z+6=0$. B. $x+y+z-6=0$.
 C. $x+y-z-3=0$. D. $x+y+z-3=0$.

..... Hết

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3$. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3 + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + C$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-3; -2; 4), R = \sqrt{5}$.

B. $I(3; 2; -4), R = \sqrt{5}$.

C. $I(3; 2; -4), R = 5$.

D. $I(-3; -2; 4), R = 5$.

Câu 12: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

D. $\int k.f(x)dx = \int kdx \cdot \int f(x)dx$.

Câu 13: Cho $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = -F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

Câu 14: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^3 f(x)dx = -6$. Khi đó $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 6.

B. -4.

C. -2.

D. -6.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b k f(x)dx = \int_a^b f(kx)dx$.

B. $\int_a^b k f(x)dx = k + \int_a^b f(x)dx$.

C. $\int_a^b k f(x)dx = \int_a^b kdx \cdot \int_b^a f(x)dx$.

D. $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ có đường kính bằng

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 9.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(4; 0; 0), B(0; -3; 0), C(0; 0; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$.

C. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1$.

D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 18: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 12.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 6)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $D(-1; 0; 0)$.

B. $C(-1; 2; 0)$.

C. $B(0; 2; 6)$.

D. $E(-1; 0; 6)$.

Câu 20: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox , ta được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_a^b f^2(x)dx.$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$

C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x)dx.$

D. $V = \pi \int_a^b f(x)dx.$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^4 f(x+1)dx = 8$. Giá trị của $\int_2^3 f(2x-1)dx$ bằng

A. 10.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Câu 22: Biết rằng $\int_0^a xdx = \frac{a}{2} + 1 (a > 0)$ và $\int_1^b dx = 2b - 2$. Biểu thức $2a + 4b$ có giá trị bằng

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 2), B(0; 1; 3), C(-3; 4; 0)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

A. $(-4; 5; 1).$

B. $(-2; 3; 1).$

C. $(2; 3; -1).$

D. $(-4; 5; -1).$

Câu 24: Hàm số $F(x) = x \sin x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $f(x) = 2 \sin x + x \cos x.$

B. $f(x) = x \cos x - 2 \sin x.$

C. $f(x) = -x \cos x.$

D. $f(x) = 2 \sin x - x \cos x.$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và thỏa mãn

$f(1) = -2, f(3) = 6$. Giá trị của $\int_1^3 f'(x)dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. -8.

D. 4.

Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + 2f(x)]dx$ bằng

A. 18.

B. 28.

C. 22.

D. 20.

Câu 27: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là $S = a - b \ln b (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Tổng $a + b$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 28: Nếu hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên \mathbb{R} thì $a + b + c$ bằng

A. -2.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 29: Biết $\int x^3 \ln x dx = x^4 (a \ln x + b) + C (a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $5a + 4b$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. -2.

Câu 30: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\int x e^{-x} dx = x e^{-x} + \int e^{-x} dx.$

B. $\int x e^{-x} dx = x e^{-x} - \int e^{-x} dx.$

C. $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx.$

D. $\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + \int e^x dx.$

Câu 31: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \sin 2x$ là

- A. $\sqrt{x} - 2 \cos 2x + C.$ B. $\sqrt{x} - \cos 2x + C.$
 C. $2\sqrt{x} - \cos 2x + C.$ D. $2\sqrt{x} + \cos 2x + C.$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $I(2; -3; 1)$ có phương trình là

- A. $3y + z = 0.$ B. $y - 3z = 0.$
 C. $3x + y = 0.$ D. $y + 3z = 0.$

Câu 33: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ quay quanh trục Ox ta

