

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 01

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có một nguyên hàm trên khoảng K là $F(x)$.

Tìm khẳng định đúng.

- A. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$, với $C \in \mathbb{R}$. B. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$, với $C \in \mathbb{R}$
C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^5 2f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 8. C. $\frac{4}{3}$. D. 64.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ là:

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{x^3+1} + C$. B. $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C$. C. $\sqrt{x^3+1} + C$. D. $\frac{3}{2}\sqrt{x^3+1} + C$.

Câu 4: Cho hai hàm số $\int_1^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_2^1 f(x) dx$.

- A. 2 B. -4 C. 4 D. 0

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$ B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
C. $\int_a^b f(x) dx = -F(a) - F(b)$ D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Tọa độ của một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là:

- A. $(2; 1; 3)$ B. $(2; 1; 3)$ C. $(2; -1; 0)$ D. $(2; -1; 3)$

Câu 7: Cho $\int_4^9 f(x) dx = 10$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(5x+4) dx$.

- A. $J = 10$. B. $J = 50$. C. $J = 2$. D. $J = 4$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ lần lượt lên các trục Ox, Oy, Oz .

- A. $x - 2y - 3z = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $x + 2y + 3z = 1$.

Câu 9: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 [3f(x) - g(x)] dx = 10$. Tính $\int_1^2 g(x) dx$.

- A. 17. B. -1. C. -4. D. 1.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 3)$.

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $x - 2y - 4 = 0$. C. $2x - y + 3z - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$, $f(1) = 5$ và $\int_0^1 f'(x)dx = 1$. Tính $f(0)$.
- A. -6. B. 4. C. -4. D. 6.
- Câu 12:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$ là
- A. $-\cos x + C$. B. $-\sin x + C$. C. $\cos x + C$. D. $\sin x + C$.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào trong các điểm sau?
- A. $Q(1; -2; 0)$. B. $S(1; 0; 4)$. C. $N(0; -2; 4)$. D. $P(1; 0; 0)$.
- Câu 14:** Tìm khẳng định đúng.
- A. $\int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx$. B. $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.
 C. $\int x \cos x dx = -x \sin x - \int \sin x dx$. D. $\int x \cos x dx = -x \sin x + \int \sin x dx$.
- Câu 15:** Biết hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ và $F(e) = e + 1$. Giá trị của $F(1)$ là
- A. 0. B. $e - 1$. C. e . D. 1.
- Câu 16:** Biết $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $T = a^2 + b^3$.
- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{8}{3}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{3}{8}$.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là
- A. $(-2; 4; -2)$. B. $(2; -4; 2)$. C. $(-2; 4; -2)$. D. $(1; -2; 1)$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 17$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(3; -2; 3), R = \sqrt{17}$. B. $I(-3; 2; -3), R = \sqrt{17}$.
 C. $I(3; -2; 3), R = 17$. D. $I(-3; 2; -3), R = 17$.
- Câu 19:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:
- A. $\frac{\cos 2x}{2} + \cot x + C$. B. $\frac{-\cos 2x}{2} - \tan x + C$. C. $\frac{-\cos 2x}{2} + \cot x + C$ D. $\cos 2x + \cot x + C$.
- Câu 20:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là:
- A. $x \ln 2$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $2^x + C$.
- Câu 21:** Trong không gian Oxy , cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 49$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-4; 1; 4)$.
- A. $6x + 3y + 2z - 17 = 0$. B. $2x - 5y - 10z + 53 = 0$.
 C. $6x + 3y + 2z + 13 = 0$ D. $9x + 16z - 73 = 0$.
- Câu 22:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = x^3$ là
- A. $3x^2 + C$. B. $\frac{x^4}{4} + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{x^3}{3} + C$

- Câu 23:** Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.
- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là:
- A. $I(1;1;0)$. B. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. C. $I(1;1;1)$. D. $I(1;-1;2)$.
- Câu 25:** Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(x)dx = -4$. Tính tích phân $I = \int_2^4 f(x)dx$.
- A. $I = 3$. B. $I = -3$. C. $I = 5$. D. $I = -5$.
- Câu 26:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 2x}$ là:
- A. $\frac{-\cot 2x}{2} + C$. B. $\cot 2x + C$. C. $\tan 2x + C$. D. $\frac{\tan 2x}{2} + C$.
- Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số tùy ý thuộc khoảng K sao cho $a < c < b$. Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\int_a^a f(x)dx = 1$. B. $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.
- C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.
- Câu 28:** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(2 \sin x) \cos x dx$.
- A. 3. B. 6. C. -3. D. -6.
- Câu 29:** Cho số thực C và hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Tìm khẳng định đúng.
- A. $\int f'(x)dx = f(x)$. B. $\int f(x)dx = f'(x) + C$.
- C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$. D. $\int f(x)dx = f'(x)$.
- Câu 30:** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2020$ và $\int_0^1 g(x)dx = 2021$, tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$.
- A. -4041. B. 1. C. 4041. D. -1.
- Câu 31:** Xét các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên tập K . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$, B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \forall x \in \mathbb{R}^*$.
- C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. D. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
- Câu 32:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ là
- A. $1 - x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$. B. $x - x^2 - \sqrt{x} + C$. C. $x - x^2 - \sqrt{x} + C$. D. $1 - x^2 + \sqrt{x} + C$.

Câu 33: Trong không gian $(Oxyz)$ cho điểm $I(6; -3; -2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I và đi qua gốc tọa độ O ?

A. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 49.$

B. $(x-6)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 49.$

C. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7.$

D. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7.$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

A. $I = 4.$

B. $I = 0.$

C. $I = 3.$

D. $I = -4.$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Khi đó, hiệu số $F(1) - F(2)$ bằng

A. $\int_2^1 F(x) dx.$

B. $\int_1^2 [-f(x)] dx.$

C. $\int_1^2 [-F(x)] dx.$

D. $\int_1^2 [f(x)] dx.$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1 điểm) Tính tích phân $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} dx$.

Câu 37: (1 điểm) Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O bán kính $R = 1$. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Tính thể tích của khối nón.

Câu 38: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3 \sin x + 4 \cos x}{\sin x + 2 \cos x}$

Câu 39: Tính tích phân $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x^2+1} dx$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có một nguyên hàm trên khoảng K là $F(x)$.

Tìm khẳng định đúng.

- A. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$, với $C \in \mathbb{R}$. B. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$, với $C \in \mathbb{R}$
 C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^5 2f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 8. C. $\frac{4}{3}$. D. 64.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^5 2f(x) dx = 2 \int_1^5 f(x) dx = 2 \cdot 4 = 8$$

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ là:

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{x^3+1} + C$. B. $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C$. C. $\sqrt{x^3+1} + C$. D. $\frac{3}{2}\sqrt{x^3+1} + C$.

Lời giải

Chọn B

Tính $I = \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$

Đặt $u = \sqrt{x^3+1} \Rightarrow u^2 = x^3+1 \Rightarrow 2udu = 3x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = \frac{2}{3} udu$

Lúc đó: $I = \int \frac{2}{3} u du = \frac{2}{3} u + C$

Câu 4: Cho hai hàm số $\int_1^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_2^1 f(x) dx$.

- A. 2 B. -4 C. 4 D. 0

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_2^1 f(x) dx = -\int_1^2 f(x) dx = -4$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$ B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
 C. $\int_a^b f(x) dx = -F(a) - F(b)$ D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Tọa độ của một vector pháp tuyến của mặt phẳng đó là:

- A.** $(2; 1; 0)$ **B.** $(2; 1; 3)$ **C.** $(2; -1; 0)$ **D.** $(2; -1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$

Câu 7: Cho $\int_4^9 f(x)dx = 10$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(5x+4)dx$.

- A.** $J = 10$. **B.** $J = 50$. **C.** $J = 2$. **D.** $J = 4$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = 5x + 4 \Rightarrow dt = 5dx \Rightarrow \frac{dt}{5} = dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 4; \quad x = 1 \Rightarrow t = 9$$

$$\text{Khi đó: } J = \int_0^1 f(5x+4)dx = \int_4^9 \frac{1}{5} f(t)dt = \frac{10}{5} = 2.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ lần lượt lên các trục Ox, Oy, Oz .

- A.** $x - 2y - 3z = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $x + 2y + 3z = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta gọi: hình chiếu của A lên trục Ox là: $M(1; 0; 0)$

hình chiếu của A lên trục Oy là: $N(0; 2; 0)$

hình chiếu của A lên trục Oz là: $P(0; 0; 3)$

$$\text{Khi đó phương trình mặt phẳng } (MNP) \text{ là: } \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Câu 9: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 [3f(x) - g(x)]dx = 10$. Tính $\int_1^2 g(x)dx$.

- A.** 17. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta

có:

$$10 = \int_1^2 [3f(x) - g(x)]dx = \int_1^2 3f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx \Rightarrow \int_1^2 g(x)dx = \int_1^2 3f(x)dx - 10 = 3 \cdot 3 - 10 = -1$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 3)$.

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $x - 2y - 4 = 0$. **C.** $2x - y + 3z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 3)$ là:

$$2(x-1)-(y-2)+3(z+3)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0.$$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$, $f(1)=5$ và $\int_0^1 f'(x)dx=1$. Tính $f(0)$.

A. -6.

B. 4.

C. -4.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta thấy: } \int_0^1 f'(x)dx=1 \Leftrightarrow f(1)-f(0)=1 \Leftrightarrow 5-f(0)=1 \Leftrightarrow f(0)=4.$$

Câu 12: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$ là

A. $-\cos x + C$.

B. $-\sin x + C$.

C. $\cos x + C$.

D. $\sin x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào trong các điểm sau?

A. $Q(1;-2;0)$.

B. $S(1;0;4)$.

C. $N(0;-2;4)$.

D. $P(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Gợi ý: Điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) có tung độ bằng 0.

Câu 14: Tìm khẳng định đúng.

A. $\int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx$.

B. $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.

C. $\int x \cos x dx = -x \sin x - \int \sin x dx$.

D. $\int x \cos x dx = -x \sin x + \int \sin x dx$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx.$$

Câu 15: Biết hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ và $F(e) = e + 1$. Giá trị của $F(1)$ là

A. 0.

B. $e - 1$.

C. e .

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } F(e) - F(1) = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln |x| \Big|_1^e = 1 \Rightarrow F(1) = F(e) - 1.$$

$$\text{Mà } F(e) = e + 1 \text{ nên } F(1) = e.$$

Câu 16: Biết $I = \int_1^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $T = a^2 + b^3$.

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{8}{3}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = \frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Ta

có

$$I = \int_1^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{2} \left[\ln x - \ln(x+2) \right]_1^2 = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{x+2} \Big|_1^2 = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{3} \right) = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3.$$

Từ đó: $a = \frac{-1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow T = a^2 + b^3 = \frac{3}{8}.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

- A.** $(-2; 4; -2)$. **B.** $(2; -4; 2)$. **C.** $(-2; 4; -2)$. **D.** $(1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của \vec{u} là $(2; -4; 2)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 17$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A.** $I(3; -2; 3), R = \sqrt{17}$. **B.** $I(-3; 2; -3), R = \sqrt{17}$.
C. $I(3; -2; 3), R = 17$. **D.** $I(-3; 2; -3), R = 17$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có $I(3; -2; 3), R = \sqrt{17}$.

Câu 19: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:

- A.** $\frac{\cos 2x}{2} + \cot x + C$. **B.** $\frac{-\cos 2x}{2} - \tan x + C$.
C. $\frac{-\cos 2x}{2} + \cot x + C$ **D.** $\cos 2x + \cot x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int \left(\sin 2x - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = -\frac{\cos 2x}{2} + \cot x + C.$$

Câu 20: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là:

- A.** $x \ln 2$. **B.** $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **C.** $2^x \cdot \ln 2 + C$. **D.** $2^x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

Câu 21: Trong không gian Oxy , cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 49$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-4; 1; 4)$.

- A.** $6x + 3y + 2z - 17 = 0$. **B.** $2x - 5y - 10z + 53 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z + 13 = 0$ **D.** $9x + 16z - 73 = 0$.

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(2;4;6)$, $R=7$, $\vec{IA} = (-6; -3; -2)$

(S) tiếp xúc với (P) tại $A(-4;1;4)$ nên mặt phẳng (P) đi qua $A(-4;1;4)$ và nhận \vec{IA} làm vectơ pháp tuyến nên phương trình là

$$-6(x+4) - 3(y-1) - 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x - 3y - 2z + 13 = 0$$

Câu 22: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = x^3$ là

- A. $3x^2 + C$. B. $\frac{x^4}{4} + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{x^3}{3} + C$

Lời giải

Chọn B

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Câu 23: Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Q): $2x - y + 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

$$d((P), (Q)) = \frac{|1-4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

- A. $I(1;1;0)$. B. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. C. $I(1;1;1)$. D. $I(1;-1;2)$

Lời giải

Chọn C

Vì $I(x; y; z)$ là trung điểm MN nên ta có: $2\vec{IM} + 2\vec{IN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = \frac{2+0+0+2}{4} \\ y = \frac{0+2+0+2}{4} \\ z = \frac{0+0+2+2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } I(1;1;1).$$

Câu 25: Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(x)dx = -4$. Tính tích phân $I = \int_2^4 f(x)dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = -3$. C. $I = 5$. D. $I = -5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^4 f(x)dx = \int_{-2}^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx.$$

$$\Rightarrow -4 = 1 + I$$

$$\Rightarrow I = -5.$$

Câu 26: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\cos^2 2x}$ là:

- A.** $\frac{-\cot 2x}{2} + C$. **B.** $\cot 2x + C$. **C.** $\tan 2x + C$. **D.** $\frac{\tan 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{dx}{\cos^2 2x} = \frac{1}{2} \int \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số tùy ý thuộc khoảng K sao cho $a < c < b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.** $\int_a^a f(x)dx = 1$. **B.** $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. **D.** $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Với hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K , với mọi $a \in K$ ta có: $\int_a^a f(x)dx = 0$.

Câu 28: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(2 \sin x) \cos x dx$.

- A.** 3. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2 \sin x \Rightarrow dt = 2 \cos x dx \Rightarrow \cos x dx = \frac{dt}{2}$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 1$.

Suy ra: $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(2 \sin x) \cos x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$.

Câu 29: Cho số thực C và hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Tìm khẳng định đúng.

- A.** $\int f'(x)dx = f(x)$. **B.** $\int f(x)dx = f'(x) + C$.
C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$. **D.** $\int f(x)dx = f'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

Câu 30: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2020$ và $\int_0^1 g(x)dx = 2021$, tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$.

- A.** -4041. **B.** 1. **C.** 4041. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = 2020 - 2021 = -1$.

Câu 31: Xét các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên tập K . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$,

B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall x \in \mathbb{R}^*$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ là

A. $1 - x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2} + C$. **B.** $x - x^2 - \sqrt{x} + C$. **C.** $x - x^2 - \sqrt{x} + C$. **D.** $1 - x^2 + \sqrt{x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx = x - x^2 + \sqrt{x} + C$.

Câu 33: Trong không gian $(Oxyz)$ cho điểm $I(6; -3; -2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I và đi qua gốc tọa độ O ?

A. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 49$.

B. $(x-6)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 49$.

C. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7$.

D. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(6; -3; -2)$ và bán kính $R = OI = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = 7$. Nên có pt: $(x-6)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 49$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

A. $I = 4$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = -4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^3 = f(3) - f(-1) = 4$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Khi đó, hiệu số $F(1) - F(2)$ bằng

A. $\int_2^1 F(x) dx$.

B. $\int_1^2 [-f(x)] dx$.

C. $\int_1^2 [-F(x)] dx$.

D. $\int_1^2 [f(x)] dx$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 [-f(x)] dx = -\int_1^2 f(x) dx = -(F(2) - F(1)) = F(1) - F(2)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1 điểm) Tính tích phân $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} dx$.

Lời giải

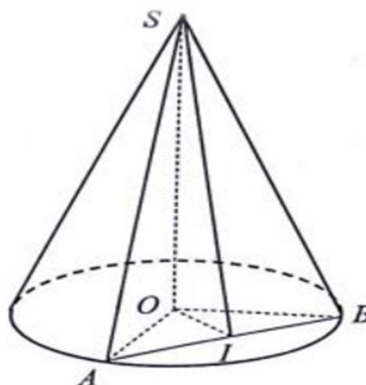
Đặt $u = \sqrt{3x+1} \Rightarrow u^2 = 3x+1 \Rightarrow 2udu = 3dx \Rightarrow dx = \frac{2udu}{3}$.

Ta có $u^2 = 3x+1 \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{3}$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} dx &= \int_1^2 \frac{u \cdot \frac{2udu}{3}}{\frac{u^2-1}{3}-5} = 2 \int_1^2 \frac{u^2 du}{u^2-16} = 2 \int_1^2 \frac{u^2 du}{u^2-16} = 2 \int_1^2 \frac{(u^2-16+16) du}{u^2-16} \\ &= 2 \int_1^2 \left(1 + \frac{16}{u^2-16} \right) du = 2 \int_1^2 \left(1 + \frac{16}{(u-4)(u+4)} \right) du = 2 \left[\int_1^2 du + 2 \int_1^2 \frac{8}{(u-4)(u+4)} du \right] \\ &= 2u \Big|_1^2 + 4 \int_1^2 \frac{8}{(u-4)(u+4)} du = 2u \Big|_1^2 + 4 \int_1^2 \frac{(u+4) - (u-4)}{(u-4)(u+4)} du = 2 + 4 \int_1^2 \left(\frac{1}{u-4} - \frac{1}{u+4} \right) du \\ &= 2 + 4 \ln \left| \frac{u-4}{u+4} \right| \Big|_1^2 = 2 + 4 \left(\ln \frac{1}{3} - \ln \frac{3}{5} \right) = 2 + 4 \ln \frac{5}{9}. \end{aligned}$$

Câu 37: (1 điểm) Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O bán kính $R=1$. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối nón.

Lời giải



Ta có ΔOAB vuông cân tại O và $OA = OB = 1 \Rightarrow AB = \sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm AB .

$$+) S_{SAB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} SI \cdot AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} SI \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow SI = 1.$$

$$+) OI = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Mặt khác, ΔSOI vuông tại O: Áp dụng định lí Py-ta-go, ta có

$$SI^2 = SO^2 + OI^2 \Rightarrow 1^2 = SO^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow SO^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 38: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3\sin x + 4\cos x}{\sin x + 2\cos x}$

Lời giải

$$\text{Đặt } 3\sin x + 4\cos x = A(\sin x + 2\cos x) + B(\cos x - 2\sin x) = (A - 2B)\sin x + (2A + B)\cos x$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} A - 2B = 3 \\ 2A + B = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{11}{5} \\ B = -\frac{2}{5} \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó } I = \int \frac{3\sin x + 4\cos x}{\sin x + 2\cos x} dx = \int \frac{11}{5} dx - \frac{2}{5} \int \frac{d(\sin x + 2\cos x)}{\sin x + 2\cos x} = \frac{11}{5}x - \frac{2}{5} \ln|\sin x + 2\cos x| + C.$$

Câu 39: Tính tích phân $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x^2+1} dx$

Lời giải

Đặt $t = \tan x$ ta có $dx = (1 + \tan^2 x)dx$.

$$I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x^2+1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan t) dt$$

Đặt $t = \frac{\pi}{4} - u$, suy ra

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left[1 + \tan \left(\frac{\pi}{4} - u \right) \right] du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left(\frac{2}{1 + \tan u} \right) du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln 2 du - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan u) du$$

$$\text{Suy ra: } I = \ln 2 \cdot \frac{\pi}{4} - I \Rightarrow I = \frac{\pi}{8} \cdot \ln 2$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[1; e]$ thỏa mãn $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x}$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $\ln |f(x)| = \ln |x| + C$. B. $-\frac{1}{f^2(x)} = -\frac{1}{x^2} + C$. C. $-\frac{1}{f^2(x)} = \ln |x| + C$. D. $\ln |f(x)| = -\frac{1}{x^2} + C$.

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin x dx$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 3: Gọi $F(x)$ là một họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}}$. Tìm $F(x)$.

- A. $\frac{2}{3}(x^2+4)^{\frac{3}{2}} + C$. B. $\frac{3}{2}(x^2+4)^{\frac{3}{2}} + C$. C. $\frac{3}{2}(x^2+4)^{\frac{2}{3}} + C$. D. $\frac{2}{3}(x^2+4)^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 4: Cho $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$, đặt $t = \sqrt{x+3}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2tdt$ B. $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} dt$ C. $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2tdt$ D. $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} dt$

Câu 5: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 f(x) dx = -1$. Tính $\int_2^3 f(x) dx$.

