

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [TD 1.1]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = e^x$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = \ln x$

Câu 2. [TD 1.2]. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

- A. $x^3 + x^2 + 5$. B. $x^3 + x + C$. C. $x^3 + x^2 + 5x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$

Câu 3. [TD 1.1] Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 4. [TD 1.1] Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.

Câu 5. [TD 1.2] Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- A. $I = 1 - \ln 2$. B. $I = \frac{7}{4}$. C. $I = 1 + \ln 2$. D. $I = 2 \ln 2$.

Câu 6. [TD 1.2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(2) = 6$, $F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 18. D. -6.

Câu 7. [TD 1.2] Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

- A. 20. B. 10. C. 18. D. 12.

Câu 8. [TD 1.2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 9. [TD 1.2] Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.
 C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Câu 10. [TD 1.1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Câu 11. [TD 1.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 12. [TD 1.2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x - y + 3x + 9 = 0$. B. $2x + y + 3x - 3 = 0$.
 C. $2x + y + 3x + 3 = 0$. D. $2x - y + 3x - 9 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \cdot \int \cos x dx$.

b) [TD 1.1] $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

c) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \cos x - \sqrt{3} \sin x + C$.

d) [TD 2.1] $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 10$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$; $B(3;2;1)$; $C(3;1;4)$ và mặt phẳng $(P)x + 2y + z - 3 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) [TD 1.1] $\vec{n} = (1; 2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) [TD 1.1] Điểm $A \in (P)$.

c) [TD 2.1] Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận vectơ $\vec{m}(5; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

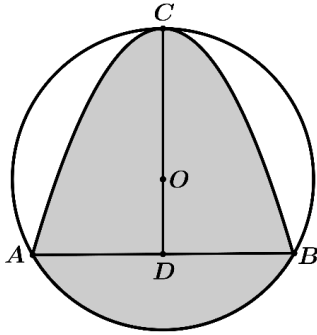
d) [TD 2.2] Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (P) bằng 60° .

PHẦN III. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. [GQ 2.1] Biết rằng $\int_1^2 (3x^2 + \sqrt{x}) dx = \frac{a + b\sqrt{2}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng?

Câu 2. [GQ 3.1] Một hoa văn hình tròn tâm O , ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Đường cong qua ba điểm: A, B, C là một phần của parabol.



Tính diện tích phần tô đậm trên hình vẽ (Tính gần đúng đến hàng phần chục và đơn vị là cm^2)

Câu 3. [TD 2.2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $M(2;3;-1)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ có dạng $ax + by + cz - 7 = 0$. Tính $a + b + c$.

Câu 4. [GQ 3.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $ax + by + z + d = 0$, $(A, B, D \in \mathbb{R})$. Giá trị của biểu thức $a + b + d$ bằng bao nhiêu?

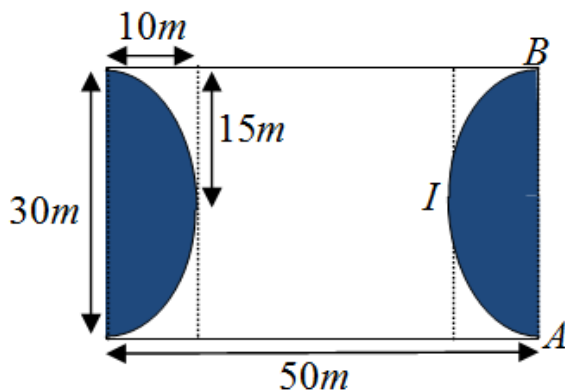
PHẦN III. Câu hỏi tự luận.

Thí sinh trình bày lời giải vào phần giấy thi tự luận.

Câu 1. [TD 2.1] Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn

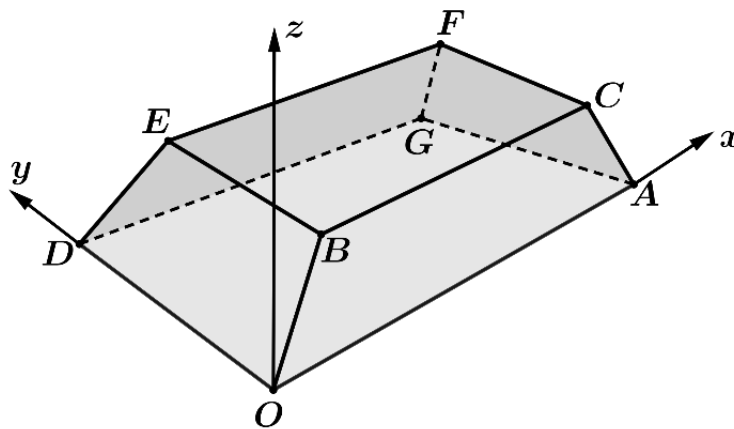
$$\int_0^a (3x^2 - 12x + 8) dx = 0. \text{ Hãy tính } T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right).$$

Câu 2: [MH 3.1] Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài 50m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



- ♦ Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I .
- ♦ Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/ m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/ m^2 . Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền (triệu đồng) để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

Câu 3: [MH 3.2] Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.



HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [TD 1.1]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = e^x$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = \ln x$.

Lời giải

Ta có: $(e^x)' = e^x \Rightarrow y = e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$.

Câu 2. [TD 1.2]. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

- A. $x^3 + x^2 + 5$. B. $x^3 + x + C$. C. $x^3 + x^2 + 5x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x + 5) dx = x^3 + x^2 + 5x + C$.

Câu 3: [TD 1.2] Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
- B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
- D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 4. [TD 1.2] Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. [TD 1.2] Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

A. $I = 1 - \ln 2$.

B. $I = \frac{7}{4}$.

C. $I = 1 + \ln 2$.

D. $I = 2 \ln 2$.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = (x - \ln|x|) \Big|_1^2 = (2 - \ln 2) - (1 - \ln 1) = 1 - \ln 2.$

Câu 6. [TD 1.2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 18.

D. -6.

Lời giải

Ta có $\int_2^4 f(x) dx = F(x) \Big|_2^4 = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6.$

Câu 7. [TD 1.2] Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

A. 20.

B. 10.

C. 18.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (9 - 1) = 10.$

Câu 8. [TD 1.2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ **B.** $S = \int_a^b f(x) dx.$ **C.** $S = -\int_a^b f(x) dx.$ **D.** $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 9. [TD 1.2] Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2, y = -1, x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \forall x \in [0; 1]$.

Câu 10. [TD 1.1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. **C.** $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.

Câu 11. [TD 1.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ **B.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z - 12 = 0$ **D.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến

$\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 12. [TD 1.2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$.

C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

$2x - (y+3) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \int \cos x dx$.

b) [TD 1.1] $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

c) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \cos x - \sqrt{3} \sin x + C$.

d) [TD 2.1] $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 10$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng.

a) $\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \int \cos x dx$ suy ra mệnh đề **đúng**.

b) $\int \sin x dx = -\cos x + C$ suy ra mệnh đề **đúng**.

c) $\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \int \cos x dx = \sqrt{3} \sin x - \cos x + C$ suy ra mệnh đề **sai**.

d)
$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \left(\sqrt{3} \sin x - \cos x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \left(\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) - \left(\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$

Khi đó $a = 2, b = 2, c = 6 \Rightarrow a + b + c = 10$, suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$; $B(3; 2; 1)$; $C(3; 1; 4)$ và mặt phẳng $(P)x + 2y + z - 3 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) [TD 1.1] $\vec{n} = (1; 2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) [TD 1.1] Điểm $A \in (P)$.

c) [TD 2.1] Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận vectơ $\vec{m}(5; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

d) [TD 2.2] Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (P) bằng 60° .

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai.

a) $\vec{n} = (1; 2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được $2 + 2.1 + (-1) - 3 = 0 \Rightarrow A \in (P)$, suy ra mệnh đề **đúng**.

c) $\overline{AB} = (1; 1; 2), \overline{AC} = (1; 0; 5)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận vectơ

$\vec{n}_1 = [\overline{AB}; \overline{AC}] = (5; -3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến. Vì $\frac{5}{5} \neq \frac{-3}{3} \neq \frac{1}{1}$ nên \vec{n}_1 và \vec{m} không cùng phương, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Vì $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 1.5 + 2.(-3) + 1.1 = 0$ nên hai mặt phẳng vuông góc với nhau, suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. [GQ 2.1] Biết rằng $\int_1^2 (3x^2 + \sqrt{x}) dx = \frac{a+b\sqrt{2}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$

là:

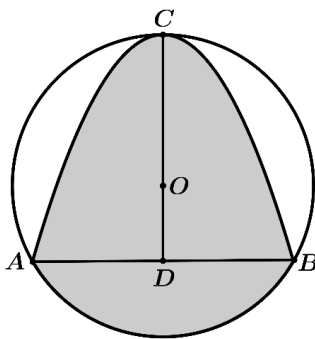
Lời giải

Trả lời: 23

$$\text{Ta có: } I_1 = \int_1^2 (3x^2 + \sqrt{x}) dx = \left(x^3 + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right) \Big|_1^2 = \frac{19 + 4\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow a = 19, b = 4 \Rightarrow a + b = 23.$$

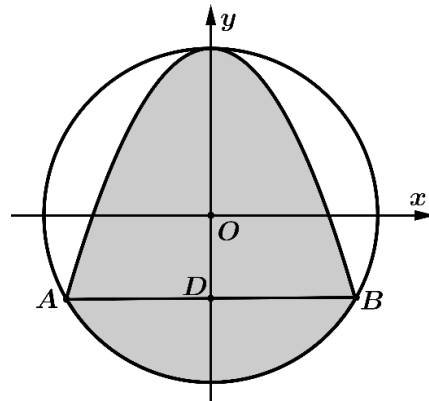
Câu 2. [GQ 3.1] Một hoa văn hình tròn tâm O , ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Đường cong qua ba điểm: A, B, C là một phần của parabol.



Tính diện tích phần tô đậm trên hình vẽ (Tính gần đúng đến hàng phần chục và đơn vị là cm^2)

Lời giải

Trả lời: 37,5



Do tam giác ABC là tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}$ cm nên ta có:

$$CD = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6(\text{cm}) \Rightarrow OC = \frac{2}{3}CD = 4(\text{cm}) \text{ và } OD = 2(\text{cm}).$$

Gắn trục tọa độ Oxy như hình vẽ, ta có: $A(-2\sqrt{3}; -2), B(2\sqrt{3}; -2), C(0; 4)$

Phương trình đường Parabol đi qua 3 điểm A, B, C có đỉnh C có dạng $y = ax^2 + 4$ (P).

Thay tọa độ điểm $B(2\sqrt{3}; -2)$ vào (P) suy ra $a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$

Phương trình đường tròn tâm O bán kính $OA = 4$ là $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow$ Phương trình một phần cung nhỏ AB có dạng $y = -\sqrt{16 - x^2}$

Vậy diện tích phần gạch chéo bằng $\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 4 \right) - \left(-\sqrt{16 - x^2} \right) \right] dx \approx 37,5 (\text{cm}^2)$

Câu 3. [TD 2.2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $M(2; 3; -1)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ có dạng $ax + by + cz - 7 = 0$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 5

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do $(P) // Ox$ nên mặt phẳng (P) có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = \vec{i} = (1; 0; 0)$.

Mặt khác: $(P) \perp (Q) \Rightarrow$ mặt phẳng (P) có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = \vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -3)$.

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (0; 3; 2).$$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 3; -1)$ có phương trình $(P): 3y + 2z - 7 = 0$.

Câu 4. [GQ 3.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $ax + by + z + d = 0$, $(A, B, D \in \mathbb{R})$. Giá trị của biểu thức $a + b + d$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -6

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, điều kiện $a > 0; b > 0; c > 0$

Độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OB = 3OA \\ OC = 3OB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ c = 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ c = 9a \end{cases} \text{ nên } A(a; 0; 0), B(0; 3a; 0), C(0; 0; 9a)$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{3a} + \frac{z}{9a} = 1$.

$$\text{Vì } M(1; 2; 3) \in (\alpha) \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{2}{3a} + \frac{3}{9a} = 1 \Leftrightarrow 6 = 3a \Leftrightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{6} + \frac{z}{18} = 1 \Leftrightarrow (\alpha): 9x + 3y + z - 18 = 0 \Rightarrow a = 9, b = 3, d = -18 \Rightarrow a + b + d = -6.$$

PHẦN IV. Câu tự luận

Câu 1. [GQ 2.1] Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_0^a (3x^2 - 12x + 8) dx = 0$.

Hãy tính $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^a (3x^2 - 12x + 8) dx = (x^3 - 6x^2 + 8x) \Big|_0^a = a^3 - 6a^2 + 8a$$

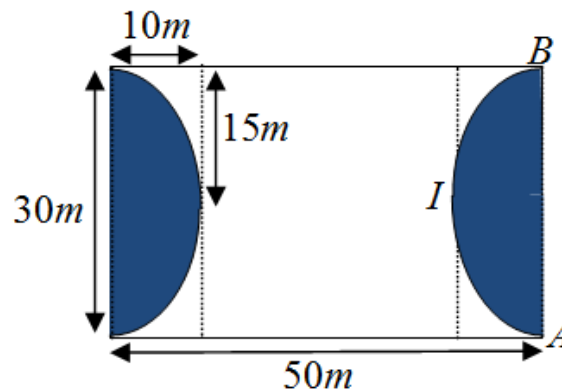
$$\text{Vì } \int_0^a (3x^2 - 12x + 8) dx = 0$$

$$\text{Nên } a^3 - 6a^2 + 8a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 4 \end{cases}$$

Do $0 < a_1 < a_2$ suy ra $a_1 = 2$ $a_2 = 4$..

$$\text{Nhu vậy } T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right) = 3^2 + 3^4 + \log_2 \left(\frac{4}{2} \right) = 91.$$

Câu 2: **[MH 3.1]** Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài 50m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.

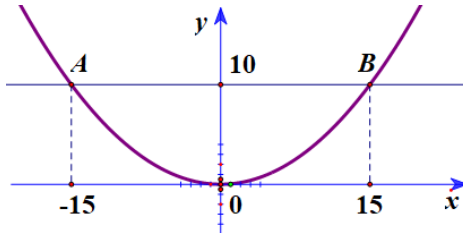


- ♦ Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I .
- ♦ Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/ m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/ m^2 . Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền (triệu đồng) để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

Lời giải

Trả lời: 151

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, $O \equiv I$.



Khi đó, phần tô màu là hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y = \frac{2}{45}x^2$ và đường thẳng $y = 10$.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2}{45}x^2 = 10 \Leftrightarrow x = \pm 15$.

Diện tích phần tô màu là: $S_1 = 2 \int_{-15}^{15} \left| \frac{2}{45}x^2 - 10 \right| dx = 400 \text{ (m}^2\text{)}.$

Mặt khác diện tích sân bóng đá mini hình chữ nhật là: $S = 30.50 = 1500 \text{ (m}^2\text{)}.$

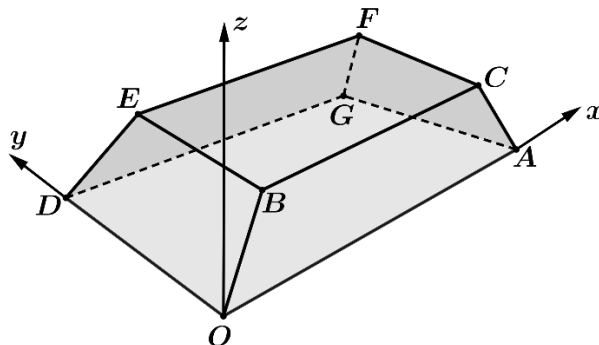
Phần không tô màu có diện tích là: $S_2 = S - S_1 = 1100 \text{ (m}^2\text{)}.$

Số tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng:

$$S_1.130000 + S_2.90000 = 400.130000 + 1100.90000 = 151000000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy, số tiền phải trả để trồng cỏ là 151 triệu đồng.

Câu 3: [MH 3.2] Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.



Lời giải

Trả lời: -10

Gắn hình chóp cụt vào hệ trục $Oxyz$ ta có:

$$O(0;0;0), A(100;0;0), G(100;60;0), D(0;60;0), B(10;10;8)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{OA} = (100;0;0), \overrightarrow{OB} = (10;10;8) \text{ nên } \vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0; -100; 1000).$$

Suy ra mặt phẳng $(OACB)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (0; 1; -10)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ là $y - 10z = 0$.

Do đó $a = 0, c = -10, d = 0$. Vậy $a + c + d = 0 - 10 + 0 = -10$.

Thời gian làm bài: 90 phút;
(không kể thời gian phát đề)

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ B. $x^4 + x^2 + C$ C. $x^5 + x^3 + C$. D. $4x^3 + 2x + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 4: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f'(x)\Big|_a^b = f'(b) - f'(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(t) dt$.

Câu 5: Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1$; $\int_0^3 f(x) dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x) dx$

- A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.

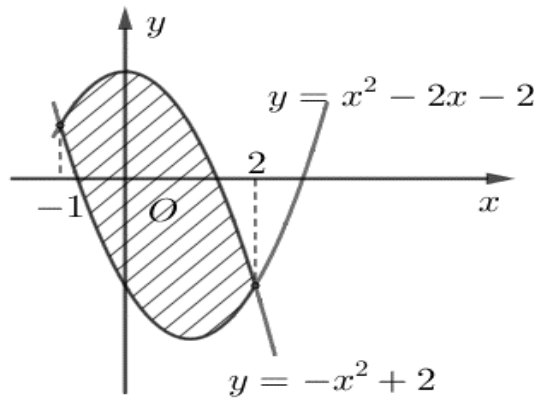
Câu 6: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 16. B. -18. C. 24. D. 10.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3(2; 3; 2)$.

B. $\vec{n}_1(2; 3; 0)$.

C. $\vec{n}_2(2; 3; 1)$.

D. $\vec{n}_4(2; 0; 3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

C. $x - 2y - 4 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$

A. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$

B. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$

C. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$

D. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 2x$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$

a) $F'(x) = f(x)$

b) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 12x^2 - 2$.

c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thoả mãn $F(0)=1$ là $F(x)=4x^4-2x^2+1$

d) Tích phân $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z+1=0$, $(Q): 2x-4y+6z+1=0$.

a) Các vecto pháp tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng phương.

b) Hai mặt phẳng (P) và (Q) đều đi qua điểm $M(1;1;2)$.

c) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng bằng $\frac{\sqrt{14}}{14}$.