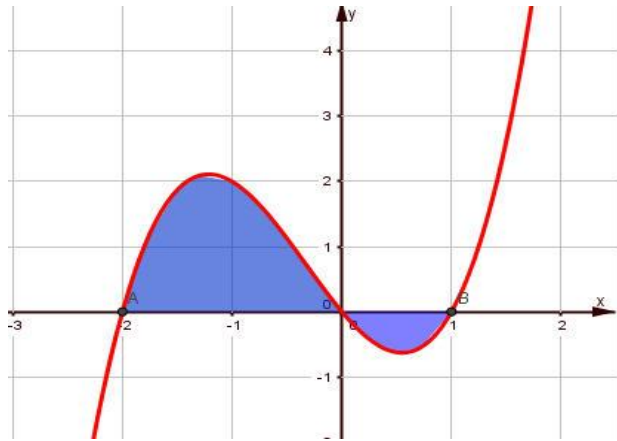
được một khối tròn xoay có thể tích $V = \pi\sqrt{a} - \frac{\pi^2}{a}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây ?

- A. (3;6). B. (4;7). C. (1;5). D. (0;3).

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(5;1;3), B(1;2;6), C(5;0;4), D(1;0;3)$. Mặt phẳng đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $4x + 4y + 4z - 14 = 0.$ B. $x + y + z - 4 = 0.$
 C. $4x + 4y + 4z - 20 = 0.$ D. $x + y + z - 10 = 0.$

Câu 35: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) tính theo biểu thức nào dưới đây là đúng?



- A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx.$ B. $S = \int_0^1 f(x)dx - \int_{-2}^0 f(x)dx.$
 C. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx.$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \left| \int_0^1 f(x)dx \right|.$

Câu 36: Biết tích phân $\int_0^1 \ln(x+1)dx = a \ln a - b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a + b$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng

- A. $\sqrt{13}.$ B. $2\sqrt{5}.$ C. $\sqrt{5}.$ D. 5.

Câu 38: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục Ox ta được vật thể tròn xoay có thể tích $V = \frac{\pi(e^a - b)}{a}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 39: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{12}\right)$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(3; 1; 2)$. Mặt cầu có tâm là A và đi qua điểm B có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(0) = 0$ và $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích

phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$.

Một mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M , biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ bằng 1, mặt cầu đó có phương trình là

- A. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 100$.
B. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600$.
C. $(x+21)^2 + (y+5)^2 + (z-10)^2 = 600$.
D. $(x+19)^2 + (y+15)^2 + (z-10)^2 = 600$.

Câu 43: Cho hàm số f liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^5 f(x)dx = 2, \int_{-2}^{-1} f(-x)dx = 3$ và $\int_1^2 f(2x)dx = 2$. Tích

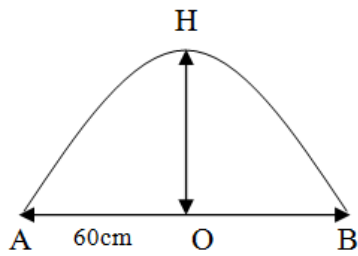
phân $\int_4^5 [2 + f(x)]dx$ có giá trị bằng

- A. -1. B. 1. C. -3. D. -2.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4; 6; -1)$ cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

- A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$. B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.
C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$. D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Câu 45: Bạn Bình mua một chiếc gương có đường viền là một Parabol như hình bên dưới. Biết rằng $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương là



- A. 1400cm^2 .
- B. 1200cm^2 .
- C. 900cm^2 .
- D. 1000cm^2 .

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $G(-1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC , biết phương của (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 9.
- B. 12.
- C. 18.
- D. 24.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 16.
- B. 9.
- C. 24.
- D. 12.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-3=0$, $(Q): x-y+3z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz của hệ trục tọa độ $Oxyz$ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

- A. $x+y-z-3=0$.
- B. $x+y+z+6=0$.
- C. $x+y+z-6=0$.
- D. $x+y+z-3=0$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$$f(2) = \frac{1}{15} \text{ và } f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0. \text{ Tính } f(1) + f(2) + f(3).$$

- A. $\frac{11}{15}$.
- B. $\frac{11}{30}$.
- C. $\frac{7}{30}$.
- D. $\frac{7}{15}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$$4xf(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x)dx \text{ có giá trị bằng}$$

- A. $\frac{\pi}{20}$.
- B. $\frac{\pi}{6}$.
- C. $\frac{\pi}{16}$.
- D. $\frac{\pi}{4}$.

