



Họ và tên: ..... Lớp: .....

### PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

**Câu 1.** Tính tích phân  $\int_0^{\pi} \sin 3x dx$

- A.  $-\frac{2}{3}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $-\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$ .

- A.  $I(0; -1; 3)$  và  $R = \sqrt{5}$ .      B.  $I(0; -1; 3)$  và  $R = 5$ .  
C.  $I(0; -1; 3)$  và  $R = 5$ .      D.  $I(0; 1; -3)$  và  $R = \sqrt{5}$ .

**Câu 3.** Cho  $\int_0^3 f(x) dx = a$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = b$ . Khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  bằng:

- A.  $a + b$ .      B.  $a - b$ .      C.  $-a - b$ .      D.  $b - a$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(2; -3; 5)$ ,  $N(6; -4; -1)$  và đặt  $L = \overline{MN}$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.  $L = (4; -1; -6)$ .      B.  $L = \sqrt{53}$ .      C.  $L = 3\sqrt{11}$ .      D.  $L = (-4; 1; 6)$ .

**Câu 5.** Cho tích phân  $I = \frac{1}{2} \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ . Đặt  $u = \sqrt{1+2x}$ , khi đó ta được tích phân

- A.  $I = \frac{1}{4} \int_1^3 u^2(u-1) du$       B.  $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2+1) du$   
C.  $I = \frac{1}{4} \left( \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$       D.  $I = \int_1^3 u^2(u^2-1) du$

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

- A.  $\vec{m} = (1; 1; 1)$ .      B.  $\vec{j} = (0; 1; 0)$ .      C.  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .      D.  $\vec{i} = (1; 0; 0)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$ , biết  $\int_0^9 f(x) dx = 9$  và  $F(0) = 3$ .

Tính  $F(9)$ .

- A.  $F(9) = -6$ .      B.  $F(9) = 6$ .      C.  $F(9) = 12$ .      D.  $F(9) = -12$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ .

**Câu 9.** Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C.$

B.  $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 3} + C.$

C.  $\int 3^{2x} dx = \frac{9^x}{\ln 3} + C.$

D.  $\int 3^{2x} dx = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C.$

**Câu 10.** Công thức nào sau đây sai?

A.  $\int e^x dx = e^x + C.$

B.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$

C.  $\int \tan x dx = -\cot x + C.$

D.  $\int \cos x dx = \sin x + C.$

**Câu 11.** Giá trị của  $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{6^x + 1} dx$  được viết dưới dạng  $\frac{a\pi}{b}$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương

và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $|a - b|$ .

A.  $|a - b| = 32.$

B.  $|a - b| = 25.$

C.  $|a - b| = 30.$

D.  $|a - b| = 27.$

**Câu 12.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  là hàm số liên tục, có  $F(x), G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của  $f(x), g(x)$ . Xét các mệnh đề sau:

(I).  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .

(II).  $k.F(x)$  là một nguyên hàm của  $k.f(x)$  với  $k \in \mathbb{R}$ .

(III).  $F(x).G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x).g(x)$ .

Các mệnh đề đúng là

A. (I) và (III).

B. (I) và (II).

C. (II) và (III).

D. Cả 3 mệnh đề.

**Câu 13.** Tìm  $\int \sin x.e^{\cos x} dx$ .

A.  $\int \sin x.e^{\cos x} dx = e^{\cos x} + C.$

B.  $\int \sin x.e^{\cos x} dx = -e^{\cos x} + C.$

C.  $\int \sin x.e^{\cos x} dx = \cos x.e^{\sin x} + C.$

D.  $\int \sin x.e^{\cos x} dx = -\cos x.e^{\sin x} + C.$

**Câu 14.** Nếu  $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x}$ , với  $x > 0$  thì hệ số  $a$  bằng

A. 9.

B. 19.

C. 29.

D. 5.

**Câu 15.** Tính  $J = \int_0^{\pi} x \sin x dx$ .

A.  $\frac{\pi}{2}.$

B.  $-\pi.$

C.  $\pi.$

D.  $\frac{\pi}{4}.$

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$  và  $2f(1) - f(0) = 2$ . Tính  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

A.  $I = 8.$

B.  $I = -12.$

C.  $I = -8.$

D.  $I = 1.$

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -3; 2), B(3; 5; -2)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có dạng  $x + ay + bz + c = 0$ . Khi đó  $a + b + c$  bằng:

A. -2.

B. -4.

C. -3.

D. 2.

**Câu 18.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + 2my + z - 1 = 0$ ,  $(\beta): 2x + 3y + 4z + 5 = 0$  biết  $(\alpha) \perp (\beta)$ . Khi đó giá trị  $m$  là

A.  $m = 1.$

B.  $m = -1.$

C.  $m = 2.$

D.  $m = -2.$

**Câu 19.** Biết  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 + 5x + 5)e^x$  Giá trị của  $2a + 3b + c$  là

A. 6.

B. 13.

C. 8.

D. 10.



A.  $\left(x + \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = 16.$

B.  $x^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 9.$

C.  $\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = 16.$

D.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9.$

**Câu 31.** Tìm  $a + b$  biết  $\int \frac{7x+11}{(x+1)(x+2)} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+1| + C$  ?

A.  $a + b = -5.$

B.  $a + b = 5.$

C.  $a + b = 11.$

D.  $a + b = 7.$

**Câu 32.** Cho  $\int_3^3 f(x) dx = -3$  và  $m$  là số thực sao cho  $\int_2^3 (m+1) f(x) dx = -9$ . Tìm  $m$ .

A.  $m = 1.$

B.  $m = 4$

C.  $m = -4$

D.  $m = 2.$

**Câu 33.** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 16$ . Tính  $\int_0^2 f(2x) dx$

A. 16.

B. 4.

C. 32.

D. 8.

**Câu 34.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;1;0)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng

A.  $\frac{1}{3}.$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

C. 3.

D. 1.

**Câu 35.** Cho  $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = 3; \int_0^1 f(x) dx = -1$ . Tính  $\int_0^1 g(x) dx$

A.  $I = -2.$

B.  $I = 2.$

C.  $I = 1.$

D.  $I = -1.$

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 3x \cos 2x$ .

**Câu 37.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 4a$ ,  $CD = 6a$ , các cạnh còn lại có độ dài bằng  $a\sqrt{22}$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$  và  $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$ . Tính tích

phân  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , thỏa mãn  $f(0) = \sqrt{3}$  và

$f(x) \cdot f'(x) = \cos x \cdot \sqrt{1 + f^2(x)}$ , với  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  và giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số

$f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

----- HẾT -----



Họ và tên : ..... Lớp: .....

### PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

**Câu 1.** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(1; -2; 4)$ ,  $B(0; 2; 5)$  và  $C(5; 6; 3)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của  $\Delta ABC$  là

- A.  $G(3; 3; 6)$ .      B.  $G(6; 3; 3)$ .      C.  $G(2; 2; 4)$ .      D.  $G(4; 2; 2)$ .

**Câu 2.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 2e^x dx$ .

- A.  $I = 2e + 2$ .      B.  $I = 2e - 2$ .      C.  $I = e^2 - 2e$ .      D.  $I = 2e$ .

**Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + \sin 2x$  là

- A.  $x^2 - 2 \cos 2x + C$ .      B.  $x^2 + 2 \cos 2x + C$ .      C.  $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      D.  $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  là

- A.  $I = (-1; -2; 1)$ ,  $R = 4$ .      B.  $I = (1; 2; -1)$ ,  $R = 4$ .  
C.  $I = (-1; -2; 1)$ ,  $R = 16$ .      D.  $I = (1; 2; -1)$ ,  $R = 16$ .

**Câu 5.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$  có giá trị bằng

- A.  $\ln 2$ .      B.  $1 - \ln 2$ .      C.  $\ln 2 - 1$ .      D.  $-\ln 2$ .

**Câu 6.** Cho tích phân  $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$ . Với cách đặt  $t = \sqrt[3]{1-x}$  thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào dưới đây?

- A.  $\int_0^1 t^2 dt$ .      B.  $3 \int_0^1 t^3 dt$ .      C.  $3 \int_0^1 t dt$ .      D.  $\int_0^1 t^3 dt$ .

**Câu 7.** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x-3)^2$  trên  $\mathbb{R}$  là:

- A.  $F(x) = \frac{(x-3)^3}{3} + 2017$ .      B.  $F(x) = 3(x-3)^3$ .  
C.  $F(x) = \frac{(x-3)^3}{3} + x$ .      D.  $F(x) = 2(x-3)$ .

**Câu 8.** Tìm nguyên hàm  $\int x(x^2+7)^{15} dx$  ?

- A.  $\frac{1}{2}(x^2+7)^{16} + C$       B.  $-\frac{1}{32}(x^2+7)^{16} + C$   
C.  $\frac{1}{16}(x^2+7)^{16} + C$       D.  $\frac{1}{32}(x^2+7)^{16} + C$

**Câu 9.** Cho  $\int_1^4 f(x) dx = 9$ , tính  $I = \int_0^1 f(3x+1) dx$ .

- A.  $I = 27$ .      B.  $I = 9$ .      C.  $I = 3$ .      D.  $I = 1$ .

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxz)$  là

- A.  $\vec{n}(1;0;1)$ .      B.  $\vec{n}(0;1;0)$ .      C.  $\vec{n}(1;0;0)$ .      D.  $\vec{n}(0;0;1)$ .

**Câu 11.** Tính  $I = \int_0^1 e^x dx$ .

- A.  $I = 1$ .      B.  $I = 1 - e$ .      C.  $I = e$ .      D.  $I = e - 1$ .

**Câu 12.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

- A.  $F(x) = x^3 + \sin x + C$ .      B.  $F(x) = x^3 - \cos x + C$ .  
 C.  $F(x) = 3x^3 - \sin x + C$ .      D.  $F(x) = x^3 + \cos x + C$ .

**Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-3)$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tính độ dài đoạn  $OH$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{2}{5}$ .      C.  $\frac{6}{7}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 14.** Cho  $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$ . Tập hợp các điểm  $M$  trên mặt phẳng  $Oxy$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}^2 = 3$  là

- A. Một mặt cầu.      B. Tập rỗng.      C. Một điểm.      D. Một đường tròn.

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x} \ln x$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 1) + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C$ .

**Câu 16.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C$       D.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$ .

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 2)$ . Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua các hình chiếu của điểm  $A$  trên các trục tọa độ là

- A.  $(Q): \frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ .      B.  $(Q): x - y + 2z + 6 = 0$ .  
 C.  $(Q): 2x - 2y + z - 2 = 0$ .      D.  $(Q): x - y + \frac{z}{2} = 0$ .

**Câu 18.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

- A.  $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$ .      B.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$ .  
 C.  $F(x) = \cos x - \sin x + 3$ .      D.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$ .

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$  cho vec-tơ  $\vec{u}(1;1;2)$  và  $\vec{v}(2;0;m)$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  biết

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}}$$

- A.  $m = -11$ .      B.  $m = 0$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = 1; m = -11$ .

**Câu 20.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

- A.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ .      B.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ .

C.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .

D.  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ .

**Câu 21.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$  thỏa mãn  $F(e^3) = 8$ . Giá trị  $F(e^{\sqrt[3]{9}})$  bằng

A.  $\sqrt[3]{9} + 7$ .

B.  $\sqrt[3]{9} - 1$ .

C. 2.

D. 10.

**Câu 22.** Tích phân  $I = \int_1^{2^{1000}} \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + x} dx$  bằng

A.  $I = 2^{1000} - 1 + \ln \left[ 2^{996} (1 + 2^{1000})^2 \right]$ .

B.  $I = 2^{1000} - 1 + \ln \left[ 2^{998} (1 + 2^{1000})^2 \right]$ .

C.  $I = 2^{1000} - 1 + \ln \left[ 2^{1998} (1 + 2^{1000})^2 \right]$ .

D.  $I = 2^{1000} + \ln \left[ 2^{996} (1 + 2^{1000})^2 \right]$ .

**Câu 23.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{x^2} (x^3 - 4x)$ . Hàm số  $F(x^2 + x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

**Câu 24.** Tính tích phân  $I = \int_0^\pi x^2 \cos 2x dx$  bằng cách đặt  $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi x \sin 2x dx$ .

B.  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi x \sin 2x dx$ .

C.  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^\pi + 2 \int_0^\pi x \sin 2x dx$ .

D.  $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^\pi - \int_0^\pi x \sin 2x dx$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(2) = -2$ ;  $\int_0^2 f(x) dx = 1$ . Tính tích

phân  $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx$ .

A.  $I = 0$ .

B.  $I = -18$ .

C.  $I = -10$ .

D.  $I = -5$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{a}{\pi} + \cos^2 x$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $f(x)$  có một nguyên hàm  $F(x)$  thỏa

mãn  $F(0) = \frac{1}{4}$ ,  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ .

A.  $\frac{\pi}{2} - 2$ .

B.  $\pi - 2$ .

C.  $\pi - 1$ .

D.  $\frac{\pi}{2} - 1$ .

**Câu 27.** Với cách đổi biến  $u = \sqrt{1 + 3 \ln x}$  thì tích phân  $\int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx$  trở thành

A.  $\frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du$ .

B.  $2 \int_1^2 (u^2 - 1) du$ .

C.  $\frac{2}{9} \int_1^2 \left( \frac{u^2 - 1}{u} \right) du$ .

D.  $\frac{2}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$ .

**Câu 28.** Cho  $G(x) = \int_1^x \sqrt{1 + t^2} dt$ . Khi đó  $G'(x)$  bằng

A.  $\frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ .

C.  $(x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1}$ .

D.  $\sqrt{1 + x^2}$ .

**Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + z - 5 = 0$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $(P)$ ?

A.  $M(1; 1; 4)$ .

B.  $P(0; 0; -5)$ .

C.  $Q(3; -2; 1)$ .

D.  $N(3; -2; -5)$ .

**Câu 30.** Biết rằng trên khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$  hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$  có một nguyên hàm

$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$  ( $a, b, c$  là các số nguyên). Tổng  $S = a + b + c$  bằng

- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[1; +\infty)$  và  $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 8$ . Tích phân  $I = \int_1^2 x \cdot f(x) dx$  bằng:

- A.  $I = 16$ .                                      B.  $I = 2$ .                                      C.  $I = 8$ .                                      D.  $I = 4$ .

**Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 3; 4)$ ,  $B(3; -5; -2)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn  $AB$ .

- A.  $M(2; -4; 3)$ .                                      B.  $M(1; -1; 1)$ .                                      C.  $M(1; 1; 1)$ .                                      D.  $M(4; -8; 6)$ .

**Câu 33.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ .

- A.  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$ .                                      B.  $m = 2$ .                                      C.  $m = -5$ .                                      D.  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$ .

**Câu 34.** Biết  $\int_1^2 \frac{(3x+1)dx}{3x^2 + x \ln x} = \ln\left(a + \frac{\ln b}{c}\right)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $c \leq 4$ . Tổng  $a + b + c$  bằng

- A. 7.                                      B. 8.                                      C. 6.                                      D. 9.

**Câu 35.** Khi tính nguyên hàm  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ , bằng cách đặt  $u = \sqrt{x+1}$  ta được nguyên hàm nào?

- A.  $\int 2u(u^2 - 4) du$ .                                      B.  $\int (u^2 - 4) du$ .                                      C.  $\int (u^2 - 3) du$ .                                      D.  $\int 2(u^2 - 4) du$ .

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 2}$ .

**Câu 37.** Cho biết  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{1 + \cos x} dx = a \ln 2 + b$  với  $a, b$  là các số nguyên. Tính  $P = 2a^2 + 3b^3$ .

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABC = ADC = 90^\circ$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$ , góc tạo bởi  $SC$  và đáy  $ABCD$  bằng  $60^\circ$ ,  $CD = a$  và tam giác  $ADC$  có diện tích bằng  $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ . Tính diện tích mặt cầu  $S_{mc}$  ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[1; 3]$  thỏa mãn  $\int_1^3 f'(x) dx = 8$  và  $\int_1^3 \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = 2$ .

Tính  $f(3)$ .

----- HẾT -----





Mã đề thi  
003

Họ và tên : ..... Lớp: .....

