

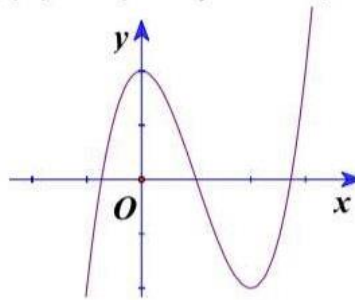
Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 633

Câu 1. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*; k \in \mathbb{N}; n \geq k$. Chọn kết luận đúng

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. C. $A_n^1 = 1$. D. $C_n^0 = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 3. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt bằng:

- A. 20; 30; 12. B. 30; 12; 20. C. 12; 30; 20. D. 20; 12; 30.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. 3. B. -2. C. -1. D. 2.

Câu 5. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm là $1 + 2i$?

- A. $z^2 - 2z + 5 = 0$. B. $z^2 + 2z + 3 = 0$. C. $z^2 - 2z + 3 = 0$. D. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $|z| = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$. B. $z \cdot \bar{z}$ là một số thực. C. $a \cdot \bar{z}$ là một số thực dương. D. $z \cdot \bar{z}$ là một số phức.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 0. B. 2. C. vô số. D. 1.

Câu 8. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

- A. $F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$. B. $F(x) = \cos^2 x - \frac{1}{4}$. C. $F(x) = \frac{-1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{6}$. D. $F(x) = \frac{-1}{2} \cos 2x$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$+$	0	$-$
y	2	4	3	-1	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 10. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng:

- A. $l^2 = hR$. B. $R^2 = h^2 + l^2$. C. $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{R^2}$. D. $l^2 = h^2 + R^2$.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là:

- A. $2x + C$. B. $x^3 + C$. C. $x + C$. D. $\frac{x^3}{3} + C$.

Câu 13. Cho mặt cầu có R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu đó. Công thức nào sau đây sai?

- A. $S = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $3V = S.R$. D. $S = \pi R^2$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là:

- A. $S = \{-1; 2\}$. B. $S = \{-1; 4\}$. C. $S = \{-1\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus 2$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	1	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$.

Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc (P) có phương trình:

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$. B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
 C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_6 = 2$ và $u_8 = 8$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. $\sqrt{2}$. B. $\pm \frac{1}{2}$. C. 4. D. ± 2 .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, gọi đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + z = 0$; $(\beta): x + y - z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

- A. $\vec{u}_1 = (4; 2; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 2; 4)$. C. $\vec{u}_4 = (2; 2; 2)$. D. $\vec{u}_3 = (2; 4; 2)$.

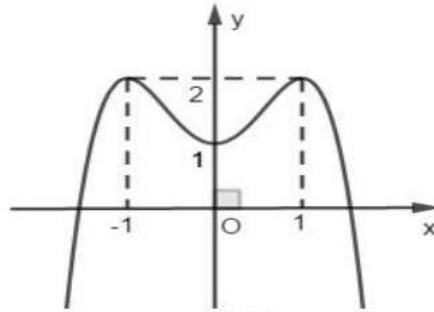
Câu 20. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là:

- A. Bh . B. $\frac{1}{3}Bh$. C. $\frac{4}{3}Bh$. D. $3Bh$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+1=0$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+4t \\ z=5-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=1-3t \\ z=5+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \\ z=5-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \\ z=5-2t \end{cases}$.

Câu 22. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{4}$ là



- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 23. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

- A. 0,3 B. 0,25 C. 0,15 D. 0,45

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

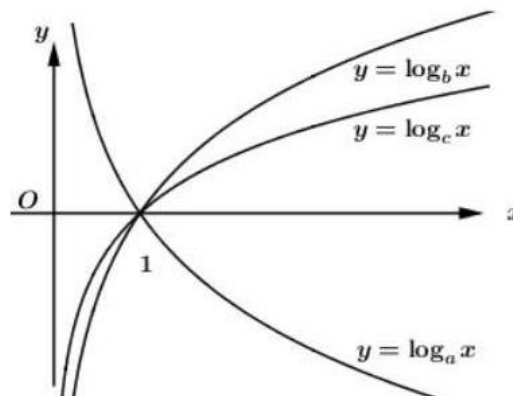
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là:

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$. D. $y' = \frac{x}{\ln 10}$.

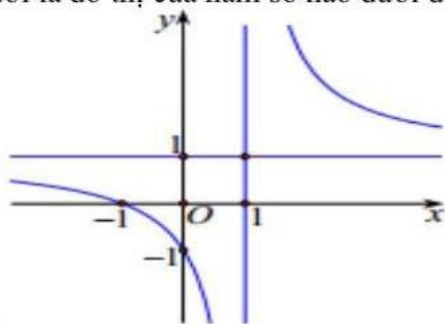
Câu 26. Cho hai hàm số $y = \log_a x; y = \log_b x; \log_c x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1 có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $0 < a < 1 < c$ B. $0 < a < 1 < b$. C. $1 < c < b$ D. $b > 1$.

Câu 27. Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



- A. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $\int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $\int_0^2 f(3x) dx = 6$. B. $\int_0^2 f(3x) dx = 4$. C. $\int_0^2 f(3x) dx = -4$. D. $\int_0^2 f(3x) dx = 36$.

Câu 29. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 [3 - 5f(x)] dx$ bằng:

- A. -15. B. -26. C. -22. D. -28.

