

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

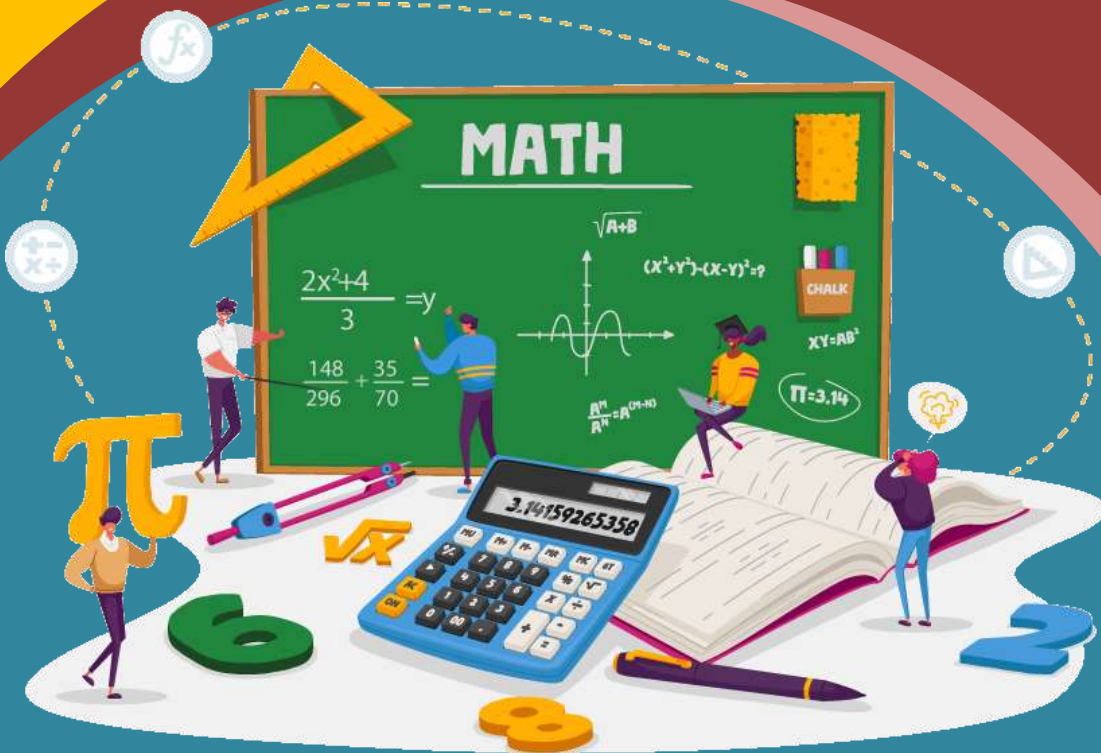
TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN THI

GIỮA KÌ 2

✂ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

✂ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT





ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

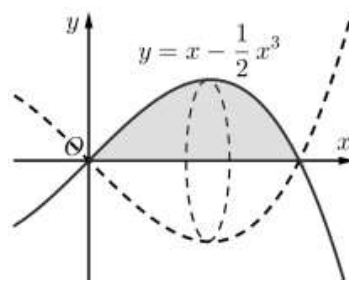
Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$. D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

- A. $F(x) = x^3 + 5$. B. $F(x) = x^3 - 5$. C. $F(x) = 3x^3 + 5$. D. $F(x) = 6x + 5$.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - \frac{1}{2}x^3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \sqrt{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi quay quanh trục Ox có giá trị thuộc khoảng nào sau đây?



- A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

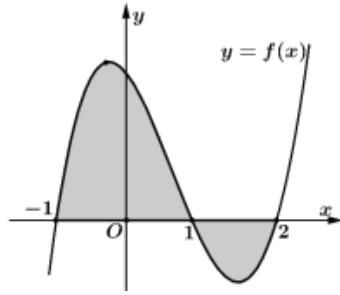
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = -4$. B. $f(2) = 4$. C. $f(2) = -2$. D. $f(2) = -3$

Câu 5: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng

- A. 0. B. -4. C. 12. D. 2.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{1}^2 f(x) dx$. B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_{1}^2 f(x) dx$.
- C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{1}^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_{1}^2 f(x) dx$.

Câu 7: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \sin 2x) dx = \frac{a+b\pi}{4}$ với a và b là các số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $3a = 2b$. B. $b = 2a$. C. $a + b = 6$. D. $a = 2b$.

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

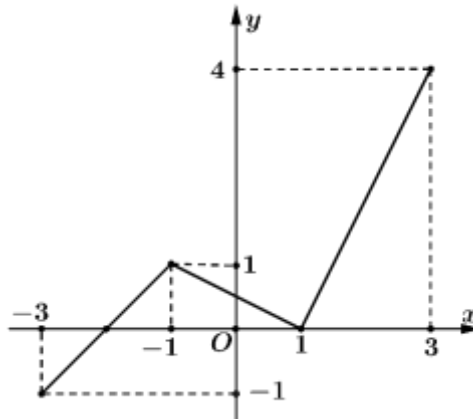
Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54(km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = -6 + 2t$ (m/s²). Tính quãng đường xe ô tô đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc (đơn vị là m).

- A. 32. B. 30. C. 18. D. 27.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

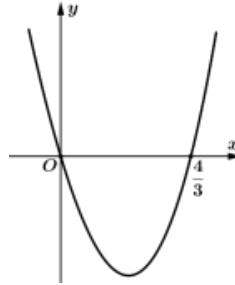
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng



- A. 6. B. 5. C. 12. D. 10.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx (a, b \in \mathbb{R})$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng $\frac{m}{n} (m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*)$

và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

- A. -157. B. 74. C. 13. D. 119.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

a) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

b) $\int_{2025}^{2025} f(x) dx = 2025$.

c) Nếu $F(0) = 2, F(1) = 8$. Khi đó: $\int_0^1 f(x) dx = -6$.

d) Cho $f(x) = 3^x$ và $\int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{\ln 3}$. Khi đó $a = 8$.

Câu 14: Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m so với mặt đất (coi $t = 0$ giây là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của viên đạn được cho bởi công thức $v(t) = 60 - 10t$ (m/s).

- a) Vận tốc của viên đạn tại thời điểm $t = 2$ giây bằng 40 (m/s).
 b) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất sau 6 giây.
 c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm t được xác định bởi công thức $h(t) = 60t - 5t^2$.
 d) Độ cao lớn nhất của viên đạn so với mặt đất là 180 (m).

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....

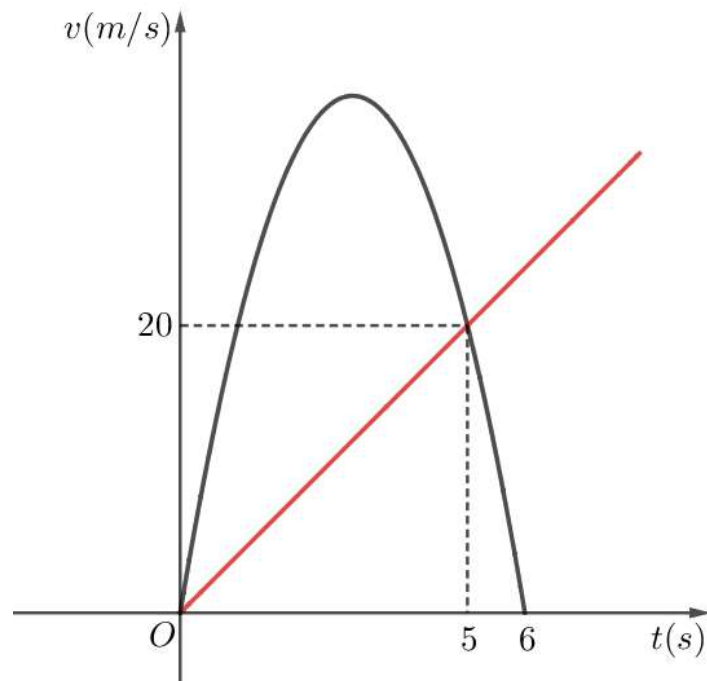
Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx = ae + b + \frac{c}{e}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Câu 17: Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của 2 chất điểm A và B bắt đầu chuyển động cùng một lúc và cùng vạch xuất phát, cùng chiều trên một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm A là một đường parabol và đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ.



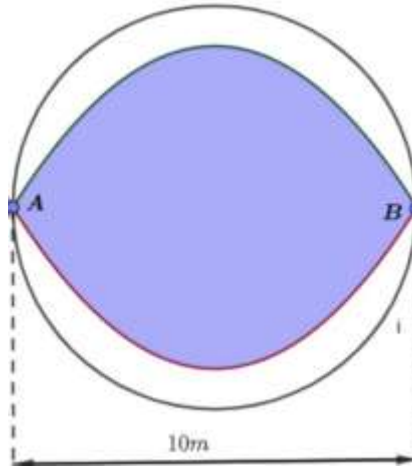
Hỏi sau 8 giây kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét? (Biết rằng chất điểm A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0).

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Câu 18: Trong khu vực trung tâm của một công viên lớn, có một miếng đất có dạng hình tròn đường kính $AB = 10(m)$. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm $A; B$ và có đỉnh cách mép hình tròn $1m$. Phần giới hạn bởi hai Parabol được trồng hoa với chi phí 300 nghìn đồng $1m^2$, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 700 nghìn đồng $1m^2$. Tính tổng chi phí (triệu đồng) để hoàn thành khu vực này (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Kết quả:

Trình bày:

PHẦN IV. 3,0 điểm Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và thoả mãn $\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + 2m$, với $m > 0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$; $x = 0$ và $x = 4$. Tìm m để $S = 8$.

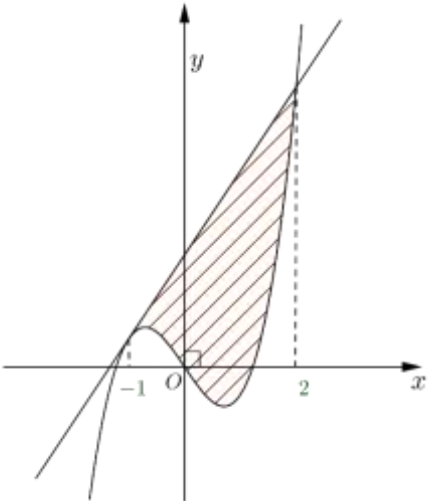
Trình bày:

Câu 20: Tính $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx$.

Trình bày:

.....
.....
.....

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) . Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo).

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Lời giải:

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

$$F'(x) = f(x), \forall x \in K$$

Câu 2: Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

A. $F(x) = x^3 + 5.$

B. $F(x) = x^3 - 5.$

C. $F(x) = 3x^3 + 5.$

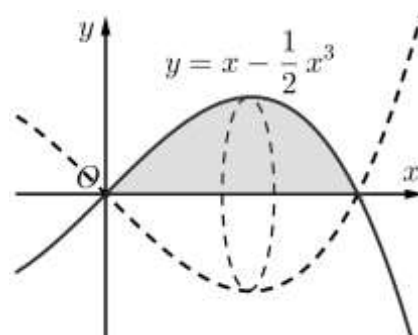
D. $F(x) = 6x + 5.$

Lời giải:

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = 5 \text{ nên } C = 5. \text{ Vậy } F(x) = x^3 + 5.$$

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - \frac{1}{2}x^3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \sqrt{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi quay quanh trục Ox có giá trị thuộc khoảng nào sau đây?



A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right).$

B. $\left(1; \frac{3}{2}\right).$

C. $\left(0; \frac{1}{2}\right).$

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right).$

Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm là: } x - \frac{1}{2}x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Thể tích của vật thể là: } V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx = \frac{16\sqrt{2}\pi}{105} \approx 0,677 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$.
- A. $f(2) = -4$. B. $f(2) = 4$. **C. $f(2) = -2$.** D. $f(2) = -3$

Lời giải:

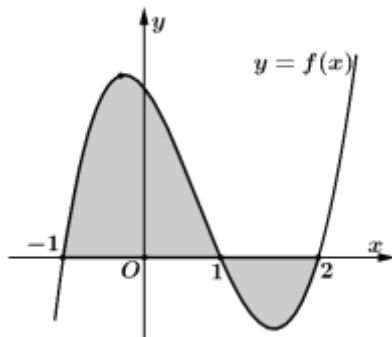
Ta có: $\int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = f(2) - 1 = -3 \Rightarrow f(2) = -2$.

- Câu 5:** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng
- A. 0.** B. -4. C. 12. D. 2.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx = [-4x + F(x)] \Big|_0^2 = (-4x + x^3) \Big|_0^2 = 0$.

- Câu 6:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

- Câu 7:** Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \sin 2x) dx = \frac{a + b\pi}{4}$ với a và b là các số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $3a = 2b$.** B. $b = 2a$. C. $a + b = 6$. D. $a = 2b$.

Lời giải:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \sin 2x) dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 2x + 3x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{2 + 3\pi}{4}$$

Theo giả thiết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (3 + \sin 2x) dx = \frac{a + b\pi}{4} \Rightarrow a = 2; b = 3 \Rightarrow 3a = 2b$.

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (P): $y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. **D. $V = \frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và trục Ox là: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc 54(km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = -6 + 2t$ (m/s^2). Tính quãng đường xe ô tô đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc (đơn vị là m).

- A. 32. B. 30. C. 18. **D. 27.**

Lời giải:

Đổi $54\text{km/h} = 15\text{m/s}$.

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = t^2 - 6t + C$. Khi $t = 0$, ta có $v(0) = 15$ nên $C = 15$.

Ô tô bắt đầu tăng tốc khi $a(t) > 0 \Leftrightarrow -6 + 2t > 0 \Leftrightarrow t > 3$.