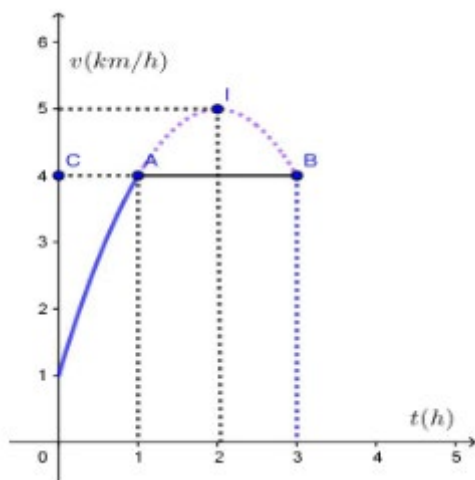
d) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 60° .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một cây cà chua khi mới trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số: $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính theo cm/tuần. Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t . Chiều cao tối đa của cây cà chua là bao nhiêu? (là tròn đến hàng phần chục)

Câu 2: Một chiếc ô tô đang di chuyển với tốc độ 72 km/h trên một đoạn đường thẳng. Người lái xe bất ngờ phát hiện có một chướng ngại vật ở phía trước. Sau một giây phản ứng, người lái xe bắt đầu đạp phanh. Kể từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình: $v(t) = -10t + 30(m/s)$, trong đó, t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được (tính bằng mét) trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

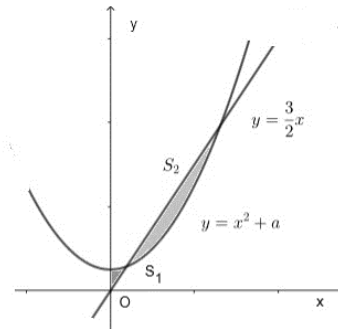
Câu 3: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$. Đồ thị vận tốc của vật được cho như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị vận tốc là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Trong khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật đã di chuyển được trong 3 giờ đó (đơn vị: km) (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

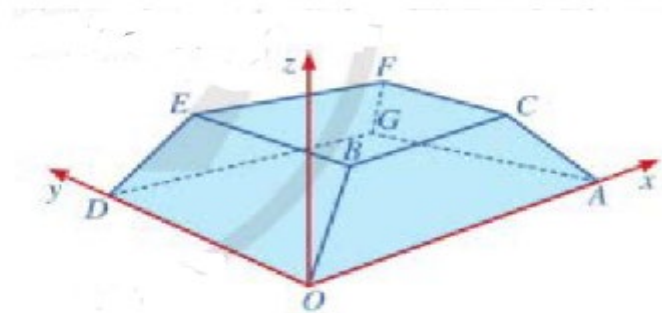
PHẦN IV. Tự luận :

Câu 1: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 2: Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số: $v(t) = -0,12t^2 + 1,2t$, với t tính bằng phút, $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$), khinh khí cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là bao nhiêu?

Câu 3: Hình ảnh minh họa một tòa nhà trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Biết $A(50; 0; 0), D(0; 20; 0), B(4k; 3k; 2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(CBEF)$ có phương trình là $z = 3$. Hãy tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (OBD) (làm tròn đến hàng phần chục)



ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	B	A	A	C	C	C	A	A	B	C	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1)ĐĐSS

2)ĐSSS

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4
Đ.A	88,3	65	10,3	2

Phần IV. Tự luận

1	2	3
0,42	540	22,4

ĐỀ KIỂM TRA MÔN TOÁN – KHỐI 12

Họ và tên:

Số báo danh:
.....

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 4: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f'(x) \Big|_a^b = f'(b) - f'(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(t) dt$.

Câu 5: Biết $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -4$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$

- A. -2 B. 2 C. 6 D. -6

Câu 6: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính: $I = F(e) - F(1)$?

- A. $I = \frac{1}{2}$ B. $I = \frac{1}{e}$ C. $I = 1$ D. $I = e$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

$$\text{C. } V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

$$\text{D. } V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$$

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } S = \pi \int_0^2 2^x dx$$

$$\text{B. } S = \int_0^2 2^x dx$$

$$\text{C. } S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$$

$$\text{D. } S = \int_0^2 2^{2x} dx$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây

$$\text{A. } Q(1; -1; 1).$$

$$\text{B. } N(0; 2; 0).$$

$$\text{C. } P(0; 0; -4).$$

$$\text{D. } M(1; 0; 0).$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

$$\text{A. } \vec{a} = (2; -3; 1)$$

$$\text{B. } \vec{b} = (2; 1; -3)$$

$$\text{C. } \vec{c} = (2; -3; 0)$$

$$\text{D. } \vec{d} = (3; 2; 0)$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm

$A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

$$\text{A. } 2x - y + 3z + 9 = 0.$$

$$\text{B. } 2x - y + 3z - 4 = 0.$$

$$\text{C. } x - 2y - 4 = 0.$$

$$\text{D. } 2x - y + 3z + 4 = 0.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

$$\text{A. } 4x + 5y - 3z + 22 = 0.$$

$$\text{B. } 4x - 5y - 3z - 12 = 0.$$

$$\text{C. } 2x + y - 3z - 14 = 0.$$

$$\text{D. } 4x + 5y - 3z - 22 = 0.$$

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^2 + ax + b$, biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

a) Khi $a = b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$

b) Khi $a = 1, b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

c) Khi $a = 1, b = 1, F(0) = 0$ thì có 3 giá trị của x để $F(x) = 0$

d) Nếu $F(1) = 2, F(-1) = 1, F(0) = 0$ thì $a^2 + b^2 = \frac{41}{9}$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; 0; -1)$, $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Khi đó:

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

b) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua O và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z = 0$

c) Phương trình của mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng AB

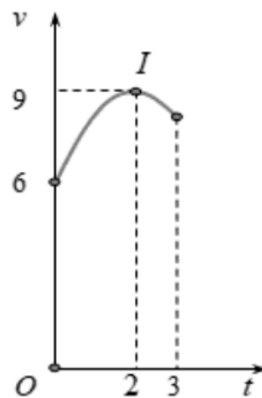
d) Mặt phẳng (R) song song với mặt phẳng (P) và cách điểm $N(1; -1; 5)$ một khoảng bằng $\frac{11}{\sqrt{14}}$ có phương trình là $3x - 2y + z + 21 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

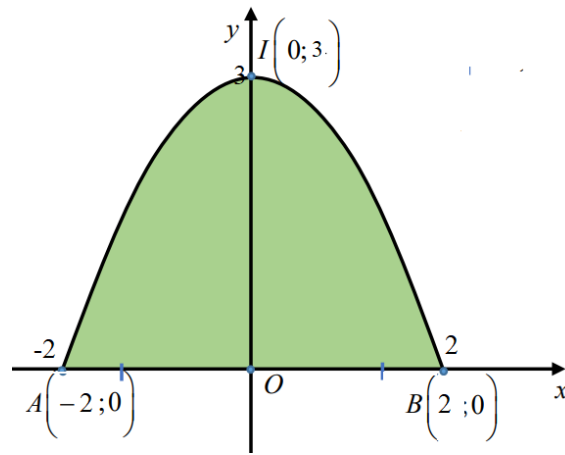
Câu 1: Một ô tô đang chạy với vận tốc $72(km/h)$ thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -7t + 21(m/s)$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $S(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1(m)$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16(m/s)$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Câu 3: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Gọi S là quãng đường (tính bằng km) mà vật di chuyển được trong 3 giờ kể từ lúc xuất phát. Tính quãng đường S (làm tròn đến hàng phần chục) mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó?

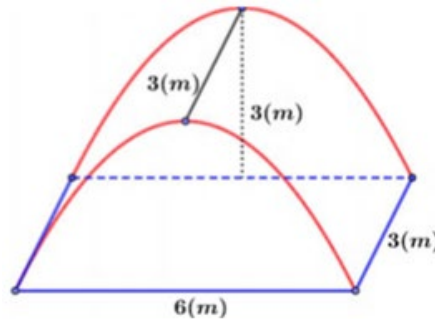


Câu 4: Bác Bình muốn làm một cái cửa cổng hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 3 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 4 mét (như hình vẽ dưới). Giá thuê mỗi mét vuông là 900 000 đồng. Số tiền bác Bình phải trả là bao nhiêu triệu đồng?



PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12A dự định dựng một cái lều trại có hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong trại.



Câu 2: Tính $I = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx$

Câu 3: Ở mỗi vùng quê Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thôi nôi,...Bác Nam tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5(m)$ và $AD = 12(m)$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là $5(cm)$, vị trí D thấp hơn vị trí A là $8(cm)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu cm? (làm tròn đến cm)



HẾT

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	C	B	D	C	D	A	A	B	B	C	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

CÂU	a)	b)	c)	d)
1	Đ	Đ	S	S
2	Đ	Đ	S	S

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 + ax + b$, biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau ?

a)(TD2.1) Khi $a = b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$

b)(GQ2.1) Khi $a = 1, b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

c) (GQ2.2) Khi $a = 1, b = 1, F(0) = 0$ thì có 3 giá trị của x để $F(x) = 0$

d)(GQ2.2) Nếu $F(1) = 2, F(-1) = 1, F(0) = 0$ thì $a^2 + b^2 = \frac{8}{3}$

Lời giải

Ta có $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{ax^2}{2} + bx + C$

a) **ĐÚNG.**

Vì khi $a = b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$

b) **ĐÚNG.**

Vì khi $a = 1, b = 0$ thì $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

c) **SAI**

Do Khi $a = 1, b = 1, F(0) = 0$ ta được $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

d) **SAI**

Với $F(1) = 2, F(-1) = 1, F(0) = 0$ ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{a}{2} + b + c = \frac{5}{3} \\ \frac{a}{2} + b + c = \frac{4}{3} \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{2}{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy $a^2 + b^2 = \frac{40}{9}$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3), B(-2; 0; -1), M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Khi đó:

a)(TD1.1) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

b)(GQVĐ2.1) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua O và song song với mặt phẳng (P) là

$$3x - 2y + z = 0$$

c)(GQVĐ) Phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua M và vuông góc với đường thẳng AB là $3x + 2y - 2z - 4 = 0$

d)(MH) Mặt phẳng (R) song song với mặt phẳng (P) và cách điểm $N(1; -1; 5)$ một khoảng bằng $\frac{11}{\sqrt{14}}$ có phương trình là $3x - 2y + z + 21 = 0$.

Lời giải.

a) **ĐÚNG**

Do $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$ nên suy ra vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; -2; 1)$.

b) **ĐÚNG**

Do $\begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ O(0; 0; 0) \in (Q) \end{cases}$ nên ta có phương trình của mặt phẳng $(Q): 3x - 2y + z = 0$

c) **SAI**

Vì $(Q) \perp AB$ suy ra mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2; -2)$

Khi đó phương trình phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua $M(2; -1; 4)$ là $3x + 2y - 2z + 4 = 0$

d) **SAI**

$(R) \parallel (P)$ suy ra mặt phẳng (R) có phương trình $3x - 2y + z + D = 0$

$$d(N, (R)) = \frac{11}{\sqrt{14}} \text{ suy ra } \frac{|10 + D|}{\sqrt{14}} = \frac{11}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 1 \\ D = -21 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $(R_1): 3x - 2y + z + 1 = 0$

$$(R_2): 3x - 2y + z - 21 = 0$$

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4	5	6
Đ.A	1306	50	13,3	4,7	15	62,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu1(GQ3.2): Một ô tô đang chạy với vận tốc $72(km/h)$ thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 24(m/s)$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $S(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

Lời giải

Đặt $t_0 = 0$ là thời điểm người lái xe ô tô bắt đầu đạp phanh, khi ô tô dừng hẳn thì vận tốc triệt tiêu nên $-6t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường:

$$S(t) = \int_0^4 (-6t + 24) dt = 48 \text{ mét.}$$

Câu 2(GQ3.2): Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1(m)$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16(m/s)$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Lời giải

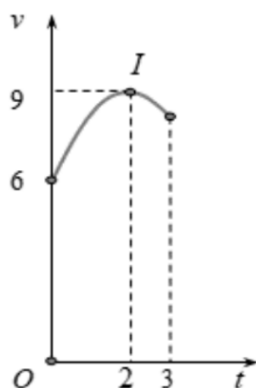
Ta có $v_A(0) = 16(m/s)$

Khi xe A dừng hẳn $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4(s)$

Quãng đường từ lúc xe A đạp phanh đến khi dừng hẳn là $S = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32$ mét.

Do các xe phải cách nhau tối thiểu $1(m)$ để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại thì ô tô A phải đạp phanh cách ô tô B một khoảng ít nhất 33 mét

Câu 3(MH2.1): Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Gọi S là quãng đường (tính bằng km) mà vật di chuyển được trong 3 giờ kể từ lúc xuất phát Tính quãng đường S (làm tròn đến hàng phần chục) mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó?



Hướng dẫn giải

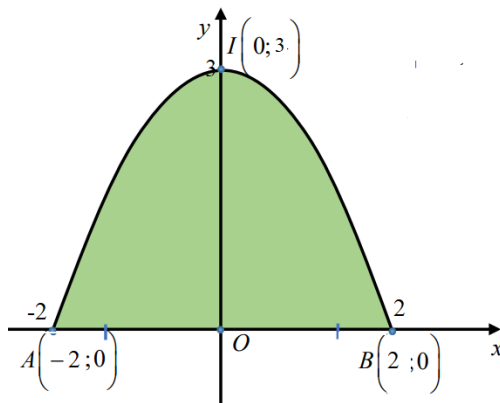
Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$. Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} c = 6 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = \frac{-3}{4}t^2 + 3t + 6.$$

Với $t = 3 \Rightarrow v(3) = \frac{21}{4}$ (thỏa mãn).

Vậy $S = \int_0^3 \left(\frac{-3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = \frac{99}{4} \approx 24,8(km)$.

Câu 4(VD) GQ 3.2 Bác Bình muốn làm một cái cửa cổng hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 3 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 4 mét (như hình vẽ dưới). Giá thuê mỗi mét vuông là 900 000 đồng. Số tiền bác Bình phải trả là bao nhiêu triệu đồng?



Lời giải.

Gọi phương trình Parabol (P): $y = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$).

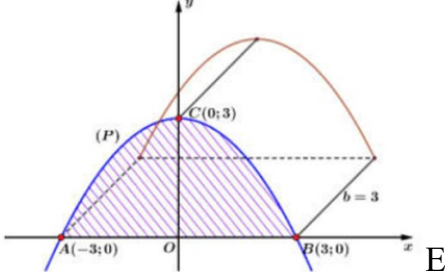
$$\text{Ta có } \begin{cases} c = 3 \\ \frac{-b}{2a} = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{-3}{4}x^2 + 3.$$

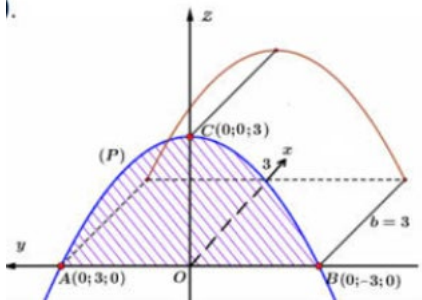
Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3, y = 0$ và hai đường thẳng $x = -2, x = 2$. Khi đó diện tích hình phẳng được tính theo công thức

$$S = \int_{-2}^2 \left| \frac{-3}{4}x^2 + 3 \right| dx = 2 \int_0^2 \left(\frac{-3}{4}x^2 + 3 \right) dx = 8 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy số tiền bác Bình phải trả là $8 \times 0,9 = 7,2$ (triệu đồng).

IV. Tự luận

Câu	Nội dung	Thang điểm	
1	<p>Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12A dự định dựng một cái lều trại có hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong trại.</p>		
Lời giải			
	 <p>Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có qua đỉnh $C(0;3)$, đi qua hai điểm $A(-3;0)$ và $B(3;0)$ nên có hệ</p>	0,5	1 điểm

	<p>phương trình $\begin{cases} c = 3 \\ 9a - 3b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$</p> <p>Suy ra (P): $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$</p>								
	<p>Diện tích mặt trước của lều trại là $S = \int_{-3}^3 \left(3 - \frac{1}{3}x^2\right) dx = 12(m^2)$</p>	0,25							
	<p>+ Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó Thể tích phần bên trong khung lều trại là $V = \int_0^3 12 dx = 36(m^3)$</p>	0,25							
2	<p>Tính $I = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx$</p> <p style="text-align: center;">Lời giải</p> <p>Đặt $x = \sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos t dt$ Đổi cận:</p> <table border="1" data-bbox="518 1070 906 1227"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>t</td> <td>$-\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ta được $I = \sqrt{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2(1-\sin^2 t)} \cos t dt = 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos^2 t} \cos t dt = 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$</p> <p>$= 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\cos 2t}{2} dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big _{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} + 1$</p>	x	-1	1	t	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	0,25	1 điểm
x	-1	1							
t	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$							
3	<p>Ở mỗi vùng quê Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,...Bác Nam tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật ABCD có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5(m)$ và $AD = 12(m)$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là $5(cm)$, vị trí D thấp hơn vị trí A là $8(cm)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu cm? (làm tròn đến cm)</p>		1 điểm						



Lời giải

Ta có: $AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = \sqrt{500^2 - 5^2} \approx 500 \text{ (cm)}$

$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 8^2} \approx 1200 \text{ (cm)}$

0,25

Dựa vào hình vẽ ta có: $A(0;0;0)$, $B(500;0;-5)$, $D(0;1200;-8)$

nên $\overrightarrow{AD} = (0;1200;-8)$

0,25

Đặt $C(a;b;c)$, suy ra $\overrightarrow{BC} = (a-500;b;c+5)$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a-500=0 \\ b=1200 \\ c+5=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=500 \\ b=1200 \\ c=-13 \end{cases} \Rightarrow C(500;1200;-13)$$

0,25

Vậy vị trí C thấp hơn vị trí A là 13 (cm)

0,25

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2 – TOÁN 12

Thời gian: 90 phút

PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: 7,0đ

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

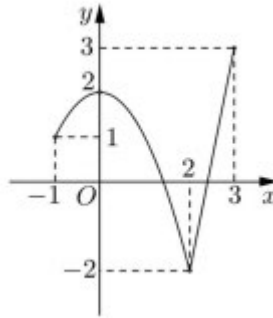
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

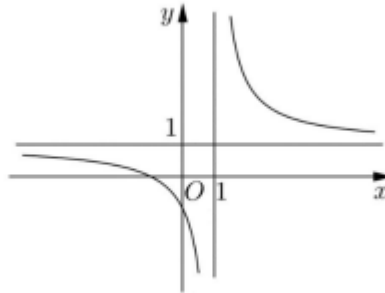


- A.** 1 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 0

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -2$.