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $[1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $N(1; 0; 3)$ B. $P(1; 0; 0)$ C. $Q(0; 2; 0)$ D. $M(0; 2; 3)$

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$.

Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = 4$.

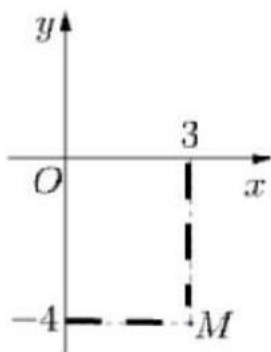
Câu 33. Mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n} = (3; 2; -3)$. C. $\vec{n} = (3; 2; 3)$. D. $\vec{n} = (2; 3; -2)$.

Câu 34. Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là:

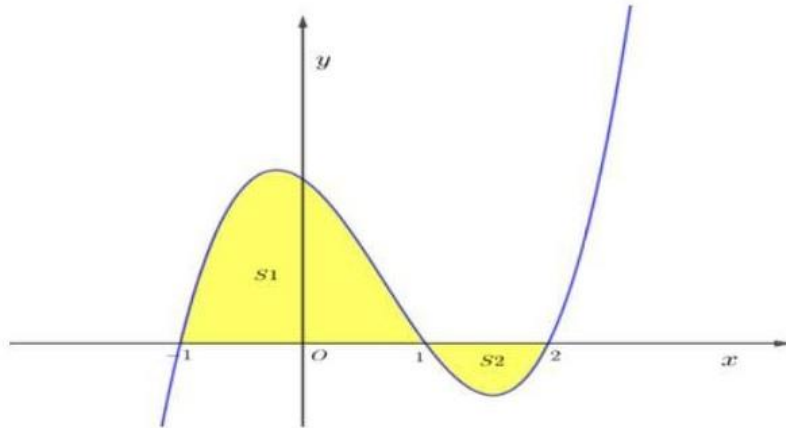
- A. $\bar{z} = -1 - 2i$. B. $\bar{z} = -1 + 2i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 1 + 2i$.

Câu 35. Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên. Tìm a, b .



- A. $a = -4; b = -3$. B. $a = 3; b = -4$. C. $a = -4; b = 3$. D. $a = 3; b = 4$.

Câu 36. Cho đồ thị của hàm số $(C): y = f(x)$ như hình vẽ. Biết (C) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1; x = 1; x = 2$ và diện tích hình phẳng giới bởi $(C); Ox; x = -1; x = 1$ bằng $S_1 = 15$ và hai diện tích hình phẳng giới bởi $(C); Ox; x = 1; x = 2$ bằng $S_2 = 3$.



Giá trị của $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng:

- A. 20. B. -10. C. 18. D. 12.

Câu 37. Cho hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số chỉ có một điểm cực trị.

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$. C. $0 < m < 1$. D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Câu 38. Cho phương trình $\log_3^2(3x) + \log_3 x + m - 1 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 39. Trong không gian, cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-1; 1]$) là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng:

- A. $\frac{16\pi}{3}$ B. π C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng:

- A. 1. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. 2.

Câu 42. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo (lãi kép). Hỏi sau ít nhất n năm ($n \in \mathbb{N}^*$) thì người đó có được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng.

- A. $n = 8$. B. $n = 9$. C. $n = 10$. D. $n = 7$.

Câu 43. Cho hình trụ có tâm hai đường tròn đáy lần lượt là O và O' , bán kính đáy hình trụ bằng a . Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho AB tạo với trục của hình trụ một góc 30° và có khoảng cách đến trục của hình trụ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $O.O'AB$.

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^4}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $y = |8^x - 3(m+2)4^x + 3m(m+4)2^x|$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

- A. 2022. B. 2020. C. 4039. D. 4037.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2023$ và $1 \leq y \leq 2023$ và $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 2^{y+4} + \log_2(2x+1)$.

- A. 2022. B. 1011. C. 1012. D. 2023.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f'(x) = 2xe^x, \forall x \in \mathbb{R}; f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2f(x); y = f'(x)$ và trục tung bằng:

- A. $\frac{2e\sqrt{e}-5}{2}$. B. $3-e$. C. $3-e^2$. D. $\frac{e\sqrt{e}-5}{2}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 = 8$ và điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M cắt mặt cầu S tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất của tam giác OAB .

- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{7}$. C. 4. D. $\sqrt{7}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại đỉnh A và D . Biết độ dài $AB = 4a, AD = 3a, CD = 5a$ và tam giác SBC đều và góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{27\sqrt{10}a^3}{4}$. B. $\frac{27a^3}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{10}a^3}{8}$. D. $\frac{27a^3}{8}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta : \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{2}$.

$\Delta' = \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Mặt phẳng $(P) : 2x + my + nz + p = 0 (m; n; p \in \mathbb{R})$ chứa đường thẳng Δ tạo với đường thẳng Δ' một góc lớn nhất. Khi đó tích của $m; n; p$ bằng:

- A. 60. B. -30. C. -20. D. 30.

Câu 50. Trên tập hợp số phức, xét phương trình bậc hai $z^2 - 2(2m-3)z + m^2 = 0 = 0$ (với m là số thực). Tính tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $2(|z_1|z_2| + z_2|z_1|) = |z_1z_2|$.