**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**

**Câu 1.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$ .

- A.**  $\int f(x) dx = e^x + x + C.$                                     **B.**  $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C.$   
**C.**  $\int f(x) dx = e^{-x} + C.$                                     **D.**  $\int f(x) dx = e^x + C.$

**Câu 2.** Tính  $\int_0^2 \sqrt{4x+1} dx$ .

- A.**  $\frac{13}{3}.$                                     **B.**  $\frac{4}{3}.$                                     **C.**  $13.$                                     **D.**  $4.$

**Câu 3.** Xét  $\int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$ , nếu đặt  $u = x^2 - 2x + 3$  thì  $\int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$  bằng

- A.**  $\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du.$                                     **B.**  $-\int_2^3 e^u du.$                                     **C.**  $\int_2^3 e^u du.$                                     **D.**  $-\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du.$

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; 2; 3)$ . Hình chiếu của  $M$  lên trục  $Oy$  là

- A.**  $Q(0; 2; 0).$                                     **B.**  $R(1; 0; 0).$                                     **C.**  $S(0; 0; 3).$                                     **D.**  $P(1; 0; 3).$

**Câu 5.** Tính tích phân  $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$  bằng

- A.**  $1.$                                     **B.**  $\ln 2.$                                     **C.**  $-\ln 2.$                                     **D.**  $\log 2.$

**Câu 6.** Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 2$ . Tích phân  $\int_1^2 3f(x) dx$  bằng

- A.**  $6.$                                     **B.**  $1.$                                     **C.**  $3.$                                     **D.**  $5.$

**Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 + 3x^2$  là:

- A.**  $x^4 + x^3 + x + C.$                                     **B.**  $x^4 + x^3 + C.$                                     **C.**  $4x^4 + 3x^3 + C.$                                     **D.**  $4x^4 + 3x^3 + x + C.$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2z + 23 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có một vector pháp tuyến là:

- A.**  $\vec{n}_3 = (1; 0; 23).$                                     **B.**  $\vec{n}_4 = (0; 2; 23).$                                     **C.**  $\vec{n}_1 = (1; 0; 2).$                                     **D.**  $\vec{n}_2 = (1; 2; 3).$

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt cầu tâm  $I(1; 2; 3)$  và bán kính  $R = 3$  là

- A.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$                                     **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0.$   
**C.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$                                     **D.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $F(x) = f(x), \forall x \in K.$                                     **B.**  $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$   
**C.**  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$                                     **D.**  $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

**Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  là

- A.**  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C.$                                     **B.**  $F(x) = 2x - 2 + C.$

C.  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$ .

D.  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$ .

**Câu 12.** Cho tích phân  $\int_0^3 f(x) dx = a$ ,  $\int_2^3 f(x) dx = b$ . Tính tích phân  $\int_0^2 f(x) dx$ .

A.  $-a - b$ .

B.  $b - a$ .

C.  $a + b$ .

D.  $a - b$ .

**Câu 13.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(3;0;1)$  và có tâm thuộc trục  $Ox$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là?

A.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$ .

B.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ .

C.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$

D.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{5}$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;3;4)$ ,  $C(3;5;-2)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

A.  $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$ .

B.  $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

C.  $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$ .

D.  $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$ .

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$  thỏa mãn  $F(5) = 7$ .

A.  $F(x) = 2\sqrt{2x-1}$ .

B.  $F(x) = 2\sqrt{2x-1} + 1$ .

C.  $F(x) = \sqrt{2x-1} + 4$ .

D.  $F(x) = \sqrt{2x-1} - 10$ .

**Câu 16.** Biết rằng  $\int_2^3 x \ln x dx = m \ln 3 + n \ln 2 + p$  trong đó  $m, n, p \in \mathbb{Q}$ . Tính  $m + n + 2p$

A.  $-\frac{5}{4}$ .

B.  $\frac{5}{4}$ .

C.  $\frac{9}{2}$ .

D. 0.

**Câu 17.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song với mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 2z + 5 = 0$  đồng thời khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  bằng khoảng cách từ  $A(3; -1; 2)$  đến mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $(P): 2x - y + 2z + 6 = 0$ .

B.  $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ .

C.  $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$ .

D.  $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ .

**Câu 18.** Tính  $I = \int_0^{10} (x^{100} - x^2 - 2) dx$ .

A.  $I = \frac{10^{101}}{101} + \frac{1060}{3}$ .

B.  $I = \frac{10^{101}}{101} + \frac{940}{3}$ .

C.  $I = \frac{10^{101}}{101} - \frac{1060}{3}$ .

D.  $I = \frac{10^{101}}{101} - \frac{940}{3}$ .

**Câu 19.** Tìm  $\int x \cos 2x dx$ .

A.  $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$ .

B.  $x \sin 2x + \cos 2x + C$ .

C.  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .

D.  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ bên.

Khi đó giá trị của biểu thức  $\int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$  bằng

A. 2.

B. 10.

C. 6.

D. -2.

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a}(2;1;0)$ ,  $\vec{b}(-1;0;-2)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

**A.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ .      **B.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ .      **C.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ .      **D.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ .

**Câu 22.** Biết một nguyên hàm của hàm số  $y = f(2x)$  là  $\int f(2x)dx = \sin^2 x + \ln x$ . Tìm nguyên hàm  $\int f(x)dx$ .

**A.**  $\int f(x)dx = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\ln x + C$ .      **B.**  $\int f(x)dx = 2\sin^2 x + 2\ln x - \ln 2 + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = 2\sin^2 2x + 2\ln x - \ln 2 + C$ .      **D.**  $\int f(x)dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$ .

**Câu 23.** Cho  $F(x) = \frac{a}{x}(\ln x + b)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$ , trong đó  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $S = a + b$ .

**A.**  $S = 1$ .      **B.**  $S = 2$ .      **C.**  $S = 0$ .      **D.**  $S = -2$ .

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $a, b, c$  lần lượt là khoảng cách từ điểm  $M(1; 3; 2)$  đến 3 mặt phẳng tọa độ  $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ . Tính  $P = a + b^2 + c^3$ .

**A.**  $P = 12$ .      **B.**  $P = 32$ .      **C.**  $P = 18$ .      **D.**  $P = 30$ .

**Câu 25.** Cho  $M, N$  là các số thực, xét hàm số  $f(x) = M \cdot \sin \pi x + N \cdot \cos \pi x$  thỏa mãn  $f(1) = 3$  và

$\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = -\frac{1}{\pi}$ . Giá trị của  $f'\left(\frac{1}{4}\right)$  bằng

**A.**  $-\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ .      **B.**  $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$ .      **C.**  $-\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$ .      **D.**  $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 26.** Với  $a$  là một số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$ .      **B.**  $\int \sin(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$ .

**C.**  $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$ .      **D.**  $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$ .

**Câu 27.** Một học sinh làm bài tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  theo các bước sau.

Bước 1: Đặt  $x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ , suy ra  $dx = (1 + \tan^2 t)dt$ .

Bước 2: Đổi cận  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}; x = 0 \Rightarrow t = 0$ .

Bước 3:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{1 + \tan^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4}$ .

Các bước làm ở trên, bước nào bị sai

**A.** Không bước nào sai.      **B.** Bước 2.  
**C.** Bước 3.      **D.** Bước 1.

**Câu 28.** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin 3x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

**A.**  $F(x) = -\frac{\cos 3x}{3} + \frac{5}{3}$ .      **B.**  $F(x) = -\frac{\cos 3x}{3} + 2$ .

**C.**  $F(x) = -\cos 3x + 2$ .      **D.**  $F(x) = \cos 3x + 2$ .

**Câu 29.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho véc tơ  $\vec{a} = (1; -2; 3)$ . Tìm tọa độ của véc tơ  $\vec{b}$  biết rằng véc tơ  $\vec{b}$  ngược hướng với véc tơ  $\vec{a}$  và  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ .

- A.  $\vec{b} = (2; -4; 6)$ .      B.  $\vec{b} = (-2; 4; -6)$ .      C.  $\vec{b} = (-2; -2; 3)$ .      D.  $\vec{b} = (2; -2; 3)$ .

**Câu 30.** Biết  $F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})} dx$  và  $F(0) = \ln 4$ . Giá trị của  $F(4)$  bằng

- A.  $2\ln 3$ .      B.  $4\ln 2$ .      C.  $2\ln 5$ .      D.  $6$ .

**Câu 31.** Cho  $\int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(x) dx = 2018$ . Tính  $\int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x) dx$ .

- A.  $I = 1009$ .      B.  $I = 4036$       C.  $I = \frac{1009}{2}$ .      D.  $I = 2018$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - 4z - 1 = 0$ . Mặt cầu nào sau đây cắt mặt phẳng  $(P)$

- A.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 1$ .      B.  $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$ .  
C.  $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 1$ .      D.  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 1$ .

**Câu 33.** Tính tích phân  $I = \int_1^e x \ln x dx$ :

- A.  $I = \frac{1}{2}$ .      B.  $I = \frac{e^2 - 2}{2}$ .      C.  $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ .      D.  $I = \frac{e^2 - 1}{4}$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[2; 3]$  đồng thời  $f(2) = 2$ ,  $f(3) = 5$ . Tích phân  $\int_2^3 f'(x) dx$  bằng

- A.  $7$ .      B.  $10$ .      C.  $3$ .      D.  $-3$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(-4) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(2) + f(-3)$  bằng:

- A.  $12$ .      B.  $10 + \ln 2$ .      C.  $3 - 20\ln 2$ .      D.  $\ln 2$ .

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm học nguyên hàm của  $f(x) = \cos^5 x$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Góc giữa  $SB$  và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(\tan x) = \cos^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

**Câu 39.** Cho  $f(x)$  là hàm liên tục và nhận giá trị dương  $[0; 1]$ . Biết  $f(x) \cdot f(1-x) = 1$  với mọi  $x \in [0; 1]$  Tính

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}.$$

----- HẾT -----



Họ và tên : ..... Lớp: .....

### PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^4 f(x)dx = 10$ ,  $\int_3^4 f(x)dx = 4$ . Tích phân  $\int_0^3 f(x)dx$  bằng

- A. 7.                                      B. 3.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 2.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x^2$  là

- A.  $\frac{x^4}{3} + \frac{x^3}{4} + C$                       B.  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$ .                      C.  $x^4 + x^3 + C$ .                      D.  $3x^2 + 2x + C$ .

**Câu 3.** Cho  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$   $f'(2-x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x^2 = -1 \\ 2-x^2 = 2 \end{cases}$ . Tính  $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = 0 \end{cases}$ .

- A.  $m$ .                                      B.  $\Leftrightarrow x^2 < 0$ .                                      C.  $f'(2-x^2) \leq 0, \forall x$ .                                      D.

$$f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow 2-x^2 > 2.$$

**Câu 4.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ .

- A.  $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$ .                                      B.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$ .  
C.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$ .                                      D.  $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$ .

**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$  với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
B.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
C.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$  với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
D.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6.** Cho  $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x)dx$  bằng :

- A. 1.                                      B. -3.                                      C. 3.                                      D. -1.

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -5; 6)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$ . Tọa độ điểm  $H$  là

- A.  $H(1; 0; 6)$ .                                      B.  $H(0; -5; 0)$ .                                      C.  $H(6; 0; 1)$ .                                      D.  $H(1; 0; 0)$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt cầu có tâm  $I(1; -4; 3)$  và đi qua điểm  $A(5; -3; 2)$ .

- A.  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$ .                                      B.  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$ .  
C.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$ .                                      D.  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^1 f(x)dx = 2$ ,  $\int_0^3 f(x)dx = 6$ . Tính  $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx$ .

A.  $I = 6$ .                      B.  $I = \frac{3}{2}$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = \frac{2}{3}$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{n} = (1; 2; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

A.  $x - 2y + z + 1 = 0$ .                      B.  $x + 2y + z + 2 = 0$ .  
 C.  $x + 2y - z - 2 = 0$ .                      D.  $x + y - 2z + 1 = 0$ .

**Câu 11.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 5^x + 1$ .

A.  $5^x \ln x + x + C$ .                      B.  $5^x + x + C$ .                      C.  $\frac{5^x}{\ln 5} + x + C$ .                      D.  $5^x + x + C$ .

**Câu 12.** Xét  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \frac{\ln^2 2x}{x} dx$ , nếu đặt  $u = \ln 2x$  thì  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \frac{\ln^2 2x}{x} dx$  bằng

A.  $\int_0^1 u^2 du$ .                      B.  $2 \int_0^1 u^2 du$ .                      C.  $\int_0^2 u^2 du$ .                      D.  $\frac{1}{2} \int_0^1 u^2 du$ .

**Câu 13.** Tính tích phân  $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$ .

A.  $\frac{2}{\ln 2}$ .                      B.  $\frac{1}{\ln 2}$ .                      C.  $\ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .

**Câu 14.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = x.e^{2x}$ .

A.  $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$ .                      B.  $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$ .  
 C.  $F(x) = 2e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} (x - 2) + C$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3; 3; 0), B(3; 0; 3), C(0; 3; 3)$ . Tìm tọa độ  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

A.  $I(2; 3; 2)$                       B.  $I(2; 2; 0)$ .                      C.  $I(2; 2; 2)$ .                      D.  $I(0; 2; 2)$ .

**Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -1; 2), B(4; -1; -1)$  và  $C(2; 0; 2)$ . Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A, B, C$  có phương trình là

A.  $2x + 3y - z + 8 = 0$ .                      B.  $3x - 3y + z - 14 = 0$ .  
 C.  $3x + 3y + z - 8 = 0$ .                      D.  $3x - 2y + z - 8 = 0$ .

**Câu 17.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = e^{2x}$ , biết  $F(0) = 1$ .

A.  $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$ .                      B.  $F(x) = 2e^{2x} - 1$ .                      C.  $F(x) = e^x$ .                      D.  $F(x) = e^{2x}$ .

**Câu 18.** Cho tích phân  $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tổng  $a + b$  bằng

A.  $-1$ .                      B.  $1$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $5$ .

**Câu 19.** Biết  $\int_0^2 2x \ln(1+x) dx = a \ln b$ , với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $b$  là số nguyên tố. Tính  $3a + 4b$ .

A.  $42$ .                      B.  $21$ .                      C.  $12$ .                      D.  $32$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $I(2; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với  $(P)$  là

**A.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2.$

**B.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2.$

**C.**  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4.$

**D.**  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4.$

**Câu 21.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

**A.**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$

**B.**  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}.$

**C.**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$

**D.**  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$

**Câu 22.** Tính tích phân  $A = \int \frac{1}{x \ln x} dx$  bằng cách đặt  $t = \ln x$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.**  $A = \int dt.$

**B.**  $A = \int \frac{1}{t^2} dt.$

**C.**  $A = \int t dt.$

**D.**  $A = \int \frac{1}{t} dt.$

**Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x - 2z - 5 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A$  nằm trên tia  $Oz$  sao cho khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  bằng  $2\sqrt{2}$ .

**A.**  $A\left(0; 0; -\frac{13}{2}\right).$

**B.**  $A\left(0; 0; \frac{13}{2}\right).$

**C.**  $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right).$

**D.**  $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$  hoặc  $A\left(0; 0; -\frac{13}{2}\right).$

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 3)$  trên mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  là điểm

**A.**  $M(0; 1; 2).$

**B.**  $M(2; 1; 0).$

**C.**  $M(-1; 2; 2).$

**D.**  $M(1; 1; 1).$

**Câu 25.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$  là

**A.**  $F(x) = \sqrt{x^2 + 2} + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 2} + C.$

**C.**  $F(x) = 2\sqrt{x^2 + 2} + C.$

**D.**  $F(x) = \ln \sqrt{x^2 + 2} + C.$

**Câu 26.** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 16$ . Tính  $I = \int_0^2 f(2x) dx$

**A.**  $I = 32.$

**B.**  $I = 8.$

**C.**  $I = 16.$

**D.**  $I = 4$

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$ ,  $f(-1) = 3$  và  $\int_{-1}^3 f'(x) dx = 10$ , giá trị của  $f(3)$  bằng

**A.**  $-7.$

**B.**  $13.$

**C.**  $7.$

**D.**  $-13.$

**Câu 28.** Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 1$ . Tính  $I = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx$ .

