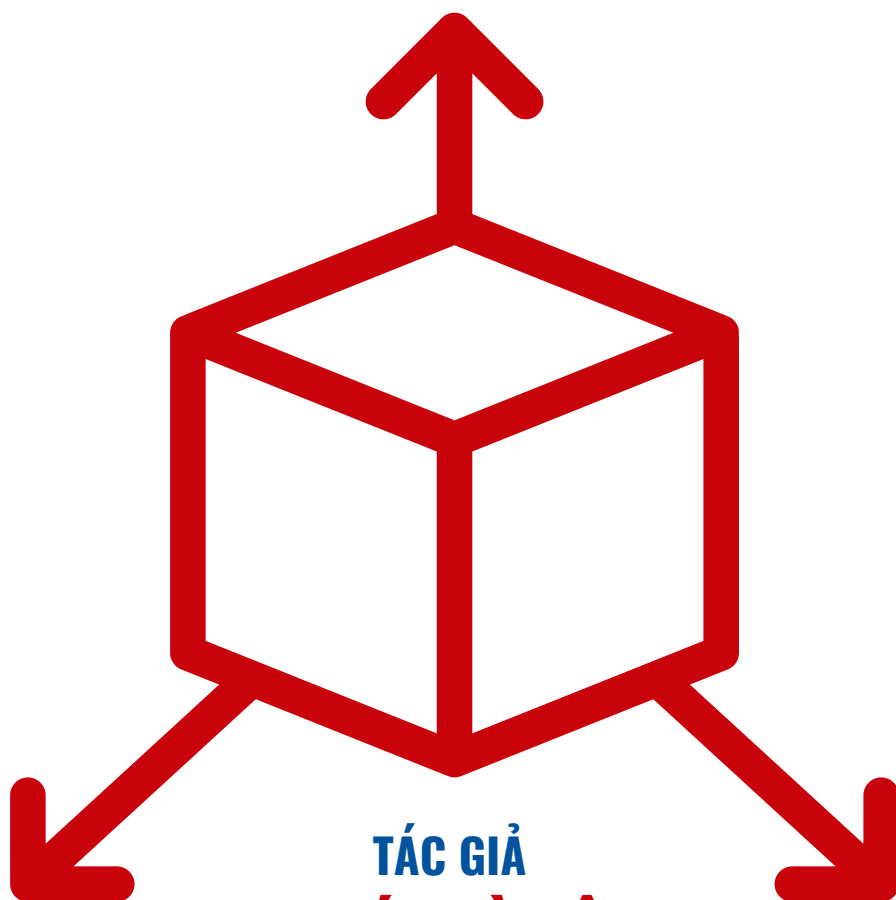




# Bộ Đề Kiểm Tra

# GIỮA KỲ 2 - KHỐI 12



TÁC GIẢ  
TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 1**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

- » **Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 1$  là  
A.  $x^2 + 1 + C$ .      B.  $x^2 + x + C$ .      C.  $x^2 + C$ .      D.  $2x + C$ .
- » **Câu 2.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?  
A.  $\int f(x)dx = F(x) + C$ .      B.  $(\int f(x)dx)' = f(x)$ .  
C.  $(\int f(x)dx)' = f(x) + C$ .      D.  $(\int f(x)dx)' = F'(x)$ .
- » **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  là  
A.  $\vec{u} = (2; 3; 1)$ .      B.  $\vec{u} = (1; 3; 1)$ .      C.  $\vec{u} = (3; 2; 1)$ .      D.  $\vec{u} = (2; 3; -1)$ .
- » **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , xác định tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z + 2)^2 = 9$ .  
A.  $I(1; 4; -2), R = 3$ .      B.  $I(-1; -4; 2), R = 3$ .  
C.  $I(1; 4; -2), R = 9$ .      D.  $I(-1; -4; 2), R = 9$ .
- » **Câu 5.** Vận tốc của một vật chuyển động là  $v(t) = 3t^2 + 5$  (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là  
A. 669 m.      B. 696 m.      C. 699 m.      D. 966 m.
- » **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  
A.  $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$ .      C.  $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$ .      D.  $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$ .
- » **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 1; 1)$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  có phương trình là  
A.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$ .  
C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ .
- » **Câu 8.** Tích phân  $\int_1^2 2x dx$  bằng

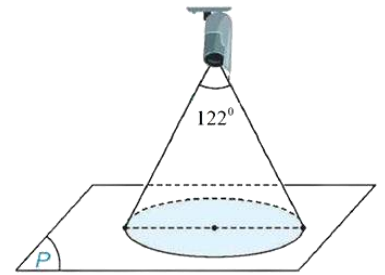




- (d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng  $(P)$  là hình tròn có bán kính bằng 4.

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

- » **Câu 15.** Góc quan sát ngang của một camera là  $122^\circ$ . Trong không gian  $Oxyz$ , camera được đặt tại điểm  $A(2;3;1)$  và chiếu thẳng về phía mặt sàn có phương trình  $(P): 2x + 2y - z + 2 = 0$ . Hỏi vùng quan sát được trên mặt sàn của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phân chục).



Điền đáp số:

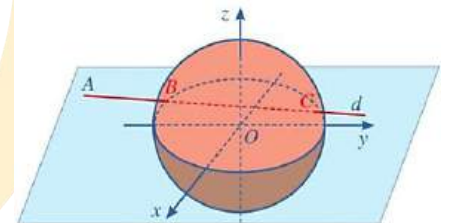
- » **Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm  $A(-1;1;2), B(2;1;3)$ . Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ so với mặt phẳng nằm ngang? (kết quả làm tròn đến độ).

Điền đáp số:

- » **Câu 17.** Trong hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí  $I(200;450;60)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $m$  (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí  $A(m+100; m+370; 0)$  có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Điền đáp số:

- » **Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình vẽ).



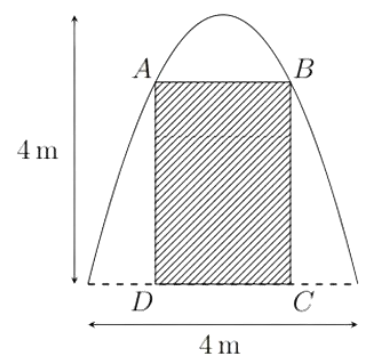
Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị

Điền đáp số:

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

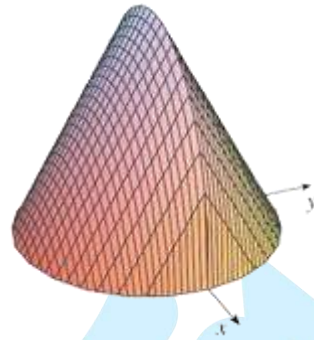
- » **Câu 19.** Cho  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Tính  $J = \int_{-1}^2 f(x) dx$

- » **Câu 20.** Cổng của một trại du lịch sinh thái có dạng parabol, lối ra vào cổng là hình chữ nhật như hình vẽ. Biết rằng, lối đi hình chữ nhật  $ABCD$  có kích thước  $CD = 2 m$ , phía ngoài lối đi hình chữ nhật được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí trang trí hoa văn là 240.000 đồng cho một mét vuông. Hỏi số tiền để trang trí hoa văn của cổng trại du lịch sinh thái là bao nhiêu triệu đồng?

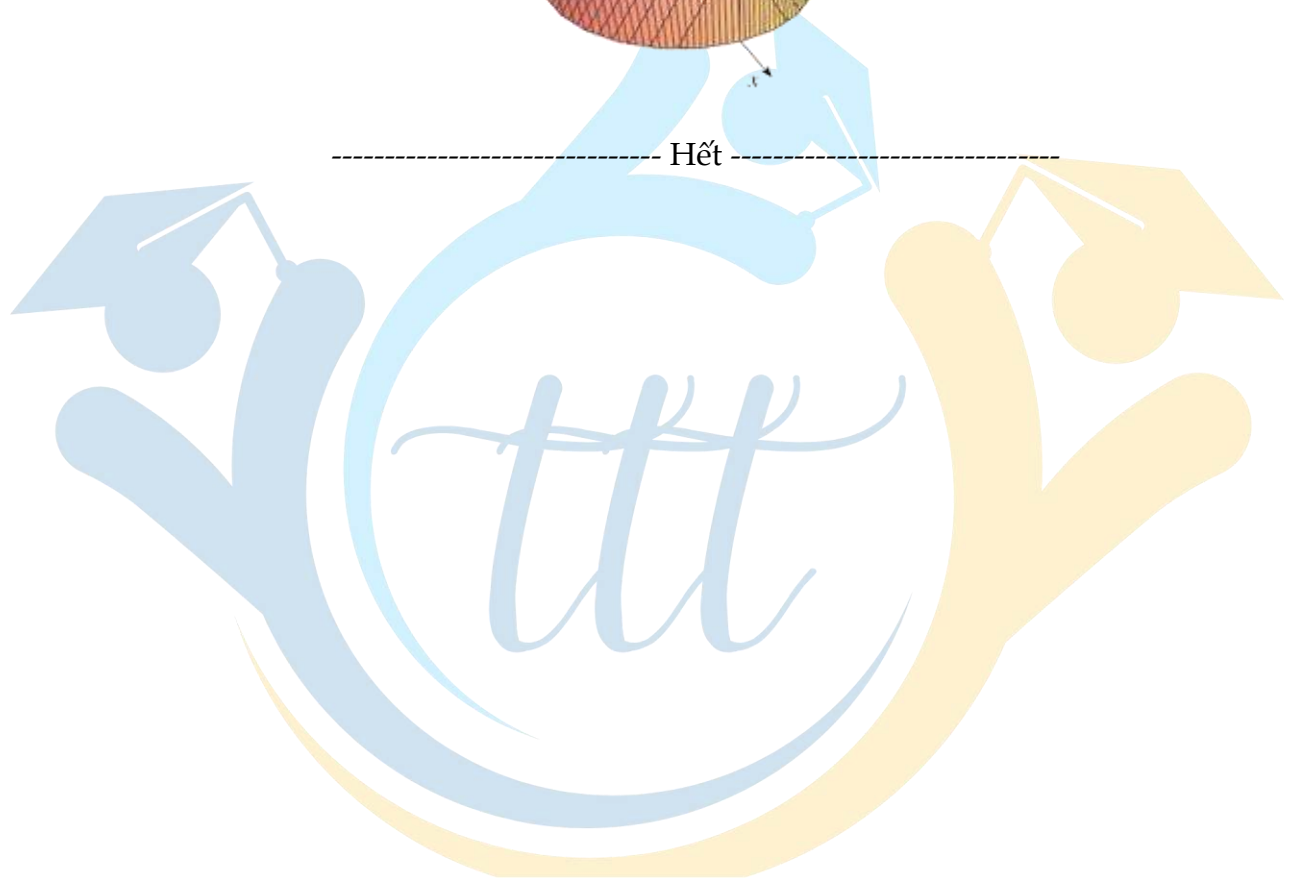




- » **Câu 21.** Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích  $V$  của vật thể đó. Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Hết



TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 2**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

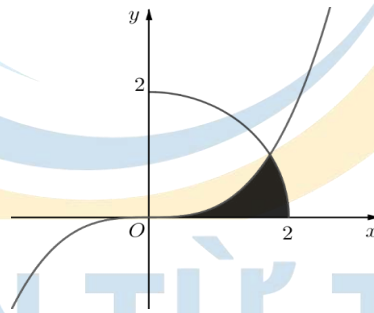
- » **Câu 1.** Tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{-x}$  là
- A.  $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$       B.  $-3^{-x} + C$       C.  $3^{-x} \ln 3 + C$       D.  $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$
- » **Câu 2.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.
- A.  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .      B.  $(\int f(x) dx)' = f(x)$ .
- C.  $(\int f(x) dx)' = f'(x)$ .      D.  $(\int f(x) dx)' = F'(x)$ .
- » **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?
- A.  $\vec{n} = (-3; -1; -2)$ .      B.  $\vec{n} = (3; 1; -2)$ .      C.  $\vec{n} = (3; 2; 1)$ .      D.  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .
- » **Câu 4.** Phương trình đường thẳng đi qua  $A(1; -2; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$  là
- A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ .      B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$ .
- C.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$ .      D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{2}$ .
- » **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$  có tọa độ tâm  $I$  là
- A.  $I\left(1; \frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ .      B.  $I\left(-1; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $I(2; 3; -5)$ .      D.  $I(-2; -3; 5)$ .
- » **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; -3; 2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và song song với  $(P)$  có phương trình là:
- A.  $2x - y + 3z + 9 = 0$ .      B.  $2x + y + 3z - 3 = 0$ .
- C.  $2x + y + 3z + 3 = 0$ .      D.  $2x - y + 3z - 9 = 0$ .
- » **Câu 7.** Mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 5y - z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là
- A.  $\vec{n} = (2; 5; 1)$ .      B.  $\vec{n} = (2; 5; -1)$ .      C.  $\vec{n} = (-4; 10; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (-2; 5; -1)$ .
- » **Câu 8.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 1$  tích phân  $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx$  bằng
- A. 1.      B. 0.      C. 3.      D. -1.



- » **Câu 9.** Cho  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[1;2]$ . Biết  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên đoạn  $[1;2]$  thỏa mãn  $F(1) = -2$  và  $F(2) = 3$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x)dx$  bằng
- A.  $-5$ .                      B.  $1$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $5$ .
- » **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x+z-2=0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là
- A.  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$ .
- » **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cosin của góc giữa mặt phẳng  $(Oxy)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z-2=0$  bằng
- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{3}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .
- » **Câu 12.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn với đường cong  $y = \sqrt{x^2+1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0, x=1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?
- A.  $V=2$                       B.  $V = \frac{4\pi}{3}$                       C.  $V = 2\pi$                       D.  $V = \frac{4}{3}$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

- » **Câu 13.** Cho các đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3 (C_1)$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4-x^2} (C_2)$  và hình phẳng  $(H)$  được tô màu như hình vẽ



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$ , $y = \sqrt{4-x^2}$ , trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=2$ .		
(b)	Các đường $(C_1)$ và $(C_2)$ đều đi qua điểm $A(\sqrt{3},1)$		
(c)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4-x^2} (C_2)$ và hai đường thẳng $x=0, x=2$ quanh trục hoành là $V = \int_0^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx$		



- Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay ( $H$ ) quanh trục hoành là  $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$ , trong đó  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  là các phân số tối giản. khi đó  $a+b+c+d=46$ .

» **Câu 14.** Đặt một quả bóng ở góc nhà, biết trên quả bóng có một điểm cách hai bức tường 5 cm và cách sàn nhà 6 cm. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho góc nhà là góc phần tư thứ nhất và sàn nhà là mặt phẳng  $Oxy$ . Khi đó:

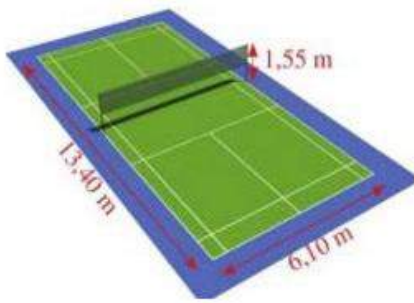
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$M(5;5;6)$		
(b)	Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là $y=0$ và $x=0$ .		
(c)	Chỉ có một quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.		
(d)	Bán kính của quả bóng thuộc $(5;11)$ (cm).		

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Nếu  $F'(x) = \frac{1}{2x}$  và  $F(1) = 1$  thì giá trị của  $F(4)$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Hình vẽ 1a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục  $Oxyz$  cho sân đó như hình 1b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử  $AB$  là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của vectơ  $\vec{AB} = (a; b; c)$ . Khi đó  $S = a - b + 2c$  bằng bao nhiêu?



(Hình 1a)



(Hình 1b)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Khi đặt hệ tọa độ  $Oxyz$  vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu ( $S$ ) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu ( $S$ ) có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

» **Điền đáp số:**





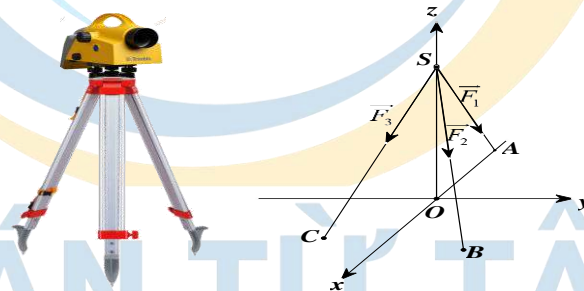
» **Câu 18.** Để định vị vệ tinh, người ta lập hệ tọa độ  $Oxyz$  với gốc tọa độ  $O$  trùng với vị trí của trung tâm quan sát, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục  $Ox$  hướng về phía Tây, trục  $Oy$  hướng về phía Nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời và mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Một vệ tinh đang chuyển động trong không gian được định vị bởi ba trạm quan sát đặt tại ba vị trí:  $A, B, C$  với: vị trí  $A$  đặt ở trung tâm quan sát, vị trí  $B$  đặt cách trung tâm quan sát về phía Tây 50km, vị trí  $C$  đặt cách trung tâm quan sát về phía Nam 100km. Biết: trạm  $A$  quan sát được các vệ tinh cách nó 370km, trạm  $B$  quan sát được các vệ tinh cách nó 400km, trạm  $C$  quan sát được các vệ tinh cách nó 350km. Gọi tọa độ của vệ tinh là  $(x; y; z)$ . Tính  $x + y + z$ .

» **Điền đáp số:**

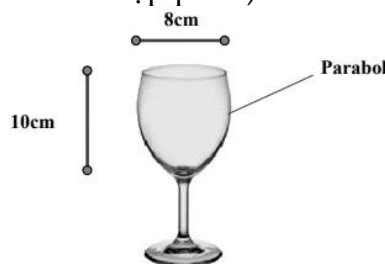
**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$ ,  $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{cases}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Giá trị  $\cos \varphi$  có dạng  $\frac{a\sqrt{c}}{b}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = b - 3a + c$  ?

» **Câu 20.** Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt  $S(0;0;4)$  và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là  $A(-2;0;0)$ ,  $B(1;\sqrt{3};0)$ ,  $C(1;-\sqrt{3};0)$ . Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30N và được phân bố thành ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của  $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$ .



» **Câu 21.** Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (làm tròn 2 chữ số thập phân).



----- Hết -----





A.  $S = \int_{-1}^3 f(x) dx$ .

B.  $S = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|$ .

C.  $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$ .

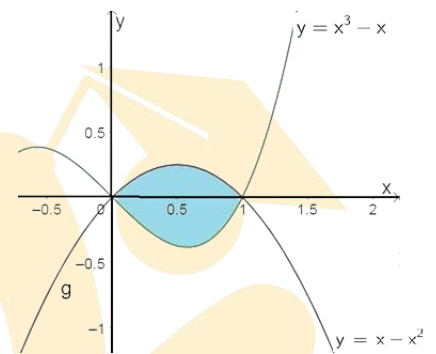
D.  $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$ .

» **Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$ . Thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$  là

A.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .    B.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .    C.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .    D.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

» **Câu 9.** Tính diện tích phần hình phẳng (Phần tô đậm) trong hình vẽ bên.

- A.  $\frac{5}{12}$
- B.  $\frac{9}{4}$
- C.  $\frac{81}{12}$
- D. 13



» **Câu 10.** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ , trục hoành. Quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.  $\frac{496\pi}{15}$ .    B.  $\frac{32\pi}{15}$ .    C.  $\frac{4\pi}{3}$ .    D.  $\frac{16\pi}{15}$ .

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 3); B(1; 1; 1); C(3; 4; 0)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là

- A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ .    B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ .
- C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$ .    D.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 0; -3)$  và  $B(3; 2; 1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$ .    B.  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$ .
- C.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$ .    D.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $(0; +\infty)$ . Biết rằng  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + C$		
(b)	Biết $f(1) = 2$ . Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 1$ .		



(c)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1;2)$ . Khi đó $\int_1^2 f(x) dx = \frac{16}{3} - \ln 2$ .		
(d)	Biết $f(1) = 2$ . Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.		

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + 2z - 3 = 0$ . Khi đó:

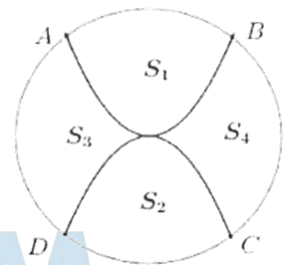
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $(\beta)$ đi qua $M(2;-3;1)$ và song song với $(\alpha)$ là $x + 2y + 2z + 2 = 0$ .		
(b)	Phương trình đường thẳng $(\Delta)$ đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với $(\alpha)$ là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .		
(c)	Phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;-3)$ và tiếp xúc với $(\alpha)$ là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 2$ .		
(d)	Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ cắt $(\alpha)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.		

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)}$  có một nguyên hàm là  $F(x)$  thỏa  $F(1) = \ln 2$ . Tính  $F(-2)$ . Kết quả làm tròn đến phần chục.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Sân trường có một bồn hoa hình tròn có tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng  $4m$  (như hình vẽ). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí để trồng hoa là  $150.000$  đồng/ $1m^2$ , kinh phí để trồng cỏ là  $100.000$  đồng/ $1m^2$ . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn).



» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ ,  $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa giao tuyến của  $(P), (Q)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$  sao cho hình chóp  $O.ABC$  là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng  $(\alpha): x + my + nz + p = 0$ . Tính giá trị của  $T = m - 3n - 5p$

» **Điền đáp số:**

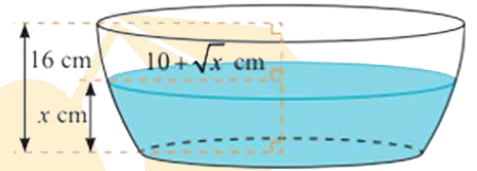


- » **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$  và  $M(4; 6; 3)$ . Qua  $M$  kẻ các tia  $Mx, My, Mz$  đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là  $A, B, C$ . Biết mặt phẳng  $(ABC)$  luôn đi qua một điểm cố định  $H(a; b; c)$ . Tính  $a+3b-c$ .

» Điền đáp số:

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

- » **Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 1; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z + 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$ .
- » **Câu 20.** Biết rằng  $\int_3^4 \frac{3x+2}{x^2-3x+2} dx = m \ln 3 + n \ln 2$ , với  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của  $m+n+2025$  bằng bao nhiêu
- » **Câu 21.** Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình vẽ bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy  $x$  (cm),  $(0 \leq x \leq 16)$  thì mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm). Tính dung tích của chậu. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của centimet khối.



Hết

TOÁN TỪ TÂM





A.  $\frac{81}{10}$ .

B.  $\frac{9}{2}$ .

C.  $\frac{9\pi}{2}$ .

D.  $\frac{81\pi}{10}$ .

» **Câu 11.** Cho mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(2; -1; 4)$ ,  $B(3; 2; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): x + y + 2z - 3 = 0$ . Khi đó mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

A.  $11x + 7y - 2z - 21 = 0$ .

B.  $11x + 7y + 2z + 21 = 0$ .

C.  $11x - 7y - 2z - 21 = 0$ .

D.  $11x - 7y + 2z + 21 = 0$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 3; -4)$  và điểm  $B(3; -1; 0)$ . Mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  có phương trình là

A.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$ .

B.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ .

C.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ .

D.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Biết rằng  $I = \int \frac{\sin x \cos^2 x}{1 + \cos x} dx = a \cos x + b \cos 2x - \ln(1 + \cos x) + C$  ( $a; b \in \mathbb{R}$ ).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\sin x dx = d(\cos x)$		
(b)	$I = -\int \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$		
(c)	$I = \int \left( \cos x + 1 - \frac{1}{1 + \cos x} \right) d(\cos x)$		
(d)	Giá trị của $a + b$ là $\frac{3}{4}$ .		

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1; 2; 3)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y - z + 6 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I \notin (\alpha)$		
(b)	Khoảng cách từ điểm $I(1; 2; 3)$ tới mặt phẳng $(\alpha)$ bằng 3.		
(c)	Mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính bằng $R = 5$ cắt mặt phẳng $(\alpha)$ theo một đường tròn có bán kính bằng $r = 4$ .		
(d)	Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ và cắt mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính bằng $R = 5$ theo dây cung $AB$ . Khi đó diện tích tam giác $IAB$ đạt được lớn nhất thì mặt phẳng $(IAB)$ tạo với mặt phẳng $(\alpha)$ một góc $\varphi$ có $\tan \varphi = \frac{\sqrt{14}}{6}$ .		

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos 2x + 2f(x)] dx = 5$ . Tính  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$

✎ Điền đáp số:



» **Câu 16.** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C): y = x^3 - 3x$  và đường thẳng  $d: y = x$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$  ( $m$  là tham số) và

đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ . Biết đường thẳng  $\Delta$  cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm phân biệt

$A, B$  sao cho  $AB = 8$ . Giá trị của  $m$  là

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z - 3 = 0$  và hai điểm  $M(1;1;1), N(-3;-3;-3)$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua  $M, N$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  tại điểm  $Q$ . Biết rằng  $Q$  luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính đường tròn đó.

» **Điền đáp số:**

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Tìm:  $\int (x^2 - 3\sqrt{x}) dx$ .

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , lập phương trình của mặt cầu  $(S)$  biết mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  với  $A(3;2;-1)$  và  $B(-1;2;2)$ .

» **Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;-2;6), B(0;1;0)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM





KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 5**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Tìm nguyên hàm  $F(x) = \int \pi^2 dx$ .

- A.  $F(x) = \pi^2 x + C$ .    B.  $F(x) = 2\pi x + C$ .    C.  $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$ .    D.  $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$ .

» **Câu 2.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = \ln|x|$ ?

- A.  $f(x) = x$ .    B.  $f(x) = \frac{1}{x}$ .    C.  $f(x) = \frac{x^3}{2}$ .    D.  $f(x) = |x|$ .

» **Câu 3.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$ .

- A.  $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .    B.  $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ .  
C.  $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$ .    D.  $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .

» **Câu 4.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + 2x$  là:

- A.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ .    B.  $3x^2 + 1 + C$ .  
C.  $x^4 + x^2 + C$ .    D.  $x^3 + x + C$ .

» **Câu 5.** Khẳng định nào dưới đây sai?

- A.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ .    B.  $\int e^x dx = e^x + C$ .  
C.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .    D.  $\int 17^x dx = \frac{17^{x+1}}{x+1} + C$ .

» **Câu 6.** Cho  $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng:

- A. 1    B. -3    C. 3    D. -1

» **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và  $F(1) = 2, F(3) = 6$ . Tích phân  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A. 8.    B. -4.    C. 4.    D. 2.

» **Câu 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  bằng

- A. 8.    B.  $\frac{8}{3}$ .    C.  $\frac{7}{3}$ .    D.  $\frac{32}{3}$ .