Quãng đường đi được là $S = \int_3^6 v(t) dt = \int_3^6 (t^2 - 6t + 15) dt = 27\text{m}$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.** B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

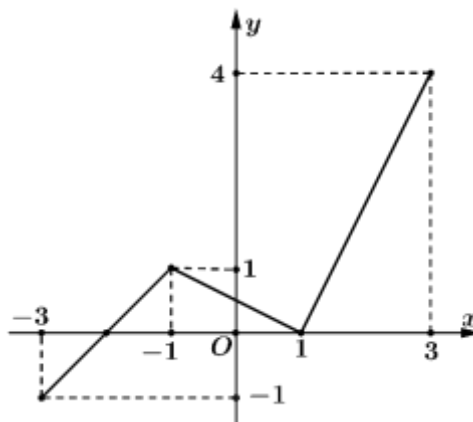
Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của

$\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng



A. 6.

B. 5.

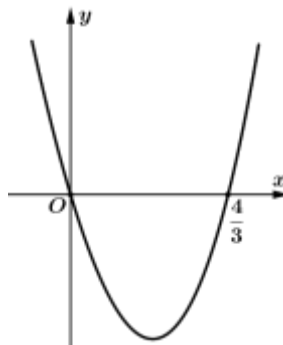
C. 12.

D. 10.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_{-3}^3 f(x) dx &= \int_{-3}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = -S_{\Delta ABC} + S_{\Delta CDE} + S_{\Delta EFG} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 5. \end{aligned}$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx (a, b \in \mathbb{R})$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng $\frac{m}{n} (m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*)$

và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

A. -157.

B. 74.

C. 13.

D. 119.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$.

Từ đồ thị suy ra:
$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'\left(\frac{4}{3}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -4 \end{cases}.$$

Ta có: $f(x) - f'(x) = 2x^3 - 10x^2 + 8x$. Cho $f(x) - f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy diện tích hình phẳng là $S = \int_0^4 |2x^3 - 10x^2 + 8x| dx = \frac{71}{3} \Rightarrow m+n = 74$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

a) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

b) $\int_{2025}^{2025} f(x) dx = 2025$.

c) Nếu $F(0) = 2, F(1) = 8$. Khi đó: $\int_0^1 f(x) dx = -6$.

d) Cho $f(x) = 3^x$ và $\int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{\ln 3}$. Khi đó $a = 8$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Theo định nghĩa tích phân. Chọn ĐÚNG.

b) Ta có: $\int_0^{2025} f(x) dx = 0$. Chọn SAI.

c) Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 8 - 2 = 6$. Chọn SAI.

d) Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3} \Rightarrow a = 2$. Chọn SAI.

Câu 14: Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m so với mặt đất (coi $t = 0$ giây là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của viên đạn được cho bởi công thức $v(t) = 60 - 10t$ (m/s).

a) Vận tốc của viên đạn tại thời điểm $t = 2$ giây bằng 40 (m/s).

b) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất sau 6 giây.

c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm t được xác định bởi công thức $h(t) = 60t - 5t^2$.

d) Độ cao lớn nhất của viên đạn so với mặt đất là 180 (m).

Lời giải:

a) Đúng.

Tại thời điểm $t = 2$ giây vận tốc của viên đạn bằng $v(2) = 60 - 20 = 40$ (m/s).

b) Đúng.

+ Độ cao của viên đạn tại thời điểm t được xác định bởi công thức $h(t) = \int v(t) dt = \int (60 - 10t) dt = 60t - 5t^2 + C$.

$h(0) = 2 \Rightarrow C = 2$. Vậy $h(t) = 60t - 5t^2 + 2 = -5(t - 6)^2 + 182$.

+ Độ cao lớn nhất của viên đạn so với mặt đất là $h(6) = 182$ (m).

c) d) Sai.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

Kết quả:

3072

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $B(t) = \int B'(t) dt = t^4 - t^3 + 200t + C, C \in \mathbb{R}. B(2) = 1200 \Rightarrow C = 792.$

Suy ra $B(t) = t^4 - t^3 + 200t + 792.$

Sau 6 giờ lượng khách tham quan là $B(6) = 3072$ (người).

Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx = ae + b + \frac{c}{e}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c.$

Kết quả:

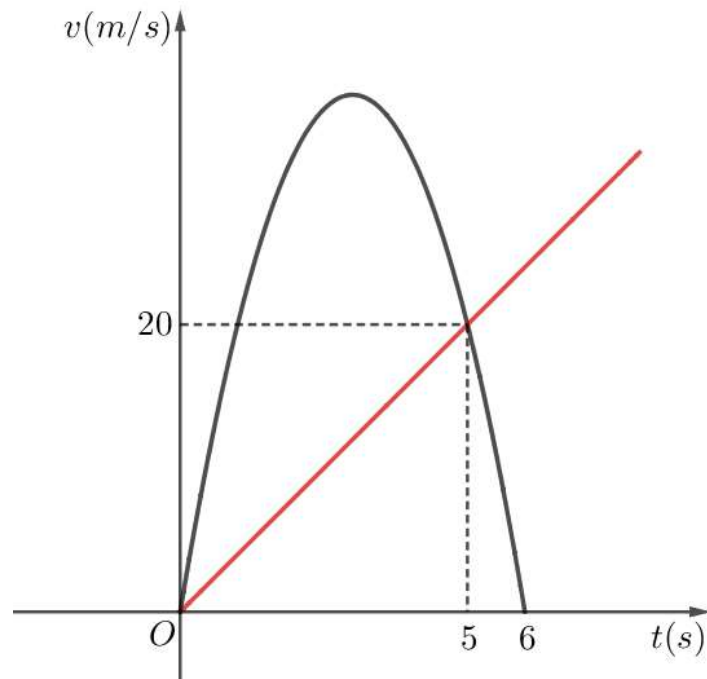
0

Trình bày:

Lời giải:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx &= \int_0^1 (e^{-2x+1} + 2e^{-x+1}) dx = e \cdot \int_0^1 ((e^{-2})^x + 2 \cdot (e^{-1})^x) dx = e \cdot \left(\frac{e^{-2x}}{-2} + 2 \cdot \frac{e^{-x}}{-1} \right) \Bigg|_0^1 \\ &= \frac{5}{2}e - 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{e} \longrightarrow a = \frac{5}{2}; b = -2; c = -\frac{1}{2} \longrightarrow a + b + c = 0. \end{aligned}$$

Câu 17: Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của 2 chất điểm A và B bắt đầu chuyển động cùng một lúc và cùng vạch xuất phát, cùng chiều trên một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm A là một đường parabol và đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ.



Hỏi sau 8 giây kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách giữa hai chất điểm là bao nhiêu mét? (Biết rằng chất điểm A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0).

Kết quả:

16

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Dựa vào đề thì ta có:

Biểu thức vận tốc của chất điểm B là: $v_B(t) = pt + q (m/s)$.

$$\text{Mà: } \begin{cases} v_B(0) = 0 \\ v_B(5) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 4 \\ q = 0 \end{cases}.$$

Suy ra: $v_B(t) = 4t (m/s)$.

Biểu thức vận tốc của chất điểm A là $v_A(t) = at^2 + bt + c (m/s)$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} v_A(0) = 0 \\ v_A(5) = 20 \\ v_A(6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 24 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra: $v_A(t) = -4t^2 + 24t (m/s)$.

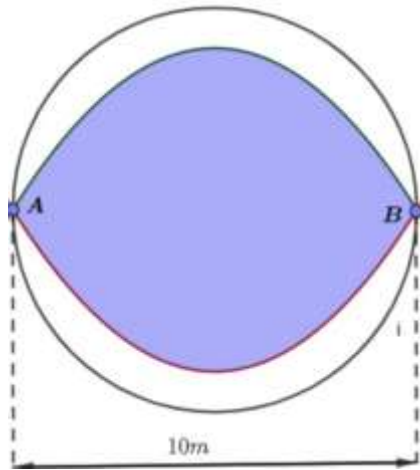
Ta có $v_A(t) = -4t^2 + 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases}$ nên chất điểm A dừng lại sau 6 giây.

Do đó quãng đường chất điểm A di chuyển được trong 6 giây là $S_A = \int_0^6 (-4t^2 + 24t) dt = 144 m$.

Quãng đường chất điểm B di chuyển được trong 8 giây đầu là $S_B = \int_0^8 (4t) dt = 128 m$.

Khoảng cách giữa hai chất điểm sau 8 giây kể từ lúc xuất phát là $|S_A - S_B| = 16 m$.

Câu 18: Trong khu vực trung tâm của một công viên lớn, có một miếng đất có dạng hình tròn đường kính $AB = 10(m)$. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm $A; B$ và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi hai Parabol được trồng hoa với chi phí 300 nghìn đồng $1m^2$, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 700 nghìn đồng $1m^2$. Tính tổng chi phí (triệu đồng) để hoàn thành khu vực này (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



33,6

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

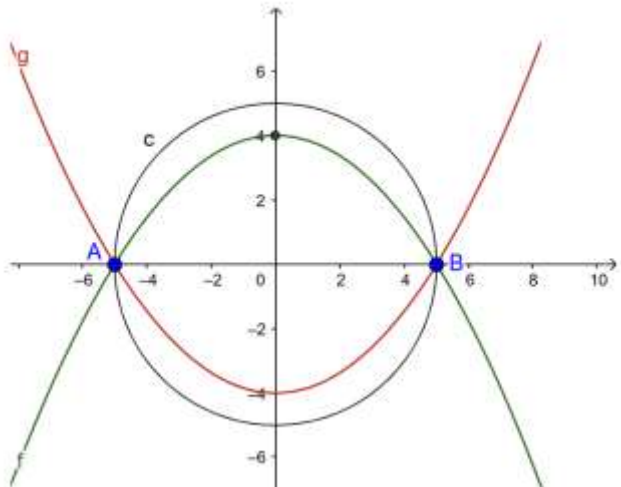
.....

.....

.....

Lời giải:

Ta chọn hệ trục Oxy , sao cho tâm của hình tròn trùng với gốc tọa độ, đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét. Khi đó $A(-5;0); B(5;0)$, đỉnh của Parabol thứ nhất là $C(0;4)$, đỉnh của Parabol thứ hai là $D(0;-4)$.



Ta lập được phương trình hai Parabol có hai đỉnh lần lượt là hai điểm $C;D$ và đi qua hai điểm $A;B$ là $(P_1): f(x) = -\frac{4}{25}x^2 + 4$ và $(P_2): g(x) = \frac{4}{25}x^2 - 4$

Diện tích phần trồng hoa là: $S_1 = 4 \int_0^5 \left(-\frac{4}{25}x^2 + 4 \right) dx = \frac{160}{3} (m^2)$.

Diện tích phần lát gốm sứ là: $S_2 = \pi \cdot 5^2 - S_1 = \pi \cdot 5^2 - \frac{160}{3} \approx 25,2 (m^2)$.

Tổng chi phí để hoàn thành là:

$$300.S_1 + 700.S_2 = 300 \cdot \frac{160}{3} + 700 \cdot \left(25\pi - \frac{160}{3}\right) \approx 33644,5 \text{ (nghìn đồng)} \approx 33,6 \text{ (triệu đồng)}$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và thoả mãn $\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + 2m$, với $m > 0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$; $x = 0$ và $x = 4$. Tìm m để $S = 8$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Theo đề ta có $\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + 2m \Rightarrow F(x) \Big|_0^4 = F(4) - G(0) + 2m$

$\Rightarrow F(4) - F(0) = F(4) - G(0) + 2m \Rightarrow G(0) - F(0) = 2m. (1)$

Mặt khác, do $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} nên ta có $G(x) - F(x) = C$ (không đổi) với mọi $x \in \mathbb{R}. (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $G(x) - F(x) = 2m > 0$, với mọi $x \in \mathbb{R}.$

Khi đó ta có $S = \int_0^4 |G(x) - F(x)|dx = \int_0^4 2m \cdot dx = 2mx \Big|_0^4 = 8m.$

Theo đề ta có $8m = 8 \Leftrightarrow m = 1.$

Câu 20: Tính $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx.$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

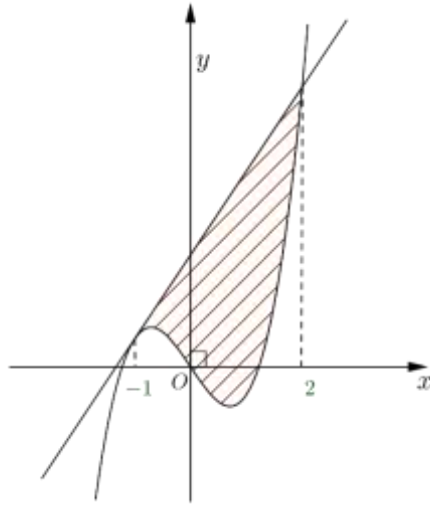
.....

Lời giải:

$I = \int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \frac{(x^2 + 6x + 9) - 4(x+3) - 9 + 12}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \left[1 - \frac{4}{x+3} + \frac{3}{(x+3)^2} \right] dx$

$= 1 - 4 \ln|x+3| \Big|_0^1 - \frac{3}{x+3} \Big|_0^1 = 1 - 4 \ln \frac{4}{3} - \frac{3}{4} + 1 = \frac{5}{4} - 4 \ln \frac{4}{3}.$

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo).