**A.**  $I = 4.$

**B.**  $I = 2.$

**C.**  $I = 1$

**D.**  $I = \frac{1}{2}.$

**Câu 29.** Biết  $\int xe^{2x} dx = axe^{2x} + be^{2x} + C$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $ab$ .

**A.**  $ab = \frac{1}{4}.$

**B.**  $ab = -\frac{1}{4}.$

**C.**  $ab = \frac{1}{8}.$

**D.**  $ab = -\frac{1}{8}.$

**Câu 30.** Tính nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x \left( 2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right).$

A.  $\int f(x)dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C$ .

B.  $\int f(x)dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$ .

C.  $\int f(x)dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$ .

D.  $\int f(x)dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C$ .

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;0;-4)$  và điểm  $B(1;-2;0)$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  là

A.  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$ .

B.  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 5$ .

C.  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 20$ .

D.  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 20$ .

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1;-2;3)$ ,  $B(0;3;1)$ ,  $C(4;2;2)$ . Côsin của góc  $BAC$  bằng

A.  $\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

B.  $\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

C.  $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$ .

D.  $-\frac{9}{\sqrt{35}}$ .

**Câu 33.** Cho  $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)]dx = 1$ ,  $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = -3$ . Khi đó,  $\int_1^2 f(x)dx$  bằng

A.  $\frac{16}{7}$ .

B.  $\frac{11}{7}$ .

C.  $-\frac{5}{7}$ .

D.  $\frac{6}{7}$ .

**Câu 34.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  thỏa  $F(2) = 1$ . Tính  $F(3)$ .

A.  $F(3) = \ln 2 + 1$ .

B.  $F(3) = \ln 2$ .

C.  $F(3) = 1 - \ln 2$ .

D.  $F(3) = \ln 2 - 1$ .

**Câu 35.** Cho tích phân  $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $P = abc$ .

A.  $P = 18$

B.  $P = 0$

C.  $P = -18$

D.  $P = -36$

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm học nguyên hàm của  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

**Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;-3;2)$ ,  $B(-2;-1;5)$  và  $C(3;2;-1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $A$ , trực tâm của tam giác  $ABC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Tìm phương trình mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 38.** Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x)$  tăng, có đạo hàm liên tục trên  $[0; +\infty)$  thỏa  $f''(x)f(x) = [f(x)]^2 + [f'(x)]^2$  và  $f(0) = f'(0) = 1$ . Tính  $f(1)$ .

----- HẾT -----





Họ và tên : ..... Lớp: .....

**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3x-1}$  là :

- A.  $-\frac{1}{3} \ln|3x-1| + C$       B.  $\ln|3x-1| + C$       C.  $3 \ln|3x-1| + C$       D.  $\frac{1}{3} \ln|3x-1| + C$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A.  $(x-y)^2 + z^2 = 4x - 2xy + 2z + 2018$ .      B.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$ .  
C.  $(x+1)^2 + y^2 + (2z-1)^2 = 0$ .      D.  $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + y - 1 = 0$ .

**Câu 3.** Giả sử các biểu thức trong dấu nguyên hàm, tích phân đều có nghĩa, trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) \Big|_a^b - \int_a^b u'(x) v(x) dx$ .      B.  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$ .  
C.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .      D.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Xét  $\int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$ , nếu đặt  $u = x^2 - 2x + 3$  thì  $\int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$  bằng

- A.  $-\int_2^3 e^u du$ .      B.  $\int_2^3 e^u du$ .      C.  $-\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du$ .      D.  $\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du$ .

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; -3; 1)$  và  $\vec{b} = (-1; 0; 4)$ . Tìm tọa độ vectơ  $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ .

- A.  $\vec{u} = (-7; 6; 10)$ .      B.  $\vec{u} = (7; 6; 10)$ .      C.  $\vec{u} = (-7; -6; 10)$ .      D.  $\vec{u} = (-7; 6; -10)$ .

**Câu 6.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos(2x+3)$

- A.  $\int f(x) \cdot dx = \sin(2x+3) + C$ .      B.  $\int f(x) \cdot dx = -\sin(2x+3) + C$ .  
C.  $\int f(x) \cdot dx = -\frac{1}{2} \sin(2x+3) + C$ .      D.  $\int f(x) \cdot dx = \frac{1}{2} \sin(2x+3) + C$ .

**Câu 7.** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

- A.  $I = e$       B.  $I = \frac{1}{e}$       C.  $I = \frac{1}{e} + 1$       D.  $I = 1$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{n} = (1; 2; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $x + 2y - z - 2 = 0$ .      B.  $x + y - 2z + 1 = 0$ .  
C.  $x - 2y + z + 1 = 0$ .      D.  $x + 2y + z + 2 = 0$ .

**Câu 9.** Tính tích phân  $I = \int_1^{2018} \frac{dx}{x}$ .

- A.  $I = 2018 \ln 2 - 1$ .      B.  $I = 2^{2018}$ .      C.  $I = 2018 \cdot \ln 2$ .      D.  $I = 2018$ .

**Câu 10.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.**  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .      **B.**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  ( $k \neq 0; k \in \mathbb{R}$ ).
- C.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .      **D.**  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

**Câu 11.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$ .

- A.**  $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .      **B.**  $\int 3^x dx = 3^x + C$ .
- C.**  $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .      **D.**  $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ .

**Câu 12.** Giá trị của  $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{6^x + 1} dx$  được viết dưới dạng  $\frac{a\pi}{b}$ , trong đó  $a, b$  là các số nguyên dương

và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $|a - b|$ .

- A.**  $|a - b| = 32$ .      **B.**  $|a - b| = 27$ .      **C.**  $|a - b| = 25$ .      **D.**  $|a - b| = 30$ .

**Câu 13.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho 3 điểm  $A(4; 2; 1)$ ,  $B(0; 0; 3)$ ,  $C(2; 0; 1)$ . Viết phương trình mặt phẳng chứa  $OC$  và cách đều 2 điểm  $A, B$ .

- A.**  $x + 2y + 2z = 0$  hoặc  $x - 4y - 2z = 0$ .      **B.**  $x + 2y - 2z = 0$  hoặc  $x + 4y - 2z = 0$ .
- C.**  $x + 2y - 2z = 0$  hoặc  $x - 4y - 2z = 0$ .      **D.**  $x - 2y - 2z = 0$  hoặc  $x + 4y - 2z = 0$ .

**Câu 14.** Cho  $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}} = a.e^2 + be + c$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $S = a + b + c$ .

- A.**  $S = 0$ .      **B.**  $S = 2$ .      **C.**  $S = 4$ .      **D.**  $S = 1$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 2; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 3x - 4y - 10 = 0$ . Khi đó  $(S)$  là

- A.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ .      **B.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ .
- C.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 16$ .      **D.**  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ .

**Câu 16.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3^x$ .

- A.**  $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ .      **B.**  $\int 3^x dx = \frac{3^{x+1}}{x+1} + C$ .
- C.**  $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .      **D.**  $\int 3^x dx = 3^{x+1} + C$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = 4x + 3$  và  $f(1) = -1$ . Biết rằng phương trình  $f(x) = 10$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$ . Tính tổng  $\log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$ .

- A.** 3.      **B.** 4.      **C.** 8.      **D.** 16.

**Câu 18.** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_3^5 f(x) dx = a, (a \in \mathbb{R})$ . Tích phân  $I = \int_1^2 f(2x+1) dx$  có giá trị là

- A.**  $\frac{1}{2}a + 1$ .      **B.**  $2a$ .      **C.**  $\frac{1}{2}a$ .      **D.**  $2a + 1$ .

**Câu 19.** Biết  $\int_1^8 f(x) dx = -2$ ;  $\int_1^4 f(x) dx = 3$ ;  $\int_1^4 g(x) dx = 7$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.**  $\int_4^8 f(x) dx = 1$ .      **B.**  $\int_4^8 f(x) dx = -5$ .
- C.**  $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)] dx = -2$ .      **D.**  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx = 10$ .

**Câu 20.** Họ nguyên hàm của hàm số  $y = 3x(x + \cos x)$  là

- A.  $x^3 + 3(x \sin x + \cos x) + C$                       B.  $x^3 - 3(x \sin x + \cos x) + C$   
 C.  $x^3 + 3(x \sin x - \cos x) + C$                       D.  $x^3 - 3(x \sin x - \cos x) + C$

**Câu 21.** Biết  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . Tính  $a + b + c$ .

- A. -1.                      B. 0.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $M(3; 4; 5)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ . Hình chiếu vuông góc của  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$  là:

- A.  $H(6; 7; 8)$ .                      B.  $H(2; -3; -1)$ .                      C.  $H(1; 2; 2)$ .                      D.  $H(2; 5; 3)$ .

**Câu 23.** Tích phân  $\int_0^{\pi} (3x + 2)\cos^2 x dx$  bằng:

- A.  $\frac{3}{4}\pi^2 + \pi$ .                      B.  $\frac{1}{4}\pi^2 + \pi$ .                      C.  $\frac{1}{4}\pi^2 - \pi$ .                      D.  $\frac{3}{4}\pi^2 - \pi$ .

**Câu 24.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ . Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $2x - y + z + 1 = 0$ .                      B.  $2x - y - z + 1 = 0$ .  
 C.  $2x + 2y + 2z - 1 = 0$ .                      D.  $x - y - z + 1 = 0$ .

**Câu 25.** Nếu  $\int_a^b \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}$  ( $a \geq 0, b \geq 0$ ) thì:

- A.  $b + a = 1$ .                      B.  $b^2 - a^2 = 1$ .                      C.  $b\sqrt{b} - a\sqrt{a} = 1$ .                      D.  $\sqrt{b} - \sqrt{a} = 1$ .

**Câu 26.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$  thỏa  $F(\sqrt{21}) = 7$ . Tìm  $F(x)$

- A.  $F(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 2$ .                      B.  $F(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2$ .  
 C.  $F(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 1$ .                      D.  $F(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 1$ .

**Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; 0); B(2; 1; 1); C(0; 3; -1)$ . Xét 4 khẳng định sau: (I)  $BC = 2AB$ . (II)  $B$  thuộc đoạn  $AC$ . (III)  $ABC$  là một tam giác. (IV)  $A, B, C$  thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng.

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 28.** Với cách đổi biến  $u = \sqrt{4x + 5}$  thì tích phân  $\int_{-1}^1 x\sqrt{4x + 5} dx$  trở thành

- A.  $\int_1^3 \frac{u(u^2 - 5)}{8} du$ .                      B.  $\int_{-1}^1 \frac{u^2(u^2 - 5)}{8} du$ .                      C.  $\int_1^3 \frac{u^2(u^2 - 5)}{4} du$ .                      D.  $\int_1^3 \frac{u^2(u^2 - 5)}{8} du$ .

**Câu 29.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$ ; biết  $F(1) = 2$ . Tính  $F(2)$ .

- A.  $F(2) = \ln 3 + 2$ .                      B.  $F(2) = 2 \ln 3 - 2$ .                      C.  $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$ .                      D.  $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$ .

**Câu 30.** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x + 1}$ , biết  $F\left(\frac{e - 1}{2}\right) = \frac{3}{2}$  là:

- A.  $F(x) = \ln|2x + 1| + \frac{1}{2}$ .                      B.  $F(x) = 2 \ln|2x + 1| - \frac{1}{2}$ .

C.  $F(x) = 2 \ln|2x+1| + 1.$

D.  $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 1.$

**Câu 31.** Tính  $I = \int_1^2 x e^x dx.$

A.  $I = e.$

B.  $I = e^2.$

C.  $I = -e^2.$

D.  $I = 3e^2 - 2e.$

**Câu 32.** Tìm nguyên hàm  $I = \int x \cos x dx.$

A.  $I = x^2 \cos \frac{x}{2} + C.$

B.  $I = x^2 \sin \frac{x}{2} + C.$

C.  $I = x \sin x + \cos x + C.$

D.  $I = x \sin x - \cos x + C.$

**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (0; -2; -3), \vec{b} = \left(0; \frac{2}{3}; 1\right), \vec{c} = (3; -3; 2)$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

A.  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  vuông góc.

B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  vuông góc.

C.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.

D.  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  vuông góc.

**Câu 34.** Khi tính nguyên hàm  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$ , bằng cách đặt  $u = \sqrt{x+1}$  ta được nguyên hàm nào?

A.  $\int (u^2 - 3) du.$

B.  $\int 2u(u^2 - 4) du.$

C.  $\int (u^2 - 4) du.$

D.  $\int 2(u^2 - 4) du.$

**Câu 35.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $(P)$  là mặt phẳng đi qua hai điểm  $A(0; 1; 2), B(-1; 3; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 2x + y - z + 4 = 0$ . Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng  $(P)$  bằng

A.  $\frac{3}{2}.$

B.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

C.  $\frac{8}{3\sqrt{3}}.$

D.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}.$

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \log_2 x$ .

**Câu 37.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt có phương trình  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{3}$ ,  $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$ , biết rằng mặt phẳng  $(\alpha): ax + by + cz + 1 = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ ) song song và cách đều hai đường thẳng  $d_1, d_2$ . Tính  $S = a + b + c$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$\begin{cases} f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ f'(x) = \frac{f(x) \cdot x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \forall x \in \mathbb{R} \\ f(0) = e \end{cases}$$

Tính giá trị của  $f(\sqrt{3})$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(3) = 10$ ,  $\int_0^1 f(2x+1) dx = 4$ . Tính

$\int_1^3 (x-1) f'(x) dx.$

----- HẾT -----



Họ và tên : ..... Lớp: .....

### PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z - 7 = 0$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .

- A.  $R = 3$ .                      B.  $R = 4$ .                      C.  $R = 16$ .                      D.  $R = \sqrt{7}$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Mọi hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  đều có đạo hàm trên đoạn  $[a; b]$ .  
 B. Mọi hàm số có đạo hàm trên đoạn  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên đoạn  $[a; b]$ .  
 C. Mọi hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  đều có nguyên hàm trên đoạn  $[a; b]$ .  
 D. Mọi hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  thì đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[a; b]$ .

**Câu 3.** Khẳng định nào đúng?

- A.  $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C$ .                      B.  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .  
 C.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ .                      D.  $\int a^{2x} dx = a^{2x} \ln a + C$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (3; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 1)$ . Độ dài  $\vec{a} + \vec{b}$  là:

- A. 2.                      B. 3.                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D. 1.

**Câu 5.** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$ .                      B.  $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$ .                      C.  $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$ .                      D.  $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$ .

**Câu 6.** Tích phân  $\int_4^8 \frac{dx}{x+1}$  bằng

- A. 4.                      B.  $\frac{1}{81} - \frac{1}{25}$ .                      C.  $\ln 9 - \ln 5$ .                      D.  $\ln 5 - \ln 9$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $P: 3x + 2y - z + 1 = 0$ . Mặt phẳng  $P$  có một vector pháp tuyến là

- A.  $\vec{n} = -2; 3; 1$ .                      B.  $\vec{n} = 3; 2; 1$ .                      C.  $\vec{n} = 3; 2; -1$ .                      D.  $\vec{n} = 3; -2; -1$ .

**Câu 8.** Cho  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$   $f'(2-x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x^2 = -1 \\ 2-x^2 = 2 \end{cases}$ . Tính  $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = 0 \end{cases}$ .

- A.  $m$ .                      B.  $f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow 2-x^2 > 2$ .                      C.  $\Leftrightarrow x^2 < 0$ .                      D.

$f'(2-x^2) \leq 0, \forall x$ .

**Câu 9.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2018^x$ .

- A.  $\frac{2018^x}{\log 2018} + C$ .                      B.  $\frac{2018^{x+1}}{x+1} + C$ .  
 C.  $\frac{2018^x}{\ln 2018} + C$ .                      D.  $2018^x \cdot \ln 2018 + C$ .

**Câu 10.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 6x + \sin 3x$ , biết  $F(0) = \frac{2}{3}$ .

A.  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

B.  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1.$

C.  $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

D.  $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$

**Câu 11.** Cho tích phân  $I = \frac{1}{2} \int_0^4 x\sqrt{1+2x} dx$ . Đặt  $u = \sqrt{1+2x}$ , khi đó ta được tích phân

A.  $I = \int_1^3 u^2(u^2 - 1) du$

B.  $I = \frac{1}{4} \int_1^3 u^2(u-1) du$

C.  $I = \frac{1}{2} \int_1^3 u^2(u^2 + 1) du$

D.  $I = \frac{1}{4} \left( \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ ,  $f(b) = 5$  và  $\int_a^b f'(x) dx = 3\sqrt{5}$ . Tính giá trị  $f(a)$ .