» **Câu 9.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 6, y = 0, x = 0, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 6)^2 dx.$

B.  $V = \int_0^2 (x^2 + 6) dx.$

C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 6)^2 dx.$

D.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 6) dx.$

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;-2)$ ;  $B(2;0;3)$ ;  $C(-2;4;1)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là

A.  $2x - 2y + z + 2 = 0.$  B.  $x + y - 2z - 6 = 0.$  C.  $x + y - 2z + 2 = 0.$  D.  $2x + 2y + z - 2 = 0.$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(7;6;7)$ ,  $B(12;13;6)$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AB$  và song song với  $Ox$  có phương trình là

A.  $-y - 7z + 55 = 0$

B.  $-y - 7z + 53 = 0$

C.  $-y - 7z + 56 = 0$

D.  $-y - 7z + 35 = 0$

» **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;-1;-2)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $M(3;-1;-2)$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng?

A.  $\frac{5\sqrt{13}}{7}.$

B.  $\frac{5\sqrt{15}}{7}.$

C.  $\frac{5\sqrt{14}}{7}.$

D.  $\frac{5\sqrt{17}}{7}.$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho  $f(x) = 2x - \sin x$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cho $G(x) = F(x) + C$ , với $C$ là hằng số, thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ .		
(b)	$\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$ , với $C$ là hằng số.		
(c)	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}.$		
(d)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ bằng $\int_{-1}^2 (2x - \sin x) dx$ .		

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;3;-1)$ , và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; 2; -3)$		
(b)	Phương trình mặt phẳng $(Q)$ qua điểm $M(2;3;-1)$ và song song với mặt phẳng $(P)$ là $x + 2y - 3z + 11 = 0$		
(c)	Phương trình mặt phẳng $(R)$ đi qua $M(2;3;-1)$ , song song với trục $Oy$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là $3x + z - 5 = 0$ .		



- (d) Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2;3;-1)$ , cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại 3 điểm  $A, B, C$  sao cho điểm  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ .  
Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $2x+3y+z-14=0$

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Nguyên hàm  $\int (7+5 \cot^2 x) dx = ax + b \cot^c x + C$  (với  $a, b, c$  là các số nguyên dương).

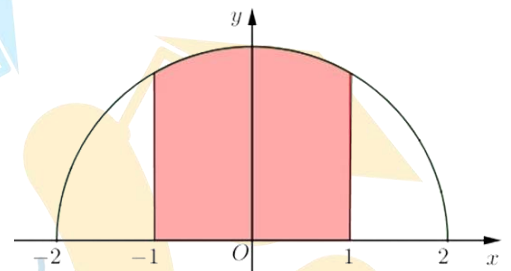
Tính  $a+4b+c$ .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 4$  và  $\int_3^4 f(x) dx = 7$ . Tính  $\int_0^3 f(x) dx$ .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ nửa đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $r=2$  nằm phía trên trục  $Ox$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=-1, x=1$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ . Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



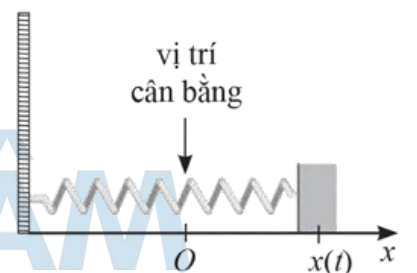
» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3;-1;2)$ ,  $B(2;3;3)$ ,  $C(-2;1;-2)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxz)$  sao cho biểu thức  $T = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  có giá trị nhỏ nhất. Tính  $|\overrightarrow{OM}|$  (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

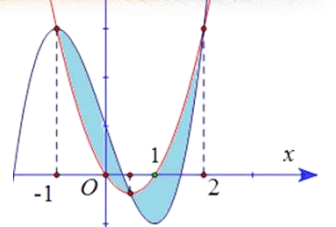
» **Điền đáp số:**

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như hình vẽ sau, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và  $v(t)$  tính bằng cm/s. Tại thời điểm  $t=0$ , con lắc đó ở vị trí cân bằng. Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 2 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimét.



» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng  $(P): 2x+y+5=0$  và  $(Q): 2x+y-2z+17=0$ . Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  (làm tròn đến hàng phần chục của độ).



» **Câu 21.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  và  $g(x) = dx^2 + ex$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt



nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-1$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $2$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?

----- Hết -----



TOÁN TỬ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 6**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 6x^5$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{6}x^6 + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{5}x^6 + C.$

C.  $\int f(x)dx = x^6 + C.$

D.  $\int f(x)dx = x^5 + C.$

» **Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  là

A.  $\frac{1}{x+1}e^x + x^2 + C.$

B.  $e^x - x^2 + C.$

C.  $e^x - 2 + C.$

D.  $e^x + x^2 + C.$

» **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A.  $\int dx = x + C.$

B.  $\int \cos x dx = \sin x + C.$

C.  $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

D.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

» **Câu 4.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2025^x$ .

A.  $2025^x \ln 2025 + C.$

B.  $2025^{x+1} + C.$

C.  $\frac{2025^{x+1}}{x+1} + C.$

D.  $\frac{2025^x}{\ln 2025} + C.$

» **Câu 5.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$  là

A.  $F(x) = 6x + \ln x + C.$

B.  $F(x) = x^3 + \ln x + C.$

C.  $F(x) = 3x^3 + \ln|x| + C.$

D.  $F(x) = x^3 + \ln|x| + C.$

» **Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^2 f(x)dx = 9; \int_2^4 f(x)dx = 4$ . Tính  $I = \int_0^4 f(x)dx$ .

A.  $I = 5.$

B.  $I = 36.$

C.  $I = \frac{9}{4}.$

D.  $I = 13.$

» **Câu 7.** Cho  $\int_1^4 f(x)dx = 2, \int_1^4 g(x)dx = 5$  tìm khẳng định sai dưới đây.

A.  $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 7.$

B.  $\int_1^4 2f(x)dx = 4.$

C.  $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = 3.$

D.  $\int_1^4 [-g(x)]dx = -5.$

» **Câu 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 1$ , trục hoành và các đường  $x = 0, x = 2$  là?

A.  $S = \frac{10}{3}.$

B.  $S = \frac{14}{3}.$

C.  $S = \frac{17}{3}.$

D.  $S = 4.$



» **Câu 9.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

- A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .                      B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .  
C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .                      D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $-2x + 2y - z - 2025 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là

- A.  $(4; -4; 2)$ .                      B.  $(-2; 2; -3)$ .                      C.  $(-4; 4; 2)$ .                      D.  $(0; 0; -3)$ .

» **Câu 11.** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là  $x + 2y - 1 = 0$ , vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  là?

- A.  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .                      B.  $\vec{n} = (-1; -2; 1)$ .                      C.  $\vec{n} = (1; 2; 0)$ .                      D.  $\vec{n} = (1; -2; 0)$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 5 = 0$ . Điểm nào dưới đây không thuộc  $(P)$ ?

- A.  $A(2; -1; -5)$ .                      B.  $B(0; 0; 5)$ .                      C.  $C(5; 0; 0)$ .                      D.  $D(1; 1; 6)$ .

### B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = 2x$  và  $g(x) = x^2 - 4x$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$		
(b)	$\int g(x) dx = \left( \int x dx \right)^2 - \int 4x dx$		
(c)	$\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)} dx = (x^2 - 2x) \Big _1^2$		
(d)	Có tất cả 3 giá trị $m > 0$ thỏa mãn $\int_0^m  f(x) - 2  dx = 0$		

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Toạ độ tâm của mặt cầu $(S)$ là $I(1; 2; 3)$ .		
(b)	Mặt phẳng $(P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$ .		
(c)	Khoảng cách từ tâm của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 10.		
(d)	Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho khoảng cách từ $M$ đến $(P)$ nhỏ nhất. Khi đó $a + b + c$ có giá trị bằng 3.		

### C. Câu hỏi - Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .



Điền đáp số:

» **Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện  $ABCD$  biết  $A(3;0;0), B(0;6;0), C(0;0;9), D(3;6;9)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $CD$  có dạng  $ax+by+cz-15=0$  ( $a;b;c \in \mathbb{Z}$ ). Tính giá trị  $S=a+b+c$

Điền đáp số:

» **Câu 17.** Một chiếc xe chuyển động trên đoạn đường thẳng, vận tốc của xe tại thời điểm  $t$  (tính bằng giây) được mô tả bởi hàm số  $v(t)=2t^2+3$  (m/s). Tính vận tốc trung bình của xe trong khoảng thời gian từ  $t=0$  đến  $t=5$  giây (làm tròn đến hàng phần mười)?

Điền đáp số:

» **Câu 18.** Một hoa văn được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình chữ nhật bằng cách vẽ hai phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết rằng  $AB=4$  (dm);  $BC=8$  (dm), giá trang trí  $1$  (dm<sup>2</sup>) hoa văn được tô đậm là 60.000 đồng và  $1$  (dm<sup>2</sup>) phần trắng là 45.000 đồng, cần bỏ ra bao nhiêu triệu đồng để trang trí 100 hoa văn đó?

Điền đáp số:

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

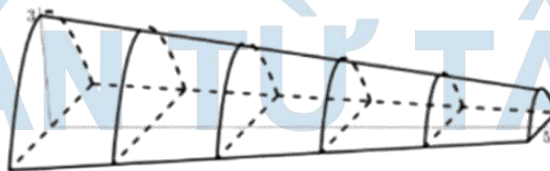
» **Câu 19.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay:

- Chiếc máy bay thứ nhất ở vị trí  $A$  cách điểm xuất phát về phía Đông 60 (km) và về phía Nam 40 (km), đồng thời cách mặt đất 2 (km).
- Chiếc máy bay thứ hai ở vị trí  $B$  cách điểm xuất phát về phía Bắc 80 (km), về phía Tây 50 (km), đồng thời cách mặt đất 4 (km).
- Chiếc máy bay thứ ba ở vị trí  $I$  nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $I$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

» **Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)=e^{2x}+x^2$ . Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $g(x)=2f(x)$ .

» **Câu 21.** Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ



Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 (cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức  $y=3-\frac{2}{5}x$  (cm), với  $x$  (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm<sup>3</sup>) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

----- Hết -----



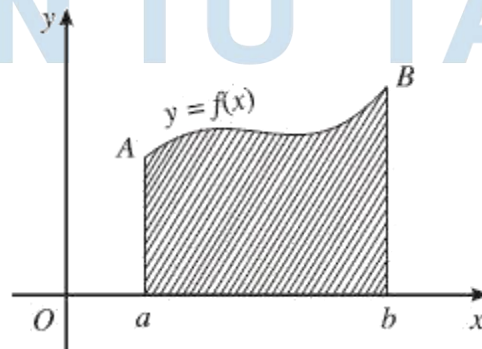
KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 7**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

- » **Câu 1.** Tính  $I = \int_0^1 (e^x + 3\sqrt{x}) dx$ .
- A.  $2+e$ .                      B.  $1+e$ .                      C.  $1+e^2$ .                      D.  $3$ .
- » **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x+y+z-3=0$  đi qua điểm nào dưới đây?
- A.  $M(-1;-1;-1)$ .                      B.  $N(1;1;1)$ .                      C.  $P(-3;0;0)$ .                      D.  $Q(0;0;-3)$ .
- » **Câu 3.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $A(1;1;-1)$ ,  $B(5;2;1)$
- A.  $6x+3y-27=0$ .                      B.  $8x+2y+4z-27=0$ .  
C.  $8x+2y+4z+27=0$ .                      D.  $4x+y+2z-3=0$ .
- » **Câu 4.** Cho hàm số  $y=f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a;b]$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$  ( $a < c < b$ ).  
B.  $\int_a^b [f(x)-g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$ .  
C.  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$ .  
D.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .
- » **Câu 5.** Cho đồ thị hàm số  $y=f(x)$  trên đoạn  $[a;b]$ , gọi  $S$  là diện tích phần gạch sọc. Hãy chọn khẳng định đúng



- A.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .                      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .                      C.  $S = \int_b^a f(x) dx$ .                      D.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .





» **Câu 6.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 5$ ,  $y = 6x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .  
Tính  $S$ .

- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{7}{3}$                       C.  $\frac{8}{3}$                       D.  $\frac{5}{3}$

» **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$

- A.  $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$ .      B.  $\vec{u}_4 = (4; 2; 3)$ .      C.  $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$ .      D.  $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$ .

» **Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .                      B.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .  
C.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .                      D.  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

» **Câu 9.** Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ , ( $-2 \leq x \leq 2$ ), mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là  $\sqrt{4-x^2}$ . Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A.  $\frac{2}{3}\pi$ .                      B.  $\frac{32}{3}$ .                      C.  $\frac{32}{3}\pi$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

» **Câu 10.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x + 5$ ,  $x = 0$ ;  $x = 2$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  là

- A.  $\frac{218\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{218}{3}$ .                      C.  $218\pi$ .                      D.  $\frac{21\pi}{6}$ .

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$  và  $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(P) // (Q)$ .                      B.  $(P) \equiv (Q)$ .                      C.  $(P)$  cắt  $(Q)$ .                      D.  $(P) \perp (Q)$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$  và  $d_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d_1 // d_2$ .                      B.  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau  
C.  $d_1 \equiv d_2$ .                      D.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ . Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(1) = 5$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$F(4) = 37$		
(b)	$\int_2^5 (x^2 - 3x + 5) dx = \frac{45}{2}$		



(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 5$ , $g(x) = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ bằng 4.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 5, g(x) = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quanh trục $Ox$ bằng $\frac{48}{5}\pi$ .		

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-3;1;2), B(1;5;-2)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình tổng quát là  $2x - 4y + 4z + 3 = 0$ .

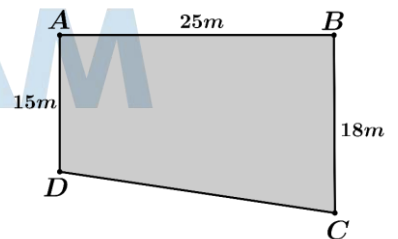
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{1}{6}$		
(b)	Gọi đường thẳng $d$ đi qua $A$ và vuông góc với $(P)$ . Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$		
(c)	Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm $A, B$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P)$ . Mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình tổng quát là $5x - 4y + z + 17 = 0$ .		
(d)	Cho điểm $M\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ . Gọi đường thẳng $\Delta$ là hình chiếu của đường thẳng $BM$ lên $(P)$ . Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (68; 44; 10)$		

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 3^x$ , trục  $Ox$ , đường thẳng  $x = 0; x = 1$ . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Một phần sân trường được định vị bởi các điểm  $A, B, C, D$ , như hình vẽ. Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết  $ABCD$  là hình thang vuông ở  $A$  và  $B$  với độ dài  $AB = 25\text{m}, AD = 15\text{m}, BC = 18\text{m}$ . Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở  $C$  nên người ta lấy độ cao ở các điểm  $B, C, D$  xuống thấp hơn so với độ cao ở  $A$  là  $10\text{cm}, a\text{cm}, 6\text{cm}$  tương ứng. Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;0;1), B(1;1;0)$  và  $C(3;4;-1)$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có dạng  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{m} = \frac{z-1}{n}$  ( $m; n \in \mathbb{Z}$ ). Tính giá trị  $S = m + n$



» Điền đáp số:

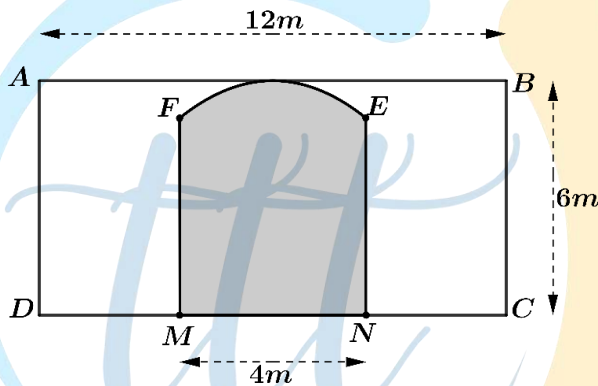
- » **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(-2;1;5)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (0; -2; 6)$  với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$ . Gọi tọa độ  $M(a;b;c)$ . Tính  $2a+3b+c$ .



» Điền đáp số:

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

- » **Câu 19.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 0$ . Tính  $F(1)$ .
- » **Câu 20.** Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí như phần  $MNEIF$  được tô đậm trong hình vẽ bên dưới ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật  $ABCD$  có  $BC = 6\text{m}$ ,  $CD = 12\text{m}$ .



Biết  $MN = 4\text{m}$ ; cung  $EIF$  có hình parabol với đỉnh  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  và đi qua hai điểm  $C, D$ . Kinh phí làm bức tranh là  $1200000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- » **Câu 21.** Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng, một người chơi đặt điểm ngắm tại điểm  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  trong căn phòng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có kích thước  $AB = 50(\text{m})$ ,  $AD = 35(\text{m})$ ,  $AA' = 10(\text{m})$ . Người chơi có nhiệm vụ từ điểm ngắm đã đặt bắn trúng một mục tiêu di động trên mặt phẳng  $(CB'D')$ . Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đó đến mục tiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

----- Hết -----



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 8**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Khẳng định nào sau đây *sai*?

A.  $\int 0 dx = C.$

B.  $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C.$

C.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

D.  $\int e^x dx = e^x + C.$

» **Câu 2.** Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm  $f, g$  liên tục trên  $K$  và  $a, b$  là các số bất kỳ thuộc  $K$ ?

A.  $\int_a^b [f(x) + 2] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b dx.$

B.  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

C.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

D.  $\int_a^b f^2(x) dx = \left[ \int_a^b f(x) dx \right]^2.$

» **Câu 3.** Tính  $\int_1^4 (\sqrt{x} + 2^x \cdot \ln 2) dx.$

A.  $\frac{28}{3}$

B.  $\frac{56}{3}$

C.  $\frac{58}{3}$

D.  $\frac{29}{3}$

» **Câu 4.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 4$ , trục hoành,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

A.  $\frac{13}{3}\pi$

B.  $\frac{13}{3}$

C.  $\frac{13}{6}$

D.  $\frac{13}{6}\pi$

» **Câu 5.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x; y = x; x = 4$  và trục tung.

A.  $\frac{64}{3}\pi$

B.  $\frac{64}{3}$

C.  $\frac{128}{3}$

D.  $\frac{128}{3}\pi$

» **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ  $M(1; 2; -3)$  đến  $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$  là

A. 3.

B.  $\frac{2}{3}.$

C.  $\frac{4}{3}.$

D.  $\frac{11}{3}.$

» **Câu 7.** Xét trong không gian  $Oxyz$ , tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = -1$  và  $x = 1$  biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) là một hình vuông cạnh là  $2\sqrt{1-x^2}.$

A.  $V = \frac{16}{3}.$

B.  $V = \frac{16\pi}{3}.$

C.  $V = \frac{14}{3}.$

D.  $V = \frac{14\pi}{3}.$

» **Câu 8.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là



- A.  $x^3 + C$ .      B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$ .      C.  $6x + C$ .      D.  $x^3 + x + C$ .

» **Câu 9.** Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ .

- A.  $V = \frac{8\pi}{15}$ .      B.  $V = \frac{7\pi}{8}$ .      C.  $V = \frac{8\pi}{7}$ .      D.  $V = \frac{15\pi}{8}$ .

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $-2x + 2y - z - 3 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là

- A.  $(0; 0; -3)$ .      B.  $(4; -4; 2)$ .      C.  $(-2; 2; -3)$ .      D.  $(-4; 4; 2)$ .

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $2y + 3z - 11 = 0$ .      B.  $2x - 3y - 11 = 0$ .      C.  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ .      D.  $3y + 2z - 11 = 0$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$  và mặt phẳng  $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$ . Vị trí tương đối của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  là

- A. Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$ .  
 B. Mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ .  
 C. Mặt phẳng  $(P)$  cắt và không vuông với mặt phẳng  $(Q)$ .  
 D. Mặt phẳng  $(P)$  trùng với mặt phẳng  $(Q)$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = 2x + 3$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$ .		
(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ , trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục $Ox$ bằng $\frac{1556\pi}{15}$ .		

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 3 = 0$  và điểm  $A(2; 1; 2)$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm $A$ đến $(P)$ bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .		



(b)	Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$	
(c)	Mặt phẳng $(Q)$ qua 2 điểm $B(1;1;0)$ , $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình $(Q): 2x + y = 0$ .	
(d)	Đường thẳng $d'$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$	

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

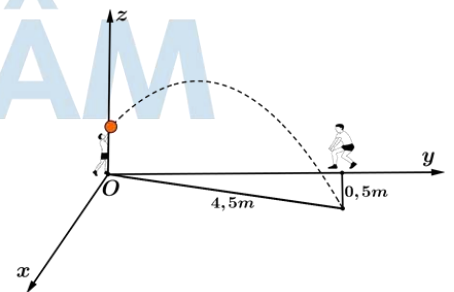
» **Câu 15.** Bạn An bơm nước vào bể cá vừa được làm sạch. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  phút. Biết  $h'(t) = 3at^2 + 2bt$  và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là  $150 \text{ dm}^3$ , sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là  $1100 \text{ dm}^3$ . Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 30 phút là bao nhiêu  $\text{m}^3$ ?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra một quy luật nó chuyển động trong nước yên lặng là  $s(t) = -\frac{t^2}{10} + 4t$ , với  $t$  (giờ) là khoảng thời gian từ lúc con cá bắt đầu chuyển động và  $s$  (km) là quãng đường con cá bơi trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi vào dòng nước có vận tốc dòng nước chảy là 2 km/h. Tính khoảng cách xa mà con cá hồi có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Nam và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Nam ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Nam và rơi xuống vị trí cách An 0,5 m và cách Nam 4,5 m được mô tả bằng hình vẽ bên.



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha): ax + \frac{1}{2}y + cz + d = 0$  và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của  $a + c + d$  bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian  $Oxyz$  hai con đường đó thuộc hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ;  $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$ .

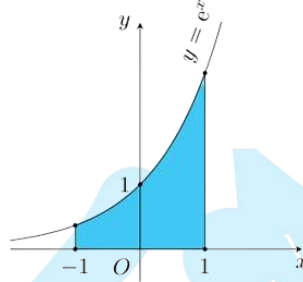


Người ta muốn tạo một con đường  $\Delta$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất. Tính độ dài  $AB$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

» Điền đáp số:

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Cho đồ thị hàm số  $y = e^x$  và hình phẳng được tô màu như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng đó.



» **Câu 20.** Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, giả sử  $f(x)$  là tổng số lượng vi sinh vật sau  $x$  giờ làm thí nghiệm. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ tăng trưởng là  $f'(x) = x^2 + 8x$  (con/giờ). Tìm số lượng vi khuẩn sau 6 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

» **Câu 21.** Trên một sân khấu mô phỏng với hệ trục  $Oxyz$ , có hai tia sáng dọc theo hai đường thẳng

có phương trình lần lượt là  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{4}$  và  $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$ . Hỏi hai tia sáng giao nhau tại điểm có tọa độ nào?

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 9**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

- » **Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây sai?  
A.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
B.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
C.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
D.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- » **Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  là  
A.  $S = \frac{5}{2}$ .      B.  $S = \frac{3}{2}$ .      C.  $S = \frac{7}{2}$ .      D.  $S = 4$ .
- » **Câu 3.**  $\int x^{2025} dx$  bằng  
A.  $2026x^{2025} + C$ .      B.  $x^{2026} + C$ .      C.  $2026x^{2026} + C$ .      D.  $\frac{1}{2026}x^{2026} + C$ .
- » **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$  có phương trình là  
A.  $2x + 3y + 4z - 14 = 0$ .      B.  $2x - 3y - 4z + 6 = 0$ .  
C.  $2x + 3y - 4z - 4 = 0$ .      D.  $2x + 3y - 4z + 4 = 0$ .
- » **Câu 5.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2026x^{2025} + e^x$  là  
A.  $2026x^{2026} + e^x + C$ .      B.  $x^{2026} + e^x + C$ .      C.  $2026x + e^x + C$ .      D.  $x^{2026} + e^x + C$ .
- » **Câu 6.** Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 - 4t^2 + 16t(m)$ , trong đó  $t(s)$  là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi  $t$  bằng bao nhiêu?  
A.  $6(s)$ .      B.  $4(s)$ .      C.  $0(s)$ .      D.  $2(s)$ .
- » **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+1}{2}$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?  
A.  $\vec{u} = (2; 3; 2)$ .      B.  $\vec{u} = (1; 1; 3)$ .      C.  $\vec{u} = (-2; -3; -2)$ .      D.  $\vec{u} = (2; -3; 2)$ .
- » **Câu 8.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 2026$ , tích phân  $\int_0^2 (2f(x) - 3x^2) dx$  bằng  
A. 8096.      B. 8112.      C. 4060.      D. 4044.
- » **Câu 9.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?  
A.  $\int 0 dx = C$ .      B.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ .      C.  $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ .      D.  $\int dx = x + C$ .







**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 4x$ . Biết  $\int f(x) dx = ax^3 + bx^2 + C$ . Trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính  $3a + b$ ?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(1; 1; -2)$ ,  $B(-1; 1; -m)$  và hai vecto  $\vec{u} = (2; 1; -3)$ ,  $\vec{v} = (3; 2; -1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  có cặp vecto chỉ phương là  $\vec{u}; \vec{v}$ . Khi  $AB$  song song với  $(P)$  thì giá trị của  $m$  bằng?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t$  (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -12$  (m/s<sup>2</sup>). Tính quãng đường  $s$  (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

» **Điền đáp số:**

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 3 - \sin t$  (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$ .

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; 2; -4)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

Tìm tọa độ hình chiếu  $H$  của  $A$  xuống  $d$ .

» **Câu 21.** Một người đang lái ô tô với vận tốc 72 km/h thì gặp chướng ngại vật, người đó đạp phanh và ô tô bắt đầu chuyển động chậm dần đều với vận tốc cho bởi phương trình  $v(t) = a + bt$  m/s, trong đó  $a$  và  $b$  là các hằng số và  $t \geq 0$  là khoảng thời gian tính từ lúc người đó bắt đầu đạp phanh. Biết quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng lại là 40m. Tính thời gian ô tô chuyển động từ lúc người đó đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn.