- A. $\frac{12}{7}$. B. $\frac{185}{63}$. C. 0. D. $\frac{11}{9}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2A	3C	4A	5A	6C	7D	8A	9C	10A	11D	12D	13D	14D	15D
16A	17D	18D	19B	20B	21B	22C	23C	24D	25B	26C	27D	28B	29C	30D
31D	32A	33B	34D	35B	36D	37D	38C	39C	40C	41B	42B	43B	44C	45B
46A	47D	48C	49C	50A										

HƯỚNG DẪN GIẢI

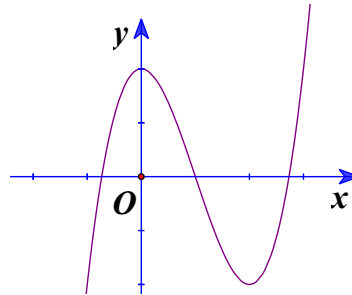
Câu 1. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$; $k \in \mathbb{N}$; $n \geq k$. Chọn kết luận đúng

- A.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. **C.** $A_n^1 = 1$. **D.** $C_n^0 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có số đỉnh, số cạnh và số mặt lần lượt bằng

- A.** 20; 30; 12. **B.** 30; 12; 20. **C.** 12; 30; 20. **D.** 20; 12; 30.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A.** 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$y(-2) = -1, y(-1) = 3, y(1) = -1, y(2) = 3$$

$$\Rightarrow \max_{[-2;2]} y = 3$$

Câu 5. Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm là $1 + 2i$?

- A.** $z^2 - 2z + 5 = 0$. **B.** $z^2 + 2z + 3 = 0$. **C.** $z^2 - 2z + 3 = 0$. **D.** $z^2 + 2z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $|z| = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

B. $z \cdot \bar{z}$ là một số thực.

C. $z \cdot \bar{z}$ là một số thực dương.

D. $z \cdot \bar{z}$ là một số phức.

Lời giải

Chọn C

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 \geq 0, \forall a, b \in \mathbb{R}.$$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right). \text{ Mà } x \text{ nguyên nên } x=1.$$

Câu 8. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$ biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}$.

B. $F(x) = \cos^2 x - \frac{1}{4}$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{6}$.

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Lời giải

Chọn A

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C = -\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x) + C = \sin^2 x - \frac{1}{2} + C.$$

$$\text{Suy ra: } F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow C - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \sin^2 x - \frac{1}{4}.$$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	2	4	3	-1	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = -1$; $y = 2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 10. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Lăng trụ tam giác đều nên đáy là tam giác đều và cạnh bên vuông góc đáy nên

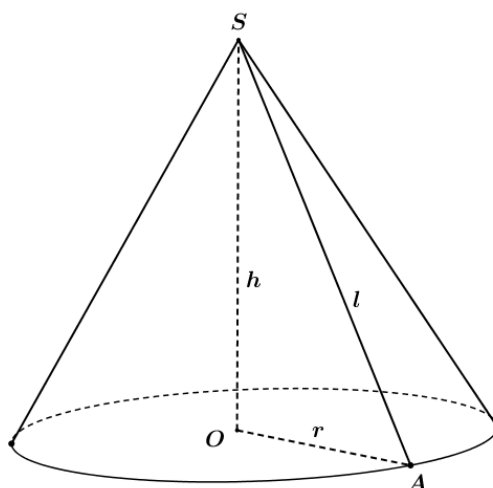
$$V = S.h = \left(\frac{3^2\sqrt{3}}{4} \right) . 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 11. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

- A. $l^2 = hR$ B. $R^2 = h^2 + l^2$ C. $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{R^2}$ D. $l^2 = h^2 + R^2$

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác vuông SOA : $SA^2 = SO^2 + OA^2 \Leftrightarrow l^2 = h^2 + R^2$.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A. $2x + C$. B. $x^3 + C$. C. $x + C$. D. $\frac{x^3}{3} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 13. Cho mặt cầu có R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích của khối cầu đó. Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $S = 4\pi R^2$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $3V = S.R$. D. $S = \pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối cầu với bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Diện tích khối cầu với bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Suy ra $\frac{V}{S} = \frac{R}{3} \Leftrightarrow 3V = S.R$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là:

- A.** $S = \{-1; 2\}$.
- B.** $S = \{-1; 4\}$.
- C.** $S = \{-1\}$.
- D.** $S = \{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow 7^{-x^2+2x+3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 2\}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{-6}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	1	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 4.
- B.** 1.
- C.** 3.
- D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đổi dấu 4 lần qua các giá trị của x , mà hàm số liên tục trên \mathbb{R} nên có 4 cực trị.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc (P) có phương trình:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu (S) là khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P)

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - (-3) - 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2.$$

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 2$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4.$$

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_6 = 2$ và $u_8 = 8$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\sqrt{2}.$

B. $\pm \frac{1}{2}.$

C. $4.$

D. $\pm 2.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_6 = 2 \\ u_8 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^5 = 2 \\ u_1 \cdot q^7 = 8 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = \pm 2.$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, gọi đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + z = 0$; $(\beta): x + y - z + 4 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ ?