Câu 4: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^2 - 2x + 1$ **B.** $y = \frac{x+1}{x-1}$ **C.** $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ **D.** $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}')$. **B.** $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}')$.
C. $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}')$. **D.** $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}')$.

Câu 6: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 3, Q_2 = 5, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 7: Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút):

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu (được làm tròn đến hàng đơn vị) bằng

- A. 598. B. 597. C. 2477. D. 256.

Câu 8: $\int (\sin x + 4x^3) dx$ bằng

- A. $-\cos x + 4x^4 + C$. B. $\cos x + x^4 + C$. C. $\cos x + 12x^2 + C$. D. $-\cos x + x^4 + C$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$
 C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Câu 10: Cho f là hàm số liên tục trên $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1;2]$ thỏa $F(1) = -2$

và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng.

- A. 6. B. 2. C. -6. D. -2.

Câu 11: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

- A. -7. B. -3. C. 4. D. 7.

Câu 12: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 e^x dx$ B. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ D. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t$ (m/s), với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 32 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s(t)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.



a) $v(t) = s'(t)$.

b) $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t + 5$.

c) Quãng đường máy bay di chuyển được sau 4 giây kể từ khi bắt đầu chạy đà là 49 mét.

d) Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1696 mét.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC với $A(1; -3; 3), B(2; -4; 5), C(3; -2; 1)$

a) $\overline{AB} = (-1; 1; -2)$.

b) Khoảng cách từ B đến trục Oy bằng 4.

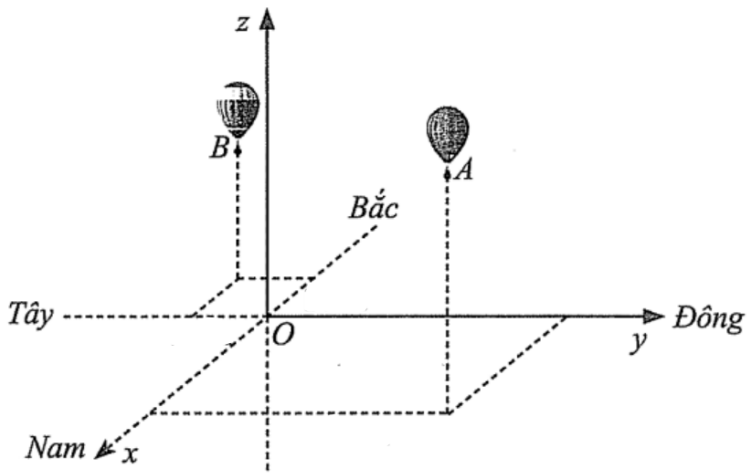
c) Điểm $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ΔABC thì $a + b + c = 2$.

d) Điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $2\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0}$, khi đó $2x + y + z = 4$.

PHẦN III. (2 điểm) Trả lời ngắn câu 1 đến câu 4

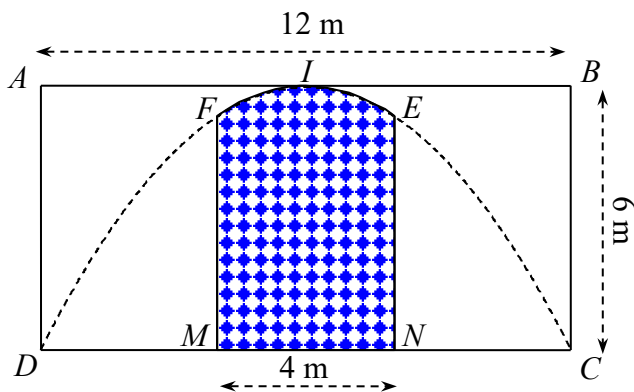
Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C) và d_1 là khoảng cách từ điểm cực đại của (C) đến gốc tọa độ. Giá trị của $d^2 + d_1^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Hai chiếc kính khí cầu **A** và **B** bay lên từ cùng một vị trí **O** trên mặt đất. Sau một khoảng thời gian, kính khí cầu **A** nằm cách điểm xuất phát 4 km về phía Đông và 3 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 1 km; kính khí cầu **B** nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1,5 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km (hình minh họa bên dưới). Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai kính khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai kính khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6 m$, chiều dài $CD = 12 m$ (hình vẽ bên). Cho biết $MNEIF$ là hình chữ nhật có $MN = 4 m$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm CD . Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/ $1 m^2$. Hỏi công ty X cần bao nhiêu triệu đồng để làm bức tranh đó?



PHẦN TỰ LUẬN (3,0đ)

Câu 1: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C). Giả sử A, B là hai điểm thuộc hai nhánh và

AB Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng AB .

Câu 3: Một chiếc đèn trang trí (gồm các bóng đèn gắn vào một giá hình tròn) như hình bên dưới. Đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên giá sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L , trọng lượng của chiếc đèn là $27N$, bán kính của giá hình tròn là $0,5m$.



Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. Hỏi chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ 2 – TOÁN 12

Thời gian: 90 phút

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$-\infty$	4	$+\infty$

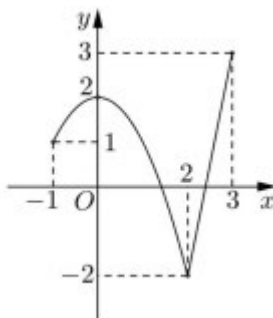
Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A.** 1 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 0

Lời giải

Dựa và đồ thị suy ra $M = f(3) = 3$; $m = f(2) = -2$

Vậy $M - m = 5$

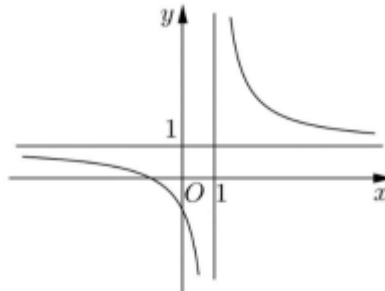
Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$ nên suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = 2$.

Câu 4: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^2 - 2x + 1$ **B.** $y = \frac{x+1}{x-1}$ **C.** $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ **D.** $y = x^3 - 3x - 1$

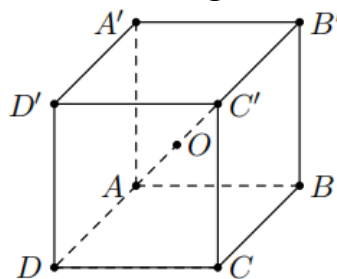
Lời giải

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

Mặt khác O là trung điểm $AC' \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Câu 6: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 3, Q_2 = 5, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 7: Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút):

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu (được làm tròn đến hàng đơn vị) bằng

- A. 598. B. 597. C. 2477. D. 256.

Lời giải

Trung bình thời gian chơi thể thao trong một ngày của một học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{10.5 + 30.9 + 50.12 + 70.10 + 90.6}{42} = \frac{360}{7} = 51,42857143$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{5.10^2 + 9.30^2 + 12.50^2 + 10.70^2 + 6.90^2}{42} - \left(\frac{360}{7}\right)^2 = \frac{29300}{49} = 597,9591837 \approx 598$$

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là $S^2 \approx 598$

Câu 8: $\int (\sin x + 4x^3) dx$ bằng

- A. $-\cos x + 4x^4 + C$. B. $\cos x + x^4 + C$. C. $\cos x + 12x^2 + C$. D. $-\cos x + x^4 + C$.

Lời giải

Ta có $\int (\sin x + 4x^3) dx = -\cos x + x^4 + C$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$
 C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ($0 < a \neq 1$) ta được đáp án B

Câu 10: Cho f là hàm số liên tục trên $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1; 2]$ thỏa $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng.

- A.** 6. **B.** 2. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân ta có: $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = 6$.

Câu 11: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

- A.** -7. **B.** -3. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 - 5 = -3$.

Câu 12: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $S = \int_0^2 e^x dx$ **B.** $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ **C.** $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ **D.** $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là: $S = \int_0^2 e^x dx$.

PHẦN II. (2 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t$ (m/s), với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 32 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s(t)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.



- a)** $v(t) = s'(t)$.
b) $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t + 5$.
c) Quãng đường máy bay di chuyển được sau 4 giây kể từ khi bắt đầu chạy đà là 49 mét.
d) Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1696 mét.

Lời giải

- a)** Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta có $v(t) = s'(t)$. Vậy **a) Đúng**.
b) Ta có $v(t) = s'(t)$. Do đó $s(t)$ là một nguyên hàm của hàm số vận tốc $v(t)$

$s(t) = \int v(t)dt = \int (5+3t)dt = \int 5dt + \int 3tdt = \frac{3}{2}t^2 + 5t + C$. Theo đề $s(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t$. Vậy **b) Sai**.

c) Ta có: $s = \int_0^4 v(t)dt = \left(\frac{3}{2}t^2 + 5t\right)\Big|_0^4 = \frac{3}{2}.4^2 + 5.4 = 44$. Vậy **c) Sai**.

d) Máy bay rời đường băng khi $t = 32$ giây nên $s = \int_0^{32} v(t)dt = \left(\frac{3}{2}t^2 + 5t\right)\Big|_0^{32} = 1696$.

Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1696m. Vậy **d) Đúng**.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC với $A(1; -3; 3), B(2; -4; 5), C(3; -2; 1)$

a) $\overline{AB} = (-1; 1; -2)$.

b) Khoảng cách từ B đến trục Oy bằng 4.

c) Điểm $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ΔABC thì $a + b + c = 2$.

d) Điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $2\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0}$, khi đó $2x + y + z = 4$.

Lời giải

a) $\overline{AB} = (1; -1; 2)$. Vậy **a) Sai**.

b) $B(2; -4; 5) \Rightarrow d(B, Oy) = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$. Vậy **b) Sai**.

c) Điểm $G(2; -3; 3) \Rightarrow a + b + c = 2$. Vậy **b) Đúng**.

d) Điểm $I(x; y; z)$ thỏa mãn $2\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0}$

$\overline{IA}(1-x; -3-y; 3-z); \overline{IB}(2-x; -4-y; 5-z); \overline{IC}(3-x; -2-y; 1-z)$

$$2\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 13-6x=0 \\ -16-6y=0 \\ 14-6z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{6} \\ y = -\frac{8}{3} \\ z = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow 2x + y + z = 4. \text{ Vậy c) Đúng.}$$

PHẦN III. (2 điểm) Trả lời ngắn câu 1 đến câu 4

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách giữa hai điểm cực trị của (C) và d_1 là khoảng cách từ điểm cực đại của (C) đến gốc tọa độ. Giá trị của $d^2 + d_1^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

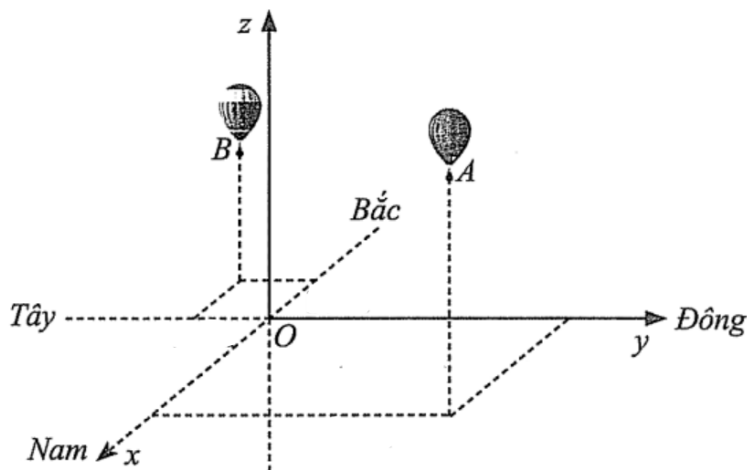
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

Suy ra hai điểm cực trị của (C) là $A(0; 3)$ và $B(-2; -1)$ nên $d = AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow d^2 = 20$.

Điểm cực đại là $B(-2; -1) \Rightarrow d_1^2 = OB^2 = (-2)^2 + (-1)^2 = 5$. Vậy $d^2 + d_1^2 = 25$.

Đáp án: 25

Câu 2: Hai chiếc kính khí cầu **A** và **B** bay lên từ cùng một vị trí **O** trên mặt đất. Sau một khoảng thời gian, kính khí cầu **A** nằm cách điểm xuất phát 4 km về phía Đông và 3 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 1 km ; kính khí cầu **B** nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và $1,5\text{ km}$ về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$ (hình minh họa bên dưới). Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai kính khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai kính khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm xuất phát là gốc O như hình vẽ trên.

Khi đó tọa độ hai kính khí cầu là $A(3; 4; 1), B\left(-1; -\frac{3}{2}; \frac{4}{5}\right)$

Gọi M là vị trí người quan sát và $B'\left(-1; -\frac{3}{2}; -\frac{4}{5}\right)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Khi đó $MA + MB = MA + MB' \geq AB' = \sqrt{(3+1)^2 + \left(4 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{4}{5}\right)^2} \approx 7,03\text{ km}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M, A, B' thẳng hàng và M thuộc đoạn AB' . Điều này luôn xảy ra.

Đáp án: 7,03

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

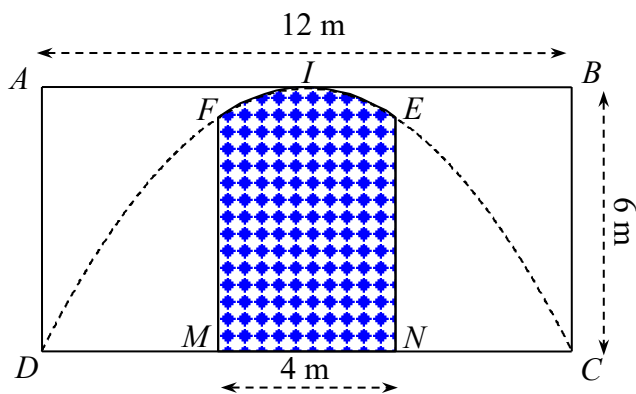
Ta có: $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x + C_1$.

Mà $f(1) = 3 \Rightarrow 3 = 6 + C_1 \Rightarrow C_1 = -3 \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 2x - 3 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + C_2$.

Lại có: $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$. Khi đó: $F(1) = 1$.

Đáp án: 1

Câu 4: Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6\text{ m}$, chiều dài $CD = 12\text{ m}$ (hình vẽ bên). Cho biết $MNEIF$ là hình chữ nhật có $MN = 4\text{ m}$; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm CD . Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng/ 1 m^2 . Hỏi công ty X cần bao nhiêu triệu đồng để làm bức tranh đó?



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ có gốc là trung điểm O của MN , trục hoành trùng với đường thẳng MN thì parabol có phương trình là $y = -\frac{1}{6}x^2 + 6$

Khi đó diện tích của khung tranh là $S = \int_{-2}^2 \left(-\frac{1}{6}x^2 + 6 \right) dx = \frac{208}{9} m^2$

Suy ra số tiền là: $\frac{208}{9} \times 900.000 = 20.800.000$ đồng = 20,8 triệu đồng

Đáp án : 20,8

PHẦN TỰ LUẬN (3,0đ)

Câu 1: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

Đáp án

Nội dung	Điểm
Phương trình hoành độ giao điểm của (H) với trục hoành: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases}$	0,5
Vật thể tích khối tròn xoay sinh ra do (H) quay quanh Ox là: $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 \cdot dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) \cdot dx = \pi \cdot \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big _0^2 = \frac{16}{15} \pi$.	0,5

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C) . Giả sử A, B là hai điểm thuộc hai nhánh và AB Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng AB .

Đáp án

Nội dung	Điểm
Giả sử điểm $A \left(1+a; 1+\frac{2}{a} \right)$ với $a > 0$ thuộc nhánh phải của (C) $\Rightarrow B = \left(1-a; 1-\frac{2}{a} \right)$ đối xứng với A qua tâm đối xứng $I(1;1)$	0,5
$\Rightarrow AB = \sqrt{4a^2 + \frac{16}{a^2}} \geq \sqrt{2 \cdot \sqrt{4a^2 \cdot \frac{16}{a^2}}} = 4$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = \sqrt{2}$. Hay giá trị nhỏ nhất của AB bằng 4 khi $a = \sqrt{2}$.	0,5

Câu 3: Một chiếc đèn trang trí (gồm các bóng đèn gắn vào một giá hình tròn) như hình bên dưới. Đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần

nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên giá sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L , trọng lượng của chiếc đèn là $27N$, bán kính của giá hình tròn là $0,5m$.



Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. Hỏi chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án

Nội dung	Điểm
<p>Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Vì tam giác ABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do đó, $GA = GB = GC = 0,5m$. Gọi F là độ lớn của các lực căng F_1, F_2, F_3 trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L.</p> <p>Theo bài ra ta có $OA = OB = OC = L$ nên $OG \perp (ABC)$ và $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = L$</p> <p>Do đó, $\overline{F_1} = \overline{F_2} = \overline{F_3}$. Vì vậy tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho $\overline{F_1} = c\overline{OA}, \overline{F_2} = c\overline{OB}, \overline{F_3} = c\overline{OC}$.</p> <p>Suy ra $\overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3} = c(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}) = 3c\overline{OG}$.</p> <p>Mặt khác, ta lại có $\overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{F_3} = \overline{P}$ với \overline{P} là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Mà trọng lực tác dụng lên chiếc đèn là $27N$ nên</p> $ \overline{P} = 27 \Leftrightarrow 3c \overline{OG} = 27N \Leftrightarrow c = \frac{9}{OG}.$	0,5
<p>Tam giác AOG vuông tại G (do $OG \perp (ABC)$) nên ta suy ra $OG = \sqrt{OA^2 - GA^2} = \sqrt{L^2 - 0,5^2}$ (m) với $L > 0,5$.</p>	0,5

$$\text{Do đó, } OG = \sqrt{L^2 - 0,5^2} \Rightarrow c = \frac{9}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}.$$

$$\text{Khi đó, } |\vec{F}| = |\vec{F}_1| = c|OA| = \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \text{ (với } L > 0,5).$$

Ta có lực căng tối đa của mỗi sợi dây là $12N$.

$$\text{Suy ra } F(L) \leq 12 \Leftrightarrow \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \leq 12 \Leftrightarrow 3L \leq 4\sqrt{L^2 - 0,5^2} \Leftrightarrow 9L^2 \leq 16L^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow 7L^2 \geq 4 \Rightarrow L \geq \frac{2\sqrt{7}}{7}. \text{ Vậy chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là } \frac{2\sqrt{7}}{7} \text{ (m).}$$

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 2
MÔN TOÁN KHỐI 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x.$

A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ **B.** $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ **D.** $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$ ta được đáp án B

Câu 3. Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

A. $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C.$ **B.** $\sin x + x^2 + C.$ **C.** $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C.$ **D.**
 $-\sin x + x^2 + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\int (\cos x + x) dx = \sin x + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Câu 4. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3.$ Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. 9.

C. 6.

D. $\frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2.3 = 6.$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$; $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 36$. C. $I = \frac{9}{4}$. **D.** $I = 13$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = 9 + 4 = 13$.

Câu 6. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1)dx$

- A. $I = 5$. **B.** $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_0^2 (2x + 1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$.

Câu 7. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

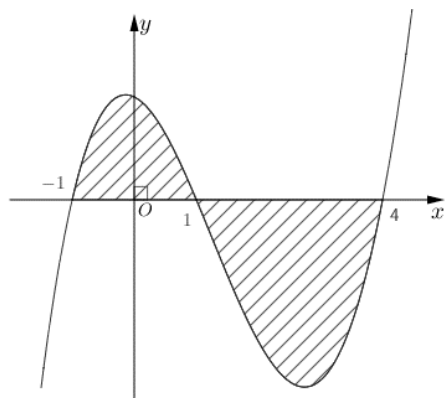
- A. $V = \int_a^b |f(x)|dx$ **B.** $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ C. $V = \int_a^b f^2(x)dx$ D.

$V = \pi \int_a^b f(x)dx$

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]; f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên:

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx. \text{ Chọn đáp án A}$$

Câu 9. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{81}{12}$

D. 13

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 - x - (x - x^2)| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = \left| -\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) \right| + \left| \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \right| = \frac{37}{12}.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$.

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

- A. $2x - 2y + 4z - 21 = 0$. B. $2x - 2y + 4z + 21 = 0$
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. D. $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$$3(x - 2) - 2(y + 1) + (z - 4) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm ĐÚNG-SAI.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2024x + 2025$.

a) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x$.

b) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 3x^2 - 2024$.

c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thoả mãn $F(0) = 3$ là

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x.$$

d) Tích phân $\int_0^1 f(x)dx = \frac{4053}{4}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0$, $(Q): \sqrt{3}x - y - 2024 = 0$. Xét các vector $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$, $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; -1; 0)$.

- a) \vec{n}_1 là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- b) \vec{n}_2 không là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .
- c) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$.
- d) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Biết $I = \int_0^{2024} 2^x dx = \frac{2^a + b}{\ln 2}$. Tính $a + b$?

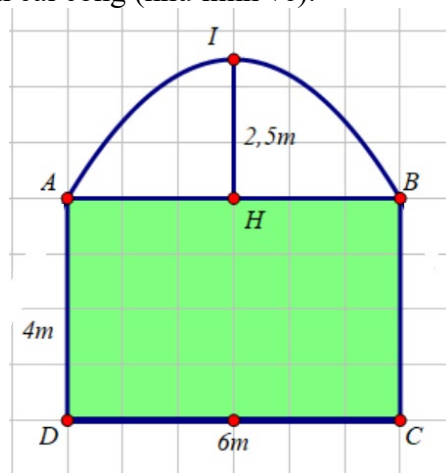
Lời giải

Đáp án: 2023

$$I = \int_0^{2024} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^{2024} = \frac{2^{2024} - 1}{\ln 2}.$$

Do đó $a + b = 2024 - 1 = 2023$

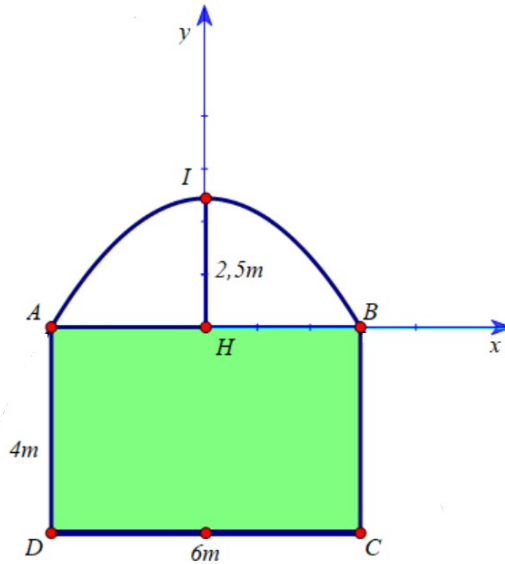
Câu 2: Một gia đình muốn làm cái cổng (như hình vẽ).



Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với $IH = 2,5m$, phần phía dưới là một hình chữ nhật có kích thước $AD = 4m, AB = 6m$. Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu (phần hình chữ nhật $ABCD$) là $1000000 \text{ đ}/m^2$ và giá để làm phần cổng phía trên là $1200000 \text{ đ}/m^2$. Tính số tiền gia đình đó phải trả là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Đáp án: 36



Ta có: $S_{ABCD} = 4.6 = 24(m^2)$

Do đó số tiền làm phần cổng hình chữ nhật $ABCD$ là: $24.1000000 = 24000000$ đồng

+) Gắn hệ trục tọa độ Hxy như hình vẽ. Khi đó, parabol có dạng: $y = ax^2 + b(P)$.

$$\text{Parabol đi qua điểm } I(0;2,5) \text{ và } B(3;0) \text{ nên: } \begin{cases} b = 2,5 \\ 9a + 2,5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{18} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } y = -\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra, diện tích phía trên của cổng là: } S = \int_{-3}^3 \left(-\frac{5}{18}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx = 10(m^2).$$

Số tiền làm phần cổng phía trên là: $10.1200000 = 12000000$ đồng.

Vậy số tiền gia đình phải trả là: $24000000 + 12000000 = 36000000$ đồng.

Hay 36 (triệu đồng).

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;2;1), \vec{u}_2 = (0;1;1)$. Mặt phẳng (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -1

$$\text{Vì } (P) \text{ song song với giá của hai vectơ } \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ nên } \begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n}_P \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; -1; 1)$$

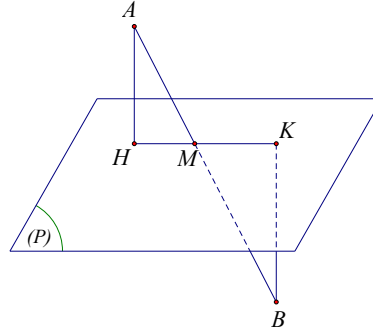
$$\text{Vậy PT } (P): 1.(x-0) - 1.(y-1) + 1.(z-0) = 0 \Leftrightarrow x - y + z + 1 = 0.$$

Thay $x = 0; y = 0$ vào phương trình trên ta được $z = -1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2; 4; -1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overline{AB} = 3.\overline{AM}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) .

Lời giải

Đáp án: 6



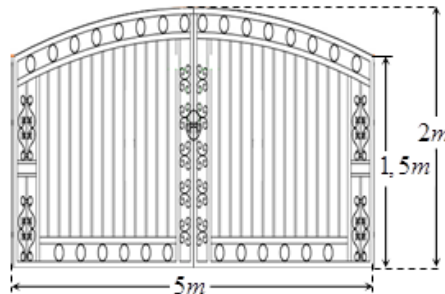
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{AB} = 3.\overline{AM} &\Rightarrow BM = 2.AM \Rightarrow \frac{d(B, (P))}{d(A, (P))} = \frac{BM}{AM} = 2 \\ \Rightarrow d(B, (P)) &= 2.d(A, (P)) = 2 \cdot \frac{|3.2 + 4.4 - 12.(-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-12)^2}} = 2.3 = 6. \end{aligned}$$

PHẦN IV. TỰ LUẬN.

Câu 1: Một vật di chuyển với gia tốc $a(t) = -\frac{20}{(1+2t)^2}$ (m/s^2) Khi $t = 0$ thì vận tốc của vật là

$v(t) = 30$ (m/s). Tính quãng đường vật đó đi được sau 3 giây đầu tiên?

Câu 2: Bác Bình muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi bác Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng đơn vị).



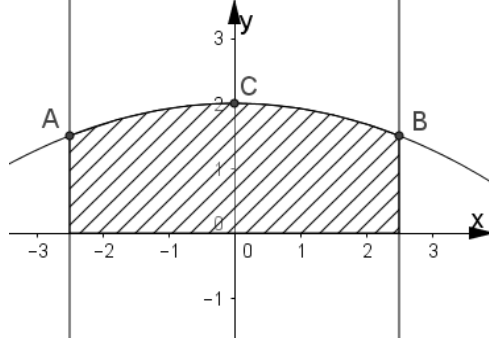
Câu 3: Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A

và B lần lượt là $(3; 2, 5; 15)$ và $(21; 27, 5; 10)$. Biết tọa độ du khách khi ở độ cao 12 mét là $(a; b; c)$.
 . Tính $P = 5a + b + c$.



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Ta có $v(t) = \int a(t)dt = -\int \frac{20}{(1+2t)^2} dt = \frac{10}{1+2t} + C$.	0.25
	Mà tại thời điểm $t = 0$ vật có vận tốc bằng $v(t) = 30 (m/s)$ nên ta có $v(0) = 30$ hay $C = 20$. Vậy $v(t) = \frac{10}{1+2t} + 20$.	0.25
	Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = 3$ (s) là $\int_0^3 v(t)dt = \int_0^3 \left(\frac{10}{1+2t} + 20\right) dt \approx 70$ (m).	0.5
Câu 2	Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.	



0.25

Trong đó $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$.

Giả sử đường cong phía trên là một Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$. Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}.$$

0.25

Khi đó phương trình Parabol là $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$. Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2,5$; $x = 2,5$.

Ta có

$$S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2 \right) dx = \left(-\frac{2}{25} \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2,5}^{2,5} = \frac{55}{6}.$$

0.25

0.25

Vậy bác Bình phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là

$$S \times 700000 = \frac{55}{6} \times 700000 \approx 6.416.667 \text{ (đồng)}.$$

Câu 3

Ta có $\overrightarrow{AB} = (18; 25; -5)$.

Phương trình tham số chứa đường zipline là

$$d : \begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 25t \\ z = 15 - 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Gọi $C(x_C; y_C; 12)$ là tọa độ của du khách đang ở độ cao 12 mét.

0.25

0.25

	<p>Ta có $C \in d$ và $z_C = 12$ khi đó $12 = 15 - 5t \Rightarrow t = \frac{3}{5}$.</p> $x_C = 3 + 18 \cdot \frac{3}{5} = \frac{69}{5}; \quad y_C = 2,5 + 25 \cdot \frac{3}{5} = 17,5.$ <p>Vậy tọa độ của du khách là $C\left(\frac{69}{5}; 17,5; 12\right)$. Khi đó</p> $P = 5a + b + c = 5 \cdot \frac{69}{5} + 18 + 12 = 98,5.$	0.25
--	--	------

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ II TOÁN 12
NĂM HỌC 2024–2025

Thời gian: 90 phút

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn . Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$. B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$. D. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 3. Hàm số $F(x) = 2 \sin x + 3x$ là một nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = 2 \cos x - 3$ B. $f(x) = -2 \cos x + 3$.
C. $f(x) = 2 \cos x + 3$. D. $f(x) = -2 \cos x - 3$.

Câu 4. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục không âm trên $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_b^a f(x) dx$.
C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^a f(x) dx$.

Câu 5. Biết $\int_3^5 f(x) dx = -2$ và $\int_4^5 f(x) dx = -4$. Giá trị biểu thức $\int_3^4 f(x) dx$ bằng

- A. -2. B. 2. C. 6. D. -6.

Câu 6. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 5, \int_0^1 g(x) dx = -4$. Tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$.

- A. 9. B. 13. C. -9. D. -1.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là:

- A. $S = \int_0^\pi \cos x dx$ B. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$.
C. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$. D. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$.

Câu 9. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây là đúng?

$$\text{A. } V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$$

$$\text{B. } V = \int_0^2 e^x dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_0^2 e^x dx.$$

$$\text{D. } V = \int_0^2 e^{2x} dx.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng

$$(\alpha): x - y + 5 = 0?$$

$$\text{A. } \vec{a} = (1; -1; 0)$$

$$\text{B. } \vec{b} = (1; 1; 5)$$

$$\text{C. } \vec{c} = (2; -3; 0)$$

$$\text{D. } \vec{d} = (1; 1; 0)$$

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; -2)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

$$\text{A. } 2x - y + 3z + 3 = 0. \quad \text{B. } 2x - y - 3z - 3 = 0. \quad \text{C. } 2x + y - 3z + 3 = 0. \quad \text{D. } 2x + y - 3z + 9 = 0.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

$$\text{A. } (2; 3; -1).$$

$$\text{B. } (3; 5; -2).$$

$$\text{C. } (2; -3; -1).$$

$$\text{D. } (3; -5; -1).$$

Phần II. Dạng Đúng-Sai (Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai)

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2024x + 2025$.

a) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x$.

b) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 3x^2 - 2024$.

c) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$ là $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x$.

d) Tích phân $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4053}{4}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0$, $(Q): \sqrt{3}x - y - 2024 = 0$. Xét các vectơ $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$, $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; -1; 0)$.

a) \vec{n}_1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) \vec{n}_2 không là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

c) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .

PHẦN III. Dạng trả lời ngắn (Trong các câu hỏi sau, mỗi câu hỏi học sinh trả lời kết quả tìm được)

Câu 15. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng

trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)$

(cm) là chiều cao của cây sau t (năm). (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, *Calculus 19e*, Cengage

2914). Cây con khi được trồng cao 20 cm. Chiều cao của cây sau 10 năm trồng là a (cm). Khi đó a

bằng bao nhiêu?

Câu 16. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 160 - 9,8t$ (m/s). Tìm độ cao cao nhất của viên đạn làm tròn đến một chữ số thập phân

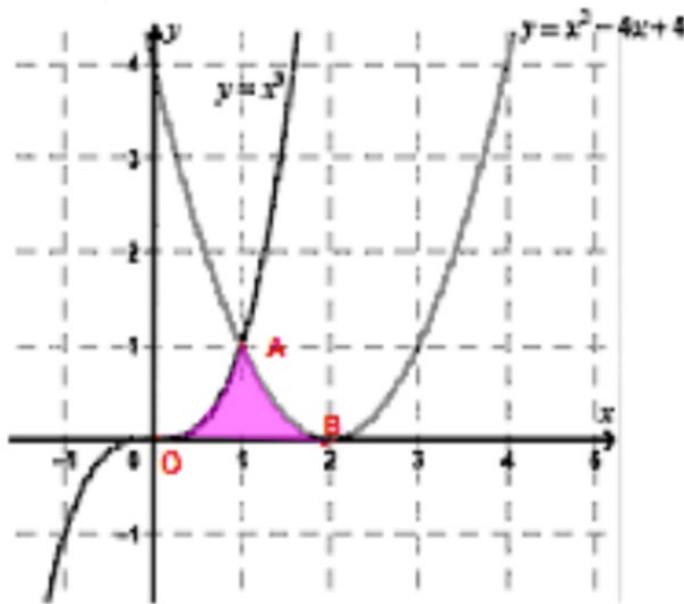
Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T = a + b + c$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - a = 0$ (a là tham số) và đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Tìm a để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 19. Tính diện tích phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x^2 - 4x + 4$ và trục Ox .

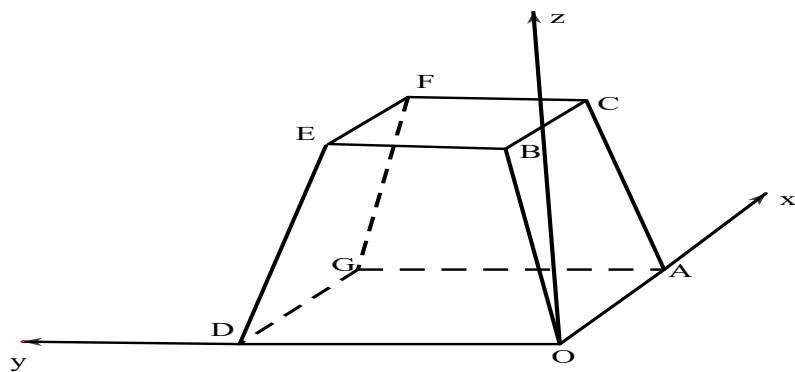


Câu 20. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B.

Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Câu 21. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục

tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.
 Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



-----HẾT-----

Hướng dẫn chấm

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	A	C	B	C	A	C	A	C	A	D

PHẦN II.