----- Hết -----



TOÁN TỪ TÂM

KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 10**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN ĐỀ**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

- » **Câu 1.** Cho  $k$  là một số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là sai ?
- A.  $\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx.$   
B.  $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$   
C.  $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx.$   
D.  $\int f'(x)dx = f(x)+C.$
- » **Câu 2.** Cho  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = x^2 + x$ . Giá trị  $F'(2)$  bằng bao nhiêu?
- A. 5.                      B. 6.                      C. 4.                      D. 3.
- » **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3z = 2(x + y)$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?
- A.  $\vec{n} = (-1; -2; 3).$       B.  $\vec{n} = (1; 2; 2).$       C.  $\vec{n} = (2; 2; 3).$       D.  $\vec{n} = (2; 2; -3).$
- » **Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$                       B.  $\int dx = x + C.$   
C.  $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C \quad (a > 0, a \neq 1).$       D.  $\int \sin x dx = \cos x + C.$
- » **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 6 = 0$  có véc-tơ pháp tuyến là
- A.  $\vec{n} = (-1; 1; 6).$       B.  $\vec{n} = (2; -1; 1).$       C.  $\vec{n} = (2; 1; 1).$       D.  $\vec{n} = (2; 1; 6).$
- » **Câu 6.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x$  là
- A.  $\frac{e^{x-1}}{x-1} + C.$       B.  $e^{2x} + C.$       C.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$       D.  $e^x + C.$
- » **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x - x + 1$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?
- A.  $\int f(x)dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C.$       B.  $\int f(x)dx = \cos x - 1 + C.$   
C.  $\int f(x)dx = \cos x - \frac{x^2}{2} + x + C.$       D.  $\int f(x)dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + C.$
- » **Câu 8.** Tính tích phân  $I = \int_1^3 \frac{dx}{x+1}$ .
- A.  $I = \frac{7}{3}.$                       B.  $I = \ln 2.$                       C.  $I = \frac{1}{2} \log 2.$                       D.  $I = \ln 5.$
- » **Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  với  $A'(3; 2; -5), A(3; 1; -1), B(2; -1; 4)$  và  $C(0; 2; 1)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(A'B'C')$  là



A.  $9x - 13y + 7z + 34 = 0$ .

B.  $9x - 13y + 7z - 7 = 0$

C.  $9x + 13y + 7z - 18 = 0$ .

D.  $9x + 13y + 7z - 33 = 0$ .

» **Câu 10.** Nếu  $\int_0^3 [4f(x) + 3x^2] dx = 7$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

A. 5.

B. -6.

C. -5.

D. 3.

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $2x + 5y + 3z - 9 = 0$ .

B.  $2x + y - 3z - 7 = 0$ .

C.  $2x + y - z - 5 = 0$ .

D.  $x - 2y - z - 6 = 0$ .

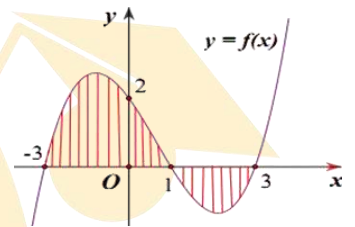
» **Câu 12.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Biết rằng  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục  $Ox$  (phần gạch sọc) bằng giá trị nào sau đây?

A.  $S = |F(3) - F(-3)|$ .

B.  $S = F(3) - F(-3)$ .

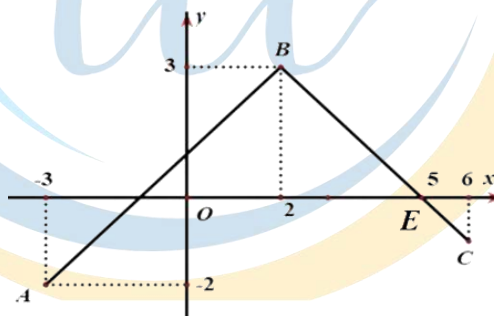
C.  $S = 2F(1) - F(3) - F(-3)$ .

D.  $S = F(3) + F(-3) - 2F(1)$ .



**B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $(C): y = f'(x)$  trên đoạn  $[-3; 6]$  là đường gấp khúc như hình vẽ. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$		
(b)	$\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}$		
(c)	$f(2) - f(6) = 4$		
(d)	$f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2$		

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;1;3), B(3;0;2), C(0;-2;1)$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các điểm $A, B, C$ không thẳng hàng.		
(b)	Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (1;4;5)$ .		



(c)	Mặt phẳng $(ABC)$ chứa điểm $M(1;2;2)$ .		
(d)	Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A, B$ và cách $C$ một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$ .		

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x$ . Biết rằng hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = ax^3 + bx^2 + c$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;10]$  và  $\int_0^{10} f(x) dx = 7$  và  $\int_2^6 f(x) dx = 3$ . Tính

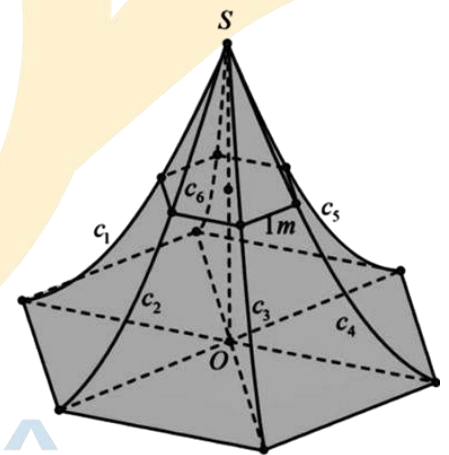
$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho biểu thức  $T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a + b + c$ .

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi  $(H)$  có dạng hình "chóp lục giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ. Đáy của  $(H)$  là một hình lục giác đều có độ dài đường chéo đi qua tâm là  $6m$ . Chiều cao  $SO = 6m$  ( $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của  $(H)$  là các sợi dây thép  $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$  nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với  $SO$ . Giả sử giao tuyến (nếu có) của  $(H)$  với mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với  $SO$  là một lục giác đều và khi  $(\alpha)$  khi qua trung điểm của  $SO$  thì lục giác đều có cạnh  $1m$ . Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi  $(H)$  đó. Đơn vị tính  $m^3$ , kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



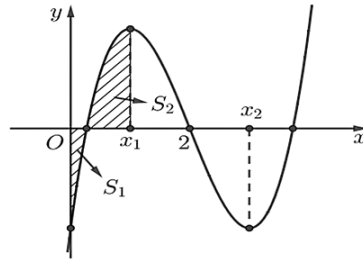
» **Điền đáp số:**

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $36km/h$  thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc  $a(t) = 1 + \frac{t}{3} (m/s^2)$ . Tính vận tốc của ô tô sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1;0;0), B(0;0;1)$  và  $C(2;1;1)$ . Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

» **Câu 21.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f''(2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tính tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$ .

----- Hết -----



TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 1**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 1$  là

- A.  $x^2 + 1 + C$ .      B.  $x^2 + x + C$ .      C.  $x^2 + C$ .      D.  $2x + C$ .

» **Lời giải**

**Chọn B**

» **Câu 2.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\int f(x)dx = F(x) + C$ .      B.  $(\int f(x)dx)' = f(x)$ .  
C.  $(\int f(x)dx)' = f(x) + C$ .      D.  $(\int f(x)dx)' = F'(x)$ .

» **Lời giải**

**Chọn C**

» **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  là

- A.  $\vec{u} = (2; 3; 1)$ .      B.  $\vec{u} = (1; 3; 1)$ .      C.  $\vec{u} = (3; 2; 1)$ .      D.  $\vec{u} = (2; 3; -1)$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**

Vecto chỉ phương của đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  là  $\vec{u} = (2; 3; 1)$ .

» **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , xác định tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$ .

- A.  $I(1; 4; -2), R = 3$ .      B.  $I(-1; -4; 2), R = 3$ .  
C.  $I(1; 4; -2), R = 9$ .      D.  $I(-1; -4; 2), R = 9$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**

Mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$  có tâm  $I$  và bán kính  $R$  là  $I(1; 4; -2), R = 3$ .

» **Câu 5.** Vận tốc của một vật chuyển động là  $v(t) = 3t^2 + 5$  (m/s). Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

- A. 669 m.      B. 696 m.      C. 699 m.      D. 966 m.

» **Lời giải**



**Chọn D**

Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là  $S = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = 966 \text{ m}$ .

- » **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  
**A.**  $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$ .      **B.**  $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$ .      **C.**  $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$ .      **D.**  $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P): x + y + z - 1 = 0$  là  $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$ .

- » **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; 1; 1)$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 2; 3)$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

**B.**  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

**C.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

**D.**  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

- » **Câu 8.** Tích phân  $\int_1^2 2x dx$  bằng

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 4.

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có:  $\int_1^2 2x dx = x^2 \Big|_1^2 = 3$ .

- » **Câu 9.** Cho  $\int_2^3 f(x) dx = 1$  và  $\int_2^3 g(x) dx = 4$ . Khi đó  $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** -3.

**D.** 4.

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có:  $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_2^3 g(x) dx = 1 + 4 = 5$ .

- » **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \\ z = t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

**A.**  $\vec{u}_1 = (-1; 2; 0)$ .

**B.**  $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$ .

**C.**  $\vec{u}_3 = (1; 2; 1)$ .

**D.**  $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**





Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=3+2t \\ z=t \end{cases}$  là  $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$ .

- » **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(P): x+2y+z-1=0$  và  $(Q): -x+y+2z+2=0$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_P = (1; 2; 1)$ .

Mặt phẳng  $(Q)$  có một vectơ pháp tuyến là:  $\vec{n}_Q = (-1; 1; 2)$ .

Gọi  $\alpha$  ( $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) là góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ , ta có:

$$\cos(\alpha) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

- » **Câu 12.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0, x=1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng
- A.  $V = 2\pi$ .                      B.  $V = \frac{4\pi}{3}$ .                      C.  $V = \frac{4}{3}$ .                      D.  $V = 2$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích là

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

- » **Câu 13.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2-x}$  có đồ thị  $(H)$  và đường thẳng  $y = 2x - 2$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Diện tích hình phẳng $D$ giới hạn bởi đồ thị $(H)$ , trục tung, trục hoành là $\int_0^2 (\sqrt{2-x})^2 dx$ .		
(b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(H)$ , $x = -1$ và trục hoành là $\frac{2\sqrt{9}}{3}$ .		
(c)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng $D$ quanh trục $Ox$ là $2\pi$ (đvtt).		
(d)	Giá trị $\frac{a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c}{3}$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(H)$ và các đường thẳng $x=0, x=-1, y=2x-2$ . Khi đó $a+b+c=11$ .		

» *Lời giải*



(a) Diện tích hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị  $(H)$ , trục tung, trục hoành là  $\int_0^2 (\sqrt{2-x})^2 dx$ .

Diện tích hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị  $(H)$ , trục tung, trục hoành là

$$S = \int_0^2 |\sqrt{2-x}| dx = \int_0^2 \sqrt{2-x} dx$$

» **Chọn SAI.**

(b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(H)$ ,  $x = -1$  và trục hoành là  $\frac{2\sqrt{9}}{3}$ .

$$\text{Diện tích cần tìm là } S = \int_{-1}^2 \sqrt{2-x} dx = \int_{-1}^2 (2-x)^{\frac{1}{2}} dx = -\frac{2}{3} \cdot (2-x)^{\frac{3}{2}} \Big|_{-1}^2 = -\frac{2}{3} \cdot (0 - 3\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}.$$

» **Chọn SAI.**

(c) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $D$  quanh trục  $Ox$  là  $2\pi$  (đvtt).

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $D$  quanh trục  $Ox$  là:

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{2-x})^2 dx = 2\pi.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giá trị  $\frac{a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c}{3}$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(H)$  và các đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = -1$ ,  $y = 2x - 2$ . Khi đó  $a + b + c = 11$ .

$$\begin{aligned} \text{Diện tích cần tìm là } S &= \int_{-1}^0 |\sqrt{2-x} - (2x-2)| dx = \left| -\frac{2}{3}(2-x)^{\frac{3}{2}} \Big|_{-1}^0 - (x^2 - 2x) \Big|_{-1}^0 \right| \\ &= \left| \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{3} + 3 \right| = \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 9}{3} \end{aligned}$$

Khi đó ta có  $a = 6, b = -4, c = 9, a + b + c = 11$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí  $A(4; 0; 0)$ . Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 4.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $M(4; 2; 2)$ thuộc vùng phủ sóng.		
(b)	Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ .		
(c)	Một bức tường được xây gần đó có phương trình $(P): x + y - z = 6$ sẽ chắn sóng của thiết bị.		
(d)	Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng $(P)$ là hình tròn có bán kính bằng 4.		

» **Lời giải**

(a) Điểm  $M(4; 2; 2)$  thuộc vùng phủ sóng.



$$AM = \sqrt{(4-4)^2 + (2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} < 4.$$

Do đó, vị trí điểm  $M$  thuộc vùng phủ sóng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Tập hợp tất cả các điểm thuộc vùng phủ sóng của thiết bị được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

Phương trình mặt cầu tâm  $A(4;0;0)$  bán kính  $R = 4$ :  $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 16$

» **Chọn SAI.**

(c) Một bức tường được xây gần đó có phương trình  $(P): x + y - z = 6$  sẽ chắn sóng của thiết bị.

$$d(A, (P)) = \frac{|4+0-0-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} < 4$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Vùng nhận được tín hiệu trên mặt phẳng  $(P)$  là hình tròn có bán kính bằng 4.

Gọi  $H$  là hình chiếu  $A$  lên mặt phẳng,

$B$  là điểm vừa thuộc mặt cầu vừa thuộc mặt phẳng

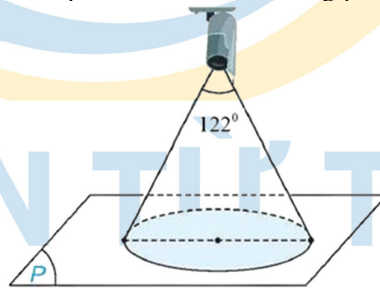
Áp dụng định lí Pi-ta-go vào tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{33}}{3}$$

» **Chọn SAI.**

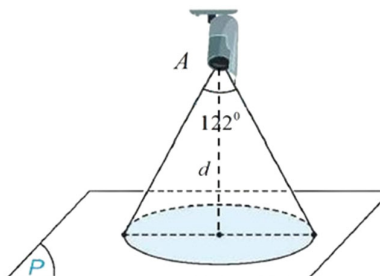
### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Góc quan sát ngang của một camera là  $122^\circ$ . Trong không gian  $Oxyz$ , camera được đặt tại điểm  $A(2;3;1)$  và chiếu thẳng về phía mặt sàn có phương trình  $(P): 2x + 2y - z + 2 = 0$ . Hỏi vùng quan sát được trên mặt sàn của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13,2**



Khoảng cách từ điểm đặt  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  là:



$$d = d(A, (P)) = \frac{11}{3}.$$

Đường kính hình tròn là:  $2R = 2.d \cdot \tan 61^\circ = 2 \cdot \frac{11}{3} \cdot \tan 61^\circ \approx 13,23$ .

- » **Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oyz)$  là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm  $A(-1;1;2), B(2;1;3)$ . Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ so với mặt phẳng nằm ngang? (kết quả làm tròn đến độ).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 72**

Phương trình mặt phẳng nằm ngang là  $(Oyz): x = 0$ , có vec tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1;0;0)$ .

$$\vec{AB} = (3;0;1).$$

Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường ống nước so với mặt phẳng nằm ngang.

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \left| \cos(\vec{AB}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \alpha \approx 72^\circ.$$

Vậy: đường ống nước nói trên nghiêng  $72^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang.

- » **Câu 17.** Trong hệ trục  $Oxyz$  cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí  $I(200;450;60)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $m$  (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí  $A(m+100; m+370; 0)$  có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

» **Lời giải**

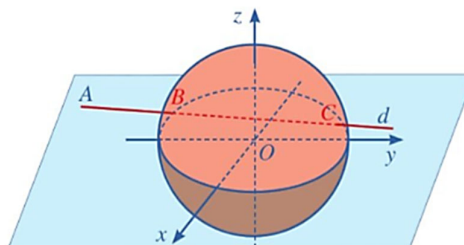
✓ **Trả lời: 512**

Để một người dùng điện thoại ở vị trí  $A(m+100; m+370; 0)$  có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí  $I(200;450;60)$  thì  $IA \leq 600 \Leftrightarrow (m-100)^2 + (m-80)^2 + (-60)^2 \leq 600^2$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 360m - 340000 \leq 0 \Leftrightarrow 90 - 10\sqrt{1781} \leq m \leq 90 + 10\sqrt{1781}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $m$  là  $90 + 10\sqrt{1781} \approx 512$ .

- » **Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ  $O(0;0;0)$ , mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí  $A(-688; -185; 8)$ , chuyển động theo đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (91; 75; 0)$  và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình 44).



Hình 44



Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị

» *Lời giải*

✓ *Trả lời: 295*

Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  là: 
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$$

Gọi  $H$  là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng  $OH$  là ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu, điều này xảy ra khi và chỉ khi  $OH \perp d$ .

Vì  $H \in d$  nên  $H(-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

Ta có  $\overrightarrow{OH} = (-688 + 91t; -185 + 75t; 8)$ .

$OH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (-688 + 91t) \cdot 91 + (-185 + 75t) \cdot 75 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$

Suy ra  $H\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$ .

Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là:

$$OH = \sqrt{\left(-\frac{375}{2}\right)^2 + \left(\frac{455}{2}\right)^2 + 8^2} \approx 295 \text{ km}.$$

#### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Cho  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Tính  $J = \int_{-1}^2 f(x) dx$

» *Lời giải*

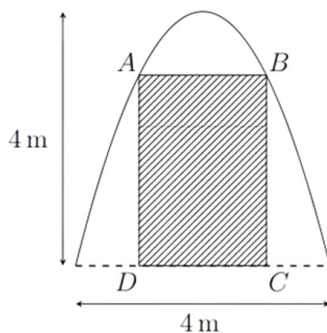
$$J = \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$$

$$\text{Tính } J_1 = \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (2x - 1) dx = (x^2 - x) \Big|_{-1}^1 = 0 - 2 = -2$$

$$\text{Tính } J_2 = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 1 dx = 2 - 1 = 1$$

Vậy  $J = 1 - 2 = -1$ .

» **Câu 20.** Cổng của một trại du lịch sinh thái có dạng parabol, lối ra vào cổng là hình chữ nhật như hình vẽ. Biết rằng, lối đi hình chữ nhật  $ABCD$  có kích thước  $CD = 2 \text{ m}$ , phía ngoài lối đi hình chữ nhật được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí trang trí hoa văn là 240.000 đồng cho một mét vuông. Hỏi số tiền để trang trí hoa văn của cổng trại du lịch sinh thái là bao nhiêu triệu đồng?



**Lời giải**

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ:

Parabol có dạng  $y = ax^2 + c$ ,  $a < 0$ .

Parabol đi qua các điểm  $(0; 4), (2; 0)$  nên có dạng:  $y = -x^2 + 4$ .

Ta có:  $x_C = 1$  nên  $y_B = -1^2 + 4 = 3$ .

Suy ra hình chữ nhật  $ABCD$  có kích thước

$CD = 2\text{ m}; BC = 3\text{ m}$ .

Gọi  $S_C$  là diện tích cổng Parabol.

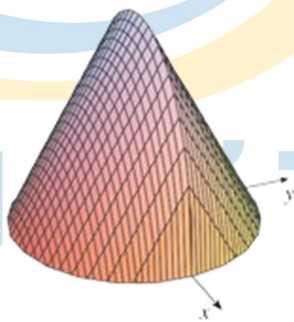
Khi đó,  $S_C$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = -x^2 + 4$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -2; x = 2$ .

Diện tích phần trang trí hoa văn là:  $S = S_C - S_{ABCD} = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx - 2 \cdot 3 = \frac{14}{3} (\text{m}^2)$

Vậy số tiền cho việc trang trí hoa văn của cổng là:  $240000 \cdot \frac{14}{3} = 1,12$  triệu đồng.

- » **Câu 21.** Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích  $V$  của vật thể đó. Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



**Lời giải**

Xét phương trình đáy là hình tròn  $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$

Thiết diện là tam giác đều tại điểm có hoành độ  $x$  có độ dài cạnh đáy là  $2\sqrt{1-x^2}$

Khi đó, diện tích thiết diện đó là  $S(x) = \left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(1-x^2)$

Thể tích của vật thể là  $V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{3}(1-x^2) dx \approx 2,31$ .



-----Hết-----



**TOÁN TỪ TÂM**



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 2**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^{-x}$  là

- A.**  $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$       **B.**  $-3^{-x} + C$       **C.**  $3^{-x} \ln 3 + C$       **D.**  $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

» **Lời giải**

**Chọn A**

$$\int f(x) dx = \int 3^{-x} dx = \int (3^{-1})^x dx = \frac{3^{-x}}{\ln 3^{-1}} + C = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$$

» **Câu 2.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai.

- A.**  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .      **B.**  $(\int f(x) dx)' = f(x)$ .  
**C.**  $(\int f(x) dx)' = f'(x)$ .      **D.**  $(\int f(x) dx)' = F'(x)$ .

» **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$  nên phương án A, B, D đúng.

» **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n} = (-3; -1; -2)$ .      **B.**  $\vec{n} = (3; 1; -2)$ .      **C.**  $\vec{n} = (3; 2; 1)$ .      **D.**  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .

» **Lời giải**

**Chọn B**

Do mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên VTCP của đường thẳng  $d$  cũng là VTPT của mặt phẳng  $(P)$ .

Vậy một VTPT của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (3; 1; -2)$ .

» **Câu 4.** Phương trình đường thẳng đi qua  $A(1; -2; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$  là

- A.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ .      **B.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$ .  
**C.**  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$ .      **D.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{2}$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**





Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1; -2; 0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$  nên  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ .

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  là:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ .

- » **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$  có tọa độ tâm  $I$  là
- A.**  $I\left(1; \frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ .      **B.**  $I\left(-1; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .      **C.**  $I(2; 3; -5)$ .      **D.**  $I(-2; -3; 5)$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Phương trình trên là phương trình mặt cầu tâm  $I(-2; -3; 5)$ .

- » **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; -3; 2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và song song với  $(P)$  có phương trình là:
- A.**  $2x - y + 3z + 9 = 0$ .      **B.**  $2x + y + 3z - 3 = 0$ .  
**C.**  $2x + y + 3z + 3 = 0$ .      **D.**  $2x - y + 3z - 9 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng cần tìm.

Theo bài  $(Q) // (P) \Rightarrow (Q): 2x - y + 3z + m = 0$  ( $m \neq 5$ )

Mà  $(Q)$  qua  $A \Leftrightarrow 2 \cdot 0 - (-3) + 3 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$ .

Vậy mp  $(Q): 2x - y + 3z - 9 = 0$ .

- » **Câu 7.** Mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 5y - z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là
- A.**  $\vec{n} = (2; 5; 1)$ .      **B.**  $\vec{n} = (2; 5; -1)$ .      **C.**  $\vec{n} = (-4; 10; 2)$ .      **D.**  $\vec{n} = (-2; 5; -1)$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 5y - z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (-4; 10; 2)$ .

- » **Câu 8.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 1$  tích phân  $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx$  bằng
- A.** 1.      **B.** 0.      **C.** 3.      **D.** -1.

» *Lời giải*

**Chọn A**

$\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 x^2 dx = 2 - 1 = 1$ .

- » **Câu 9.** Cho  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[1; 2]$ . Biết  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn  $F(1) = -2$  và  $F(2) = 3$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng
- A.** -5.      **B.** 1.      **C.** -1.      **D.** 5.

» *Lời giải*



**Chọn D**

Ta có  $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 3 - (-2) = 5.$

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P): x+z-2=0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

**A.**  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$

» **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có mặt phẳng  $(P): x+z-2=0 \Rightarrow (P)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_{(P)} = (1;0;1)$

Gọi đường thẳng cần tìm là  $\Delta$ .

Vì đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với  $(P)$  nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là véc tơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ .

$\Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (1;0;1)$

Vậy phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(3;2;-1)$  và có  $\vec{u}_{\Delta} = (1;0;1)$  là:  $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cosin của góc giữa mặt phẳng  $(Oxy)$  và mặt phẳng  $(P): x+y+z-2=0$  bằng

**A.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       **B.**  $\frac{3}{\sqrt{3}}$       **C.**  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       **D.**  $\frac{1}{3}$

» **Lời giải**

**Chọn A**

$(Oxy)$  và  $(P)$  tương ứng có các vectơ pháp tuyến là  $\vec{k} = (0;0;1)$  và  $\vec{n}_2 = (1;1;1)$ .

Ta có:  $\cos(\vec{k}, \vec{n}_2) = \frac{|0.1+0.1+1.1|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

» **Câu 12.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn với đường cong  $y = \sqrt{x^2+1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x=0, x=1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $V=2$       **B.**  $V = \frac{4\pi}{3}$       **C.**  $V=2\pi$       **D.**  $V = \frac{4}{3}$

» **Lời giải**

**Chọn B**

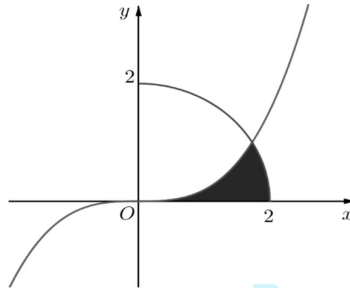
Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x^2+1})^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2+1) dx = \pi \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**



» **Câu 13.** Cho các đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3 (C_1)$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4-x^2} (C_2)$  và hình phẳng  $(H)$  được tô màu như hình vẽ



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$ , $y = \sqrt{4-x^2}$ , trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$ .		
(b)	Các đường $(C_1)$ và $(C_2)$ đều đi qua điểm $A(\sqrt{3}, 1)$		
(c)	Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4-x^2} (C_2)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục hoành là $V = \int_0^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx$		
(d)	Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay $(H)$ quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$ , trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. khi đó $a+b+c+d = 46$ .		

» **Lời giải**

(a) Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3, y = \sqrt{4-x^2}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 2$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Các đường  $(C_1)$  và  $(C_2)$  đều đi qua điểm  $A(\sqrt{3}, 1)$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{\sqrt{3}}{9}x^3 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}.$$

Vậy các đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3, y = \sqrt{4-x^2}$  đều đi qua điểm  $A(\sqrt{3}, 1)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4-x^2} (C_2)$  và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  quanh trục hoành là  $V = \int_0^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx$



Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{4-x^2}$  ( $C_2$ ) và hai đường thẳng  $x=0, x=2$  quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^2 (4-x^2) dx$$

» **Chọn SAI.**

(d) Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là  $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$ , trong

đó  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$  là các phân số tối giản. khi đó  $a+b+c+d=46$ .

$$V = \pi \left[ \int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{9} x^3\right)^2 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx \right]$$

$$= \pi \left[ \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{27} x^6 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (4-x^2) dx \right] = \pi \left[ \frac{1}{27} \cdot \frac{x^7}{7} \Big|_0^{\sqrt{3}} + \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{\sqrt{3}}^2 \right] = \left(-\frac{20\sqrt{3}}{7} + \frac{16}{3}\right)\pi.$$

$$\Rightarrow a=20, b=7, c=16, d=3$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=46.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Đặt một quả bóng ở góc nhà, biết trên quả bóng có một điểm cách hai bức tường 5 cm và cách sàn nhà 6 cm. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho góc nhà là góc phần tư thứ nhất và sàn nhà là mặt phẳng  $Oxy$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$M(5;5;6)$		
(b)	Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là $y=0$ và $x=0$ .		
(c)	Chỉ có một quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.		
(d)	Bán kính của quả bóng thuộc $(5;11)$ (cm).		

» **Lời giải**

(a)  $M(5;5;6)$ .

Dễ thấy điểm  $M(5;5;6)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mặt phẳng chứa hai bức tường có phương trình lần lượt là  $y=0$  và  $x=0$ .