- A. 2 B. 4 C. 1 D. -4

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(-1; 3; 2), C(2; 4; -3)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. -2 B. -6 C. 2 D. 10

Câu 7: Biết $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{a} \ln x - \int \frac{x}{b} dx$ với $a; b$ là các số nguyên. Tính $a + b$.

- A. -4. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vec-tơ $\vec{a} = (2; -1; 3); \vec{b} = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của vec-tơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $\vec{c} = (0; -7; -7)$. B. $\vec{c} = (0; -7; 7)$. C. $\vec{c} = (4; -7; 7)$. D. $\vec{c} = (0; 7; 7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_1^e \log_3 x dx$.

- A. $\frac{e}{\ln 3}$. B. 1. C. $\frac{1}{\ln 3}$. D. $-\log_3 e$.

- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:
A. $y+2z-5=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $2x-y+1=0$.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overline{OA}=(2;-1;3)$, $\overline{OB}=(5;2;-1)$. Tìm tọa độ của \overline{AB} .
A. $\overline{AB}=(3;3;-4)$. **B.** $\overline{AB}=(7;1;2)$. **C.** $\overline{AB}=(2;-1;3)$. **D.** $\overline{AB}=(-3;-3;4)$.
- Câu 13:** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3x^2$ trên \mathbb{R} thỏa mãn điều kiện $F(1)=-1$.
A. x^2-2 . **B.** x^3+2 . **C.** x^3+1 . **D.** x^3-2 .
- Câu 14:** Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu.
A. $I(3;-2;4), R=5$. **B.** $I(-3;2;-4), R=5$.
C. $I(3;-2;4), R=25$. **D.** $I(-3;2;-4), R=25$.
- Câu 15:** Nếu $\int f(u)du = F(u)+C, u=u(x)$ có đạo hàm liên tục thì
A. $\int f(u(x)).u'(x)dx = F(x)+C$. **B.** $\int f(x).u'(x)dx = F(u(x))+C$.
C. $\int f(u(x))dx = F(u(x))+C$. **D.** $\int f(u(x)).u'(x)dx = F(u(x))+C$.
- Câu 16:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. $\int \sqrt{x}dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$ **B.** $\int \frac{1}{\ln a}dx = \frac{x}{\ln a} + C(a > 0, a \neq 1)$
C. $\int a \sin x dx = -a \cos x + C$ **D.** $\int \frac{1}{u^2}du = -\frac{1}{u} + C$
- Câu 17:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=10^x$.
A. $F(x) = \frac{10^x}{\ln 10} + C$. **B.** $F(x) = 10^x + C$
C. $F(x) = \frac{1}{10} \cdot 10^x \cdot \ln 10 + C$ **D.** $F(x) = 10^x \cdot \ln 10 + C$
- Câu 18:** Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$, tìm khẳng định đúng.
A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)\Big|_1^4$ **B.** $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)\Big|_1^4$ **C.** $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)\Big|_1^4$ **D.** $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)\Big|_1^4$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;1;0), P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là
A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.
- Câu 20:** Biết tích phân $I = \int_0^m x e^x dx = 1$, hỏi số thực m thuộc khoảng nào?
A. $(-3;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(0;2)$.

- Câu 21:** Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = e^{kx}$ ($k \neq 0$) sao cho $F(0) = \frac{1}{k}$. Giá trị k thuộc khoảng nào sau đây để $F(x) = f(x)$?
- A. $(-2; 0)$. B. $(2; 3)$. C. $(0; 2)$. D. $(-3; -2)$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:
- A. $(1; -2; 3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.
- Câu 23:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; 5]$, $f(5) = 2022$ và $\int_1^5 f'(x) dx = 1$. Tính $f(1)$.
- A. 2020. B. 2021. C. 1. D. 2023.
- Câu 24:** Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$. Tìm mệnh đề đúng.
- A. $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$. B. $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$. C. $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:
- A. $(2; -1; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.
- Câu 26:** Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$. B. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.
 C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$. D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.
- Câu 27:** Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [2f(x) - 3g(x)] dx$.
- A. -17 . B. 0 . C. 13 . D. 7 .
- Câu 28:** Với k là hằng số khác 0 , mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\int \sin kx dx = -k \cos kx + C$. B. $\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$.
 C. $\int \sin kx dx = -\cos kx + C$. D. $\int \sin kx dx = \frac{1}{k} \cos kx + C$.
- Câu 29:** Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^4 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Tìm mệnh đề đúng.
- A. $S = \int_1^2 (x^4 + 1) dx$. B. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx$. C. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1) dx$. D. $S = \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx$.
- Câu 30:** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ B. $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$
 C. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
- Câu 31:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{1}{\cot x} + C$. B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.
 C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$. D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot^2 x + 1$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(-1; 0; 3)$. B. $G(0; 0; -1)$. C. $G(1; 0; 3)$. D. $G(3; 0; 1)$.

Câu 33: Tìm $\int x dx$.

- A. $\int x dx = x^2 + C$. B. $\int x dx = 1 + C$. C. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int x dx = \frac{2}{x^2} + C$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_{-4}^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^2 f(2-3x) dx$

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(ab) - 1$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính $\int \sin 6x \cdot \cos^2 3x dx$

Câu 37: Cho mặt cầu tâm O đường kính $AB = 2a$, I là điểm thay đổi nằm giữa hai điểm O và B . Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại I , cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi (N) là hình nón đỉnh A , đáy là hình tròn (C) ; h là chiều cao của hình nón (N) .

a) Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón (N) theo h và a .

b) Tính thể tích lớn nhất của khối nón (N) .

Câu 38: Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{3-2x}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ và thỏa mãn $\ln(x+1) + 2(x+1)^2 f\left(\frac{1}{2}-x\right) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

Tính $I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[1; e]$ thỏa mãn $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x}$. Tìm khẳng định đúng.

- A.** $\ln |f(x)| = \ln |x| + C$. **B.** $-\frac{1}{f^2(x)} = -\frac{1}{x^2} + C$.
C. $-\frac{1}{f^2(x)} = \ln |x| + C$. **D.** $\ln |f(x)| = -\frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{x} dx \Rightarrow \ln |f(x)| = \ln |x| + C$.

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin x dx$.

- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} (\cos 2x - \cos 4x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \sin 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{4}$.

Câu 3: Gọi $F(x)$ là một họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}}$. Tìm $F(x)$.

- A.** $\frac{2}{3}(x^2+4)^{\frac{3}{2}} + C$. **B.** $\frac{3}{2}(x^2+4)^{\frac{3}{2}} + C$. **C.** $\frac{3}{2}(x^2+4)^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\frac{2}{3}(x^2+4)^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt[3]{x^2+4} \Rightarrow t^3 = x^2+4 \Rightarrow 3t^2 dt = 2x dx$.

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}} dx = \int \frac{3t^2}{t} dt = \int 3t dt = \frac{3}{2} t^2 + C = \frac{3}{2} (x^2+4)^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 4: Cho $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$, đặt $t = \sqrt{x+3}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.** $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2tdt$ **B.** $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} dt$ **C.** $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2tdt$ **D.** $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} dt$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{x+3} \Rightarrow t^2 = x+3 \Rightarrow x = t^2-3 \Rightarrow 2tdt = dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=6 \Rightarrow t=3 \end{cases}$

Vậy $I = \int_2^3 \frac{t^2 - 3}{t} \cdot 2tdt$

Câu 5: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^3 f(x)dx = -1$. Tính $\int_2^3 f(x)dx$.

A. 2

B. 4

C. 1

D. -4

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_2^3 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = -1 - 3 = -4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1), B(-1;3;2), C(2;4;-3)$. Tính tích vô hướng $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

A. -2

B. -6

C. 2

D. 10

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{AB} = (-4; 1; 1), \overline{AC} = (-1; 2; -4) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = (-4)(-1) + 1 \cdot 2 + 1(-4) = 2$.

Câu 7: Biết $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{a} \ln x - \int \frac{x}{b} dx$ với a, b là các số nguyên. Tính $a + b$.

A. -4.

B. 1.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

Do đó: $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x}{2} dx \Rightarrow a = b = 2$.

Vậy $a + b = 4$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các vec-tơ $\vec{a} = (2; -1; 3); \vec{b} = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của vec-tơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (0; -7; -7)$.

B. $\vec{c} = (0; -7; 7)$.

C. $\vec{c} = (4; -7; 7)$.

D. $\vec{c} = (0; 7; 7)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 2 - 2 \cdot 1 = 0 \\ y_c = -1 - 2 \cdot 3 = -7 \\ z_c = 3 - 2 \cdot (-2) = 7 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = (0; -7; 7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ đến mặt phẳng (P) .

A. $-\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$d_{(M,(P))} = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3}$$

Vậy **chọn B**

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_1^e \log_3 x dx$.

A. $\frac{e}{\ln 3}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{\ln 3}$.

D. $-\log_3 e$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \log_3 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x \ln 3} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$I = x \log_3 x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{\ln 3} dx = e \log_3 e - \frac{1}{\ln 3} (e - 1) = \frac{1}{\ln 3}.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:

A. $y + 2z - 5 = 0$.

B. $-y + 2z - 3 = 0$.

C. $2x - y - 1 = 0$.

D. $2x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-4; 2; 0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $-4(x - 0) + 2(y - 1) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$, $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ của \overrightarrow{AB} .

A. $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (3; 3; -4).$$

Câu 13: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2$ trên \mathbb{R} thỏa mãn điều kiện $F(1) = -1$.

A. $x^2 - 2$.

B. $x^3 + 2$.

C. $x^3 + 1$.

D. $x^3 - 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\int 3x^2 dx = x^3 + C$$

$$\text{Mà } F(1) = -1 \Leftrightarrow C = -2$$

$$F(x) = x^3 - 2.$$

Câu 14: Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu.

A. $I(3; -2; 4), R = 5$.

B. $I(-3; 2; -4), R = 5$.

C. $I(3; -2; 4), R = 25$. D. $I(-3; 2; -4), R = 25$.

Lời giải

Chọn A

$$I(3; -2; 4), R = 5$$

Câu 15: Nếu $\int f(u) du = F(u) + C, u = u(x)$ có đạo hàm liên tục thì

A. $\int f(u(x)).u'(x) dx = F(x) + C$.

B. $\int f(x).u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

C. $\int f(u(x)) dx = F(u(x)) + C$.

D. $\int f(u(x)).u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int \sqrt{x} dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$

B. $\int \frac{1}{\ln a} dx = \frac{x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$

C. $\int a \sin x dx = -a \cos x + C$

D. $\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C$

Lời giải

Chọn A

$$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

Câu 17: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 10^x$.

A. $F(x) = \frac{10^x}{\ln 10} + C$.

B. $F(x) = 10^x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{10} \cdot 10^x \cdot \ln 10 + C$

D. $F(x) = 10^x \cdot \ln 10 + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$, tìm khẳng định đúng.

A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$

B. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

C. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$

D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx = \int_1^4 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$$

Câu 19: Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0), N(0; 1; 0), P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1.$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (MNP) đi qua ba điểm M, N, P lần lượt nằm trên ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên có phương trình là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1.$

Câu 20: Biết tích phân $I = \int_0^m x e^x dx = 1$, hỏi số thực m thuộc khoảng nào?

A. $(-3; -1).$ B. $(-1; 0).$ C. $(2; 4).$ D. $(0; 2).$

Lời giải

Chọn D

Tính $I = \int_0^m x e^x dx.$

Đặt:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

Khi đó:

$$I = x.e^x \Big|_0^m - \int_0^m e^x dx = x.e^x \Big|_0^m - e^x \Big|_0^m = me^m - e^m + 1 = e^m(m-1) + 1.$$

Theo giả thiết:

$$I = 1 \Rightarrow (m-1)e^m + 1 = 1 \Leftrightarrow (m-1)e^m = 0 \Leftrightarrow m-1 = 0 \text{ (vì } e^m > 0, \forall m \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 21: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = e^{kx}$ ($k \neq 0$) sao cho $F(0) = \frac{1}{k}$. Giá trị k thuộc khoảng nào sau đây để $F(x) = f(x)$?

A. $(-2; 0).$ B. $(2; 3).$ C. $(0; 2).$ D. $(-3; -2).$

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C \text{ (} k \neq 0 \text{)}.$$

Đặt $F(x) = \frac{1}{k} e^{kx} + C.$

Theo giả thiết: $F(0) = \frac{1}{k} \Rightarrow \frac{1}{k} + C = \frac{1}{k} \Rightarrow C = 0.$

Suy ra: $F(x) = \frac{1}{k} e^{kx}.$

$$F(x) = f(x) \Leftrightarrow \frac{1}{k} e^{kx} = e^{kx} \Leftrightarrow e^{kx} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{k} - 1 = 0 \text{ (vì } e^{kx} > 0, \forall x \in \mathbb{R}, k \neq 0) \Leftrightarrow k = 1$$

(thỏa mãn điều kiện $k \neq 0$).

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A. (1; -2; 3). B. (-1; 2; -3). **C. (1; 2; -3).** D. (1; 2; 3).

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

- Câu 23:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[1; 5]$, $f(5) = 2022$ và $\int_1^5 f'(x) dx = 1$. Tính $f(1)$.

- A. 2020. **B. 2021.** C1. D. 2023.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^5 f'(x) dx = 1 \Leftrightarrow f(x) \Big|_1^5 = 1 \Leftrightarrow f(5) - f(1) = 1 \Rightarrow f(1) = f(5) - 1 = 2022 - 1 = 2021$.

- Câu 24:** Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$.** B. $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$. C. $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx = (\ln|x|) \Big|_1^3$.

- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector \vec{a} là:

- A. (2; -1; -3). B. (2; -3; -1). **C. (-1; 2; -3).** D. (-3; 2; -1).

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} = (-1; 2; -3)$.

- Câu 26:** Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$. B. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.
C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$. **D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.**

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = -\cos x \end{cases}$. Khi đó, $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

- Câu 27:** Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. -17. B. 0. **C. 13.** D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_{-1}^2 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx = 2 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) = 13$.

- Câu 28:** Với k là hằng số khác 0, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int \sin kx dx = -k \cos kx + C$. **B. $\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$.**

C. $\int \sin kx dx = -\cos kx + C.$

D. $\int \sin kx dx = \frac{1}{k} \cos kx + C.$

Lời giải

Chọn B

$$\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C.$$

Câu 29: Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^4 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $S = \int_1^2 (x^4 + 1) dx.$ B. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx.$ C. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1) dx.$ D. $S = \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx.$

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^4 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$.

$$S = \int_1^2 (x^4 + 1) dx$$

Câu 30: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

B. $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$

C. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

D. $\int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của tích phân ta có:

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$$

Câu 31: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{1}{\cot x} + C.$

B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C.$

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot^2 x + 1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(3; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G(-1;0;3)$. B. $G(0;0;-1)$. **C. $G(1;0;3)$** . D. $G(3;0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $G\left(\frac{3+(-1)+1}{3}; \frac{(-2)+2+0}{3}; \frac{3+5+1}{3}\right) = (1;0;3)$.

Câu 33: Tìm $\int x dx$.

- A. $\int x dx = x^2 + C$. B. $\int x dx = 1 + C$. **C. $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$** . D. $\int x dx = \frac{2}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_{-4}^2 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^2 f(2-3x) dx$

- A. $-\frac{1}{3}$. **B. $\frac{2}{3}$** . C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2 - 3x \Rightarrow -\frac{dt}{3} = dx$.

Đổi cận:

x	0	2
t	2	-4

Khi đó: $\int_0^2 f(2-3x) dx = \int_2^{-4} -f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_{-4}^2 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_{-4}^2 f(x) dx = \frac{2}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(ab) - 1$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. **D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$**

Lời giải

Chọn D

$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính $\int \sin 6x \cdot \cos^2 3x dx$

Lời giải

Đặt $t = \cos 3x \Rightarrow dt = -3 \sin 3x dx$

Ta có:

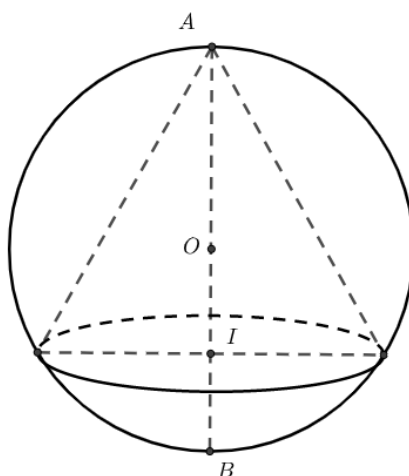
$\int \sin 6x \cos^2 3x dx = \int 2 \sin 3x \cdot \cos^3 3x dx = -\frac{2}{3} \int t^3 dt = -\frac{2}{3} \cdot \frac{t^4}{4} + C = -\frac{1}{6} t^4 + C = -\frac{1}{6} \cos^4 3x + C$.

Câu 37: Cho mặt cầu tâm O đường kính $AB = 2a$, I là điểm thay đổi nằm giữa hai điểm O và B . Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại I , cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi (N) là hình nón đỉnh A , đáy là hình tròn (C) ; h là chiều cao của hình nón (N) .

a) Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón (N) theo h và a .

b) Tính thể tích lớn nhất của khối nón (N) .

Lời giải



a) Ta có: $OI = h - a$

Bán kính đường tròn (C) là: $r = \sqrt{R^2 - OI^2} = \sqrt{a^2 - (h - a)^2} = \sqrt{2ah - h^2}$

Thể tích khối nón (N) : $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (2ah - h^2) h = \frac{\pi}{3} (2ah^2 - h^3)$.

b) Đặt $f(h) = \frac{\pi}{3} (2ah^2 - h^3)$, $(a < h < 2a)$, khi đó $f'(h) = \frac{\pi}{3} (4ah - 3h^2)$, $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{4a}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	a	$\frac{4a}{3}$	$2a$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$		$\frac{32\pi a^3}{81}$	

Vậy thể tích khối nón (N) lớn nhất bằng $\frac{32\pi a^3}{81}$ khi và chỉ khi $h = \frac{4a}{3}$.

Câu 38: Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3 - 2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{3 - 2x}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Cách 1:

Trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$, xét $I = \int x\sqrt{3 - 2x} dx$.