CÂU	a)	b)	c)	d)
13	Đ	Đ	S	Đ
14	Đ	S	Đ	S

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2024x + 2025$.

a) (NB) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x$.

$$F'(x) = \left(\frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x\right)' = x^3 - 2024x + 2025$$

b) (NB) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 3x^2 - 2024$.

$$f'(x) = (x^3 - 2024x + 2025)' = 3x^2 - 2024 = g(x)$$

c) (NB) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$ là $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 1012x^2 + 2025x$.

$$F(0) = \frac{1}{4}0^4 - 1012 \cdot 0^2 + 2025 \cdot 0 = 0.$$

d) (TH) Tích phân $\int_0^1 f(x)dx = \frac{4053}{4}$.

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (x^3 - 2024x + 2025)dx = \frac{4053}{4}.$$

Vậy đáp án **a) đúng, b) đúng, c) sai, d) đúng.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0$, $(Q): \sqrt{3}x - y + 2025 = 0$. Xét các vectơ

$$\vec{n}_1 = (0; 1; 0), \vec{n}_2 = (\sqrt{3}; -1; 0).$$

a) (NB) \vec{n}_1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Mặt phẳng $(P): y = 0$ có một vectơ pháp tuyến là: $(0; 1; 0)$.

Đây là phát biểu **đúng**.

b) (NB) \vec{n}_2 **không** là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Mặt phẳng $(Q): \sqrt{3}x - y + 2025 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là: $(\sqrt{3}; -1; 0)$.

Đây là phát biểu **sai**.

c) (TH) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$.

Ta có: $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0 = -1$

Đây là phát biểu **đúng**.

d) (TH) Góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) bằng 30° .

Ta có: $\cos[(P), (Q)] = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|-1|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{1}{2}$

Suy ra: góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) bằng 60° . Đây là phát biểu **sai**.

Vậy đáp án **a) đúng, b) sai, c) đúng, d) sai**.

Phần III.

Câu	15	16	17	18
Đáp án	145	16,3	-367	12

Câu 15: Ta có $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.

Do $\int (1,5t + 5) dt = \int 1,5t dt + \int 5 dt = \frac{3}{4} \int 2t dt + 5 \int dt = \frac{3}{4} t^2 + 5t + C$ nên $h(t) = \frac{3}{4} t^2 + 5t + C$.

Vì cây con khi được trồng cao 20 cm nên $h(0) = 20$, suy ra $C = 20$.

Vậy $h(t) = \frac{3}{4} t^2 + 5t + 20$.

Sau 10 năm, chiều cao của cây đó là: $h(10) = \frac{3}{4} \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 20 = 145$ (cm). Vậy $a = 145$.

Câu 16: Gọi $S(t)$ là độ cao viên đạn được bắn lên từ mặt đất sau t (giây) kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên khi đó $S(t) = \int v(t) dt = \int (160 - 9,8t) dt = 160t - 4,9t^2 + C$. Vì $S(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

Vậy $S(t) = -4,9t^2 + 160t$. Khảo sát hàm số $S(t)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta được $Max_{(0; +\infty)} S(t) \approx 1306$ (m) khi

$t = \frac{800}{9,8} \approx 16,3$ giây

Câu 17 : Ta có phương trình của đường bay là

(d): $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$. Suy ra $E(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ với $t \geq 0$.

E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình.

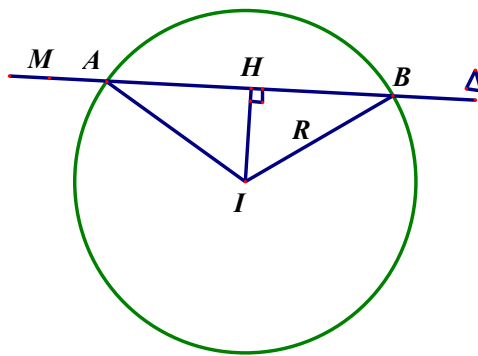
$\Rightarrow OE = 417 \Leftrightarrow (-688 + 91t)^2 + (-185 + 75t)^2 + 8^2 = 417^2 \Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 8 \end{cases}$

Vì E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình $\Rightarrow t = 3 \Rightarrow E(-415; 40; 8)$.

Vậy $a = -415; b = 40; c = 8 \Rightarrow a + b + c = -367$.

Câu 18:



Gọi H là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow IH \perp AB$, $HA = 4$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$, bán kính $R = \sqrt{13+a}$, $(a > -13)$.

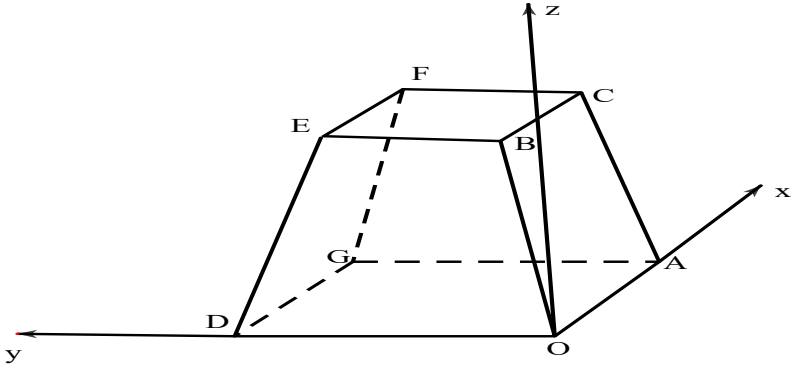
Đường thẳng Δ đi qua $M(4; 3; 3)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$.

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (6; 0; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{IM}, \vec{u}] = (-3; -6; 6) \Rightarrow IH = d(I, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{IM}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = 3$.

Ta có: $R^2 = IH^2 + HA^2 \Leftrightarrow 13 + a = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow a = 12$.

Phần IV.

Câu	Nội dung	Điểm
19		
	<p>Dựa vào hình vẽ ta thấy hình phẳng cần tính diện tích gồm 2 phần:</p> <p>Phần 1: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox, $x = 0$, $x = 1$.</p> <p>Phần 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, trục Ox, $x = 1$, $x = 2$.</p> <p>Do đó diện tích cần tính là</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>

	$S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 x^2 - 4x + 4 dx = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$ $= \frac{7}{12}$	0.25 0.25
20	<p>Ta có: $T(x) = \int T'(x) dx = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}$.</p> <p>Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với $x = 10$ ta có $T(10) = 12000$ suy ra $12000 = -10.10^2 + 300.10 + C \Rightarrow C = 10000$.</p> <p>Vậy $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$. Ta có $T(x)$ là một hàm bậc hai với hệ số $a < 0$ và đồ thị hàm số có đỉnh là $I(15; 12250)$. Vậy doanh thu cao nhất của trung tâm thương mại là 12 250 triệu đồng.</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
21		
	<p>Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.</p> <p>$\overrightarrow{OD} = (0; 60; 0), \overrightarrow{OB} = (10; 10; 8)$</p> <p>Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là</p> <p>$\vec{n} = [\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}] = (480; 0; -600) = 120(4; 0; -5)$</p> <p>Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ là: $4x - 5z = 0$</p> <p>Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là:</p> <p>$d(G, (OBED)) = \frac{ 4 \cdot 100 - 5 \cdot 0 }{\sqrt{16 + 25}} = \frac{400\sqrt{41}}{41} (m)$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25

-----HẾT-----

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II THAM KHẢO TOÁN 12 NĂM HỌC 2024–2025

Thời gian: 90 phút

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: (TH-TD) Tính $F(x) = \int e^2 dx$, trong đó e là hằng số và $e \approx 2,718$.

- A. $F(x) = \frac{e^2 x^2}{2} + C$. B. $F(x) = \frac{e^3}{3} + C$. C. $F(x) = e^2 x + C$. D. $F(x) = 2ex + C$.

Câu 2: (NB-TD) Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = e^x$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = \ln x$.

Câu 3: (NB-TD) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$ B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$
C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Câu 4: (NB-TD). Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

- A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 5 (NB-TD). Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12. B. 7. C. 1. D. -12.

Câu 6 (NB-TD) Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. -2. D. 3.

Câu 7 (NB-TD) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 8 (NB-TD) Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$ D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

Câu 9 (NB-TD) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx.$

B. $\int_0^1 e^{6x} dx.$

C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx.$

D. $\int_0^1 e^{3x} dx.$

Câu 10. (NB-TD) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4).$

B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1).$

C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1).$

D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4).$

Câu 11. (NB-TD) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $x = 0$

B. $z = 0$

C. $x + y + z = 0$

D. $y = 0$

Câu 12. (NB-TD) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 4z - 12 = 0.$

B. $3x - y + 4z + 12 = 0.$

C. $x - y + 2z - 12 = 0.$

D. $x - y + 2z + 12 = 0.$

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -4x + 3$.

a) (NB-TD) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = -2x^2 + 3x + 1$.

b) (NB-TD) $F(x) = -2x^2 + 3x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

c) (NB-TD) Nguyên hàm $G(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 2$ thì $G(2) = -1$

d) (TH-TD) Tích phân $\int_0^1 f(x) dx = -1$.

Câu 2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - y + z + 1 = 0$, $(Q): x + 4y + z - 2025 = 0$. Xét các vectơ $\vec{n}_1 = (3; -1; 1)$, $\vec{n}_2 = (1; 4; 1)$.

a) (NB-TD) \vec{n}_1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) (NB-TD) \vec{n}_2 không là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

c) (TH-TD) $(P) \perp (Q)$.

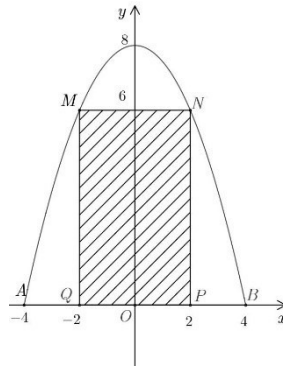
d) (TH-TD) $d(O, (Q)) = 2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. (H-GQVĐ). Một ô tô đồ chơi trượt xuống dốc và dừng lại sau 5 giây, vận tốc ô tô đồ chơi từ thời điểm $t=0$ giây đến $t=5$ giây được cho bởi công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3$ (m/s).

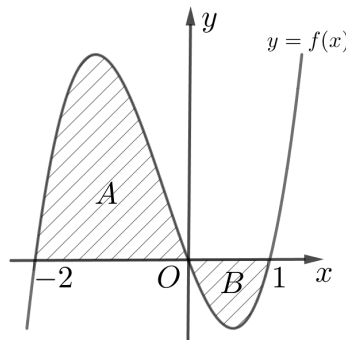
Tính quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại (làm tròn kết quả theo đơn vị mét đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 2(VD-GQVĐ). Một chiếc công có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân công là 8 m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phông người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200 000 đồng/m², biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m.



Hỏi số tiền để mua hoa trang trí là bao nhiêu?

Câu 3(VD-GQVD).Biết rằng $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ được biểu diễn trong hình bên dưới.



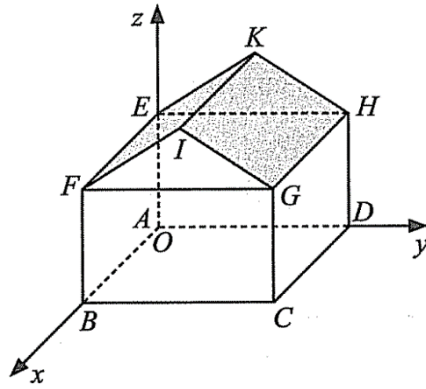
Biết rằng diện tích các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 5, S_B = 2$. Khi $F(-2) = 1$ hãy tính giá trị $F(1)$

Câu 4. (H-TD).Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz các đoạn bằng nhau có phương trình là $x + ay + bz + c = 0$. Tìm giá trị của c ?

PHẦN IV. Tự luận .

Câu 1. (VD-MHH) . Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này .

Câu 2. (VD -MHH). Một nhà kho được mô hình hoá trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau như hình vẽ.



Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AD = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - bc$.

Câu 3. (H-GQVĐ) .Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$,cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-3)$.

Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn OH .

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	C	B	A	D	C	A	A	B	C	D	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

CÂU	a)	b)	c)	d)
1	Đ	Đ	Đ	S
2	Đ	S	Đ	S

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4
Đ.A	5,21	3733333	4	-12

Phần IV. Tự luận

CÂU	1	2	3
Đ.A	30,832	252	$\frac{6}{7}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. (H-GQVD) Một ô tô đồ chơi trượt xuống dốc và dừng lại sau 5 giây, vận tốc ô tô đồ chơi từ thời điểm $t=0$ giây đến $t=5$ giây được cho bởi công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3$ (m/s).

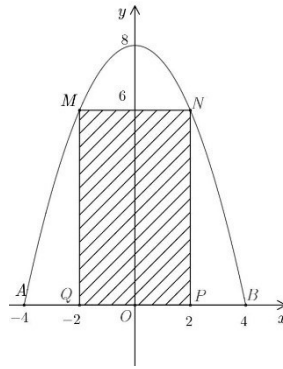
Tính quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại (làm tròn kết quả theo đơn vị mét đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Quãng đường ô tô đồ chơi đi đến khi dừng lại là

$$S(t) = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 \left(\frac{1}{2}t^2 - 0,1t^3\right) dt = 5,21(m)$$

Câu 2(VD-GQVD) Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là 8 m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất như hình vẽ bên. Ở phần phía ngoài phông người ta mua hoa để trang trí với chi phí 200 000 đồng/m², biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m.



Hỏi số tiền để mua hoa trang trí là bao nhiêu?

Lời giải

(P): $y = ax^2 + bx + c$

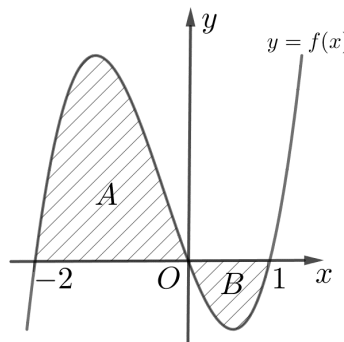
$$\begin{cases} A(-4; 0) \in (P) \\ B(4; 0) \in (P) \\ N(2; 6) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = 8 \end{cases}$$

$\Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$

Diện tích để trang trí hoa $S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8\right) dx - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 4 \cdot 6 = \frac{56}{3}$

Số tiền mua hoa trang trí $\frac{56}{3} \cdot 200000 \approx 3733333$ đồng.

Câu 3(VD-GQVD) Biết rằng $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ được biểu diễn trong hình bên dưới.



Biết rằng diện tích các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 5, S_B = 2$. Khi $F(-2) = 1$ hãy tính giá trị $F(1)$

Lời giải

Theo đề bài ta có:

$$S_A = \int_{-2}^0 f(x) dx = F(0) - F(-2) = 5; S_B = \int_0^1 -f(x) dx = F(0) - F(1) = 2$$

Từ đó suy ra : $S_A - S_B = F(1) - F(-2) = 3 \Leftrightarrow F(1) = 4.$

Câu 4. (H-TD) Gọi $A(m; 0; 0), B(0; m; 0), C(0; 0; m)$ với $m > 0$ là giao điểm của mặt phẳng (α) và các tia Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, B, C là: $\frac{x}{m} + \frac{y}{m} + \frac{z}{m} = 1.$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; 4; 3)$, suy ra $m = 12.$

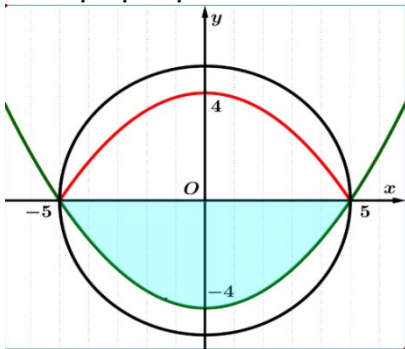
Ta có $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{12} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 12 = 0.$ Suy ra $c = -12.$

Phần IV: Tự luận:

Câu 1: (VD-GQVĐ) Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này .

Lời giải

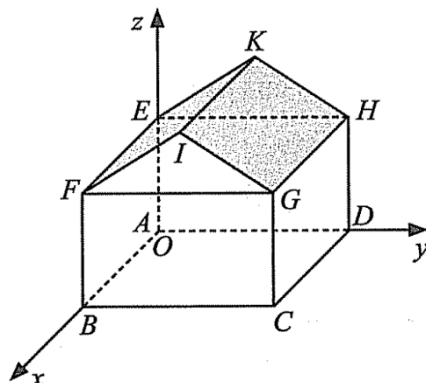
Xét hệ trục độ như hình vẽ.



Lời giải	Điểm
Vẽ được hình Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 25$ Phương trình của Parabol có bề lõm hướng lên là: $y = \frac{4}{25}x^2 - 4$	0,25
Diện tích phần trồng hoa giới hạn bởi 2 parabol là: $S_1 = 2 \int_{-5}^5 \left(\frac{4}{25}x^2 - 4 \right) dx = 4 \int_0^5 \left(\frac{4}{25}x^2 - 4 \right) dx = \frac{160}{3} (m^2).$ Diện tích toàn bộ phần hình tròn là: $S_2 = 25\pi (m^2)$	0,25
Diện tích phần còn lại để trang trí gốm sứ là: $S = S_2 - S_1 = 25\pi - \frac{160}{3} (m^2).$	0,25
Vậy tổng chi phí để làm khu vực trung tâm quảng trường là	0,25

$$\frac{160}{3} \cdot 200 + \left(25\pi - \frac{160}{3}\right) \cdot 800 = 30,832$$

Câu 2: (VD-MHH) Một nhà kho được mô hình hoá trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau như hình vẽ.



Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AD = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$. Tìm giá trị của $a - bc$.

Lời giải	Điểm
$ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 10$; $AD = 12$ nên tọa độ điểm $B(10; 0; 0)$; $C(10; 12; 0)$ Hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy) là trung điểm của BC nên tọa độ điểm $I(10; 12; 9)$	0,25
Khi đó: $E(0; 0; 7)$, $F(10; 0; 7)$, $I(10; 12; 9)$.	0,25
Phương trình mặt phẳng $(EFIK)$: $y - 6z + 42 = 0$.	0,25
Suy ra $a - bc = 252$.	0,25

Câu 3. (H-GQVD). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; -3)$.

Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tính độ dài đoạn OH .