Phương trình mặt phẳng chứa hai bức tường là mặt phẳng  $(Oxz); (Oyz)$  nên có phương trình  $y=0; x=0$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Chỉ có một quả bóng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Gọi mặt cầu cần tìm có dạng  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ , khi đó tâm  $I(a;b;c)$  với  $a, b, c > 0$ .



Theo bài ra, mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ nên ta có khoảng cách từ  $I$  đến ba mặt phẳng tọa độ bằng nhau và cùng bằng bán kính, nên  $|a| = |b| = |c| = R$

$$\Leftrightarrow a = b = c = R, \text{ do đó } (S) \text{ có dạng } (x - R)^2 + (y - R)^2 + (z - R)^2 = R^2.$$

Thay  $M(5; 5; 6)$  vào phương trình mặt cầu, ta được:

$$(5 - R)^2 + (5 - R)^2 + (6 - R)^2 = R^2 \Leftrightarrow 2R^2 - 32R + 86 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 8 + \sqrt{21} \approx 12,6 \\ R = 8 - \sqrt{21} \approx 3,4 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt cầu thỏa mãn bài toán.

» **Chọn SAI.**

(d) Bán kính của quả bóng thuộc  $(5; 11)$  (cm).

Theo ý (c), ta thấy (d) sai.

» **Chọn SAI.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Nếu  $F'(x) = \frac{1}{2x}$  và  $F(1) = 1$  thì giá trị của  $F(4)$  bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,69**

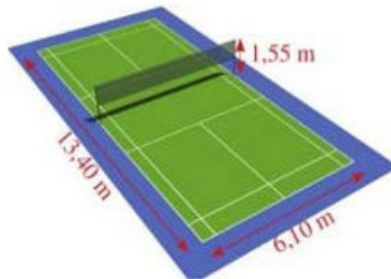
$$\text{Ta có: } \int_1^4 F'(x) dx = \int_1^4 \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \ln |x| \Big|_1^4 = \ln 2.$$

$$\text{Lại có: } \int_1^4 F'(x) dx = F(x) \Big|_1^4 = F(4) - F(1).$$

$$\text{Suy ra } F(4) - F(1) = \ln 2.$$

$$\text{Do đó } F(4) = F(1) + \ln 2 = 1 + \ln 2.$$

» **Câu 16.** Hình vẽ 1a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục  $Oxyz$  cho sân đó như hình 1b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử  $AB$  là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$ . Khi đó  $S = a - b + 2c$  bằng bao nhiêu?



(Hình 1a)



(Hình 1b)

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,1**



Vì vectơ  $\vec{AB}$  cùng hướng với vectơ đơn vị  $\vec{k}$  của trục  $Oz$  và độ dài  $AB=1,55$  nên  $\vec{AB}=1,55\vec{k}$ . Do đó  $\vec{AB}=(0;0;1,55) \Rightarrow S=a-b+2c=3,1$ .

- » **Câu 17.** Khi đặt hệ tọa độ  $Oxyz$  vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ . Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

» *Lời giải*

✓ *Trả lời: 6*

Ta có:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3^2$ .

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

- » **Câu 18.** Để định vị vệ tinh, người ta lập hệ tọa độ  $Oxyz$  với gốc tọa độ  $O$  trùng với vị trí của trung tâm quan sát, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục  $Ox$  hướng về phía Tây, trục  $Oy$  hướng về phía Nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời và mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Một vệ tinh đang chuyển động trong không gian được định vị bởi ba trạm quan sát đặt tại ba vị trí:  $A, B, C$  với: vị trí  $A$  đặt ở trung tâm quan sát, vị trí  $B$  đặt cách trung tâm quan sát về phía Tây 50 km, vị trí  $C$  đặt cách trung tâm quan sát về phía Nam 100 km. Biết: trạm  $A$  quan sát được các vệ tinh cách nó 370 km, trạm  $B$  quan sát được các vệ tinh cách nó 400 km, trạm  $C$  quan sát được các vệ tinh cách nó 350 km. Gọi tọa độ của vệ tinh là  $(x; y; z)$ . Tính  $x + y + z$ .

» *Lời giải*

✓ *Trả lời: 198*

Theo bài ra, ta có:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 370^2 \\ (x-50)^2 + y^2 + z^2 = 400^2 \\ x^2 + (y-100)^2 + z^2 = 350^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 370^2 \\ 370^2 - 100x + 2500 = 400^2 \\ 370^2 - 200y + 10000 = 350^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -206 \\ y = 122 \\ z \approx 282 \end{cases}$$

Vậy:  $x + y + z \approx 198$

#### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- » **Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}$ ,  $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{cases}$ . Gọi  $\varphi$  là

góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Giá trị  $\cos \varphi$  có dạng  $\frac{a\sqrt{c}}{b}$ . Tính giá trị biểu thức

$$P = b - 3a + c ?$$

» *Lời giải*

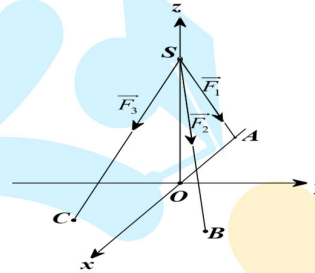
Ta có  $\vec{u}_{d_1} = (-1; 2; 2)$ ,  $\vec{u}_{d_2} = (2; 0; -1)$



$$\text{Khi đó } \cos \varphi = \frac{|\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{u}_{d_2}|}{|\vec{u}_{d_1}| |\vec{u}_{d_2}|} = \frac{|-1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{15}.$$

$$\text{Vậy } a = 4, b = 15, c = 5 \Rightarrow b - 3a + c = 15 - 3 \cdot 4 + 5 = 8$$

- » **Câu 20.** Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt  $S(0;0;4)$  và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là  $A(-2;0;0)$ ,  $B(1;\sqrt{3};0)$ ,  $C(1;-\sqrt{3};0)$ . Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là  $30N$  và được phân bố thành ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ .



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 87,5**

$$\text{Ta có: } \vec{SA} = (-2;0;-4); \vec{SB} = (1;\sqrt{3};-4); \vec{SC} = (1;-\sqrt{3};-4) \Rightarrow SA = SB = SC = \sqrt{20}.$$

Lại có  $\vec{AB} = (3;\sqrt{3};0); \vec{AC} = (3;-\sqrt{3};0); \vec{BC} = (0;-2\sqrt{3};0) \Rightarrow AB = AC = BC = \sqrt{12}$ . Dẫn đến hình chóp  $S.ABC$  đều có đường cao là  $SO = 4$ , với  $O(0;0;0)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt khác,

$$\vec{F}_1 = k\vec{SA} = (-2k;0;-4k), \vec{F}_2 = k\vec{SB} = (k;\sqrt{3}k;-4k),$$

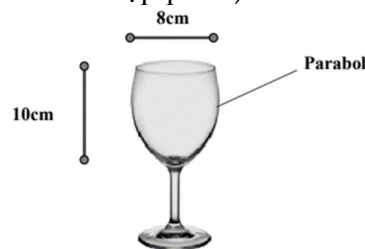
$$\vec{F}_3 = k\vec{SC} = (k;-\sqrt{3}k;-4k) \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0;0;-12k)$$

$$\text{Mà } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P} = (0;0;-30) \text{ nên } -12k = -30 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_1 = (-5;0;-10), \vec{F}_2 = \left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}; -10\right).$$

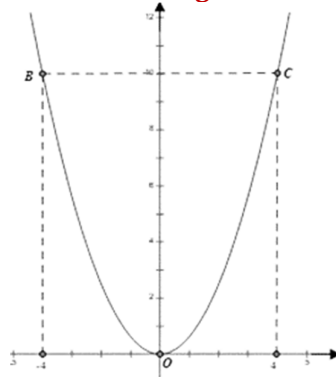
$$\text{Vậy, } \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \frac{175}{2}.$$

- » **Câu 21.** Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (làm tròn 2 chữ số thập phân).





*Lời giải*



Parabol có phương trình  $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$

Thể tích tối đa cốc  $V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y\right) \cdot dy \approx 251,33$ .

Hết

TOÁN TỪ TÂM





Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .  
Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$
- B.**  $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$
- C.**  $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K.$
- D.**  $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

» **Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa nguyên hàm, câu B đúng.

» **Câu 2.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 6^x$  là

- A.**  $\int f(x)dx = 2 + 6^x \ln 6 + C.$
- B.**  $\int f(x)dx = x^2 + \frac{6^{x+1}}{x+1} + C.$
- C.**  $\int f(x)dx = x^2 + \frac{6^x}{\ln 6} + C.$
- D.**  $\int f(x)dx = 2x^2 + 6^x + C.$

» **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int f(x)dx = x^2 + \frac{6^x}{\ln 6} + C.$

» **Câu 3.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}.$
- B.**  $-\frac{\sqrt{3}}{2}.$
- C.**  $\frac{1}{2}.$
- D.**  $-\frac{1}{2}.$

» **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

» **Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức

- A.**  $\int_a^b |f(x)|dx.$
- B.**  $\int_b^a |f(x)|dx.$
- C.**  $\left| \int_a^b f(x)dx \right|.$
- D.**  $\int_a^b f(x)dx.$

» **Lời giải**

**Chọn A**



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức:  $\int_a^b |f(x)| dx$ .

- » **Câu 5.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; -1; 2)$  và nhận  $\vec{n} = (2; 1; 2)$  làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là
- A.**  $2x + y + 2z + 3 = 0.$       **B.**  $x - y + 2z - 5 = 0.$   
**C.**  $x - y + 2z + 3 = 0.$       **D.**  $2x + y + 2z - 5 = 0.$

» *Lời giải*

**Chọn D**

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(1; -1; 2)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 1; 2)$  là  $2(x - 1) + 1(y + 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 5 = 0$

- » **Câu 6.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x - y + 2z - 1 = 0$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?
- A.**  $x + y + 2z + 3 = 0.$       **B.**  $2x - 2y + 4z - 2 = 0.$   
**C.**  $x + 2y - z = 0.$       **D.**  $x - y + 2z + 6 = 0.$

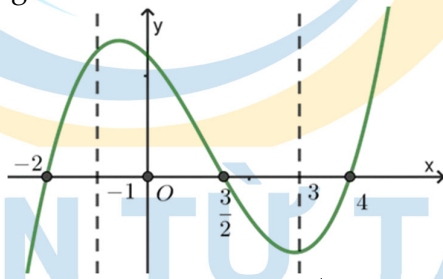
» *Lời giải*

**Chọn D**

Xét phương án A và C thấy véc tơ pháp tuyến không cùng phương với véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  nên loại A và C.

Xét phương án B thấy mặt phẳng  $2x - 2y + 4z - 2 = 0$  trùng với  $(P)$ .

- » **Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1; x = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.**  $S = \int_{-1}^3 f(x) dx.$

**B.**  $S = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|.$

**C.**  $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx.$

**D.**  $S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx.$

» *Lời giải*

**Chọn D**

$S = \int_{-1}^{\frac{3}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{3}{2}}^3 f(x) dx$  là mệnh đề đúng.



» **Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$ . Thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho  $D$  quay xung quanh trục  $Ox$  là

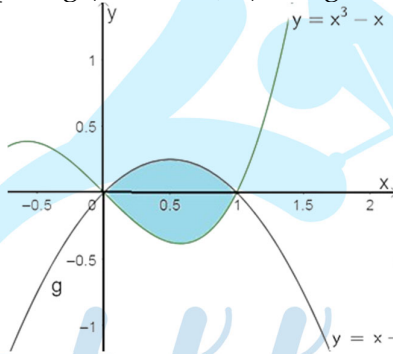
**A.**  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .   **B.**  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .   **C.**  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .   **D.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

» **Câu 9.** Tính diện tích phần hình phẳng (Phần tô đậm) trong hình vẽ bên.



**A.**  $\frac{5}{12}$

**B.**  $\frac{9}{4}$

**C.**  $\frac{81}{12}$

**D.** 13

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Nhìn đồ thị ta thấy phần diện tích hình phẳng phải tính được giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số  $y = x^3 - x$ ,  $y = x - x^2$  và 2 đường thẳng  $x = 0; x = 1$ . Đồ thị hàm số  $y = x - x^2$  nằm trên đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  do đó:  $S = \int_0^1 (x - x^2 - (x^3 - x)) dx = \frac{5}{12}$

» **Câu 10.** Cho hình  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ , trục hoành. Quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích là:

**A.**  $\frac{496\pi}{15}$ .

**B.**  $\frac{32\pi}{15}$ .

**C.**  $\frac{4\pi}{3}$ .

**D.**  $\frac{16\pi}{15}$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

Hoàn thành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2x$  và trục hoành:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left( \frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 2; 3); B(1; 1; 1); C(3; 4; 0)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A$  và song song với  $BC$  có phương trình là



A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ .

B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ .

C.  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{1}$ .

D.  $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{1}$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Ta có  $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$  nên đường thẳng  $\Delta$  có một véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 3; -1)$ .

Do đó phương trình của đường thẳng  $\Delta$  là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 0; -3)$  và  $B(3; 2; 1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

A.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$ .

B.  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$ .

C.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$ .

D.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Gọi  $I$  là tâm của mặt cầu đường kính  $AB$  khi đó  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  nên  $I(2; 1; -1)$ . Khi đó bán kính mặt cầu là  $R = IA = \sqrt{(1-2)^2 + (0-1)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{6}$ .

Vậy phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0.$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $(0; +\infty)$ . Biết rằng  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + C$		
(b)	Biết $f(1) = 2$ . Khi đó $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 1$ .		
(c)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; 2)$ . Khi đó $\int_1^2 f(x) dx = \frac{16}{3} - \ln 2$ .		
(d)	Biết $f(1) = 2$ . Hàm số $g(x) = xf(x)$ có 3 điểm cực trị.		

» *Lời giải*

(a) Khi đó  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + C$ .

Ta có:  $f(x) = \int f'(x) dx = \int \left( 2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Biết  $f(1) = 2$ . Khi đó  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 1$ .

Ta có:  $f(x) = \int f'(x) dx = \int \left( 2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C$



$$f(1) = 2 \Rightarrow C = 2 \text{ Suy ra } f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$$

» **Chọn SAI.**

(c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $M(-1; 2)$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{16}{3} - \ln 2$ .

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left( 2x + \frac{1}{x^2} \right) dx = x^2 - \frac{1}{x} + C.$$

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $M(-1; 5)$  ta được  $2 + C = 5 \Rightarrow C = 3$

$$\text{Suy ra } f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 3$$

$$\int_1^2 \left( x^2 - \frac{1}{x} + 3 \right) dx = \int_1^2 (x^2 + 3) dx - \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{16}{3} - \ln 2$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Biết  $f(1) = 2$ . Hàm số  $g(x) = xf(x)$  có 3 điểm cực trị.

$$\text{Ta có: } f(1) = 2 \Rightarrow C = 2 \text{ suy ra } f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$$

$$g(x) = xf(x) = x \left( x^2 - \frac{1}{x} + 2 \right) = x^3 + 2x - 1$$

$g'(x) = 3x^2 + 2$ ,  $g'(x) = 0$  vô nghiệm, nên hàm số  $y = g(x)$  không có điểm cực trị nào.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + 2z - 3 = 0$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình $(\beta)$ đi qua $M(2; -3; 1)$ và song song với $(\alpha)$ là $x + 2y + 2z + 2 = 0$ .		
(b)	Phương trình đường thẳng $(\Delta)$ đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với $(\alpha)$ là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ .		
(c)	Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 1; -3)$ và tiếp xúc với $(\alpha)$ là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 2$ .		
(d)	Phương trình mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ cắt $(\alpha)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.		

» **Lời giải**

(a) Phương trình mặt phẳng  $(\beta)$  đi qua  $M(2; -3; 1)$  và song song với  $(\alpha)$  là  $x + 2y + 2z + 2 = 0$ .

Vì  $(\alpha) // (\beta)$  nên mặt phẳng  $(\alpha)$  nhận  $\vec{n} = (1; 2; 2)$  làm vectơ pháp tuyến. Nên phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là:  $1 \cdot (x-2) + 2(y+3) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z + 2 = 0$ .

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $A(1; -2; 3)$  và vuông góc với  $(\alpha)$  là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Vì  $(\Delta) \perp (\alpha)$  nên đường thẳng  $(\Delta)$  nhận  $\vec{u} = (1; 2; 2)$  làm vectơ chỉ phương nên

phương trình của đường thẳng  $(\Delta)$  là  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

» **Chọn SAI.**

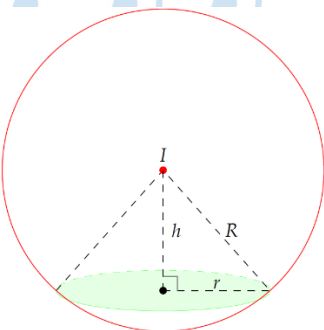
(c) Phương trình mặt cầu tâm  $I(1; 1; -3)$  và tiếp xúc với  $(\alpha)$  là  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 2$ .

Vì  $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 2$ .

Phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$ .

» **Chọn SAI.**

(d) Phương trình mặt cầu  $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$  cắt  $(\alpha)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.



Ta có mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2; 1; -3)$  và có bán kính bằng  $R = 5$ .

Gọi  $h$  là khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$ , ta có  $h = \frac{|-2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 3$ .

Gọi  $r$  là bán kính của đường tròn giao tuyến, ta có  $r^2 + h^2 = R^2$  nên  $r = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ .  
Vậy  $r = 4$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)}$  có một nguyên hàm là  $F(x)$  thỏa  $F(1) = \ln 2$ . Tính  $F(-2)$ . Kết quả làm tròn đến phần chục.

» **Lời giải**

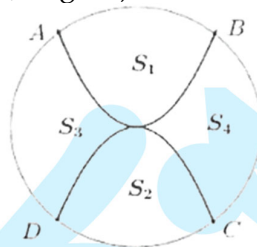
✓ **Trả lời: 0,8**

$$f(x) = \frac{1+x-x}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x(x+1)} \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{x} - \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$$

$$\Rightarrow F(1) = -1 - \ln \frac{1}{2} + C = \ln 2 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(-2) = \frac{3}{2} - \ln 2 \approx 0.8$$



- » **Câu 16.** Sân trường có một bồn hoa hình tròn có tâm  $O$ . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng nhau qua  $O$ . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình vuông có cạnh bằng  $4m$  (như hình vẽ). Phần diện tích  $S_1, S_2$  dùng để trồng hoa, phần diện tích  $S_3, S_4$  dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí để trồng hoa là  $150.000$  đồng/ $1m^2$ , kinh phí để trồng cỏ là  $100.000$  đồng/ $1m^2$ . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn).



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3270**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ  $O(0;0); A(-2;2); B(2;2)$

Khi đó phương trình parabol phía trên có dạng là:

$$(P): y = ax^2 \text{ trong đó } B(2;2) \in (P) \Rightarrow a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } (P): y = \frac{x^2}{2}.$$

Phương trình cung tròn nằm phía trên trục  $Ox$  là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{OA^2 - x^2} = \sqrt{8 - x^2}$$

$$\text{Khi đó } S_1 = \int_{-2}^2 \left( \sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx.$$

Diện tích hình tròn là  $S = \pi R^2 = \pi OA^2 = 8\pi$

$$\text{Ta có } T = 150.2S_2 + 100.(S - 2S_1)$$

Bấm máy ta được  $T = 150.2S_1 + 100.(S - 2S_1) \approx 3.270$  nghìn đồng.

- » **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ ,  $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa giao tuyến của  $(P), (Q)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$  sao cho hình chóp  $O.ABC$  là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng  $(\alpha): x + my + nz + p = 0$ . Tính giá trị của  $T = m - 3n - 5p$

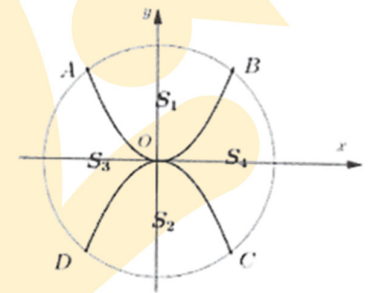
» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 28**

Mặt phẳng  $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (1; 4; -2)$ .

Mặt phẳng  $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_q = (1; -2; 4)$ .

Ta có  $[\vec{n}_p; \vec{n}_q] = (12; -6; -6)$ , cùng phương với  $\vec{u} = (2; -1; -1)$ .





Gọi  $d = (P) \cap (Q)$ . Ta có đường thẳng  $d$  có véctơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -1; -1)$  và đi qua điểm  $M(6; 0; 0)$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  với  $abc \neq 0$ .

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$ :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có véctơ pháp tuyến  $\vec{n} = \left(\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right)$ .

$$\text{Mặt phẳng } (\alpha) \text{ chứa } d \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \\ \frac{6}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} (*) \end{cases}$$

Ta lại có hình chóp  $O.ABC$  là hình chóp đều  $\Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow |a| = |b| = |c|$   
 $\Leftrightarrow |b| = |c| = 6$

Kết hợp với điều kiện  $(*)$  ta được  $b = c = 6$ .

Vậy phương trình của mặt phẳng

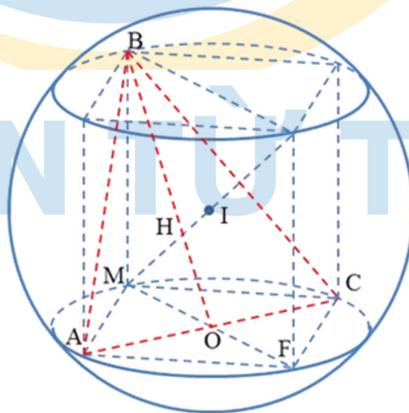
$$(\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0 \Rightarrow m = 1; n = 1; p = -6.$$

Nên  $T = m - 3n - 5p = 1 - 3 + 30 = 28$ .

- » **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$  và  $M(4; 6; 3)$ . Qua  $M$  kẻ các tia  $Mx, My, Mz$  đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là  $A, B, C$ . Biết mặt phẳng  $(ABC)$  luôn đi qua một điểm cố định  $H(a; b; c)$ . Tính  $a + 3b - c$ .

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**



Ta có  $M(4; 6; 3)$  nằm trên mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; 3)$  bán kính  $R = 5$ .

Dựng hình hộp chữ nhật nội tiếp hình cầu, có ba cạnh là  $MA, MB, MC$ .

Ta có tâm  $I(1; 2; 3)$  của mặt cầu cũng là tâm của hình hộp chữ nhật.

Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $MAFC$ .

Trong mặt phẳng  $(MBF)$ , gọi  $H = MI \cap BO \Rightarrow H \in BO \subset (ABC)$  (1)





Do  $H$  là trọng tâm của  $\Delta BMF$  nên  $MH = \frac{2}{3}MI$ .

Do  $I, M$  cố định nên  $H$  cố định (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $(ABC)$  luôn đi qua điểm cố định  $H$ .

Gọi  $H(a; b; c)$ . Ta có  $\overrightarrow{MH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MI}$ , với  $\overrightarrow{MH}(a-4; b-6; c-3)$ ;  $\overrightarrow{MI}(-3; -4; 0)$

$$\text{Ta được } \begin{cases} a-4 = -2 \\ b-6 = -\frac{8}{3} \\ c-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{10}{3} \\ c = 3 \end{cases}.$$

Vậy  $a+3b-c = 2+10-3 = 9$ .

### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 1; -2)$  và mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z + 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$ .

» **Lời giải**

Mặt phẳng  $(P)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_p = (3; 5; -1)$ .

Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc  $(P)$ .

Vì  $d$  vuông góc  $(P)$  nên nhận vectơ  $\vec{n}_p = (3; 5; -1)$  làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng  $d$  là  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-1}$ .

» **Câu 20.** Biết rằng  $\int_3^4 \frac{3x+2}{x^2-3x+2} dx = m \ln 3 + n \ln 2$ , với  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của  $m+n+2025$  bằng bao nhiêu

» **Lời giải**

$$\text{Đặt } \frac{3x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} \Rightarrow 3x+2 = A(x-2) + B(x-1) = (A+B)x - 2A - B \quad (1)$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} A+B=3 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=-5 \\ B=8 \end{cases}$$

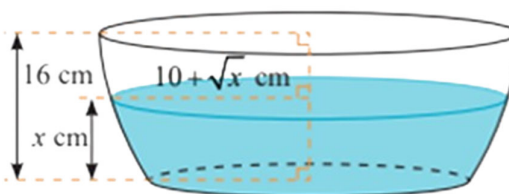
$$\text{Do đó } \frac{3x+2}{(x-1)(x-2)} = \frac{8}{x-2} - \frac{5}{x-1}.$$

$$\text{Ta có } \int_3^4 \frac{3x+2}{x^2-3x+2} dx = \int_3^4 \left( \frac{8}{x-2} - \frac{5}{x-1} \right) dx$$

$$= \left( 8 \ln|x-2| - 5 \ln|x-1| \right) \Big|_3^4 = 8 \ln 2 - 5 \ln 3 + 5 \ln 2 - 8 \ln 1 = -5 \ln 3 + 13 \ln 2.$$

Suy ra  $m = -5, n = 13$ . Vậy  $m+n+2025 = 2033$ .

» **Câu 21.** Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình vẽ bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy  $x$  (cm),  $(0 \leq x \leq 16)$  thì mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm). Tính dung tích của chậu. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của centimet khối.



**Lời giải**

Chọn trục  $Ox$  sao cho  $O$  trùng với tâm của đáy, chiều dương của trục là chiều hướng lên trên. Khi cắt chậu nước bằng mặt phẳng song song với đáy và cách mặt đáy  $x$  thì mặt phẳng đó cắt trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ . Mặt cắt là hình tròn có bán kính  $(10 + \sqrt{x})$  (cm).

Diện tích của mặt cắt là  $S(x) = \pi(10 + \sqrt{x})^2$ .

Dung tích của chậu là  $V = \int_0^{16} S(x) dx = \pi \int_0^{16} (10 + \sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^{16} (100 + 20\sqrt{x} + x) dx$

$$= \pi \left( 100x + \frac{40}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{16} = \frac{7744}{3} \pi \approx 8109 \text{ cm}^3$$

Hết

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 4**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\int f(x)dx = F(x) + C.$
- B.  $f'(x) = F(x).$
- C.  $\int F(x)dx = f(x) + C.$
- D.  $\int F(x)dx = f(x).$

» *Lời giải*

**Chọn A**

» **Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = \sin x$  là:

- A.  $-\cos x + C.$
- B.  $-\sin x + C.$
- C.  $\cos x + C.$
- D.  $\tan x + C.$

» *Lời giải*

**Chọn A**

» **Câu 3.**  $\int x^4 dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{5}x^5 + C.$
- B.  $4x^3 + C.$
- C.  $x^5 + C.$
- D.  $5x^5 + C.$

» *Lời giải*

**Chọn A**

» **Câu 4.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\int [f(x) + x] dx = \int f(x) dx + \int x dx.$
- B.  $\int [f(x) - 1] dx = \int f(x) dx - \int 1 dx.$
- C.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$
- D.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0.$

» *Lời giải*

**Chọn C**

» **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(0; -1; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{u} = (3; -1; 5)$  làm vectơ chỉ phương. Phương trình tham số của  $d$  là?