Đặt $t = \sqrt{3 - 2x} \Rightarrow t^2 = 3 - 2x \Rightarrow x = \frac{3 - t^2}{2} \Rightarrow dx = -tdt$.

$$\text{Ta có } I = \int \frac{3-t^2}{2} \cdot t \cdot (-tdt) = \frac{1}{2} \int (t^4 - 3t^2) dt = \frac{1}{2} \left(\frac{t^5}{5} - t^3 \right) + C.$$

$$I = \frac{1}{2} \left(\frac{(\sqrt{3-2x})^5}{5} - (\sqrt{3-2x})^3 \right) + C = \frac{1}{2} \left(\frac{(3-2x)^2 \sqrt{3-2x}}{5} - (3-2x) \sqrt{3-2x} \right) + C.$$

$$I = \sqrt{3-2x} \left(\frac{(3-2x)^2}{10} - \frac{3-2x}{2} \right) + C = \left(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{3}{5} \right) \sqrt{3-2x} + C.$$

Vì $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{3-2x}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ nên ta chọn hằng số $C = 0$ và đồng nhất $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{5}$, $c = -\frac{3}{5}$.

$$\text{Vậy } a = \frac{2}{5}, b = -\frac{1}{5}, c = -\frac{3}{5}.$$

Cách 2:

Vì $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{3-2x}$ trên khoảng $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ nên $F'(x) = f(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F'(x) &= (2ax + b)\sqrt{3-2x} - \frac{1}{\sqrt{3-2x}}(ax^2 + bx + c) = \frac{(2ax + b)(3-2x) - (ax^2 + bx + c)}{\sqrt{3-2x}} \\ &= \frac{(2ax + b)(3-2x) - (ax^2 + bx + c)}{\sqrt{3-2x}} = \frac{-5ax^2 + (6a - 3b)x + 3b - c}{\sqrt{3-2x}} = x\sqrt{3-2x} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -5ax^2 + (6a - 3b)x + 3b - c = -2x^2 + 3x \Leftrightarrow \begin{cases} -5a = -2 \\ 6a - 3b = 3 \\ 3b - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5} \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{2}{5}, b = -\frac{1}{5}, c = -\frac{3}{5}.$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ và thỏa mãn $\ln(x+1) + 2(x+1)^2 f\left(\frac{1}{2}-x\right) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

$$\text{Tính } I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx.$$

Lời giải

$$\text{Trên đoạn } \left[0; \frac{1}{2}\right], \text{ ta có } \ln(x+1) + 2(x+1)^2 f\left(\frac{1}{2}-x\right) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}-x\right) = \frac{\frac{(x+1)^2}{\sqrt{1-x^2}} - \ln(x+1)}{2(x+1)^2} = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} - \frac{\ln(x+1)}{2(x+1)^2}.$$

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx. \text{ Đặt } x = \frac{1}{2} - t \Rightarrow dx = -dt.$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ và } x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 0.$$

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^0 f\left(\frac{1}{2} - t\right)(-dt) = \int_0^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2} - t\right) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} dx - \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x+1)}{2(x+1)^2} dx.$$

$$\text{Tính } M = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$\text{Đặt } x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt. \text{ Với } x = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ và } x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

$$M = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{2\sqrt{1-\sin^2 t}} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\sqrt{\cos^2 t}} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{|\cos t|} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\cos t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt = \frac{1}{2} t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12}.$$

$$\text{Tính } N = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(x+1)}{2(x+1)^2} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = \frac{1}{2(x+1)} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = -\frac{1}{2(x+1)} \end{cases}.$$

$$N = \frac{-\ln(x+1)}{2(x+1)} \Big|_0^{\frac{1}{2}} - \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{-1}{2(x+1)^2} dx = -\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x+1)^2} dx = -\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{2(x+1)} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} + \frac{1}{6}.$$

$$\text{Vậy } I = M - N = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{6}.$$

- Câu 18:** Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x+3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$, với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $a^3 + b^3 = 28$. **B.** $a.b = 3$. **C.** $a + 2b = 1$. **D.** $a - b = 2$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:
A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$. **B.** $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.
C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$. **D.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 81$.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $P(2;-3;5)$ có phương trình là:
A. $(\alpha): 2x + 3y = 0$. **B.** $(\alpha): 2x - 3y = 0$. **C.** $(\alpha): 3x + 2y = 0$. **D.** $(\alpha): y + 2z = 0$.
- Câu 21:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)^4$ là:
A. $8(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số. **B.** $4(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số.
C. $\frac{(2x-1)^3}{10} + C$, với C là hằng số. **D.** $\frac{(2x-1)^3}{5} + C$, với C là hằng số.
- Câu 22:** Hàm số $y = \sin x$ có một nguyên hàm là:
A. $-\cot x$. **B.** $-\cos x$. **C.** $\tan x$. **D.** $\cos x$.
- Câu 23:** Xét $\int x^3(4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$. **B.** $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. **C.** $I = \int u^5 du$. **D.** $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$.
- Câu 24:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ liên tục trên khoảng K , với C là hằng số. Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\int f'(x) dx = f'(x) + C, \forall x \in K$. **B.** $\int f(x) dx = f'(x) + C, \forall x \in K$.
C. $\int f(x) dx = f(x) + C, \forall x \in K$. **D.** $\int f'(x) dx = f(x) + C, \forall x \in K$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi A, B, C là hình chiếu của điểm $M(-1;2;-2)$ lên các trục tọa độ. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua các điểm A, B, C .
A. $-2x + y - z - 2 = 0$ **B.** $-2x + y - z + 2 = 0$. **C.** $-2x + y + z - 2 = 0$. **D.** $-2x - y - z + 2 = 0$.
- Câu 26:** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3; \int_0^1 g(x) dx = 2$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:
A. -1 **B.** 6 **C.** 1 **D.** 5
- Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $f(0) = 1; f(2) = 5$. Giá trị $\int_0^2 f(x)' dx$ bằng.
A. 4 **B.** 6 **C.** -6 **D.** 4
- Câu 28:** Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ nếu đặt $t = \sin x$, thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?
A. $dt = \cos x dx$. **B.** $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1$. **C.** $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$. **D.** $I = \int_0^1 t^2 dt$.

- Câu 29:** Cho điểm $M(1; 2; 4)$, hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) là
A. $M'(2; 0; 4)$. **B.** $M'(1; 0; 4)$. **C.** $M'(1; 0; 0)$. **D.** $M'(1; 2; 0)$.
- Câu 30:** Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?
A. $\int k.f(x)dx = k\int f(x)dx, k$ là hằng số khác 0. **B.** $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)].dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. **D.** $\int [f(x) - g(x)].dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng
A. 42. **B.** -50. **C.** -48. **D.** 44.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, $(Q): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với cả (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (R) bằng $\sqrt{2}$.
A. $\begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x - z + 4 = 0 \\ x - z - 4 = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$.
- Câu 33:** Mặt phẳng $(P): 5x - 4z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến \vec{n} là
A. $\vec{n}(5; -4; 0)$. **B.** $\vec{n}(5; 0; -4)$. **C.** $\vec{n}(5; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}(5; 0; 1)$.
- Câu 34:** Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:
(I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
(II). $G(x) = C.F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
(III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
Các mệnh đề đúng là
A. Chỉ **(I)** đúng. **B.** **(I), (II), (III)** đúng. **C.** **(I), (II)** đúng. **D.** **(I), (III)** đúng.
- Câu 35:** Cho $I = \int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^2}$ thì I bằng
A. $I = \int_1^0 t(1-t)dt$. **B.** $I = \int_0^1 t^2(1-t^2)^2 dt$. **C.** $I = \int_1^0 (t^4 - t^2)dt$. **D.** $I = \int_0^1 t(1-t^2)dt$.

II. PHẦN TỰ LUẬN:

- Câu 36: (1,0 điểm)** Cho hàm số $f(x)$ có họ nguyên hàm $F(x) = x^2 + bx + c, (b, c \in \mathbb{R})$. Biết $F'(1) = 3$, tính $f(2)$.
- Câu 37: (0,5 điểm)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + \frac{1}{2}f'(x) = \frac{1}{e^{2x}}$, biết $f(0) = 1$. Tìm hàm số $f(x)$.
- Câu 38: (0,5 điểm)** Tính $I = \int_0^1 \ln \sqrt{1+x^2} dx$
- Câu 39: (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Để tính $I = \int x \cos x dx$ theo phương pháp nguyên hàm từng phần, ta đặt $u = x, dv = \cos x dx$. Lúc đó, hãy chọn khẳng định đúng

A. $I = x \cos x + \int \sin x dx.$

B. $I = x \cos x - \int \sin x dx.$

C. $I = x \sin x - \int \sin x dx.$

D. $I = x \sin x + \int \sin x dx.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$ suy ra $I = x \sin x - \int \sin x dx.$

Câu 2: Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt.$

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt.$

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt.$

Lời giải

Chọn A

$x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

Câu 3: Cho vector $\vec{a}(1; -3; 4)$, tìm vector \vec{b} cùng phương với vector \vec{a} .

A. $\vec{b} = (2; -6; -8).$

B. $\vec{b} = (-2; -6; 8).$

C. $\vec{b} = (-2; 6; 8).$

D. $\vec{b} = (-2; 6; -8).$

Lời giải

Chọn D

Chọn $\vec{b} = -2\vec{a} = (-2; 6; -8).$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$.

A. $r = 1.$

B. $r = 2.$

C. $r = \frac{2}{3}.$

D. $r = \frac{4}{3}.$

Lời giải

Chọn B

$r = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - (-1) + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2.$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên R . Tính $I = 2019 \int_{2020}^{2021} f^{2018}(x) f'(x) dx$ bằng:

A. $I = f^{2021}(2020) - f^{2021}(2021).$

B. $I = f^{2020}(2020) - f^{2020}(2021)$

C. $I = f^{2019}(2021) - f^{2019}(2020)$

D. $I = f^{2019}(2020) - f^{2019}(2021)$ cm.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx$.

$$I = 2019 \int_{f(2020)}^{f(2021)} u^{2018} du = 2019 \cdot \frac{u^{2019}}{2019} \Big|_{f(2020)}^{f(2021)} = u^{2019} \Big|_{f(2020)}^{f(2021)} = f^{2019}(2021) - f^{2019}(2020)$$

- Câu 6:** Biết $\int_0^1 f(x)dx = a$ và $\int_1^3 f(x)dx = b$. Khi đó $\int_0^3 f(x)dx$.
- A.** $a + b$. **B.** $a - b$. **C.** ab . **D.** $b - a$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = a + b.$$

- Câu 7:** Cho biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I = \int [2f(x) + 1] dx$ là
- A.** $I = 2F(x) + x + C$, C là hằng số. **B.** $I = F(2x) + x + C$, C là hằng số.
C. $I = 2xF(x) + x + C$, C là hằng số. **D.** $I = 2F(x) + 1 + C$, C là hằng số.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int [2f(x) + 1] dx = 2 \int f(x) dx + \int dx = 2F(x) + x + C, C \text{ là hằng số.}$$

- Câu 8:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{1+2x}$ và $F(0) = 2$. Tìm $F(2)$.
- A.** $F(2) = \ln 25 + 2$. **B.** $F(2) = 4 \ln 5 + 2$.
C. $F(2) = 5(1 + \ln 2)$. **D.** $F(2) = 2 \ln 5 + 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{4}{1+2x} dx = 4 \cdot \frac{1}{2} \ln |1+2x| + C = 2 \ln |1+2x| + C.$$

$$\text{Mà } F(0) = 2 \Rightarrow C = 2. \text{ Vậy } F(2) = 2 \ln 5 + 2 = \ln 25 + 2.$$

- Câu 9:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có họ tất cả các nguyên hàm là hàm số $F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ($a > 0, a \neq 1, C$ là hằng số).
- A.** $f(x) = a^x$. **B.** $f(x) = \frac{1}{x}$. **C.** $f(x) = \ln x$. **D.** $f(x) = x^a$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (a > 0, a \neq 1, C \text{ là hằng số}).$$

- Câu 10:** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý liên tục trên khoảng K và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$, với C là hằng số **B.** $F(x) = f'(x), \forall x \in K$
C. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$, với C là hằng số **D.** $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

Lời giải

Chọn D

- Câu 11:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Tìm khẳng định sai:

- A.** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(y) dy$ **B.** $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
C. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}^*$ **D.** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx, \forall k \in \mathbb{R}^*$

Lời giải

Chọn D

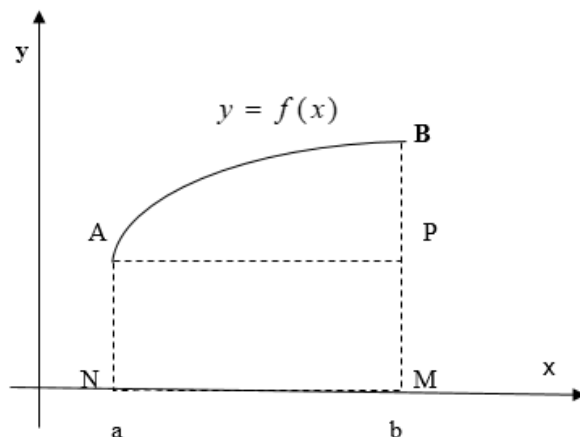
Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (x-3)^2 = 4$. Tìm tâm I và bán kính r của mặt cầu (S)

- A. $I(1;0;-3), r=4$ **B. $I(-1;0;3), r=2$** C. $I(-1;0;3), r=4$ D. $I(1;0;-3), r=2$

Lời giải

Chọn B

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng.



- A. $\int_a^b f(x)dx$ là diện tích tam giác cong ABP .
- B. $\int_a^b f(x)dx$ là độ dài đoạn thẳng BP .
- C. $\int_a^b f(x)dx$ là diện tích hình thang cong $ABMN$.**
- D. $\int_a^b f(x)dx$ là diện tích hình chữ nhật $APMN$.

Lời giải

Chọn C

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx > 0; \forall x \in [a; b]$.
- B. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx < 0; \forall x \in [a; b]$.
- C. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \geq 0; \forall x \in [a; b]$.**
- D. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì $\int_a^b f(x)dx \leq 0; \forall x \in [a; b]$.

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng:

A. $\int_1^0 f(x)dx.$

B. $\int_1^0 F(x)dx.$

C. $\int_0^1 F(x)dx.$

D. $\int_0^1 f(x)dx.$

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^0 f(x)dx = F(x)\Big|_1^0 = F(0) - F(1).$$

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + xe^x$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C$, C là hằng số.

B. $4x^3 + (x-1)e^x + C$, C là hằng số.

C. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C$, C là hằng số.

D. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C$, C là hằng số.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx = \int (x^4 + xe^x)dx = \int x^4 dx + \int xe^x dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$\int f(x)dx = \frac{1}{5}x^5 + (xe^x - \int e^x dx) = \frac{1}{5}x^5 + xe^x - e^x + C = \frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C.$$

Câu 17: Cho hàm số $F(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

Lời giải

Chọn B

Câu 18: Kết quả tích phân $I = \int_0^1 (2x+3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$, với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b^3 = 28.$

B. $a.b = 3.$

C. $a + 2b = 1.$

D. $a - b = 2.$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $a, b \in \mathbb{Z}$. Đặt $\begin{cases} u = 2x+3 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$.

$$\Rightarrow \int_0^1 (2x+3)e^x dx = (2x+3)e^x\Big|_0^1 - 2\int_0^1 e^x dx = (2x+1)e^x\Big|_0^1 = 3e - 1 = ae + b.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } a + 2b = 1.$$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$

B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = 972\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 972\pi \Leftrightarrow R = 9$.

Mặt cầu (S) có phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $P(2; -3; 5)$ có phương trình là:

- A. $(\alpha): 2x + 3y = 0$. B. $(\alpha): 2x - 3y = 0$. **C. $(\alpha): 3x + 2y = 0$.** D. $(\alpha): y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $P(2; -3; 5)$ nên (α) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{k}; \overline{OP}] = (3; 2, 0)$. Vậy phương trình $(\alpha): 3x + 2y = 0$.

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)^4$ là:

- A. $8(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số. B. $4(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số.
C. $\frac{(2x-1)^3}{10} + C$, với C là hằng số. D. $\frac{(2x-1)^3}{5} + C$, với C là hằng số.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x) dx = \int (2x-1)^4 dx = \frac{1}{2} \frac{(2x-1)^5}{5} + C = \frac{(2x-1)^5}{10} + C$ với C là hằng số.

Câu 22: Hàm số $y = \sin x$ có một nguyên hàm là:

- A. $-\cot x$. **B. $-\cos x$.** C. $\tan x$. D. $\cos x$.

Lời giải

Chọn B

$\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 23: Xét $\int x^3(4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du$. B. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du$. C. $I = \int u^5 du$. **D. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du$.**

Lời giải

Chọn D

$u = 4x^4 - 3 \Rightarrow du = 16x^3 dx \Rightarrow I = \int x^3(4x^4 - 3)^5 dx = \frac{1}{16} \int u^5 du$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ liên tục trên khoảng K , với C là hằng số. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\int f'(x) dx = f'(x) + C, \forall x \in K$. B. $\int f(x) dx = f'(x) + C, \forall x \in K$.
 C. $\int f(x) dx = f(x) + C, \forall x \in K$. **D. $\int f'(x) dx = f(x) + C, \forall x \in K$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi A, B, C là hình chiếu của điểm $M(-1; 2; -2)$ lên các trục tọa độ. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua các điểm A, B, C .

- A. $-2x + y - z - 2 = 0$** B. $-2x + y - z + 2 = 0$.
 C. $-2x + y + z - 2 = 0$. D. $-2x - y - z + 2 = 0$.

Lời giải

Các hình chiếu của điểm $M(-1; 2; -2)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz có tọa độ là:

$A(-1;0;0), B(0;2;0); C(0;0;-2)$

Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow -2x + y - z - 2 = 0$

Câu 26: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3; \int_0^1 g(x)dx = 2$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng:
 A. -1 B. 6 **C. 1** D. 5

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x)dx = 3 - 2 = 1$$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$ và thoả mãn $f(0) = 1; f(2) = 5$. Giá trị $\int_0^2 f(x)' dx$ bằng.

A. 4 B. 6 C. -6 **D. 4**

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 f(x)' dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 4$$

Câu 28: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ nếu đặt $t = \sin x$, thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?

A. $dt = \cos x dx$. B. $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1$. **C. $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$** . D. $I = \int_0^1 t^2 dt$.

Lời giải

Chọn C

đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$

Đổi cận: $x = 0 \rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = 1$. Vậy $I = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1$.

Câu 29: Cho điểm $M(1;2;4)$, hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) là
 A. $M'(2;0;4)$. **B. $M'(1;0;4)$** . C. $M'(1;0;0)$. D. $M'(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 30: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

A. $\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx, k$ là hằng số khác 0.
B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx . \int g(x)dx$.
 C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng

A. 42. B. -50. C. -48. **D. 44.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Tứ giác } ABCM \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi: } \overline{CM} = \overline{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=1-2 \\ b-3=2-(-1) \\ c-3=-1-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=6 \\ c=-1 \end{cases}$$

Suy ra: $P = a^2 + b^2 - c^2 = (-3)^2 + 6^2 - (-1)^2 = 44$. Vậy, chọn đáp án **D**.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, $(Q): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với cả (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (R) bằng $\sqrt{2}$.

A. $\begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x - z + 4 = 0 \\ x - z - 4 = 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là: $\vec{n}_1(1; 1; 1), \vec{n}_2(1; -1; 1)$.

Vì mặt phẳng (R) vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 0; -2)$$

Hay mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}'(1; 0; -1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (R) có dạng: $x - z + D = 0$.

Mặt khác, ta có:

$$d(O, (R)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|D|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |D| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 2 \\ D = -2 \end{cases}$$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán là: $(R_1): x - z + 2 = 0, (R_2): x - z - 2 = 0$.

Câu 33: Mặt phẳng $(P): 5x - 4z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến \vec{n} là

A. $\vec{n}(5; -4; 0)$. **B.** $\vec{n}(5; 0; -4)$. **C.** $\vec{n}(5; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}(5; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(5; 0; -4)$.

Vậy, chọn đáp án **B**.

Câu 34: Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K , với mỗi hằng số C . Trong các mệnh đề sau:

(I). $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(II). $G(x) = C.F(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

(III). $G(x) = F(x) - C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

Các mệnh đề đúng là

A. Chỉ (I) đúng. **B.** (I), (II), (III) đúng.

C. (I), (II) đúng. **D.** (I), (III) đúng.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa về nguyên hàm thì (I) và (III) là đúng, (II) sai.

Câu 35: Cho $I = \int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

- A. $I = \int_1^0 t(1-t)dt.$ **B. $I = \int_0^1 t^2(1-t^2)^2 dt.$** C. $I = \int_1^0 (t^4 - t^2)dt.$ D. $I = \int_0^1 t(1-t^2)dt.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1-x^2 \Rightarrow 2tdt = -2xdx \Rightarrow xdx = -tdt$. Đổi cận :
 $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 0$.

$$\text{Suy ra } I = \int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^1 (x^2)^2 \sqrt{1-x^2} xdx = -\int_1^0 t(1-t^2)^2 tdt = \int_0^1 t^2(1-t^2)^2 dt.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 36: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x)$ có họ nguyên hàm $F(x) = x^2 + bx + c, (b, c \in \mathbb{R})$. Biết $F'(1) = 3$, tính $f(2)$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = F'(x) = 2x + b$. Mà $F'(1) = 3 \Leftrightarrow 2.1 + b = 3 \Leftrightarrow b = 1$

Do đó: $f(2) = 2.2 + 1 = 5$

Câu 37: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + \frac{1}{2}f'(x) = \frac{1}{e^{2x}}$, biết $f(0) = 1$. Tìm hàm số $f(x)$.

Lời giải

Ta có:

$$f(x) + \frac{1}{2}f'(x) = \frac{1}{e^{2x}} \Leftrightarrow 2e^{2x}f(x) + e^{2x}f'(x) = 2$$

$$\Leftrightarrow [e^{2x}f(x)]' = 2 \Leftrightarrow \int [e^{2x}f(x)]' dx = \int 2dx \Leftrightarrow e^{2x}f(x) = 2x + C$$

Mà $f(0) = 1$ nên $e^{2.0} \cdot f(0) = 2.0 + C \Leftrightarrow C = 1$

$$\text{Do đó: } e^{2x}f(x) = 2x + 1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x+1}{e^{2x}}$$

Câu 38: (0,5 điểm) Tính $I = \int_0^1 \ln \sqrt{1+x^2} dx$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln \sqrt{1+x^2} \Rightarrow du = \frac{x}{1+x^2} dx \\ dv = dx \Rightarrow v = x \end{cases}$$

Lúc đó:

$$\begin{aligned} I &= x \ln \sqrt{1+x^2} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 2 - \int_0^1 \frac{x^2+1-1}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 2 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x^2+1}\right) dx \\ &= \frac{1}{2} \ln 2 - x \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \ln 2 - 1 + A \end{aligned}$$

$$\text{Tính } A = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$\text{Đặt } x = \tan t \left(\frac{-\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt. \text{ Đổi cận: } \begin{matrix} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{4} \end{matrix}$$

$$\text{Do đó: } A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{1 + \tan^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy: } I = \frac{1}{2} \ln 2 - 1 + \frac{\pi}{4}$$

Câu 39: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC$

Lời giải

Gọi $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

Từ giả thiết ta có: $|a| = 2|b| = 3|c|$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $M(1;2;3) \in (ABC)$ nên ta có: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ (*)

+ Xét trường hợp $a = 2b = 3c$

Thay vào (*) ta có $a = 14 \Rightarrow b = 7; c = \frac{14}{3}$

Lúc đó: Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

+ Xét trường hợp $a = -2b = 3c$

Thay vào (*) ta có $a = 6 \Rightarrow b = -3; c = 2$

Lúc đó: Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{6} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 6 = 0$.