..... Hết

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(4;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1.$ C. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$ D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1.$

Câu 2: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^3 f(x)dx = -6$. Khi đó $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 6. B. -4. C. -2. D. -6.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-3;-2;4), R = \sqrt{5}.$ B. $I(3;2;-4), R = \sqrt{5}.$
C. $I(3;2;-4), R = 5.$ D. $I(-3;-2;4), R = 5.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$ có đường kính bằng

A. 6. B. 4. C. 3. D. 9.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b k f(x)dx = \int_a^b f(kx)dx.$ B. $\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$
C. $\int_a^b k f(x)dx = k + \int_a^b f(x)dx.$ D. $\int_a^b k f(x)dx = \int_a^b k dx \cdot \int_b^a f(x)dx.$

Câu 6: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 12. B. 4. C. 8. D. 10.

Câu 7: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

A. $-\cos x + C.$ B. $-\sin x + C.$ C. $\cos x + C.$ D. $\sin x + C.$

Câu 8: Với mọi số thực $a, b (a \neq 0)$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax-b| + C.$ B. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + C.$
C. $\int \frac{1}{ax+b} dx = -\frac{1}{a} \ln|ax+b| + C.$ D. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C.$

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + 3$. Chọn khẳng định đúng ?

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + C$.

Câu 10: Xét các hàm số $f(x), g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

B. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

D. $\int k.f(x)dx = \int kdx \int f(x)dx$.

Câu 11: Tích phân $I = \int_1^a \frac{dx}{x}$ ($a > 2$) bằng

A. $2 \ln a$.

B. $\ln \frac{a}{2}$.

C. $\ln a$.

D. $a \ln 2$.

Câu 12: Cho $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(a) - F(b)$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x + C$.

Câu 14: Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

B. $S = -\int_a^b f(x)dx$.

C. $S = \int_a^b f(x)dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

A. $(2; 4; -1)$.

B. $(-2; -4; 1)$.

C. $(-2; 4; -1)$.

D. $(4; -2; -1)$.

Câu 16: $\int_0^e xdx$ bằng

A. 2.

B. e .

C. $\frac{e^2}{2}$.

D. e^2 .

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int f(x)dx = f'(x)$.

B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

C. $\int f(x)dx = f'(x) + C$.

D. $\int f'(x)dx = f(x)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 6)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $D(-1; 0; 0)$.

B. $C(-1; 2; 0)$.

C. $B(0; 2; 6)$.

D. $E(-1; 0; 6)$.

Câu 19: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay xung quanh trục Ox , ta được một khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_a^b f^2(x)dx.$ B. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x)dx.$ C. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$ D. $V = \pi \int_a^b f(x)dx.$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P) : -2x + y - 5 = 0$?

A. $(2; 1; 0).$ B. $(-2; 1; -5).$
C. $(-2; 2; -5).$ D. $(1; -7; 5).$

Câu 21: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{3}$ quay quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay, cho biết thể tích của nó là biểu thức có dạng $\pi\sqrt{a} - \frac{\pi^2}{a}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(3; 6).$ B. $(4; 7).$ C. $(1; 5).$ D. $(0; 3).$

Câu 22: Biết rằng $\int_0^a x dx = \frac{a}{2} + 1 (a > 0)$ và $\int_1^b dx = 2b - 2$. Biểu thức $2a + 4b$ có giá trị bằng

A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 2), B(0; 1; 3), C(-3; 4; 0)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

A. $(-4; 5; -1).$ B. $(2; 3; -1).$
C. $(-2; 3; 1).$ D. $(-4; 5; 1).$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1), B(3; 1; 2)$. Mặt cầu có tâm là A và đi qua điểm B có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9.$ B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3.$
C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 3.$ D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 25: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 \sin 2x$ là

A. $\sqrt{x} - 2 \cos 2x + C.$ B. $\sqrt{x} - \cos 2x + C.$
C. $2\sqrt{x} - \cos 2x + C.$ D. $2\sqrt{x} + \cos 2x + C.$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^4 f(x+1)dx = 8$. Giá trị của $\int_2^3 f(2x-1)dx$ bằng