Lời giải	Điểm
Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z - 6 = 0$.	0,25
$\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0)$; $\overrightarrow{CA} = (1; 0; 3)$.	0,25
Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Suy ra $OH \perp (ABC)$.	0,25

$$\text{Suy ra } OH = d(O, (ABC)) = \frac{6}{7}.$$

0,25

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II THAM KHẢO TOÁN 12 NĂM HỌC 2024–2025

Thời gian: 90 phút

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: (TD 1.1) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C$.

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$.

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

Câu 2: (TD 1.2) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C$.

D. $4x^3 + 2x + C$

Câu 3: (TD 1.2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 3x$.

A. $\int (2 \sin x + 3x)dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$

B. $\int (2 \sin x + 3x)dx = 2 \cos x + 3x^2 + C$

C. $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C$

D. $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$

Câu 4: (TD 1.1) . Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1)dx$

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Câu 5 (TD 1.2) . Biết $\int_0^2 f(x)dx = -2$ và $\int_1^2 f(x)dx = -4$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$

A -2

B.2

C. 6

D. -6

Câu 6 (TD 1.2) . Cho $\int_a^b f(x)dx = 5$, $\int_a^b g(x)dx = -4$. Tính $\int_a^b [f(x) + 2g(x)]dx$.

A. 9.

B.13.

C.-3.

D. - 1

Câu 7 (TD1.1) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx$.

Câu 8 (TD1.2) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$.

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$.

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 9 (TD2.1) Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.



- A. 55m. B. 25m. C. 50m. D. 16m.

Câu 10. (TD1.2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vectơ $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Câu 11. (TD1.2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$. C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 12. (TD1.2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x - e^x$.

a) (NB) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = x^2 - e^x + 2025$.

b) (NB) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2 - e^x$.

c) (NB) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$ là $F(x) = x^2 - e^x$.

d) (TH) Tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$.

Câu 2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0$, $(Q): \sqrt{3}x - y - 2025 = 0$. Xét các véc tơ $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$, $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; -1; 0)$.

a) (NB) \vec{n}_1 là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) (NB) \vec{n}_2 không là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

c) (TH) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$.

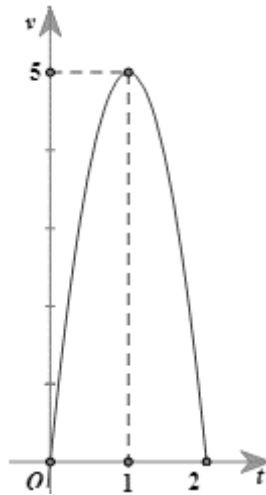
d) (TH) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. (GQ3.1). Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 160 - 9,8t$ (m/s). Tìm độ cao cao nhất của viên đạn làm tròn đến hàng đơn vị

Câu 2(GQ3.2): Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Câu 3(MH2.1): Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



Câu 4. (TH) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$.

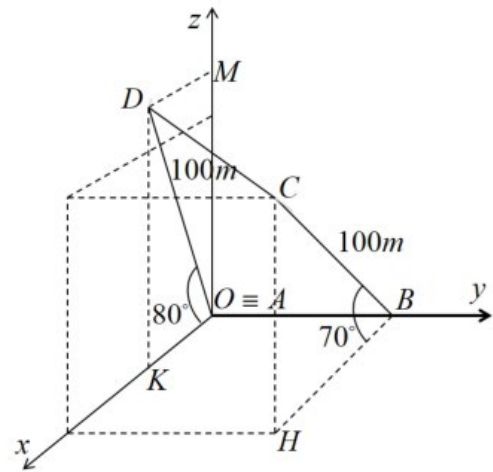
PHẦN IV. Tự luận :

Câu 1(VD) (GQ 3.2) Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi$ (m), $AD = 2$ (m). Tính diện tích phần còn lại.

Câu 2: (VD) (MH 2.1) Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: *R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Câu 3. (VD MH2.1) Vào dịp tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa A và B được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m\$, ng bắn A đặt nghiêng so với mặt đất một góc 80° và ống bắn B nghiêng so với mặt đ t một góc 70° . Hai pháo A và B được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường 100 m thì nổ. Người ta tính toán rằng để tạo ra hiệu ứng đẹp nhất thì vị trí nổ của 2 quả pháo A và B không cách nhau quá 50 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Hỏi với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ, hai quả

pháo A và B cùng nổ có tạo ra hiệu ứng đẹp nhất chưa? (ta xem như 2 quả pháo hoa bắn theo đường thẳng và tốc độ bay như nhau).



-----HẾT-----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: (TD 1.1) Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C$.

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$.

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ nên phương án A, B, D đúng.

Câu 2: (TD 1.2) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C$.

D. $4x^3 + 2x + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\int f(x)dx = \int (x^4 + x^2)dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$$

Câu 3: (TD 1.2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 3x$.

A. $\int (2 \sin x + 3x)dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$

B. $\int (2 \sin x + 3x)dx = 2 \cos x + 3x^2 + C$

C. $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C$

D. $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$

Câu 4: (TD 1.1) . Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1)dx$

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 2$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 (2x + 1)dx = (x^2 + x)\Big|_0^2 = 4 + 2 = 6.$$

Câu 5 (TD 1.2) . Biết $\int_0^2 f(x)dx = -2$ và $\int_1^2 f(x)dx = -4$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$

A. -2

B. 2

C. 6

D. -6

Câu 6 (TD 1.2) . Cho $\int_a^b f(x)dx = 5$, $\int_a^b g(x)dx = -4$. Tính $\int_a^b [f(x) + 2g(x)]dx$.

A. 9.

B. 13.

C. -3.

D. -1

Câu 7 (TD1.1) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 8 (TD1.2) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx.$

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx.$

C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx.$

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx.$

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 9 (TD2.1) Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.



A. $55m.$

B. $25m.$

C. $50m.$

D. $16m.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc $10m/s$ và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$.

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là $S = 3 \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55m.$

Câu 10. (TD1.2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vectơ $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

A. $\vec{c} = (2; 6; -1).$

B. $\vec{c} = (4; 6; -1).$

C. $\vec{c} = (4; -6; -1).$

D. $\vec{c} = (2; -6; -1).$

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; -6; -1)$

Câu 11. (TD1.2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm

$A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$. **C.** $x - 2y - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 12. (TD1.2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ **B.** $\vec{m} = (1; 1; 1)$ **C.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$ **D.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận vectơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm một véc tơ pháp tuyến

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x - e^x$.

a) (NB) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = x^2 - e^x + 2025$.

b) (NB) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2 - e^x$.

c) (NB) Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$ là $F(x) = x^2 - e^x$.

d) (TH) Tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$.

Câu 2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y = 0$, $(Q): \sqrt{3}x - y - 2024 = 0$. Xét các véc tơ $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$, $\vec{n}_2 = (\sqrt{3}; -1; 0)$.

a) (NB) \vec{n}_1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) (NB) \vec{n}_2 không là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

c) (TH) $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -1$.

d) (TH) Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng 30° .

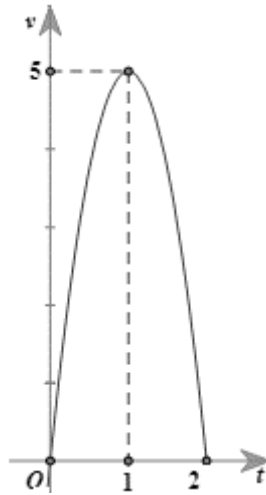
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. (GQ3.1). Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 160 - 9,8t$ (m/s).

Tìm độ cao cao nhất của viên đạn làm tròn đến hàng đơn vị

Câu 2(GQ3.2) Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Câu 3(MH2.1): Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



Câu 4. (TH) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

PHẦN IV. Tự luận :

Câu 1(VD) GQ 3.2 Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi$ (m), $AD = 2$ (m). Tính diện tích phần còn lại.

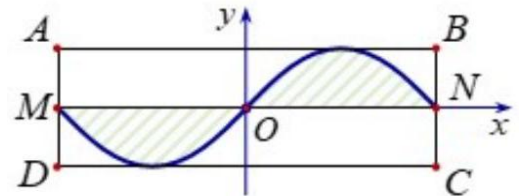
Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy (như hình bên). Khi đó

Diện tích hình chữ nhật là $S_1 = 4\pi$.

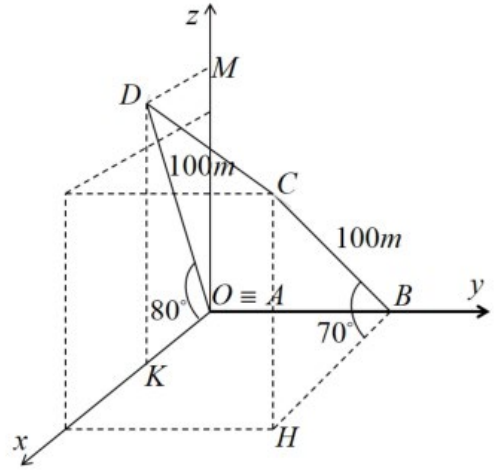
Diện tích phần đất được tô màu đen là $S_2 = 2 \int_0^{\pi} \sin x dx = 4$.

Tính diện tích phần còn lại: $S = S_1 - S_2 = 4\pi - 4 = 4(\pi - 1)$.



Câu 2: (VD) MH 2.1 Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: *R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Câu 3. (VD MH2.1) Vào dịp tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa A và B được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m\$, ng bắn A đặt nghiêng so với mặt đất một góc 80° và ống bắn B nghiêng so với mặt đ t một góc 70° . Hai pháo A và B được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường 100 m thì nổ. Ngườ ta tính toán rằng để tạo ra hiệu ứng đẹp nhất thì vị trí nổ của 2 quả pháo A và B không cách nhau quá 50 m . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Hỏi với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ, hai quả pháo A và B cùng nổ có tạo ra hiệu ứng đẹp nhất chưa? (ta xem như 2 quả pháo hoa bắn theo đường thẳng và tốc độ bay như nhau).



**HẾT
ĐÁP ÁN**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

CÂU	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ.A	C	A	A	B	B	C	A	A	A	D	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

CÂU	a)	b)	c)	d)
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	S	S	Đ

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	1	2	3	4
Đ.A	1306	50	13,3	-12

Phần IV. Tự luận

1	2	3
4,7	15	62,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (GQ3.1). Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi công thức $v(t) = 160 - 9,8t$ (m/s). Tìm độ cao cao nhất của viên đạn làm tròn đến một chữ số thập phân

Lời giải

Gọi $S(t)$ là độ cao viên đạn được bắn lên từ mặt đất sau t (giây) kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên

Khi đó $S(t) = \int v(t)dt = \int (160 - 9,8t)dt = 160t - 4,9t^2 + C$. Vì $S(0) = 0 \Rightarrow C = 0$

Vậy $S(t) = -4,9t^2 + 160t$. Khảo sát hàm số $S(t)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta được $Max_{(0;+\infty)} S(t) \approx 1306(m)$ khi

$$t = \frac{800}{9,8} \text{ giây}$$

Câu 2(GQ3.2): Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển

động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 25 (m/s)

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

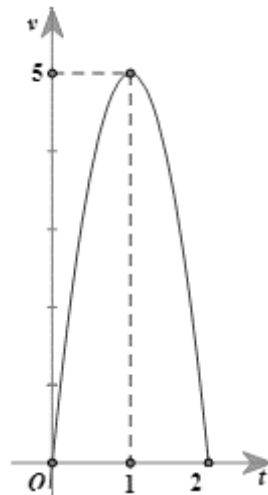
Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

Câu 3(MH2.1): Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



Lời giải

Ta có 1 giờ 30 phút = $1,5$ giờ $\Rightarrow S = \int_0^{1,5} v(t) dt$.

Đồ thị $v = v(t)$ đi qua gốc tọa độ nên $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$.

Đồ thị $v = v(t)$ có đỉnh là $I(1;5)$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -5t^2 + 10t$

$$S = \int_0^{1,5} (-5t^2 + 10t) dt = \frac{45}{8} \approx 5,63.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

Lời giải

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\vec{AB}=(-3;-3;2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\vec{n}_Q = [\vec{n}, \vec{AB}] = (0;8;12)$ làm vtpt

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1)+8(y-1)+12(z-3)=0$, hay $(Q): 2y+3z-11=0$

Vậy $a+b+c=5$

Phần IV: Tự luận:

Câu 1:(VD) (GQ 3.2) Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB=2\pi$ (m), $AD=2$ (m). Tính diện tích

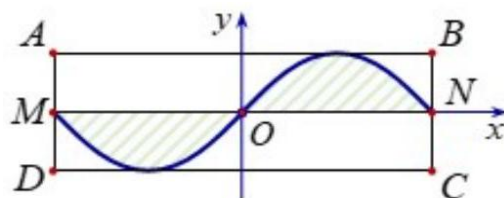
phần còn lại.

Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy (như hình bên). Khi đó

Diện tích hình chữ nhật là $S_1=4\pi$.

Diện tích phần đất được tô màu đen là $S_2=2\int_0^\pi \sin x dx=4$.



Tính diện tích phần còn lại: $S=S_1-S_2=4\pi-4=4(\pi-1)$.

Câu 2: (VD) (MH 2.1) Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x)=-20x+300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Lời giải

Ta có: $T(x)=\int T'(x)dx=\int(-20x+300)dx=-10x^2+300x+C, C \in \mathbb{R}$.

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với $x=10$ ta có $T(10)=12000$ suy ra

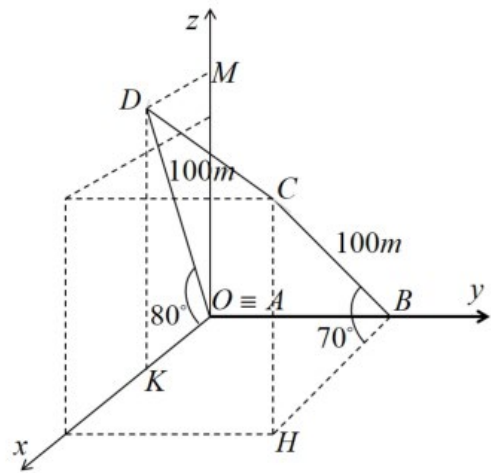
$$12000=-10.10^2+300.10+C \Rightarrow C=10000.$$

Vậy $T(x)=-10x^2+300x+10000$. Ta có $T(x)$ là một hàm bậc hai với hệ số $a < 0$ và đồ thị hàm số có đỉnh là $I(15;12250)$.

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 3: (VD) (MH2.1) Vào dịp tết Nguyên Đán, một số thành phố thường tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa A và B được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m\$, ng bắn A đặt nghiêng so với mặt đất một góc 80° và ống bắn B nghiêng so với mặt đ t một góc 70° . Hai pháo A và B được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường 100 m thì nổ. Người ta tính toán rằng để tạo ra hiệu ứng đẹp nhất thì vị trí nổ của 2 quả pháo A và B không cách

nhau quá 50 m . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Hỏi với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ, hai quả pháo A và B cùng nổ có tạo ra hiệu ứng đẹp nhất chưa? (ta xem như 2 quả pháo hoa bắn theo đường thẳng và tốc độ bay như nhau).



Lời giải

$$\sin \widehat{DOK} = \frac{DK}{DO} \Rightarrow DK = 100 \cdot \sin 80^\circ \approx 98,5 \text{ m};$$

$$\cos \widehat{DOK} = \frac{OK}{DO} \Rightarrow OK = 100 \cdot \cos 80^\circ \approx 17,4 \text{ m}.$$

$$\Rightarrow D(17,4; 0; 98,5)$$

$$\sin \widehat{CBH} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = 100 \cdot \sin 70^\circ \approx 94 \text{ m}; \cos \widehat{CBH} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = 100 \cdot \cos 70^\circ \approx 34,2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow C(34,2; 4; 94)$$

Vậy với cách đặt vị trí như trên thì khi nổ hai quả pháo A và B cùng nổ tạo ra hiệu ứng đẹp nhất.

Hết

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Tìm nguyên hàm $\int (-x^2 - x - 3)dx$.

- A. $-x^3 - x^2 - 3 + C$. B. $-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C$.
 C. $-x^3 - x^2 - 3x + C$. D. $-\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + C$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm $\int (3\sin x + 4\cos x) dx$.

- A. $3x + 4\sin x - 3\cos x + C$. B. $-4\sin x + 3\cos x + C$.
 C. $4\sin x - 3\cos x + C$. D. $-12\sin x + 9\cos x + C$.

Câu 3. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x - 4$ biết $F(-6) = -\frac{11336}{5}$.

- A. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x - 2$. B. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x + 2$.
 C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + 2$. D. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - x - 10$.

Câu 4. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^7 f(x) dx = -12, F(1) = -2$. Tính $F(7)$.

- A. -14 . B. -10 . C. 10 . D. 24 .

Câu 5. Cho $\int_5^{18} f(x) dx = 20, \int_8^{17} f(x) dx = -16$. Tính $\int_5^8 f(x) dx + \int_{17}^{18} f(x) dx$.

- A. -320 . B. 36 . C. -36 . D. 4 .

Câu 6. Tính tích phân $\int_4^7 (-3x - 4) dx$.

- A. $-\frac{135}{2}$. B. $-\frac{117}{2}$. C. -45 . D. $-\frac{123}{2}$.

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x + 9$, trục hoành và các đường thẳng $x = -6, x = -4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox .

- A. 84π . B. 78π . C. 82π . D. 81π .

Câu 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6x^2 - 30x + 36$, trục Ox và các đường thẳng $x = 2, x = 3$.

- A. 175 . B. 1 . C. 4 . D. 80 .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $8x + 23y - 20z - 79 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau không thuộc mặt phẳng (R) ?

- A. $D(6; -3; -5)$. B. $N(1; -3; -7)$. C. $C(-3; 1; -4)$. D. $M(-7; -7; -5)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(R): -7x + 6y + 7z - 7 = 0$ và mặt phẳng $(\gamma): -14x + 12y + 14z - 8 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho bằng

- A. $\frac{15\sqrt{134}}{134}$. B. $\frac{3}{4}$.
 C. $\frac{3\sqrt{134}}{134}$. D. $\frac{3}{20}$.