- A.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}.$
- B.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}.$
- C.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}.$
- D.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 5t \end{cases}.$

» *Lời giải*

**Chọn C**

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(0; -1; 4)$  và nhận vectơ  $\vec{u} = (3; -1; 5)$  làm vectơ chỉ

phương. Phương trình tham số của  $d$  là:  $\begin{cases} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

» **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu đó.



A.  $I(-1; 2; -3); R = 2.$

B.  $I(-1; 2; -3); R = 4.$

C.  $I(1; -2; 3); R = 2.$

D.  $I(1; -2; 3); R = 4.$

☞ *Lời giải*

**Chọn C**

Mặt cầu đã cho có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = 2.$

» **Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x - 1, y = 2x - 4, x = 2, x = 3$  là

A.  $\frac{4}{3}.$

B.  $-\frac{4}{3}.$

C.  $\frac{2}{3}.$

D.  $-\frac{2}{3}.$

☞ *Lời giải*

**Chọn C**

Diện tích cần tính là

$$S = \int_2^3 |(x^2 - 2x - 1) - (2x - 4)| dx = \int_2^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_2^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right) \Big|_2^3$$

$$= 0 - \left( -\frac{8}{3} + 8 - 6 \right) = \frac{2}{3}.$$

» **Câu 8.** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành, quanh trục hoành.

A.  $\frac{81\pi}{10}$  (đvtt).

B.  $\frac{85\pi}{10}$  (đvtt).

C.  $\frac{41\pi}{7}$  (đvtt).

D.  $\frac{8\pi}{7}$  (đvtt).

☞ *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có  $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left( 3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10} \text{ (đvtt).}$$

» **Câu 9.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$  là :

A.  $\frac{4}{3}$

B.  $\frac{5}{3}$

C.  $\frac{3}{2}$

D.  $\frac{23}{15}$

☞ *Lời giải*

**Chọn A**

Xét phương trình  $x^2 = x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x$  là :

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - x) dx \right| = \frac{4}{3}$$

» **Câu 10.** Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = -x^2 + 3x$  và  $y = 0$  khi quay quanh trục  $Ox$  bằng

A.  $\frac{81}{10}.$

B.  $\frac{9}{2}.$

C.  $\frac{9\pi}{2}.$

D.  $\frac{81\pi}{10}.$



» *Lời giải*

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm.  $-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Ta có.  $V = \pi \int_0^3 (-x^2 + 3x)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$ .

» **Câu 11.** Cho mặt phẳng (P) đi qua  $A(2; -1; 4)$ ,  $B(3; 2; -1)$  và vuông góc với mặt phẳng (Q):  $x + y + 2z - 3 = 0$ . Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình là

- A.**  $11x + 7y - 2z - 21 = 0$ .                      **B.**  $11x + 7y + 2z + 21 = 0$ .  
**C.**  $11x - 7y - 2z - 21 = 0$ .                      **D.**  $11x - 7y + 2z + 21 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -5)$ ;  $\vec{n}_Q = (1; 1; 2)$ .

Mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q)

Nên nhận  $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_Q] = (11; -7; -2)$  làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình:  
 $11x - 7y - 2z - 21 = 0$ .

» **Câu 12.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(1; 3; -4)$  và điểm  $B(3; -1; 0)$ . Mặt cầu (S) có đường kính AB có phương trình là

- A.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$ .                      **B.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ .  
**C.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ .                      **D.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Gọi I là trung điểm của AB  $\Rightarrow I(2; 1; -2)$

$\overrightarrow{IA} = (-1; 2; -2) \Rightarrow IA = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$

Mặt cầu (S) có đường kính AB nên có tâm là  $I(2; 1; -2)$  và bán kính  $R = IA = 3$ . Do đó,

Mặt cầu (S) có phương trình là:  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Biết rằng  $I = \int \frac{\sin x \cos^2 x}{1 + \cos x} dx = a \cos x + b \cos 2x - \ln(1 + \cos x) + C$  ( $a; b \in \mathbb{R}$ ).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\sin x dx = d(\cos x)$		
(b)	$I = -\int \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$		
(c)	$I = \int \left( \cos x + 1 - \frac{1}{1 + \cos x} \right) d(\cos x)$		
(d)	Giá trị của $a + b$ là $\frac{3}{4}$ .		



» **Lời giải**

(a)  $\sin x dx = d(\cos x)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $I = -\int \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$

Ta có:  $I = -\int \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $I = \int \left( \cos x + 1 - \frac{1}{1 + \cos x} \right) d(\cos x)$   
 $= \int \left( -\cos x + 1 - \frac{1}{1 + \cos x} \right) d(\cos x)$

» **Chọn SAI.**

(d) Giá trị của  $a + b$  là  $\frac{3}{4}$ .

$$= -\frac{\cos^2 x}{2} + \cos x - \ln(1 + \cos x) + C_1$$

$$= -\frac{1}{4} \cos 2x + \cos x - \ln(1 + \cos x) + C_1 + \frac{1}{4} = \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x - \ln(1 + \cos x) + C; C = C_1 + \frac{1}{4}$$

Do đó:  $a = 1, b = \frac{-1}{4} \Rightarrow a + b = \frac{3}{4}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(1;2;3)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y - z + 6 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I \notin (\alpha)$		
(b)	Khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ tới mặt phẳng $(\alpha)$ bằng 3.		
(c)	Mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ bán kính bằng $R = 5$ cắt mặt phẳng $(\alpha)$ theo một đường tròn có bán kính bằng $r = 4$ .		
(d)	Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng $(\alpha)$ và cắt mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ bán kính bằng $R = 5$ theo dây cung $AB$ . Khi đó diện tích tam giác $IAB$ đạt được lớn nhất thì mặt phẳng $(IAB)$ tạo với mặt phẳng $(\alpha)$ một góc $\varphi$ có $\tan \varphi = \frac{\sqrt{14}}{6}$ .		

» **Lời giải**

(a)  $I \notin (\alpha)$ .

Vì  $2 + 2 \cdot 2 - 3 + 6 = 9 \neq 0 \Rightarrow I \notin (\alpha)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khoảng cách từ điểm  $I(1;2;3)$  tới mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng 3.



Khoảng cách từ điểm  $I(1;2;3)$  tới mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $\frac{|9|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Mặt cầu tâm  $I(1;2;3)$  bán kính bằng  $R=5$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo một đường tròn có bán kính bằng  $r=4$ .

Mặt cầu tâm  $I(1;2;3)$  bán kính bằng  $R=5$  cắt mặt phẳng  $(\alpha)$  theo một đường tròn có bán kính bằng  $r = \sqrt{R^2 - [d(I;(\alpha))]^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  và cắt mặt cầu tâm  $I(1;2;3)$  bán kính bằng  $R=5$  theo dây cung  $AB$ . Khi đó diện tích tam giác  $IAB$  đạt được lớn nhất thì mặt phẳng  $(IAB)$  tạo với mặt phẳng  $(\alpha)$  một góc  $\varphi$  có  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{14}}{6}$ .

Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  và cắt mặt cầu tâm  $I(1;2;3)$  bán kính bằng  $R=5$  theo dây cung  $AB$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$

$\Rightarrow IM \perp AB$

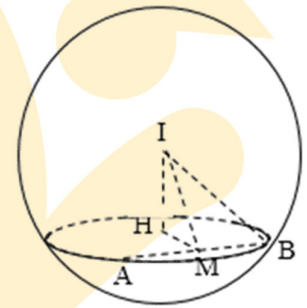
Có  $IM \in [3;5] \Rightarrow S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2} IA \cdot IB = \frac{25}{2}$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow \sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow IM = \frac{5\sqrt{2}}{2} \in [3;5] (t/m)$

$\Rightarrow HM = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 9} = \frac{\sqrt{14}}{2}$

mặt phẳng  $(IAB)$  tạo với mặt phẳng  $(\alpha)$  một góc  $\varphi = \widehat{HMI}$  có  $\tan \varphi = \frac{3}{\frac{\sqrt{14}}{2}} = \frac{6}{\sqrt{14}}$

» **Chọn SAI.**



### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos 2x + 2f(x)] dx = 5$ . Tính  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Ta có  $5 = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos 2x + 2f(x)] dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx + \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2f(x) dx$



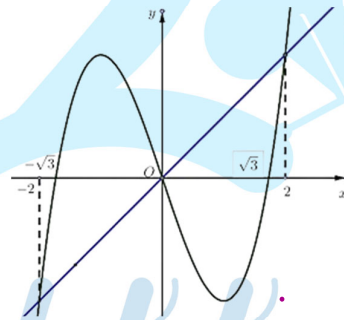
$$= \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} + 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \sin \frac{\pi}{2} - \sin \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right] + 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = 1 + 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$$

Suy ra  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{5-1}{2} = 2.$

» **Câu 16.** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C): y = x^3 - 3x$  và đường thẳng  $d: y = x$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

🔗 **Lời giải**

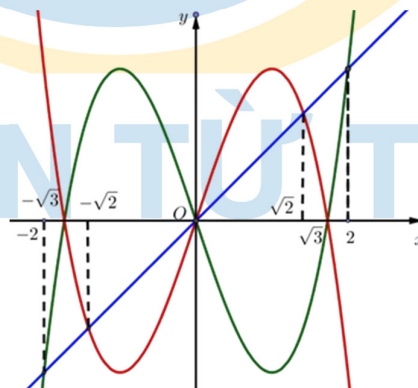
✓ **Trả lời: 29,6**



Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d: x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$

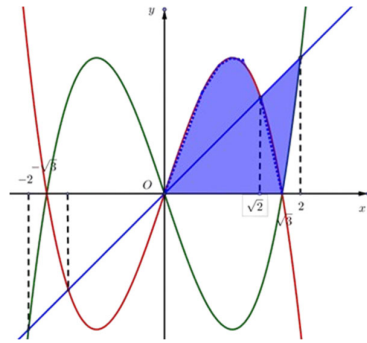
Gọi  $(C')$  là đồ thị đối xứng với đồ thị  $(C)$  qua trục hoành. Suy ra  $(C'): y = -x^3 + 3x$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C')$  và  $d: -x^3 + 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$



Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và trục hoành:  $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}.$





Từ đồ thị ta có:  $V = 2\pi \left( \int_0^{\sqrt{2}} (x^3 - 3x)^2 dx + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} x^2 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 [x^2 - (x^3 - 3x)^2] dx \right) \approx 29,6$ .

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$  ( $m$  là tham số) và

đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ . Biết đường thẳng  $\Delta$  cắt mặt cầu  $(S)$  tại hai điểm phân biệt

$A, B$  sao cho  $AB = 8$ . Giá trị của  $m$  là

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: -12**

Gọi  $H$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB \Rightarrow IH \perp AB, HA = 4$

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-2; 3; 0)$ , bán kính  $R = \sqrt{13 - m}$ , ( $m < 13$ ).

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M(4; 3; 3)$  và có vectơ chỉ phương

$\vec{u} = (2; 1; 2)$ .

Ta có:

$$\vec{IM} = (6; 0; 3) \Rightarrow [\vec{IM}, \vec{u}] = (-3; -6; 6) \Rightarrow IH = d(I, \Delta) = \frac{|[\vec{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = 3$$

Ta có:  $R^2 = IH^2 + HA^2 \Leftrightarrow 13 - m = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow m = -12$ .

» **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y - z - 3 = 0$  và hai điểm

$M(1; 1; 1), N(-3; -3; -3)$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua  $M, N$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  tại

điểm  $Q$ . Biết rằng  $Q$  luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính đường tròn đó.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

Đường thẳng  $MN$  có phương trình  $MN: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

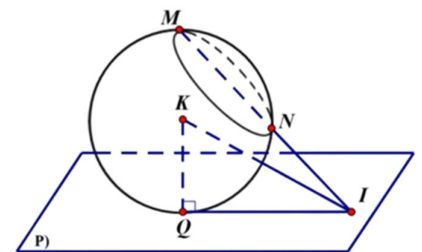
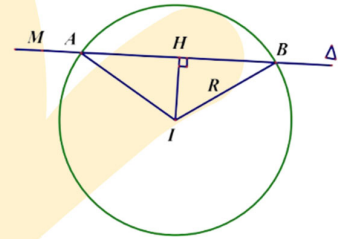
Gọi  $I = MN \cap (P)$  khi đó điểm  $I$  ứng với  $t$  thỏa mãn

$$1 + t + 1 + t - 1 - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow I(3; 3; 3) \Rightarrow IM = 2\sqrt{3}, IN = 6\sqrt{3}$$

Do mặt cầu  $(S)$  đi qua  $M, N$  và tiếp xúc với đường thẳng  $IQ$  tại điểm  $Q$  nên ta có:

$$IQ^2 = IM \cdot IN = KI^2 - R^2 \Rightarrow IQ^2 = IM \cdot IN = 36 \Leftrightarrow IQ = 6$$





Vậy  $Q$  luôn thuộc đường tròn tâm  $I$  bán kính  $R = 6$ .

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

» **Câu 19.** Tìm:  $\int (x^2 - 3\sqrt{x}) dx$ .

» **Lời giải**

$$\int (x^2 - 3\sqrt{x}) dx = \int x^2 dx - 3 \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^3}{3} - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} + 1} + C = \frac{x^3}{3} - 2x^{\frac{3}{2}} + C.$$

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , lập phương trình của mặt cầu  $(S)$  biết mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  với  $A(3; 2; -1)$  và  $B(-1; 2; 2)$ .

» **Lời giải**

Đoạn thẳng  $AB$  có trung điểm  $I\left(1; 2; \frac{1}{2}\right)$ .

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và bán kính  $R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{(-1-3)^2 + (2-2)^2 + (2+1)^2} = \frac{5}{2}$ .

Phương trình của  $(S)$  là:  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ .

» **Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

» **Lời giải**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$ , bán kính  $R = 5$ .

Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $I$  trên  $(P)$  và  $AB$ .

Bán kính đường tròn giao tuyến là  $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{25 - IH^2}$   
 $\Rightarrow r_{\min} \Leftrightarrow IH_{\max}$ .

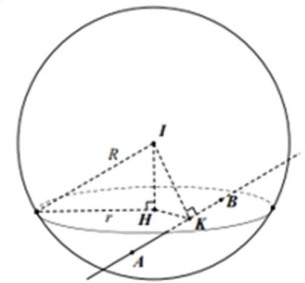
Mà  $IH \leq IK$  nên  $IH_{\max} = IK \Leftrightarrow H \equiv K \Leftrightarrow IK \perp (P)$

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -6) = -3(1; -1; 2) \Rightarrow \vec{u} = (1; -1; 2)$  là VTCP của đường thẳng  $AB$

$\Rightarrow$  PTTS của  $AB$ :  $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \Rightarrow K(t; 1-t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t-1; -t-1; 2t-3)$ .

Vì  $IK \perp AB$  nên  $\overrightarrow{IK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+t+1+4t-6=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow K(1; 0; 2), \overrightarrow{IK} = (0; -2; -1)$

$\Rightarrow$  Phương trình  $(P)$  là  $-2y - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2y + z - 2 = 0$ .



----- Hết -----



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 5**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Tìm nguyên hàm  $F(x) = \int \pi^2 dx$ .

- A.  $F(x) = \pi^2 x + C$ .    B.  $F(x) = 2\pi x + C$ .    C.  $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$ .    D.  $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có  $F(x) = \int \pi^2 dx = \pi^2 x + C$  (vì  $\pi^2$  là hằng số).

» **Câu 2.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = \ln|x|$ ?

- A.  $f(x) = x$ .    B.  $f(x) = \frac{1}{x}$ .    C.  $f(x) = \frac{x^3}{2}$ .    D.  $f(x) = |x|$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Áp dụng công thức SGK.

» **Câu 3.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$ .

- A.  $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .    B.  $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ .  
C.  $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$ .    D.  $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  nên  $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .

» **Câu 4.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + 2x$  là:

- A.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ .    B.  $3x^2 + 1 + C$ .  
C.  $x^4 + x^2 + C$ .    D.  $x^3 + x + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Ta có:  $\int (4x^3 + 2x) dx = \int 4x^3 dx + \int 2x dx = x^4 + x^2 + C$

» **Câu 5.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ .    B.  $\int e^x dx = e^x + C$ .  
C.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .    D.  $\int 17^x dx = \frac{17^{x+1}}{x+1} + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**



Ta có:  $\int 17^x dx = \frac{17^x}{\ln 17} + C.$

» **Câu 6.** Cho  $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1.$  Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng:

- A.** 1                      **B.** -3                      **C.** 3                      **D.** -1

» *Lời giải*

**Chọn A**

$$\text{Vì } \int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$$

$$\text{suy ra } 4 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 2x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1$$

» **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}.$  Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên

$\mathbb{R}$  và  $F(1) = 2, F(3) = 6.$  Tích phân  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A.** 8.                      **B.** -4.                      **C.** 4.                      **D.** 2.

» *Lời giải*

**Chọn C**

$$\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1) = 6 - 2 = 4.$$

» **Câu 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2,$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  bằng

- A.** 8.                      **B.**  $\frac{8}{3}.$                       **C.**  $\frac{7}{3}.$                       **D.**  $\frac{32}{3}.$

» *Lời giải*

**Chọn B**

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tính là } S = \int_0^2 |x^2| dx = \int_0^2 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

» **Câu 9.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 6, y = 0, x = 0, x = 2.$  Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox.$  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 6)^2 dx.$                       **B.**  $V = \int_0^2 (x^2 + 6) dx.$

**C.**  $V = \int_0^2 (x^2 + 6)^2 dx.$                       **D.**  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 6) dx.$

» *Lời giải*

**Chọn A**

$$\text{Thể tích của vật thể được tạo nên là } V = \pi \int_0^2 (x^2 + 6)^2 dx.$$

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz,$  cho  $A(1;1;-2); B(2;0;3); C(-2;4;1).$  Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là



- A.**  $2x - 2y + z + 2 = 0$ . **B.**  $x + y - 2z - 6 = 0$ . **C.**  $x + y - 2z + 2 = 0$ . **D.**  $2x + 2y + z - 2 = 0$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $BC$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{BC} = (-4; 4; -2) = -2(2; -2; 1)$ .

Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  nên có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; -2; 1)$ .

suy ra phương trình là  $2(x-1) - 2(y-1) + 1(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 2 = 0$ .

- » **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(7; 6; 7), B(12; 13; 6)$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AB$  và song song với  $Ox$  có phương trình là

**A.**  $-y - 7z + 55 = 0$

**B.**  $-y - 7z + 53 = 0$

**C.**  $-y - 7z + 56 = 0$

**D.**  $-y - 7z + 35 = 0$

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AB$  và song song với  $Ox$  nên có cặp vectơ chỉ phương là  $\vec{AB} = (5; 7; -1)$  và  $\vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n}_p = [\vec{AB}; \vec{i}] = (0; -1; -7)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(7; 6; 7)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = (0; -1; -7)$  nên phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

$$0(x-7) - 1(y-6) - 7(z-7) = 0 \Leftrightarrow -y - 7z + 55 = 0.$$

- » **Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; -1; -2)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $M(3; -1; -2)$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng?

**A.**  $\frac{5\sqrt{13}}{7}$ .

**B.**  $\frac{5\sqrt{15}}{7}$ .

**C.**  $\frac{5\sqrt{14}}{7}$ .

**D.**  $\frac{5\sqrt{17}}{7}$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

Khoảng cách từ điểm  $M(3; -1; -2)$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  là

$$d(M; (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 3 + 1 - 4 + 4|}{\sqrt{14}} = \frac{5\sqrt{14}}{7}$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

- » **Câu 13.** Cho  $f(x) = 2x - \sin x$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Cho $G(x) = F(x) + C$ , với $C$ là hằng số, thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ .		
(b)	$\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$ , với $C$ là hằng số.		
(c)	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}$ .		



- (d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 2x - \sin x$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  bằng  $\int_{-1}^2 (2x - \sin x) dx$ .

» **Lời giải**

(a) Cho  $G(x) = F(x) + C$ , với  $C$  là hằng số, thì  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

Ta có:  $G'(x) = (F(x) + C)' = F'(x) = f(x)$ .

Do đó:  $G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$ , với  $C$  là hằng số.

$\int f(x) dx = \int (2x - \sin x) dx = x^2 + \cos x + C$ .

» **Chọn SAI.**

(c)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}$ .

Ta có:  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = [x^2 + \cos x]_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 2x - \sin x$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  bằng  $\int_{-1}^2 (2x - \sin x) dx$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 2x - \sin x$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1, x = 2$  bằng  $\int_{-1}^2 |2x - \sin x| dx$ .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; 3; -1)$ , và mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; 2; -3)$		
(b)	Phương trình mặt phẳng $(Q)$ qua điểm $M(2; 3; -1)$ và song song với mặt phẳng $(P)$ là $x + 2y - 3z + 11 = 0$		
(c)	Phương trình mặt phẳng $(R)$ đi qua $M(2; 3; -1)$ , song song với trục $Oy$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ là $3x + z - 5 = 0$ .		
(d)	Cho mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $M(2; 3; -1)$ , cắt các trục $Ox, Oy, Oz$ lần lượt tại 3 điểm $A, B, C$ sao cho điểm $M$ là trực tâm tam giác $ABC$ . Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ là $2x + 3y + z - 14 = 0$		



» **Lời giải**

(a) Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P):  $x + 2y - 3z + 1 = 0$  là  $\vec{n} = (1; 2; -3)$

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P):  $x + 2y - 3z + 1 = 0$  là  $\vec{n} = (1; 2; -3)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình mặt phẳng (Q) qua điểm  $M(2; 3; -1)$  và song song với mặt phẳng (P) là  $x + 2y - 3z + 11 = 0$

Phương trình mặt phẳng (Q) qua điểm  $M(2; 3; -1)$  và song song với mặt phẳng (P) là  $x + 2y - 3z - 11 = 0$

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình mặt phẳng (R) đi qua  $M(2; 3; -1)$ , song song với trục  $Oy$  và vuông góc với mặt phẳng (P) là  $3x + z - 5 = 0$ .

Do  $(R) // Oy$  và  $(R) \perp (P)$  nên (R) có cặp vecto chỉ phương là  $(\vec{j}; \vec{n})$  với  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ ,  $\vec{n} = (1; 2; -3)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(R)} = [\vec{j}; \vec{n}] = (-3; 0; -1)$ .

Phương trình mặt phẳng (R) là  $3x + z - 5 = 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2; 3; -1)$ , cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại 3 điểm  $A, B, C$  sao cho điểm  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $2x + 3y + z - 14 = 0$

Do mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2; 3; -1)$ , cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại 3 điểm  $A, B, C$  sao cho điểm  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$  nên  $\vec{OM} = (2; 3; -1)$  là vecto pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ . Vậy phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $2x + 3y - z - 14 = 0$

» **Chọn SAI.**

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**

» **Câu 15.** Nguyên hàm  $\int (7 + 5 \cot^2 x) dx = ax + b \cot^c x + C$  (với  $a, b, c$  là các số nguyên dương).  
Tính  $a + 4b + c$ .

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: - 17**

Ta có  $\int (7 + 5 \cot^2 x) dx = \int (2 + 5(1 + \cot^2 x)) dx = 2x - 5 \cot x + C$ .

Suy ra  $a = 2, b = -5, c = 1$ . Vậy  $a + 4b + c = 2 - 20 + 1 = -17$

» **Câu 16.** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 4$  và  $\int_3^4 f(x) dx = 7$ . Tính  $\int_0^3 f(x) dx$ .

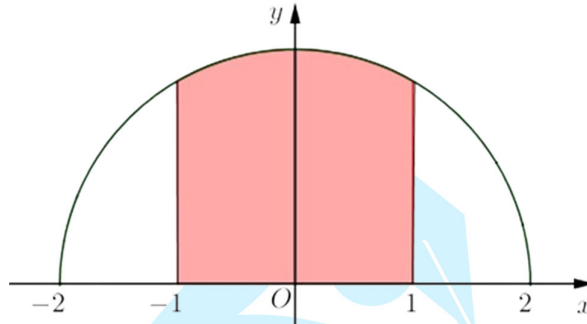
» **Lời giải**

✓ **Trả lời: - 3**



$$\text{Ta có } \int_0^4 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx \Leftrightarrow 4 = \int_0^3 f(x)dx + 7 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x)dx = 4 - 7 = -3.$$

- » **Câu 17.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , vẽ nửa đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $r=2$  nằm phía trên trục  $Ox$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x=-1, x=1$ . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$ . Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 23**

Phương trình đường tròn tâm  $O$  bán kính bằng 2 là  $x^2 + y^2 = 4$ .

Phương trình nửa trên đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng 2 là  $y = \sqrt{4 - x^2}$ .

Thể tích khối tròn xoay khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  là

$$V = \pi \int_{-1}^1 (\sqrt{4-x^2})^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (4-x^2) dx = \pi \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{22\pi}{3} \approx 23.$$

- » **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3;-1;2)$ ,  $B(2;3;3)$ ,  $C(-2;1;-2)$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxz)$  sao cho biểu thức  $T = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  có giá trị nhỏ nhất. Tính  $|\overrightarrow{OM}|$  (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,41**

Gọi  $I(a;b;c)$ , sao cho  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(1;1;1)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$

$$\begin{aligned} &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \\ &= 3MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IA}), \text{ (mà } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}) \\ &= 3MI^2 + (\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{IA}) = 3MI^2 - 18 \end{aligned}$$

Để  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  có giá trị nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất.

Mà  $I$  cố định nên  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(Oxz)$ , suy ra  $M(1;0;1)$ .

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{2} \approx 1,41$$

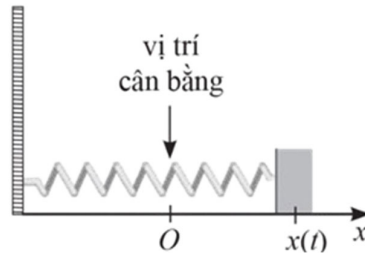
**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

- » **Câu 19.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như hình vẽ sau, có vận tốc tức thời cho bởi  $v(t) = 2 \cos t$ , trong đó  $t$  tính bằng giây và





$v(t)$  tính bằng cm/s. Tại thời điểm  $t = 0$ , con lắc đó ở vị trí cân bằng.



Tính quãng đường mà con lắc lò xo di chuyển được sau 2 giây kể từ vị trí cân bằng theo đơn vị centimét.

**Lời giải**

Quãng đường mà con lắc di chuyển sau 2 giây kể từ vị trí cân bằng là:

$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 2 \cos t dt = 2 \sin t \Big|_0^2 = 2 \sin 2 \text{ (cm)}.$$

- » **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng  $(Oxy)$ . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng  $(P): 2x + y + 5 = 0$  và  $(Q): 2x + y - 2z + 17 = 0$ . Xác định góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  (làm tròn đến hàng phần chục của độ).