A. 8. B. 16. C. 10. D. 4.

Câu 27: Nếu hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên \mathbb{R} thì $a+b+c$ bằng

A. 2. B. 1. C. -2. D. 3.

Câu 28: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là $S = a - b \ln b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a+b$ bằng

A. 7. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 29: Đẳng thức nào dưới đây đúng ?

A. $\int xe^{-x} dx = -xe^{-x} + \int e^x dx.$

B. $\int xe^{-x} dx = xe^{-x} + \int e^{-x} dx.$

C. $\int xe^{-x} dx = xe^{-x} - \int e^{-x} dx.$

D. $\int xe^{-x} dx = -xe^{-x} + \int e^{-x} dx.$

Câu 30: Biết tích phân $\int_0^1 \ln(x+1)dx = a \ln a - b$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a+b$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $I(2; -3; 1)$ có phương trình là

A. $3y + z = 0.$

B. $y - 3z = 0.$

C. $3x + y = 0.$

D. $y + 3z = 0.$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(5; 1; 3), B(1; 2; 6), C(5; 0; 4), D(1; 0; 3)$. Mặt phẳng đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

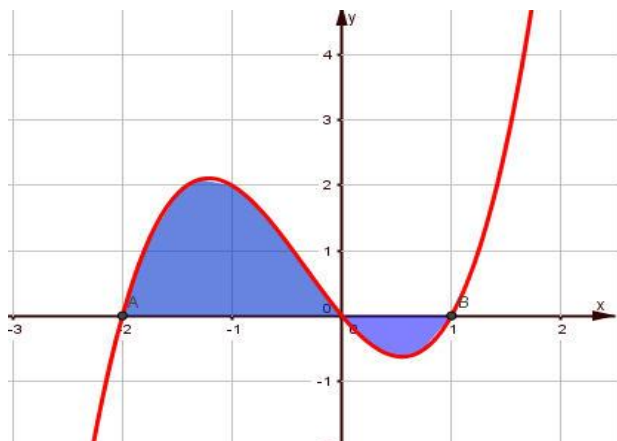
A. $x + y + z - 4 = 0.$

B. $4x + 4y + 4z - 14 = 0.$

C. $4x + 4y + 4z - 20 = 0.$

D. $x + y + z - 10 = 0.$

Câu 33: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trong hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) tính theo biểu thức nào dưới đây là đúng?



A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \left| \int_0^1 f(x)dx \right|.$

B. $S = \int_0^1 f(x)dx - \int_{-2}^0 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx.$

D. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx.$

Câu 34: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + 2f(x)]dx$ bằng

A. 20.

B. 18.

C. 22.

D. 28.

Câu 35: Hàm số $F(x) = x \sin x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?

A. $f(x) = x \cos x - 2 \sin x.$

B. $f(x) = 2 \sin x + x \cos x.$

C. $f(x) = -x \cos x.$

D. $f(x) = 2 \sin x - x \cos x.$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{13}.$

B. $2\sqrt{5}.$

C. $\sqrt{5}.$

D. 5.

Câu 44: Cho hàm số f liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_1^5 f(x)dx = 2$, $\int_{-2}^{-1} f(-x)dx = 3$ và $\int_1^2 f(2x)dx = 2$. Tích

phân $\int_4^5 [2 + f(x)]dx$ có giá trị bằng

- A. 1. B. -2. C. -3. D. -1.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$f(2) = \frac{1}{15}$ và $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$. Tính $f(1) + f(2) + f(3)$.