A.  $f(a) = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3).$

B.  $f(a) = 3\sqrt{5}.$

C.  $f(a) = \sqrt{5}(3 - \sqrt{5}).$

D.  $f(a) = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 3).$

**Câu 13.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (5x+1)e^x$  và  $F(0) = 3$ . Tính  $F(1)$ .

A.  $F(1) = 11e - 3.$

B.  $F(1) = e + 2.$

C.  $F(1) = e + 7.$

D.  $F(1) = e + 3.$

**Câu 14.** Cho biết  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{(x^2+a)^2}{x^2}$ . Tìm nguyên hàm của  $g(x) = x \cos ax$ .

A.  $x \sin x + \cos x + C.$

B.  $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$

C.  $x \sin x - \cos x + C.$

D.  $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C.$

**Câu 15.** Tích phân  $\int_2^7 \frac{x dx}{x^2+1}$  bằng  $a \ln 2 - b \ln 5$ . Giá trị của  $2a + b$  bằng

A. 1.

B.  $\frac{3}{2}.$

C. 2.

D.  $\frac{1}{2}.$

**Câu 16.** Tính tích phân  $I = \int_4^5 (x+1) \ln(x-3) dx$  ?

A.  $10 \ln 2.$

B.  $10 \ln 2 + \frac{19}{4}.$

C.  $\frac{19}{4} - 10 \ln 2.$

D.  $10 \ln 2 - \frac{19}{4}.$

**Câu 17.** Hàm số  $F(x)$  nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x+1}$  ?

A.  $F(x) = \frac{3}{4}(x+1)\sqrt[3]{x+1} + C.$

B.  $F(x) = \frac{3}{4}\sqrt[4]{(x+1)^3} + C.$

C.  $F(x) = \frac{3}{8}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C.$

D.  $F(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{(x+1)^4} + C.$

**Câu 18.**  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = 2 \sin x \cos 3x$  và  $F(0) = 0$ , khi đó

**A.**  $F(x) = \frac{\cos 4x}{4} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{1}{4}$ .

**B.**  $F(x) = \cos 4x - \cos 2x$ .

**C.**  $F(x) = \frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} - \frac{1}{8}$ .

**D.**  $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{1}{4}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số Biết  $\int_0^3 \frac{dx}{(x+2)(x+4)} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 7$  ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị của biểu thức  $2a + 3b - c$  bằng

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 2.

**D.** 5.

**Câu 20.** Cho  $\int_1^3 f(x)dx = 12$ . Tính tích phân  $\int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right)dx$ .

**A.** 14.

**B.** 24.

**C.** 10.

**D.** 6.

**Câu 21.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x \ln(x+1)dx$ .

**A.**  $I = 1$ .

**B.**  $I = -\frac{3}{4}$ .

**C.**  $I = \frac{1}{4}$ .

**D.**  $I = 2$ .

**Câu 22.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x$  và đồ thị hàm số  $y = F(x)$  đi qua điểm  $M(0;1)$ . Tính  $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

**A.**  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

**B.**  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .

**C.**  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

**D.**  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ .

**Câu 23.** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1;2;-4)$ ,  $B(1;-3;1)$ ,  $C(2;2;3)$ . Mặt cầu  $(S)$  đi qua  $A$ ,  $B$ ,  $C$  và có tâm thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ . Khi đó bán kính của mặt cầu  $(S)$  là

**A.** 5.

**B.**  $\sqrt{26}$ .

**C.**  $3\sqrt{2}$ .

**D.** 2.

**Câu 24.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x-1)e^{2x}$  và  $F(0) = -\frac{3}{4}$ . Tính  $F(1)$ .

**A.**  $F(1) = \frac{1}{4}e^2$ .

**B.**  $F(1) = -\frac{1}{4}e^2$ .

**C.**  $F(1) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}e^2$ .

**D.**  $F(1) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}e^2$ .

**Câu 25.** Biết  $\int_1^2 \frac{(3x+1)dx}{3x^2+x \ln x} = \ln\left(a + \frac{\ln b}{c}\right)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương và  $c \leq 4$ . Tổng  $a+b+c$  bằng

**A.** 6.

**B.** 9.

**C.** 7.

**D.** 8.

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^2 (f(x) + 3x^2)dx = 10$ . Tính  $\int_0^2 f(x)dx$ .

**A.** -18.

**B.** -2.

**C.** 18.

**D.** 2.

**Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho véc tơ  $\vec{u} = (1;1;-2)$ ,  $\vec{v} = (1;0;m)$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để góc giữa  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  bằng  $45^\circ$ .

**A.**  $m = 2 - \sqrt{6}$ .

**B.**  $m = 2 + \sqrt{6}$ .

**C.**  $m = 2$ .

**D.**  $m = 2 \pm \sqrt{6}$ .

**Câu 28.** Biết  $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Tính  $P = a+b+c$ .

**A.**  $\frac{2}{3}$ .

**B.** 5.

**C.**  $\frac{13}{2}$ .

**D.**  $\frac{16}{3}$ .

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A = (4;0;1)$  và  $B = (-2;2;3)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ?

**A.**  $6x - 2y - 2z - 1 = 0$ .

**B.**  $3x + y + z - 6 = 0$ .

C.  $3x - y - z + 1 = 0$ .

D.  $3x - y - z = 0$ .

**Câu 30.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với:  $\overline{AB} = (1; -2; 2)$ ;  $\overline{AC} = (3; -4; 6)$ . Độ dài đường trung tuyến  $AM$  của tam giác  $ABC$  là:

A. 29.

B.  $\sqrt{29}$ .

C.  $\frac{\sqrt{29}}{2}$ .

D.  $2\sqrt{29}$ .

**Câu 31.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2^{2x} \left( 3^x - \frac{\sqrt{x}}{4^x} \right)$ .

A.  $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$ .

B.  $F(x) = 12^x + x\sqrt{x} + C$ .

C.  $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left( \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x}}{4^x} \right)$ .

D.  $F(x) = \frac{2^{2x}}{\ln 2} \left( \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x\sqrt{x} \ln 4}{4^x} \right)$ .

**Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 2; -2)$  và  $B(3; -1; 0)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(P): x + y - z + 2 = 0$  tại điểm  $I$ . Tỉ số  $\frac{IA}{IB}$  bằng:

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 2.

**Câu 33.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$  và điểm  $I(-1; 2; -1)$ . Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$ .

B.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ .

C.  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$ .

D.  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ .

**Câu 34.** Hàm số  $F(x) = \frac{1}{4} \ln^4 x + C$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A.  $f(x) = \frac{x}{\ln^3 x}$ .

B.  $f(x) = \frac{x \ln^3 x}{3}$ .

C.  $f(x) = \frac{\ln^3 x}{x}$ .

D.  $f(x) = \frac{1}{x \ln^3 x}$ .

**Câu 35.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3), B(3; 4; 4)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P): 2x + y + mz - 1 = 0$  bằng độ dài đoạn  $AB$ .

A.  $m = \pm 2$

B.  $m = 2$

C.  $m = -2$

D.  $m = -3$

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{2x^2 - 1}$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(4; -3; 12)$  và chắn trên tia  $Oz$  một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia  $Ox, Oy$ . Tìm phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^1 f(x) dx = 2; \int_0^3 f(x) dx = 6$ . Tính  $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 4]$ , đồng biến trên đoạn  $[1; 4]$  và thỏa mãn đẳng thức  $x + 2x.f(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$ . Biết rằng  $f(1) = \frac{3}{2}$ , tính  $I = \int_1^4 f(x) dx$ .

----- HẾT -----





Họ và tên: ..... Lớp: .....

Mã đề thi  
001

Mã đề [001]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	B	B	C	C	C	D	D	C	D	B	B	A	C	C	B	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	A	A	A	A	A	B	C	D	C	A	C	D	D	D	D	A	

## PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^{\pi} \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\pi} = -\frac{1}{3}(-1-1) = \frac{2}{3}.$$

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu  $(S): x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$  có tâm  $I(0; -1; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{5}$ .

Câu 3.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_0^3 f(x) dx &= \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx \\ \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx &= \int_0^3 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = a - b. \end{aligned}$$

Câu 4.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = (4; -1; -6) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{53} \Rightarrow L = \sqrt{53}.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } u = \sqrt{1+2x} \Rightarrow u^2 = 1+2x \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{2}; u du = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow u=1; x=4 \Rightarrow u=3$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{4} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du = \frac{1}{4} \left( \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3.$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn C

Do mặt phẳng  $(Oxy)$  vuông góc với trục  $Oz$  nên nhận vectơ  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Câu 7.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \int_0^9 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow F(x) \Big|_0^9 = 9 \Leftrightarrow F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) - 3 = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12.$$

Câu 8.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \frac{2x^4 + 3}{x^2} dx = \int \left( 2x^2 + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$$

Câu 9.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Vì } \int 3^{2x} dx = \int 9^x dx = \frac{9^x}{\ln 9} + C = \frac{3^{2x}}{\ln 9} + C.$$

Câu 10.

Lời giải

**Chọn C**

$$\int \tan x = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\ln |\cos x| + C.$$

Câu 11.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow dx = -dt$$

$$\Rightarrow I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6(-t) + \cos^6(-t)}{\frac{1}{6^t} + 1} dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 t + \cos^6 t}{6^t + 1} \cdot 6^t dt$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sin^6 x + \cos^6 x) dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) dx = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (5 + 3\cos 4x) dx$$

$$= \frac{1}{8} \left( 5x + \frac{3}{4} \sin 4x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{5\pi}{16}$$

$$\Rightarrow I = \frac{5\pi}{32}$$

$$\Rightarrow |a - b| = 27.$$

Câu 12.

Lời giải

**Chọn B**

Theo tính chất nguyên hàm thì (I) và (II) là đúng, (III) sai.

Câu 13.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int \sin x \cdot e^{\cos x} dx = -\int e^{\cos x} d(\cos x) = -e^{\cos x} + C.$$

Câu 14.

Lời giải

**Chọn A**

Giả thiết tương đương với  $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x} + 6$ . Lấy đạo hàm hai vế theo ẩn  $x$ , ta được:

$$\frac{f(x)}{x^2} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow f(x) = x\sqrt{x}.$$

Thay vào giả thiết, ta được:  $\int_a^x \frac{t\sqrt{t}}{t^2} dt = 2\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow 2\sqrt{t} \Big|_a^x = 2\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 2\sqrt{a} = 2\sqrt{x} - 6$

$$\Leftrightarrow a = 9a.$$

**Câu 15.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } J = -x \cos x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi \cos x \, dx = \pi - \sin x \Big|_0^\pi = \pi.$$

**Câu 16.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \, dx \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int_0^1 (x+1) f'(x) \, dx = (x+1) f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) \, dx$$

$$= 2 - \int_0^1 f(x) \, dx = 10$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x) \, dx = 2 - 10 = -8.$$

**Câu 17.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$  suy ra  $I(2;1;0)$ ,  $\overline{AB} = (2;8;-4) = 2(1;4;-2)$ .

Suy ra mặt phẳng phẳng trung trực của  $AB$  có dạng:

$$1(x-2) + 4(y-1) - 2z = 0 \Leftrightarrow x + 4y - 2z - 6 = 0 \Rightarrow a = 4, b = -2, c = -6 \Rightarrow a + b + c = -4.$$

**Câu 18.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(\alpha): x + 2my + z - 1 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_1 = (1; 2m; 1)$ .

Mặt phẳng  $(\beta): 2x + 3y + 4z + 5 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_2 = (2; 3; 4)$ .

$$\text{Ta có: } (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + 2m \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

**Câu 19.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int (x^2 + 5x + 5) e^x \, dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^2 + 5x + 5 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (2x + 5) dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\int (x^2 + 5x + 5)e^x dx = (x^2 + 5x + 5)e^x - \int (2x + 5)e^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u' = 2x + 5 \\ dv' = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\int (2x + 5)e^x dx = (2x + 5)e^x - 2 \int e^x dx = (2x + 3)e^x + C.$$

$$\int (x^2 + 5x + 5)e^x dx = (x^2 + 3x + 2)e^x + C.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \Rightarrow 2a + 3b + c = 13. \\ c = 2 \end{cases}$$

**Câu 20.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } f(x) = 4x(1 + \ln x) \Rightarrow F(x) = \int (4x(1 + \ln x)) dx$$

đặt

$$\begin{cases} u = 1 + \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} \\ dv = 4x \Rightarrow v = 2x^2 \end{cases} \Rightarrow F(x) = 2x^2(1 + \ln x) - \int 2x dx = 2x^2(1 + \ln x) - x^2 + C = 2x^2 \ln x + x^2 + C$$

**Câu 21.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$$

Khi đó:

$$\int_0^{100} x \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} \Big|_0^{100} - \frac{1}{2} \int_0^{100} e^{2x} dx = 50e^{200} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^{100} = 50e^{200} - \frac{1}{4} e^{200} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} (199e^{200} + 1).$$

**Câu 22.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $\vec{v} \neq \vec{0}$  nên  $\vec{u}, \vec{v}$  cùng phương khi và chỉ khi

$$\exists k \in \mathbb{R} : \vec{u} = k\vec{v} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \begin{cases} m = 3k \\ -2 = -2km - 4k \\ m + 1 = 6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

**Câu 23.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $M(x, y; z)$ . Vì M thuộc đoạn AB nên:

$$\overline{MA} = -2\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(2-x) \\ 1-y = -2(-3-y) \\ -2-z = -2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \\ z = \frac{8}{3} \end{cases}$$

**Câu 24.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx \\ &= (-\cot x - \tan x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{6-4\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác: } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = F\left(\frac{\pi}{3}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{6-4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{12-4\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 25.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm  $f(x) = \sin 2x$  nên  $F(x) = \int \sin 2x dx$

$$\Leftrightarrow F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F\left(\frac{\pi}{4}\right) &= -\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} + C = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + 1 \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} + 1 \\ &\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 26.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } t = 2 + \sin^2 x + \cos x \Rightarrow dt = (\sin 2x - \sin x) dx$$

$$\text{Khi đó } \int f(x) dx = \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{t} = \frac{-1}{(2 + \sin^2 x + \cos x)} + C.$$

$$\text{Vậy một nguyên hàm của hàm số đã cho là } F(x) = \frac{-1}{(2 + \sin^2 x + \cos x)}.$$

**Câu 27.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 + 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C.$$

$$f(0) = 3 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 2 \cos 0 + C = 3 \Leftrightarrow C = 5.$$

**Câu 28.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Để thấy mp đã cho cắt  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$ .

$$\Rightarrow OA = 2, OB = 3, OC = 4.$$

Tứ diện  $OABC$  có đường cao là  $OC$ , đáy  $OAB$  là tam giác vuông tại  $O$ .

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} OC \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB = 4.$$

**Câu 29.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \int_0^2 [f(1-3x)+9] dx = \int_0^2 f(1-3x) dx + \int_0^2 9 dx = \int_0^2 f(1-3x) dx + 18$$

$$\text{Đặt } t = 1-3x \Rightarrow dt = -3dx. \text{ Đổi cận: } x=0 \rightarrow t=1; x=2 \rightarrow t=-5$$

$$\text{Nên } \int_0^2 f(1-3x) dx = \int_1^{-5} f(t) \cdot \left(\frac{dt}{-3}\right) = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(t) dt = 3$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 [f(1-3x)+9] dx = 3+18 = 21.$$

**Câu 30.**

**Lời giải**

Gọi  $M(x; y; z)$ .

$$\text{Ta có } MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4[(x-2)^2 + (y+5)^2 + (z-1)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x + \frac{38}{3}y - \frac{2}{3}z + \frac{106}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{19}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = 16.$$

**Câu 31.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \int \frac{7x+11}{(x+1)(x+2)} dx = \int \left( \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x+2} \right) dx = 4 \ln|x+1| + 3 \ln|x+2| + C.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}. \text{ Vậy } a+b=7.$$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\int_2^3 (m+1)f(x) dx = -9 \Leftrightarrow (m+1)(-3) = -9 \Leftrightarrow m = 2.$$

**Câu 33.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Có } \int_0^2 f(2x) dx = \int_0^2 \frac{1}{2} f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} F(2x) \Big|_0^2 = \frac{1}{2} (F(4) - F(0)) = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 8.$$

Cách khác: đặt  $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$ .