Câu 11. Một vật chuyển động với tốc độ $v(t) = 10t + 10$ (m/s), với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 4$.

- A. $\frac{9800}{3}$ (m). B. 20 (m). C. 83 (m). D. 80 (m).

Câu 12. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 5$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 5$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $7x$ và $\sqrt{25 - x^2}$.

- A. $\frac{887}{3}\pi$. B. $\frac{875}{3}$. C. $\frac{59981}{5}\pi$. D. $\frac{59976}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = -2x - 1$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau.

- a) $F'(x) = -2$.
 b) $\int_{-2}^2 (-2x - 1) dx = F(2) + F(-2)$.
 c) $F(x) = x^2 - x + c$.
 d) $\int_{-9}^{-5} f(x) dx = 52$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y - z - 2 = 0$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

- a) $\vec{n} = (-2; -4; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .
 b) Điểm $B(3; -3; -5)$ không thuộc mặt phẳng (α) .

- c) Khoảng cách từ điểm $A(-7; -1; -4)$ đến mặt phẳng (α) bằng $\frac{7\sqrt{6}}{6}$.
d) Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng $(R): 3x - 3y - 5z + 2 = 0$ bằng $82,8^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $-x + 6y + 7z + 34 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $E(3; -3; -2)$ và song song với (R) có phương trình dạng $-1x + ay + bz + c = 0$. Tính $a + b + c$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\beta): x + 3y - 5z - 4 = 0$ và điểm $A(1; 5; -5)$. Biết $G(a; b; c)$ là điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (β) . Tính $a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Biết tích phân $\int_{-5}^0 [m(-4x - 2) + x^2 - 6x - 2] dx = 8$. Giá trị của m bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 6$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 6$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $6x$ và $\sqrt{36 - x^2}$.

A. 435π .

B. $\frac{135833}{5}\pi$.

C. $\frac{135828}{5}$.

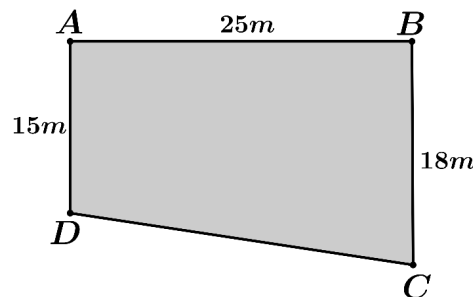
D. 432.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1. Tại một nhà máy, gọi $C(x)$ là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất x tấn sản phẩm Z trong một tháng. Khi đó, đạo hàm $C'(x)$, gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $C'(x) = 11 - 0,10x + 0,00050x^2$ với $0 \leq x \leq 101$.

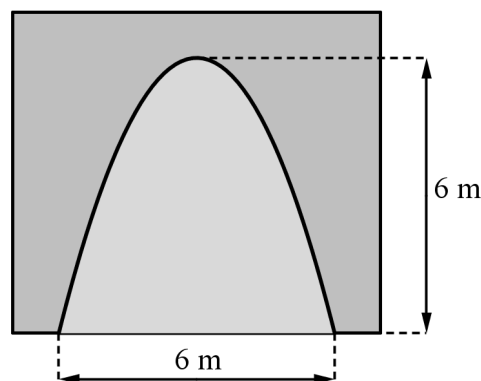
Biết rằng $C(0) = 24$ triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí khi nhà máy sản xuất 93 tấn sản phẩm Z trong tháng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ:



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25\text{m}$, $AD = 15\text{m}$, $BC = 18\text{m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm , $a\text{ cm}$, 6 cm tương ứng. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 3. : Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình sau. Tính diện tích của cửa hầm.



—HẾT—

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Tìm nguyên hàm $\int (-x^2 - x - 3)dx$.

- A. $-x^3 - x^2 - 3 + C$. B. $-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C$.
C. $-x^3 - x^2 - 3x + C$. D. $-\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + C$.

Lời giải:

Chọn B

$$\int (-x^2 - x - 3)dx = -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C.$$

Câu 2. Tìm nguyên hàm $\int (3\sin x + 4\cos x) dx$.

- A. $3x + 4\sin x - 3\cos x + C$. B. $-4\sin x + 3\cos x + C$.
C. $4\sin x - 3\cos x + C$. D. $-12\sin x + 9\cos x + C$.

Lời giải:

Chọn C

Câu 3. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 3x - 4$ biết $F(-6) = -\frac{11336}{5}$.

- A. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x - 2$. B. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x + 2$.
C. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + 2$. D. $F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - x - 10$.

Lời giải:

Chọn B

Câu 4. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^7 f(x) dx = -12, F(1) = -2$. Tính $F(7)$.

- A. -14 . B. -10 . C. 10 . D. 24 .

Lời giải:

Chọn A

$$\int_1^7 f(x) dx = F(7) - F(1) = F(7) - (-2). \text{ Do đó: } F(7) = -12 + (-2) = -14.$$

Câu 5. Cho $\int_5^{18} f(x) dx = 20, \int_8^{17} f(x) dx = -16$. Tính $\int_5^8 f(x) dx + \int_{17}^{18} f(x) dx$.

- A. -320 . B. 36 . C. -36 . D. 4 .

Lời giải:

Chọn B

$$\int_5^{18} f(x) dx = \int_8^{17} f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx + \int_{17}^{18} f(x) dx \Rightarrow \int_5^8 f(x) dx + \int_{17}^{18} f(x) dx = \int_5^{18} f(x) dx - \int_8^{17} f(x) dx = 20 - (-16) = 36.$$

Câu 6. Tính tích phân $\int_4^7 (-3x - 4) dx$.

- A. $-\frac{135}{2}$. B. $-\frac{117}{2}$. C. -45 . D. $-\frac{123}{2}$.

Lời giải:

Chọn D

Sử dụng máy tính ta thu được kết quả bằng $-\frac{123}{2}$.

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x + 9$, trục hoành và các đường thẳng $x = -6, x = -4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox .

- A. 84π . B. 78π . C. 82π . D. 81π .

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Thể tích khối tròn xoay xác định bởi: } \pi \int_{-6}^{-4} (3x + 9)^2 dx = 78\pi.$$

Câu 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6x^2 - 30x + 36$, trục Ox và các đường thẳng $x = 2, x = 3$.

- A. 175 . B. 1 . C. 4 . D. 80 .

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Diện tích hình phẳng xác định bởi: } \int_2^3 |6x^2 - 30x + 36| dx = 1.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $8x + 23y - 20z - 79 = 0$. Điểm nào trong các điểm sau không thuộc mặt phẳng (R) ?

- A. $D(6; -3; -5)$. B. $N(1; -3; -7)$. C. $C(-3; 1; -4)$. D. $M(-7; -7; -5)$.

Lời giải:

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (R) ta thấy điểm $M(-7; -7; -5)$ không thỏa mãn phương trình nên điểm M không thuộc mặt phẳng (R).

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (R): $-7x + 6y + 7z - 7 = 0$ và mặt phẳng (γ): $-14x + 12y + 14z - 8 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho bằng

- A. $\frac{15\sqrt{134}}{134}$. B. $\frac{3}{4}$.
C. $\frac{3\sqrt{134}}{134}$. D. $\frac{3}{20}$.

Lời giải:

Chọn C

$$(\gamma): -7x + 6y + 7z - 4 = 0.$$

Ta thấy hai mặt phẳng đã cho song song nhau.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho bằng:

$$d((R), (\gamma)) = \frac{|-7 + 4|}{\sqrt{49 + 36 + 49}} = \frac{3\sqrt{134}}{134}$$

Câu 11. Một vật chuyển động với tốc độ $v(t) = 10t + 10$ (m/s), với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 2$ đến $t = 4$.

- A. $\frac{9800}{3}$ (m). B. 20 (m). C. 83 (m). D. 80 (m).

Lời giải:

Chọn D

$$\text{Quãng đường đi được là: } \int_2^4 (10t + 10) dt = 80 \text{ (m).}$$

Câu 12. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 5$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 5$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $7x$ và $\sqrt{25 - x^2}$.

- A. $\frac{887}{3}\pi$. B. $\frac{875}{3}$. C. $\frac{59981}{5}\pi$. D. $\frac{59976}{5}$.

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Thể tích khối tròn xoay xác định bởi: } \int_0^5 (7x\sqrt{25 - x^2}) dx = \frac{875}{3}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = -2x - 1$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau.

- a) $F'(x) = -2$.
b) $\int_{-2}^2 (-2x - 1) dx = F(2) + F(-2)$.
c) $F(x) = x^2 - x + c$
d) $\int_{-9}^{-5} f(x) dx = 52$.

Lời giải:

a-sai, b-sai, c-sai, d-đúng.

a) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = -2x - 1$ nên $F'(x) = f(x) = -2x - 1$.

b) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

$$\int_{-2}^2 (-2x - 1) dx = F(x)|_{-2}^2 = F(2) - F(-2).$$

c) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

$$F(x) = -x^2 - x + c$$

d) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

$$\int_{-9}^{-5} f(x) dx = \int_{-9}^{-5} (-2x - 1) dx = (-x^2 - x)|_{-9}^{-5} = 52$$

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y - z - 2 = 0$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

- a) $\vec{n} = (-2; -4; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α).
b) Điểm $B(3; -3; -5)$ không thuộc mặt phẳng (α).
c) Khoảng cách từ điểm $A(-7; -1; -4)$ đến mặt phẳng (α) bằng $\frac{7\sqrt{6}}{6}$.

d) Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (R): $3x - 3y - 5z + 2 = 0$ bằng $82,8^\circ$.

Lời giải:

a-đúng, b-sai, c-đúng, d-đúng.

a) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

$\vec{n} = (-2; -4; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α)

b) Khẳng định đã cho là khẳng định sai.

Tọa độ điểm $B(3; -3; -5)$ thỏa mãn phương trình $x + 2y - z - 2 = 0$ nên điểm B thuộc mặt phẳng (α).

c) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

$$d(A, (\alpha)) = \frac{|1 \cdot (-7) + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-4) + -2|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{7\sqrt{6}}{6}.$$

d) Khẳng định đã cho là khẳng định đúng.

$$\vec{n}_\alpha = (1; 2; -1), \vec{n}_R = (3; -3; -5).$$

$$\cos(\alpha, R) = \frac{|1 \cdot 3 + 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot (-5)|}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{9+9+25}} = \frac{\sqrt{258}}{129}.$$

$$\Rightarrow (\alpha, R) = 82,8^\circ.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (R) có phương trình $-x + 6y + 7z + 34 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $E(3; -3; -2)$ và song song với (R) có phương trình dạng $-1x + ay + bz + c = 0$. Tính $a + b + c$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_R = (-1; 6; 7)$ làm một vectơ pháp tuyến.

$$\text{Phương trình } (P): -1(x - 3) + 6(y + 3) + 7(z + 2) = 0 \Leftrightarrow -x + 6y + 7z + 35 = 0.$$

Khi đó: $a + b + c = 48$.

Đáp án: 48

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (β): $x + 3y - 5z - 4 = 0$ và điểm $A(1; 5; -5)$. Biết $G(a; b; c)$ là điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (β). Tính $a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải:

(P) nhận $\vec{n} = (1; 3; -5)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Gọi M là hình chiếu của A lên (β).

$\vec{AM} = (a - 1; b - 5; c + 5)$ cùng phương với \vec{n} nên:

$$\vec{AM} = t\vec{n} \Rightarrow a = 1 + 1t, b = 5 + 3t, c = -5 - 5t.$$

$$M \in (\beta) \Rightarrow 1(1 + 1t) + 3(5 + 3t) - 5(-5 - 5t) - 4 = 0.$$

$$\Rightarrow t = -\frac{37}{35} \Rightarrow M\left(-\frac{2}{35}; \frac{64}{35}; \frac{2}{7}\right)$$

$$x_G = 2 \cdot \left(-\frac{2}{35}\right) - 1 = -\frac{39}{35}, y_G = 2 \cdot \frac{64}{35} - 5 = -\frac{47}{35}, z_G = 2 \cdot \frac{2}{7} + 5 = \frac{39}{7}. G\left(-\frac{39}{35}; -\frac{47}{35}; \frac{39}{7}\right).$$

$$a + b + c = -\frac{39}{35} - \frac{47}{35} + \frac{39}{7} = 3,1.$$

Đáp án: 3,1

Câu 3. Biết tích phân $\int_{-5}^0 [m(-4x - 2) + x^2 - 6x - 2] dx = 8$. Giá trị của m bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải:

$$\begin{aligned} & \int_{-5}^0 [m(-4x - 2) + x^2 - 6x - 2] dx = 8 \\ \Rightarrow & m \int_{-5}^0 (-4x - 2) dx + \int_{-5}^0 (x^2 - 6x - 2) dx = 8 \\ \Leftrightarrow & m \cdot (40) + \frac{320}{3} = 8 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m = \frac{8 - \frac{320}{3}}{40} = -2,5.$$

Đáp án: -2,5

Câu 4. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 6$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 6$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $6x$ và $\sqrt{36 - x^2}$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay xác định bởi: $\int_0^6 (6x\sqrt{36 - x^2}) dx = 432$.

PHẦN III. Tự luận.

Câu 1. Tại một nhà máy, gọi $C(x)$ là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất x tấn sản phẩm Z trong một tháng. Khi đó, đạo hàm $C'(x)$, gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $C'(x) = 11 - 0,10x + 0,00050x^2$ với $0 \leq x \leq 101$.

Biết rằng $C(0) = 24$ triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí khi nhà máy sản xuất 93 tấn sản phẩm Z trong tháng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải:

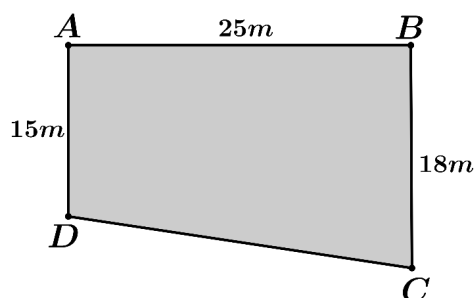
$$C(93) - C(0) = \int_0^{93} C'(x) dx = \int_0^{93} (11 - 0,10x + 0,00050x^2) dx$$

$= 724,61$.

Suy ra: $C(93) = 24 + 724,61 = 749$.

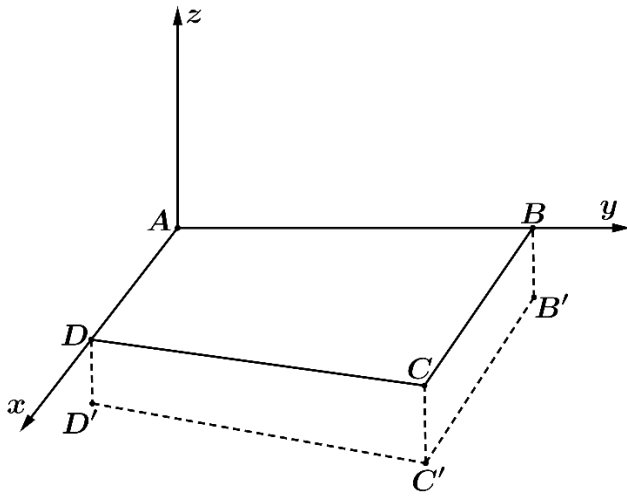
Đáp án: 749

Câu 2: Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ:



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25\text{m}$, $AD=15\text{m}$, $BC=18\text{m}$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm , $a\text{cm}$, 6cm tương ứng. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $xOxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó: $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B , C , D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm 6 cm tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$; $C'(1800;2500;-a)$; $D'(1500;0;-6)$.

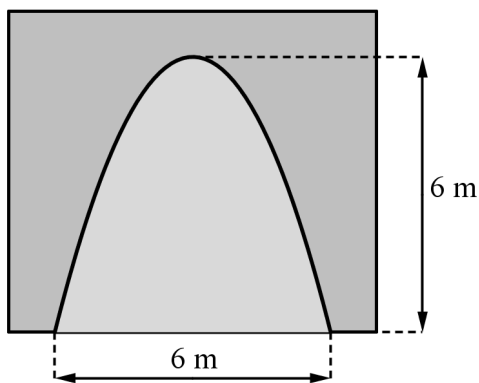
Theo bài ra có bốn điểm A ; B' ; C' ; D' đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x + y + 250z = 0$.

Do $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$ nên ta có $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$.

Vậy $a = 17,2$ cm.

Câu 3: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình sau. Tính diện tích của cửa hầm.



Lời giải

Ta dễ dàng tìm được parabol là $y = -\frac{1}{6}x^2 + 6$ và đường thẳng nằm ngang là $y = 0$

Phương trình hoành độ giao điểm là: $-\frac{1}{6}x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6$

Diện tích của cửa hầm là: $S = \int_{-6}^6 \left(-\frac{1}{6}x^2 + 6\right) dx = \left(-\frac{1}{18}x^3 + 6x\right) \Big|_{-6}^6 = 48 \text{ (m}^2\text{)}.$

—HÉT—.

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn . Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: (TD 1.1) Nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $\int 3^x dx = \ln 3 \cdot 3^x + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x + C$. C. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{x+1} + C$.

Câu 2: (TD 1.1) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 3: (TD 1.2) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
 B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
 C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 4(TD 1.1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2), B(-5; 6; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x - y + 1 = 0$. B. $x - y - 1 = 0$. C. $-2x + 2y + 7 = 0$. D. $2x - 2y - 1 = 0$

Câu 5(TD1.1) Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f'(x) = F(x)$. B. $f'(x) = F(x) + C$.
 C. $F'(x) = f(x) - C$. D. $F'(x) = f(x)$.

Câu 6: (TD 1.2). Cho $\int_1^2 f(x) dx = 5, \int_2^1 g(x) dx = 4$. Tính $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$.

A. 9. B. 13. C. -3. D. -1

Câu 7: (GQVĐ) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

A. $S = 9$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{8}{9}$.

Câu 8: (TD1.2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 5 = 0$ vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với (α)

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (3; -1; 0)$ D. $\vec{d} = (3; -1; 5)$

Câu 9(TD1.1) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$, Vị trí tương đối của (P) & (Q) là

- A. Song song. B. Cắt nhưng không vuông góc.
C. Vuông góc. D. Trùng nhau.