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O nên ta có $c = 0$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $f'(-1) = -2a + b + 3$, $f(-1) = a - b - 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 :

$$y = (-2a + b + 3)(x + 1) + a - b - 1 \Leftrightarrow y = (-2a + b + 3)x - a + 2$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và tiếp tuyến:

$$x^3 + ax^2 + bx = (-2a + b + 3)x - a + 2 \quad (1)$$

Vì tiếp tuyến cắt đồ thị hàm số tại điểm $x = 2$ nên ta có:

$$8 + 4a + 2b = -4a + 2b + 6 - a + 2 \Rightarrow a = 0$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $x = -1$; $y = (b + 3)x + 2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) tại điểm $x = -1$ và đồ thị hàm số (C) :

$$S = \int_{-1}^2 [(b + 3)x + 2 - x^3 - bx] dx = \int_{-1}^2 (-x^3 + 3x + 2) dx = \frac{27}{4}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = F(x) + C.$

B. $\int f(x)dx = F'(x) + C.$

C. $\int F'(x)dx = f(x) + C.$

D. $\int F(x)dx = f(x) + C.$

Câu 2: Biết $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3.$

B. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x.$

C. $f(x) = 5^x + 3x.$

D. $f(x) = 5^x + 3.$

Câu 3: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^3 [3x - 2f(x)]dx$ bằng

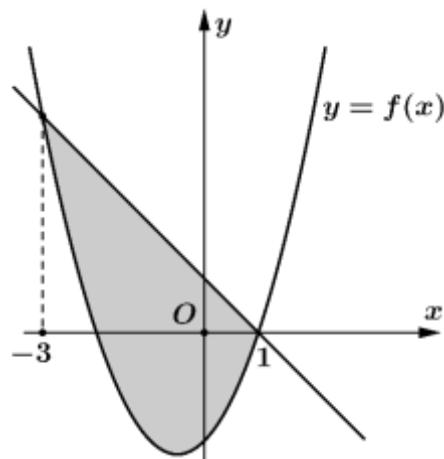
A. 6.

B. 0.

C. 3.

D. 9.

Câu 4: Cho hai đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$ và $y = -x + 1$ như hình bên dưới:



Diện tích phần sọc sọc trong hình vẽ bằng

A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3|dx.$

B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3)dx.$

C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3)dx.$

D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3)dx.$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2025]$, $f(1) = 1$ và $f(2025) = 2$. Tích phân

$$I = \int_1^{2025} f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 2025. B. 1. C. 2024. D. 2.

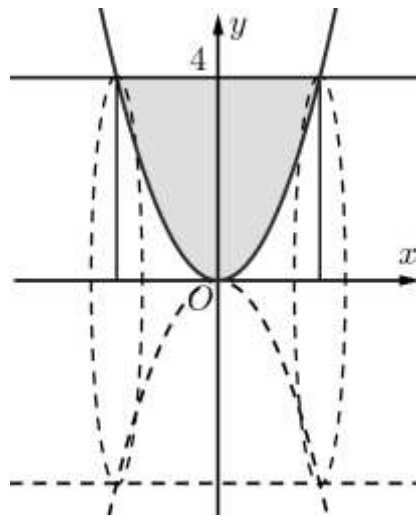
Câu 6: Nếu $\int_3^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_3^4 -4f(x) dx$ bằng

- A. -12. B. 4. C. 12. D. 3.

Câu 7: Biết $\int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 3) dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

- A. 34. B. 53. C. 45. D. 35.

Câu 8: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:

- A. $\frac{64\pi}{5}$. B. $\frac{128\pi}{5}$. C. $\frac{256\pi}{5}$. D. $\frac{152\pi}{5}$.

Câu 9: Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a - 3b + c$ bằng

- A. 12. B. 6. C. 3. D. 2.

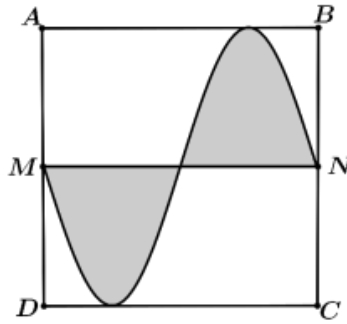
Câu 10: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 3$.

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{25}{4}$. C. $S = \frac{41}{4}$. D. $S = 11$.

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

- A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{12}$. C. $\frac{63}{4}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 12: Bác An có mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$, chiều dài $AB = 2\pi(m)$, chiều rộng $BC = 3(m)$. Bác muốn trồng hoa trên dải đất (phần tô đậm) được giới hạn bởi đường MN (với M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC) và một đường hình sin $y = a \sin x$ (tham khảo hình vẽ). Diện tích đất trồng hoa bằng.



- A. $3m^2$. B. $5,57m^2$. C. $7,14m^2$. D. $6m^2$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 5$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

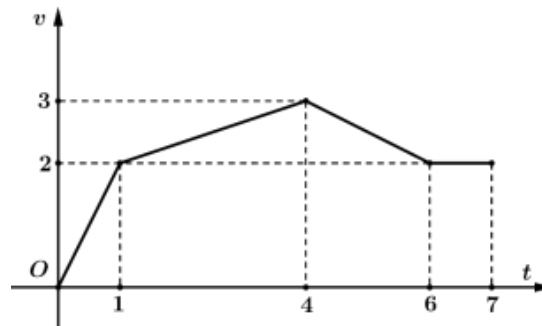
- a) $\int f(x)dx = 5x + C$.
 b) $\int [f(x) + g(x)]dx = 5x + \cos x + C_1$.
 c) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$. Biết $G(\pi) = 3$ thì $G(x) = -\cos x + 2$.
 d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Nếu $F(1) = 3$ thì $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 25560$.

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.
 b) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.
 c) Hình (H) có diện tích bằng $\frac{2}{3}$.
 d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Một chiếc xe chuyển động với đồ thị vận tốc được biểu diễn theo đường gấp khúc được minh họa trên hệ trục Otv như hình vẽ (mỗi đơn vị trên Ot ứng với 1 phút và mỗi đơn vị trên Ov ứng với 0,4 km / phút).



Quãng đường mà xe đã di chuyển trong 7 phút là bao nhiêu km?

Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx = \frac{1}{\ln 2} \cdot a + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $4a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một chiếc cốc chứa nước ở 95°C được đặt trong phòng có nhiệt độ 20°C . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút (xem $t=0$ là thời điểm nước ở 95°C) là một hàm số $T(t)$. Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm t phút

được xác định bởi $T'(t) = -\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Nhiệt độ của nước tại thời điểm $t=20$ phút

bằng bao nhiêu độ C? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

(nguồn: https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/SeniorTopic3/3e/3e_4history_3.html).

Kết quả:

Trình bày:

.....

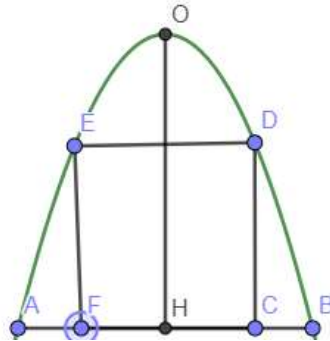
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Người ta dự định làm cổng vào một khu tham quan du lịch có dạng parabol với chiều cao bằng $4m$ và đáy $AB = 4m$. Trong đó, phần cửa đi được thiết kế là hình chữ nhật $CDEF$ với C, F thuộc đoạn thẳng AB và D, E thuộc parabol (tham khảo hình vẽ bên dưới). Biết chi phí phần cửa đi là 2 triệu đồng/ m^2 và phần còn lại là 3 triệu đồng/ m^2 . Hỏi cần ít nhất bao nhiêu triệu đồng để hoàn thành cổng (làm tròn đến hàng phần chục)?



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$ và $f(x) - 2x - 1$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(2) + 2G(1) = 2023$; $2F(1) + G(2) = 2019$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$ và $y = G(x)$.

Trình bày:

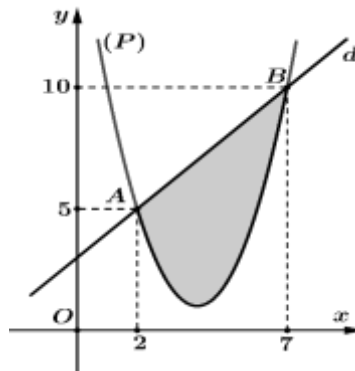
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20: Tính $I = \int_2^3 \frac{x^2 - x + 1}{x + \sqrt{x-1}} dx$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên dưới:



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$, tính $\int_2^7 (2x-3)f'(x) dx$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là hàm số $f(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = F(x) + C.$

B. $\int f(x)dx = F'(x) + C.$

C. $\int F'(x)dx = f(x) + C.$

D. $\int F(x)dx = f(x) + C.$

Lời giải:

Dùng định nghĩa nguyên hàm.

Câu 2: Biết $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3.$

B. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x.$

C. $f(x) = 5^x + 3x.$

D. $f(x) = 5^x + 3.$

Lời giải:

Ta có: $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C \right)' = 5^x + 3.$

Câu 3: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^3 [3x - 2f(x)]dx$ bằng

A. 6.

B. 0.

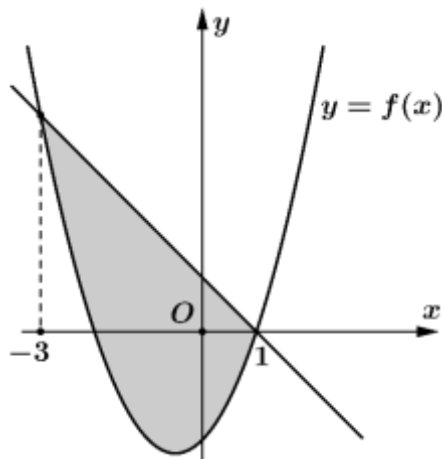
C. 3.

D. 9.

Lời giải:

Ta có $\int_1^3 [3x - 2f(x)]dx = \int_1^3 3xdx - 2\int_1^3 f(x)dx = \frac{3x^2}{2} \Big|_1^3 - 2.3 = \frac{27}{2} - \frac{3}{2} - 6 = 6.$

Câu 4: Cho hai đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$ và $y = -x + 1$ như hình bên dưới:



Diện tích phần sọc sọc trong hình vẽ bằng

A. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx$. B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$. C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$. **D. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$.**

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$ và $y = -x + 1$.

Ta có diện tích hình phẳng là $S = \int_{-3}^1 (-x + 1 - (x^2 + x - 2)) dx = \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2025]$, $f(1) = 1$ và $f(2025) = 2$. Tích phân

$I = \int_1^{2025} f'(x) dx$ bằng

A. 2025. **B. 1.** C. 2024. D. 2.

Lời giải:

Ta có: $I = \int_1^{2025} f'(x) dx = f(x) \Big|_1^{2025} = f(2025) - f(1) = 1$.

Câu 6: Nếu $\int_3^4 f(x) dx = 3$ thì $\int_3^4 -4f(x) dx$ bằng

A. -12. B. 4. C. 12. D. 3.

Lời giải:

Ta có $\int_3^4 -4f(x) dx = -4 \int_3^4 f(x) dx = -4 \cdot 3 = -12$.

Câu 7: Biết $\int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 3) dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

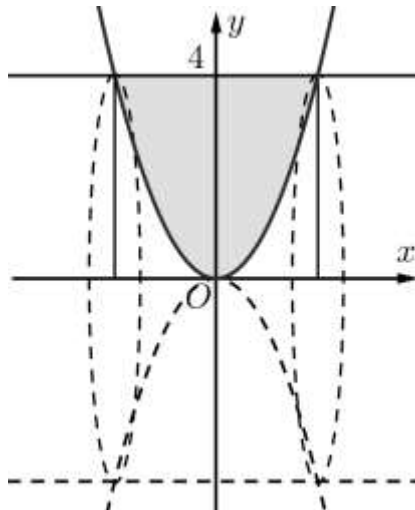
A. 34. **B. 53.** C. 45. D. 35.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^1 (x^4 - 2x^2 + 3) dx = \int_0^1 x^4 dx - \int_0^1 2x^2 dx + \int_0^1 3 dx = \frac{1}{5} x^5 \Big|_0^1 - 2 \cdot \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 + 3x \Big|_0^1 = \frac{38}{15}$.

Suy ra $a = 38; b = 15 \Rightarrow T = 38 + 15 = 53$.

Câu 8: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:

A. $\frac{64\pi}{5}$.

B. $\frac{128\pi}{5}$.

C. $\frac{256\pi}{5}$.

D. $\frac{152\pi}{5}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_{-2}^2 \left| (x^2)^2 - 4^2 \right| dx = \frac{256\pi}{5}$.

Câu 9: Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $a - 3b + c$ bằng

A. 12.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } I &= \int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = \int_3^4 \frac{5x-8}{(x-1)(x-2)} dx = \int_3^4 \frac{3(x-2)+2(x-1)}{(x-1)(x-2)} dx = \int_3^4 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x-2} \right) dx \\ &= (3 \ln|x-1| + 2 \ln|x-2|) \Big|_3^4 = 3 \ln 3 + 2 \ln 2 - 3 \ln 2 = 3 \ln 3 - \ln 2 + 0 \cdot \ln 5 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a - 3b + c = 6.$$

Câu 10: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 3$.

A. $S = \frac{9}{4}$.

B. $S = \frac{25}{4}$.

C. $S = \frac{41}{4}$.

D. $S = 11$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$.

Ta có $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ hoặc $x = 2$.

Phương trình chỉ có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$ là $x = 0$ và $x = 2$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } S &= \int_0^3 |x^3 - 4x| dx = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^3 |x^3 - 4x| dx \\ &= \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_2^3 \right| = |-4| + \left| \frac{25}{4} \right| = \frac{41}{4}. \end{aligned}$$

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{253}{12}$.

C. $\frac{63}{4}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải:

Đặt $f_1(x) = x^3 - 6x$ và $f_2(x) = x^2$. Ta có $f_1(x) - f_2(x) = x^3 - x^2 - 6x$.

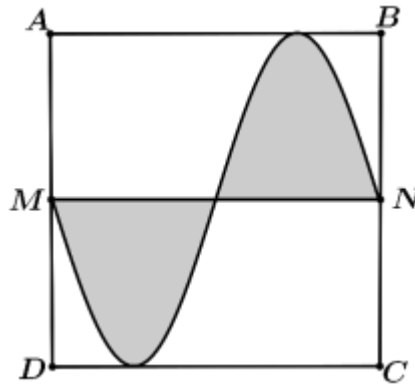
Phương trình $f_1(x) - f_2(x) = 0$ có ba nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 3$.