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 8.$$

**Câu 34.**

Lời giải

Chọn D

$$d(M; (P)) = \frac{|2 - 2 - 0 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1.$$

Câu 35.

Lời giải

Chọn A

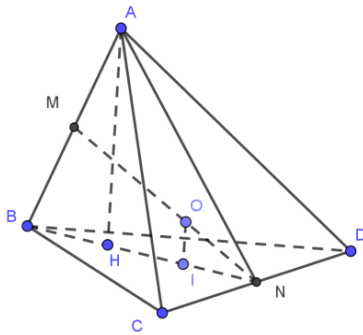
$$\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 3 \Rightarrow \int_0^1 g(x) dx = -2.$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Học sinh tự giải

Câu 37.

Lời giải



Gọi  $M, N$ , lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, CD$ . Ta có  $\triangle ACD = \triangle BCD$  (c-c-c) nên  $AN = BN$  do đó tam giác  $NAB$  cân tại  $N \Rightarrow MN \perp AB$

Tương tự ta có  $MN \perp CD$

Ta có  $(ABN) \perp CD \Rightarrow (ABN) \perp (BCD)$

mà  $(ABN) \cap (BCD) = BN$ . Trong  $(ABN)$  kẻ  $AH \perp BN \Rightarrow AH \perp (BCD)$

Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$ . Dựng trục  $It$ , gọi  $O = It \cap MN$  khi đó  $O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện. Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

$$\text{Ta có } MN^2 = AN^2 - AM^2 = AD^2 - MD^2 - AM^2 = 9a^2 \Rightarrow MN = 3a.$$

$$\text{Ta có } OM^2 + MA^2 = ON^2 + ND^2 = R^2$$

$$\Rightarrow OM^2 - ON^2 = ND^2 - MA^2 = 5a^2$$

$$\Rightarrow (OM - ON)(OM + ON) = 5a^2$$

$$\text{Mà } OM + ON = MN = 3a \Rightarrow OM - ON = \frac{5}{3}a$$

$$\text{Từ } \begin{cases} OM + ON = 3a \\ OM - ON = \frac{5}{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OM = \frac{7}{3}a \\ ON = \frac{2}{3}a \end{cases}$$

$$\text{Ta có } R = \sqrt{ON^2 + NA^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}a\right)^2 + (3a)^2} = \frac{a\sqrt{85}}{3}.$$

**Câu 38.**

**Lời giải**

$$\text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 x) dx \Rightarrow \frac{dt}{1+t^2} = dx.$$

Đổi cận:

$$x = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 \frac{f(t)}{1+t^2} dt = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2} dx = 4.$$

$$\text{Suy ra: } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1} dx = 6.$$

**Câu 39.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } f(x) \cdot f'(x) = \cos x \cdot \sqrt{1+f^2(x)} \Leftrightarrow \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} = \cos x$$

$$\Rightarrow \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx = \int \cos x dx \Rightarrow \int d\sqrt{1+f^2(x)} = \int \cos x dx \Rightarrow \sqrt{1+f^2(x)} = \sin x + C$$

$$\Rightarrow 1 + f^2(0) = \sin 0 + C \Rightarrow C = 2.$$

$$\Rightarrow f^2(x) = (\sin x + 2)^2 - 1 \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{(\sin x + 2)^2 - 1} \text{ trên } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Xét  $f(x) = \sqrt{(\sin x + 2)^2 - 1}$  trên  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$  ta có:

$$\text{Đặt } t = \sin x, t \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] \Rightarrow f(t) = \sqrt{t^2 + 4t - 3} \Rightarrow f'(t) = \frac{t+2}{\sqrt{t^2 + 4t - 3}} > 0$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất: } \min f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$\text{Giá trị lớn nhất: } \max f(t) = f(1) = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } m = \frac{\sqrt{21}}{2}; M = 2\sqrt{2}.$$





Họ và tên: ..... Lớp: .....

Mã đề thi  
002

Mã đề [002]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	C	B	A	B	A	D	C	B	D	B	C	C	B	A	C	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	C	C	B	D	D	D	A	A	D	A	A	D	B	A	A	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1+0+5}{3} = 2 \\ y_G = \frac{-2+2+6}{3} = 2 \Rightarrow G(2; 2; 4) \\ z_G = \frac{4+5+3}{3} = 4 \end{cases}$$

Câu 2.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 2e^x dx = 2e^x \Big|_0^1 = 2e - 2.$$

Câu 3.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (2x + \sin 2x) dx = x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 4.

Lời giải

**Chọn B**

Câu 5.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Cách 1: Ta có: } I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2. \text{ Chọn đáp án}$$

C.

Cách 2 : Sử dụng MTCT.

Câu 6.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow -3t^2 dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=0.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx = \int_1^0 t \cdot (-3t^2 dt) = 3 \int_0^1 t^3 dt.$$

Câu 7.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (x-3)^2 dx = \int (x-3)^2 d(x-3) = \frac{(x-3)^3}{3} + C.$$

$$\text{Chọn } C = 2017 \text{ ta được một nguyên hàm của hàm số } f(x) = (x-3)^2 \text{ là } F(x) = \frac{(x-3)^3}{3} + 2017.$$

**Câu 8.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\int x(x^2 + 7)^{15} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 7)^{15} d(x^2 + 7) = \frac{1}{32} (x^2 + 7)^{16} + C$$

**Câu 9.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$I = \int_0^1 f(3x+1) dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(3x+1) d(3x+1) = \frac{1}{3} \int_1^4 f(t) dt = 3.$$

**Câu 10.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Do mặt phẳng  $(Oxz)$  vuông góc với trục  $Oy$  nên có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}(0;1;0)$ .

**Câu 11.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1.$$

**Câu 12.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C.$$

**Câu 13.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là } \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y - 2z - 6 = 0.$$

$$\overline{AB} = (-1; 2; 0); \overline{CA} = (1; 0; 3).$$

Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

Suy ra  $OH \perp (ABC)$ .

$$\text{Suy ra } OH = d(O, (ABC)) = \frac{6}{7}.$$

**Câu 14.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Gọi } M(x; y; 0). \text{ Suy ra } \overline{MA} = (2-x; -y; 0), \overline{MB} = (-x; 2-y; 0), \overline{MC} = (-x; -y; 2).$$

$$\text{Ta có } \overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MC}^2 = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 2y^2 - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + y^2 - y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 15.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \sqrt{x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = \frac{1}{x} \\ v = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int f(x) dx &= \int \sqrt{x} \ln x dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \cdot \ln x - \int \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \cdot \ln x - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}} (3 \ln x - 2) + C. \end{aligned}$$

**Câu 16.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: 
$$\int f(x) dx = \int \sqrt{2x-1} dx = \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(2x-1)^3} + C = \frac{1}{3} \cdot (2x-1) \cdot \sqrt{2x-1} + C.$$

**Câu 17.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: hình chiếu của điểm  $A(1; -1; 2)$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $B(1; 0; 0), C(0; -1; 0), D(0; 0; 2)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  qua  $B, C, D$  là:  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 2 = 0$ .

**Câu 18.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Có } F(x) = \int f(x) dx = \int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C$$

$$\text{Do } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} + C = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$$

**Câu 19.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \frac{2+2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{m^2+4}} = \frac{4}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2+4} = \sqrt{5}(1+m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m^2 + 10m - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \left[ \begin{array}{l} m = 1 \text{ (n)} \\ m = -11 \text{ (l)} \end{array} \right. \end{cases}$$

**Câu 20.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$$

Theo bài ra ta có:  $F(0) = 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$ .

**Câu 21.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $F(x) = \int \frac{\ln^2 x}{x} dx + C$ .

Đặt  $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$ , suy ra  $F(x) = \int \frac{\ln^2 x}{x} dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{\ln^3 x}{3} + C$ .

Mà  $F(e^3) = 8 \Leftrightarrow \frac{(\ln e^3)^3}{3} + C = 8 \Leftrightarrow C = -1$ .

Khi đó  $F(x) = \frac{\ln^3 x}{3} - 1$ .

Nên  $F(e^{\sqrt[3]{9}}) = 2$ .

**Câu 22.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} I &= \int_1^{2^{1000}} \frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + x} dx = \int_1^{2^{1000}} \frac{(x^2 + x) + (2x + 1) + x}{x^2 + x} dx = \int_1^{2^{1000}} \left( 1 + \frac{2x + 1}{x^2 + x} + \frac{x}{x^2 + x} \right) dx \\ &= \int_1^{2^{1000}} dx + \int_1^{2^{1000}} \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx + \int_1^{2^{1000}} \frac{1}{x + 1} dx = x \Big|_1^{2^{1000}} + \int_1^{2^{1000}} \frac{d(x^2 + x)}{x^2 + x} + \ln|x + 1| \Big|_1^{2^{1000}} \\ &= 2^{1000} - 1 + (\ln|x| + \ln|x + 1|) \Big|_1^{2^{1000}} + \ln(2^{1000} + 1) - \ln 2 = 2^{1000} - 1 + \ln|x^2 + x| \Big|_1^{2^{1000}} + \ln(2^{1000} + 1) - \ln 2 \\ &= 2^{1000} - 1 + \ln 2^{1000} + \ln(2^{1000} + 1) - \ln 2 + \ln(2^{1000} + 1) - \ln 2 = 2^{1000} - 1 + \ln 2^{1000} - 2 \ln 2 + 2 \ln(2^{1000} + 1) \\ &= 2^{1000} - 1 + (\ln 2^{1000} - \ln 2^2) + \ln(2^{1000} + 1)^2 = 2^{1000} - 1 + \ln 2^{998} + \ln(2^{1000} + 1)^2 \\ &= 2^{1000} - 1 + \ln \left[ 2^{998} (2^{1000} + 1)^2 \right]. \end{aligned}$$

**Câu 23.**

**Lời giải**

Ta có  $F'(x) = f(x)$

$$\Rightarrow F'(x^2 + x) = f(x^2 + x) \cdot (x^2 + x)' = (2x + 1)(x^2 + x) e^{(x^2 + x)^2} \left( (x^2 + x)^2 - 4 \right)$$

$$= (2x + 1)x(x + 1) e^{(x^2 + x)^2} (x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$$

$$= (2x + 1)x(x + 1)(x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 2) e^{(x^2 + x)^2} = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{ -2; -1; \frac{-1}{2}; 0; 1 \right\}$$

$F'(x^2 + x) = 0$  có 5 nghiệm đơn nên  $F(x^2 + x)$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 24.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

Khi đó:  $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin 2x dx.$

**Câu 25.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $t = \sqrt{x} \Rightarrow x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt$ . Từ đó suy ra  $\begin{cases} x = 4 \Rightarrow t = 2 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$

Khi đó  $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x}) dx = \int_0^2 t f'(t) dt = t f(t) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(t) dt = 2f(2) - \int_0^2 f(x) dx = -5.$

**Câu 26.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$F(x) = \int \left( \frac{a}{\pi} + \cos^2 x \right) dx = \int \left( \frac{a}{\pi} + \frac{1 + \cos 2x}{2} \right) dx = \left( \frac{a}{\pi} + \frac{1}{2} \right) x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$

Do  $F(0) = \frac{1}{4}$ ,  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{1}{4} \\ \left(\frac{a}{\pi} + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \frac{1}{4} \\ a = \frac{\pi}{2} - 2 \end{cases}.$

Vậy  $a = \frac{\pi}{2} - 2.$

**Câu 27.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $u = \sqrt{1 + 3 \ln x} \Rightarrow u^2 = 1 + 3 \ln x \Rightarrow 2u du = 3 \cdot \frac{1}{x} dx \Rightarrow \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} u du.$

Đổi cận  $x = 1 \Rightarrow u = 1$ ;  $x = e \Rightarrow u = 2.$

Do đó:  $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x \sqrt{1 + 3 \ln x}} dx = \int_1^2 \frac{\frac{2}{3} u \left( \frac{u^2 - 1}{3} \right) du}{u} = \frac{2}{9} \int_1^2 (u^2 - 1) du.$

**Câu 28.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $F(t) = \int \sqrt{1 + t^2} dt \Rightarrow F'(t) = \sqrt{1 + t^2}.$

$G(x) = \int_1^x \sqrt{1 + t^2} dt = F(x) - F(1) \Rightarrow G'(x) = [F(x) - F(1)]' = (F(x))' - (F(1))' = F'(x) = \sqrt{1 + x^2}$

**Câu 29.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Lần lượt thay tọa độ các điểm  $N, P, Q, M$  vào  $(P)$ , ta được  $M \in (P).$

**Câu 30.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $F'(x) = f(x).$

$$F'(x) = (2ax+b)\sqrt{2x-3} + \frac{ax^2+bx+c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{(2ax+b)(2x-3) + ax^2+bx+c}{\sqrt{2x-3}}$$

$$= \frac{5ax^2 + (3b-6a)x + c - 3b}{\sqrt{2x-3}} = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}.$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} 5a = 20 \\ 3b - 6a = -30 \\ c - 3b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } S = a + b + c = 3.$$

**Câu 31.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2.$$

$$\text{Do đó: } 8 = \int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = \int_1^2 f(t) \cdot 2t dt = 2 \int_1^2 t \cdot f(t) dt \Rightarrow \int_1^2 t \cdot f(t) dt = 4. \text{ Vậy } I = 4.$$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } M \text{ là trung điểm của đoạn } AB \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1; 1).$$

**Câu 33.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } (S): \begin{cases} I(1; -1; 1) \\ R = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Đề } (P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ thì } d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - m^2 - 3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 = 0 \\ m^2 + 3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}.$$

**Câu 34.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } I = \int_1^2 \frac{(3x+1)dx}{3x^2 + x \ln x} = \int_1^2 \frac{1}{3x + \ln x} \left( 3 + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$\text{Đặt } t = 3x + \ln x \Rightarrow dt = \left( 3 + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = 1 \Rightarrow t = 3$$

$$x = 2 \Rightarrow t = 6 + \ln 2.$$

$$\text{Khi đó, } I = \int_3^{6+\ln 2} \frac{dt}{t} = \ln t \Big|_3^{6+\ln 2} = \ln(6 + \ln 2) - \ln 3 = \ln \left( 2 + \frac{\ln 2}{3} \right)$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = 2, c = 3. \text{ Vậy } a + b + c = 7.$$

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = u^2 - 1 \Rightarrow dx = 2u du.$$

Khi đó  $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$  trở thành  $\int \frac{u^2-4}{u} \cdot 2u du = \int 2(u^2-4) du$ .

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.**

Học sinh tự giải

**Câu 37.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x \cdot \cos^2 x}{1 + \cos x} dx$$

$$\text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x \cdot dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$$

$$\Rightarrow I = -\int_1^0 \frac{2t^2}{1+t} dt = 2 \int_0^1 \left( t - 1 + \frac{1}{t+1} \right) dt = 2 \left( \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| \right) \Big|_0^1 = 2 \left( -\frac{1}{2} + \ln 2 \right) = 2 \ln 2 - 1$$

$$\text{Vậy } a = 2; b = -1 \Rightarrow P = 5.$$

**Câu 38.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } 2 = \int_1^3 \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = \left( \sqrt{f(x)} \right) \Big|_1^3 = \sqrt{f(3)} - \sqrt{f(1)}$$

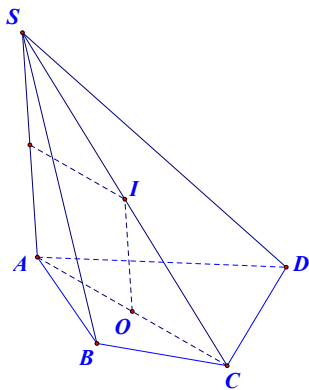
$$\text{Ta có: } 8 = \int_1^3 f'(x) dx = f(3) - f(1) = \left( \sqrt{f(3)} - \sqrt{f(1)} \right) \left( \sqrt{f(3)} + \sqrt{f(1)} \right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{f(3)} + \sqrt{f(1)} = 4 \Rightarrow \sqrt{f(3)} = 3 \Rightarrow f(3) = 9.$$

$$\text{Cách 2: } \begin{cases} f(3) - f(1) = 8 \\ \sqrt{f(3)} - \sqrt{f(1)} = 2 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{x=\sqrt{f(3)}} \\ \xrightarrow{y=\sqrt{f(1)}} \end{matrix} \begin{cases} x^2 - y^2 = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{f(3)} = 3 \Rightarrow f(3) = 9$$

**Câu 39.**

**Lời giải:**



$$S_{ADC} = \frac{1}{2} AD \cdot DC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \Rightarrow AD = a\sqrt{3}$$

Do  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$  nên tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $ABCD$  là trung điểm  $AC$ .  
Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$  thì  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

$$IO = \tan 60^\circ \cdot OC = a\sqrt{3}$$

$$\text{C6 } R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$$

$$S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$$





Họ và tên: ..... Lớp: .....