+ Xét trường hợp $a = 2b = -3c$

Thay vào (*) ta có $a = -4 \Rightarrow b = -2; c = \frac{4}{3}$

Lúc đó: Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-4} + \frac{y}{-2} + \frac{3z}{4} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 4 = 0$.

+ Xét trường hợp $a = -2b = -3c$

Thay vào (*) ta có $a = -12 \Rightarrow b = 6; c = 4$

Lúc đó: Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-12} + \frac{y}{6} + \frac{3z}{4} = 1 \Leftrightarrow x - 2y - 3z + 12 = 0$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 04

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7 điểm)

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_1^2 x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$ B. $I = \frac{1}{3} \sqrt{27}.$ C. $I = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3.$ D. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du.$

Câu 2: Biết $\int_0^2 \left(1 + \frac{1}{x^2 + 4x + 3} \right) dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$. Tính giá trị $T = a + b + 2c$.

- A. $T = -1.$ B. $T = -3.$ C. $T = 2.$ D. $T = 1.$

Câu 3: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$.

- A. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$ B. $\frac{\cos^3 x}{3} + C.$ C. $-\sin 2x + C.$ D. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 2; \int_2^5 f(x) dx = 8$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$.

- A. $I = 6.$ B. $I = 4.$ C. $I = -6.$ D. $I = 10.$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; -3; 1).$ B. $\vec{n} = (1; 3; -1).$ C. $\vec{n} = (2; 3; -2).$ D. $\vec{n} = (2; 6; -2).$

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sin x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = -x \cos x - \sin x + 2.$ B. $F(x) = x \cos x - \sin x + 3.$
C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + 3.$ D. $F(x) = -x \cos x + \sin x + 2.$

Câu 7: Biết $\int_2^5 f(x) dx = -3$. Tính tích phân $I = \int_5^2 3f(x) dx$.

- A. $I = -9.$ B. $I = 9.$ C. $I = -6.$ D. $I = 6.$

Câu 8: Xét các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$ B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$ D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\vec{AB} = (1; -2; 2)$ và $\vec{AC} = (3; -4; 6)$. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

- A. 29. B. $\sqrt{29}.$ C. $\frac{\sqrt{29}}{2}.$ D. $2\sqrt{29}.$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là một nguyên hàm số $f(x)$. Biết $F(0) = -1$ và $F(2) = 3$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $I = -2.$ B. $I = -4.$ C. $I = 4.$ D. $I = 2.$

- Câu 11:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
- A. $-\frac{1}{\cos x} + C$. B. $\tan x + C$. C. $\cot x + C$. D. $-\tan x + C$.
- Câu 12:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và $F(1) = 2$. Tìm $F(x)$.
- A. $F(x) = \ln|x+2|$. B. $F(x) = \ln|x|+1$. C. $F(x) = \ln|x|+2$. D. $F(x) = \ln|x|$.
- Câu 13:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$.
- A. $x^3 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $\frac{x^3}{3} + C$. D. $6x + C$.
- Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$ và $(Q): 2x + my + nz = 0$. Biết $(P), (Q)$ là hai mặt phẳng song song, tính $m + n$.
- A. -2 . B. 2 . C. 10 . D. -10 .
- Câu 15:** Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$.
- A. 2 . B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. 7 .
- Câu 16:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) .
- A. $(a; b; 0)$. B. $(0; b; c)$. C. $(a; 0; c)$. D. $(0; 0; c)$.
- Câu 17:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.
- Câu 18:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 2 = 0$?
- A. $(-1; 1; 3)$. B. $(1; -1; 1)$. C. $(0; 2; 0)$. D. $(0; -1; 1)$.
- Câu 19:** Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} , khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $F'(x) = f'(x)$ B. $F(x) = f(x)$ C. $F'(x) = f(x)$ D. $f'(x) = F(x)$
- Câu 20:** Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$
- A. $T = -1$ B. $T = \frac{2}{3}$ C. $T = 1$ D. $T = 0$
- Câu 21:** Tính tích phân $\int_1^2 2x dx$
- A. 2 B. 4 C. 5 D. 3
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 3; -1)$ và đi qua điểm $A(-2; 0; -1)$.

A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^6 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(2x+2)dx$.

A. $I = 6$.

B. $I = 3$.

C. $I = 9$.

D. $I = 12$.

Câu 24: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

A. $\frac{1}{2} \cdot \ln^2 x + C$.

B. $\ln^2 x + C$.

C. $\frac{1}{x^2} + C$.

D. $2 \ln^2 x + C$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_1^1 f(x)dx = 1$.

B. $\int_1^1 f(x)dx = 9$.

C. $\int_1^1 f(x)dx = 3$.

D. $\int_1^1 f(x)dx = 0$.

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$ bằng cách đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx$.

B. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx$.

C. $I = x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx$.

D. $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

A. $I(1; 0; -2); R = 3$.

B. $I(-1; 0; -2); R = 3$.

C. $I(-1; 0; -2); R = 9$.

D. $I(1; 0; -2); R = 9$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 3), B(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 4y - 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ giao điểm của (Q) và trục tung.

A. $(0; -5; 0)$.

B. $(0; 10; 0)$.

C. $(0; -10; 0)$.

D. $(0; 5; 0)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

B. $\int_a^b k dx = k \int_a^b dx, \forall k \in \mathbb{R}$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 30: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$.

A. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + C$.

B. $\frac{2}{3}\sqrt{x^2+1} + C$.

C. $\frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + C$.

D. $\frac{1}{3}\sqrt{x^2+1} + C$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$. Tìm tọa độ \vec{b} biết rằng $\vec{b} = -2\vec{a}$.

A. $\vec{b} = (2; 4; 6)$.

B. $\vec{b} = (-2; 4; 6)$.

C. $\vec{b} = (2; -4; -6)$.

D. $\vec{b} = (2; -4; 6)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD, với $A(0;0;3), B(2;0;0), C(0;-1;0), D(1;2;3)$. Tính độ dài đường cao của tứ diện ABCD xuất phát từ đỉnh D.

- A. $\frac{9}{7}$. B. $\frac{16}{7}$. C. $-\frac{9}{7}$. D. $\frac{10}{7}$.

Câu 33: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

- A. $x \cdot 2^{x-1} + C$. B. $2^x + C$. C. $2^x \ln 2 + C$. D. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 34: Biết $\int f(u) du = F(u) + C$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(2x+1) dx = \frac{1}{2} F(2x+1) + C$. B. $\int f(2x+1) dx = F(2x+1) + C$.
 C. $\int f(2x+1) dx = 2 F(x+1) + C$. D. $\int f(2x+1) dx = 2 F(2x+1) + C$.

Câu 35: Hàm số $F(x) = s \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = \sin x$. B. $f(x) = \cos x$. C. $f(x) = -\sin x$. D. $f(x) = -\cos x$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,5 điểm)

a) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x}$.

b) Xác định số thực a biết $I = \int_0^1 x(ax + 3\sqrt{3x^2 + 1}) dx = 3$.

Câu 37: (1,0 điểm) Cho hình nón tròn xoay (H) có đỉnh S, đáy là hình tròn có bán kính $R = 3a$, đường sinh $l = 5a$. Hình trụ tròn xoay (H') có đáy là hình tròn có bán kính $r = a$ nội tiếp trong hình nón (H).

- a) Tính thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón (H).
 b) Tính thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón (H) và hình trụ (H').

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ luôn dương và $2f(x) + xf'(x) = 162\sqrt{f(x)}$ với mọi $x \in [1; +\infty)$. Tính $f(2)$ biết $f(1) = 81$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_1^2 x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$ **B.** $I = \frac{1}{3} \sqrt{27}.$ **C.** $I = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3.$ **D.** $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du.$

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_1^2 x\sqrt{x^2 - 1} dx$$

$$\text{Đặt } u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du.$$

Đổi cận	x		1		2
	u		0		3

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3 = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3 = \frac{1}{3} \sqrt{27}.$$

Câu 2: Biết $\int_0^2 \left(1 + \frac{1}{x^2 + 4x + 3} \right) dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$. Tính giá trị $T = a + b + 2c$.

- A.** $T = -1.$ **B.** $T = -3.$ **C.** $T = 2.$ **D.** $T = 1.$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \int_0^2 \left(1 + \frac{1}{x^2 + 4x + 3} \right) dx &= \int_0^2 dx + \int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4x + 3} dx = \int_0^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) dx \\ &= x \Big|_0^2 + \frac{1}{2} \left(\ln|x+1| - \ln|x+3| \right) \Big|_0^2 = 2 + \frac{1}{2} (\ln 3 - \ln 5 + \ln 3) = 2 + \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 2; b = 1; c = -\frac{1}{2}.$$

$$T = a + b + 2c = 2 + 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = 2.$$

Câu 3: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$.

- A.** $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$ **B.** $\frac{\cos^3 x}{3} + C.$ **C.** $-\sin 2x + C.$ **D.** $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 2$; $\int_2^5 f(x) dx = 8$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$.

- A.** $I = 6.$ **B.** $I = 4.$ **C.** $I = -6.$ **D.** $I = 10.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 2 + 8 = 10.$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 1 = 0$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-1; -3; 1)$. B. $\vec{n} = (1; 3; -1)$. **C. $\vec{n} = (2; 3; -2)$.** D. $\vec{n} = (2; 6; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sin x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = -x \cos x - \sin x + 2$. B. $F(x) = x \cos x - \sin x + 3$.
C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + 3$. **D. $F(x) = -x \cos x + \sin x + 2$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int x \sin x dx$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

$\Rightarrow F(x) = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$

Mà $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ nên $C = 2$.

Vậy $F(x) = -x \cos x + \sin x + 2$.

Câu 7: Biết $\int_2^5 f(x)dx = -3$. Tính tích phân $I = \int_5^2 3f(x)dx$.

- A. $I = -9$. **B. $I = 9$.** C. $I = -6$. D. $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

$I = \int_5^2 3f(x)dx = -3 \int_2^5 f(x)dx = -3 \cdot (-3) = 9$

Câu 8: Xét các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tùy ý, liên tục trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.** B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$. D. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $\overline{AB} = (1; -2; 2)$ và $\overline{AC} = (3; -4; 6)$. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

- A. 29. **B. $\sqrt{29}$.** C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. D. $2\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = (2; -2; 4) \Rightarrow BC = |\overline{BC}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}$$

$$\overline{AB} = (1; -2; 2) \Rightarrow AB = 3$$

$$\overline{AC} = (3; -4; 6) \Rightarrow AC = \sqrt{61}$$

$$AM^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = 29 \Rightarrow AM = \sqrt{29}$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là một nguyên hàm số $f(x)$. Biết $F(0) = -1$

và $F(2) = 3$. Tính $I = \int_0^2 f(x)dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = -4$. **C. $I = 4$.** D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn C

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm số $f(x)$ và $F(0) = -1$, $F(2) = 3$ nên ta có

$$I = \int_0^2 f(x)dx = F(x)\Big|_0^2 = F(2) - F(0) = 3 - (-1) = 4. \text{ Do đó chọn đáp án } \mathbf{C}.$$

Câu 11: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

- A. $-\frac{1}{\cos x} + C$. **B. $\tan x + C$.** C. $\cot x + C$. D. $-\tan x + C$.

Lời giải

Chọn B

Theo bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp ta có $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Do đó chọn đáp án **B**.

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và $F(1) = 2$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = \ln|x+2|$. B. $F(x) = \ln|x|+1$. **C. $F(x) = \ln|x|+2$.** D. $F(x) = \ln|x|$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C = F(x)$ và $F(1) = 2$ nên $\ln|1| + C = 2 \Rightarrow C = 2$.

Do đó $F(x) = \ln|x| + 2$. Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 13: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$.

- A. $x^3 + C$.** B. $3x^2 + C$. C. $\frac{x^3}{3} + C$. D. $6x + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$ và $(Q): 2x + my + nz = 0$. Biết $(P), (Q)$ là hai mặt phẳng song song, tính $m + n$.

- A. -2 . B. 2 . C. 10 . **D. -10 .**

- A. $F'(x) = f'(x)$ B. $F(x) = f(x)$ C. $F'(x) = f(x)$ D. $f'(x) = F(x)$

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} nên $F'(x) = f(x)$

Câu 20: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$

- A. $T = -1$ B. $T = \frac{2}{3}$ C. $T = 1$ D. $T = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $a = \frac{1}{3}; b = \frac{1}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Tính tích phân $\int_1^2 2x dx$

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 3

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 2x dx = 3$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2;3;-1)$ và đi qua điểm $A(-2;0;-1)$.

- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: mặt cầu có tâm $I(2;3;-1)$ và đi qua điểm $A(-2;0;-1)$ nên có bán kính

$$R = IA = \sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2} = 5.$$

Suy ra phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 25$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^6 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(2x+2) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 3$. C. $I = 9$. D. $I = 12$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x + 2 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 2 \Rightarrow t = 6$.

Khi đó: $I = \frac{1}{2} \int_2^6 f(t) dt = 3.$

Câu 24: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}.$

- A.** $\frac{1}{2} \cdot \ln^2 x + C.$ **B.** $\ln^2 x + C.$ **C.** $\frac{1}{x^2} + C.$ **D.** $2 \ln^2 x + C.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$

Suy ra: $I = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{1}{2} \cdot \ln^2 x + C.$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}.$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\int_1^1 f(x) dx = 1.$ **B.** $\int_1^1 f(x) dx = 9.$ **C.** $\int_1^1 f(x) dx = 3.$ **D.** $\int_1^1 f(x) dx = 0.$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của tích phân, ta có: $\int_1^1 f(x) dx = 0$

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$ bằng cách đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $I = x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx.$ **B.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx.$
- C.** $I = x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx.$ **D.** $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx.$

Lời giải

Chọn B

Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos 2x dx$ bằng cách đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{\sin 2x}{2} dx \end{cases}.$

Vậy $I = \frac{1}{2} x^2 \sin 2x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \cdot \sin 2x dx.$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$

- A.** $I(1; 0; -2); R = 3.$ **B.** $I(-1; 0; -2); R = 3.$ **C.** $I(-1; 0; -2); R = 9.$ **D.** $I(1; 0; -2); R = 9.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 3.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3), B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 4y - 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ giao điểm của (Q) và trục tung.

- A. $(0; -5; 0)$. B. $(0; 10; 0)$. C. $(0; -10; 0)$. D. $(0; 5; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB} = (1; -1; 1)$, $\vec{n}_p = (0; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có $\vec{n}_Q = [\overline{AB}, \vec{n}_p] = (-1; 1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) dạng: $-1(x-1) + 1(y-0) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 5 = 0$.

Gọi tọa độ giao điểm của (Q) và trục tung là $M(0; m; 0)$.

Vì $M \in (Q) \Rightarrow 0 - m - 2 \cdot 0 + 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy tọa độ giao điểm của (Q) và trục tung là $(0; 5; 0)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $\int_a^b k dx = k \int_a^b dx, \forall k \in \mathbb{R}$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 30: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$.

- A. $\frac{2}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} + C$. B. $\frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 1} + C$.
- C. $\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} + C$. D. $\frac{1}{3}\sqrt{x^2 + 1} + C$.

Lời giải

Chọn C

$\int x\sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{2}{3} + C = \frac{1}{3} (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} + C$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 3)$. Tìm tọa độ \vec{b} biết rằng $\vec{b} = -2\vec{a}$.

- A. $\vec{b} = (2; 4; 6)$. B. $\vec{b} = (-2; 4; 6)$. C. $\vec{b} = (2; -4; -6)$. D. $\vec{b} = (2; -4; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{b} = -2\vec{a} = (2; -4; -6)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, với $A(0; 0; 3), B(2; 0; 0), C(0; -1; 0), D(1; 2; 3)$. Tính độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ xuất phát từ đỉnh D .

A. $\frac{9}{7}$.

B. $\frac{16}{7}$.

C. $-\frac{9}{7}$.

D. $\frac{10}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overline{AB} = (2; 0; -3)$, $\overline{AC} = (0; -1; -3)$, $\overline{AD} = (1; 2; 0)$

$$\Rightarrow [\overline{AB}; \overline{AC}] = (-3; 6; -2)$$

Gọi h là độ dài đường cao hạ từ D của tứ diện $ABCD$.

Cách 1:

$$\text{Khi đó: } h = d(D, (ABC)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}|}{\frac{1}{2} |[\overline{AB}, \overline{AC}]|} = \frac{9}{7}.$$

Cách 2: Mặt phẳng ABC có phương trình $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

$$\text{Khi đó: } h = d(D, (ABC)) = \frac{|-3 \cdot 1 + 6 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 6|}{7} = \frac{9}{7}.$$

Câu 33: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

A. $x \cdot 2^{x-1} + C$.

B. $2^x + C$.

C. $2^x \ln 2 + C$.

D. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Lời giải

Công thức nguyên hàm hàm số mũ.

Câu 34: Biết $\int f(u) du = F(u) + C$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x+1) dx = \frac{1}{2} F(2x+1) + C$.

B. $\int f(2x+1) dx = F(2x+1) + C$.

C. $\int f(2x+1) dx = 2F(x+1) + C$.

D. $\int f(2x+1) dx = 2F(2x+1) + C$.

Lời giải

Chọn A

Biến đổi $\int f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int f(2x+1) d(2x+1)$ và áp dụng công thức $\int f(u) du = F(u) + C$

$$\text{Suy ra được } \int f(2x+1) dx = \frac{1}{2} F(2x+1) + C.$$

Câu 35: Hàm số $F(x) = s \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \sin x$.

B. $f(x) = \cos x$.

C. $f(x) = -\sin x$.

D. $f(x) = -\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $f'(x) = (\sin x)' = \cos x$ nên $f(x) = s \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,5 điểm)

a) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x}$.

b) Xác định số thực a biết $I = \int_0^1 x(ax + 3\sqrt{3x^2 + 1}) dx = 3$.

Lời giải

a) $I = \int \frac{(1 + \tan x)^2}{\cos^2 x} dx.$

Đặt $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx.$

Khi đó: $I = \int (1+t)^2 dt = \frac{(1+t)^3}{3} + C = \frac{(1 + \tan x)^3}{3} + C.$

b) $I = \int_0^1 x(ax + 3\sqrt{3x^2 + 1}) dx = \int_0^1 ax^2 dx + \int_0^1 3x\sqrt{3x^2 + 1} dx = M + N.$

$M = \int_0^1 ax^2 dx = \frac{ax^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{a}{3}.$

$N = \int_0^1 3x\sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 (3x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} d(3x^2 + 1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (3x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \left(4^{\frac{3}{2}} - 1 \right) = \frac{7}{3}.$

Theo đề: $I = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{3} + \frac{7}{3} = 3 \Leftrightarrow a + 7 = 9 \Leftrightarrow a = 2.$

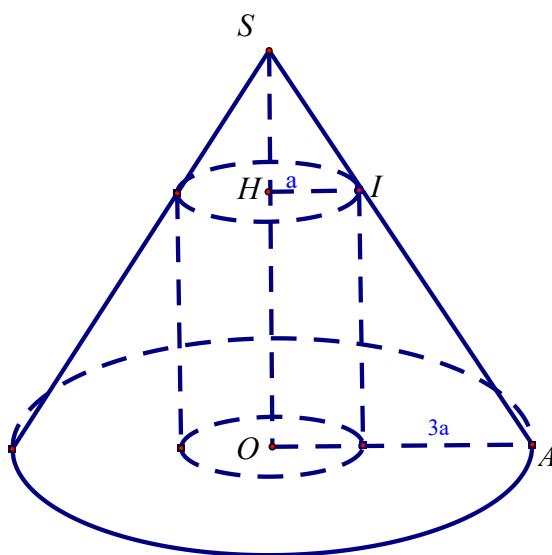
Vậy $a = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 37: (1,0 điểm) Cho hình nón tròn xoay (H) có đỉnh S , đáy là hình tròn có bán kính $R = 3a$, đường sinh $l = 5a$. Hình trụ tròn xoay (H') có đáy là hình tròn có bán kính $r = a$ nội tiếp trong hình nón (H).

a) Tính thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón (H).

b) Tính thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón (H) và hình trụ (H').