Diện tích của hình phẳng đã cho là

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right| + \left| \int_0^3 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_0^{-2} \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_0^3 \right| = \frac{253}{12}.$$

Câu 12: Bác An có mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$, chiều dài $AB = 2\pi(m)$, chiều rộng $BC = 3(m)$. Bác muốn trồng hoa trên dải đất (phần tô đậm) được giới hạn bởi đường MN (với M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC) và một đường hình sin $y = a \sin x$ (tham khảo hình vẽ). Diện tích đất trồng hoa bằng.



A. $3m^2$.

B. $5,57m^2$.

C. $7,14m^2$.

D. $6m^2$.

Lời giải:

Dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Vì phần đường cong là một đồ thị hình sin đi qua các điểm $(0;0), \left(-\frac{\pi}{2}; -1,5\right), (-\pi;0), \left(\frac{\pi}{2}; 1,5\right), (\pi;0)$ nên đường cong có phương trình $y = \frac{3}{2} \sin x$

Khi đó phần diện tích đất trồng hoa giới hạn bởi các đồ thị hàm số:
$$\begin{cases} y = \frac{3}{2} \sin x \\ y = 0 \\ x = -\pi; x = \pi \end{cases}$$

Do đó diện tích đất trồng hoa là $S = \int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{3}{2} \sin x \right| dx = 6m^2$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 5$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

a) $\int f(x) dx = 5x + C$.

b) $\int [f(x) + g(x)] dx = 5x + \cos x + C_1$.

c) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$. Biết $G(\pi) = 3$ thì $G(x) = -\cos x + 2$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Nếu $F(1) = 3$ thì

$$F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 25560.$$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $\int 5 dx = 5x + C$. Chọn ĐÚNG.

b) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int (5 + \sin x) dx = 5x - \cos x + C_1$. Chọn SAI.

c) Ta có: $G(x) = -\cos x + C_1$.

$G(\pi) = 3 \Leftrightarrow -\cos \pi + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 2$ vậy $G(x) = -\cos x + 2$. Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $F(x) = \int 5 dx = 5x + C$ mà $F(1) = 3 \Leftrightarrow 5 + C = 3 \Leftrightarrow C = -2 \Rightarrow F(x) = 5x - 2$

Ta có $F(1) = 3; F(2) = 8; F(3) = 13; \dots; F(100) = 498$ là 100 số hạng của cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 5$.

Khi đó: $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = \frac{(3 + 498) \cdot 100}{2} = 25050$. Chọn SAI.

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.

b) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.

c) Hình (H) có diện tích bằng $\frac{2}{3}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.

Lời giải:

a) Đúng.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục

$$Ox: S = \int_{-1}^1 |x + 2| dx = 4.$$

b) Đúng.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là nghiệm phương trình

$$x^2 - 2x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

c) Sai.

$$S_{(H)} = \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \frac{9}{2}.$$

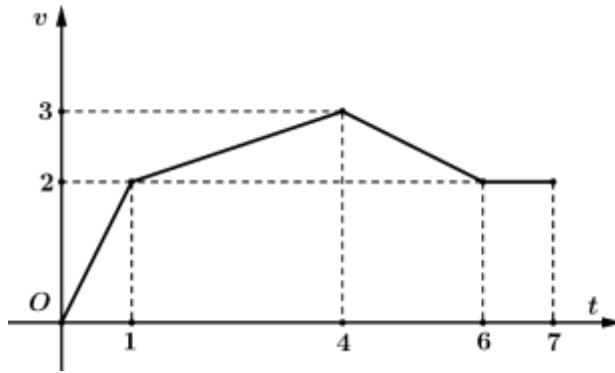
d) Sai.

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^3 [(x + 2)^2 - (x^2 - 2x + 2)^2] dx = \frac{117\pi}{5}.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Một chiếc xe chuyển động với đồ thị vận tốc được biểu diễn theo đường gấp khúc được minh họa trên hệ trục Otv như hình vẽ (mỗi đơn vị trên Ot ứng với 1 phút và mỗi đơn vị trên Ov ứng với 0,4 km / phút).



Quãng đường mà xe đã di chuyển trong 7 phút là bao nhiêu km?

Kết quả:

6,2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Quãng đường mà xe đã di chuyển trong 7 phút là:

$$S = \left(\int_0^7 v(t) dt \right) \cdot 0,4 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} (2+3) \cdot 3 + \frac{1}{2} (2+3) \cdot 2 + 1 \cdot 2 \right) \cdot 0,4 = 6,2 \text{ km.}$$

Câu 16: Biết $\int_0^1 \frac{8^x+1}{2^x+1} dx = \frac{1}{\ln 2} \cdot a + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $4a + b$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\int_0^1 \frac{8^x+1}{2^x+1} dx = \int_0^1 \frac{(2^x+1)(2^{2x}-2^x+1)}{2^x+1} dx = \int_0^1 (2^{2x}-2^x+1) dx = \left(\frac{2^{2x}}{2 \ln 2} - \frac{2^x}{\ln 2} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{2} + 1.$$

Theo giả thiết $\int_0^1 \frac{8^x+1}{2^x+1} dx = \frac{1}{\ln 2} \cdot a + b \longrightarrow a = \frac{1}{2}; b = 1 \Rightarrow 4a + b = 3.$

Câu 17: Một chiếc cốc chứa nước ở 95°C được đặt trong phòng có nhiệt độ 20°C . Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút (xem $t=0$ là thời điểm nước ở 95°C) là một hàm số $T(t)$. Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm t phút

được xác định bởi $T'(t) = -\frac{3}{2} e^{-\frac{t}{50}}$ ($^\circ\text{C}/\text{phút}$). Nhiệt độ của nước tại thời điểm $t=20$ phút

bằng bao nhiêu độ C? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

(nguồn: https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/SeniorTopic3/3e/3e_4history_3.html).

Kết quả:

70,3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút là

$$T(t) = \int T'(t) dt = \int -\frac{3}{2} e^{-\frac{t}{50}} dt = -\frac{3}{2} \cdot (-50) \cdot e^{-\frac{t}{50}} + C = 75 \cdot e^{-\frac{t}{50}} + C.$$

Theo giả thiết, tại thời điểm $t = 0$ nhiệt độ của nước là 95°C

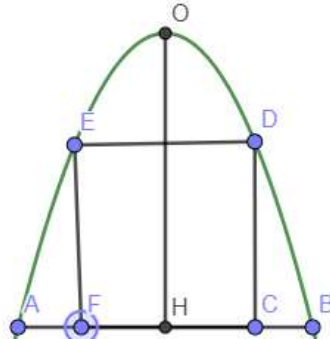
$$T(0) = 95 \Rightarrow 75 + C = 95 \Leftrightarrow C = 20.$$

$$\text{Suy ra } T(t) = 75 \cdot e^{-\frac{t}{50}} + 20.$$

$$\Rightarrow T(20) = 75 \cdot e^{-\frac{20}{50}} + 20 \approx 70,3$$

Vậy nhiệt độ của nước tại thời điểm $t = 20$ là $70,3^\circ\text{C}$.

Câu 18: Người ta dự định làm cổng vào một khu tham quan du lịch có dạng parabol với chiều cao bằng 4m và đáy $AB = 4\text{m}$. Trong đó, phần cửa đi được thiết kế là hình chữ nhật $CDEF$ với C, F thuộc đoạn thẳng AB và D, E thuộc parabol (tham khảo hình vẽ bên dưới). Biết chi phí phần cửa đi là 2 triệu đồng/ m^2 và phần còn lại là 3 triệu đồng/ m^2 . Hỏi cần ít nhất bao nhiêu triệu đồng để hoàn thành cổng (làm tròn đến hàng phần chục)?



Kết quả:

25,8

Trình bày:

.....

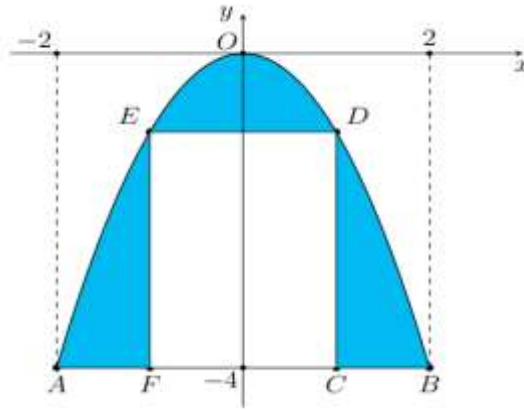
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

+) Phương trình đường parabol là $y = -x^2$.

Diện tích cả cổng là $S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}$.

+) Gọi $D(a; -a^2)$ ($0 < a < 2$). Ta có $S_{CDEF} = 2a(4 - a^2)$.

+) Chi phí làm cổng là

$$f(a) = 2a(4 - a^2) \cdot 2 + 3 \left(\frac{32}{3} - 2a(4 - a^2) \right) = 32 - 2a(4 - a^2) = 2a^3 - 8a + 32.$$

Ta có $f'(a) = 6a^2 - 8$; $f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Lập bảng biến thiên của $f(a)$, ta được

$$\min f(a) = 25,8.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$ và $f(x) - 2x - 1$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(2) + 2G(1) = 2023$; $2F(1) + G(2) = 2019$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$ và $y = G(x)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Theo bài ra ta có $F'(x) = f(x)$ và $G'(x) = f(x) - 2x - 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Nên $F'(x) = G'(x) + 2x + 1 \Rightarrow F(x) = G(x) + x^2 + x + C$.

$$\forall \begin{cases} F(2) + 2G(1) = 2023 \\ 2F(1) + G(2) = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G(2) + 6 + C + 2G(1) = 2023 \\ 2(G(1) + 2 + C) + G(2) = 2019 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} G(2) + 2G(1) + 6 + C = 2023 \\ G(2) + 2G(1) + 4 + 2C = 2019 \end{cases} \Rightarrow C - 2 = -4 \Leftrightarrow C = -2.$$

Khi đó: $F(x) - G(x) = x^2 + x - 2$ và ta có $F(x) - G(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = F(x)$ và $y = G(x)$ là :

$$S = \int_{-2}^1 |F(x) - G(x)| dx = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = \frac{9}{2}.$$

Câu 20: Tính $I = \int_2^3 \frac{x^2 - x + 1}{x + \sqrt{x-1}} dx$.

Trình bày:

.....

.....

.....

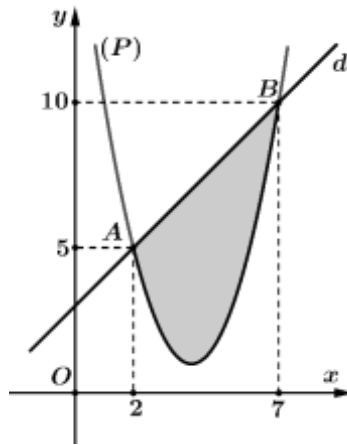
.....

.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_2^3 \frac{x^2 - x + 1}{x + \sqrt{x-1}} dx &= \int_2^3 \frac{(x - \sqrt{x-1})(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} dx \\ &= \int_2^3 (x - \sqrt{x-1}) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}(x-1)\sqrt{x-1} \right) \Big|_2^3 = \frac{19 - 4\sqrt{8}}{6}. \end{aligned}$$

Câu 21: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt tại hai điểm như trong hình bên dưới:



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$, tính $\int_2^7 (2x-3)f'(x) dx$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có điểm $A(2;5)$ và $B(7;10)$ thuộc đường thẳng d và Parabol (P) .

Suy ra đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (5;5)$

Phương trình đường thẳng $d: y = x + 3$

Gọi (P) có phương trình: $y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$

$$A, B \in (P) \Rightarrow \text{Hệ phương trình: } \begin{cases} 4a + 2b + c = 5 \\ 49a + 7b + c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4a - 2b + 5 \\ 49a + 7b + 5 - 4a - 2b = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = -4a - 2b + 5 \\ b = 1 - 9a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 + 14a \\ b = 1 - 9a \end{cases}$$

Hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{6}$

$$\Rightarrow \int_2^7 |x + 3 - (ax^2 + bx + c)| dx = \frac{125}{6} \Rightarrow \int_2^7 |x + 3 - [ax^2 + (1 - 9a)x + (3 + 14a)]| dx = \frac{125}{6}$$

$$\Leftrightarrow \int_2^7 [-ax^2 + 9ax - 14a] dx = \frac{125}{6} \Leftrightarrow \left(-\frac{ax^3}{3} + \frac{9ax^2}{2} - 14ax \right) \Big|_2^7 = \frac{125}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{125}{6}a = \frac{125}{6} \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = -8; c = 17$$

$$(P) \text{ có phương trình: } y = f(x) = x^2 - 8x + 17 \Rightarrow f'(x) = 2x - 8 \Rightarrow \int_2^7 (2x - 3) f'(x) dx = \frac{215}{3}.$$

Cách khác:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d: y = g(x) = x + 3 \\ (P): y = f(x) \end{cases} \longrightarrow g(x) - f(x) = k(x - 2)(x - 7).$$

$$\text{Từ giả thiết } S = \frac{125}{6} \longrightarrow \int_3^7 (g(x) - f(x)) dx = \frac{125}{6} \Leftrightarrow \int_3^7 (k(x - 2)(x - 7)) dx = \frac{125}{6} \longrightarrow k = -1.$$

$$\text{Vậy } g(x) - f(x) = -(x - 2)(x - 7) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + (x - 2)(x - 7) = x + 3 + (x - 2)(x - 7) = x^2 - 8x + 17.$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x - 8 \Rightarrow \int_2^7 (2x - 3) f'(x) dx = \frac{215}{3}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.