A. $\vec{u}_1 = (4; 2; 2).$

B. $\vec{u}_2 = (2; 2; 4).$

C. $\vec{u}_4 = (2; 2; 2).$

D. $\vec{u}_3 = (2; 4; 2).$

Lời giải

Chọn B

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; -3; 1).$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n}_\beta = (1; 1; -1).$

Vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 2; 4).$

Câu 20. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $Bh.$

B. $\frac{1}{3}Bh.$

C. $\frac{4}{3}Bh.$

D. $3Bh.$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh.$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua $A(1; 1; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$

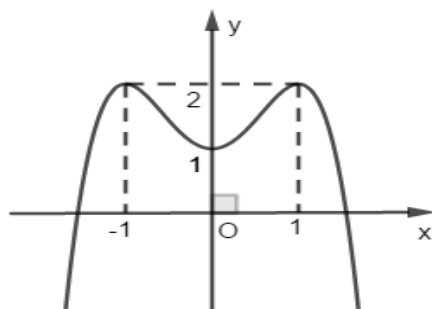
Lời giải

Chọn B

Từ $(P): x+3y-2z+1=0 \Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;-2)$ cũng là véc tơ chỉ phương của

đường thẳng d đi qua $A(1;1;5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) . Vậy $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=1-3t \\ z=5+2t \end{cases}$

Câu 22. Cho hàm bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{3}{4}$ là:



A. 3.

B. 1.

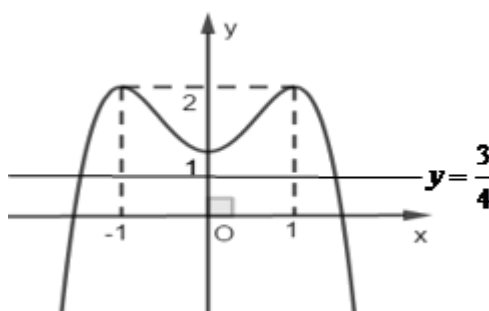
C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị như sau:



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm chung với đường thẳng $y=\frac{3}{4}$ nên phương trình có hai nghiệm.

Câu 23. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A. 0,3.

B. 0,25.

C. 0,15.

D. 0,45.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega)=20$.

Gọi A là biến cố lấy được thẻ ghi số lẻ và chia hết cho 3.

$A=\{3,9,15\} \Rightarrow n(A)=3$.

Vậy $P(A)=\frac{3}{20}=0,15$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		-1	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.**

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta thấy mệnh đề hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là:

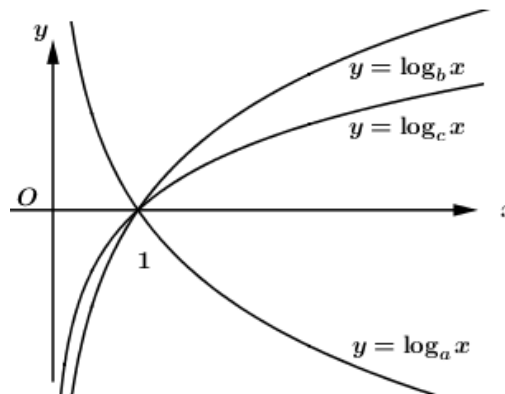
- A. $y' = \frac{1}{x}$.
- B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.**
- C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.
- D. $y' = \frac{x}{\ln 10}$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức đạo hàm $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 26. Cho ba hàm số $y = \log_a x$; $y = \log_b x$; $y = \log_c x$ với a, b, c là ba số thực dương, khác 1 có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A. $0 < a < 1 < c$.
- B. $0 < a < 1 < b$.
- C. $1 < c < b$.**
- D. $b > 1$.

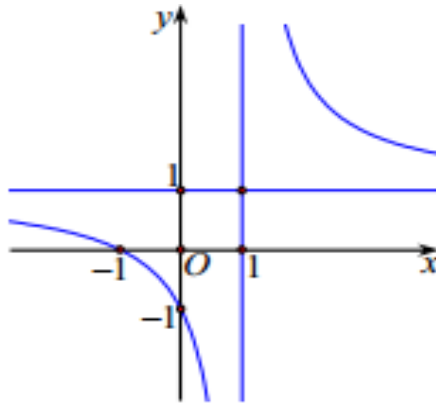
Lời giải

Chọn C

Kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ tại $B(b; 1)$ và $C(c; 1)$.

Từ đồ thị suy ra $b < c$.

Câu 27. Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $\int_0^2 f(3x) dx$.

A. $\int_0^2 f(3x) dx = 6$.

B. $\int_0^2 f(3x) dx = 4$.

C. $\int_0^2 f(3x) dx = -4$.

D. $\int_0^2 f(3x) dx = 36$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$.

$$\int_0^2 f(3x) dx = \int_0^6 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = 4.$$

Câu 29. Biết $\int_2^3 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 [3 - 5f(x)] dx$ bằng:

A. -15 .

B. -26 .

C. -22 .

D. -28 .

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^3 [3 - 5f(x)] dx = \int_2^3 3 dx - \int_2^3 5f(x) dx = 3 - 25 = -22.$$

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(0; +\infty)$.

B. \mathbb{R} .

C. $[1; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là:

A. $N(1; 0; 3)$.

B. $P(1; 0; 0)$.

C. $Q(0; 2; 0)$.

D. $M(0; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 32.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.
- A.** $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2.5 - 3.4 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

- Câu 33.** Mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:
- A.** $\vec{n} = (2; 3; 2)$. **B.** $\vec{n} = (3; 2; -3)$. **C.** $\vec{n} = (3; 2; 3)$. **D.** $\vec{n} = (2; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn B

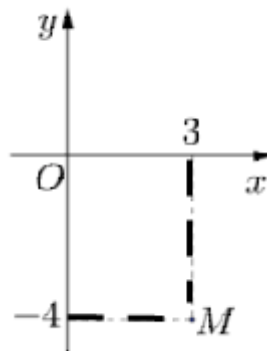
Ta có: $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1 \Rightarrow (P): 3x + 2y - 3z - 6 = 0$.