Lời giải



a) Ta có: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a.$

Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón (H) là:

$V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (3a)^2 \cdot 4a = 12\pi a^3.$

b) $\Delta SHI \sim \Delta SOA$ ($g - g$) $\Rightarrow \frac{SH}{SO} = \frac{HI}{OA} \Rightarrow \frac{SH}{4a} = \frac{a}{3a} \Rightarrow SH = \frac{4a}{3}.$

Ta có: $OH = SO - SH = 4a - \frac{4a}{3} = \frac{8a}{3} = h_2$.

Thể tích khối trụ được giới hạn bởi hình nón (H') là:

$$V_2 = \pi r^2 h_2 = \pi a^2 \cdot \frac{8a}{3} = \frac{8\pi a^3}{3}.$$

Thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón (H) và hình trụ (H') là:

$$V = V_1 - V_2 = 12\pi a^3 - \frac{8\pi a^3}{3} = \frac{28\pi a^3}{3}.$$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ luôn dương và $2f(x) + xf'(x) = 162\sqrt{f(x)}$ với mọi $x \in [1; +\infty)$. Tính $f(2)$ biết $f(1) = 81$.

Lời giải

Ta có: $2f(x) + xf'(x) = 162\sqrt{f(x)} \Leftrightarrow 2\sqrt{f(x)} + \frac{x \cdot f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 162 \Leftrightarrow (2x \cdot \sqrt{f(x)})' = 162$.

Khi đó: $2x \cdot \sqrt{f(x)} = \int 162 dx = 162x + C$.

Do $f(1) = 81 \Rightarrow 2 \cdot 1 = 162 + C \Rightarrow C = -144$ nên $2x \cdot \sqrt{f(x)} = 162x - 144$.

Suy ra: $2 \cdot 2 \cdot \sqrt{f(2)} = 324 - 144 = 180 \Rightarrow \sqrt{f(2)} = 45$.

Vậy $f(2) = 2025$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 05

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $\frac{\cos^2 x}{2} + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2: Tính $\int (x-1)^2 dx$, kết quả là:

- A. $x^3 - x^2 + x + C$. B. $2(x-1) + C$. C. $\frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - x^2 + x + C$.

Câu 3: Biết rằng $I = \int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = -1$. B. $S = -3$. C. $S = 5$. D. $S = 1$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} - 2$ và $F(1) = -1$. Tính $F(-1)$.

- A. $F(-1) = -3$. B. $F(-1) = 1$. C. $F(-1) = 3$. D. $F(-1) = 4$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

- A. $3x + 2y + z = 0$ B. $3x + 2y + z + 6 = 0$ C. $3x + 2y + z - 6 = 0$ D. $x + 2y + 3z = 0$

Câu 6: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3, \int_0^1 g(x)dx = -2$. Tính $I = \int_0^1 [2f(x) + g(x)]dx$

- A. $I = 4$ B. $I = 8$ C. $I = 1$ D. $I = -1$

Câu 7: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Tính $I = \int_{-1}^1 [f(x) - 2] dx$

- A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = -4$. D. $I = -2$.

Câu 8: Biết rằng $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính $I = \int_1^4 f(3x-3)dx$

- A. $I = 0$. B. $I = 27$. C. $I = 24$. D. $I = 3$.

Câu 9: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết rằng $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $F(3) = 2$.

Tính $F(1)$

- A. $F(1) = -3$. B. $F(1) = 7$. C. $F(1) = 3$. D. $F(1) = -7$.

Câu 10: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = f(a) - f(b)$. D. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

- Câu 11:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
- Câu 12:** Cho $\int_1^5 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^5 3f(x) dx$.
- A. $I = 9$. B. $I = 3$. C. $I = 4$. D. $I = 12$.
- Câu 13:** Mệnh đề nào dưới đây sai?
- A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
- C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1$ D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0$
- Câu 14:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai $f''(x)$ liên tục trên \mathbf{R} . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\int f'(x) dx = f''(x) + C$ B. $\int f''(x) dx = f'(x) + C$
- C. $\int f(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + C$ D. $\int f(x) dx = f'(x) + C$
- Câu 15:** Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng:
- A. $f(x) = e^x - 2 \cos 2x$ B. $f(x) = e^x + 2 \cos 2x$ C. $f(x) = e^x - \frac{1}{2} \cos 2x$ D. $f(x) = e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$
- Câu 16:** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.
- A. $I = 3$. B. $I = -1$. C. $I = 1$. D. $I = -3$.
- Câu 17:** Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\int (2-x) \sin x dx = (2-x) \cos x + \int \cos x dx$. B. $\int (2-x) \sin x dx = (2-x) \cos x - \int \cos x dx$.
- C. $\int (2-x) \sin x dx = -(2-x) \cos x - \int \cos x dx$. D. $\int (2-x) \sin x dx = -(2-x) \cos x + \int \cos x dx$.
- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$?
- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
- C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{4}{9}$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2), B(1; 5; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB ?
- A. $-x + 2y - z - 7 = 0$. B. $-x - 2y + z - 7 = 0$. C. $x - 2y - z + 7 = 0$. D. $2x + y - z - 3 = 0$.
- Câu 20:** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K$.
- C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $F(x) = f(x) + C, \forall x \in K$.
- Câu 21:** Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?
- A. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$. B. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$. C. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$.

Câu 22: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

- A. $x^4 + C$. B. $\frac{x^4}{4} + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^2 + C$.

Câu 23: Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int |f(x) - g(x)| dx$. B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
 C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int g(x) dx - \int f(x) dx$.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int dx = x$. B. $\int dx = C$. C. $\int dx = x + C$. D. $\int dx = 1 + C$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của vectơ \overline{AB} là:

- A. $(1; -1; -2)$. B. $(3; -3; 4)$. C. $(-1; 1; 2)$. D. $(-3; 3; -4)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\overline{OM} = (2; -3; -1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$. B. $\overline{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. C. $M(-1; -3; 2)$. D. $M(2; -3; 1)$.

Câu 27: Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $a < c < b$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.
 C. $\int_a^b kf(x) dx = \int_a^b f(kx) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $r = 4$?

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Câu 29: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$. B. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
 C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$. D. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 30: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - x$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{2}{3}$. B. $S = \frac{1}{6}$. C. $S = \frac{5}{6}$. D. $S = \frac{1}{3}$.

Câu 31: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$

- A. 7. B. -7. C. -1. D. 1.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $N(4; 2; 1)$. B. $P(3; 1; 3)$. C. $M(-2; 1; -8)$. D. $Q(1; 2; -5)$.

Câu 33: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng.

$$(\alpha): x + y - z - 2 = 0; \quad (\beta): x - y + z - 1 = 0$$

- A.** $y + z - 2 = 0.$ **B.** $x + z - 2 = 0.$ **C.** $x - 2y + z = 0.$ **D.** $x + y + z - 3 = 0.$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1); \vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A.** $m = -5.$ **B.** $m = 5.$ **C.** $m = -2.$ **D.** $m = 1.$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A.** $\vec{n} = (2; 0; -1).$ **B.** $\vec{n} = (2; -1; 0).$ **C.** $\vec{n} = (1; -2; 0).$ **D.** $\vec{n} = (0; 1; -2).$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm nguyên hàm: $\int x\sqrt{x+1}dx$.

Câu 37: Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác cân có cạnh đáy bằng 40 cm, góc ở đỉnh bằng 120° . Tính diện tích toàn phần của hình nón? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(x) = f'(x).(2x+1)$ với mọi $x > 0$ và $f(4) = 6$. Tính $f(1)$.

Câu 39: Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1 + \sin x} dx$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là:

- A. $-\cos x + C$. **B. $\sin x + C$.** C. $\frac{\cos^2 x}{2} + C$. D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int \cos x dx = \sin x + C.$$

Câu 2: Tính $\int (x-1)^2 dx$, kết quả là:

- A. $x^3 - x^2 + x + C$. B. $2(x-1) + C$. C. $\frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$. **D. $\frac{x^3}{3} - x^2 + x + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$\int (x-1)^2 dx = \int (x^2 - 2x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + C.$$

Câu 3: Biết rằng $I = \int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = -1$. B. $S = -3$. C. $S = 5$. **D. $S = 1$.**

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u = x - 2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$. Ta có: $I = (x-2)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = (-e+2) - (e-1) = 3 - 2e$.

Suy ra: $a = 3, b = -2$. $S = 3 + (-2) = 1$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} - 2$ và $F(1) = -1$. Tính $F(-1)$.

- A. $F(-1) = -3$. **B. $F(-1) = 1$.** C. $F(-1) = 3$. D. $F(-1) = 4$.

Lời giải

Chọn B

Nguyên hàm của $f(x)$ là: $F(x) = \int (3x^2 + \frac{1}{x} - 2) dx = x^3 + \ln|x| - 2x + C$

Vì $F(1) = -1$ nên $1^3 + \ln|1| - 2 \cdot 1 + C = -1$ suy ra $C = 0$

Vậy $F(-1) = (-1)^3 + \ln|-1| - 2 \cdot (-1) = 1$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

- A. $3x + 2y + z = 0$** B. $3x + 2y + z + 6 = 0$ C. $3x + 2y + z - 6 = 0$ D. $x + 2y + 3z = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (3; 2; 1)$ làm vectơ pháp tuyến là:

$$3 \cdot (x-0) + 2 \cdot (y-0) + 1 \cdot (z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z = 0$$

Câu 6: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3, \int_0^1 g(x) dx = -2$. Tính $I = \int_0^1 [2f(x) + g(x)] dx$

A. $I = 4$

B. $I = 8$

C. $I = 1$

D. $I = -1$

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_0^1 [2f(x) + g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot 3 + (-2) = 4.$$

Câu 7: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Tính $I = \int_{-1}^1 [f(x) - 2] dx$

A. $I = 4$.

B. $I = 2$.

C. $I = -4$.

D. $I = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } F(x) = x^2 \Rightarrow f(x) = F'(x) = (x^2)' = 2x$$

$$\text{Suy ra } I = \int_{-1}^1 [f(x) - 2] dx = \int_{-1}^1 (2x - 2) dx = (x^2 - 2x) \Big|_{-1}^1 = -4. \text{ Vậy } I = -4.$$

Câu 8: Biết rằng $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_1^4 f(3x - 3) dx$

A. $I = 0$.

B. $I = 27$.

C. $I = 24$.

D. $I = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^9 f(x) dx = 9 \text{ suy ra } \int_0^9 f(t) dt = 9. \text{ Đặt } t = 3x - 3 \Rightarrow dt = 3dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 4 \Rightarrow t = 9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^4 f(3x - 3) dx = 3 \int_0^9 f(t) dt = 3 \cdot 9 = 27. \text{ Vậy } I = 27.$$

Câu 9: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết rằng $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $F(3) = 2$.

Tính $F(1)$

A. $F(1) = -3$.

B. $F(1) = 7$.

C. $F(1) = 3$.

D. $F(1) = -7$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = 5 \Leftrightarrow F(x) \Big|_1^3 = 5 \Leftrightarrow F(3) - F(1) = 5 \Leftrightarrow F(1) = F(3) - 5 = 2 - 5 = -3. \text{ Vậy}$$

$$F(1) = -3.$$

Câu 10: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = f(a) - f(b)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo định nghĩa tích phân ta có: } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **D.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải

Chọn A

Hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ có diện tích là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 12: Cho $\int_1^5 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^5 3f(x) dx$.

- A.** $I = 9$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3.3 = 9$.

Câu 13: Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.** $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ **B.** $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, 0 < a \neq 1$ **D.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0$

Lời giải

Chọn D

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai $f''(x)$ liên tục trên \mathbf{R} . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f'(x) dx = f''(x) + C$ **B.** $\int f''(x) dx = f'(x) + C$
C. $\int f(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + C$ **D.** $\int f(x) dx = f'(x) + C$

Lời giải

Chọn B

Câu 15: Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng:

- A.** $f(x) = e^x - 2 \cos 2x$ **B.** $f(x) = e^x + 2 \cos 2x$
C. $f(x) = e^x - \frac{1}{2} \cos 2x$ **D.** $f(x) = e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$

Lời giải

Chọn B

Câu 16: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Tính $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- D.** $I = 3$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 2x dx = 1 \\ &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 3 = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1. \end{aligned}$$

Câu 17: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int (2-x) \sin x dx = (2-x) \cos x + \int \cos x dx.$
B. $\int (2-x) \sin x dx = (2-x) \cos x - \int \cos x dx.$
C. $\int (2-x) \sin x dx = -(2-x) \cos x - \int \cos x dx.$
D. $\int (2-x) \sin x dx = -(2-x) \cos x + \int \cos x dx.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2-x \\ dv = \sin x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \int (2-x) \sin x dx = -(2-x) \cos x - \int \cos x dx.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, tìm phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$?

- A.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$ **B.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4.$
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{4}{9}.$ **D.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{4}{9}.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng } (P) \text{ nên ta có: } R = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu cần tìm là: } (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$$

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2), B(1;5;4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB ?

- A.** $-x + 2y - z - 7 = 0.$ **B.** $-x - 2y + z - 7 = 0.$ **C.** $x - 2y - z + 7 = 0.$ **D.** $2x + y - z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2;3;3)$. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-2;4;2) = 2(-1;2;1)$

$$\text{Vậy phương trình của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng } AB: x - 2y - z + 7 = 0.$$

Câu 20: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in K.$ **B.** $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in K.$
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$ **D.** $F(x) = f(x) + C, \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn C

Câu 21: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

- A. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$. B. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$. **C. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$.** D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 3$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$.

Vậy $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$

Câu 22: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

- A. $x^4 + C$. **B. $\frac{x^4}{4} + C$.** C. $x^3 + C$. D. $3x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int |f(x) - g(x)| dx$. **B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.**
C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int g(x) dx - \int f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int dx = x$. B. $\int dx = C$. **C. $\int dx = x + C$.** D. $\int dx = 1 + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ của vectơ \overline{AB} là:

- A. $(1; -1; -2)$. B. $(3; -3; 4)$. **C. $(-1; 1; 2)$.** D. $(-3; 3; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\overline{OM} = (2; -3; -1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$.** B. $\overline{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. C. $M(-1; -3; 2)$. D. $M(2; -3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Trong không gian với hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, ta có: $\vec{u} = (x; y; z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Vì vậy $\overline{OM} = (2; -3; -1) = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$.

Câu 27: Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $a < c < b$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

C. $\int_a^b kf(x)dx = \int_a^b f(kx)dx.$

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của tích phân, ta có: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$?

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$: $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16.$

Câu 29: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C.$

B. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C.$

D. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

Lời giải

Chọn D

$$\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d(2x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 30: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - x$ và trục Ox .

A. $S = \frac{2}{3}.$

B. $S = \frac{1}{6}.$

C. $S = \frac{5}{6}.$

D. $S = \frac{1}{3}.$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\text{Diện tích hình phẳng: } S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = -\int_0^1 (x^2 - x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

Câu 31: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^3 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$

A. 7.

B. -7.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \Leftrightarrow 4 = 3 + \int_1^3 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 1.$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $N(4; 2; 1)$. B. $P(3; 1; 3)$. C. $M(-2; 1; -8)$. D. $Q(1; 2; -5)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (α) , ta thấy tọa độ điểm P không thỏa vì $2.3 - 3.1 - 3 - 1 = -1 \neq 0 \Rightarrow P(3; 1; 3) \notin (\alpha)$.

Câu 33: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng.

$(\alpha): x + y - z - 2 = 0; (\beta): x - y + z - 1 = 0$

- A. $y + z - 2 = 0$. B. $x + z - 2 = 0$. C. $x - 2y + z = 0$. D. $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vec tơ pháp tuyến: $\vec{n} = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (0; -2; -2)$, hay $\vec{n} = (0; 1; 1)$

Vậy phương trình mặt phẳng là: $0(x - 1) + (y - 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + z - 2 = 0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1); \vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2.1 + 1.3 + (-1).m = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 0)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn A

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 36: Tìm nguyên hàm: $\int x\sqrt{x+1} dx$.

Lời giải

Tính $I = \int x\sqrt{x+1} dx$.

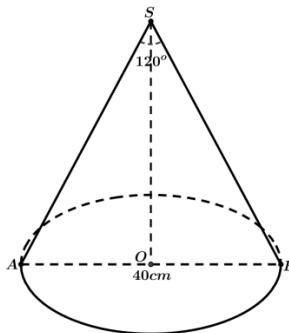
Đặt: $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t \cdot dt = dx$

Nên $I = \int (t^2 - 1) \cdot t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - t^2) dt = 2 \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right) + C$

$$I = 2 \left(\frac{(\sqrt{x+1})^5}{5} - \frac{(\sqrt{x+1})^3}{3} \right) + C = \frac{2(x+1)^2 \sqrt{x+1}}{5} - \frac{2(x+1)\sqrt{x+1}}{3} + C.$$

Câu 37: Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác cân có cạnh đáy bằng 40 cm, góc ở đỉnh bằng 120° . Tính diện tích toàn phần của hình nón? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác cân SAB và O là tâm của đáy như hình vẽ.

Góc ở đỉnh bằng 120° nên $\widehat{OSB} = 60^\circ$, $r = OB = \frac{40}{2} = 20$ cm.

Xét $\triangle SOB$: $l = SB = \frac{OB}{\sin 60^\circ} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$ (cm).

Diện tích toàn phần: $S_p = \pi r l + \pi r^2 = \pi \cdot 20 \cdot \frac{40\sqrt{3}}{3} + \pi \cdot 20^2 \approx 2708$ (cm²).

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết $f(x) = f'(x) \cdot (2x + 1)$ với mọi $x > 0$ và $f(4) = 6$. Tính $f(1)$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = f'(x) \cdot (2x + 1) \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2x + 1}$

$\Rightarrow \int_1^4 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int_1^4 \frac{1}{2x + 1} dx \Rightarrow \ln[f(x)] \Big|_1^4 = \frac{1}{2} \ln(2x + 1) \Big|_1^4$

$\Rightarrow \ln[f(4)] - \ln[f(1)] = \frac{1}{2} (\ln 9 - \ln 3) \Rightarrow \ln[f(1)] = \ln 6 - \frac{1}{2} (\ln 9 - \ln 3)$

$\Rightarrow f(1) = e^{\ln 6 - \frac{1}{2} (\ln 9 - \ln 3)} = \frac{6}{\sqrt{3}}$

Câu 39: Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1 + \sin x} dx$

Lời giải

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{1 + \sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\sin x + 2 - \frac{1}{1 + \sin x} \right) dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\sin x + 2 - \frac{1}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} \right) dx = \left(2\cos x + 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} dx$

$= -2 + \pi - \frac{1}{2} \cdot 2 \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -3 + \pi$

----- Hết -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 06

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 2]$, $f(2) = 2021$, $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 2022$. Tính $f(-1)$?

- A. $f(-1) = 1$. B. $f(-1) = 4043$. C. $f(-1) = -1$. D. $f(-1) = 2$.

Câu 2: Xét $\int_0^1 xe^{x^2+1} dx$, nếu đặt $t = x^2 + 1$ thì $\int_0^1 xe^{x^2+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \int_0^1 e^t dt$. B. $\frac{1}{2} \int_1^2 e^t dt$. C. $\int_1^2 e^t dt$. D. $\int_0^1 e^t dt$.

Câu 3: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$

- A. $I = \frac{1}{e}$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = e^2$.

Câu 4: Cho $\int_1^5 f(x) dx = -3$, $\int_3^5 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 8$. C. $I = -8$. D. $I = -2$.

Câu 5: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + 2x + \sqrt{x} + C$. B. $\int f(x) dx = 12x^2 + 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} + C$.
C. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + 2\sqrt{x} + C$. D. $\int f(x) dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; -1; 0)$, $B(4; 0; 2)$, $C(-1; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(1; 4; 6)$. B. $(1; -2; 2)$. C. $(1; -2; -2)$. D. $(-3; 2; 2)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là.

- A. $d(A, (P)) = \frac{1}{3}$. B. $d(A, (P)) = 2$. C. $d(A, (P)) = \frac{2}{3}$. D. $d(A, (P)) = 1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của (α) là

- A. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; -3; -4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$.

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2x+1)^5$

- A. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{6} + C$. B. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{3} + C$.
C. $F(x) = 10(2x+1)^4 + C$. D. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{12} + C$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A. $e^x - \cot x + C$. B. $e^x - \tan x + C$. C. $e^x + \tan x + C$. D. $e^x + \cot x + C$.