B. $\int xf(x)dx = x \int f(x)dx$.

C. $\int f(kx)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;5]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6, \int_3^5 f(x)dx = -10$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

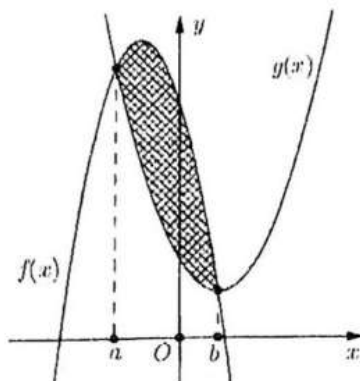
A. 4.

B. -4.

C. -60.

D. 16.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình bên dưới:



Diện tích hình phẳng phần gạch sọc là

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx$.

B. $\int_a^b [g(x) - f(x)]dx$.

C. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.

D. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = \sin x \cos x$ và $f(0) = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx.$$

A. $I = \frac{\pi - 4}{2}$. B. $I = \frac{3\pi - 4}{8}$. C. $I = \frac{3\pi + 2}{16}$. D. $I = \frac{5\pi - 2}{16}$.

Câu 5: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 3$.

A. $S = \frac{37}{3}$. B. $S = \frac{56}{3}$. C. $S = \frac{68}{3}$. D. $S = \frac{64}{3}$.

Câu 6: Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$. B. $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3}$. C. $f(x) = e^{3x^2}$. D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$.

Câu 7: Biết $\int_0^1 e^{3x} dx = ae^3 + b, (a; b \in \mathbb{Z})$, tính $a + b$.

A. -1 . B. 2 . C. 0 . D. 1 .

Câu 8: Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int 1 dx = x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Câu 9: Tìm hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \ln x - x - 1$. B. $F(x) = e^x - x - 1$. C. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$. D. $F(x) = e^x - x + 1$.

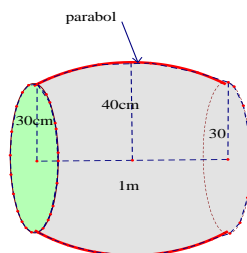
Câu 10: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$, khi quay xung quanh trục Ox .

A. $\frac{32\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{4\pi}{5}$.

Câu 11: Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. B. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.
 C. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.

Câu 12: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?



A. 425,2 (lít). B. 425162 (lít). C. 212,6 (lít). D. 212581 (lít).

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

a) $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$.

b) Nếu $F(0) = 1$ thì $F(2) = \frac{25}{3}$.

c) Nếu $\int_0^2 kf(x) dx = 2$ thì $k = \frac{3}{10}$.

d) Biết $\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = a + a \ln b$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó: $2a - 3b = -5$.

Câu 14: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72$ (km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s²).

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20$ (m/s).

Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m)

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $S = a + b$.

Kết quả:

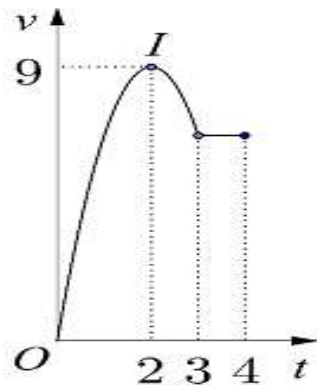
Trình bày:

.....

.....

.....

Câu 16: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (đơn vị km).



Kết quả:

Trình bày:

.....

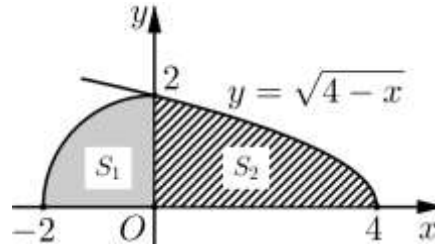
.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho hình phẳng (\mathcal{H}) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm).



Tính gần đúng đến hàng phần chục thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (\mathcal{H}) quay quanh trục Ox .

Kết quả:

Trình bày:

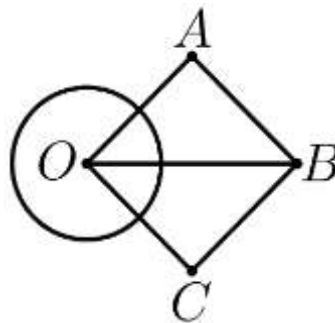
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Cho hình tròn tâm O có bán kính $R=2$ và hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 (như hình vẽ bên dưới).



Tính gần đúng đến hàng đơn vị thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục là đường thẳng OB .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.

Trình bày:

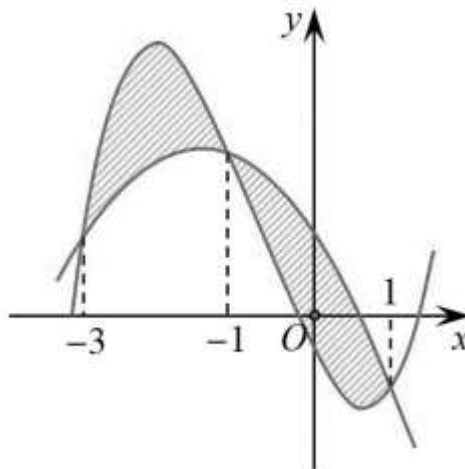
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20: Tính $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 02 năm 2025



ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.

B. $\int xf(x)dx = x \int f(x)dx$.

C. $\int f(kx)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R}$.

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;5]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6, \int_3^5 f(x)dx = -10$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 4.

B. -4.

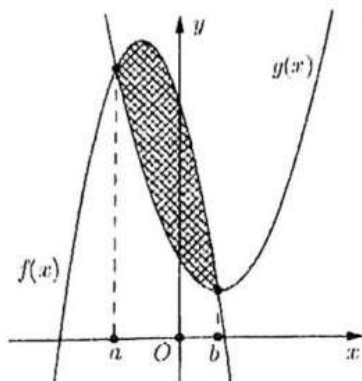
C. -60.

D. 16.

Lời giải:

Ta có $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = -4$.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình bên dưới:



Diện tích hình phẳng phần gạch sọc là

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx$.

B. $\int_a^b [g(x) - f(x)]dx$.

C. $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.

D. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = \sin x \cos x$ và $f(0) = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx.$$

A. $I = \frac{\pi - 4}{2}$.

B. $I = \frac{3\pi - 4}{8}$.

C. $I = \frac{3\pi + 2}{16}$.

D. $I = \frac{5\pi - 2}{16}$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \int f'(x)dx = \int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C$.

Do $f(0) = 1 \rightarrow -\frac{\cos 0}{4} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{5}{4}$.

Vậy $f(x) = -\frac{\cos 2x}{4} + \frac{5}{4}$.

Khi đó: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(-\frac{\cos 2x}{4} + \frac{5}{4}\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{5}{4} - \frac{\cos 2x}{4}\right) dx = \frac{5}{4}x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{8} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{5\pi - 2}{16}$.

Câu 5: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 3$.

A. $S = \frac{37}{3}$.

B. $S = \frac{56}{3}$.

C. $S = \frac{68}{3}$.

D. $S = \frac{64}{3}$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 3$ là

$S = \int_{-1}^3 |x^2 + 2x + 1| dx = \int_{-1}^3 (x^2 + 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x\right) \Big|_{-1}^3 = \frac{64}{3}$.

Câu 6: Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$.

B. $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3}$.

C. $f(x) = e^{3x^2}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^3}}{3x^2}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = F'(x)$ suy ra $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^3}$.

Câu 7: Biết $\int_0^1 e^{3x} dx = ae^3 + b, (a; b \in \mathbb{Z})$, tính $a + b$.

A. -1.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải:

Ta có $\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x} d(3x) = \frac{1}{3} e^{3x} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{1}{3}; b = -\frac{1}{3}$.

Câu 8: Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

B. $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int 1 dx = x + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

Lời giải:

Ta có $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$.

Câu 9: Tìm hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = 2$.

A. $F(x) = \ln x - x - 1$.

B. $F(x) = e^x - x - 1$.

C. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1$.

D. $F(x) = e^x - x + 1$.

Lời giải:

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x - 1) dx = e^x - x + C$.

Theo bài: $F(0) = 2 \Leftrightarrow e^0 - 0 + C = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = e^x - x + 1$.

Câu 10: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$, khi quay xung quanh trục Ox .

A. $\frac{32\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{5\pi}{6}$.

D. $\frac{4\pi}{5}$.

Lời giải:

Ta có: $V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \left(\frac{1}{5} x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{32\pi}{5}$.

Câu 11: Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

B. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

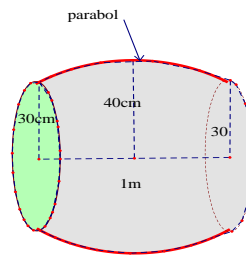
C. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

Lời giải:

Ta có: $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx = \int_1^4 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

Câu 12: Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu?



A. 425,2 (lít).

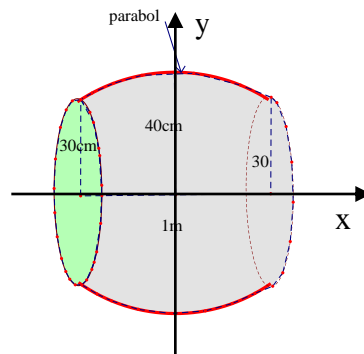
B. 425162 (lít).

C. 212,6 (lít).

D. 212581 (lít).

Lời giải:

Ta có chọn hệ trục Oxy như hình sau:



Thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy là hình tròn có bán kính r có diện tích là $1600\pi (cm^2)$, nên $r^2\pi = 1600\pi \Rightarrow r = 40cm$.

Ta có: Parabol có đỉnh $I(0;40)$ và qua $A(50;30)$.

Nên có phương trình $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$.

Thể tích của trống là: $V = \pi \int_{-50}^{50} \left(-\frac{1}{250}x^2 + 40\right)^2 dx = \pi \cdot \frac{406000}{3} cm^3 \approx 425,2dm^3 = 425,2$ (lít).

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

a) $\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1)$.

b) Nếu $F(0) = 1$ thì $F(2) = \frac{25}{3}$.

c) Nếu $\int_0^2 kf(x) dx = 2$ thì $k = \frac{3}{10}$.

d) Biết $\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = a + a \ln b$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó: $2a - 3b = -5$.

Lời giải:

(a) **Đúng** theo định nghĩa

(b) **Sai**

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 1$$

$$F(2) = \frac{23}{3}$$

(c) **Đúng**

$$\int_0^2 kf(x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \int_0^2 f(x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \int_0^2 (x^2 + 2x) dx = 2 \Leftrightarrow k \cdot \frac{20}{3} = 2 \Leftrightarrow k = \frac{3}{10}$$

(d) **Đúng**

$$\int_1^3 \frac{f(x)}{x^2} dx = \int_1^3 \frac{x^2 + 2x}{x^2} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = 2 + 2 \ln 3.$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 3 \Rightarrow 2a - 3b = -5.$$

Câu 14: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72$ (km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s²).

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20$ (m/s).

Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m).

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m).

Lời giải:

Đổi $v = 72$ (km/h) $\longrightarrow v = 20$ (m/s).

(a) S

Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = \int (-4 + 2t) dt = t^2 - 4t + C$.

Vậy **(a)** Sai.

(b) S

Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20 \Rightarrow C = 20$

Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.

Vậy **(b)** S

(c) S

Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^3 = 51 \text{ (m)}.$$

Vậy **(c)** Sai

(d) Đ

Có $v(t) = (t - 2)^2 + 16 \geq 16$, suy ra vận tốc của vật đạt bé nhất khi $t = 2$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là

$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^2 = \frac{104}{3} \text{ (m)}.$$

Vậy **(d)** Đúng.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + \frac{b\sqrt{2}}{10}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $S = a + b$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

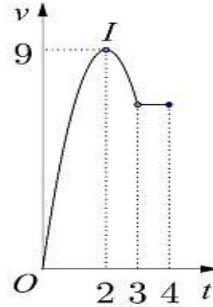
Lời giải:

Ta có:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 5x - \cos x) dx = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 5x}{5} - \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3.$$

Câu 16: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung,

khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (đơn vị km).



27

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

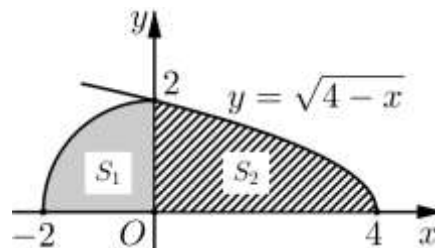
Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình là $y = \frac{-9}{4}x^2 + 9x$.

Ngoài ra tại $x = 3$ ta có $y = \frac{27}{4}$

Vậy quãng đường cần tìm là: $S = \int_0^3 \left(\frac{-9}{4}x^2 + 9x \right) dx + \int_3^4 \frac{27}{4} dx = 27 \text{ (km)}$.

Câu 17: Cho hình phẳng (\mathcal{H}) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm).



Tính gần đúng đến hàng phần chục thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (\mathcal{H}) quay quanh trục Ox .

41,9

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

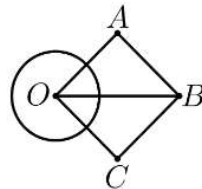
Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{4-x} = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

• Thể tích vật thể khi quay phần S_1 quanh trục hoành là nửa khối cầu bán kính $R = 2$ nên có thể tích bằng $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{16\pi}{3}$.

• Thể tích vật thể khi quay phần S_2 quanh trục hoành: $\pi \int_0^4 (4-x) dx = 8\pi$.

Vậy thể tích cần tính: $\frac{16\pi}{3} + 8\pi = \frac{40\pi}{3} \approx 41,9$.

Câu 18: Cho hình tròn tâm O có bán kính $R = 2$ và hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 (như hình vẽ bên).



Tính gần đúng đến hàng đơn vị thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục là đường thẳng OB .