Mã đề thi  
003

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	D	A	B	A	B	C	C	D	C	D	C	C	B	D	B	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	C	D	A	A	D	B	B	A	B	B	B	A	D	C	C	A	

## PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có  $f(x) = e^x(1 + e^{-x}) = e^x + 1$  nên  $\int f(x) dx = \int (e^x + 1) dx = e^x + x + C$ .

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

Đặt  $t = \sqrt{4x+1} \Rightarrow t^2 = 4x+1 \Rightarrow 2tdt = 4dx \Rightarrow dx = \frac{t}{2} dt$ Đổi cận:  $x=0 \Rightarrow t=1, x=2 \Rightarrow t=3$ . Do đó:  $\int_0^2 \sqrt{4x+1} dx = \int_1^3 \frac{t^2}{2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_1^3 = \frac{13}{3}$ .

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 3.

Lời giải

Đặt  $u = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow du = 2(x-1) dx \Rightarrow (x-1) dx = \frac{1}{2} du$ .Đổi cận:  $x=0 \Rightarrow u=3; x=1 \Rightarrow u=2$ .Ta có  $\int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3} dx = \int_3^2 e^u \frac{1}{2} du = -\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du$ .

Vậy chọn phương án C

Câu 4.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của  $M(1; 2; 3)$  lên trục  $Oy$  là điểm  $Q(0; 2; 0)$ .

Câu 5.

Lời giải

Chọn B

 $\int_0^1 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2$ .

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có,  $\int_1^2 3f(x) dx = 3 \int_1^2 f(x) dx = 6$ 

Câu 7.

Lời giải

Chọn B

Câu 8.

Lời giải

**Chọn C**

Mặt phẳng  $(P): x + 2z + 23 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$ .

**Câu 9.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt cầu có tâm  $I(1; 2; 3)$  và bán kính  $R = 3$  có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$$

**Câu 10.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $F(x) = \int f(x) dx, \forall x \in K \Rightarrow [F(x)]' = f(x), \forall x \in K$ .

**Câu 11.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int (x^2 - 2x + 1) dx = \int x^2 dx + 2 \int x dx + \int dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$ .

**Câu 12.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$a = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + b \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = a - b.$$

**Câu 13.**

**Lời giải.**

**Chọn C**

Ta có tâm cầu thuộc trục  $Ox: I(a; 0; 0)$ .

$$\Rightarrow \vec{IA} = (1-a; 1; 2) \Rightarrow IA = \sqrt{a^2 - 2a + 6}.$$

$$\Rightarrow \vec{IB} = (3-a; 0; 1) \Rightarrow IB = \sqrt{a^2 - 6a + 10}$$

Mà mặt cầu  $(S)$  đi qua hai điểm  $A(1; 1; 2), B(3; 0; 1)$

$$\Rightarrow IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 6 = a^2 - 6a + 10 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow I(1; 0; 0) \Rightarrow R = IA = \sqrt{5}$$

Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$  là:  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$ .

**Câu 14.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình mặt phẳng  $(ABC): 16x - 11y - z + 5 = 0$ .

Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} I \in (ABC) \\ IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2b + 10c = 23 \\ 4a + 6b - 2c = 32 \\ 16a - 11b - c = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = 4 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right).$$

**Câu 15.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\int \frac{2}{\sqrt{2x-1}} dx = 2 \int \frac{d(2x-1)}{2\sqrt{2x-1}} = 2\sqrt{2x-1} + C$ ;

Do  $F(5) = 7$  nên  $6 + C = 7 \Rightarrow C = 1$ .

**Câu 16.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \int_2^3 x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_2^3 - \frac{1}{2} \int_2^3 x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_2^3 - \frac{x^2}{4} \Big|_2^3 = \frac{9}{2} \ln 3 - 2 \ln 2 - \frac{5}{4}.$$

Suy ra  $m + n + 2p = 0$ .

Câu 17.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $(P) // (Q) \Rightarrow (P)$  có dạng:  $2x - y + 2z + m = 0 (m \neq 5)$ .

Chọn điểm  $B(0; 5; 0) \in (Q)$

Ta có:  $d[A, (P)] = d[(Q), (P)] \Leftrightarrow d[A, (P)] = d[B, (P)]$

$$\Leftrightarrow \frac{|6+1+4+m|}{3} = \frac{|-5+m|}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m+11 = m-5 \\ m+11 = 5-m \end{cases} \Leftrightarrow m = -3(n)$$

Vậy:  $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ .

Câu 18.

Lời giải

**Chọn C**

$$I = \int_0^{10} (x^{100} - x^2 - 2) dx = \left( \frac{x^{101}}{101} - \frac{x^3}{3} - 2x \right) \Big|_0^{10} = \frac{10^{101}}{101} - \frac{10^3}{3} - 20 = \frac{10^{101}}{101} - \frac{1060}{3}.$$

Câu 19.

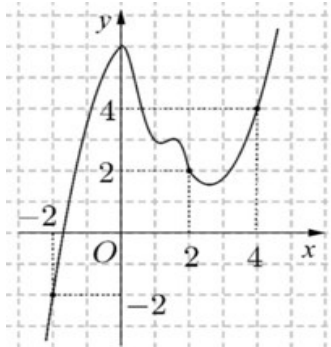
Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \int x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

Câu 20.



Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Xét } I_1 = \int_0^4 f'(x-2) dx$$

$$\text{Đặt } t = x - 2 \Rightarrow dt = dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{array}{c|cc} x & 0 & 4 \\ \hline t & -2 & 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow I_1 = \int_{-2}^2 f'(t) dt = f(2) - f(-2) = 2 - (-2) = 4$$

$$\text{Xét } I_2 = \int_0^2 f'(x+2) dx$$

$$\text{Đặt } t = x+2 \Rightarrow dt = dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline t & 2 & 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow I_2 = \int_2^4 f'(t) dt = f(4) - f(2) = 4 - 2 = 2$$

$$\text{Vậy } \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx = 6.$$

**Câu 21.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2+0+0}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = -\frac{2}{5}.$$

**Câu 22.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx.$$

$$\text{Từ } \int f(2x) dx = \sin^2 x + \ln x \Rightarrow \frac{1}{2} \int f(t) dt = \sin^2 \frac{t}{2} + \ln \frac{t}{2} + C.$$

$$\Rightarrow \int f(t) dt = 2 \sin^2 \frac{t}{2} + 2 \ln t - 2 \ln 2 + 2C \Rightarrow \int f(x) dx = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \ln x - 2 \ln 2 + 2C, \quad \text{do}$$

$C \in \mathbb{R}$  nên chọn đáp án B

**Câu 23.**

**Lời giải.**

**Chọn A**

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1 + \ln x}{x^2} dx = \int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{\ln x}{x^2} \right) dx = \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + I + C.$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = -\frac{1}{x} \ln x + \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + C.$$

$$\text{Do đó: } F(x) = -\frac{2}{x} - \frac{1}{x} \ln x = -\frac{1}{x} (\ln x + 2) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } S = 1.$$

**Câu 24.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $(Oxy): z = 0;$

$(Oyz): x = 0;$

$(Oxz): y = 0.$

Do đó  $a = 2; b = 1; c = 3$ .

Vậy  $P = 30$ .

**Câu 25.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (M \cdot \sin \pi x + N \cdot \cos \pi x) dx = \left( -\frac{M}{\pi} \cos \pi x + \frac{N}{\pi} \sin \pi x \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{M+N}{\pi}$$

$$\text{Do đó: } \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = -\frac{1}{\pi} \Leftrightarrow \frac{M+N}{\pi} = -\frac{1}{\pi} \Leftrightarrow M+N = -1$$

$$\text{Mặt khác: } f(1) = 3 \Leftrightarrow -N = 3 \Rightarrow N = -3 \Rightarrow M = 2$$

$$f'(x) = 2\pi \cdot \cos \pi x + 3\pi \cdot \sin \pi x \Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5\pi\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 26.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo công thức nguyên hàm, đáp án D sai.

**Câu 27.**

**Lời giải.**

**Chọn A**

Không bước nào sai.

**Câu 28.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int \sin 3x dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C, \text{ vì } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \text{ nên } C = 2.$$

**Câu 29.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có véc tơ  $\vec{b}$  ngược hướng với véc tơ  $\vec{a}$  và  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ . Suy ra  $\vec{b} = -2\vec{a} = (-2; 4; -6)$ .

**Câu 30.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = 2 + \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx.$$

$$\text{Suy ra } F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})} dx = \int \frac{2}{t} dt = 2 \ln t + C = 2 \ln(2 + \sqrt{x}) + C.$$

$$\text{Do } F(0) = \ln 4 \Rightarrow C = 0. \text{ Vậy } F(4) = 4 \ln 2.$$

**Câu 31.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \ln 2x = t \Rightarrow dx = \frac{x}{2} dt$$

$$\text{Khi đó } \int_1^e \frac{1}{x} f(\ln 2x) dx = \int_{\ln 2}^{1+\ln 2} \frac{1}{x} f(t) \frac{x}{2} dt = \frac{1}{2} \int_{\ln 2}^{1+\ln 2} f(t) dt = \frac{2018}{2} = 1009.$$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét mặt cầu  $(x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 1$  có: tâm  $I(1; 3; 0)$ , bán kính  $R = 1$ .

$$\Rightarrow d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{2}{5} < 1. \text{ Vậy } (P) \text{ cắt mặt cầu.}$$

**Câu 33.**

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$I = \int_1^e x \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_0^e - \int_0^e \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_0^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_0^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}.$$

**Câu 34.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$I = \int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3.$$

---Hết---

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

$$\int f'(x) dx = \int \frac{3x-1}{x+2} dx = \int \left( 3 - \frac{7}{x+2} \right) dx = 3x - 7 \ln|x+2| + C.$$

$$\text{Do đó } f(x) = \begin{cases} 3x - 7 \ln(x+2) + C & \text{khi } x > -2 \\ 3x - 7 \ln(-x-2) + C & \text{khi } x < -2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } f(0) = 1 \Rightarrow -7 \ln 2 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1 + 7 \ln 2,$$

$$f(-4) = 2 \Leftrightarrow -12 - 7 \ln 2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 14 + 7 \ln 2.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \begin{cases} 3x - 7 \ln(x+2) + 1 + 7 \ln 2 & \text{khi } x > -2 \\ 3x - 7 \ln(-x-2) + 14 + 7 \ln 2 & \text{khi } x < -2 \end{cases}.$$

$$\text{Nên } f(2) = 6 - 7 \ln 2^2 + 1 + 7 \ln 2 = 7 - 7 \ln 2.$$

$$f(-3) = -9 - 7 \ln 1 + 14 + 7 \ln 2 = 5 + 7 \ln 2.$$

$$\text{Vậy } f(2) + f(-3) = 12.$$

**PHẦN II: TỰ LUẬN**

**Câu 36.**

**Lời giải**

Học sinh tự giải.

**Câu 38.**

**Lời giải**

$$\text{Đặt } x = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt \text{ với } x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}; x = 0 \Rightarrow t = 0.$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan t) (1 + \tan^2 t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^4 t \frac{1}{\cos^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \left( \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{2 + \pi}{8}.$$

**Câu 39.**

### Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x).f(1-x)=1 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{f(1-x)}$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)} = \int_0^1 \frac{f(1-x)dx}{1+f(1-x)}$$

$$\text{Đặt } t=1-x \Rightarrow -dt=dx$$

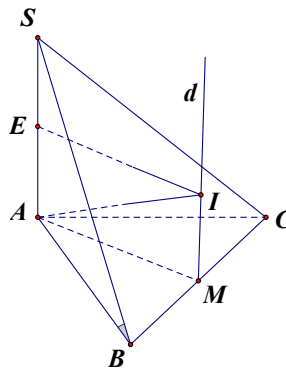
$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=0$$

$$\text{Nên } I = -\int_1^0 \frac{f(t)dt}{1+f(t)} = \int_0^1 \frac{f(x)dx}{1+f(x)}$$

$$\text{Do đó: } I+I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)} + \int_0^1 \frac{f(x)dx}{1+f(x)} = \int_0^1 dx = 1 \Leftrightarrow I = \frac{1}{2}.$$

### Câu 37.

#### Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  khi đó  $M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Qua  $M$  dựng đường thẳng  $d$  vuông góc với mp đáy.

Dựng mp trung trực của  $SA$  cắt  $d$  tại  $I$  khi đó  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA} = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow SA = AB = a \Rightarrow AE = \frac{a}{2}, AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là } IA = \sqrt{AM^2 + EM^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là } V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}.$$







Họ và tên: ..... Lớp: .....

Mã đề thi  
004

Mã đề [004]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	D	C	D	A	A	D	C	C	C	A	B	A	C	C	A	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	A	D	D	A	A	B	B	B	D	C	B	B	C	A	D	

### PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân, ta có:  $\int_0^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx$ .

Suy ra:  $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx - \int_3^4 f(x) dx = 10 - 4 = 6$ .

Vậy  $\int_0^3 f(x) dx = 6$ .

Câu 2.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x) dx = \int (x^3 + x^2) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C.$$

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ .

Đổi cận, thay vào ta được  $m \leq -1$ .

Câu 4.

Lời giải

Chọn C

$$\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \int \frac{d(5x-2)}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$$

Câu 5.

Lời giải

Chọn D

Do  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k \neq 0$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên A là mệnh đề sai.

Câu 6.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1 \end{aligned}$$

Câu 7.

Lời giải

**Chọn A**

Câu 8.

Lời giải

Mặt cầu có tâm  $I(1; -4; 3)$  và đi qua điểm  $A(5; -3; 2)$  nên có bán kính  $R = IA = 3\sqrt{2}$   
 Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$ .

Câu 9.

Lời giải

**Chọn C**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(-2x+1) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx \\ \Rightarrow I &= -\frac{1}{2} \int_3^0 f(u) du + \frac{1}{2} \int_0^1 f(v) dv = 3 + 1 = 4. \end{aligned}$$

Câu 10.

Lời giải

**Chọn C**

Mặt phẳng  $x + 2y - z - 2 = 0$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .

Câu 11.

Lời giải

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } \int (5^x + 1) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + x + C.$$

Câu 12.

Lời giải

$$\text{Đặt } u = \ln 2x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}. \text{ Đổi cận } x = \frac{1}{2} \Rightarrow u = 0; x = \frac{e}{2} \Rightarrow u = 1.$$

$$\text{Vậy } \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{e}{2}} \frac{\ln^2 2x}{x} dx = \int_0^1 u^2 du.$$

Câu 13.

Lời giải

**Chọn B**

$$I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx \text{ ta có } 2^x - 2^{-x} = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \int_{-1}^0 |2^x - 2^{-x}| dx + \int_0^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \left| \int_{-1}^0 (2^x - 2^{-x}) dx \right| + \left| \int_0^1 (2^x - 2^{-x}) dx \right| \\ &= \left| \left( \frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left( \frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{\ln 2}. \end{aligned}$$

Có thể sử dụng máy tính.

Câu 14.

Lời giải.

**Chọn A**

$$F(x) = \int x.e^{2x}.dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x}.dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}.e^{2x}. \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot x \cdot e^{2x} - \frac{1}{4} \cdot e^{2x} + C = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \left( x - \frac{1}{2} \right) + C.$$

**Câu 15.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\overline{BA}(0;3;-3)$ ,  $\overline{BC}(-3;3;0)$ ,  $\overline{AC}(-3;0;3)$ .

Vì  $AB = AC = BC$  nên  $\Delta ABC$  đều.