- Câu 34.** Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là:
- A.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **B.** $\bar{z} = -1 + 2i$. **C.** $\bar{z} = 2 - i$. **D.** $\bar{z} = 1 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 35.** Số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn như hình vẽ bên. Tìm a, b .



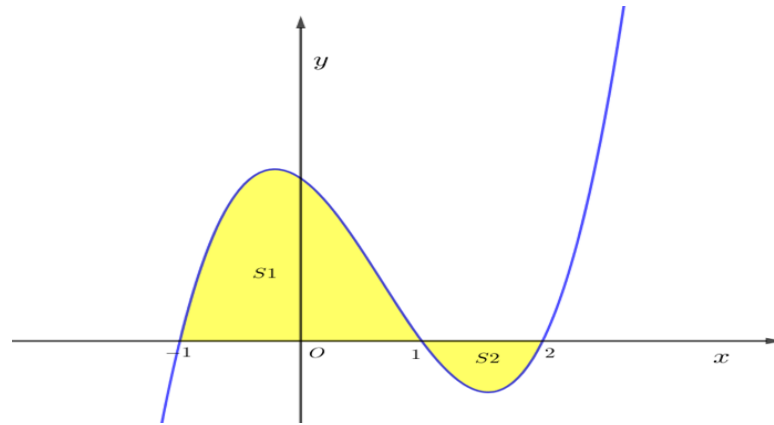
- A.** $a = -4; b = -3$. **B.** $a = 3; b = -4$. **C.** $a = -4; b = 3$. **D.** $a = 3; b = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M(3; -4) \Leftrightarrow z = 3 - 4i \Rightarrow a = 3, b = -4$.

- Câu 36.** Cho đồ thị của hàm số $(C): y = f(x)$ như hình vẽ. Biết (C) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1; x = 1; x = 2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C); Ox; x = -1; x = 1$ bằng $S_1 = 15$ và hai diện tích hình phẳng giới bởi $(C); Ox; x = 1; x = 2$ bằng $S_2 = 3$.



Giá trị của $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng:

A. 20.

B. -10.

C. 18.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết và hình vẽ, ta có: $S_1 = \int_{-1}^1 f(x) dx = 15$; $S_2 = \int_1^2 -f(x) dx = 3$

Suy ra $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 15 - 3 = 12$

Câu 37. Cho hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số chỉ có một điểm cực trị.

A. $0 \leq m \leq 1$.

B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$.

C. $0 < m < 1$.

D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số chỉ có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$ (a, b không đồng thời bằng 0)

$\Leftrightarrow m(m-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Câu 38. Cho phương trình $\log_3^2(3x) + \log_3 x + m - 1 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đk xác định: $x > 0$

$\log_3^2(3x) + \log_3 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow (1 + \log_3 x)^2 + \log_3 x + m - 1 = 0(1)$

Đặt $t = \log_3 x$; $x \in (0; 1) \Leftrightarrow t < 0$.

Phương trình trở thành: $t^2 + 3t + m = 0(2)$

Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm âm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ m > 0 \\ -3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Mà m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$

Câu 39. Trong không gian, cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-1; 1]$) là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng:

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. π . C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích của thiết diện là: $S(x) = \left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 = 4(1-x^2) = 4 - 4x^2$

Thể tích của vật thể (T) bằng: $\int_{-1}^1 (4 - 4x^2) dx = \frac{16}{3} (dvt)$

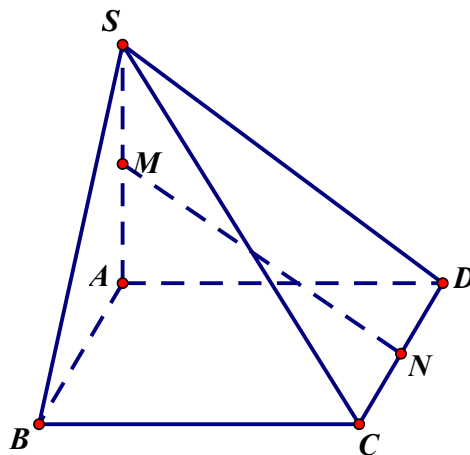
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA bằng $2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC bằng:

- A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải:

Chọn C

Cách 1:



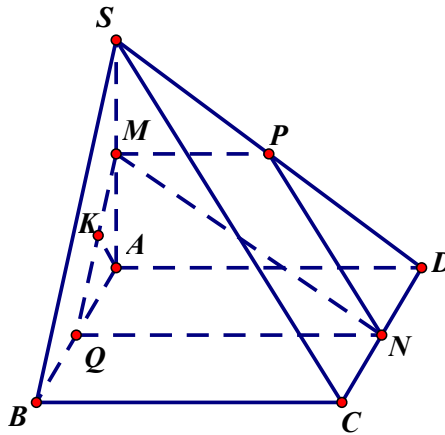
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho A trùng với O ; và giả sử $a = 1$ vẫn không làm mất tính tổng quát của bài toán

$$A(0; 0; 0); S(0; 0; 2); C(2; 2; 0); M(0; 0; 1); N(1; 2; 0)$$

$$\overline{MN} = (1; 2; -1); \overline{SC} = (2; 2; -2); \overline{MS} = (0; 0; 1)$$

$$d(MN; SC) = \frac{[[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{MS}]}{[[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{SC}]]} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Cách 2:



Kẻ $PN \parallel SC; NQ \parallel MP$

Kẻ $AK \perp MQ$; dễ thấy $AK \perp (MPNQ)$

$$d(MN; SC) = d(SC; (MNP)) = d(S; (MNP)) = d(A; (MNP)) = d(A; (MPNQ)) = AK$$

$$AK = \frac{AM \cdot AQ}{MQ} = \frac{a \cdot a}{a\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Cách 3: (PB bổ sung): Gọi kẻ E là trung điểm SB , dễ thấy $MN \parallel EC$

$$d(MN; SC) = d(MN; (SCB)) = \frac{1}{2} d(A; (SBC)) = \frac{1}{2} AE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng:

- A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. 2.

Lời giải:

Chọn B

Gọi $z = x + yi$; $\bar{z} = x - yi$

$$(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i \Leftrightarrow (2-i)(x+yi) - (2+i)(x-yi) = 2i$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2yi - xi + y - (2x - 2yi + xi + y) = 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 2x - y = 0 \\ 2y - x + 2y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2x - 4y = -2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}}$$

$$\text{Xét: } f(x) = \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \Rightarrow f'(x) = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$\text{Để thấy hàm số nhỏ nhất tại } x = -\frac{1}{5} \Rightarrow |z|_{\min} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 42. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo (lãi kép). Hỏi sau ít nhất n năm ($n \in \mathbb{N}^*$) thì người đó có được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng.

A. $n = 8$.

B. $n = 9$.

C. $n = 10$.

D. $n = 7$.

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Ta có } 100(1 + 8,4\%)^n > 200 \Rightarrow (1 + 8,4\%)^n > 2 \Rightarrow n > \log_{(1+8,4\%)} 2 \approx 8,59.$$

Câu 43. Cho hình trụ có tâm hai đường tròn đáy lần lượt là O và O' , bán kính đáy hình trụ bằng a . Trên đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho AB tạo với trục của hình trụ một góc 30° và có khoảng cách đến trục của hình trụ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $O.O'AB$

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

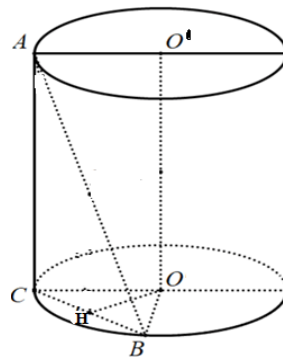
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Kẻ đường sinh } AC \text{ của hình trụ} \Rightarrow AC \parallel OO' \Rightarrow (AB, OO') = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 30^\circ.$$

$$OO' \parallel AC \subset (ABC) \Rightarrow OO' \parallel (ABC) \Rightarrow d(OO', AB) = d(OO', (ABC)) = d(O, (ABC)).$$

$$\text{Kẻ } OH \perp BC \Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow d(O, (ABC)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow BC = 2BH = a.$$

$$\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow AC = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}a.$$

$$\Rightarrow V_{O'.OAB} = V_{O'.OBC} = \frac{1}{3} S_{OBC} \cdot OO' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OH \cdot BC \cdot OO' = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $y = |8^x - 3(m+2)4^x + 3m(m+4)2^x|$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

A. 2022. B. 2020. C. 4039. D. 4037.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = 8^x - 3(m+2)4^x + 3m(m+4)2^x$.

Đặt $t = 2^x$. Với $x \in (-\infty; 2) \Rightarrow t \in (0; 4)$.

$$\Rightarrow f(t) = t^3 - 3(m+2)t^2 + 3m(m+4)t.$$

$$\Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 6(m+2)t + 3m(m+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m \\ t = m+4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	m	$m+4$	$+\infty$	
$f'(t)$	+	0	-	0	+

TH 1: $0 < 4 \leq m < m+4$.

Hàm số $y = |f(t)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ khi:

$$\begin{cases} f(t) \geq 0 \\ f'(t) \geq 0 \end{cases} \forall t \in (0; 4) \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \geq 0 \forall t \in (0; 4) \\ m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+4) \geq 0 \\ m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

TH 2: $m \leq 0 < 4 < m+4$.

Hàm số $y = |f(t)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ khi:

$$\begin{cases} f(t) \leq 0 \\ f'(t) \leq 0 \end{cases} \forall t \in (0; 4) \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \leq 0 \forall t \in (0; 4) \\ 0 \leq m \leq m+4 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+4) \leq 0 \\ 0 \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

TH 3: $m+4 \leq 0$.

Hàm số $y = |f(t)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ khi:

$$\begin{cases} f(t) \geq 0 \\ f'(t) \geq 0 \end{cases} \forall t \in (0; 4) \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \geq 0 \forall t \in (0; 4) \\ m+4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+4) \leq 0 \\ m \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4.$$

Từ 3 trường hợp $\Rightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m = 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$ và $m \in (-2023; 2023)$ nên có 4039 giá trị nguyên của m .

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2023$ và $1 \leq y \leq 2023$ và $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 2^{y+4} + \log_2(2x+1)$.