Câu 11: Tìm họ nguyên hàm của của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C$

B. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$

C. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$

D. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$

Câu 12: Cho tích phân $H = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1)\sin x dx$. Đặt $u = 2x-1; dv = \sin x dx$ thì ta có :

A. $H = -(2x-1)\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

B. $H = (2x-1)\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

C. $H = (2x-1)\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

D. $H = -(2x-1)\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

Câu 13: Tìm khẳng định sai?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với k là hằng số khác 0.

B. Nếu $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $g(x)$ thì $\int f(x).g(x) dx = F(x).G(x) + C$.

C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

D. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng K . Khi đó

Câu 14: Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -1$.

Câu 15: Cho hàm số $f'(x) = 1 - 2 \sin x$. Tìm hàm số $f(x)$.

A. $f(x) = x + 2 \cos x + C$.

B. $f(x) = x - 2 \cos x + C$.

C. $f(x) = 2 \cos x$.

D. $f(x) = -2 \cos x$.

Câu 16: Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$, khi đó $\int f(2x+1) dx$ là

A. $F(2x+1) + C$.

B. $2F(2x+1) + C$.

C. $\frac{1}{2}F(x) + C$.

D. $\frac{1}{2}F(2x+1) + C$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua các hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ.

A. $x+y-2z-2=0$.

B. $x+y-2z=0$.

C. $x+y-2z-6=0$.

D. $x+y-2z-1=0$.

Câu 18: Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$.

B. $V = \frac{\pi(e^2+1)}{2}$.

C. $V = \frac{\pi(e^2-1)}{2}$.

D. $V = \pi(e^2-1)$.

Câu 19: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì:

A. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$

B. $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$

C. $I = \int_1^e (3t+1) dt$

D. $I = \int_0^1 (3t+1) dt$

Câu 20: Cho $f(x)$ hàm số liên tục trên đoạn $[a,b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

B. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$

D. $\int_a^a f(x) dx = 0$

Câu 21: Cho $I = \int (2 \cos x - 5)^2 \sin x dx$, đặt $t = 2 \cos x - 5$ thì ta được

A. $I = -\frac{1}{2} \int t^2 dt.$

B. $I = \frac{1}{2} \int t^2 dt.$

C. $I = \int t^2 dt.$

D. $I = -\frac{1}{2} \int t^3 dt.$

Câu 22: Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int x^3 dx$

A. $F(x) = x^4 + C.$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} + C.$

C. $F(x) = 4x^4 + C.$

D. $F(x) = 3x^2 + C.$

Câu 23: Tìm khẳng định đúng

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

B. $\int \cos x dx = \ln x + C.$

C. $\int a^x dx = a^x \ln a + C (0 < a \neq 1).$

D. $\int e^x dx = e^x + C.$

Câu 24: Một nguyên hàm của hàm số $y = -e^{\cos x} \sin x$

A. $-e^{\sin x}.$

B. $e^{\sin x}.$

C. $e^{\cos x}.$

D. $-e^{\cos x}.$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16.$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16.$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b F(x) dx = f(b) - f(a).$

D. $\int_a^b F(x) dx = f(a) - f(b).$

Câu 27: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

A. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C.$

B. $\int \frac{1}{x+1} dx = \frac{-1}{(x+1)^2} + C.$

C. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1|.$

D. $\int \frac{1}{x+1} dx = -\ln|x+1| + C.$

Câu 28: Biết $F(x) = x^5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của tích phân

$\int_1^2 [e^x - f(x)] dx$ bằng:

A. $e^2 - e - \frac{65}{6}.$

B. $e^2 - e - 31.$

C. $e^2 - e - \frac{21}{2}.$

D. $e^2 + e - 33.$

- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$.
- A. $I(-2; 4; -2); R = \sqrt{22}$. B. $I(-1; 2; 1); R = 2$.
 C. $I(1; -2; -1); R = 2$. D. $I(-1; 2; 1); R = 2\sqrt{2}$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và mặt phẳng $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$, điều kiện để (P) vuông góc với (Q) là:
- A. $(A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2)$. B. $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 \neq 0$.
 C. $(A_1; B_1; C_1) \neq k(A_2; B_2; C_2)$. D. $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.
- Câu 31:** Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$; $a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn mệnh đề đúng?
- A. $a + 2b = 0$. B. $a + 2b = 2$. C. $a + 2b = 1$. D. $a + 2b = 4$.
- Câu 32:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$. B. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
 C. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1b_1; a_2b_2; a_3b_3)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là
- A. $(0; 4; -5)$. B. $(-1; 4; 5)$. C. $(1; -4; 5)$. D. $(-1; 4; -5)$.
- Câu 35:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^3 [f(x) - 2x] dx = 17$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.
- A. $I = 26$. B. $I = 8$. C. $I = -9$. D. $I = 8$.

II. PHẦN TỰ LUẬN:

- Câu 36:** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)\ln x$ biết $F(1) = 0$.
- Câu 37:** Trong không gian tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (α) , song song với vecto $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S) .
- Câu 38:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1; +\infty)$ thỏa mãn $f(x) + (x^2 + x)f'(x) = x + 1, \forall x \in (-1; +\infty)$. Tính $f(2)$.

Câu 39: Tính $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{3 - \sin 2x} dx$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

- Câu 1:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 2]$, $f(2) = 2021$, $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 2022$. Tính $f(-1)$?
- A. $f(-1) = 1$. B. $f(-1) = 4043$. C. $f(-1) = -1$. D. $f(-1) = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\int_{-1}^2 f'(x) dx = 2022 \Leftrightarrow f(2) - f(-1) = 2022 \Leftrightarrow f(-1) = f(2) - 2022 = 2021 - 2022 = -1$$

- Câu 2:** Xét $\int_0^1 xe^{x^2+1} dx$, nếu đặt $t = x^2 + 1$ thì $\int_0^1 xe^{x^2+1} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{2} \int_0^1 e^t dt$. B. $\frac{1}{2} \int_1^2 e^t dt$. C. $\int_1^2 e^t dt$. D. $\int_0^1 e^t dt$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2} \int_1^2 e^t dt.$$

- Câu 3:** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$
- A. $I = \frac{1}{e}$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = e^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } I = F(e) - F(1) = \int_1^e f(x) dx = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = e \Rightarrow t = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 t^2 dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^1 = \frac{1}{3}.$$

- Câu 4:** Cho $\int_1^5 f(x) dx = -3$, $\int_3^5 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_1^3 f(x) dx$.
- A. $I = 2$. B. $I = 8$. C. $I = -8$. D. $I = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx = -3 - 5 = -8.$$

Câu 5: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{4} + 2x + \sqrt{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 12x^2 + 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}} + C.$

C. $\int f(x)dx = x^4 + x^2 + 2\sqrt{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C.$

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)dx = \int \left(4x^3 + 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx = x^4 + x^2 + \sqrt{x} + C.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; -1; 0)$, $B(4; 0; 2)$, $C(-1; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(1; 4; 6).$

B. $(1; -2; 2).$

C. $(1; -2; -2).$

D. $(-3; 2; 2).$

Lời giải

Chọn D

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-2 = -1-x_D \\ 0-(-1) = 3-y_D \\ 2-0 = 4-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 2 \\ z_D = 2 \end{cases} \Rightarrow D(-3; 2; 2).$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là.

A. $d(A, (P)) = \frac{1}{3}.$

B. $d(A, (P)) = 2.$

C. $d(A, (P)) = \frac{2}{3}.$

D. $d(A, (P)) = 1.$

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + (-2) - 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 1.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n} = (2; -3; 4).$

B. $\vec{n} = (2; 3; -4).$

C. $\vec{n} = (2; -3; -4).$

D. $\vec{n} = (-2; 3; -4).$

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (2x+1)^5$

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{6} + C.$

B. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{3} + C.$

C. $F(x) = 10(2x+1)^4 + C.$

D. $F(x) = \frac{(2x+1)^6}{12} + C.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx$

Khi đó: $F(x) = \int (2x+1)^5 dx = \frac{1}{2} \int t^5 dt = \frac{t^6}{12} + C = \frac{(2x+1)^6}{12} + C.$

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$ là

- A.** $e^x - \cot x + C.$ **B.** $e^x - \tan x + C.$ **C.** $e^x + \tan x + C.$ **D.** $e^x + \cot x + C.$

Lời giải

Chọn B

Câu 11: Tìm họ nguyên hàm của của hàm số $f(x) = \sin 2x.$

- A.** $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C$ **B.** $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$
C. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ **D.** $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Cho tích phân $H = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1) \sin x dx.$ Đặt $u = 2x-1; dv = \sin x dx$ thì ta có :

- A.** $H = -(2x-1) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ **B.** $H = (2x-1) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
C. $H = (2x-1) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ **D.** $H = -(2x-1) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} u = 2x-1 \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$H = -(2x-1) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

Câu 13: Tìm khẳng định sai?

- A.** $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với k là hằng số khác 0.
B. Nếu $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $g(x)$ thì $\int f(x).g(x) dx = F(x).G(x) + C.$
C. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$
D. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $K.$ Khi đó $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Chọn B

Khẳng định ở câu A và câu C là đúng theo tính chất của nguyên hàm. Khẳng định ở câu D đúng theo định nghĩa nguyên hàm. Khẳng định ở câu B là sai.

Câu 14: Tìm m để điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$.

- A.** $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(m;1;6)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$ thì ta có $m-2.1+6-5=0$
 $\Leftrightarrow m=1$.

Câu 15: Cho hàm số $f'(x)=1-2\sin x$. Tìm hàm số $f(x)$.

- A.** $f(x)=x+2\cos x+C$. **B.** $f(x)=x-2\cos x+C$.
C. $f(x)=2\cos x$. **D.** $f(x)=-2\cos x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f'(x)dx = \int (1-2\sin x)dx = x+2\cos x+C$. Do đó chọn đáp án **A**.

Câu 16: Cho $\int f(x)dx = F(x)+C$, khi đó $\int f(2x+1)dx$ là

- A.** $F(2x+1)+C$. **B.** $2F(2x+1)+C$. **C.** $\frac{1}{2}F(x)+C$. **D.** $\frac{1}{2}F(2x+1)+C$.

Lời giải

Chọn D

$$t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$$

$$\int f(2x+1)dx = \int f(t) \cdot \frac{1}{2}dt = \frac{1}{2} \int f(t)dt = \frac{1}{2}F(t)+C = \frac{1}{2}F(2x+1)+C.$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua các hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ.

- A.** $x+y-2z-2=0$. **B.** $x+y-2z=0$. **C.** $x+y-2z-6=0$. **D.** $x+y-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi: A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz

Khi đó $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-1)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) :

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow x+y-2z-2=0.$$

Câu 18: Cho hình phẳng D được giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox .

- A.** $V = \frac{\pi e^2}{2}$. **B.** $V = \frac{\pi(e^2+1)}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi(e^2-1)}{2}$. **D.** $V = \pi(e^2-1)$.

Lời giải

Chọn C

$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{\pi(e^2-1)}{2}$$

Câu 19: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì:

- A.** $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$ **B.** $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$ **C.** $I = \int_1^e (3t+1) dt$ **D.** $I = \int_0^1 (3t+1) dt$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \ln x$

$$dt = \frac{dx}{x} \Rightarrow dx = x dt$$

x	1	e
t	0	1

$$I = \int_0^1 (3t+1) dt$$

Câu 20: Cho $f(x)$ hàm số liên tục trên đoạn $[a, b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ **B.** $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$ **D.** $\int_a^a f(x) dx = 0$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân thì B, C, D đúng.

Câu 21: Cho $I = \int (2 \cos x - 5)^2 \sin x dx$, đặt $t = 2 \cos x - 5$ thì ta được

- A.** $I = -\frac{1}{2} \int t^2 dt.$ **B.** $I = \frac{1}{2} \int t^2 dt.$ **C.** $I = \int t^2 dt.$ **D.** $I = -\frac{1}{2} \int t^3 dt.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 2 \cos x - 5 \Rightarrow dt = -2 \sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -\frac{dt}{2}$$

$$I = \int -t^2 \frac{dt}{2} = -\frac{1}{2} \int t^2 dt$$

Câu 22: Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int x^3 dx$

- A.** $F(x) = x^4 + C.$ **B.** $F(x) = \frac{x^4}{4} + C.$ **C.** $F(x) = 4x^4 + C.$ **D.** $F(x) = 3x^2 + C.$

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C.$$

Câu 23: Tìm khẳng định đúng

- A.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$ **B.** $\int \cos x dx = \ln x + C.$

C. $\int a^x dx = a^x \ln a + C (0 < a \neq 1)$.

D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 24: Một nguyên hàm của hàm số $y = -e^{\cos x} \sin x$

A. $-e^{\sin x}$.

B. $e^{\sin x}$.

C. $e^{\cos x}$.

D. $-e^{\cos x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(e^{\cos x})' = -e^{\cos x} \sin x$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: mặt cầu có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 4$ có phương trình:

$(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b F(x)dx = f(b) - f(a)$.

D. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 27: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

A. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$.

B. $\int \frac{1}{x+1} dx = \frac{-1}{(x+1)^2} + C$.

C. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1|$. D. $\int \frac{1}{x+1} dx = -\ln|x+1| + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$.

Câu 28: Biết $F(x) = x^5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của tích phân

$\int_1^2 [e^x - f(x)] dx$ bằng:

- A. $e^2 - e - \frac{65}{6}$. B. $e^2 - e - 31$. C. $e^2 - e - \frac{21}{2}$. D. $e^2 + e - 33$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 [e^x - f(x)] dx = (e^x - x^5) \Big|_1^2 = e^2 - e - 31$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$.

- A. $I(-2; 4; -2); R = \sqrt{22}$. B. $I(-1; 2; 1); R = 2$.
C. $I(1; -2; -1); R = 2$. D. $I(-1; 2; 1); R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$ có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và mặt phẳng $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$, điều kiện để (P) vuông góc với (Q) là:

- A. $(A_1; B_1; C_1) = k(A_2; B_2; C_2)$. B. $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 \neq 0$.
C. $(A_1; B_1; C_1) \neq k(A_2; B_2; C_2)$. D. $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và mặt phẳng $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$, điều kiện để (P) vuông góc với (Q) là $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

Câu 31: Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3; a, b \in \mathbb{Z}$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. $a + 2b = 0$. B. $a + 2b = 2$. C. $a + 2b = 1$. D. $a + 2b = 4$.

Lời giải

Chọn A

Tích phân $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = (\ln|x+1| - \ln|x+2|) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - \ln 3$. Do đó $a = 2, b = -1$.

Suy ra $a + 2b = 0$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính diện tích, ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$. B. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.
 C. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 b_1; a_2 b_2; a_3 b_3)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất phép cộng hai vectơ.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

- A. $(0; 4; -5)$. B. $(-1; 4; 5)$. C. $(1; -4; 5)$. D. $(-1; 4; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^3 [f(x) - 2x] dx = 17$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

- A. $I = 26$. B. $I = 8$. C. $I = -9$. D. $I = 8$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^3 [f(x) - 2x] dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 2x dx = I - x^2 \Big|_0^3 = I - 9 = 17.$$

Suy ra $I = 26$.

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)\ln x$ biết $F(1) = 0$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (x+1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} + x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } F(x) &= \int (x+1)\ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\ln x - \int \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \frac{1}{x} dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\ln x - \int \left(\frac{x}{2} + 1\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\ln x - \frac{x^2}{4} - x + C. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } F(1) = 0 \Rightarrow \left(\frac{1^2}{2} + 1\right)\ln 1 - \frac{1^2}{4} - 1 + C = 0 \Rightarrow C = \frac{5}{4}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\ln x - \frac{x^2}{4} - x + \frac{5}{4}.$$

Câu 37: Trong không gian tọa độ ($Oxyz$), cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng (α): $x + 4y + z - 11 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (α), song song với vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Lời giải

Ta có: $n_{(\alpha)} = (1; 4; 1)$

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (α) , song song với vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ nên

$$n_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{v}] = (2; -1; 2).$$

Khi đó (P) có dạng: $2x - y + 2z + d = 0$.

Mặt cầu (S) có: tâm $I(1; -3; 2); R = 4$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - (-3) + 2 \cdot 2 + d|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 4 \Leftrightarrow |9 + d| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ d = -21 \end{cases}.$$

Vậy có 2 phương trình cần tìm là $2x - y + 2z + 3 = 0$ hoặc $2x - y + 2z - 21 = 0$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1; +\infty)$ thỏa mãn $f(x) + (x^2 + x)f'(x) = x + 1, \forall x \in (-1; +\infty)$. Tính $f(2)$.

Lời giải

Với $\forall x \in (-1; +\infty)$, ta có:

$$f(x) + (x^2 + x)f'(x) = x + 1 \Rightarrow \frac{f(x)}{(x+1)^2} + \frac{(x^2 + x)f'(x)}{(x+1)^2} = \frac{x+1}{(x+1)^2} \Rightarrow \frac{f(x)}{(x+1)^2} + \frac{xf'(x)}{x+1} = \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow f(x) \left(\frac{x}{x+1} \right)' + \frac{x}{x+1} f'(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow \left(\frac{xf(x)}{x+1} \right)' = \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{xf(x)}{x+1} \right)' dx = \int \frac{1}{x+1} dx \Rightarrow \frac{xf(x)}{x+1} = \ln|x+1| + C.$$

Với $x = 0$, ta có: $\frac{0 \cdot f(0)}{0+1} = \ln|0+1| + C \Rightarrow C = 0$. Khi đó, $\frac{xf(x)}{x+1} = \ln|x+1|$.

Với $x = 2$, ta có: $\frac{2 \cdot f(2)}{2+1} = \ln|2+1| \Rightarrow f(2) = \frac{3 \ln 3}{2}$.

Vậy $f(2) = \frac{3 \ln 3}{2}$.

Câu 39: Tính $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{3 - \sin 2x} dx$.

Lời giải

$$I = \int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{3 - \sin 2x} dx = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{3 - \sin 2x} dx$$

Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow dt = (\cos x - \sin x) dx \Rightarrow (\sin x - \cos x) dx = -dt$

$t = \sin x + \cos x \Rightarrow t^2 = (\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = t^2 - 1$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \sqrt{2}$

Khi đó, $I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{-dt}{3 - (t^2 - 1)} = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dt}{t^2 - 4} = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dt}{(t-2)(t+2)} = \frac{1}{4} \int_1^{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(t-2)} - \frac{1}{(t+2)} \right) dt = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{t-2}{t+2} \right| \Big|_1^{\sqrt{2}}$

$$= \frac{1}{4} \left(\ln(3 - 2\sqrt{2}) - \ln \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4} \ln(9 - 6\sqrt{2}).$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 07

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. B. $M(4; -3; 8)$. C. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. D. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[-1;3]$, $f(-1) = 3$, $\int_{-1}^3 f'(x)dx = 10$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = 13$. B. $f(3) = -7$. C. $f(3) = 7$. D. $f(3) = -13$.

Câu 3: $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ bằng

- A. $\ln 2$. B. $\ln 3$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 4: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ tùy ý trên $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$. B. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.
C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$. D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 7 = 0$, $(Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$ là

- A. $10x + 15y + 5z - 2 = 0$. B. $10x - 15y + 5z + 2 = 0$.
C. $2x - 3y - z = 0$. D. $2x + 3y + z = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ, cho $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(-1; 3; 2)$

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_5^2 f(x)dx = 1$. Giá trị của $I = \int_1^5 f(x)dx$ là

- A. -2 . B. 3 . C. 2 . D. 4

Câu 9: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{x+1}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln|x+1| + C$. B. $2 \ln|x+1| + C$. C. $\ln|x| + C$. D. $\ln|x+1| + C$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tìm m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình mặt cầu

- A. $m > 6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?

A. $(Q): x + y - 2z - 2 = 0$.

B. $(R): x + y - 2z + 1 = 0$.

C. $(S): x + y + 2z - 1 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z - 2 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; -5)$. Toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy)

A. $(3; -2; 1)$.

B. $(1; -3; 0)$.

C. $(1; -3; 1)$.

D. $(1; -3; 5)$.

Câu 13: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int f(x) dx = F(x) + c$. B. $(\int f(x) dx)' = F'(x)$. C. $(\int f(x) dx)' = f'(x)$. D. $(\int f(x) dx)' = f(x)$.

Câu 14: Cho $\int_0^1 x e^{2x} dx = ae^2 + b, a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.

B. $F(x) = f(x), \forall x \in K$.

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = -4$.

B. $P = 4$.

C. $P = 7$.

D. $P = 10$.

Câu 17: Biết $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

A. 27.

B. 3.

C. 13.

D. -11.

Câu 18: Cho các số thực a, b và các mệnh đề :

Mệnh đề 1 : $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. Mệnh đề 2 : $\int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$.

Mệnh đề 3 : $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. Mệnh đề 4 : $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là :

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 19: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C$.