Tâm đường tròn ngoại tiếp trùng với trọng tâm  $\Delta ABC$  nên  $I(2;2;2)$ .

**Câu 16.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\overline{AB} = (1; 0; -3)$ ,  $\overline{AC} = (-1; 1; 0)$  nên mặt phẳng  $(ABC)$  có vectơ pháp tuyến là  $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (3; 3; 1)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  có dạng  $3x + 3y + z - 8 = 0$ .

**Câu 17.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $F(x) = \int f(x) dx = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$ .

Theo giả thiết:  $F(0) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$ . Vậy  $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{1}{2}$ .

**Câu 18.**

**Chọn B**

Đặt

$$\begin{cases} u = x - 2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x-2)e^x dx = (x-2)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -e + 2 - e^x \Big|_0^1 = 3 - 2e = a + be$$

với  $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a = 3, b = -2 \Rightarrow a + b = 1$

**Câu 19.**

**Lời giải**

$$\text{Xét } I = \int_0^2 2x \ln(1+x) dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{1+x} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } I = (x^2 - 1) \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2 - 1}{x+1} dx = 3 \ln 3 - \int_0^2 (x-1) dx = 3 \ln 3 - \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = 3 \ln 3.$$

Vậy  $a = 3, b = 3 \Rightarrow 3a + 4b = 21$ .

**Câu 20.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với  $(P)$  nên bán kính  $R = d(I, (P)) = 2$ .

Phương trình mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$ .

**Câu 21.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$

Do  $F(0) = \frac{3}{2}$  nên  $e^0 + 0^2 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$

Vậy:  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ .

Câu 22.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx. \text{ Khi đó } A = \int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{t} dt.$$

Câu 23.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Giả sử } A(0;0;a) \in Oz, \text{ do } d(A;(P)) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{-2a-5}{\sqrt{8}} \right| = 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a-5=8 \\ -2a-5=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-13}{2} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\left(0;0;\frac{-13}{2}\right) \\ A\left(0;0;\frac{3}{2}\right) \end{cases}.$$

Câu 24.

Lời giải

**Chọn A**

Đường thẳng  $d$  qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên  $(P)$ , ta có  $H \in d \Rightarrow H(1+t; 2+t; 3+t)$ .  
Tuy nhiên  $H \in (P)$  nên  $(1+t) + (2+t) + (3+t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M(0; 1; 2)$ .

Câu 25.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2+2} = t \Rightarrow t^2 = x^2+2 \Rightarrow t dt = x dx.$$

$$\text{Khi đó } \int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx = \int \frac{t}{t} dt = \int dt = t + C = \sqrt{x^2+2} + C.$$

Câu 26.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx. \text{ Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=2; x=2 \Rightarrow t=4$$

$$\text{Khi đó ta có } I = \int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_2^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = 8$$

Câu 27.

Lời giải

**Chọn B**

$$\int_{-1}^3 f'(x) dx = 10 \Rightarrow f(3) - f(-1) = 10 \Rightarrow f(3) - 3 = 10 \Rightarrow f(3) = 13.$$

Câu 28.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{dx}{2\sqrt{x}}, \text{ đổi cận } x=1 \rightarrow t=1, x=4 \rightarrow t=2.$$

$$I = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx = 2 \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2.$$

Câu 29.

Lời giải

**Chọn D**

Đặt  $u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} e^{2x}$

$\int x e^{2x} dx = \frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C.$

Vậy  $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{4} \Rightarrow ab = -\frac{1}{8}.$

**Câu 30.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$\int f(x) dx = \int (2017e^x - 2018x^{-5}) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$

**Câu 31.**

**Lời giải**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB \Rightarrow I(1; -1; -2).$

Mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$  có tâm  $I(1; -1; -2)$  và bán kính

$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (-1-0)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 5.$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|}$  với  $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 4; -1).$

$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$

**Câu 33.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $a = \int_1^2 f(x) dx, b = \int_1^2 f(x) dx$ , ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ 2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{7} \\ b = \frac{11}{7} \end{cases}$

Vậy  $\int_1^2 f(x) dx = -\frac{5}{7}.$

**Câu 34.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C.$

Do  $F(2) = 1 \Rightarrow C = 1.$  Vậy  $F(3) = \ln 2 + 1.$

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

$$\begin{aligned}
\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx &= -\int_1^2 \frac{x-2}{x+1} dx + \int_2^5 \frac{x-2}{x+1} dx \\
&= -\int_1^2 \left( 1 - \frac{3}{x+1} \right) dx + \int_2^5 \left( 1 - \frac{3}{x+1} \right) dx \\
&= -\left( x - 3 \ln|x+1| \right) \Big|_1^2 + \left( x - 3 \ln|x+1| \right) \Big|_2^5 \\
&= -(2 - 3 \ln 3) + 1 - 3 \ln 2 + 5 - 3 \ln 6 - 2 + 3 \ln 3 \\
&= 2 - 6 \ln 2 + 3 \ln 3 \\
\text{Vậy } a &= 2, b = -6, c = 3 \Rightarrow P = abc = -36.
\end{aligned}$$

## PHẦN II: TỰ LUẬN

**Câu 36.**

**Lời giải**

Học sinh tự giải.

**Câu 37.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (P) \cap (ABC) = AH \\ (P) \perp (ABC) \\ BC \perp AH; BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (P).$$

Suy ra mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và nhận  $\overline{BC} = (5; 3; -6)$  làm VTPT

Vậy:  $(P): 5x + 3y - 6z + 16 = 0$ .

**Câu 38.**

**Lời giải**

$$I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx = \int_1^2 \left( 1 + \frac{2}{x} \right)^{2017} \cdot \frac{1}{x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{1}{x} \Rightarrow dt = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = -dt.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = 1; \quad x = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_{\frac{1}{2}}^1 (1+2t)^{2017} \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2t)^{2018}}{2018} \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}.$$

**Câu 39.**

**Lời giải**

Vì  $f(x)$  tăng trên  $[0; +\infty) \Rightarrow f(x) \geq f(0) \forall x \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 1 \forall x \geq 0$ .

$$f''(x)f(x) = [f(x)]^2 + [f'(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f''(x)f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2} = 1 \Leftrightarrow \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 1$$

$$\text{Với } t \geq 0, \text{ ta có: } \int_0^t \left[ \frac{f'(x)}{f(x)} \right]' dx = \int_0^t dx \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} \Big|_0^t = t \Rightarrow \frac{f'(t)}{f(t)} - 1 = t \Rightarrow \frac{f'(t)}{f(t)} = t + 1$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f'(t)}{f(t)} dt = \int_0^1 (t+1) dt \Rightarrow \ln|f(t)| \Big|_0^1 = \frac{(t+1)^2}{2} \Big|_0^1 \Rightarrow \ln f(1) - \ln f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow \ln f(1) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(1) = e^{\frac{3}{2}}.$$



Họ và tên:.....Lớp:.....

Mã đề thi  
005

Mã đề [005]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	A	D	C	A	D	B	A	C	D	C	B	C	A	B	C	A	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	A	B	D	A	B	C	B	B	A	C	D	B	C	B	D	D	

## PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{ax+1} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C.$$

Câu 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (x-y)^2 + z^2 = 4x - 2xy + 2z + 2018$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 + z^2 = 4x - 2xy + 2z + 2018$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2z - 2018 = 0$$

Đây là phương trình mặt cầu có tâm  $I(2;0;1)$ , bán kính  $R = \sqrt{2^2 + 0^2 + 1^2 - (-2018)} = \sqrt{2023}$

Câu 3.

Lời giải

Chọn D

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \quad \forall k \in \mathbb{R}^*.$$

Câu 4.

Lời giải

$$\text{Đặt } u = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow du = 2(x-1) dx \Rightarrow (x-1) dx = \frac{1}{2} du.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow u=3; \quad x=1 \Rightarrow u=2.$$

$$\text{Ta có } \int_0^1 (x-1) e^{x^2-2x+3} dx = \int_3^2 e^u \frac{1}{2} du = -\frac{1}{2} \int_2^3 e^u du.$$

Vậy chọn phương án C

Câu 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } -2\vec{a} = (-4; 6; -2) \text{ và } 3\vec{b} = (-3; 0; 12).$$

$$\text{Suy ra } \vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b} = (-7; 6; 10).$$

Câu 6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int \cos(2x+3).dx = \frac{1}{2} \sin(2x+3) + C.$$

Câu 7.

Lời giải

**Chọn B**

$$I = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( \ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}.$$

Câu 8.

Lời giải

**Chọn A**

Mặt phẳng  $x + 2y - z - 2 = 0$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 2; -1)$ .

Câu 9.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } I = \int_1^{2^{2018}} \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^{2^{2018}} = \ln 2^{2018} - \ln 1 = 2018 \cdot \ln 2.$$

Câu 10.

Lời giải

**Chọn D**

Câu 11.

Lời giải

**Chọn C**

Câu 12.

Lời giải

**Chọn B**

Đặt  $t = -x \Rightarrow dx = -dt$

$$\Rightarrow I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6(-t) + \cos^6(-t)}{\frac{1}{6^t} + 1} dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 t + \cos^6 t}{6^t + 1} \cdot 6^t dt$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\sin^6 x + \cos^6 x) dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) dx = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (5 + 3\cos 4x) dx$$

$$= \frac{1}{8} \left( 5x + \frac{3}{4} \sin 4x \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{5\pi}{16}$$

$$\Rightarrow I = \frac{5\pi}{32}$$

$$\Rightarrow |a - b| = 27.$$

Câu 13.

Lời giải

**Chọn C**

Gọi  $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$  ( $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ ).

$O \in (\alpha)$  nên ta có:  $D = 0$  (1)

$C \in (\alpha)$  nên ta có:  $Ax + By + Cz - 2A - C = 0$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow C = -2A$ .

Theo đề bài:  $d(A, (\alpha)) = d(B, (\alpha))$ .

$$\Leftrightarrow |2A + 2B| = |-6A| \Leftrightarrow \begin{cases} 2A + B = 6A \\ 2A + B = -6A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A & (*) \\ B = -4A & (**) \end{cases}$$

Từ (\*): Chọn  $A = 1 \Rightarrow B = 2, C = -2 \Rightarrow (\alpha): x + 2y - 2z = 0$ .

Từ (\*\*): Chọn  $A = 1 \Rightarrow B = -4, C = -2 \Rightarrow (\alpha): x - 4y - 2z = 0$ .



**Câu 14.****Lời giải****Chọn A**

$$I = \int_0^3 e^{\sqrt{x+1}} \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$x = 3 \Rightarrow t = 2$$

$$I = \int_1^2 e^t \cdot \frac{2tdt}{t} = 2 \int_1^2 e^t dt = 2e^t \Big|_1^2 = 2e^2 - 2e$$

$$\Rightarrow a = 2; b = -2; c = 0$$

$$\Rightarrow S = 2 - 2 + 0 = 0.$$

**Câu 15.****Lời giải****Chọn B**

Khoảng cách từ  $I(1;2;3)$  đến mặt phẳng  $(P): 3x - 4y - 10 = 0$  là  $d(I, (P)) = \frac{|3 - 8 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$

Phương trình mặt cầu tâm  $I(1;2;3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 3x - 4y - 10 = 0$  là  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

**Câu 16.****Lời giải****Chọn C****Câu 17.****Lời giải**

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x + 3 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + 3x + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = -1 \Rightarrow 2.1 + 3.1 + C = -1 \Leftrightarrow C = -6.$$

$$\text{Vậy } f(x) = 2x^2 + 3x - 6$$

$$\text{Theo bài ra ta có phương trình } f(x) = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 6 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 16 = 0 \quad (1).$$

Phương trình (1) có  $\Delta = 137 > 0$ , nên có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$ , theo Viet ta có:  $x_1 \cdot x_2 = -8.$

$$\text{Khi đó } \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2| = \log_2 |x_1 \cdot x_2| = \log_2 8 = 3.$$

**Câu 18.****Lời giải****Chọn C**

$$\text{Đặt } t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$x = 1 \Rightarrow t = 3; x = 2 \Rightarrow t = 5.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t) dt = \frac{a}{2}.$$

**Câu 19.****Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có } \int_4^8 f(x) dx = \int_4^1 f(x) dx + \int_1^8 f(x) dx = -\int_1^4 f(x) dx + \int_1^8 f(x) dx = -3 - 2 = -5.$$

**Câu 20.****Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\int 3x(x + \cos x) dx = \int 3x^2 dx + \int 3x \cos x dx$

$$\bullet \int 3x^2 dx = x^3 + C_1$$

$$\bullet \int 3x \cos x dx = \int 3x \cdot d(\sin x) = 3x \cdot \sin x - \int 3 \sin x dx = 3x \cdot \sin x + 3 \cos x + C_2$$

$$\text{Vậy } \int 3x(x + \cos x) dx = x^3 + 3(x \sin x + \cos x) + C$$

**Câu 21.****Lời giải****Chọn B****Lời giải đúng:**

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \sin x \right) dx = (-\cot x + \cos x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = -1 \text{ hay } a + b + c = 0.$$

**Câu 22.****Lời giải****Chọn D**

Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$ .

$$d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}. \text{ Gọi } H \text{ là hình chiếu của } M \text{ trên } (P).$$

$$\text{Tọa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 3 \\ t = -1 \end{cases}.$$

**Câu 23.****Lời giải****Chọn A**

$$\square \text{ Đặt } I = \int_0^{\pi} (3x + 2) \cos^2 x dx. \text{ Ta có:}$$

$$\square I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (3x + 2)(1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left[ \int_0^{\pi} (3x + 2) dx + \int_0^{\pi} (3x + 2) \cos 2x dx \right] = \frac{1}{2} (I_1 + I_2).$$

$$\square I_1 = \int_0^{\pi} (3x + 2) dx = \left( \frac{3}{2} x^2 + 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{3}{2} \pi^2 + 2\pi.$$

$$\square I_2 = \int_0^{\pi} (3x + 2) \cos 2x dx. \text{ Dùng tích phân từng phần}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3x + 2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3 dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (3x + 2) \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \frac{3}{2} \int_0^{\pi} \sin 2x dx = 0 + \frac{3}{4} (\cos 2x) \Big|_0^{\pi} = 0.$$

$$\square \text{ Vậy } I = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \pi^2 + 2\pi \right) = \frac{3}{4} \pi^2 + \pi.$$

**Câu 24.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  có VTPT là  $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$ .

Mặt phẳng  $(\beta)$  vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  khi và chỉ khi  $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0$ .

Nhận thấy mặt phẳng  $(\beta): 2x - y - z + 1 = 0$  có VTPT  $\vec{n}_{(\beta)} = (2; -1; -1)$  thì  $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0$ .

**Câu 25.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \int_a^b \sqrt{x} \, dx = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_a^b = \frac{2}{3} \Leftrightarrow b\sqrt{b} - a\sqrt{a} = 1.$$

**Câu 26.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) \, dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} \, dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2+4)}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{x^2+4} + C.$$

$$F(\sqrt{21}) = 7 \Leftrightarrow C = 2.$$

**Câu 27.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (1; -1; 1), \vec{AC} = (-1; 1; -1), \vec{BA} = (-1; 1; -1), \vec{BC} = (-2; 2; -2).$$

Do đó  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$  nên  $I$  đúng.

$\vec{BC} = 2\vec{BA}$  nên  $B$  nằm ngoài đoạn  $AC$  và  $A, B, C$  thẳng hàng.

Suy ra  $II$  sai,  $III$  sai,  $IV$  đúng.