Kết quả:

76

Trình bày:

.....

.....

.....

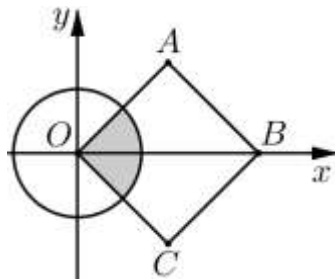
.....

.....

.....

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc tọa độ trùng O , tia Ox có giá là OB và tia Oy song song AC (như hình vẽ).



Khi đó đường tròn (O) có phương trình $x^2 + y^2 = 4$ và đường thẳng OA có phương trình $y = x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng OA và đường tròn (C) là: $\sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Thể tích vật thể tròn xoay khi quay phần tô đen quanh Ox là:

$$V_1 = \pi \int_0^{\sqrt{2}} x^2 dx + \pi \cdot \int_{\sqrt{2}}^2 (4-x^2) dx = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} + \frac{(16-10\sqrt{2})\pi}{3} = \frac{(16-8\sqrt{2})\pi}{3}.$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay (O) quanh Ox là khối cầu có $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay $OABC$ quanh Ox là (tổng của hai khối nón)

$$V_3 = 2 \times \left[\frac{1}{3}\pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{2} \right] = \frac{32\sqrt{2}\pi}{3}.$$

Vậy thể tích cần tính: $V = V_2 + V_3 - V_1 = \frac{16 + 40\sqrt{2}}{3}\pi = \frac{8\pi(2 + 5\sqrt{2})}{3} \approx 76$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $F'(x) = (2ax + b) \cdot e^{-x} - (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-x} = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c] \cdot e^{-x}$

Do $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} -a = 1 \\ 2a - b = -3 \\ b - c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$

Vậy $a = -1, b = 1, c = -1$.

Câu 20: Tính $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

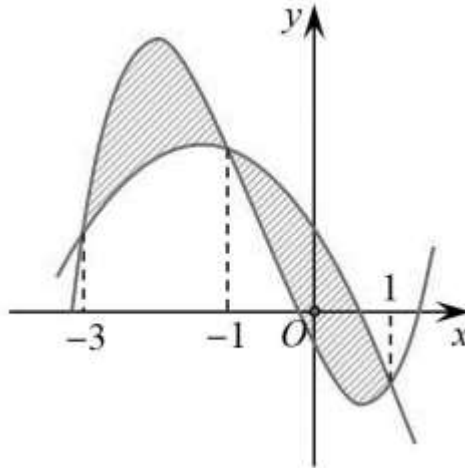
.....

Lời giải:

Ta có: $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = \int_0^1 \left(x - 3 + \frac{10x + 6}{x^2 + 3x + 2} \right) dx = \int_0^1 \left(x - 3 + \frac{10x + 6}{x^2 + 3x + 2} \right) dx$

$= \left(\frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 \left(\frac{14}{x + 2} - \frac{4}{x + 1} \right) dx = -\frac{5}{2} + (14 \ln|x + 2| - 4 \ln|x + 1|) \Big|_0^1 = -\frac{5}{2} + 14 \ln 3 - 18 \ln 2.$

Câu 21: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Cách 1:

Xét phương trình $ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2} = dx^2 + ex + 1 \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$ có 3

nghiệm lần lượt là $-3; -1; 1$ nên suy ra:

$$\begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ -a + (b-d) - (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ a + (b-d) + (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b-d = \frac{3}{2} \\ a = \frac{1}{2} \\ c-e = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng

$$S = \int_{-3}^{-1} (f(x) - g(x)) dx + \int_{-1}^1 (g(x) - f(x)) dx$$

$$\Leftrightarrow S = \int_{-3}^{-1} \left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right) dx - \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right) dx = 2 + 2 = 4.$$

Cách 2:

Ta có: $f(x) - g(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$.

Suy ra $a(x+3)(x+1)(x-1) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-d)x - \frac{3}{2}$

Xét hệ số tự do suy ra: $-3a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

$$\text{Do đó: } f(x) - g(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1).$$

Diện tích bằng:

$$S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{2} \int_{-3}^{-1} (x+3)(x+1)(x-1) dx - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (x+3)(x+1)(x-1) dx = 4.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

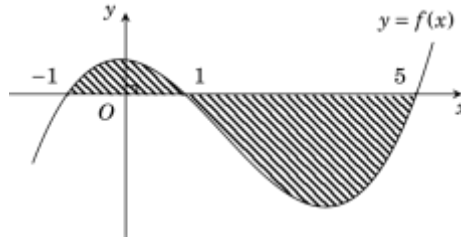
NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = -1$, $x = 5$ như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2$, $f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Tích phân $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 10.

D. 7.

Câu 3: Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx.$

C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$

D. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

Câu 4: Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x)dx = a\pi + b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. 1.

B. -4.

C. 6.

D. 3.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

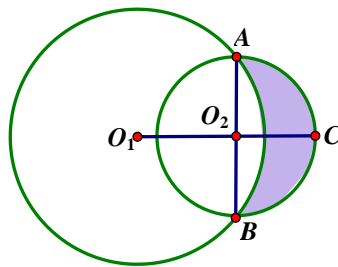
A. $\int \frac{2}{x}dx = 2\ln x + C.$

B. $\int \frac{2}{x}dx = 2\ln|x|.$

C. $\int \frac{2}{x}dx = 2\ln|x| + C.$

D. $\int \frac{2}{x}dx = \ln|x| + C.$

- Câu 6:** Cho $\int_2^4 f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 -13f(t)dt$
- A. -18. B. -65. C. 65. D. 18.
- Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ bằng
- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{37}{12}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13.
- Câu 8:** Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1]dx$.
- A. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$. B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.
C. $I = 2xF(x) + x + 1$. D. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.
- Câu 9:** Một vật thể đặt dọc theo trục Ox có vị trí bắt đầu từ $x = 2$ đến điểm kết thúc là $x = 7$. Người ta cắt vật thể đó bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và được diện tích thiết diện có kích thước thay đổi theo hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ ($2 \leq x \leq 7$). Thể tích vật thể đã cho bằng
- A. $\frac{18560}{3}$. B. $\frac{470}{3}$. C. $\frac{18560\pi}{3}$. D. $\frac{470\pi}{3}$.
- Câu 10:** Biết $\int \frac{3x+7}{x+2} dx = ax + b \ln|x+2| + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$. Tính $a + b$.
- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.
- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 - \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng
- A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.
- Câu 12:** Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 8)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô màu như hình vẽ). Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.



- A. $\frac{824\pi}{3}$. B. $\frac{608}{3}\pi$. C. $\frac{97}{3}\pi$. D. $\frac{145}{3}\pi$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 13:** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.
- b) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.
- c) Hình (H) có diện tích bằng $\frac{2}{3}$.
- d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biết $\int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, (a; b; c \in \mathbb{Z})$. Tính $S = a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t (m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A (đơn vị m/s).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

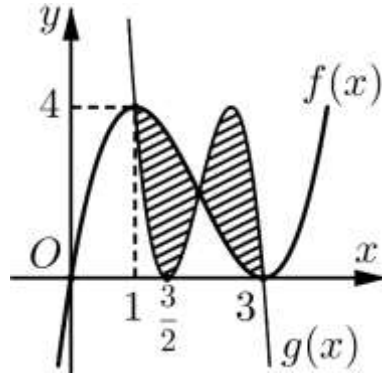
.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $g(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng phần gạch sọc.

Kết quả:

Trình bày:

.....

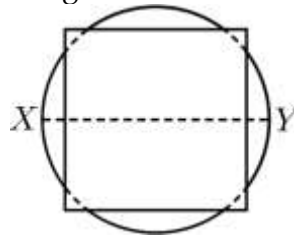
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên dưới:



Tính gần đúng đến hàng đơn vị thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY (đơn vị cm^3).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Trình bày:

.....

.....

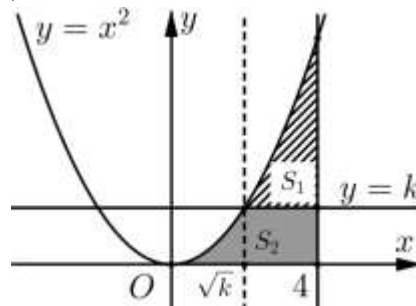
.....

.....
.....
Câu 20: Tính $\int_2^3 \frac{1}{x^3 + x^2} dx$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21: Cho hình phẳng (\mathcal{H}) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường $y = k$ ($0 < k < 16$) chia hình (\mathcal{H}) thành hai phần có diện tích S_1 , S_2 (hình vẽ).



Tìm k để $S_1 = S_2$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

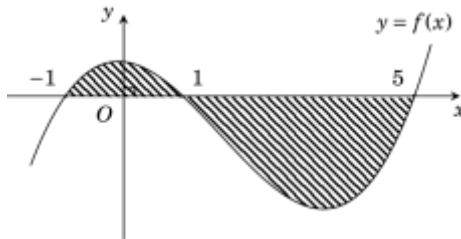
Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = -1$, $x = 5$ như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ ta có $S = \int_{-1}^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2$, $f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Tích phân $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 10.

D. 7.

Lời giải:

Ta có: $\int_2^3 f'(x)dx = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3.$

Câu 3: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

B. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx.$

C. $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$

D. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx.$

Câu 4: Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x)dx = a\pi + b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. 1.

B. -4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x) dx = (4x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi - 1 \Rightarrow a = 2, b = -1.$$

Vậy $a + b = 1$.

Câu 5: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln x + C$.

B. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x|$.

C. $\int \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x| + C$.

D. $\int \frac{2}{x} dx = \ln |x| + C$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int \frac{2}{x} dx = 2 \int \frac{1}{x} dx = 2 \ln |x| + C.$$

Câu 6: Cho $\int_2^4 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 -13f(t) dt$

A. -18.

B. -65.

C. 65.

D. 18.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } I = \int_2^4 -13f(t) dt = -13.5 = -65.$$

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{81}{12}$.

D. 13.

Lời giải:

$$\text{Ta xét phương trình: } (x^3 - x) - (x - x^2) = 0 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên là

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$

Câu 8: Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm

$$I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx.$$

A. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.

C. $I = 2xF(x) + x + 1$.

D. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx = 2 \int f(x) dx + \int f'(x) dx + \int dx = 2F(x) + f(x) + x + C.$$

Câu 9: Một vật thể đặt dọc theo trục Ox có vị trí bắt đầu từ $x = 2$ đến điểm kết thúc là $x = 7$. Người ta cắt vật thể đó bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và được diện tích thiết diện có kích thước thay đổi theo hàm số $f(x) = x^2 + 2x$ ($2 \leq x \leq 7$). Thể tích vật thể đã cho bằng

A. $\frac{18560}{3}$.

B. $\frac{470}{3}$.

C. $\frac{18560\pi}{3}$.

D. $\frac{470\pi}{3}$.

Lời giải:

Ta có $V = \int_2^7 f(x) dx = \int_2^7 (x^2 + 2x) dx = \frac{470}{3}$.

Câu 10: Biết $\int \frac{3x+7}{x+2} dx = ax + b \ln|x+2| + C, (a; b; C \in \mathbb{R})$. Tính $a + b$.

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \frac{3x+7}{x+2} = 3 + \frac{1}{x+2}$.

Suy ra: $\int f(x) dx = \int \left(3 + \frac{1}{x+2} \right) dx = 3 \int dx + \int \frac{1}{x+2} dx = 3x + \ln|x+2| + C \longrightarrow a = 3; b = 1$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 - \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

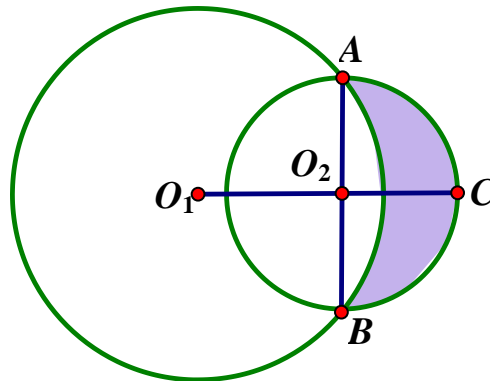
Lời giải:

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C_1$.

Do $f(0) = 4$ nên: $C_1 = 4$

$\Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx = \left(x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

Câu 12: Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 8)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô màu như hình vẽ). Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.



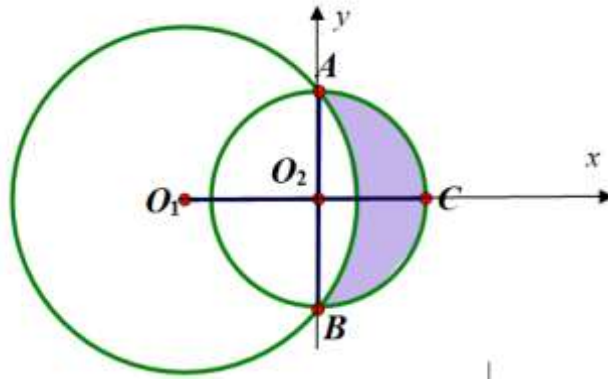
A. $\frac{824\pi}{3}$.

B. $\frac{608}{3} \pi$.

C. $\frac{97}{3} \pi$.

D. $\frac{145}{3} \pi$.

Lời giải:



Ta xây dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

$$\text{Ta có } O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = 6.$$

$$\text{Ta có } O_2(0;0), O_1(-6;0).$$

$$\text{Đường tròn } (O_2;8) \text{ có phương trình là: } x^2 + y^2 = 64 \Rightarrow y = \sqrt{64 - x^2}.$$

$$\text{Đường tròn } (O_1;10) \text{ có phương trình là: } (x+6)^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y = \sqrt{100 - (x+6)^2}.$$

$$\text{Thể tích cần tìm } V = \pi \int_0^8 (64 - x^2) dx - \pi \int_0^4 [100 - (x+6)^2] dx = \frac{608\pi}{3}.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x.$$

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

$$\text{Ta có: } P(x) = \int P'(x) dx = \int (-0,0008x + 10,4) dx = -0,0004x^2 + 10,4x + C.$$

Để thấy, khi chưa bán được sản phẩm nào thì lợi nhuận bằng 0. Do đó $P(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x.$$

b) Đúng.

Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là: $P(50) = -0,0004 \cdot 50^2 + 10,4 \cdot 50 = 519$ (triệu đồng).

c) Sai.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là

$$P(55) - P(50) = \int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = 51,79 \text{ (triệu đồng)}.$$

d) Sai.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm là

$$P(a) - P(50) = \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = (-0,0004x^2 + 10,4x) \Big|_{50}^a \\ = -0,0004a^2 + 10,4a - 519.$$

Theo bài ra ta có :

$$-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của a là 101.

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.

b) Hoàn độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.

c) Hình (H) có diện tích bằng $\frac{2}{3}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục

$$Ox : S = \int_{-1}^1 |x+2| dx = 4.$$

b) Đúng.

Hoàn độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là nghiệm phương trình

$$x^2 - 2x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

c) Sai.

$$S_{(H)} = \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \frac{9}{2}$$

d) Sai.

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^3 [(x+2)^2 - (x^2 - 2x + 2)^2] dx = \frac{117\pi}{5}.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Biết $\int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, (a; b; c \in \mathbb{Z})$. Tính $S = a + b + c$.

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{5x+12}{x^2+5x+6} = \frac{5x+12}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} = \frac{(A+B)x+3A+2B}{x^2+5x+6}.$$

$$\begin{cases} A+B=5 \\ 3A+2B=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=3 \end{cases}.$$

$$\text{Nên } \int_2^3 \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx = \int_2^3 \frac{2}{x+2} dx + \int_2^3 \frac{3}{x+3} dx = 2 \ln|x+2| \Big|_2^3 + 3 \ln|x+3| \Big|_2^3$$

$$= 3 \ln 6 - \ln 5 - 2 \ln 4 = -4 \ln 2 - \ln 5 + 3 \ln 6 = -4 \ln 2 - \ln 5 + 3(\ln 2 + \ln 3) = -\ln 2 + 3 \ln 3 - \ln 5.$$

$$\longrightarrow a = -1; b = 3; c = -1.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 1.$$

Câu 16: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A (đơn vị m/s).

Kết quả:

16

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Quãng đường chất điểm } A \text{ đi từ đầu đến khi } B \text{ đuổi kịp là } S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t \right) dt = 96(m).$$

$$\text{Vận tốc của chất điểm } B \text{ là } v_B(t) = \int adt = at + C.$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 3 \text{ vật } B \text{ bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên } v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a.$$

$$\text{Suy ra: } v_B(t) = at - 3a.$$

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là

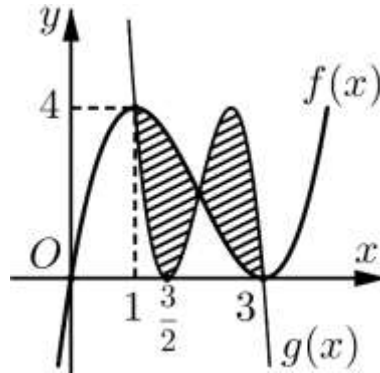
$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a(m).$$

$$\text{Ta có } 72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} (m/s^2).$$

Do đó $v_B(t) = \frac{4}{3}t - 4$.

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16(m/s)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $g(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng phần gạch sọc.

Kết quả:

4,5

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

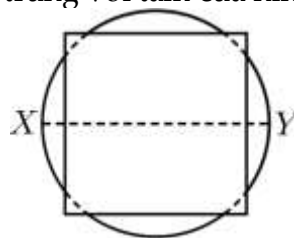
Lời giải:

Dựa vào đồ thị, suy ra $f(x) = x(x-3)^2$ và $g(x) = k\left(x - \frac{3}{2}\right)^2(x-3)$.

Vì đồ thị hàm $g(x)$ đi qua điểm $(1; 4)$ nên suy ra $k = -8$.

Vậy $S = \int_1^{3/2} \left| x(x-3)^2 + 8\left(x - \frac{3}{2}\right)^2(x-3) \right| dx = \frac{9}{2}$.

Câu 18: Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng 8cm và một hình tròn có bán kính 5cm được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên dưới:



Tính gần đúng đến hàng đơn vị thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục XY (đơn vị cm^3).

Kết quả:

545

Trình bày:

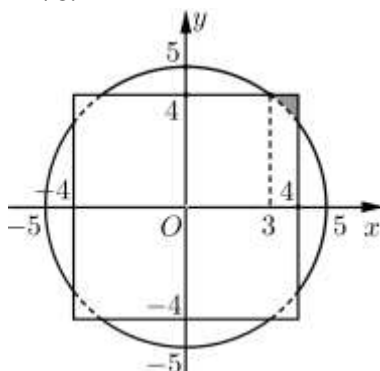
.....

.....

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



• Thể tích khối cầu $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 5^3 = \frac{500\pi}{3}$.

• Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (\mathcal{H}) (phần tô đậm) được giới hạn bởi đường thẳng $y = 4$, đường tròn $y^2 = 25 - x^2$ và $x = 4$ quanh trục hoành

$$\longrightarrow V_2 = \pi \int_3^4 |4^2 - (25 - x^2)| dx = \frac{10\pi}{3}.$$

Vậy thể tích cần tính: $V = V_1 + 2V_2 = \frac{520\pi}{3} \text{ cm}^3 \approx 545 \text{ cm}^3$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Xác định a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } F'(x) &= (2ax + b)\sqrt{2x-3} + (ax^2 + bx + c) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x-3}} \\ &= \frac{(2ax + b)(2x-3) + ax^2 + bx + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}}. \end{aligned}$$

Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ nên suy ra

$$\begin{aligned} \frac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}} &= \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}} \\ \Rightarrow 5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c &= 20x^2 - 30x + 11 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a = 20 \\ 3b - 6a = -30 \\ -3b + c = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases}$$

Câu 20: Tính $\int_2^3 \frac{1}{x^3 + x^2} dx$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

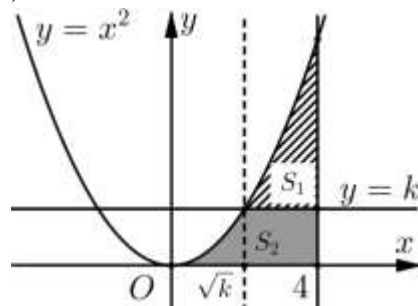
Lời giải:

Ta có: $\frac{1}{x^3 + x^2} = \frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{(A+C)x^2 + (A+B)x + B}{x^2(x+1)}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} B = 1 \\ A + B = 0 \\ A + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 1 \\ C = 1 \end{cases}$$

Khi đó: $\int_2^3 \frac{1}{x^3 + x^2} dx = \int_2^3 \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\ln \left| \frac{x+1}{x} \right| - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^3 = -2 \ln 3 + 3 \ln 2 + \frac{1}{6}$.

Câu 21: Cho hình phẳng (\mathcal{H}) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường $y = k$ ($0 < k < 16$) chia hình (\mathcal{H}) thành hai phần có diện tích S_1 , S_2 (hình vẽ).



Tìm k để $S_1 = S_2$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = k \xrightarrow{x>0} x = \sqrt{k}$.

Ta có

$$\bullet S_1 + S_2 = \int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^4 = \frac{64}{3}$$

$$\bullet S_1 = \int_{\sqrt{k}}^4 (x^2 - k) dx = \left(\frac{x^3}{3} - kx \right) \Big|_{\sqrt{k}}^4 = -4k + \frac{2k\sqrt{k}}{3} + \frac{64}{3}.$$

Theo giả thiết: $S_1 = S_2 \longrightarrow S_1 = \frac{1}{2}(S_1 + S_2) \Leftrightarrow -4k + \frac{2k\sqrt{k}}{3} + \frac{64}{3} = \frac{32}{3}$

$$\Leftrightarrow 2k\sqrt{k} - 12k + 32 = 0 \xrightarrow{t=\sqrt{k} \ (0 < t < 4)} 2t^3 - 12t^2 + 32 = 0 \rightarrow t = 2 \longrightarrow k = 4.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 09 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và

$F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$. B. $F(9) = 6$. C. $F(9) = 12$. D. $F(9) = -12$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$ là

- A. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$. B. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$.
C. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$. D. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$. B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = 2\int_a^b f(x)d(2x)$. D. $\int_a^a 2025f(x)dx = 2025$.

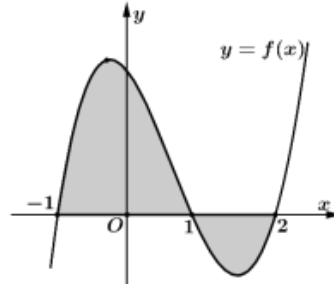
Câu 5: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = \frac{a-b\sqrt{2}}{2}$, ($a; b \in \mathbb{N}$), tính $a+b$.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục dương trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó diện tích hình (H) được xác định bởi công thức

- A. $S_{(H)} = \int_a^b f(x)dx$. B. $S_{(H)} = \int_b^a f(x)dx$. C. $S_{(H)} = \int_b^a F(x)dx$. D. $S_{(H)} = \int_a^b F(x)dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $0 < f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]$. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $V = \pi \int_a^b (|f(x) - g(x)|)^2 dx$.

C. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

D. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx$.

Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

A. $85,3 (m/s)$.

B. $83,5 (m/s)$.

C. $73,5 (m/s)$.

D. $75,3 (m/s)$.

Câu 10: Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, (-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3 - x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

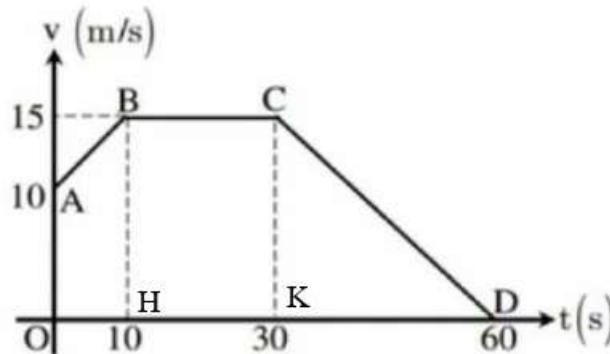
A. $\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $4\pi\sqrt{3}$.

D. $\pi\sqrt{3}$.

Câu 11: Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

A. $680(m)$.

B. $550(m)$.

C. $560(m)$.

D. $650(m)$.

- Câu 12:** Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$, $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Khi đó, $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{11}{7}$. B. $-\frac{5}{7}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{16}{7}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \int \cos x dx$.		
b)	$\int \sin x dx = -\cos x + C$.		
c)	$\int f(x) dx = \cos x - \sqrt{3} \sin x + C$.		
d)	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 10$.		

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.		
b)	Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.		
c)	Hình (H) có diện tích bằng $\frac{9}{2}$.		
d)	Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị của tham số a để $\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

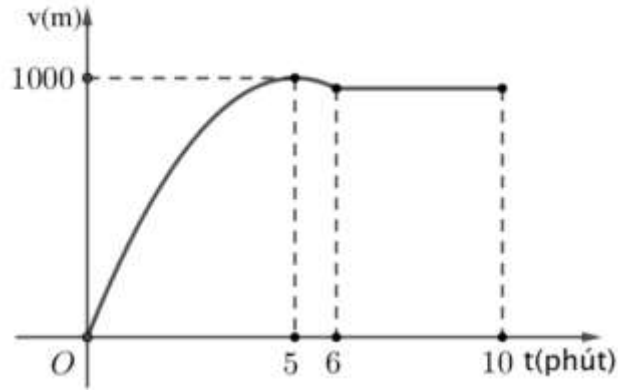
.....

.....

.....

.....

Câu 16: Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong Parabol. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000m/phút và bắt đầu giảm tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều (tham khảo hình vẽ).



Quãng đường xe đã đi được trong 10 phút đầu tiên kể từ khi hết đèn đỏ là bao nhiêu mét?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và e^{2x+1} là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f'(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $f(0) = 1$ và $f(1) = ae^2 + be + 1, (a; b \in \mathbb{Z})$, tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t (t > 1)$. Tìm t để $S(t) = 10$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ và $F(2) = 3$. Tính giá trị

$F(-1)$.

Trình bày:

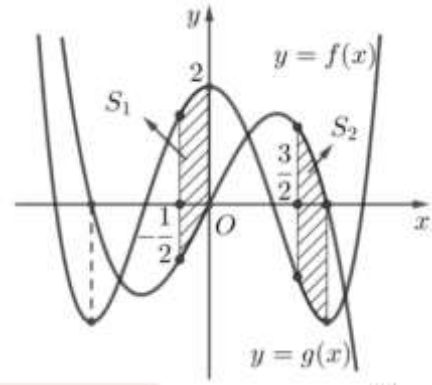
.....

Câu 20: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

Trình bày:

.....

Câu 21: Cho $f(x) = ax^4 - 2x^2 + 2, g(x) = bx^3 + cx^2 + 2x$ có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ, khi $S_1 = \frac{557}{480}$ thì S_2 bằng bao nhiêu?

Trình bày:

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 19 tháng 02 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05_TrNg 2025

ÔN TẬP GIỮA KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$ và

$F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- A. $F(9) = -6$. B. $F(9) = 6$. **C. $F(9) = 12$.** D. $F(9) = -12$.

Lời giải:

Ta có: $I = \int_0^9 f(x)dx = F(x)\Big|_0^9 = F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. **D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.**

Lời giải:

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$ là

- A. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$.** B. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$.
C. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$. D. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$.