A. 2022. B. 1011. C. 4039. D. 4037.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 2^{y+4} + \log_2(2x+1)$

$\Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x+1} - \log_2(2x+1) = 2 \cdot 2^{y+3} - \log_2(y+3)$.

Xét hàm số $f(u) = 2 \cdot 2^u - \log_2 u$ với $u \geq 1$.

Ta có $f'(u) = 2 \cdot 2^u \ln 2 - \frac{1}{u \ln 2} > 0, \forall u > 1$ nên hàm số $y = f(u)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Khi đó $f(2x+1) = f(y+3) \Leftrightarrow 2x+1 = y+3 \Leftrightarrow y = 2x-2$.

Vì $1 \leq y \leq 2023$ nên $1 \leq 2x-2 \leq 2023 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{2025}{2}$.

Suy ra $x \in \{2; 3; \dots; 1012\}$.

Vậy có 1011 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f'(x) = 2xe^x, \forall x \in \mathbb{R}$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2f(x)$; $y = f'(x)$ và trục tung bằng

A. $\frac{2e\sqrt{e}-5}{2}$.

B. $3-e$.

C. $3-e^2$.

D. $\frac{e\sqrt{e}-5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$f(x) + f'(x) = 2xe^x \Leftrightarrow e^x f(x) + e^x f'(x) = 2xe^{2x} \Leftrightarrow [e^x f(x)]' = 2xe^{2x}$

nên $e^x f(x) = \int x d(e^{2x}) = xe^{2x} - \int e^{2x} dx = xe^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Mặt khác $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ suy ra $e^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2}\right) = C \Leftrightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = xe^x - \frac{1}{2}e^x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 2f(x) = 2xe^x - e^x$ và $y = f'(x) = xe^x + \frac{1}{2}e^x$ là

$2xe^x - e^x = xe^x + \frac{1}{2}e^x \Leftrightarrow xe^x = \frac{3}{2}e^x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2f(x)$; $y = f'(x)$ và trục tung bằng

$$S = \int_0^{\frac{3}{2}} |2f(x) - f'(x)| dx = \left| \int_0^{\frac{3}{2}} \left(x - \frac{3}{2}\right) e^x dx \right| = \left| \int_0^{\frac{3}{2}} \left(x - \frac{3}{2}\right) d(e^x) \right|$$

$$= \left| \left(x - \frac{3}{2}\right) e^x \Big|_0^{\frac{3}{2}} - \int_0^{\frac{3}{2}} e^x dx \right| = \left| \left(x - \frac{3}{2}\right) e^x \Big|_0^{\frac{3}{2}} - e^x \Big|_0^{\frac{3}{2}} \right| = -\frac{5}{2} + e^{\frac{3}{2}}$$

- Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$ và điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất của tam giác OAB .
- A. $2\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{7}$. C. 4. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và $R = 2\sqrt{2}$.

$OM = 1 < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi $h = d(O, d) \leq OM = 1$, khi đó ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = \frac{1}{2} h \cdot 2\sqrt{OA^2 - h^2} = \sqrt{8h - h^3}$.

Xét hàm $f(x) = \sqrt{8x - x^3} \quad \forall x \in [0;1]$.

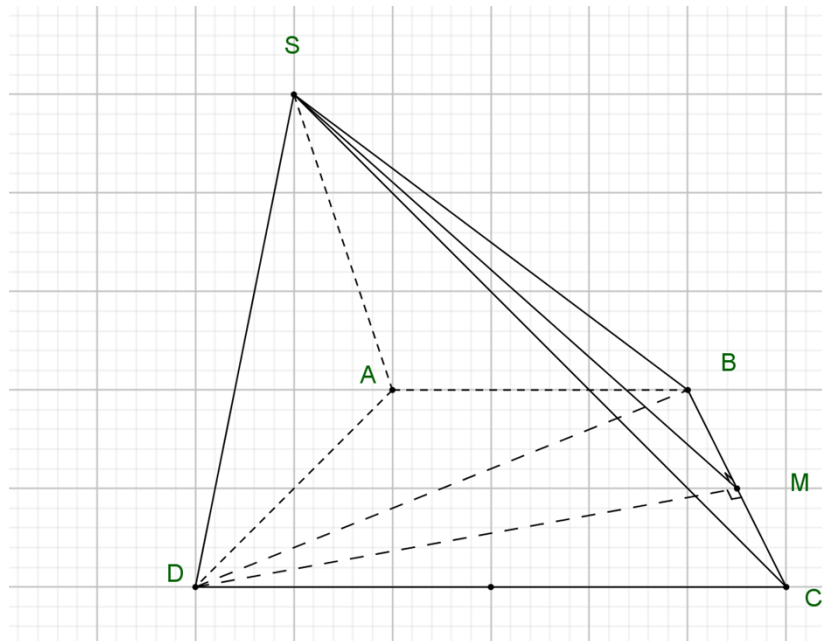
$S_{\Delta OAB}$ đạt giá trị lớn nhất là $\text{Max}_{[0;1]} f(x) = \sqrt{7} \Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow OM \perp d$.

- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại đỉnh A và D . Biết độ dài $AB = 4a, AD = 3a, CD = 5a$ và tam giác SBC đều và góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{27\sqrt{10}a^3}{4}$. B. $\frac{27a^3}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{10}a^3}{8}$. D. $\frac{27a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

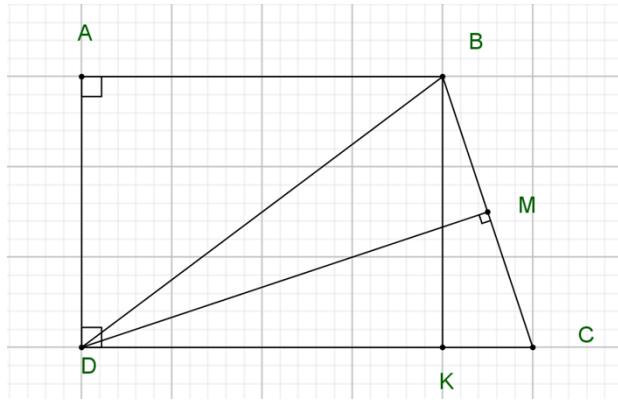


Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow SM \perp BC$ (1) (Do tam giác SBC đều).

Ta có $DB = DC = 5a \Rightarrow DM \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $BC \perp (SDM)$.

Ta có $((SBC), (ABCD)) = \widehat{SMD} = 60^\circ$.



Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} dt(\Delta ABD) = 6a^2 \\ dt(\Delta BDC) = \frac{15}{2}a^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{dt(\Delta ABD)}{dt(\Delta CBD)} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{V_{S.ABD}}{V_{S.CBD}} = \frac{4}{5} \Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{4}{9}V.$$

$$\text{Gọi } V \text{ là thể tích khối chóp } S.ABCD \Rightarrow V = V_{S.ABD} + V_{S.BCD} = \frac{4}{9}V + 2V_{S.DBM} \Rightarrow V = \frac{18}{5}V_{B.SMD}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC = \sqrt{10}a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{30}}{2} \\ DM = \frac{3\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow dt(SDM) = \frac{1}{2}MD \cdot MS \cdot \sin 60^\circ = \frac{45a^2}{8}.$$

$$\text{Ta có } V_{B.SMD} = \frac{1}{3}BM \cdot d(\Delta SMD) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{45a^2}{8} = \frac{15}{16}a^3\sqrt{10} \Rightarrow V = \frac{18}{5} \cdot \frac{15}{16}a^3\sqrt{10} = \frac{27a^3\sqrt{10}}{8}.$$

- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{2}$ và $\Delta': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Mặt phẳng $(P): 2x + my + nz + p = 0$ ($m; n; p \in \mathbb{R}$) chứa đường thẳng Δ tạo với đường thẳng Δ' một góc lớn nhất. Khi đó tích của $m; n; p$ bằng:
A. 60 **B.** -30 **C.** -20 **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy rằng Δ và Δ' cùng đi qua điểm $A(3;3;2) \Rightarrow A(3;3;2) \in (P)$.

Trên Δ' lấy H sao cho H không trùng với A .

Gọi H', H'' lần lượt là hình chiếu của H trên Δ và (P) .

$$\text{Khi đó } d(H, (P)) \leq d(H, \Delta) \Leftrightarrow HH'' \leq HH' \Leftrightarrow \frac{HH''}{HA} \leq \frac{HH'}{HA} \Leftrightarrow \sin(\Delta', (P)) \leq \sin(\Delta', \Delta).$$

$\Rightarrow (\Delta', (P)) \leq (\Delta', \Delta)$. Đẳng thức xảy ra khi $H' \equiv H''$ hay Δ là hình chiếu của Δ' trên (P) .

$$\text{Khi đó } \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta}, [\vec{u}_{\Delta}, \vec{u}_{\Delta'}]] = (-8; 20; -16) = -4(2; -5; 4) \Rightarrow (P): 2x - 5y + 4z + 1 = 0.$$

Câu 50. Trên tập hợp số phức, xét phương trình bậc hai $z^2 - 2(2m - 3)z + m^2 = 0 = 0$ (với m là số thực).
 Tính tổng tất cả các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn
 $2(z_1|z_2| + z_2|z_1|) = |z_1z_2|$.

A. $\frac{12}{7}$.

B. $\frac{185}{63}$.

C. 0.

D. $\frac{11}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta' = (2m - 3)^2 - m^2 = 3m^2 - 12m + 9$; $z_1 + z_2 = 2(2m - 3)$; $z_1 \cdot z_2 = m^2$

TH1: Nếu $\Delta' = 3m^2 - 12m + 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ thì $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$.

$$2(z_1|z_2| + z_2|z_1|) = |z_1z_2| \Rightarrow 4 \left[2(z_1z_2)^2 + 2(z_1z_2)|z_1z_2| \right] = (z_1z_2)^2 \Rightarrow 8(m^4 + m^4) = m^4 \Leftrightarrow m = 0.$$

Không thỏa mãn điều kiện.

TH2: Nếu $\Delta' = 3m^2 - 12m + 9 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3$ thì z_1, z_2 là hai nghiệm phức và ta có:

$$\sqrt{z_1 \cdot z_2} = |z_1| = |z_2| = \sqrt{m^2} = m$$

$$2(z_1|z_2| + z_2|z_1|) = |z_1z_2| \Leftrightarrow 2|z_1|(z_1 + z_2) = |z_1z_2| \Rightarrow 2m \cdot 2(2m - 3) = m^2 \Leftrightarrow m = \frac{12}{7} (t/m).$$

HẾT