Câu 20: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - 1 + \frac{2}{x^2}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + \frac{x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + \frac{2}{3x^2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x - \frac{x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x - \frac{2}{x} + C.$

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^{-4x+3}}$ là

A. $\frac{1}{4}e^{-4x+3} + C.$

B. $e^{-4x+3} + C.$

C. $-\frac{1}{4}e^{-4x+3} + C.$

D. $\frac{1}{4}e^{4x-3} + C.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (-2; -1; 3).$

B. $\vec{n} = (3; -6; -2).$

C. $\vec{n} = \left(-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{3}\right).$

D. $\vec{n} = (-3; -6; -2).$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 3$ là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3.$

Câu 24: Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1)xdx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)dx$ bằng:

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. 4.

Câu 25: Cho hai hàm số liên tục $f(x)$ và $g(x)$, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I). $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

(II). $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $k.f(x)$, với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(III). $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Các mệnh đề đúng là

A. (II) và (III).

B. (I) và (III).

C. Cả 3 mệnh đề.

D. (I) và (II).

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^3 \frac{xf(x^2+1)}{x^2+1}dx = 2$. Tính $I = \int_2^{10} \frac{f(x)}{x}dx$

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ là

A. $\frac{x^4}{4} + 3x^3 + 2x + C.$

B. $x^4 + x^3 + x + C.$

C. $\frac{x^4}{4} + x^3 + x + C.$

D. $\frac{x^4}{4} + 2x^3 + x^2 + C.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2), B(3; 2; 0), C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y + 6z + 12 = 0$

B. $2x - 3y + 6z = 0$

C. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$

D. $2x + 3y - 6z - 12 = 0$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

- Câu 30:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0; (Q): -2x + y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng
- A. 9. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. 3.
- Câu 31:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$.
- A. $\int \sqrt{x} dx = x\sqrt{x} + C$. B. $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{x} + C$. C. $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$. D. $\int \sqrt{x} dx = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + C$.
- Câu 32:** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:
- A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$
- C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x + C$. D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.
- Câu 33:** Biết $F(x) = \frac{\ln x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Giá trị $I = \int_1^e \left[\frac{1}{e} - 2f(x) \right] dx$ bằng:
- A. $I = \frac{1}{e^2} + \frac{3}{e}$. B. $I = \frac{1}{e^2} - \frac{3}{e}$. C. $I = 1 - \frac{3}{e}$. D. $I = 1 - \frac{1}{e} - e^2$.
- Câu 34:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức
- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.
- Câu 35:** Cho hàm số $f(x) = x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng
- A. $F(2) - F(0) = 8$. B. $F(2) - F(0) = 4$. C. $F(2) - F(0) = 1$. D. $F(2) - F(0) = 16$.

II- PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln 2x}{x}$
- Câu 37:** Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng 4cm. Tính thể tích của khối nón (N) .
- Câu 38:** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 3, f(x) \neq 0, \forall x > 0$ và $(x^2 + 1)^2 \cdot f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$ với mọi $x > 0$. Tính $f(2)$
- Câu 39:** Tính tích phân $\int_4^6 \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{MA} = 3\overline{MB}$ là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. B. $M(4; -3; 8)$. C. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. D. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } M(a; b; c) \Rightarrow \begin{cases} \overline{MA} = (1-a; 3-b; -1-c) \\ \overline{MB} = (3-a; -1-b; 5-c) \end{cases}$$

$$\text{Theo giả thiết } \overline{MA} = 3\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = 3(3-a) \\ 3-b = 3(-1-b) \\ -1-c = 3(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = -6 \\ 2c = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3; 8).$$

Chọn đáp án **B.**

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$, $f(-1) = 3$, $\int_{-1}^3 f'(x) dx = 10$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = 13$. B. $f(3) = -7$. C. $f(3) = 7$. D. $f(3) = -13$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_{-1}^3 f'(x) dx = 10 \Leftrightarrow f(x) \Big|_{-1}^3 = 10 \Leftrightarrow f(3) - f(-1) = 10.$$

$$\Leftrightarrow f(3) = 10 + f(-1) = 10 + 3 = 13.$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 3: $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ bằng

- A. $\ln 2$. B. $\ln 3$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2.$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 4: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ tùy ý trên $[a; b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

Lời giải

$$\text{Theo định nghĩa tích phân có } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

B. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.

C. $\int e^x \sin x dx = e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

D. $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x - \int e^x \cos x dx$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Khi đó $\int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa O và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 7 = 0$, $(Q): 3x + 2y - 12z + 5 = 0$ là

A. $10x + 15y + 5z - 2 = 0$.

B. $10x - 15y + 5z + 2 = 0$.

C. $2x - 3y - z = 0$.

D. $2x + 3y + z = 0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của $(P), (Q), (\alpha)$.

Theo bài ra ta có $\vec{n}_1 = (1; -1; 1), \vec{n}_2 = (3; 2; -12)$

$\begin{cases} \vec{n}_3 \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n}_3 \perp \vec{n}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_3 = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (10; 15; 5)$

Phương trình mặt phẳng (α) là: $10x + 15y + 5z = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + z = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ, cho $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{u} là

A. $(1; 2; 3)$.

B. $(1; 3; 2)$.

C. $(-1; 2; -3)$.

D. $(-1; 3; 2)$

Lời giải

Ta có

$\vec{i} = (1; 0; 0)$

$\vec{j} = (0; 1; 0)$.

$\vec{k} = (0; 0; 1)$

Nên $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} = -(1; 0; 0) + 2(0; 1; 0) - 3(0; 0; 1) = (-1; 2; -3)$.

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_5^2 f(x) dx = 1$. Giá trị của $I = \int_1^5 f(x) dx$ là

A. -2 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 4

Lời giải

$I = \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 - 1 = 2$.

Câu 9: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{x+1}$ là

A. $\frac{1}{2} \ln|x+1| + C$.

B. $2 \ln|x+1| + C$.

C. $\ln|x| + C$.

D. $\ln|x+1| + C$

Lời giải

Áp dụng $\int \frac{2}{x+1} dx = 2 \ln|x+1| + C$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tìm m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình mặt cầu

- A. $m > 6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. **D. $m < 6$.**

Lời giải

Ta có phương trình tổng quát của mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ như sau:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a = 4 \\ -2b = -2 \\ -2c = 2 \\ d = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -1 \\ d = m \end{cases}.$$

Để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu thì

$$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Rightarrow 4 + 1 + 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $(Q): x + y - 2z - 2 = 0$. B. $(R): x + y - 2z + 1 = 0$.
C. $(S): x + y + 2z - 1 = 0$. D. $(P): x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Xét hai mặt phẳng (α) và mặt phẳng (S) ta có: $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} \neq \frac{2}{-1} \Rightarrow (\alpha) \parallel (S)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; -5)$. Toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy)

- A. $(3; -2; 1)$. **B. $(1; -3; 0)$.** C. $(1; -3; 1)$. D. $(1; -3; 5)$.

Lời giải

Ta có: Toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oxy) là: $M_1(x_0; y_0; 0)$. Từ đó suy ra toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -3; 5)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(1; -3; 0)$.

Câu 13: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ xác định trên K . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int f(x) dx = F(x) + c$. B. $(\int f(x) dx)' = F'(x)$.
C. $(\int f(x) dx)' = f'(x)$. D. $(\int f(x) dx)' = f(x)$.

Lời giải

$(\int f(x) dx)' = (F(x) + C)' = F'(x) = f(x)$, suy ra C sai.

Câu 14: Cho $\int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b, a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{1}{2}$.** B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{4} \Rightarrow a + b = \frac{1}{2}.$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K .

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K.$

B. $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Theo định nghĩa nguyên hàm ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = -4.$

B. $P = 4.$

C. $P = 7.$

D. $P = 10.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = 7 - 3 = 4.$$

Câu 17: Biết $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

A. 27.

B. 3.

C. 13.

D. -11.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4 \cdot 3 - (5 + 2) = 13.$$

Câu 18: Cho các số thực a, b và các mệnh đề :

$$\text{Mệnh đề 1 : } \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx. \text{ Mệnh đề 2 : } \int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{Mệnh đề 3 : } \int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2. \text{ Mệnh đề 4 : } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du.$$

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là :

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Các mệnh đề đúng là mệnh đề 1 và mệnh đề 4.

Câu 19: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C.$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int x.dx - \frac{1}{6} \int \sin 6x.d(6x) = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C.$

Câu 20: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - 1 + \frac{2}{x^2}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + \frac{x}{2} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x + \frac{2}{3x^2} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x - \frac{x}{2} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} - x - \frac{2}{x} + C.$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (x-1)dx + 2 \int x^{-2}dx = \frac{x^2}{2} - x - \frac{2}{x} + C.$

Câu 21: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^{-4x+3}}$ là

A. $\frac{1}{4}e^{-4x+3} + C.$

B. $e^{-4x+3} + C.$

C. $-\frac{1}{4}e^{-4x+3} + C.$

D. $\frac{1}{4}e^{4x-3} + C.$

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{e^{-4x+3}} dx = \int e^{4x-3} dx = \frac{1}{4} \int e^{4x-3} d(4x-3) = \frac{1}{4} e^{4x-3} + C.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (-2; -1; 3).$

B. $\vec{n} = (3; -6; -2).$

C. $\vec{n} = \left(-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{3}\right).$

D. $\vec{n} = (-3; -6; -2).$

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là $\vec{n} = \left(-\frac{1}{2}; -1; \frac{1}{3}\right).$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 3$ là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3.$

Lời giải

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 3$ là

$(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$

Câu 24: Cho $\int_1^2 f(x^2+1)xdx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)dx$ bằng:

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Leftrightarrow \frac{dt}{2} = x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 2 \\ x = 2 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$.

Suy ra: $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_2^5 f(t) dt = 2 \Leftrightarrow \int_2^5 f(t) dt = 4$

Vậy $I = \int_2^5 f(x) dx = 4$.

Câu 25: Cho hai hàm số liên tục $f(x)$ và $g(x)$, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I). $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

(II). $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $k.f(x)$, với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(III). $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Các mệnh đề đúng là

- A. (II) và (III). B. (I) và (III). C. Cả 3 mệnh đề. **D. (I) và (II).**

Lời giải

Tính chất (I) và (II) đúng.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_1^3 \frac{xf(x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính $I = \int_2^{10} \frac{f(x)}{x} dx$

- A. 1. B. 2. **C. 4.** D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Leftrightarrow \frac{dt}{2} = x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 2 \\ x = 3 \Rightarrow t = 10 \end{cases}$.

Suy ra: $\int_1^3 \frac{f(x^2 + 1)}{x^2 + 1} x dx = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_2^{10} \frac{f(t)}{t} dt = 2 \Leftrightarrow \int_2^{10} \frac{f(t)}{t} dt = 4$

Vậy $I = \int_2^{10} \frac{f(x)}{x} dx = 4$.

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + 3x^3 + 2x + C$. B. $x^4 + x^3 + x + C$. **C. $\frac{x^4}{4} + x^3 + x + C$.** D. $\frac{x^4}{4} + 2x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

$\int (x^3 + 3x^2 + 1) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 + x + C$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2), B(3; 2; 0), C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x + 3y + 6z + 12 = 0$ **B. $2x - 3y + 6z = 0$**
C. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$ D. $2x + 3y - 6z - 12 = 0$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 4; 2); \overrightarrow{BC} = (-3; 0; 1)$

Vectơ chỉ phương của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}] = (4; -6; 12)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$4(x-3) - 6(y+2) + 12(z+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 6y + 12z = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3y + 6z = 0$$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$I = \int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 1.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0; (Q): -2x + y - 2z + 5 = 0$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 9.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Ta có $M(2; 0; 0) \in (P)$ và $\frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{2} \neq \frac{5}{-4} \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

$$\text{Vậy } d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = \frac{|-2 \cdot 2 + 0 - 2 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 31: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$.

A. $\int \sqrt{x} dx = x\sqrt{x} + C$. **B.** $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{x} + C$.

C. $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$. **D.** $\int \sqrt{x} dx = \frac{3}{2} x\sqrt{x} + C$.

Lời giải

Ta có với $x > 0$ thì

$$\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} x^{\frac{1}{2} + 1} + C = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$$

Câu 32: Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \tan x + C$.

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$. Nên C, D sai. Vì: $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$. Nên A đúng.

Câu 33: Biết $F(x) = \frac{\ln x}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Giá trị

$$I = \int_1^e \left[\frac{1}{e} - 2f(x) \right] dx \text{ bằng:}$$

A. $I = \frac{1}{e^2} + \frac{3}{e}$.

B. $I = \frac{1}{e^2} - \frac{3}{e}$.

C. $I = 1 - \frac{3}{e}$.

D. $I = 1 - \frac{1}{e} - e^2$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^e f(x) dx = F(x) \Big|_1^e = \left(\frac{\ln x}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{\ln e}{e} - \frac{\ln 1}{1} = \frac{1}{e}$. Và: $\int_1^e \frac{1}{e} dx = \left(\frac{x}{e} \right) \Big|_1^e = \frac{e}{e} - \frac{1}{e} = 1 - \frac{1}{e}$.

Vì: $I = \int_1^e \left[\frac{1}{e} - 2f(x) \right] dx = \int_1^e \frac{1}{e} dx - 2 \int_1^e f(x) dx$. Nên: $I = 1 - \frac{1}{e} - 2 \cdot \frac{1}{e} = 1 - \frac{3}{e}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $F(2) - F(0) = 8$.

B. $F(2) - F(0) = 4$.

C. $F(2) - F(0) = 1$.

D. $F(2) - F(0) = 16$.

Lời giải

Ta có: $F(2) - F(0) = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4$

II. PHẦN TỰ LUẬN

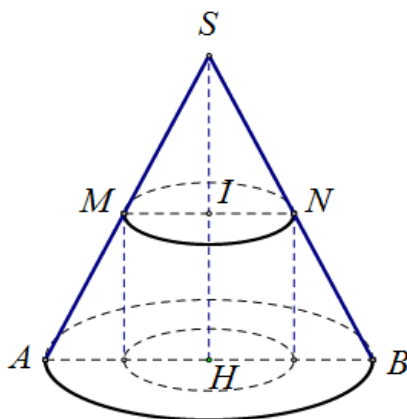
Câu 36: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln 2x}{x}$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int \frac{\ln 2x}{x} dx = \int \ln 2x d(\ln 2x) = \frac{\ln^2 2x}{2} + C.$$

Câu 37: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng 4cm. Tính thể tích của khối nón (N).

Lời giải



Giả sử ta kí hiệu các điểm như hình vẽ.

Ta có $SA = \sqrt{SH^2 + HA^2} = 10\text{cm}$.

Ta lại có ΔSAH đồng dạng với ΔSMI

$$\text{Nên } \frac{SI}{SH} = \frac{MI}{AH} = \frac{SM}{SA} \Rightarrow \begin{cases} SI = SH \cdot \frac{SM}{SA} \\ MI = AH \cdot \frac{SM}{SA} \end{cases}$$

$$\text{Hay } \begin{cases} SI = 8 \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{5} \\ MI = 6 \cdot \frac{4}{10} = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Thể tích khối nón (N) bằng

$$V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi \cdot MI^2 \cdot SI = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \frac{16}{5} = \frac{768\pi}{125} \text{cm}^3$$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 3, f(x) \neq 0, \forall x > 0$ và $(x^2 + 1)^2 \cdot f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$ với mọi $x > 0$. Tính $f(2)$

Lời giải

Ta có: $(x^2 + 1)^2 \cdot f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} \cdot \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{f(x)} = \frac{-1}{x + \frac{1}{x}} + C$$

$$\text{Do } f(1) = 3 \Rightarrow C = \frac{1}{6} \Rightarrow f(x) = \frac{6x^2 + 6}{-x^2 + 6x - 1}$$

$$\text{Vậy } f(2) = \frac{30}{7}.$$

Câu 39: Tính tích phân $\int_4^6 \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

Lời giải

$$\begin{aligned} \int_4^6 \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx &= \frac{1}{2} \int_4^6 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln|x-3| - \ln|x-1|) \Big|_4^6 \\ &= \frac{1}{2} (\ln 3 - \ln 5 + \ln 3) = \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 5. \end{aligned}$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 08

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Cho $A(1;2;3)$, $B(-2;4;1)$. Vec tơ \overline{AB} có tọa độ là
A. $(3;6;4)$. **B.** $(-1;6;4)$. **C.** $(-3;2;-2)$. **D.** $(3;-2;2)$.
- Câu 2:** Cho các vec tơ $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = (-2;4;1)$, $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ bằng
A. $\frac{3\sqrt{4}}{14}$. **B.** $-\frac{3\sqrt{6}}{14}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{14}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{14}$.
- Câu 3:** Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ có tâm và bán kính là
A. $I(1;2;3), R = 2$. **B.** $I(1;2;3), R = 5$. **C.** $I(-1;-2;-3), R = 2$. **D.** $I(-1;-2;-3), R = 5$.
- Câu 4:** Cho 3 điểm $A(1;-2;0)$, $B(-1;n;1)$, $C(0;5;m)$. Xác định n, m để $G(0;1;-1)$ là trọng tâm của tam giác ABC .
A. $n = 1, m = 4$. **B.** $n = 0, m = -4$. **C.** $n = 0, m = -2$. **D.** $n = -1, m = -4$.
- Câu 5:** Cho 3 điểm $A(1;-2;0)$, $B(-1;0;1)$, $C(0;2;0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(8;4;3)$. **B.** $D(2;0;-1)$. **C.** $D(-2;0;2)$. **D.** $D(2;0;1)$.
- Câu 6:** Cho $A(1;2;3)$; $B(-1;4;-1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là:
A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 24$. **B.** $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 6$. **D.** $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$.
- Câu 7:** Cho $A(-1;0;1)$; $B(0;2;-2)$; $C(1;3;0)$. Phương trình mặt cầu đi qua A, B, C và gốc tọa độ O là:
A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.
C. $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 10$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.
- Câu 8:** Cho $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;9)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là
A. $H(8;4;3)$. **B.** $H(2;1;1)$. **C.** $H(-1;-2;-3)$. **D.** $H\left(\frac{108}{49}; \frac{54}{49}; \frac{36}{49}\right)$.
- Câu 9:** Cho $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .
A. $d = \frac{21}{\sqrt{29}}$. **B.** $d = \frac{9}{\sqrt{29}}$. **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = -\frac{5}{\sqrt{29}}$.
- Câu 10:** Cho ba điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là
A. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$. **B.** $4x + 6y - 8z + 2 = 0$. **C.** $2x + 3y - 4z - 2 = 0$. **D.** $2x - 3y - 4z - 2 = 0$.
- Câu 11:** Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;2;0)$ và có VTPT $\vec{n} = (4;0;-5)$ có phương trình là
A. $4x - 5y + 4 = 0$. **B.** $4x - 5y + 9 = 0$. **C.** $4x - 5z - 4 = 0$. **D.** $4x - 5y - 4 = 0$.
- Câu 12:** Hai mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - z + 1 = 0$ và $(\alpha'): 3x + y + 11z - 1 = 0$
A. Trùng nhau. **B.** Vuông góc với nhau.
C. Song song với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

- Câu 13:** Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ tại điểm $M(7; -1; 5)$ có phương trình là
A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0.$ **B.** $6x + 2y + 3z + 55 = 0.$
C. $3x + y + z - 22 = 0.$ **D.** $3x + y + z + 22 = 0.$
- Câu 14:** Phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $y - z + 1 = 0, 3x - 3y + 2z - 3 = 0$ và đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ là:
A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0.$ **B.** $3x + 4y - 5z + 4 = 0.$ **C.** $3x - z - 8 = 0.$ **D.** $3x + 4y + 5z + 4 = 0.$
- Câu 15:** Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$, vuông góc với $mp(P): x - y + z - 1 = 0$ và song song với Oy .
A. $(Q): x - z + 2 = 0$ **B.** $(Q): x + z - 4 = 0$ **C.** $(Q): 2x - z + 1 = 0.$ **D.** $(Q): x + 2z - 7 = 0.$
- Câu 16:** Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 23; 3), B(11; -1; -3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ là:
A. $6x + 2y - 3z - 55 = 0.$ **B.** $6x + 2y + 3z - 55 = 0.$
C. $3x + y + z - 22 = 0.$ **D.** $3z + y + z + 22 = 0.$
- Câu 17:** Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x-1} dx$
A. $\frac{e^2 + 1}{e}.$ **B.** $\frac{e^2 - 1}{2e}.$ **C.** $\frac{e^2 - 1}{e}.$ **D.** $\frac{e - 1}{e}.$
- Câu 18:** Tính tích phân $I = \int_{-14}^{14} |x^2 - x| dx$
A. $\frac{5488}{3}.$ **B.** $\frac{5489}{3}.$ **C.** $5489.$ **D.** $5488.$
- Câu 19:** Tìm $I = \int \cos 3x \cdot \cos x dx$ được kết quả là
A. $I = \frac{1}{3} \cos 3x \cdot \cos x + C.$ **B.** $I = \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$
C. $I = -\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$ **D.** $I = \frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x + C.$
- Câu 20:** Giá trị của $I = \int_4^{2017} (3-x)e^x dx$ là:
A. $-2013e^{2017}.$ **B.** $2013e^{2017}.$ **C.** $2017e^{2017}.$ **D.** $-2015e^{2017}.$
- Câu 21:** Cho $I = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ và $x = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây:
A. $I = \pi.$ **B.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos t dt.$ **C.** $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt.$ **D.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt.$
- Câu 22:** Tính $L = \int_0^{2017\pi} e^x \cdot \cos(x) dx$
A. $L = -\frac{1}{2} (e^{2017\pi} + 1).$ **B.** $L = -e^{2017\pi} - 1.$ **C.** $L = -e^{2017\pi} + 1.$ **D.** $L = \frac{1}{2} (e^{2017\pi} - 1).$

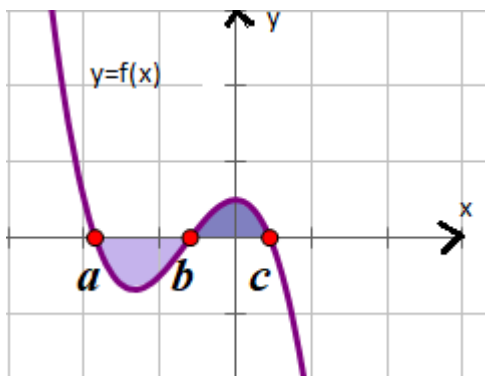
Câu 23: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = \pi$. D. $I = 0.5$.