**Lời giải**

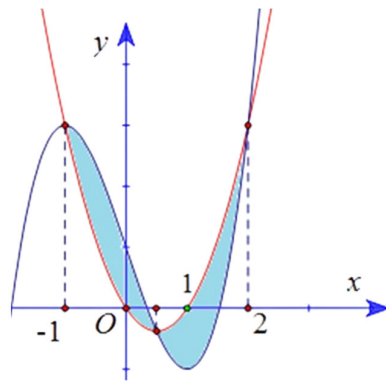
$(P)$  có VTPT là  $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; 0)$

$(Q)$  có VTPT là  $\vec{n}_{(Q)} = (2; 1; -2)$

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{(P);(Q)}) = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}) \right| = \frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-2)|}{\sqrt{2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \widehat{(P);(Q)} \approx 41,8^\circ$$

- » **Câu 21.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  và  $g(x) = dx^2 + ex$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-1; \frac{1}{2}; 2$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?



☞ *Lời giải*

Ta có:  $f(x) - g(x) = a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2)$ .

Suy ra  $a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + 1$ .

Xét hệ số tự do suy ra:  $a = 1$ .

Do đó:  $f(x) - g(x) = (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2)$

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^{0,5} (f(x) - g(x)) dx + \int_{0,5}^2 (g(x) - f(x)) dx$$

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^{0,5} (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx - \int_{0,5}^2 (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = \frac{81}{32}.$$

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 6**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 6x^5$ , khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{6}x^6 + C.$

**B.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{5}x^6 + C.$

**C.**  $\int f(x)dx = x^6 + C.$

**D.**  $\int f(x)dx = x^5 + C.$

» **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\int 6x^5 dx = x^6 + C$

» **Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  là

**A.**  $\frac{1}{x+1}e^x + x^2 + C.$

**B.**  $e^x - x^2 + C.$

**C.**  $e^x - 2 + C.$

**D.**  $e^x + x^2 + C.$

» **Lời giải**

**Chọn D**

» **Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

**A.**  $\int dx = x + C.$

**B.**  $\int \cos x dx = \sin x + C.$

**C.**  $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

**D.**  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

» **Lời giải**

**Chọn C**

$\int e^x dx = e^x + C$  nên C sai.

» **Câu 4.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2025^x$ .

**A.**  $2025^x \ln 2025 + C.$

**B.**  $2025^{x+1} + C.$

**C.**  $\frac{2025^{x+1}}{x+1} + C.$

**D.**  $\frac{2025^x}{\ln 2025} + C.$

» **Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng công thức  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$  ta được đáp án D.

» **Câu 5.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$  là

**A.**  $F(x) = 6x + \ln x + C.$

**B.**  $F(x) = x^3 + \ln x + C.$

**C.**  $F(x) = 3x^3 + \ln|x| + C.$

**D.**  $F(x) = x^3 + \ln|x| + C.$

» **Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $F(x) = \int \left( 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx = x^3 + \ln|x| + C.$



» **Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^2 f(x)dx = 9$ ;  $\int_2^4 f(x)dx = 4$ . Tính  $I = \int_0^4 f(x)dx$ .

- A.  $I = 5$ .                      B.  $I = 36$ .                      C.  $I = \frac{9}{4}$ .                      D.  $I = 13$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Ta có:  $I = \int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = 9 + 4 = 13$ .

» **Câu 7.** Cho  $\int_1^4 f(x)dx = 2$ ,  $\int_1^4 g(x)dx = 5$  tìm khẳng định sai dưới đây.

- A.  $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 7$ .                      B.  $\int_1^4 2f(x)dx = 4$ .  
C.  $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = 3$ .                      D.  $\int_1^4 [-g(x)]dx = -5$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Ta có  $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 3$

» **Câu 8.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 1$ , trục hoành và các đường  $x = 0$ ,  $x = 2$  là?

- A.  $S = \frac{10}{3}$ .                      B.  $S = \frac{14}{3}$ .                      C.  $S = \frac{17}{3}$ .                      D.  $S = 4$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Diện tích hình phẳng cần tìm là  $S = \int_0^2 |x^2 + 1|dx = \int_0^2 (x^2 + 1)dx = \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^2 = \frac{14}{3}$ .

» **Câu 9.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

- A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \right|$ .                      B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)|dx$ .  
C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)|dx$ .                      D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$ .

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $-2x + 2y - z - 2025 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là



- A.  $(4; -4; 2)$ .      B.  $(-2; 2; -3)$ .      C.  $(-4; 4; 2)$ .      D.  $(0; 0; -3)$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Dựa vào mặt phẳng  $(P)$ , ta được vectơ pháp tuyến là  $(-2; 2; -1)$ . Chọn đáp án A vì nó cùng phương với  $(-2; 2; -1)$ .

» **Câu 11.** Cho mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình là  $x + 2y - 1 = 0$ , vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  là?

- A.  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .      B.  $\vec{n} = (-1; -2; 1)$ .      C.  $\vec{n} = (1; 2; 0)$ .      D.  $\vec{n} = (1; -2; 0)$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 5 = 0$ . Điểm nào dưới đây không thuộc  $(P)$ ?

- A.  $A(2; -1; -5)$ .      B.  $B(0; 0; 5)$ .      C.  $C(5; 0; 0)$ .      D.  $D(1; 1; 6)$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Vì  $2 - 2 \cdot (-1) + (-5) - 5 = -6 \neq 0$  nên điểm  $A(2; -1; -5)$  không thuộc  $(P)$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = 2x$  và  $g(x) = x^2 - 4x$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$		
(b)	$\int g(x)dx = \left(\int xdx\right)^2 - \int 4xdx$		
(c)	$\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)}dx = (x^2 - 2x)\Big _1^2$		
(d)	Có tất cả 3 giá trị $m > 0$ thỏa mãn $\int_0^m  f(x) - 2 dx = 0$		

» *Lời giải*

(a)  $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$ .

Theo tính chất của nguyên hàm  $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\int g(x)dx = \left(\int xdx\right)^2 - \int 4xdx$ .

$\int g(x)dx = \int x^2dx - \int 4xdx$ .

» **Chọn SAI.**

(c)  $\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)}dx = (x^2 - 2x)\Big|_1^2$ .



$$\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 4x}{2x} dx = \int_1^2 \left( \frac{x}{2} - 2 \right) dx = \left( \frac{x^2}{4} - 2x \right) \Big|_1^2.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Có tất cả 3 giá trị  $m > 0$  thỏa mãn  $\int_0^m |f(x) - 2| dx = 0$ .

$$\int_0^m |f(x) - 2| dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^m |2x - 2| dx = 0 (*)$$

**Trường hợp 1:**  $0 < m < 1$

$$(*) \Leftrightarrow \int_0^m (-2x + 2) dx = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 2x) \Big|_0^m = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện, cả hai giá trị không thỏa mãn.

**Trường hợp 2:**  $m \geq 1$

$$(*) \Leftrightarrow \int_0^1 (-2x + 2) dx + \int_1^m (2x - 2) dx = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 2x) \Big|_0^1 + (x^2 - 2x) \Big|_1^m = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + (m^2 - 2m + 1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 2 = 0 (1)$$

Phương trình (1) vô nghiệm.

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Toạ độ tâm của mặt cầu $(S)$ là $I(1;2;3)$ .		
(b)	Mặt phẳng $(P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;2;-1)$ .		
(c)	Khoảng cách từ tâm của mặt cầu $(S)$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng 10.		
(d)	Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S)$ sao cho khoảng cách từ $M$ đến $(P)$ nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng 3.		

» **Lời giải**

(a) Toạ độ tâm của mặt cầu  $(S)$  là  $I(1;2;3)$ .

Khi đó  $a+b+c$  có giá trị bằng 3.

Toạ độ tâm của mặt cầu  $(S)$  là  $I(1;2;3)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mặt phẳng  $(P)$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2;2;-1)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2;2;-1)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Khoảng cách từ tâm của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng 10.

Ta có khoảng cách từ tâm của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng  $(P)$  là



$$d(I;(P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 + 24|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 9.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ  $M$  đến (P) nhỏ nhất. Khi đó  $a+b+c$  có giá trị bằng 3.

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9 \text{ có } \begin{cases} I(1;2;3) \\ R=3 \end{cases}.$$

Ta có  $d(I,(P)) = 9 > R$  nên mặt phẳng (P) và (S) không có điểm chung.

$$\text{Gọi } d \text{ là đường thẳng đi qua tâm } I \text{ và vuông góc với } (P) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Điểm  $M$  cần tìm là giao điểm của  $d$  và (S).

Tọa độ của  $M$  là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \\ t^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 3 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = -1 \\ x = -1 \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1(3;4;2) \\ M_2(-1;0;4) \end{cases}$$

$d(M_1,(P)) > d(M_2,(P))$ . Vậy điểm  $M_2(-1;0;4)$  là điểm cần tìm. Suy ra  $a+b+c = 3$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

$$\text{Ta có } \int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3.$$

Do đó  $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$ .

» **Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho cho tứ diện ABCD biết  $A(3;0;0), B(0;6;0), C(0;0;9), D(3;6;9)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng CD có dạng  $ax + by + cz - 15 = 0$  ( $a; b; c \in \mathbb{Z}$ ). Tính giá trị  $S = a + b + c$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$\text{Ta có: } \overline{CD} = (3;6;0)$$



Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$  ta có  $I\left(\frac{3}{2}; 3; 9\right)$ .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $CD$  đi qua trung điểm  $I$  của  $CD$  và vuông góc với  $CD$  nên có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CD} = (1; 2; 0)$ .

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $CD$  là:

$$1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 2(y - 3) + 0(z - 9) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - 15 = 0.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow S = 6$$

- » **Câu 17.** Một chiếc xe chuyển động trên đoạn đường thẳng, vận tốc của xe tại thời điểm  $t$  (tính bằng giây) được mô tả bởi hàm số  $v(t) = 2t^2 + 3$  (m/s). Tính vận tốc trung bình của xe trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 5$  giây (làm tròn đến hàng phần mười)?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 19,7**

Vận tốc trung bình của xe trong khoảng thời gian từ  $t = 0$  đến  $t = 5$  giây là:

$$v_{tb} = \frac{1}{b-a} \int_a^b v(t) dt = \frac{1}{5} \int_0^5 (2t^2 + 3) dt = \frac{1}{5} \left( \frac{2}{3} t^3 + 3t \right) \Big|_0^5 = \frac{1}{5} \left( \frac{295}{3} - 0 \right) = \frac{59}{3} \approx 19,7.$$

- » **Câu 18.** Một hoa văn được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình chữ nhật bằng cách vẽ hai phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết rằng  $AB = 4$  (dm);  $BC = 8$  (dm), giá trang trí  $1$  (dm<sup>2</sup>) hoa văn được tô đậm là 60.000 đồng và  $1$  (dm<sup>2</sup>) phần trắng là 45.000 đồng, cần bỏ ra bao nhiêu triệu đồng để trang trí 100 hoa văn đó?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 160**

Vì  $AB = 4$  (dm);  $BC = 8$  (dm)  $\Rightarrow A(-2; 4), B(2; 4), C(2; -4), D(-2; -4)$ , parabol có đỉnh  $O(0; 0)$  nên có công thức là:  $y = x^2$  hoặc  $y = -x^2$

$$\text{Diện tích phần được tô đậm là: } S_1 = 4 \int_0^2 x^2 dx = \frac{32}{3} \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là: } S = 4 \cdot 8 = 32 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích phần trắng là: } S_2 = S - S_1 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} \text{ (dm}^2\text{)}$$

Số tiền cần bỏ ra để trang trí 100 hoa văn là:

$$T = \left( \frac{32}{3} \times 60.000 + \frac{64}{3} \times 45.000 \right) \times 100 = 160.000.000 \text{ (đồng)}.$$

#### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- » **Câu 19.** Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay:
- Chiếc máy bay thứ nhất ở vị trí  $A$  cách điểm xuất phát về phía Đông 60 (km) và về phía Nam 40 (km), đồng thời cách mặt đất 2 (km).

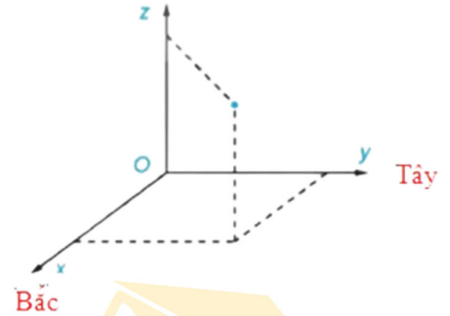




- Chiếc máy bay thứ hai ở vị trí  $B$  cách điểm xuất phát về phía Bắc  $80$  (km), về phía Tây  $50$  (km), đồng thời cách mặt đất  $4$  (km).
  - Chiếc máy bay thứ ba ở vị trí  $I$  nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.
- Viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $I$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , với gốc đặt tại điểm xuất phát của ba chiếc máy bay, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất, trục  $Ox$  hướng về phía Bắc, trục  $Oy$  hướng về phía Tây, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Sau một thời gian bay:

- Tọa độ chiếc máy bay thứ nhất là  $A(-40; -60; 2)$ .
- Tọa độ chiếc máy bay thứ hai là  $B(80; 50; 4)$ .
- Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên máy bay thứ ba ở vị trí trung điểm  $I$  của  $AB$ , suy ra tọa độ chiếc máy bay thứ ba là  $I(20; -5; 3)$

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (120; 110; 2) \Rightarrow \vec{n} = (60; 55; 1)$  là vectơ pháp tuyến của  $(P)$

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

$$60(x - 20) + 55(y + 5) + (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 60x + 55y + z - 928 = 0$$

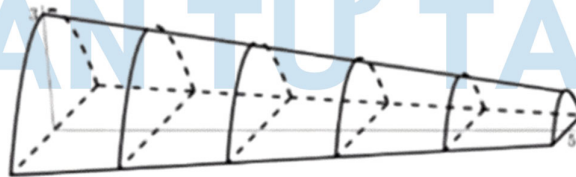
- » **Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x} + x^2$ . Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $g(x) = 2f(x)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\int g(x) dx = \int 2f(x) dx$

$$= \int 2(e^{2x} + x^2) dx = 2 \int e^{2x} dx + 2 \int x^2 dx = e^{2x} + \frac{2}{3} x^3 + C.$$

- » **Câu 21.** Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ

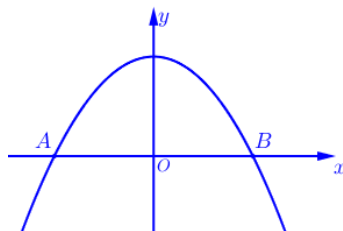


Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài  $5$  (cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức  $y = 3 - \frac{2}{5}x$  (cm), với  $x$  (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị  $cm^3$ ) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



🔗 *Lời giải*

Xét một thiết diện là parabol có chiều cao là  $h$  và độ dài đáy là  $2h$  và chọn hệ trục  $Oxy$  như hình vẽ.



Parabol  $(P)$  có phương trình  $y = ax^2 + h$  ( $a < 0, h > 0$ )

Ta có:  $B(h; 0) \in (P) \Leftrightarrow ah^2 + h = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h}$  (do  $h > 0$ )  $\Rightarrow (P): y = -\frac{1}{h}x^2 + h$

Diện tích thiết diện là  $S(x) = \int_{-h}^h \left( -\frac{1}{h}x^2 + h \right) dx = \frac{4h^2}{3}$

Do  $h = 3 - \frac{2}{5}x \Rightarrow S(x) = \frac{4}{3} \left( 3 - \frac{2}{5}x \right)^2$

Thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$$V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \frac{4}{3} \left( 3 - \frac{2}{5}x \right)^2 dx \approx 28,88 \text{ cm}^3 \approx 29 \text{ cm}^3.$$

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 7**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Tính  $I = \int_0^1 (e^x + 3\sqrt{x}) dx$ .

- A.**  $2 + e$ .                      **B.**  $1 + e$ .                      **C.**  $1 + e^2$ .                      **D.**  $3$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có  $I = \int_0^1 (e^x + 3\sqrt{x}) dx = (e^x + 2x\sqrt{x}) \Big|_0^1 = e + 2$ .

» **Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.**  $M(-1; -1; -1)$ .                      **B.**  $N(1; 1; 1)$ .                      **C.**  $P(-3; 0; 0)$ .                      **D.**  $Q(0; 0; -3)$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Thay tọa độ điểm  $N$  vào phương trình mặt phẳng  $(P)$  ta có  $1 + 1 + 1 - 3 = 0$ . Do đó  $N \in (P)$ .

» **Câu 3.** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(5; 2; 1)$

- A.**  $6x + 3y - 27 = 0$ .                      **B.**  $8x + 2y + 4z - 27 = 0$ .  
**C.**  $8x + 2y + 4z + 27 = 0$ .                      **D.**  $4x + y + 2z - 3 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Ta có:  $\overline{AB} = (4; 1; 2)$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow I\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  đi qua trung điểm  $I\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$

của  $AB$  và nhận  $\overline{AB} = (4; 1; 2)$  làm vectơ pháp tuyến có dạng:

$$4(x - 3) + \left(y - \frac{3}{2}\right) + 2z = 0 \Leftrightarrow 4x + y + 2z - \frac{27}{2} = 0 \Leftrightarrow 8x + 2y + 4z - 27 = 0.$$

» **Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.**  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$ .



**B.**  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

**C.**  $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

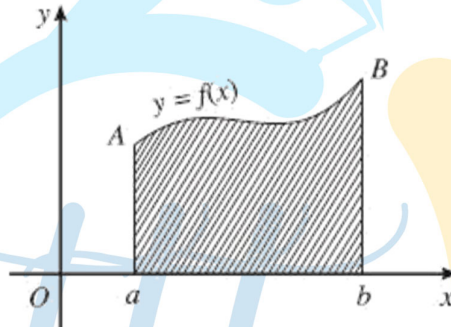
**D.**  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

» **Câu 5.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$ , gọi  $S$  là diện tích phần gạch sọc. Hãy chọn khẳng định đúng



**A.**  $S = -\int_a^b f(x) dx.$

**B.**  $S = \int_a^b f(x) dx.$

**C.**  $S = \int_b^a f(x) dx.$

**D.**  $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

Theo ý nghĩa của tích phân  $S = \int_a^b f(x) dx.$

» **Câu 6.** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 5, y = 6x, x = 0, x = 1.$  Tính  $S.$

**A.**  $\frac{4}{3}$

**B.**  $\frac{7}{3}$

**C.**  $\frac{8}{3}$

**D.**  $\frac{5}{3}$

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1.$

Diện tích hình phẳng cần tìm:  $S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}.$

» **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz,$  cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}.$  Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$

**A.**  $\vec{u}_3 = (3; -1; -2).$

**B.**  $\vec{u}_4 = (4; 2; 3).$

**C.**  $\vec{u}_2 = (4; -2; 3).$

**D.**  $\vec{u}_1 = (3; 1; 2).$

☞ **Lời giải**

**Chọn C**



Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$ .

» **Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

**A.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**B.**  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .

**C.**  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .

**D.**  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**

Theo lý thuyết ta có:  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

» **Câu 9.** Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ , ( $-2 \leq x \leq 2$ ), mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là  $\sqrt{4-x^2}$ . Thể tích của vật thể đã cho bằng

**A.**  $\frac{2}{3}\pi$ .

**B.**  $\frac{32}{3}$ .

**C.**  $\frac{32}{3}\pi$ .

**D.**  $\frac{2}{3}$ .

» **Lời giải**

**Chọn B**

Diện tích của mặt cắt hình vuông là  $S(x) = (\sqrt{4-x^2})^2 = 4-x^2$ .

Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_{-2}^2 S(x) dx = \int_{-2}^2 (4-x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-2}^2 = \left(\frac{16}{3} + \frac{16}{3}\right) = \frac{32}{3}.$$

» **Câu 10.** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x+5$ ,  $x=0$ ;  $x=2$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  là

**A.**  $\frac{218\pi}{3}$ .

**B.**  $\frac{218}{3}$ .

**C.**  $218\pi$ .

**D.**  $\frac{21\pi}{6}$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích khối tròn xoay khi quay  $D$  quanh  $Ox$  là

$$V = \pi \int_0^2 (x+5)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^2 + 10x + 25) dx = \pi \left( \frac{x^3}{3} + 5x^2 + 25x \right) \Big|_0^2 = \frac{218\pi}{3}.$$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$  và  $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $(P) // (Q)$ .

**B.**  $(P) \equiv (Q)$ .

**C.**  $(P)$  cắt  $(Q)$ .

**D.**  $(P) \perp (Q)$ .

» **Lời giải**

**Chọn C**

Xét  $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$  và  $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$  có  $\frac{2}{4} \neq \frac{-3}{-13} \Rightarrow (P)$  cắt  $(Q)$ .



» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$  và  $d_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=3-t \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $d_1 // d_2$ .

**B.**  $d_1$  và  $d_2$  chéo nhau

**C.**  $d_1 \equiv d_2$ .

**D.**  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau

» **Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $d_1: \frac{x}{-3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$  đi qua điểm  $A(0; -1; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (-3; 1; 1)$ .

Đường thẳng  $d_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=3-t \end{cases}$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_2 = (3; -1; -1)$ .

Ta có  $\vec{u}_1 = -\vec{u}_2$  và  $A \notin d_2$ . Do đó  $d_1 // d_2$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ . Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  và  $F(1) = 5$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$F(4) = 37$		
(b)	$\int_2^5 (x^2 - 3x + 5) dx = \frac{45}{2}$		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 5$ , $g(x) = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ bằng 4.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 5, g(x) = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quanh trục $Ox$ bằng $\frac{48}{5}\pi$ .		

» **Lời giải**

(a)  $F(4) = 37$ .

Ta có:  $F(x) = \int (x^2 - 3x + 5) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 5x + C$ .

Vì  $F(1) = 5$  nên  $\frac{1^3}{3} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 5 \cdot 1 + C = 5 \Leftrightarrow C = \frac{7}{6}$ .

Ta suy ra  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 5x + \frac{7}{6}$ .

Do đó  $F(4) = \frac{37}{2}$ .

» **Chọn SAI.**

(b)  $\int_2^5 (x^2 - 3x + 5) dx = \frac{45}{2}$ .



Ta có:  $\int_2^5 (x^2 - 3x + 5) dx = \left( \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 5x \right) \Big|_2^5 = \frac{175}{6} - \frac{20}{3} = \frac{45}{2}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ,  $g(x) = x + 2$  và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  bằng 4.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 3x + 5 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_1^3 |x^2 - 3x + 5 - (x + 2)| dx = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \frac{4}{3}$$

» **Chọn SAI.**

(d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ,  $g(x) = x + 2$  và hai đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 3$  quanh trục  $Ox$  bằng  $\frac{48}{5}\pi$ .

Thể tích khối tròn xoay là:  $V = \pi \int_1^3 \left| (x^2 - 3x + 5)^2 - (x + 2)^2 \right| dx = \frac{48}{5}\pi$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-3; 1; 2)$ ,  $B(1; 5; -2)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình tổng quát là  $2x - 4y + 4z + 3 = 0$ .

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(P)$ bằng $\frac{1}{6}$		
(b)	Gọi đường thẳng $d$ đi qua $A$ và vuông góc với $(P)$ . Phương trình tham số của đường thẳng $d$ là $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$		
(c)	Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm $A, B$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P)$ . Mặt phẳng $(\alpha)$ có phương trình tổng quát là $5x - 4y + z + 17 = 0$ .		
(d)	Cho điểm $M\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$ thuộc mặt phẳng $(P)$ . Gọi đường thẳng $\Delta$ là hình chiếu của đường thẳng $BM$ lên $(P)$ . Đường thẳng $\Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (68; 44; 10)$		

» **Lời giải**

(a) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $\frac{1}{6}$ .



Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot (-3) - 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2}} = \frac{1}{6}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Gọi đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ . Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  là

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$ .

Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $(P)$  nên  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$ .

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  nên có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua hai điểm  $A, B$  đồng thời vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình tổng quát là  $5x - 4y + z + 17 = 0$ .

$(\alpha)$  đi qua hai điểm  $A, B$  đồng thời vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  nên có cặp vectơ chỉ phương là  $\vec{n} = (1; -2; 2)$  và  $\overrightarrow{AB} = (4; 4; -4)$  (hay  $\vec{a} = (1; 1; -1)$ ).

Do đó  $(\alpha)$  có vectơ pháp tuyến  $[\vec{n}, \vec{a}] = (0; 3; 3)$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  có phương trình tổng quát là  $y + z - 3 = 0$ .

» **Chọn SAI.**

(d) Cho điểm  $M\left(-\frac{3}{2}; 0; 0\right)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$ . Gọi đường thẳng  $\Delta$  là hình chiếu của đường thẳng  $BM$  lên  $(P)$ . Đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_\Delta = (68; 44; 10)$ .

Có  $\overrightarrow{MB} = \left(\frac{5}{2}; 5; -2\right)$ ,  $\vec{b} = 2\overrightarrow{MB} = (5; 10; -4)$ .

Đặt  $\vec{c} = [\vec{n}, \vec{b}] = (12; -14; -20)$ .

Do  $\vec{c} \perp \vec{n}, \vec{b} \Rightarrow \vec{c} \perp \vec{u}_\Delta$ , mặt khác  $\vec{n} \perp \vec{u}_\Delta$ , khi đó  $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}, \vec{c}] = (68; 44; 10)$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x) = 3^x$ , trục  $Ox$ , đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 1$ . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

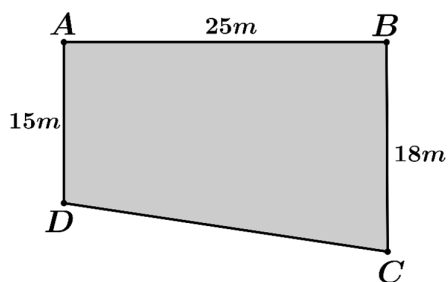
» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,8**

$$S = \int_0^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3} \approx 1,8.$$

» **Câu 16.** Một phần sân trường được định vị bởi các điểm  $A, B, C, D$ , như hình vẽ:

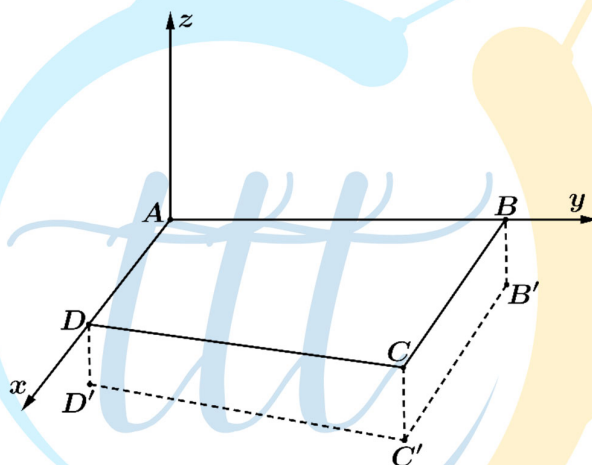




Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết  $ABCD$  là hình thang vuông ở  $A$  và  $B$  với độ dài  $AB = 25\text{ m}$ ,  $AD = 15\text{ m}$ ,  $BC = 18\text{ m}$ . Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở  $C$  nên người ta lấy độ cao ở các điểm  $B, C, D$  xuống thấp hơn so với độ cao ở  $A$  là  $10\text{ cm}$ ,  $a\text{ cm}$ ,  $6\text{ cm}$  tương ứng. Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?

🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời: 17,2*



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  sao cho  $O \equiv A$ , tia  $Ox \equiv AD$ ; tia  $Oy \equiv AB$ .

Khi đó:  $A(0;0;0)$ ;  $B(0;2500;0)$ ;  $C(1800;2500;0)$ ;  $D(1500;0;0)$ .

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm  $B, C, D$  xuống thấp hơn so với độ cao ở  $A$  là  $10\text{ cm}$ ,  $a\text{ cm}$ ,  $6\text{ cm}$  tương ứng ta có các điểm mới  $B'(0;2500;-10)$ ;  $C'(1800;2500;-a)$ ;  $D'(1500;0;-6)$ . Theo bài ra có bốn điểm  $A; B'; C'; D'$  đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng  $(AB'D')$ :  $x + y + 250z = 0$ .

Do  $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$  nên ta có  $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$ .

Do  $C'(1800; 2500; -a) \in (AB'D')$  nên ta có  $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$ .

Vậy  $a = 17,2\text{ cm}$ .

- » **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;0;1)$ ,  $B(1;1;0)$  và  $C(3;4;-1)$ . Phương trình đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$  có dạng  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{m} = \frac{z-1}{n}$  ( $m; n \in \mathbb{Z}$ ). Tính giá trị  $S = m + n$

🔗 *Lời giải*

✓ *Trả lời: 2*



Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và song song với  $BC$  nhận  $\overrightarrow{BC} = (2; 3; -1)$  làm một véc tơ chỉ phương.

Phương trình của đường thẳng  $d$ :  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m=3 \\ n=-1 \end{cases} \Rightarrow S = m+n = 2$$

- » **Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(-2; 1; 5)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (0; -2; 6)$  với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$ . Gọi tọa độ  $M(a; b; c)$ . Tính  $2a + 3b + c$ .



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Phương trình tham số của đường cáp là:  $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài  $AM = 4t$  (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm  $M$  thì  $AM = 4 \cdot 5 = 20$  (m).

Vì  $M \in d \Rightarrow M(-2; 1 - 2k; 5 + 6k)$

$\overrightarrow{AM}(0; -2k; 6k)$ . Do 2 vectơ  $\overrightarrow{AM}; \vec{u}$  cùng hướng  $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì  $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$ .

Vậy tọa độ  $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$ . Khi đó  $2a + 3b + c = -4 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 4$ .

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**

- » **Câu 19.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$  trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $F(0) = 0$ . Tính  $F(1)$ .

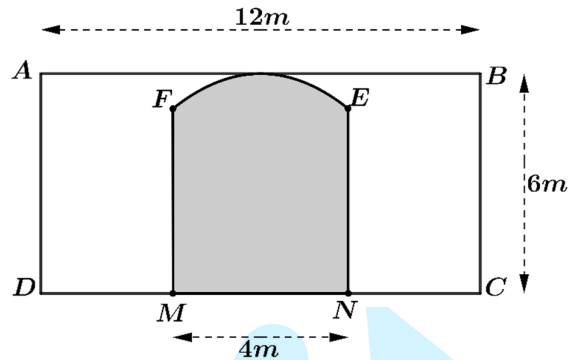
» **Lời giải**

$$\text{Ta có: } F(1) - F(0) = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 3^x dx = \left. \frac{3^x}{\ln 3} \right|_0^1 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3}$$

$$\text{Suy ra } F(1) = \frac{2}{\ln 3} + F(0) = \frac{2}{\ln 3} + 0 = \frac{2}{\ln 3}.$$



- » **Câu 20.** Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí như phần  $MNEIF$  được tô đậm trong hình vẽ bên dưới ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật  $ABCD$  có  $BC = 6m, CD = 12m$ .



Biết  $MN = 4m$ ; cung  $EIF$  có hình parabol với đỉnh  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  và đi qua hai điểm  $C, D$ . Kinh phí làm bức tranh là  $1200000$  đồng/ $m^2$ . Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

» **Lời giải**

Gọi  $O$  là trung điểm cạnh  $MN$  và trùng với gốc tọa độ  $\Rightarrow M(-2;0); N(2;0)$ .

Phương trình parabol đỉnh  $I(0;6)$  và đi qua hai điểm  $D(-6;0); C(6;0)$  là

$$(P): y = -\frac{1}{6}x^2 + 6.$$

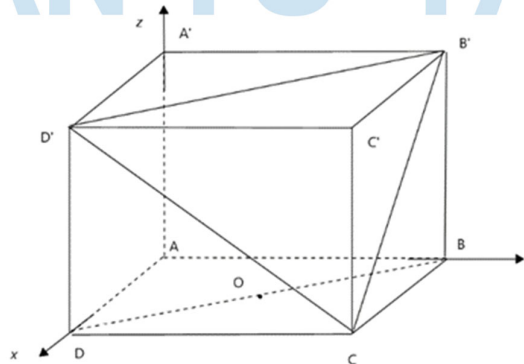
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P): y = -\frac{1}{6}x^2 + 6; y = 0; x = -2; x = 2$ .

$$\text{Khi đó: } S = \int_{-2}^2 \left| -\frac{1}{6}x^2 + 6 \right| dx = \frac{208}{9} (m^2).$$

Vậy công ty đó cần số tiền để làm bức tranh là:  $\frac{208}{9} \cdot 1200000 \approx 27733000$  (đồng).

- » **Câu 21.** Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng, một người chơi đặt điểm ngắm tại điểm  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  trong căn phòng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có kích thước  $AB = 50(m), AD = 35(m), AA' = 10(m)$ . Người chơi có nhiệm vụ từ điểm ngắm đã đặt bắn trúng một mục tiêu di động trên mặt phẳng  $(CB'D')$ . Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đó đến mục tiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

» **Lời giải**





Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có  $B'(0;50;10), D'(35;0;10), C(35;50;0)$  và  $O(17,5;25;0)$

Mặt phẳng  $(CB'D')$  nhận  $\overrightarrow{B'D'} = (35; -50; 0)$  và  $\overrightarrow{CB'} = (35; 0; -10)$  làm cặp vectơ chỉ phương nên  $(CB'D')$  nhận  $\vec{n} = [\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{CB'}] = (500; 350; 1750)$  làm vectơ pháp tuyến.

Mặt khác,  $(CB'D')$  qua  $D'(35;0;10)$  nên có phương trình  $50x + 35y + 175z - 3500 = 0$

Do mục tiêu di động trên mặt phẳng  $(CB'D')$  nên khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đến mục tiêu chính là khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(CB'D')$

$$\text{Ta có } d(O; (CB'D')) = \frac{|50 \cdot 17,5 + 35 \cdot 25 + 175 \cdot 0 - 3500|}{\sqrt{50^2 + 35^2 + 175^2}} \approx 9,44(m).$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đến mục tiêu là khoảng 9,44 mét.

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



TOÁN TỪ TÂM

KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 8**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Khẳng định nào sau đây *sai*?

A.  $\int 0 dx = C.$

B.  $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C.$

C.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

D.  $\int e^x dx = e^x + C.$

» *Lời giải*

**Chọn C**

Ta có:  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow C$  sai.

» **Câu 2.** Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm  $f, g$  liên tục trên  $K$  và  $a, b$  là các số bất kỳ thuộc  $K$ ?

A.  $\int_a^b [f(x) + 2] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b dx.$

B.  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

C.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

D.  $\int_a^b f^2(x) dx = \left[ \int_a^b f(x) dx \right]^2.$

» *Lời giải*

**Chọn A**

Theo tính chất tích phân ta có

$$\int_a^b [f(x) + 2] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx; \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

» **Câu 3.** Tính  $\int_1^4 (\sqrt{x} + 2^x \cdot \ln 2) dx.$

A.  $\frac{28}{3}$

B.  $\frac{56}{3}$

C.  $\frac{58}{3}$

D.  $\frac{29}{3}$

» *Lời giải*

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int_1^4 (\sqrt{x} + 2^x \cdot \ln 2) dx = \left( \frac{2}{3} x\sqrt{x} + 2^x \right) \Big|_1^4 = \left( \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \sqrt{4} + 2^4 \right) - \left( \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{1} + 2^1 \right) = \frac{56}{3}.$$

» **Câu 4.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 4$ , trục hoành,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

A.  $\frac{13}{3}\pi$

B.  $\frac{13}{3}$

C.  $\frac{13}{6}$

D.  $\frac{13}{6}\pi$

» *Lời giải*



**Chọn B**

$$\text{Ta có } S = \int_0^1 |x^2 + 4| dx = \int_0^1 (x^2 + 4) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^1 = \frac{13}{3}.$$

» **Câu 5.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x$ ;  $y = x$ ;  $x = 4$  và trục tung.

- A.  $\frac{64}{3}\pi$                       B.  $\frac{64}{3}$                       C.  $\frac{128}{3}$                       D.  $\frac{128}{3}\pi$

» *Lời giải*

**Chọn B**

$$\text{Ta có } S = \int_0^4 |x^2 + x - x| dx = \int_0^4 x^2 dx = \left( \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{64}{3}.$$

» **Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ  $M(1; 2; -3)$  đến  $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$  là

- A. 3.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{11}{3}$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|1 + 4 - 6 - 10|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{11}{3}$$

» **Câu 7.** Xét trong không gian  $Oxyz$ , tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = -1$  và  $x = 1$  biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) là một hình vuông cạnh là  $2\sqrt{1 - x^2}$ .

- A.  $V = \frac{16}{3}$ .                      B.  $V = \frac{16\pi}{3}$ .                      C.  $V = \frac{14}{3}$ .                      D.  $V = \frac{14\pi}{3}$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Thiết diện của vật thể bị cắt là hình vuông có cạnh là  $2\sqrt{1 - x^2}$  nên diện tích thiết diện là  $S(x) = 4(1 - x^2)$ .

$$\text{Thể tích của vật thể: } V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 4(1 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{16}{3}.$$

» **Câu 8.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là

- A.  $x^3 + C$ .                      B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$ .                      C.  $6x + C$ .                      D.  $x^3 + x + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \int (3x^2 + 1) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C.$$

» **Câu 9.** Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ .

- A.  $V = \frac{8\pi}{15}$ .                      B.  $V = \frac{7\pi}{8}$ .                      C.  $V = \frac{8\pi}{7}$ .                      D.  $V = \frac{15\pi}{8}$ .



» *Lời giải*

**Chọn A**

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left( \frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^1 = \pi \left( \frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $-2x + 2y - z - 3 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến là

- A.**  $(0; 0; -3)$ .      **B.**  $(4; -4; 2)$ .      **C.**  $(-2; 2; -3)$ .      **D.**  $(-4; 4; 2)$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Dựa vào phương trình mặt phẳng  $(P)$ , ta được vectơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $(-2; 2; -1)$ . Chọn đáp án B vì nó cùng phương với  $(-2; 2; -1)$ .

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

- A.**  $2y + 3z - 11 = 0$ .      **B.**  $2x - 3y - 11 = 0$ .      **C.**  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ .      **D.**  $3y + 2z - 11 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ , vectơ pháp tuyến của mp  $(P)$  là  $\vec{n}_p = (1; -3; 2)$ .

Từ giả thiết suy ra  $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_p] = (0; 8; 12)$  là vectơ pháp tuyến của mp  $(Q)$ .

Mp  $(Q)$  đi qua điểm  $A(2; 4; 1)$  suy ra phương trình tổng quát của mp  $(Q)$  là:

$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$  và mặt phẳng  $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$ . Vị trí tương đối của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  là

- A.** Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$ .  
**B.** Mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q)$ .  
**C.** Mặt phẳng  $(P)$  cắt và không vuông với mặt phẳng  $(Q)$ .  
**D.** Mặt phẳng  $(P)$  trùng với mặt phẳng  $(Q)$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \frac{2}{-4} = \frac{4}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2} \Rightarrow (P) // (Q)$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = 2x + 3$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$ .		



(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx + \int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ , trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục $Ox$ bằng $\frac{1556\pi}{15}$ .		

» **Lời giải**

(a) Biết  $F(1) = 2$  thì  $F(x) = x^2 + 3x + 2$ .

Ta có  $F(x) = \int f(x)dx = \int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$ .

$F(1) = 2 \Leftrightarrow 1^2 + 3 \cdot 1 + C = 2 \Rightarrow C = -2$ .

Vậy,  $F(x) = x^2 + 3x - 2$ .

» **Chọn SAI.**

(b) Giá trị của  $\int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx + \int_{-1}^0 f(x)dx$  bằng 42.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx + \int_{-1}^0 f(x)dx &= \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = \int_{-1}^5 f(x)dx = 42 \end{aligned}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và  $x = -2, x = 1$  bằng 6.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:  $S = \int_{-2}^1 |2x+3|dx = \frac{13}{2}$ .

» **Chọn SAI.**

(d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = f(x)$  và

$y = x^2 - 2x + 6$  quanh trục  $Ox$  bằng  $\frac{1556\pi}{15}$ .

Phương trình hoành độ giao điểm:  $2x+3 = x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ .

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:  $V = \pi \int_1^3 \left| (2x+3)^2 - (x^2 - 2x + 6)^2 \right| dx = \frac{1556\pi}{15}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 3 = 0$  và điểm

$A(2; 1; 2)$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm $A$ đến $(P)$ bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .		





(b)	Đường thẳng $d$ đi qua điểm $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$	
(c)	Mặt phẳng $(Q)$ qua 2 điểm $B(1;1;0)$ , $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)$ có phương trình $(Q): 2x + y = 0$ .	
(d)	Đường thẳng $d'$ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$	

» **Lời giải**

(a) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến  $(P)$  bằng  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .

$$\text{Ta có } d(A, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{1 + (-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$$

Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(2;1;2)$  và có véc to chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 0)$  nên có

$$\text{phương trình là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Mặt phẳng  $(Q)$  qua 2 điểm  $B(1;1;0)$ ,  $C(-2;1;1)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $(Q): 2x + y = 0$ .

Ta có  $(Q)$  chứa  $B, C$  nên  $\vec{BC} = (-3; 0; 1)$  là một véc to chỉ phương của  $(Q)$ .

Lại có  $(Q)$  vuông góc với  $(P)$  nên  $\vec{n}_p = (1; -2; 0)$  là một véc to chỉ phương của  $(Q)$ .

Khi đó  $[\vec{BC}; \vec{n}_p] = (2; 1; 6)$  là một véc to pháp tuyến của  $(Q)$ .

Vậy  $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$ .

» **Chọn SAI.**



(d) Đường thẳng  $d'$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$$

Ta có  $(P) \cap (Q) = d'$  nên  $d'$  có dạng  $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x + y + 6z - 3 = 0 \end{cases}$  đi qua điểm  $M\left(-3; 0; \frac{3}{2}\right)$

Gọi  $\vec{u}$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d'$ , ta có  $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$  với  $\vec{n}_P = (1; -2; 0), \vec{n}_Q = (2; 1; 6)$  nên  $\vec{u} = (-12; -6; 3) = -3(4; 2; -1)$

Vậy : phương trình  $d'$  là 
$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Bạn An bơm nước vào bể cá vừa được làm sạch. Gọi  $h(t)$  là thể tích nước bơm được sau  $t$  phút. Biết  $h'(t) = 3at^2 + 2bt$  và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là  $150 \text{ dm}^3$ , sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là  $1100 \text{ dm}^3$ . Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 30 phút là bao nhiêu  $\text{m}^3$ ?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 27,9**

Ta có:  $h(t) = \int h'(t) dt = \int (3at^2 + 2bt) dt = at^3 + bt^2 + C$ .

Do ban đầu bể không có nước nên  $h(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow h(t) = at^3 + bt^2$ .

Lúc 5 phút:  $h(5) = a.5^3 + b.5^2 = 150$  (1).

Lúc 10 phút:  $h(10) = a.10^3 + b.10^2 = 1100$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $a = 1, b = 1 \Rightarrow h(t) = t^3 + t^2 \Rightarrow h(30) = 30^3 + 30^2 = 27900 \text{ dm}^3 = 27,9 \text{ m}^3$ .

» **Câu 16.** Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra một quy luật nó chuyển động trong nước yên lặng là  $s(t) = -\frac{t^2}{10} + 4t$ , với  $t$  (giờ) là khoảng thời gian từ lúc con cá bắt đầu chuyển động và  $s$  (km) là quãng đường con cá bơi trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi vào dòng nước có vận tốc dòng nước chảy là 2 km/h. Tính khoảng cách xa mà con cá hồi có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10**

Vận tốc của con cá là  $v(t) = s'(t) = -\frac{t}{5} + 4$ .



Vận tốc thực của cá khi bơi ngược dòng là  $v(t) - 2 = -\frac{t}{5} + 2$ .

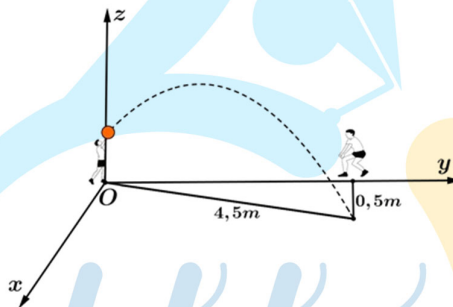
Quãng đường con cá bơi được kể trong thời gian kể từ lúc bắt đầu là:

$$S(t) = \int_0^t \left(-\frac{t}{5} + 2\right) dt = -\frac{t^2}{10} + 2t + C.$$

$$\text{Mà } S(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow S(t) = -\frac{t^2}{10} + 2t = -\frac{1}{10}(t^2 - 20t) = -\frac{1}{10}(t-10)^2 + 10 \leq 10.$$

Vậy khoảng cách xa nhất mà cá hồi có thể bơi ngược dòng để đẻ trứng là 10 km.

- » **Câu 17.** Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Nam và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Nam ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Nam và rơi xuống vị trí cách An 0,5 m và cách Nam 4,5 m được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha): ax + \frac{1}{2}y + cx + d = 0$  và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của  $a + c + d$  bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4,5**

Gọi  $M$  là điểm mà quả bóng chạm đất.

$$\text{Khi đó } x_M = 0,5, y_M = \sqrt{4,5^2 - 0,5^2} = 2\sqrt{5}$$

Vì  $(\alpha) \perp (Oxy)$  nên  $(\alpha)$  có vectơ chỉ phương  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Mà  $(\alpha)$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{OM} = (0,5; 2\sqrt{5}; 0)$

Khi đó véc tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là  $\vec{n}_\alpha = [\vec{k}, \vec{OM}] = (-2\sqrt{5}; 0,5; 0)$ .

Vậy  $(\alpha): -2\sqrt{5}x + 0,5y = 0$  nên  $a = -2\sqrt{5}; b = 0,5; c = 0; d = 0 \Rightarrow a + b + c + d \approx -4,5$ .

- » **Câu 18.** Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian  $Oxyz$  hai con đường đó thuộc hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ;  $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$ . Người ta muốn tạo một con đường  $\Delta$  cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất. Tính độ dài  $AB$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,45**

Ta có  $AB$  ngắn nhất khi  $AB$  là đoạn vuông góc chung của  $d_1$  và  $d_2$ .

$$\text{Gọi } A(2+a; 2+a; -a) \in d_1; B(2+b; -1+2b; -3b) \in d_2 \Rightarrow \vec{AB}(b-a; 2b-a-3; -3b+a).$$

$d_1, d_2$  lần lượt có các véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; -1)$  và  $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; -3)$



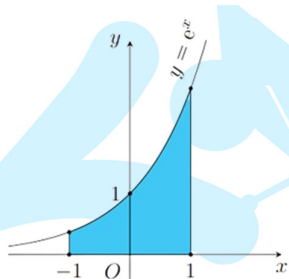
$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(b-a) + 1(2b-a-3) - 1(-3b+a) = 0 \\ 1(b-a) + 2(2b-a-3) - 3(-3b+a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b - 3a - 3 = 0 \\ 14b - 6a - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 1; 1) \\ B(2; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6} \approx 2,45.$$

#### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Cho đồ thị hàm số  $y = e^x$  và hình phẳng được tô màu như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng đó.



» **Lời giải**

Hình phẳng đó được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 1$ .

$$\text{Ta có diện tích hình phẳng } S = \int_{-1}^1 |e^x| dx = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e}.$$

» **Câu 20.** Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, giả sử  $f(x)$  là tổng số lượng vi sinh vật sau  $x$  giờ làm thí nghiệm. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ tăng trưởng là  $f'(x) = x^2 + 8x$  (con/giờ). Tìm số lượng vi khuẩn sau 6 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

» **Lời giải**

Số lượng vi sinh vật tại thời điểm  $x$  giờ chính là

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (x^2 + 8x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x^2 + C.$$

$$\text{Tại thời điểm } x = 3 \text{ thì số vi sinh vật là 50 con nên ta có: } 50 = \frac{3^3}{3} + 4 \cdot 3^2 + C \Rightarrow C = 5$$

$$\text{Vậy } f(x) = \frac{x^3}{3} + 4x^2 + 5.$$

Tại thời điểm 6 giờ tính từ lúc bắt đầu thí nghiệm số vi sinh vật là :

$$f(6) = \frac{6^3}{3} + 4 \cdot 6^2 + 5 = 221.$$



» **Câu 21.** Trên một sân khấu mô phỏng với hệ trục  $Oxyz$ , có hai tia sáng dọc theo hai đường thẳng

có phương trình lần lượt là  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-6}{4}$  và  $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$ . Hỏi hai tia

sáng giao nhau tại điểm có tọa độ nào?

» *Lời giải*

Phương trình tham số của đường thẳng  $d$  là  $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ .

Xét phương trình hai ẩn  $t, t'$  sau:  $\begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' & (1) \\ -2 + 3t = -1 - 4t' & (2) \\ 6 + 4t = 20 + t' & (3) \end{cases}$

Giải phương trình (1) và (2) ta được  $\begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}$  thỏa (3).

Thay  $t = 3$  vào phương trình tham số của đường thẳng  $d$  ta có:  $\begin{cases} x = -3 + 2(3) \\ y = -2 + 3(3) \\ z = 6 + 4(3) \end{cases}$ .

Vậy tọa độ giao điểm của hai tia sáng là  $(3; 7; 18)$ .

----- Hết -----

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 9**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- B.**  $\int f'(x) dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .
- C.**  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ , với mọi hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- D.**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Mệnh đề:  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  là mệnh đề sai vì khi  $k = 0$  thì  $\int kf(x) dx \neq k \int f(x) dx$ .

» **Câu 2.** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$  là

- A.**  $S = \frac{5}{2}$ .
- B.**  $S = \frac{3}{2}$ .
- C.**  $S = \frac{7}{2}$ .
- D.**  $S = 4$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$-x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Diện tích cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx = \int_0^1 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx + \int_1^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx \\ &= \left| \left( -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x \right) \right|_0^1 + \left| \left( -\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x \right) \right|_1^2 = \left| -\frac{5}{4} \right| + \left| \frac{5}{4} \right| = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

» **Câu 3.**  $\int x^{2025} dx$  bằng

- A.**  $2026x^{2025} + C$ .
- B.**  $x^{2026} + C$ .
- C.**  $2026x^{2026} + C$ .
- D.**  $\frac{1}{2026}x^{2026} + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Ta có:  $\int x^{2025} dx = \frac{1}{2026}x^{2026} + C$ .



- » **Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  mặt phẳng đi qua điểm  $A(1;2;3)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$  có phương trình là
- A.**  $2x + 3y + 4z - 14 = 0$ .                      **B.**  $2x - 3y - 4z + 6 = 0$ .  
**C.**  $2x + 3y - 4z - 4 = 0$ .                      **D.**  $2x + 3y - 4z + 4 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(Q): 2x + 3y - 4z - 5 = 0$  có véc-tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 3; -4)$ .

Mà mặt phẳng đó qua  $A(1; 2; 3)$  nên nó có phương trình là

$$2(x-1) + 3(y-2) - 4(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z + 4 = 0.$$

- » **Câu 5.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2026x^{2025} + e^x$  là
- A.**  $2026x^{2026} + e^x + C$ .   **B.**  $x^{2026} + e^x + C$ .   **C.**  $2026x + e^x + C$ .   **D.**  $x^{2026} + e^x + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \int (2026x^{2025} + e^x) dx = \frac{2026x^{2026}}{2026} + e^x + C = x^{2026} + e^x + C.$$

- » **Câu 6.** Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $s(t) = \frac{2}{3}t^3 - 4t^2 + 16t(m)$ , trong đó  $t(s)$  là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi  $t$  bằng bao nhiêu?
- A.**  $6(s)$ .                      **B.**  $4(s)$ .                      **C.**  $0(s)$ .                      **D.**  $2(s)$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

$$\text{Ta có } v(t) = 2t^2 - 8t + 16 = 2(t^2 - 4t + 4) + 8 = 2(t-2)^2 + 8 \geq 8.$$

Như vậy vận tốc nhỏ nhất khi  $t = 2(s)$ .

- » **Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+1}{2}$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?
- A.**  $\vec{u} = (2; 3; 2)$ .                      **B.**  $\vec{u} = (1; 1; 3)$ .                      **C.**  $\vec{u} = (-2; -3; -2)$ .                      **D.**  $\vec{u} = (2; -3; 2)$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow d: \frac{x-1}{2} = -\frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{2}$$

- » **Câu 8.** Cho  $\int_0^2 f(x) dx = 2026$ , tích phân  $\int_0^2 (2f(x) - 3x^2) dx$  bằng
- A.**  $8096$ .                      **B.**  $8112$ .                      **C.**  $4060$ .                      **D.**  $4044$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**



Ta có  $\int_0^2 (2f(x) - 3x^2) dx = \int_0^2 2f(x) dx - \int_0^2 3x^2 dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - x^3 \Big|_0^2 = 4044$ .

» **Câu 9.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.**  $\int 0 dx = C$ .      **B.**  $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ .      **C.**  $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ .      **D.**  $\int dx = x + C$ .

» **Lời giải**

**Chọn C**

Đáp án  $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$  không đúng với trường hợp  $a = -1$ .

» **Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với  $mp(ABC)$ ,  $(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Phương trình của  $(P)$  là

**A.**  $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ .      **B.**  $6x + 3y + 2z - 12 = 0$ .  
**C.**  $6x + 3y + 2z = 0$ .      **D.**  $6x + 3y + 2z - 36 = 0$ .

» **Lời giải**

**Chọn A**

$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ .

$(P) // (ABC) \Rightarrow (P): 6x + 3y + 2z + m = 0 \ (m \neq -12)$ .