**Câu 28.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } u = \sqrt{4x+5} \Rightarrow u^2 = 4x+5 \Rightarrow 2udu = 4dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} udu.$$

$$\text{Đổi cận: } x = -1 \Rightarrow u = 1, x = 1 \Rightarrow u = 3.$$

$$\text{Vậy tích phân } \int_{-1}^1 x\sqrt{4x+5} \, dx \text{ trở thành } \int_1^3 \frac{u^2-5}{4} \cdot \frac{1}{2} udu = \int_1^3 \frac{u(u^2-5)}{8} \, du.$$

**Câu 29.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C; F(1) = 2 \Rightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x-1| + 2 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$$

**Câu 30.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng công thức nguyên hàm mở rộng

$$F(x) = \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{e-1}{2}\right) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln\left|2\left(\frac{e-1}{2}\right)+1\right| + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = 1.$$

**Câu 31.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } I = x e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^x \Big|_1^2 = 2e^2 - e - e^2 + e = e^2.$$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } u = x \Rightarrow du = dx \text{ và } dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x.$$

$$I = \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

**Câu 33.**

**Lời giải**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 + (-2) \cdot \frac{2}{3} + (-3) \cdot 1 = -\frac{13}{3}. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ không vuông góc.}$$

$$\vec{a} = -3\vec{b}. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương.}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0.3 + (-2) \cdot (-3) + (-3) \cdot 2 = 0. \text{ Suy ra } \vec{a} \text{ và } \vec{c} \text{ vuông góc.}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0.3 + \frac{2}{3} \cdot (-3) + 1 \cdot 2 = 0. \text{ Suy ra } \vec{b} \text{ và } \vec{c} \text{ vuông góc.}$$

**Câu 34.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } u = \sqrt{x+1}, u \geq 0 \text{ nên } u^2 = x+1 \Rightarrow \begin{cases} dx = 2u du \\ x = u^2 - 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } \int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{u^2-1-3}{u} \cdot 2u du = \int 2(u^2-4) du.$$

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\overline{AB} = (-1; 2; 2)$  và mặt phẳng  $(Q)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\overline{n_{(Q)}} = (2; 1; -1)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  nhận hai véc tơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{n_{(Q)}}$  là cặp véc tơ chỉ phương nên có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (-4; 3; -5)$ .

Do vậy đến mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là  $-4(x-0) + 3(y-1) - 5(z-2) = 0$  hay  $4x - 3y + 5z - 7 = 0$ .

$$\text{Vậy } d[I; (P)] = \frac{7}{5\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}.$$

**PHẦN II: TỰ LUẬN**

**Câu 36.**

### Lời giải

Học sinh tự giải.

### Câu 37.

### Lời giải

$d_1$  đi qua điểm  $A(2;2;2)$  và có VTCP  $\vec{u}_1(2;1;3)$

$d_2$  đi qua điểm  $B(1;2;1)$  và có VTCP  $\vec{u}_2(2;-1;4)$

Do  $(\alpha)$  song song với hai đường thẳng  $d_1, d_2$  nên vector pháp tuyến của  $(\alpha)$  là  $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (7; -2; -4)$  suy ra phương trình  $(\alpha): 7x - 2y - 4z + d = 0$ .

Do  $(\alpha)$  cách đều hai đường thẳng nên  $d(A, (\alpha)) = d(B, (\alpha)) \Leftrightarrow \frac{|d+2|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}} = \frac{|d-3|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d+2 = d-3 \\ d+2 = -d+3 \end{cases} \Leftrightarrow d = \frac{1}{2}$$

suy ra phương trình  $(\alpha): 7x - 2y - 4z + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 14x - 4y - 8z + 1 = 0$ .

$$S = a + b + c = 2.$$

### Câu 38.

### Lời giải

$$f'(x) = \frac{f(x) \cdot x}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx \Rightarrow \ln(f(x)) = \sqrt{x^2+1} + C$$

$\Rightarrow f(x) = e^{\sqrt{x^2+1}+C}$ . Vì  $f(0) = e$  nên  $C = 0$ .

Vậy  $f(x) = e^{\sqrt{x^2+1}} \Rightarrow f(\sqrt{3}) = e^2$ .

### Câu 39.

### Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 f(2x+1) dx = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x+1) d(2x+1) = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(t) dt = 8$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases} \text{ khi đó}$$

$$\int_1^3 (x-1) f'(x) dx = (x-1) f(x) \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 2f(3) - \int_1^3 f(x) dx = 2 \cdot 10 - 8 = 12.$$





Họ và tên: ..... Lớp: .....

Mã đề thi  
006

Mã đề [006]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	A	C	B	B	C	C	B	C	A	D	A	C	A	D	D	A	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	B	C	C	B	B	C	D	A	D	D	B	A	D	A	C	B	

**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**

Câu 1.

Lời giải

**Chọn B**

Biến đổi phương trình mặt cầu thành  $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ .

Vậy  $R = 4$ .

Câu 2.

Lời giải

**Chọn A**

Câu 3.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có theo bảng nguyên hàm cơ bản thì  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ .

Câu 4.

Lời giải

**Chọn B**

$\vec{a} = (3; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; 0; 1) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$ .

Câu 5.

Lời giải

Ta có  $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \int_1^2 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_1^2 = \frac{1}{e^x} \Big|_2^1$ .

Câu 6.

Lời giải

**Chọn C**

$\int_4^8 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_4^8 = \ln 9 - \ln 5$ .

Câu 7.

Lời giải

**Chọn C**

$(P)$  có vecto pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; 2; -1)$ .

Câu 8.

Lời giải

**Chọn B**

Đặt  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ .

Đổi cận, thay vào ta được  $m \leq -1$ .

**Câu 9.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Vi } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

**Câu 10.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int (6x + \sin 3x) dx = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + C.$$

$$\text{Theo đề } F(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \cdot 0^2 - \frac{\cos 3 \cdot 0}{3} + C = \frac{2}{3} \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$$

**Câu 11.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } u = \sqrt{1+2x} \Rightarrow u^2 = 1+2x \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{2}; u du = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow u=1; x=4 \Rightarrow u=3$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{4} \int_1^3 u^2 (u^2 - 1) du = \frac{1}{4} \left( \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} \right) \Big|_1^3.$$

**Câu 12.**

**Lời giải.**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a) = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow f(a) = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3).$$

**Câu 13.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } F(x) = \int (5x+1)e^x dx = (5x+1).e^x - 5 \int e^x dx = (5x+1).e^x - 5.e^x + C = (5x-4)e^x + C.$$

$$\text{Vi } F(0) = 3 \Leftrightarrow -4 + C = 3 \Leftrightarrow C = 7. \text{ Khi đó: } F(x) = (5x-4)e^x + 7.$$

$$\text{Vậy } F(1) = (5 \cdot 1 - 4).e + 7 = e + 7.$$

**Câu 14.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx \Rightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow \frac{(x^2+1)^2}{x^2} = \frac{(x^2+a)^2}{x^2} \Rightarrow a=1.$$

$$\text{Do đó: } g(x) = \int x \cos x dx. \text{ Đặt: } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

**Câu 15.**

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\int_2^7 \frac{x dx}{x^2+1} = \frac{1}{2} \int_2^7 \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} = \frac{1}{2} \ln|x^2+1| \Big|_2^7 = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 5.$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a + b = \frac{1}{2}.$$

**Câu 16.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x-3) \\ dv = x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-3} dx \\ v = \frac{1}{2}x^2 + x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} I &= \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \ln(x-3) \Big|_4^5 - \int_4^5 \frac{\frac{1}{2}x^2 + x}{x-3} dx = \frac{35}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \int_4^5 \frac{x^2 - 9 + 9}{x-3} dx - \int_4^5 \frac{x-3+3}{x-3} dx \\ &= \frac{35}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \left( \frac{9}{2} + 3 + 9 \ln 2 \right) - (1 + 3 \ln 2) \\ &= 10 \ln 2 - \frac{19}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 17.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } I = \int \sqrt[3]{x+1} dx$$

$$\text{Đặt: } t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1 \Rightarrow 3t^2 dt = dx$$

$$\Rightarrow I = \int t \cdot 3t^2 dt = \int 3t^3 dt = \frac{3}{4} t^4 + C = \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x+1)^4} + C = \frac{3}{4} (x+1) \sqrt[3]{x+1} + C$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{3}{4} (x+1) \sqrt[3]{x+1} + C$$

**Câu 18.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } y = \sin 4x - \sin 2x \Rightarrow F(x) = -\frac{\cos 4x}{4} + \frac{\cos 2x}{2} + C, \text{ vì } F(0) = 0 \text{ nên } C = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Nên } F(x) = \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x}{4} - \frac{1}{4}.$$

**Câu 19.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \int_0^3 \frac{dx}{(x+2)(x+4)} &= \frac{1}{2} \int_0^3 \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln|x+2| - \ln|x+4|) \Big|_0^3 \\ &= \frac{1}{2} (\ln 5 - \ln 2 - \ln 7 + \ln 4) = \frac{1}{2} (\ln 2 + \ln 5 - \ln 7). \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{2}; c = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a + 3b - c = 3.$$

**Câu 20.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{2}. \text{ Ta có } dt = \frac{1}{2} dx \Rightarrow dx = 2dt \Rightarrow \int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \int_1^3 f(t) \cdot 2dt = 2 \int_1^3 f(t) dt = 24.$$

**Câu 21.**

**Lời giải**

**Cách 1.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 x \cdot \ln(x+1) dx \\ &= \frac{x^2}{2} \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{2(x+1)} dx \\ &= \frac{x^2}{2} \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{x^2-1}{x+1} + \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \frac{x^2}{2} \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left( x-1 + \frac{1}{x+1} \right) dx \\ &= \frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

**Cách 2.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{x^2-1}{2} \end{cases}$$

Khi đó

$$I = \int_0^1 x \cdot \ln(x+1) dx = \frac{x^2-1}{2} \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x-1}{2} dx = -\frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}.$$

**Câu 22.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } F(x) = \int \sin x dx = -\cos x + C.$$

$$\text{Đồ thị hàm số } y = F(x) \text{ đi qua điểm } M(0;1) \Leftrightarrow 1 = -\cos 0 + C \Rightarrow C = 2. \Rightarrow F(x) = -\cos x + 2$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

**Câu 23.**

**Lời giải.**

**Chọn B**

Vì mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy) nên gọi tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

$$I(-a; -b; 0).$$

$$\text{Phương trình mặt cầu (S) có dạng: } x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + d = 0, (a^2 + b^2 - d > 0).$$

$$\text{Vì mặt cầu } (S) \text{ đi qua } A, B, C \text{ nên: } \begin{cases} 2a+4b+d+21=0 \\ 2a-6b+d+11=0 \\ 4a+4b+d+17=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+4b+d=-21 \\ 2a-6b+d=-11 \\ 4a+4b+d=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ d=-21 \end{cases} .$$

$$\Rightarrow I(-2;1;0) \text{ và bán kính mặt cầu là: } R=IA=\sqrt{(1+2)^2+(2-1)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{26}.$$

$$\text{Bán kính } R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{4+1+21}=\sqrt{26}$$

**Câu 24.**

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \int f(x)dx = \int (x-1)e^{2x}dx = \frac{2x-3}{4}e^{2x} + C.$$

$$\text{Do } F(0) = -\frac{3}{4} \Rightarrow C=0 \quad F(x) = \frac{2x-3}{4}e^{2x} \Rightarrow F(1) = -\frac{1}{4}e^2.$$

**Câu 25.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Đặt } I = \int_1^2 \frac{(3x+1)dx}{3x^2+x \ln x} = \int_1^2 \frac{1}{3x+\ln x} \left(3+\frac{1}{x}\right) dx$$

$$\text{Đặt } t = 3x + \ln x \Rightarrow dt = \left(3 + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=3$$

$$x=2 \Rightarrow t=6+\ln 2.$$

$$\text{Khi đó, } I = \int_3^{6+\ln 2} \frac{dt}{t} = \ln t \Big|_3^{6+\ln 2} = \ln(6+\ln 2) - \ln 3 = \ln\left(2 + \frac{\ln 2}{3}\right)$$

$$\text{Suy ra } a=2, b=2, c=3. \text{ Vậy } a+b+c=7.$$

**Câu 26.**

**Lời giải**

Ta có:

$$\int_0^2 (f(x)+3x^2)dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 3x^2dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = 10 - \int_0^2 3x^2dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = 10 - x^3 \Big|_0^2 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = 10 - 8 = 2.$$

**Câu 27.**

**Lời giải**

$$+ (\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3 = 1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2-\sqrt{6}.$$

**Câu 28.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } I = \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} = \int_1^3 (\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) dx = \frac{2}{3} \left( (x+1)\sqrt{x+1} \Big|_0^3 + x\sqrt{x} \Big|_0^3 \right)$$

$$\Rightarrow I = \frac{2}{3} (8 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 1) = \frac{14}{3} + 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } a = \frac{14}{3}, b = 2, c = -\frac{4}{3} \rightarrow P = \frac{16}{3}.$$

**Câu 29.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

Véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$

$(P)$  đi qua trung điểm  $M$  của  $AB$ . Tọa độ trung điểm  $M(1; 1; 2)$

Vậy phương trình trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là:  $(P): 3x - y - z = 0$ .

**Câu 30.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$$AB^2 = 1^2 + (-2)^2 + 2^2 = 9, AC^2 = 3^2 + (-4)^2 + 6^2 = 61, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \cdot 3 + (-2)(-4) + 2 \cdot 6 = 23.$$

$$\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2 \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 61 + 9 - 2 \cdot 23 = 24.$$

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

$$AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9 + 61}{2} - \frac{24}{4} = 29.$$

$$\text{Vậy } AM = \sqrt{29}.$$

**Câu 31.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } f(x) = 2^{2x} \left( 3^x - \frac{\sqrt{x}}{4^x} \right) = 12^x - \sqrt{x}$$

$$\text{Nên } F(x) = \int (12^x - \sqrt{x}) dx = \frac{12^x}{\ln 12} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C.$$

**Câu 32.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ qua } A(2; 2; -2) \text{ có VTCP } \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1; -3; 2): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}.$$

$$I = AB \cap (P) \Rightarrow I(2 + t; 2 - 3t; -2 + 2t)$$

$$I \in (P) \Rightarrow 2 + t + 2 - 3t - (-2 + 2t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow I(4; -4; 2)$$

$$\Rightarrow \frac{IA}{IB} = 2.$$

$$\text{Cách 2. Ta có } \frac{IA}{IB} = \frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{\sqrt{3}}} = 2.$$

**Câu 33.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } d = d(I, (P)) = 3.$$

Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính  $r = \sqrt{d^2 + 5^2} = \sqrt{34}$ . Do đó, chọn D

**Câu 34.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$$F'(x) = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \ln^3 x (\ln x)' = \frac{\ln^3 x}{x}.$$

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } d(A; (P)) = AB \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 + 3m - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + m^2}} = 3$$

$$\Leftrightarrow |3m + 3| = 3\sqrt{m^2 + 5} \Leftrightarrow m^2 + 5 = (m + 1)^2 \Leftrightarrow m = 2$$

**PHẦN II: TỰ LUẬN**

**Câu 36.**

**Lời giải**

Học sinh tự giải.

**Câu 37.**

**Lời giải**

Giả sử  $(\alpha)$  có phương trình:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  ( $a, b, c > 0$ ).

Theo giả thiết ta có:  $c = 2a = 2b$

$$M(4; -3; 12) \in (\alpha) \Rightarrow \frac{4}{a} - \frac{3}{b} + \frac{12}{c} = 1 \Rightarrow \frac{4}{a} - \frac{3}{a} + \frac{6}{a} = 1 \Rightarrow \frac{7}{a} = 1 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow b = 7, c = 14.$$

$$\text{Vậy } (\alpha): \frac{x}{7} + \frac{y}{7} + \frac{z}{14} = 1 \text{ hay } 2x + 2y + z - 14 = 0$$

**Câu 38.**

**Lời giải**

Ta có

$$\int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(|2x-1|) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(|2x-1|) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx.$$

$$\text{Ta có } I_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(1-2x) dx, \text{ đặt } t = 1-2x \text{ thì } dt = -2dx \text{ nên } I_1 = -\frac{1}{2} \int_3^0 f(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^3 f(t) dt = 3.$$

$$\text{Ta có } I_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1) dx, \text{ đặt } t = 2x-1 \text{ thì } dt = 2dx \text{ nên } I_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = 1.$$

$$\text{Vậy } I = I_1 + I_2 = 4.$$

**Câu 39.**

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } x + 2x \cdot f(x) = [f'(x)]^2 \Rightarrow f'(x) = \sqrt{1+2f(x)} \cdot \sqrt{x} \Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{1+2f(x)}} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{\sqrt{1+2f(x)}} dx = \int \sqrt{x} dx \Rightarrow \sqrt{1+2f(x)} = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C, \text{ mà } f(1) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\left(\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{4}{3}\right)^2 - 1}{2} \Rightarrow \int_1^4 f(x) dx = \frac{1186}{45}.$$