Lời giải:

Ta có: $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$. **B. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.**
C. $\int_a^b f(x)dx = 2\int_a^b f(x)d(2x)$. D. $\int_a^a 2025f(x)dx = 2025$.

Lời giải:

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ nên A sai; B đúng

$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2}\int_a^b f(x)d(2x)$ nên C sai

$$\int_a^a 2025f(x)dx = 2025 \cdot \int_a^a f(x)dx = 0. \text{ nên D sai.}$$

Câu 5: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = \frac{a-b\sqrt{2}}{2}, (a; b \in \mathbb{N})$, tính $a+b$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \longrightarrow a=2; b=1.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục dương trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó diện tích hình (H) được xác định bởi công thức

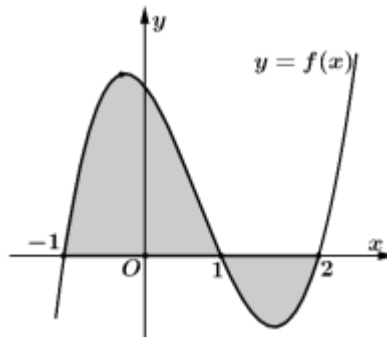
A. $S_{(H)} = \int_a^b f(x)dx$. **B.** $S_{(H)} = \int_b^a f(x)dx$. **C.** $S_{(H)} = \int_b^a F(x)dx$. **D.** $S_{(H)} = \int_a^b F(x)dx$.

Lời giải:

Vì $f(x) > 0, \forall x \in [a; b]$ nên diện tích hình (H) được giới hạn bởi các đường thẳng

$$x = a, x = b, \text{ đồ thị } y = f(x) \text{ và trục hoành là } S_{(H)} = \int_a^b f(x)dx.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

Lời giải:

$$\text{Từ hình vẽ ta có } S_{(H)} = \int_{-1}^2 |f(x)| = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $0 < f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]$. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x),$ đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là

$$A. V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$B. V = \pi \int_a^b (|f(x) - g(x)|)^2 dx.$$

$$C. V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

$$D. V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$$

Lời giải:

Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx \text{ (vì } f(x) < g(x), \forall x \in [a; b]).$$

Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

- A. $85,3 (m/s)$. B. $83,5 (m/s)$. C. $73,5 (m/s)$. D. $75,3 (m/s)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } v(t) = \int a(t) dt = \int (t + 2) dt = \frac{t^2}{2} + 2t + C.$$

$$\text{Vận tốc khi ô tô bắt đầu tăng tốc là } 15 m/s: v(0) = 15 \Leftrightarrow C = 15.$$

$$\text{Vận tốc của ô tô là } v(t) = \frac{t^2}{2} + 2t + 15. \text{ Suy ra: } v(9) = 73,5 (m/s).$$

Câu 10: Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3 - x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{3}$.

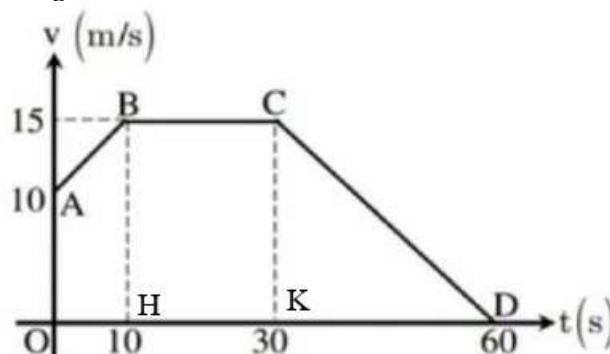
Lời giải:

$$\text{Diện tích của mặt cắt hình vuông là } S(x) = (\sqrt{3 - x^2})^2 = 3 - x^2.$$

Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} S(x) dx = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (3 - x^2) dx = \left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

Câu 11: Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

- A. $680(m)$. B. $550(m)$. C. $560(m)$. D. $650(m)$.

Lời giải:

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B, C lên trục Ot .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= \int_0^{60} v(t) dt = \int_0^{10} v(t) dt + \int_{10}^{30} v(t) dt + \int_{30}^{60} v(t) dt \\ &= S_{OABH} + S_{HBCK} + S_{KCD} = \frac{1}{2} \cdot (10+15) \cdot 10 + 20 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 650(m). \end{aligned}$$

Câu 12: Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$, $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Khi đó, $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{11}{7}$. B. $-\frac{5}{7}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{16}{7}$.

Lời giải:

$$\text{Đặt } a = \int_1^2 f(x) dx, b = \int_1^2 g(x) dx, \text{ ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ 2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{7} \\ b = \frac{11}{7} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_1^2 f(x) dx = -\frac{5}{7}.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \cdot \int \cos x dx$.		
b)	$\int \sin x dx = -\cos x + C$.		
c)	$\int f(x) dx = \cos x - \sqrt{3} \sin x + C$.		
d)	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 10$.		

Lời giải:

Đúng	Đúng	Sai	Đúng
------	------	-----	------

a) Đúng.

$$\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \cdot \int \cos x dx \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

b) Đúng.

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

c) Sai.

$$\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \cdot \int \cos x dx = \sqrt{3} \sin x - \cos x + C \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

d) Đúng.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \left(\sqrt{3} \sin x - \cos x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \left(\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} \right) - \left(\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}.$$

Khi đó: $a = 2, b = 2, c = 6 \Rightarrow a + b + c = 10$, suy ra mệnh đề đúng.

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục Ox bằng 4.		
b)	Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là $x = 0; x = 3$.		
c)	Hình (H) có diện tích bằng $\frac{9}{2}$.		
d)	Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng $\frac{117}{5}$.		

Lời giải:

Đúng	Đúng	Đúng	Sai
------	------	------	-----

a) Đúng.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ các đường thẳng $x = -1; x = 1$, trục

$$Ox \text{ là } S = \int_{-1}^1 |x+2| dx = 4.$$

b) Đúng.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là nghiệm phương trình

$$x^2 - 2x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

c) Đúng.

$$S_{(H)} = \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \frac{9}{2}.$$

d) Sai.

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^3 \left[(x+2)^2 - (x^2 - 2x + 2)^2 \right] dx = \frac{117\pi}{5}.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị của tham số a để $\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

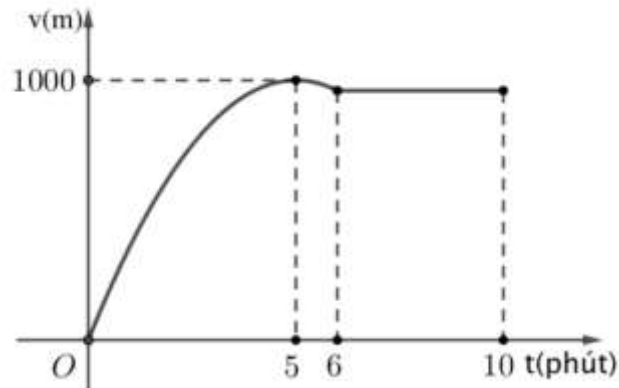
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow (ax^4 - a^2x^3 + x^2 + x)|_0^1 = 0 \Leftrightarrow a - a^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Câu 16: Một xe ô tô sau khi chò hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong Parabol. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000m/phút và bắt đầu giảm tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều (tham khảo hình vẽ).



Quãng đường xe đã đi được trong 10 phút đầu tiên kể từ khi hết đèn đỏ là bao nhiêu mét?

Kết quả:

8160

Trình bày:

Lời giải:

Ta có trong 6 phút đầu, vận tốc của ô tô là một Parabol có dạng:

$f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đi qua điểm $O(0;0)$ và có đỉnh $(5;1000)$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 1000 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\ -\frac{b}{2a} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -40 \\ b = 400 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -40x^2 + 400x$$

Quãng đường xe đã đi được trong 6 phút đầu tiên là:

$$S = \int_0^6 f(x) dx = \int_0^6 (-40x^2 + 400x) dx = \left(-\frac{40}{3}x^3 + 200x^2 \right) \Big|_0^6 = 4320 \text{m.}$$

Ở phút thứ 6 đến phút thứ 10, ô tô chuyển động đều với vận tốc là:

$$f(6) = -40 \cdot 6^2 + 400 \cdot 6 = 960 \text{m/phút}$$

Suy ra, quang đường ô tô đi được từ phút thứ 6 đến phút thứ 10 là $960 \cdot (10 - 6) = 3840 \text{m}$.

Vậy quãng đường xe đã đi được trong 10 phút đầu tiên kể từ khi hết đèn đỏ là

$$4320 + 3840 = 8160m.$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và e^{2x+1} là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f'(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $f(0) = 1$ và $f(1) = ae^2 + be + 1, (a; b \in \mathbb{Z})$, tính $a + b$.

Kết quả:

0

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có:

$$e^x \cdot f'(x) = (e^{2x+1})' = 2e^{2x+1} \Rightarrow f'(x) = 2e^{x+1}$$

$$\Rightarrow f(1) = \int_0^1 f'(x) dx + f(0) = \int_0^1 2e^{x+1} dx + 1 = 2e^2 - 2e + 1 \longrightarrow a = 2; b = -2.$$

Câu 18: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t (t > 1)$. Tìm t để $S(t) = 10$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Cách 1. Ta có: $S(t) = \int_1^t |2x + 1| dx = \int_1^t (2x + 1) dx.$

Suy ra $S(t) = (x^2 + x) \Big|_1^t = t^2 + t - 2.$

Do đó $S(t) = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases} (L)$

Vậy $t = 3.$

Cách 2. Hình phẳng đã cho là hình thang có đáy nhỏ bằng $y(1) = 3$, đáy lớn bằng $y(t) = 2t + 1$ và chiều cao bằng $t - 1.$

Ta có $\frac{(3 + 2t + 1)(t - 1)}{2} = 10 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$. Vì $t > 1$ nên $t = 3.$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ và $F(2) = 3$. Tính giá trị $F(-1)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

+) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $y = 2x + 1$ trên khoảng $(-\infty; 1) \Rightarrow F_1(x) = x^2 + x + C_1$.

Gọi $F_2(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $y = 3$ trên nửa khoảng $[1; +\infty) \Rightarrow F_2(x) = 3x + C_2$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ suy ra $F(x) = \begin{cases} F_1(x) & \text{khi } x < 1 \\ F_2(x) & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

+) Do $F(2) = 3 \Rightarrow F_2(2) = 3 \Rightarrow 3 \cdot 2 + C_2 = 3 \Rightarrow C_2 = -3$.

+) $F(x)$ phải là một hàm số liên tục nên

$F(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) \Leftrightarrow F_1(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F_1(x) \Leftrightarrow 3 + C_2 = 2 + C_1 \Rightarrow C_1 = 1 + C_2 = -2$.

Vậy $F(-1) = F_1(-1) = -2$.

Câu 20: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

Trình bày:

.....

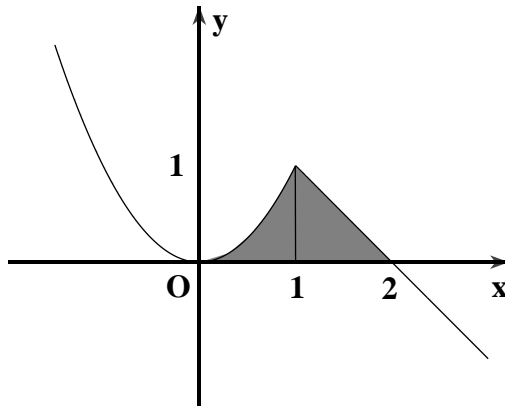
.....

.....

.....

.....

Lời giải:

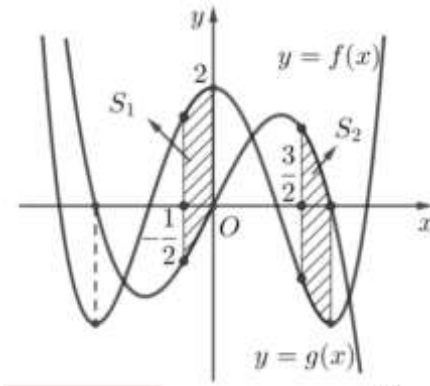


Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^1 f^2(x) \cdot dx + \pi \int_1^2 f^2(x) \cdot dx = \pi \int_0^1 x^4 \cdot dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 \cdot dx = \pi \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 - \pi \frac{(2-x)^3}{3} \Big|_1^2$$

$$= \frac{\pi}{5} - \pi \left(0 - \frac{1}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 21: Cho $f(x) = ax^4 - 2x^2 + 2$, $g(x) = bx^3 + cx^2 + 2x$ có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ, khi $S_1 = \frac{557}{480}$ thì S_2 bằng bao nhiêu?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Do $f(x)$ bậc bốn và $g(x)$ bậc ba và quan sát đồ thị đã cho tại các điểm cực trị x_0 của $f(x)$ thì

$$g(x_0) = 0. \text{ Do đó: } g(x) = k \cdot f'(x) \Leftrightarrow bx^3 + cx^2 + 2x = k(4ax^3 - 4x) \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4ka \\ c = 0 \\ 2 = -4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ c = 0 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vì vậy $f(x) = ax^4 - 2x^2 + 2$; $g(x) = -2ax^3 + 2x$.

Diện tích hình phẳng:

$$S_1 = \int_{-\frac{1}{2}}^0 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-\frac{1}{2}}^0 (ax^4 - 2x^2 + 2 + 2ax^3 - 2x) dx = \frac{557}{480} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}.$$

Do đó: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$; $g(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x$.

Xét $g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng:

$$S_2 = \int_{\frac{3}{2}}^2 (f(x) - g(x)) dx = \int_{\frac{3}{2}}^2 \left[\left(-\frac{1}{2}x^3 + 2x \right) - \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2 \right) \right] dx = \frac{299}{240}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 19 tháng 02 năm 2025