$(P)$  cách đều  $D$  và mặt phẳng  $(ABC) \Rightarrow d(D, (P)) = d(A, (P))$

$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |36 + m| = |12 + m| \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + m = 12 + m \\ 36 + m = -12 - m \end{cases}$

$\Leftrightarrow m = -24$  (nhận).

Vậy phương trình của  $(P)$  là  $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ .

» **Câu 11.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $c \in [a; b]$ . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

**A.**  $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$ .      **B.**  $\int_a^b f(x) dx + \int_a^c f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$ .  
**C.**  $\int_a^b f(x) dx - \int_a^c f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$ .      **D.**  $\int_a^b f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$ .

» **Lời giải**

**Chọn D**

Theo tính chất của tích phân suy ra  $\int_a^b f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$ .

» **Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 6 = 0$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

**A.**  $\vec{n} = (-1; 2; -3)$ .      **B.**  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .      **C.**  $\vec{n} = (-1; -2; -3)$ .      **D.**  $\vec{n} = (1; 2; -3)$ .

» **Lời giải**





**Chọn D**

Ta có  $\vec{n} = (1; 2; -3)$ .

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 13$ ),  $Q'(t)$  tính bằng khách/giờ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .		
(b)	Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.		
(c)	Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
(d)	Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$ .		

» **Lời giải**

(a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số  $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$ .

Ta có:  $Q(t) = \int Q'(t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$ .

Mà sau 2 giờ đã có 500 người nên ta có  $Q(2) = 500 \Rightarrow C = 100$ .

» **Chọn SAI.**

(b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

Lượng khách tham quan sau 5 giờ là  $Q(5) = 1325$  người.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

Ta tìm GTLN của hàm số  $Q(t)$  trên đoạn  $[0; 13]$ .

Ta có  $Q'(t) = 0 \Leftrightarrow t \in \{0; 6; 12\}$ .

Mà  $Q(0) = 100$ ,  $Q(6) = 1396$ ,  $Q(12) = 100$ ,  $Q(13) = 269$ .

Nên lượng khách tham quan lớn nhất là 1396 người.

» **Chọn SAI.**

(d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 6$ .

Ta khảo sát hàm số  $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$  trên đoạn  $[0; 13]$ .

Ta có  $Q''(t) = 12t^2 - 144t + 288$ ;  $Q''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6 \pm 2\sqrt{3}$ , mà

$Q'(0) = 0$ ;  $Q'(6 - 2\sqrt{3}) \approx 332,6$ ;  $Q'(6 + 2\sqrt{3}) \approx -332,6$ ;  $Q'(13) = 364$ .

Vậy tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm  $t = 13$ .

» **Chọn SAI.**



» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(\alpha): ax + by + cz - 60 = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) là mặt phẳng thay đổi thỏa mãn luôn đi qua điểm  $M(2; 4; 5)$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  tương ứng tại ba điểm  $A, B, C$  khác  $O$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$2a + 4b + 5c - 60 = 0$		
(b)	$A\left(\frac{60}{a}; 0; 0\right)$ với $a < 0$		
(c)	$B\left(0; \frac{60}{b}; 0\right)$ với $b < 0$		
(d)	Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{36000}{abc}$ .		

» **Lời giải**

(a)  $2a + 4b + 5c - 60 = 0$ .

Do mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2; 4; 5)$  ta có  $2a + 4b + 5c - 60 = 0$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $A\left(\frac{60}{a}; 0; 0\right)$  với  $a < 0$ .

$$ax + by + cz - 60 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{60}{a}} + \frac{y}{\frac{60}{b}} + \frac{z}{\frac{60}{c}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} (\alpha) \cap Ox = A\left(\frac{60}{a}; 0; 0\right), (\alpha) \cap Oy = B\left(0; \frac{60}{b}; 0\right) \\ (\alpha) \cap Oz = C\left(0; 0; \frac{60}{c}\right) \end{cases}$$

, ( $a > 0, b > 0, c > 0$ ).

» **Chọn SAI.**

(c)  $B\left(0; \frac{60}{b}; 0\right)$  với  $b < 0$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Thể tích của khối tứ diện  $OABC$  là  $V = \frac{36000}{abc}$ .

$$\text{Thể tích khối tứ diện } OABC \text{ là } V = \frac{1}{6} \cdot \frac{60}{a} \cdot \frac{60}{b} \cdot \frac{60}{c} = \frac{36000}{abc}. \quad (1)$$

» **Chọn ĐÚNG.**

### C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + 4x$ . Biết  $\int f(x) dx = ax^3 + bx^2 + C$ . Trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính  $3a + b$ ?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + C.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{3}; b = 2 \text{ nên } 3a + b = 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 = 3.$$



» **Câu 16.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

$$\text{Ta có } \int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3.$$

Do đó  $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$ .

» **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(1;1;-2)$ ,  $B(-1;1;-m)$  và hai vecto  $\vec{u} = (2;1;-3)$ ,  $\vec{v} = (3;2;-1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  có cặp vecto chỉ phương là  $\vec{u}; \vec{v}$ . Khi  $AB$  song song với  $(P)$  thì giá trị của  $m$  bằng?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -8**

Theo đề bài ta có:  $\vec{n}_p = [\vec{u}; \vec{v}] = (5; -7; 1)$  là vecto pháp tuyến của  $(P)$ .

$$\vec{AB} = (-2; 0; -m + 2)$$

Để  $AB$  song song với mặt phẳng  $(P)$  thì

$$\vec{n}_p \perp \vec{AB} \Rightarrow \vec{n}_p \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow (-2) \cdot 5 + 0 \cdot (-7) + (-m + 2) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -8.$$

» **Câu 18.** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t$  (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -12$  (m/s<sup>2</sup>). Tính quãng đường  $s$  (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 168**

Giai đoạn 1: Xe bắt đầu chuyển động đến khi gặp chướng ngại vật.

Quãng đường xe đi được là:

$$S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144 \text{ (m)}.$$

Giai đoạn 2: Xe gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn.

Ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t) = \int a dt = -12t + c$ .

Vận tốc của xe khi gặp chướng ngại vật là:  $v_2(0) = v_1(12) = 2 \cdot 12 = 24$  (m/s).

$$\Rightarrow -12 \cdot 0 + c = 24 \Rightarrow c = 24 \Rightarrow v_2(t) = -12t + 24.$$

Thời gian khi xe gặp chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn là nghiệm phương trình:

$$-12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Khi đó, quãng đường xe đi được là:

$$S_2 = \int_0^2 v_2(t) dt = \int_0^2 (-12t + 24) dt = (-6t^2 + 24t) \Big|_0^2 = 24 \text{ (m)}.$$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là:  $S = S_1 + S_2 = 168$  (m).

**D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)**



» **Câu 19.** Một vật chuyển động với vận tốc  $v(t) = 3 - \sin t$  (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$ .

» *Lời giải*

Ta có quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm

$t = 0$  đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} v(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 - \sin t) dt = (3t + \cos t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \left( 3 \cdot \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) - (3 \cdot 0 + \cos 0) = \frac{3\pi}{2} - 1.$$

Vậy quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $\frac{3\pi}{2} - 1$  mét.

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; 2; -4)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

Tìm tọa độ hình chiếu  $H$  của  $A$  xuống  $d$ .

» *Lời giải*

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $d$  nên mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A(0; 2; -4)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_p = \vec{u}_d = (1; -1; 2)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $(P): (x-0) - 1(y-2) + 2(z+4) = 0$

$$\Leftrightarrow (P): x - y + 2z + 10 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $x - y + 2z + 10 = 0$ .

Hình chiếu  $H$  của  $A$  xuống  $d$  là giao điểm của  $(P)$  và đường thẳng  $d$ , tọa độ điểm  $H$  là

$$\text{nghiem của hệ phương trình: } \begin{cases} x - y + 2z + 10 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \\ 2x - z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ hình chiếu là:  $H\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -4\right)$ .

» **Câu 21.** Một người đang lái ô tô với vận tốc 72 km/h thì gặp chướng ngại vật, người đó đạp phanh và ô tô bắt đầu chuyển động chậm dần đều với vận tốc cho bởi phương trình  $v(t) = a + bt$  m/s, trong đó  $a$  và  $b$  là các hằng số và  $t \geq 0$  là khoảng thời gian tính từ lúc người đó bắt đầu đạp phanh. Biết quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng lại là 40m. Tính thời gian ô tô chuyển động từ lúc người đó đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn.

» *Lời giải*

Đổi 72 km/h = 20 m/s.

Vì người đó đạp phanh khi đang chuyển động với vận tốc 20 m/s nên  $a = 20$ .



Ô tô dừng hẳn khi

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow a + bt = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{a}{b} = -\frac{20}{b}.$$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^{-\frac{20}{b}} v(t) dt = \int_0^{-\frac{20}{b}} (20 + bt) dt = \left( 20t + \frac{bt^2}{2} \right) \Big|_0^{-\frac{20}{b}} = -\frac{400}{b} + \frac{200}{b} = -\frac{200}{b}.$$

Vì ô tô đi được quãng đường là 40m nên

$$-\frac{200}{b} = 40 \Leftrightarrow b = -5.$$

Do đó thời gian ô tô chuyển động từ lúc người đó đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$-\frac{20}{b} = -\frac{20}{-5} = 4.$$

Vậy ô tô dừng hẳn sau 4 giây.

Hết

TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 12  
NĂM HỌC 2024 - 2025  
**ĐỀ SỐ 10**

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

» **Câu 1.** Cho  $k$  là một số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là sai ?

- A.  $\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx.$
- B.  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$
- C.  $\int [f(x).g(x)] dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx.$
- D.  $\int f'(x)dx = f(x) + C.$

» *Lời giải*

**Chọn C**

» **Câu 2.** Cho  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = x^2 + x$ . Giá trị  $F'(2)$  bằng bao nhiêu?

- A. 5.
- B. 6.
- C. 4.
- D. 3.

» *Lời giải*

**Chọn B**

Vì hàm số  $y = F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = x^2 + x$

Nên  $F'(x) = f(x) = x^2 + x.$

Do đó  $F'(2) = 2^2 + 2 = 6.$

» **Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3z = 2(x + y)$ . Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (-1; -2; 3).$
- B.  $\vec{n} = (1; 2; 2).$
- C.  $\vec{n} = (2; 2; 3).$
- D.  $\vec{n} = (2; 2; -3).$

» *Lời giải*

**Chọn D**

Ta có  $(P): 3z = 2(x + y) \Leftrightarrow (P): 2x + 2y - 3z = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2; 2; -3).$

» **Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$
- B.  $\int dx = x + C.$
- C.  $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C \quad (a > 0, a \neq 1).$
- D.  $\int \sin x dx = \cos x + C.$

» *Lời giải*

**Chọn B**

» **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 6 = 0$  có véc-tơ pháp tuyến là

- A.  $\vec{n} = (-1; 1; 6).$
- B.  $\vec{n} = (2; -1; 1).$
- C.  $\vec{n} = (2; 1; 1).$
- D.  $\vec{n} = (2; 1; 6).$

» *Lời giải*

**Chọn B**



Ta có  $(P): 2x - y + z - 6 = 0$ , suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là  $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .

» **Câu 6.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x$  là

- A.  $\frac{e^{x-1}}{x-1} + C$ .      B.  $e^{2x} + C$ .      C.  $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .      D.  $e^x + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn D**

Ta có  $\int (e^x) dx = e^x + C$ .

» **Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = \sin x - x + 1$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A.  $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \cos x - 1 + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + C$ .

» *Lời giải*

**Chọn A**

» **Câu 8.** Tính tích phân  $I = \int_1^3 \frac{dx}{x+1}$ .

- A.  $I = \frac{7}{3}$ .      B.  $I = \ln 2$ .      C.  $I = \frac{1}{2} \log 2$ .      D.  $I = \ln 5$ .

» *Lời giải*

**Chọn B**

Ta có:  $I = \int_1^3 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_1^3 = (\ln 4 - \ln 2) = \ln 2$ .

» **Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  với  $A'(3; 2; -5)$ ,  $A(3; 1; -1)$ ,  $B(2; -1; 4)$  và  $C(0; 2; 1)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(A'B'C')$  là

- A.  $9x - 13y + 7z + 34 = 0$ .      B.  $9x - 13y + 7z - 7 = 0$   
C.  $9x + 13y + 7z - 18 = 0$ .      D.  $9x + 13y + 7z - 33 = 0$ .

» *Lời giải*

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(A'B'C')$  song song với mặt phẳng  $(ABC)$  nên nó có một VTPT là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-9; -13; -7) = -(9; 13; 7).$$

Phương trình mặt phẳng  $(A'B'C')$  đi qua điểm  $A'(3; 2; -5)$  là:

$$9(x-3) + 13(y-2) + 7(z+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x + 13y + 7z - 18 = 0$$

» **Câu 10.** Nếu  $\int_0^3 [4f(x) + 3x^2] dx = 7$  thì  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

- A. 5.      B. -6.      C. -5.      D. 3.

» *Lời giải*

**Chọn C**



$$\int_0^3 [4f(x) + 3x^2] dx = 7 \Leftrightarrow \int_0^3 4f(x) dx + \int_0^3 3x^2 dx = 7$$

$$\Leftrightarrow 4 \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 3x^2 dx = 7 \Leftrightarrow 4 \int_0^3 f(x) dx + 27 = 7$$

$$\Leftrightarrow 4 \int_0^3 f(x) dx = -20 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = -5.$$

» **Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.**  $2x + 5y + 3z - 9 = 0$ . **B.**  $2x + y - 3z - 7 = 0$ .  
**C.**  $2x + y - z - 5 = 0$ . **D.**  $x - 2y - z - 6 = 0$ .

» **Lời giải**

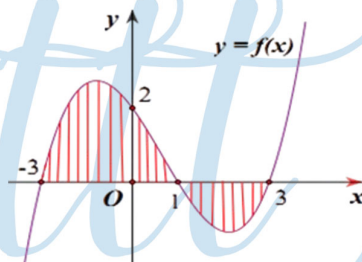
**Chọn A**

Mặt phẳng  $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 1; -3)$ .

Mặt phẳng  $2x + 5y + 3z - 9 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}' = (2; 5; 3)$ .

Vì  $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 3 = 0$  nên  $\vec{n} \perp \vec{n}'$ , do đó hai mặt phẳng này vuông góc với nhau.

» **Câu 12.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ.



Biết rằng  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục  $Ox$  (phần gạch sọc) bằng giá trị nào sau đây?

- A.**  $S = |F(3) - F(-3)|$ . **B.**  $S = F(3) - F(-3)$ .  
**C.**  $S = 2F(1) - F(3) - F(-3)$ . **D.**  $S = F(3) + F(-3) - 2F(1)$ .

» **Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số ta thấy  $f(x) \geq 0$  với  $x \in [-3; 1]$ ,  $f(x) \leq 0$  với  $x \in [1; 3]$ .

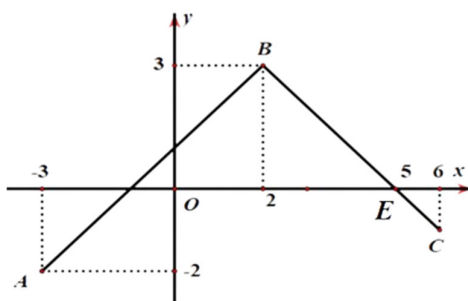
$$\text{Do đó } S = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$$

$$= F(x) \Big|_{-3}^1 - F(x) \Big|_1^3 = [F(1) - F(-3)] - [F(3) - F(1)] = 2F(1) - F(3) - F(-3).$$

**B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)**

» **Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị hàm số  $(C): y = f'(x)$  trên đoạn  $[-3; 6]$  là đường gấp khúc như hình vẽ. Khi đó:





	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$		
(b)	$\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}$		
(c)	$f(2) - f(6) = 4$		
(d)	$f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2$		

» Lời giải

(a)  $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2.$

Ta có đường thẳng  $AB$  đi qua 2 điểm  $A(-3; -2), B(2; 3)$  nên phương trình đường thẳng

$$AB \text{ là } \frac{x+3}{2+3} = \frac{y+2}{3+2} \Leftrightarrow y = x+1.$$

Khi đó  $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = \int_{-3}^{-1} (x+1) dx = -2.$

» Chọn ĐÚNG.

(b)  $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}.$

Ta có  $\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^1 (x+1) dx = \frac{3}{2}.$

» Chọn SAI.

(c)  $f(2) - f(6) = 4.$

Ta có đường thẳng  $BC$  đi qua 2 điểm  $B(2; 3), E(5; 0)$  nên phương trình đường thẳng  $BC$

$$\text{là } \frac{x-2}{5-2} = \frac{y-3}{0-3} \Leftrightarrow y = -x+5.$$

Khi đó  $\int_2^6 f'(x) dx = \int_2^6 (-x+5) dx = 4.$  Vì vậy  $f(2) - f(6) = -\int_2^6 f'(x) dx = -4.$

» Chọn SAI.

(d)  $f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2.$

Ta có  $\int_{-3}^2 f'(x) dx = \int_{-3}^2 (x+1) dx = \frac{5}{2} = f(2) - f(-3),$



$$\int_2^5 f'(x) dx = \int_2^5 (-x+5) dx = \frac{9}{2} = f(5) - f(2)$$

$$\text{Vì vậy } f(5) + f(-3) - 2f(2) = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;1;3), B(3;0;2), C(0;-2;1)$ . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Các điểm $A, B, C$ không thẳng hàng.		
(b)	Mặt phẳng $(ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (1; 4; 5)$ .		
(c)	Mặt phẳng $(ABC)$ chứa điểm $M(1; 2; 2)$ .		
(d)	Mặt phẳng $(P)$ đi qua $A, B$ và cách $C$ một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$ .		

» **Lời giải**

(a) Các điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (1; -1; -1), \vec{AC} = (-2; -3; -2).$$

$$\text{Vì } \frac{1}{-2} \neq \frac{-1}{-3} \text{ nên } \vec{AB} \text{ không cùng phương } \vec{AC}.$$

Suy ra các điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mặt phẳng  $(ABC)$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{a} = (1; 4; 5)$ .

$$\text{Ta có một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng } (ABC) \text{ là } \vec{n} = [\vec{AB}; \vec{AC}] = (-1; 4; -5).$$

Vì  $\vec{n}$  không cùng phương với  $\vec{a}$  nên  $\vec{a} = (1; 4; 5)$  không là vectơ pháp tuyến của  $(ABC)$

» **Chọn SAI.**

(c) Mặt phẳng  $(ABC)$  chứa điểm  $M(1; 2; 2)$ .

Ta có  $(ABC)$  qua điểm  $A(2; 1; 3)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-1; 4; -5)$  nên có phương trình  $x - 4y + 5z - 13 = 0$ .

$$\text{Vì } 1 - 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 - 13 = -10 \neq 0 \text{ nên } M \notin (ABC).$$

» **Chọn SAI.**

(d) Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và cách  $C$  một khoảng lớn nhất có phương trình  $3x + 2y + z - 11 = 0$ .

Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $C$  lên  $(P)$  và đường thẳng  $AB$ .

$$\text{Ta có } CH = d(C, (P)) \leq CK \Rightarrow d(C, (P)) \text{ lớn nhất khi } H \equiv K.$$

Khi đó mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$

$$\text{Ta có } \vec{n}_p = [\vec{n}, \vec{AB}] = (-9; -6; -3)$$

$$\text{Suy ra } (P): 3x + 2y + z - 11 = 0.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

**C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)**



- » **Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x$ . Biết rằng hàm số  $f(x)$  có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = ax^3 + bx^2 + c$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 + b^2$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Ta có:  $F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x) dx = x^3 + x^2 + c$ . Vậy  $a=1, b=1 \Rightarrow T=2$

- » **Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;10]$  và  $\int_0^{10} f(x) dx = 7$  và  $\int_2^6 f(x) dx = 3$ . Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

$$\text{Ta có } \int_0^{10} f(x) dx = 7 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 7$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = 7 - 3 = 4. \text{ Vậy } P = 4.$$

- » **Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;4;5)$ ,  $B(3;4;0)$ ,  $C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x + 3y - 2z - 29 = 0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  là điểm thuộc  $(P)$  sao cho biểu thức  $T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a + b + c$ .

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8**

Chọn điểm  $I$  thỏa mãn  $\vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2;1;1)$

Ta có:

$$\begin{aligned} T = MA^2 + MB^2 + 3MC^2 &= \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + 3\overline{MC}^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 + 3(\overline{MI} + \overline{IC})^2 \\ &= 5MI^2 + 2\overline{MI} \cdot (\overline{IA} + \overline{IB} + 3\overline{IC}) + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 = 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \end{aligned}$$

$T_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$ . Suy ra,  $M$  là hình chiếu của  $I$  trên mặt phẳng  $(P)$

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với  $(P)$

$$\Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_P = (3;3;-2)$$

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

$$M \in \Delta \Rightarrow M(2 + 3t; 1 + 3t; 1 - 2t)$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow 3(2 + 3t) + 3(1 + 3t) - 2(1 - 2t) - 29 = 0$$

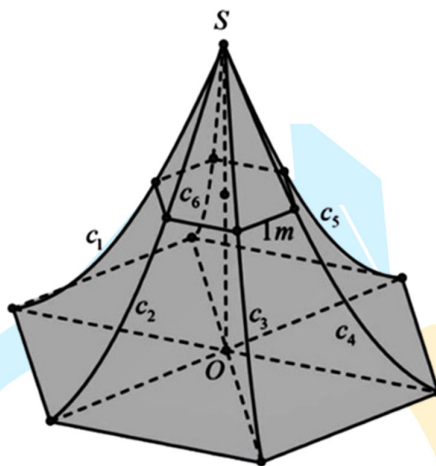
$$\Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(5; 4; -1)$$

Vậy  $a + b + c = 5 + 4 - 1 = 8$ .

- » **Câu 18.** Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi  $(H)$  có dạng hình "chóp lục giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ. Đáy của  $(H)$  là một hình lục giác

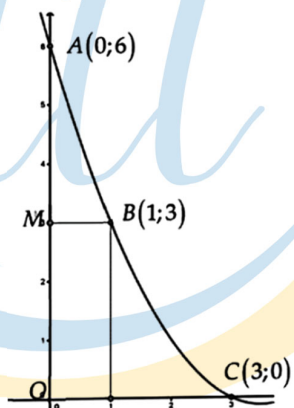


đều có độ dài đường chéo đi qua tâm là  $6m$ . Chiều cao  $SO = 6m$  ( $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của  $(H)$  là các sợi dây thép  $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$  nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với  $SO$ . Giả sử giao tuyến (nếu có) của  $(H)$  với mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với  $SO$  là một lục giác đều và khi  $(\alpha)$  khi qua trung điểm của  $SO$  thì lục giác đều có cạnh  $1m$ . Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi  $(H)$  đó. Đơn vị tính  $m^3$ , kết quả làm tròn đến hàng phần mười.



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 29,2**



Đặt tọa độ như hình vẽ, ta có parabol cần tìm đi qua 3 điểm có tọa độ lần lượt là

$A(0;6), B(1;3), C(3;0)$  nên có phương trình là  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 6$

Theo hình vẽ ta có bán kính của bát giác là  $BM$ .

$$\text{Suy ra: } 2y = x^2 - 7x + 12 \Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = 2y + \frac{1}{4} \Rightarrow \left|x - \frac{7}{2}\right| = \sqrt{2y + \frac{1}{4}}$$

$$\text{Mà } x \in [0;3] \Rightarrow \frac{7}{2} - x = \sqrt{2y + \frac{1}{4}}$$

$$\text{Nếu ta đặt } t = OM \text{ thì } BM = \frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}$$

Khi đó diện tích của thiết diện thiết diện lục giác:



$$S(t) = 6 \cdot \frac{BM^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \left( \frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}} \right)^2 \text{ với } t \in [0; 6]$$

Vật thể tích của mái chòi theo đề bài là:

$$V = \int_0^6 S(t) dt = \int_0^6 \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \left( \frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}} \right)^2 dt = 29,2m^3$$

#### D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $36\text{km/h}$  thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc  $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Tính vận tốc của ô tô sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

» **Lời giải**

Đổi  $36\text{km/h} = 10\text{m/s}$ .

Khi ô tô chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a(t) = 1 + \frac{t}{3} \text{ (m/s}^2\text{)}$

Vận tốc của ô tô khi đó là  $v = \int a(t) dt = \int \left( 1 + \frac{t}{3} \right) dt = t + \frac{t^2}{6} + C \text{ (m/s)}$

Khi ô tô bắt đầu tăng tốc thì  $v(0) = 10 \Leftrightarrow 0 + \frac{0^2}{6} + C = 10 \Leftrightarrow C = 10$ .

$\Rightarrow v = t + \frac{t^2}{6} + 10 \text{ (m/s)} \Rightarrow v(6) = 6 + \frac{6^2}{6} + 10 = 22 \text{ (m/s)}$

» **Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1;0;0)$ ,  $B(0;0;1)$  và  $C(2;1;1)$ . Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

» **Lời giải**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-1;0;1)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (1;1;1)$ .

Mặt phẳng  $(ABC)$  có VTPT  $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1;2;-1)$

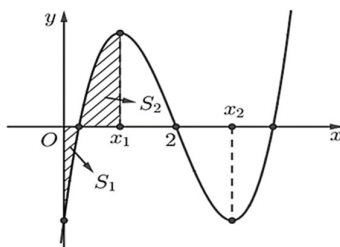
Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là:  $-1(x-1) + 2y - z = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - z + 1 = 0$ .

Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} IA = IB \\ IB = IC \\ I \in mp(ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + b^2 + (c-1)^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \\ -a + 2b - c + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 2c = 0 \\ 4a + 2b = 5 \\ -a + 2b - c + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I \left( 1; \frac{1}{2}; 1 \right).$$

» **Câu 21.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f''(2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tính tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$ .

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a > 0) \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$ .

Ta có:  $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{3a}$ . Vì  $f''(2) = 0$  nên  $\frac{-b}{3a} = 2 \Leftrightarrow b = -6a$ .

Mặt khác, theo định lý Vi-et thì  $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} = 4$ , kết hợp với  $x_2 - x_1 = 2$  ta suy ra  $x_1 = 1, x_2 = 3$ .

Do đó,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 3 \Leftrightarrow c = 9a$ . Từ đó ta có  $f(x) = ax^3 - 6ax^2 + 9ax + d$ .

Từ đồ thị hàm số ta suy ra:  $f(2) = 0 \Leftrightarrow 8a - 24a + 18a + d = 0 \Leftrightarrow d = -2a$ .

Suy ra  $f(x) = a(x^3 - 6x^2 + 9x - 2)$ .

Xét phương trình:  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$

Từ đây ta tính được:  $S_1 = -a \int_0^{2-\sqrt{3}} (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) dx = \frac{a}{4}$ ,

$S_2 = a \int_{2-\sqrt{3}}^1 (x^3 - 6x^2 + 9x - 2) dx = a$

Vậy  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$ .

**TOÁN TỪ TÂM**

Hết