- A. $\frac{11}{15}$. B. $\frac{11}{30}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{7}{15}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 16. B. 9. C. 24. D. 12.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(0) = 0$ và $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích

phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $-\frac{\pi}{4}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4; 6; -1)$ cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

- A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$. B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$.
C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$. D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 3 = 0$, $(Q): x - y + 3z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz của hệ trục tọa độ $Oxyz$ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

- A. $x + y - z - 3 = 0$. B. $x + y + z + 6 = 0$.
C. $x + y + z - 6 = 0$. D. $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn điều kiện

$4xf(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\pi}{20}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{16}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

..... Hết

KIỂM TRA GIỮA KỲ 2 NĂM HỌC 2023-2024
ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN - LỚP 12

Câu	Mã đề 123	Mã đề 345	Mã đề 567	Mã đề 789
1	B	C	C	D
2	C	C	B	B
3	D	A	D	A
4	B	D	C	A
5	B	D	A	B
6	D	C	D	D
7	B	D	B	D
8	A	B	D	D
9	C	A	A	C
10	D	C	C	A
11	C	B	A	C
12	A	C	C	A
13	C	A	A	C
14	D	A	B	D
15	B	A	D	A
16	A	D	A	C
17	D	B	C	B
18	A	B	D	B
19	C	D	B	C
20	A	B	B	B
21	D	D	B	C
22	A	D	D	C
23	C	D	D	A
24	C	B	A	A
25	A	D	A	C
26	D	B	A	D
27	B	C	B	B
28	C	B	B	D
29	D	A	C	D
30	A	B	C	A
31	D	C	C	D
32	B	C	D	A
33	B	A	C	A
34	D	A	B	B
35	A	B	D	B
36	A	C	A	D
37	C	A	D	B
38	B	D	B	B
39	C	C	C	A
40	C	D	D	C
41	B	A	A	A
42	C	A	B	B
43	D	B	C	B
44	C	B	D	C
45	A	C	B	C
46	A	B	B	D
47	A	B	D	B
48	A	C	D	C
49	D	D	C	D
50	B	D	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU TRẮC NGHIỆM VẬN DỤNG

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;6;-1)$ cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I có phương trình là

- A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$. B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.
 C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$. D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Giải

Gọi H là hình chiếu của $I(4;6;-1)$ trên $Ox \Rightarrow H(4;0;0) \Rightarrow IH = d(I; Ox) = \sqrt{37}$

Vì tam giác ABC vuông cân tại I nên $AB = 2IH = 2\sqrt{37} \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 37 + 37 = 74$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 12. B. 24. C. 9. D. 16.

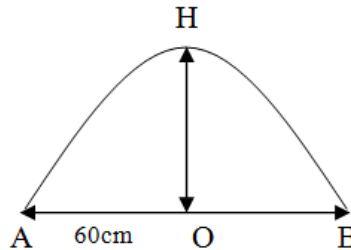
Giải

Ta có $AB = AC = \sqrt{26}, BC = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ Tam giác ABC cân tại A .

Kẻ đường cao AH của tam giác $ABC \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{26 - 8} = 3\sqrt{2}$.

Vậy $S = \frac{1}{2}BC.AH = 12$.

Câu 45. Bạn Bình mua một chiếc gương có đường viền là một Parabol như hình bên dưới. Biết rằng $AB = 60\text{cm}, OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương là



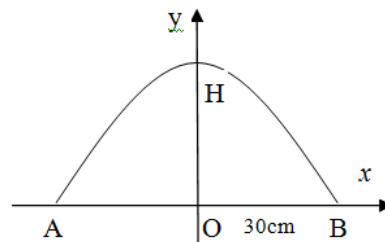
- A. 1200cm^2 . B. 1400cm^2 . C. 900cm^2 . D. 1000cm^2 .

Giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Đường viền chiếc gương là đường Parabol $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đỉnh $H(0;30)$ và đi qua điểm $B(30;0)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = 30 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ 900a + 30b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 30 \\ b = 0 \\ a = -\frac{1}{30} \end{cases}$$



Diện tích chiếc gương là diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -\frac{1}{30}x^2 + 30$ và trục hoành.

Diện tích chiếc gương là: $S = \int_{-30}^{30} \left| -\frac{1}{30}x^2 + 30 \right| dx = 2 \int_0^{30} \left(-\frac{1}{30}x^2 + 30 \right) dx = 1200 (\text{cm}^2)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$f(2) = \frac{1}{15}$ và $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$. Tính $f(1) + f(2) + f(3)$.