Câu 10: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x - \sin x}$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\pi\sqrt{3}$.

Câu 11:(TD1.1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q) : x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q) : mx - y + z - m = 0$, là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (Q) vuông góc với (P) .

- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -4$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + z - 10 = 0$ và cách điểm $M(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z - 10 = 0$. B. $x + 2y + z + 10 = 0$.
C. $x + 2y + z - 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z + 10 = 0$. D. $x + 2y + z + 2 = 0$.

Phần II. Học sinh trả lời từ câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

a) [NB] $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$

b) [TH] $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{a}{6}$.

c) [TH] Khi $a = 2$, $\int_{-1}^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.

d) [VD] Điều kiện cần và đủ để $\int_{-1}^2 f(x) dx > 3$ là $a > -6$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;6;-7)$, $B(3;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-z-6=0$

a) [NB] Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$

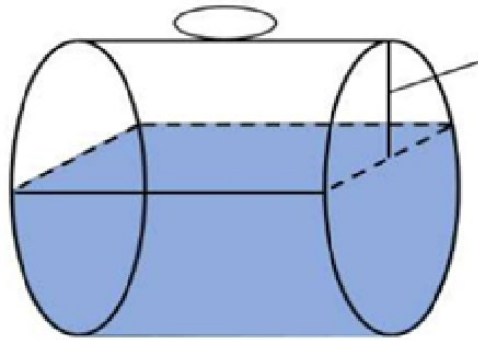
b) [TH] Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $x+y-z+14=0$

c) [TH] Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $x-2y+4z+18=0$.

d) [VD] M là một điểm trên mặt phẳng (P) , tổng $MA+MB$ ngắn nhất khi $M\left(\frac{13}{5}; \frac{14}{5}; \frac{3}{5}\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: (MH2.1) Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).



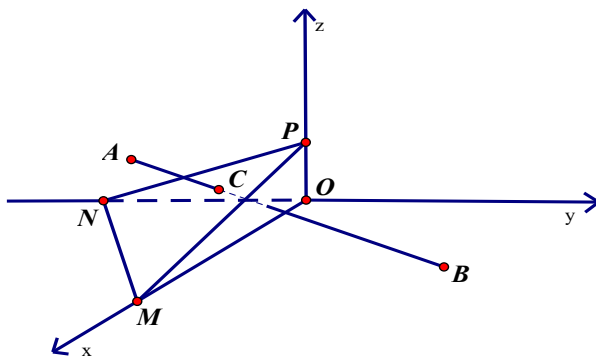
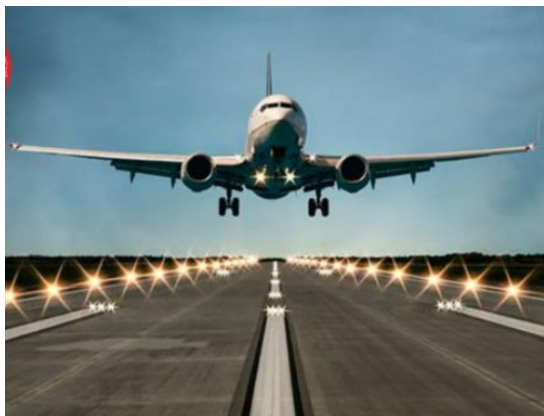
Câu 2: (GQ) Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn

$$3f'(x).e^{f^3(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Biết } f(1) = 0, \text{ tính tích phân}$$

$$I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot f(x) dx.$$

Câu 3 (TH) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 4x-3m^2y-2z+4=0$ và $(P_2): 5x-2y+13z+m+9=0$ với m là tham số. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để $(P_1) \perp (P_2)$.

Câu 4: (VD-MH 3.2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2;1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(4;6;5;0)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-8;0)$ và $P(0;0;0,8)$ Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



PHẦN IV. Tự luận :

Câu 1: (VD-MH 3.1) Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao $21m$ và rộng $70m$ (Hình).



Câu 2: (VD-GQ3.2) Kí hiệu $F(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao $4m$. Trong 16 năm tiếp theo cây phát triển với tốc độ $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ (m/năm). Xác định chiều cao của cây sau 5 năm.

Câu 3: (VD-GQ3.1) Trong mặt phẳng $OXYZ$ cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt ba tia $Ox; Oy; Oz$ tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P)

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $\int 3^x dx = \ln 3 \cdot 3^x + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x + C$. C. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{x+1} + C$.

Lời giải

Do theo bảng nguyên hàm: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = -\int_a^b f(x) dx$. **D.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3: (TD 1.2) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A.** $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx . \int g(x) dx$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A.** $x - y + 1 = 0$. **B.** $x - y + 7 = 0$. **C.** $-2x + 2y - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên nhận vector $\overline{AB} = (-2; 2; 0)$ làm vector pháp tuyến.

Chọn $\vec{n} = (1; -1; 0)$ cùng phương với $\overline{AB} = (-2; 2; 0)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $A(-3; 4; 2)$ và có VTPT $\vec{n} = (1; -1; 0)$ nên có phương trình $1(x+3) - 1(y-4) + 0(x-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 7 = 0$

Câu 5(TD1.1) Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $f'(x) = F(x)$. **B.** $f'(x) = F(x) + C$.
C. $F'(x) = f(x) - C$. **D.** $F'(x) = f(x)$.

Câu 6: (TD 1.2). Cho $\int_1^2 f(x) dx = 5, \int_2^1 g(x) dx = 4$. Tính $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$.

- A. 9.** **B. 13.** **C. -3.** **D. -1**

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

- A.** $S = 9$. **B.** $S = \frac{9}{4}$. **C.** $S = \frac{9}{2}$. **D.** $S = \frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_{-1}^2 = \frac{9}{2}.$$

Câu 8: (TD1.2) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 5 = 0$ vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với (α)

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (3; -1; 0)$ D. $\vec{d} = (3; -1; 5)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$, Vị trí tương đối của (P) & (Q) là

- A. Song song. B. Cắt nhưng không vuông góc.
C. Vuông góc. D. Trùng nhau.

Câu 10: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x - \sin x}$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện là: $S(x) = \left(2\sqrt{\cos x - \sin x} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(\cos x - \sin x)$.

Thể tích của vật thể tạo thành:

$$V = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{3}(\cos x - \sin x) dx = \sqrt{3}(\sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1).$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q) : x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q) : mx - y + z - m = 0$, là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (Q) vuông góc với (P) .

- A. $m = 1$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 2)$.

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = (m; -1; 1)$.

Để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) thì

$$\overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(Q)}} = 0 \Leftrightarrow m + 2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -4.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + z - 10 = 0$ và cách điểm $M(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ là

A. $x + 2y + z + 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z - 10 = 0$. **B.** $x + 2y + z + 10 = 0$.

C. $x + 2y + z - 2 = 0$ hoặc $x + 2y + z + 10 = 0$. **D.** $x + 2y + z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì (P) song song với (Q) nên $(P): x + 2y + z + D = 0$ ($D \neq -10$).

$$\text{Mà } d(M, (P)) = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |D + 4| = 6$$

$$\Leftrightarrow D = 2 \text{ (nhận) hoặc } D = -10 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Vậy } (P): x + 2y + z + 2 = 0.$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

a) [NB] $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$

b) [TH] $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{a}{6}$.

c) [TH] Khi $a = 2$, $\int_{-1}^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.

d) [VD] Điều kiện cần và đủ để $\int_{-1}^2 f(x) dx > 3$ là $a > -6$.

Lời giải

a) [Đ] Với $x \leq 0$ ta có $f(x) = 2x$. Vậy $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx$.

b) [S] $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 a(x - x^2) dx = \left(\frac{1}{2} a x^2 - \frac{1}{3} a x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{a}{6}$.

c) [Đ] $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^1 a(x - x^2) dx$

$$= (x^2)_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right)_{-1}^1 = -1 + a \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{a}{6} - 1 = \frac{2}{6} - 1 = -\frac{2}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{d) [S]} \int_{-1}^2 f(x) dx &= \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^2 a(x-x^2) dx \\ &= (x^2)_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right)_{-1}^2 = -1 + a \left(-\frac{2}{3} \right) = -\frac{2a}{3} - 1. \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^2 f(x) dx > 3 \Leftrightarrow -\frac{2a}{3} - 1 > 3 \Leftrightarrow a < -6.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;6;-7)$, $B(3;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-z-6=0$

a) [NB] Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$

b) [TH] Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $x+y-z+14=0$

c) [TH] Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $x-2y+4z+18=0$.

d) [VD] M là một điểm trên mặt phẳng (P) , tổng $MA+MB$ ngắn nhất khi $M\left(\frac{13}{5}; \frac{14}{5}; \frac{3}{5}\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$

b) Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (Q) có phương trình dạng $x+y-z+d=0$ ($d \neq 0$)

Vì mặt phẳng (Q) đi qua $A(1;6;-7)$ nên ta có phương trình $1+6+7+d=0 \Leftrightarrow d=-14$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $x+y-z-14=0$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(2;4;-3)$ của đoạn AB và nhận $\overline{AB}(2;-4;8)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình

$$2(x-2)-4(y-4)+8(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+4z+18=0$$

d) Thay tọa độ điểm A, B vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $P(A).P(B) < 0$ do đó điểm A, B nằm về hai phía với mặt phẳng (P) do đó $MA+MB$ ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P)

Đường thẳng AB đi qua $A(1;6;-7)$ và nhận $\overline{AB}(2;-4;8)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

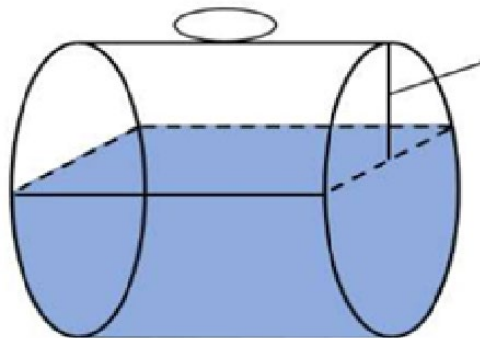
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=6-4t \\ z=-7+8t \end{cases}$$

Toạ độ điểm M thoả mãn hệ phương trình
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6 - 4t \\ z = -7 + 8t \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{14}{5} \\ z = -\frac{3}{5} \\ t = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Vậy toạ độ $M\left(\frac{13}{5}; \frac{14}{5}; -\frac{3}{5}\right)$

PHẦN III. (Trả lời ngắn) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

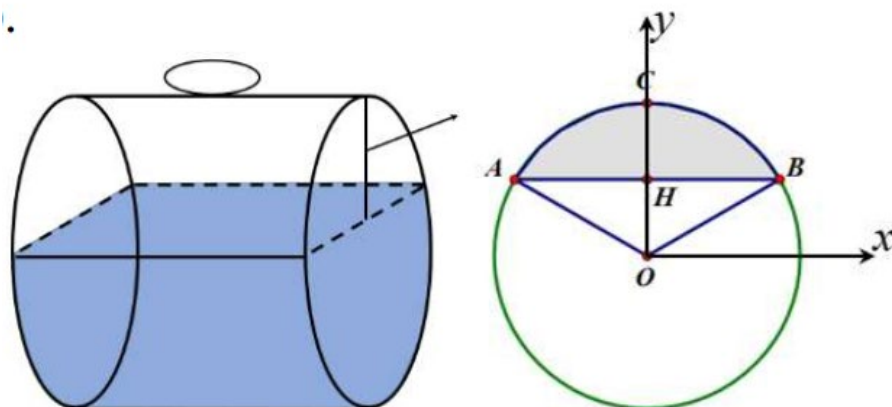


LỜI GIẢI

Thể tích của cả bể nhiên liệu là $V = B \cdot h = 5\pi (m^3)$.

Gọi V_1 là thể tích phần trống nhiên liệu trong bể.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Ta có diện tích phần tô đậm là

$$\begin{aligned}
 S &= 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} \cdot dx - \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t \cdot dt - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.
 \end{aligned}$$

Vậy thể tích phần tròn trong bể là $V_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) dx = \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 5$.

Vậy thể tích phần nhiên liệu trong bồn là $V_2 = V - V_1 = 5\pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) 5 \approx 12.6 \text{ (m}^3\text{)}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn

$$3f'(x) \cdot e^{f^3(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Biết } f(1) = 0,$$

$$\text{tính tích phân } I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot f(x) dx.$$

Lời giải

Đáp án: 2023

$$\text{Ta có: } 3f'(x) \cdot e^{f^3(x)} - \frac{2x}{f^2(x)} = 0 \Leftrightarrow 3f^2(x) \cdot f'(x) \cdot e^{f^3(x)} = 2x$$

$$\Rightarrow \left(e^{f^3(x)} \right)' = 2x \Rightarrow e^{f^3(x)} = \int 2x dx \Rightarrow e^{f^3(x)} = x^2 + C.$$

$$\text{Mặt khác } f(1) = 0 \Rightarrow e^{f^3(1)} = 1 + C \Rightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow e^{f^3(x)} = x^2 \Rightarrow f^3(x) = \ln x^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt[3]{2 \ln x}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot f(x) dx = \int_1^{2024} \frac{1}{\sqrt[3]{2 \ln x}} \cdot \sqrt[3]{2 \ln x} dx = \int_1^{2024} dx = 2023.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1): 4x - 3m^2y - 2z + 4 = 0$ và $(P_2): 5x - 2y + 13z + m + 9 = 0$ với m là tham số. Tìm số giá trị nguyên dương của tham số m để $(P_1) \perp (P_2)$.

Lời giải

Đáp án: 1

+) Các vectơ $\vec{n}_1 = (4; -3m^2; -2)$ và $\vec{n}_2 = (5; -2; 13)$ theo thứ tự là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) .

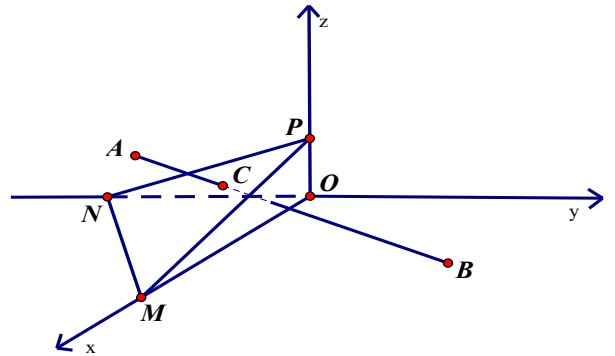
$$\text{+) Ta có: } (P_1) \perp (P_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 5 + (-3m^2) \cdot (-2) + (-2) \cdot 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy số giá trị nguyên dương của tham số m là 1.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3; -2; 1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(4; 6; 5; 0)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 0,8)$ Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Đáp án: 0,60

Giả sử $C(x_C; y_C; z_C)$ là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh $\Rightarrow C \in (\alpha)$

Mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x}{8} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{0,8} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 8 = 0$

Vì \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{AB} là hai vectơ cùng hướng nên tồn tại số thực $t > 0$ sao cho $\overrightarrow{AC} = t\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AC} = (x_C - 3; y_C + 2; z_C - 1); \overrightarrow{AB} = (1; 8; 5; -1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_C - 3 = t \\ y_C + 2 = 8,5t \\ z_C - 1 = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = t + 3 \\ y_C = 8,5t - 2 \\ z_C = -t + 1 \end{cases}$$

$$\text{Vì } C \in (\alpha) \text{ nên } t + 3 - (8,5t - 2) + 10(-t + 1) - 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$$

Vậy $C(3,4; 1,4; 0,6)$

Độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây là $0,6km$

PHẦN IV:

Câu 1. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21m và rộng 70m (Hình).



Lời giải

Chọn hệ tọa độ Oxy với gốc tọa độ O trùng với chân cửa bên trái

Đồ thị hàm số biểu thị cho cửa trên hệ tọa độ có dạng: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Đồ thị hàm số này đi qua điểm $(0;0)$ và có đỉnh là $(35;21)$ nên:

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = c \\ -\frac{b}{2a} = 35 \\ -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = c \\ -\frac{b}{2a} = 35 \\ -\frac{b^2}{4a} = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = c \\ b = \frac{6}{5} \\ a = -\frac{3}{175} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x$$

$$\text{Diện tích kính cần lắp là: } \int_0^{70} \left(-\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x \right) dx = \left(\frac{-x^3}{175} + \frac{3x^2}{5} \right) \Big|_0^{70} = 980m^2$$

Câu 2: Kí hiệu $F(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 4m. Trong 16 năm tiếp theo cây phát triển với tốc độ $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ (m/năm). Xác định chiều cao của cây sau 5 năm.

Lời giải

Chiều cao của cây sau x năm là

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C, \text{ do } 1 \leq x \leq 17.$$

Sau năm đầu tiên cây cao 4m do đó ta có

$$F(1) = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln(2 \cdot 1 + 1) + C = 4 \Leftrightarrow C = 4 - \frac{1}{2} \ln 3.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + 4 - \frac{1}{2} \ln 3$$

$$\text{Chiều cao của cây sau 5 năm là } F(5) = \frac{1}{2} \ln(2 \cdot 5 + 1) + 4 - \frac{1}{2} \ln 3 \approx 4,65 \text{ năm.}$$

Câu 3: Trong mặt phẳng $Oxyz$ cho điểm $M(1;4;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt ba tia $Ox; Oy; Oz$ tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $OA + OB + OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P)

Giải

Giả sử $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ với $a,b,c > 0$ phương trình mặt phẳng (P) có dạng :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1; \text{ Vì } M(1;4;9) \in (P): \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy- Schwarz ta có :

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} \geq \frac{(1+2+3)^2}{(a+b+c)} = \frac{36}{a+b+c} \Rightarrow a+b+c \geq 36$$

$$\text{Vậy dấu bằng xảy ra khi: } \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases}$$

vậy:

$$\Rightarrow (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 36 = 0$$

$$\Rightarrow d_{(O;(P))} = \frac{|6 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 36|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{36}{7}$$