- A.** $\frac{7}{30}$. **B.** $\frac{11}{30}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{11}{15}$.

Giải

Vì $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$ và $f(x) > 0$, với mọi $x \in (0; +\infty)$ nên ta có $-\frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+4$.

Suy ra $\frac{1}{f(x)} = x^2 + 4x + C$. Mặt khác $f(2) = \frac{1}{15}$ nên $C = 3$ hay $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$.

Do đó $f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} = \frac{7}{30}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$4xf(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ có giá trị bằng

- A.** $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{20}$. **D.** $\frac{\pi}{16}$.

Giải

Từ $4x.f(x^2) + 3f(x-1) = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 2 \int_0^1 2xf(x^2)dx + 3 \int_0^1 f(1-x)dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$ (*)

+) Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2xdx$; Với $x = 0 \Rightarrow u = 0$ và $x = 1 \Rightarrow u = 1$.

Khi đó $\int_0^1 2xf(x^2)dx = \int_0^1 f(u)du = \int_0^1 f(x)dx$ (1)

+) Đặt $t = 1-x \Rightarrow dt = -dx$; Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$ và $x = 1 \Rightarrow t = 0$.

Khi đó $\int_0^1 f(1-x)dx = \int_1^0 f(t)dt = \int_0^1 f(x)dx$ (2)

Thay (1),(2) vào (*) ta được:

$2 \int_0^1 f(x)dx + 3 \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{5} \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx = \frac{\pi}{20}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn \mathbb{R} , $f(0) = 0$ và $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x)dx$ có giá trị bằng

- A.** $\frac{\pi}{4}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Giải

$$\text{Từ } f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \quad (*)$$

$$\text{Đặt } u = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow du = -dx$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow u = \frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 0.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(u) du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx, \text{ thay vào } (*) \text{ ta được}$$

$$2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x) dx = xf(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{2} f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \quad (**)$$

$$\text{Từ điều kiện } f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x \text{ suy ra}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) + f(0) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) và (2) vào } (**), \text{ ta được } \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(x) dx = -\frac{1}{4}.$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 3 = 0$, $(Q): x - y + 3z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua giao tuyến của (P) và (Q) đồng thời cắt các tia Ox, Oy, Oz của hệ trục tọa độ $Oxyz$ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

A. $x + y + z + 6 = 0$. **B.** $x + y + z - 6 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x + y + z - 3 = 0$.

Giải

Chọn $M(3;0;0), N(1;1;1)$ thuộc giao tuyến của $(P), (Q)$

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (α) với các tia Ox, Oy, Oz

$$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$$

$$M, N \in (\alpha) \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} = 1 \Rightarrow a = 3 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \end{cases}$$

Hình chóp $O.ABC$ đều $\Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow a = b = c = 3$.

Vậy phương trình của $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M , biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ bằng 1, phương trình của (S) là

A. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600.$

B. $(x+19)^2 + (y+15)^2 + (z-10)^2 = 600.$

C. $(x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 100.$

D. $(x+21)^2 + (y+5)^2 + (z-10)^2 = 600.$

Giải

Vì $M \in (Oxy)$ và có hoành độ bằng 1 nên $M(1; y; 0).$

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm $M \Rightarrow M \in (Q) \Rightarrow M(1; -5; 0).$

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu $(S).$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -1)$

Ta có (S) tiếp xúc với mp (Q) tại M nên $IM \perp (Q)$

$$\Leftrightarrow \overline{MI} = t\vec{n}, (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = 2t \\ b+5 = t \\ c = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1+2t \\ b = -5+t \\ c = -t \end{cases} \Rightarrow I(1+2t; -5+t; -t)$$

$$I \in (P) \Leftrightarrow 1+2t-2(-5+t)-t-1=0 \Leftrightarrow t=10 \Rightarrow I(21; 5; -10).$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S): R = d(I; (Q)) = \frac{|2 \cdot 21 + 5 + 10 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 10\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu } (S): (x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600.$$