Câu 24: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \sin \sqrt{x} dx = a\pi + \sqrt{b}$. Biết với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $ab = ?$

- A. $ab = -9$. B. $ab = 1$. C. $ab = 3$. D. $ab = -1$.

Câu 25: Diện tích S bị giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = c$, $a < c$ và $a < b < c$ (hình vẽ) là:



- A. $S = \int_a^c f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$.
 C. $S = \int_b^a f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

Câu 26: Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 4$ quanh trục hoành.

- A. $V = \int_3^4 f^2(x) dx$. B. $V = \int_3^4 f(x) dx$. C. $V = \pi \int_3^4 f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_3^4 |f(x)| dx$.

Câu 27: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t (m/s)$. Đi được $5(s)$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc là $a = -70 (m/s^2)$. Tính quãng đường S từ lúc ô tô bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = \frac{385}{4} m$. B. $S = \frac{175}{2} m$. C. $S = 35m$. D. $S = 105m$.

Câu 28: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau $y = x^3 - 3x^2 + x$ và $y = x^2 - 2x$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{12}{37}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{139}{45}$.

Câu 29: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$, $x = 3$; biết rằng với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$. C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

Câu 30: Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40 cm, chiều cao thùng rượu là 1 m (như hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

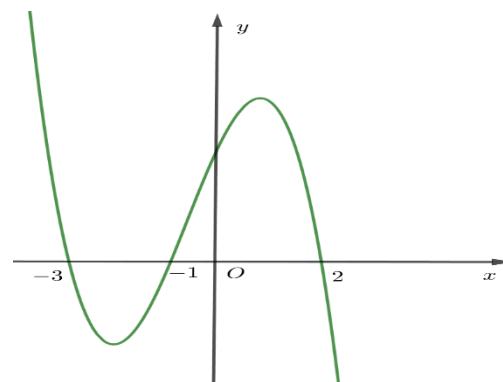


- A. 425,2 lít. B. 425162 lít. C. 155333 lít. D. 212,6 lít.

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong (C): $y = \frac{2x+1}{x+1}$, trục Ox và trục Oy. Thể tích của khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox là

- A. 3π . B. $4\pi \ln 2$. C. $(3-4 \ln 2)\pi$. D. $(4-3 \ln 2)\pi$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $f(2) > f(-3) > f(-1)$.
 B. $f(-1) > f(2) > f(-3)$.
 C. $f(2) > f(-1) > f(-3)$.
 D. $f(-3) > f(2) > f(-1)$.

Câu 33: Biết $\int x(x+1)^3 dx = a(x+1)^5 + b(x+1)^4 + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $S = \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{2020}$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$. B. $S = 2^{2020}$. C. $S = 1$. D. $S = 0$.

Câu 34: Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$.

- A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C$ B. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C$ C. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$ D. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$

Câu 35: $\int xe^{x^2+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$. B. $e^{x^2+1} + C$. C. $2e^{x^2+1} + C$. D. $x^2 e^{x^2+1} + C$.

PHẦN II – TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+2)^{2019}$.

Câu 37: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O, bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 8. Tính thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $2xf(x) + x^2 f'(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(1) = 0$. Tính $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Câu 39: Tính $\int_1^e \frac{1+x \ln x}{x} e^x dx$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Cho $A(1;2;3)$, $B(-2;4;1)$. Vec tơ \overline{AB} có tọa độ là
A. $(3;6;4)$. **B.** $(-1;6;4)$. **C.** $(-3;2;-2)$. **D.** $(3;-2;2)$.

Lời giải

Với $A(1;2;3)$, $B(-2;4;1)$. Vec tơ \overline{AB} có tọa độ là $(-3;2;-2)$

- Câu 2:** Cho các vec tơ $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = (-2;4;1)$, $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ bằng
A. $\frac{3\sqrt{4}}{14}$. **B.** $-\frac{3\sqrt{6}}{14}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{14}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{14}$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (1;2;3)$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2+8+3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{6}}{14}$$

- Câu 3:** Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ có tâm và bán kính là
A. $I(1;2;3), R = 2$. **B.** $I(1;2;3), R = 5$.
C. $I(-1;-2;-3), R = 2$. **D.** $I(-1;-2;-3), R = 5$.

Lời giải

Ta có mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1+4+9+11} = 5$$

- Câu 4:** Cho 3 điểm $A(1;-2;0)$, $B(-1;n;1)$, $C(0;5;m)$. Xác định n, m để $G(0;1;-1)$ là trọng tâm của tam giác ABC.
A. $n = 1, m = 4$. **B.** $n = 0, m = -4$. **C.** $n = 0, m = -2$. **D.** $n = -1, m = -4$.

Lời giải

Để $G(0;1;-1)$ là trọng tâm tam giác ABC, ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-1+0}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2+n+5}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{0+1+m}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ 1 = \frac{3+n}{3} \\ -1 = \frac{0+1+m}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ m = -4 \end{cases}$$

- Câu 5:** Cho 3 điểm $A(1;-2;0)$, $B(-1;0;1)$, $C(0;2;0)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.
A. $D(8;4;3)$. **B.** $D(2;0;-1)$. **C.** $D(-2;0;2)$. **D.** $D(2;0;1)$.

Gọi $D(x_D, y_D, z_D)$

$$\overline{AB} = (-2;2;1)$$

$$\overline{DC} = (0-x_D, 2-y_D, 0-z_D) = (-x_D, 2-y_D, -z_D)$$

Ta có ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi:

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -x_D \\ 2 = 2 - y_D \\ 1 = -z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 0 \\ z_D = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(2;0;-1)$.

Câu 6: Cho $A(1;2;3)$; $B(-1;4;-1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 24$.

B. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 6$.

D. $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 24$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;3;1)$.

Ta có $AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (4-2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;3;1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$ có phương trình:

$$x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6.$$

Câu 7: Cho $A(-1;0;1)$; $B(0;2;-2)$; $C(1;3;0)$. Phương trình mặt cầu đi qua A, B, C và gốc tọa độ O là:

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 10$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

C. $x^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 10$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Giả sử phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)

Vì mặt cầu đi qua $A(-1;0;1)$; $B(0;2;-2)$; $C(1;3;0)$ và O nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2 - 2a + 2c + d = 0 \\ 8 + 4b - 4c + d = 0 \\ 10 + 2a + 6b + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2a + 2c + d = 0 \\ 8 + 4b - 4c + d = 0 \\ 10 + 2a + 6b + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Do đó mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Câu 8: Cho $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;9)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

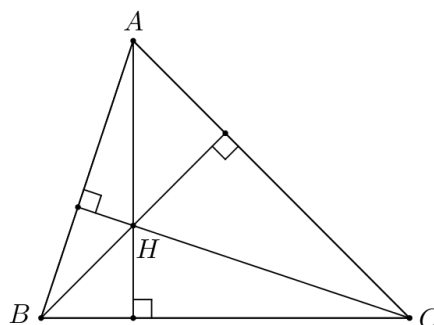
A. $H(8;4;3)$.

B. $H(2;1;1)$.

C. $H(-1;-2;-3)$.

D. $H\left(\frac{108}{49}; \frac{54}{49}; \frac{36}{49}\right)$.

Lời giải



Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC .

Ta có:

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$,

$\overrightarrow{AH} = (a-3; b; c)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -6; 9)$, $\overrightarrow{BH} = (a; b-6; c)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 9)$.

Do H là trực tâm của ΔABC nên ta có điều kiện:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b - 3c = 0 \\ a - 3c = 0 \\ 6a + 3b + 2c = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{108}{49} \\ b = \frac{54}{49} \\ c = \frac{36}{49} \end{cases}$$

Vậy $H\left(\frac{108}{49}; \frac{54}{49}; \frac{36}{49}\right)$.

Câu 9: Cho $A(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{21}{\sqrt{29}}$. **B.** $d = \frac{9}{\sqrt{29}}$. **C.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d = -\frac{5}{\sqrt{29}}$.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) : $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 10: Cho ba điểm $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$. **B.** $4x + 6y - 8z + 2 = 0$. **C.** $2x + 3y - 4z - 2 = 0$. **D.** $2x - 3y - 4z - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$

Vì mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm A, B, C nên VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -4)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

Câu 11: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (4; 0; -5)$ có phương trình là

A. $4x - 5z + 4 = 0$. **B.** $4x - 5y + 9 = 0$. **C.** $4x - 5z - 4 = 0$. **D.** $4x - 5y - 4 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) : $4(x+1) + 0(y-2) - 5(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x - 5z + 4 = 0$.

Câu 12: Hai mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - z + 1 = 0$ và $(\alpha'): 3x + y + 11z - 1 = 0$

A. Trùng nhau. **B.** Vuông góc với nhau.
C. Song song với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Lời giải

Hai mặt phẳng (α) và (α') có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$, $\vec{n}_2 = (3; 1; 11)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 11 = 0$ nên hai mặt phẳng (α) và (α') vuông góc với nhau.

Câu 13: Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ tại điểm $M(7; -1; 5)$ có phương trình là

A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$. **B.** $6x + 2y + 3z + 55 = 0$.

C. $3x + y + z - 22 = 0$. D. $3x + y + z + 22 = 0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và bán kính $R = 7$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là

$$\overrightarrow{IM} = (6; 2; 3) \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ qua } M(7; -1; 5):$$

Vậy $(P): 6(x - 7) + 2(y + 1) + 3(z - 5) = 0 \Leftrightarrow (P): 6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

Câu 14: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $y - z + 1 = 0$, $3x - 3y + 2z - 3 = 0$ và đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ là:

A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$. B. $3x + 4y - 5z + 4 = 0$.

C. $3x - z - 8 = 0$. D. $3x + 4y + 5z + 4 = 0$.

Lời giải

Hai mặt phẳng đã cho có VTPT lần lượt là:

$$\vec{n}_1 = (0; 1; -1), \vec{n}_2 = (3; -3; 2)$$

Lấy $A(0; -1; 0)$ thuộc hai mặt phẳng đã cho.

$$\vec{u}_1 = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; -3; -3)$$

$$\vec{u}_2 = \overrightarrow{AM} = (3; -1; 1)$$

Suy ra (P) có VTPT là: $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-6; -8; 10)$,

Mà (P) đi qua điểm $M(3; -2; 1)$

$$\Rightarrow (P): 3x + 4y - 5z + 4 = 0$$

Câu 15: Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$, vuông góc với $mp(P): x - y + z - 1 = 0$ và song song với Oy .

A. $(Q): x - z + 2 = 0$ B. $(Q): x + z - 4 = 0$ C. $(Q): 2x - z + 1 = 0$ D. $(Q): x + 2z - 7 = 0$.

Lời giải

Ta có: (Q) có cặp VTCP:

$$\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 1)$$

$$\vec{j} = (0; 1; 0)$$

Suy ra (Q) có VTPT: $\vec{n} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{j}] = (-1; 0; 1)$,

Mà mặt phẳng (Q) đi qua $B(1; 2; 3)$ nên (Q) có phương trình: $x - z + 2 = 0$.

Câu 16: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0; 23; 3), B(11; -1; -3)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 49$ là:

A. $6x + 2y - 3z - 55 = 0$. B. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$.

C. $3x + y + z - 22 = 0$. D. $3z + y + z + 22 = 0$.

Lời giải

+) $\overrightarrow{AB} = (11; -24; -6)$. (S) có tâm $I(1; -3; 2)$, bán kính $R = 7$.

+) Giả sử $\vec{n}_p = (a; b; c), (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$ là một VTPT của (P) .

Khi đó $\vec{n}_p \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \vec{n}_p \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 11a - 24b - 6c = 0 \Rightarrow c = \frac{11}{6}a - 4b$.

+) Phương trình (P) đi qua $A(0;23;3)$ và có VTPT \vec{n}_p là:

$$a(x-0)+b(y-23)+c(z-3)=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-23b-3c=0$$

+ (P) tiếp xúc với (S) suy ra $d(I;(P))=R=7$

$$\Leftrightarrow \frac{|a-3b+2c-23b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=7 \Leftrightarrow |a-26b-c|=7\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(a-26b-\left(\frac{11}{6}a-4b\right)\right)^2=49\left(a^2+b^2+\left(\frac{11}{6}a-4b\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{5}{6}a-22b\right)^2=49\left(\frac{157}{36}a^2-\frac{44}{3}ab+17b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{36}a^2+\frac{110}{3}ab+484b^2=\frac{7693}{36}a^2-\frac{2156}{3}ab+833b^2$$

$$\Leftrightarrow -213a^2+\frac{2266}{3}ab-349b^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=3b \\ a=\frac{349}{639}b \end{cases}$$

+) TH1: $a=3b \Rightarrow c=\frac{11}{6}a-4b=\frac{11}{6}.3b-4b=\frac{3}{2}b$. Do $a^2+b^2+c^2 \neq 0 \Rightarrow b \neq 0$.

Khi đó phương trình (P): $3bx+by+\frac{3}{2}bz-23b-3.\frac{3}{2}b=0$

$$\Leftrightarrow 3x+y+\frac{3}{2}z-\frac{55}{2}=0 \Leftrightarrow 6x+2y+3z-55=0. \text{ Từ đó chọn được đáp án } \mathbf{B}.$$

+) TH2: Tương tự!

Câu 17: Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x-1} dx$

A. $\frac{e^2+1}{e}$.

B. $\frac{e^2-1}{2e}$.

C. $\frac{e^2-1}{e}$.

D. $\frac{e-1}{e}$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^1 e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \left(e - \frac{1}{e} \right) = \frac{e^2-1}{2e}$.

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_{-14}^{14} |x^2 - x| dx$

A. $\frac{5488}{3}$.

B. $\frac{5489}{3}$.

C. 5489.

D. 5488.

Lời giải

Ta có: $I = \int_{-14}^{14} |x^2 - x| dx = \int_{-14}^0 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx + \int_1^{14} (x^2 - x) dx$

Suy ra $I = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_{-14}^0 - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_1^{14} = \frac{5489}{3}$.

Câu 19: Tìm $I = \int \cos 3x \cdot \cos x dx$ được kết quả là

A. $I = \frac{1}{3} \cos 3x \cdot \cos x + C$.

B. $I = \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

C. $I = -\frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$

D. $I = \frac{1}{4}\sin 4x + \frac{1}{2}\sin 2x + C.$

Lời giải

$$I = \int \cos 3x \cdot \cos x dx = \int \frac{1}{2}(\cos 4x + \cos 2x) dx = \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

Câu 20: Giá trị của $I = \int_4^{2017} (3-x)e^x dx$ là:

A. $-2013e^{2017}$

B. $2013e^{2017}.$

C. $2017e^{2017}.$

D. $-2015e^{2017}.$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 3-x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } I = \left[(3-x)e^x \right]_4^{2017} + \int_4^{2017} e^x dx$$

$$= -2014e^{2017} + e^4 + e^x \Big|_4^{2017} = -2014e^{2017} + e^4 + e^{2017} - e^4 = -2013e^{2017}$$

Câu 21: Cho $I = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ và $x = 2\sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây:

A. $I = \pi.$

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos t dt.$

C. $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt.$

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t dt.$

Lời giải

$$x = 2\sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2\cos t dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow 2\sin t = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow 2\sin t = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Ta có: } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2\cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t dt \text{ (đáp án D đúng).}$$

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 2 \left(t - \frac{1}{2}\sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi$$

Vậy đáp án C đúng, đáp án A đúng, đáp án B sai.

$$L = \int_0^{2017\pi} e^x \cdot \cos(x) dx$$

Câu 22: Tính

A. $L = -\frac{1}{2}(e^{2017\pi} + 1).$

B. $L = -e^{2017\pi} - 1.$

C. $L = -e^{2017\pi} + 1.$

D. $L = \frac{1}{2}(e^{2017\pi} - 1).$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = e^x \\ dv_1 = \cos(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = e^x dx \\ v_1 = \sin(x) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } L = e^x \cdot \sin(x) \Big|_0^{2017\pi} - \int_0^{2017\pi} e^x \cdot \sin(x) dx = - \int_0^{2017\pi} e^x \cdot \sin(x) dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = -\cos(x) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } L = e^x \cdot \cos(x) \Big|_0^{2017\pi} - \int_0^{2017\pi} e^x \cdot \cos(x) dx = -(e^{2017\pi} + 1) - L \Leftrightarrow L = -\frac{1}{2}(e^{2017\pi} + 1).$$

Câu 23: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = \pi$. D. $I = 0.5$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) d(\sin 2x) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = 1$$

(với $t = \sin 2x$).

Câu 24: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi^2}{9}} \sin \sqrt{x} dx = a\pi + \sqrt{b}$. Biết với a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $ab = ?$

- A. $ab = -9$. B. $ab = 1$. C. $ab = 3$. D. $ab = -1$.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow t = 0, x = \frac{\pi^2}{9} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$$

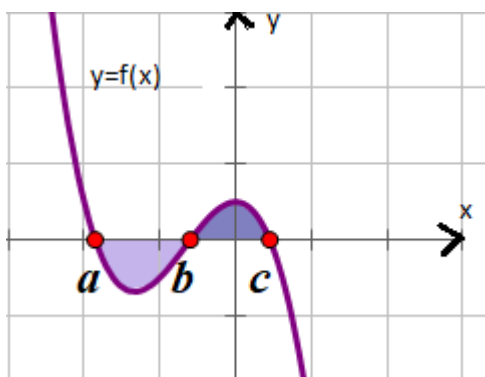
$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 2t \sin t dt$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = t \\ dv = \sin t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = -\cos t \end{cases}$$

$$I = 2 \left(-t \cos t \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos t dt \right) = 2 \left(\frac{-\pi}{6} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} \right) = 2 \left(\frac{-\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{-\pi}{3} + \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } a = \frac{-1}{3}, b = 3 \Rightarrow ab = -1.$$

Câu 25: Diện tích S bị giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = c, a < c$ và $a < b < c$ (hình vẽ) là:



A. $S = \int_a^c f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$.

C. $S = \int_b^a f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

Lời giải

$$S = \int_a^b |f(x)| dx + \int_b^c |f(x)| dx = -\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_b^a f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$$

Câu 26: Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 4$ quanh trục hoành.

A. $V = \int_3^4 f^2(x) dx$. B. $V = \int_3^4 f(x) dx$. C. $V = \pi \int_3^4 f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_3^4 |f(x)| dx$.

Lời giải

$$V = \pi \int_3^4 f^2(x) dx.$$

Câu 27: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t (m/s)$. Đi được $5(s)$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc là $a = -70 (m/s^2)$. Tính quãng đường S từ lúc ô tô bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S = \frac{385}{4} m$. B. $S = \frac{175}{2} m$. C. $S = 35m$. D. $S = 105m$.

Lời giải

Vận tốc ô tô sau khi phanh gấp là: $v_2(t) = \int (-70) dt = -70t + c$

Khi $t = 5$ thì $v_1(5) = 35 \Rightarrow v_2(0) = 35 \Leftrightarrow c = 35$

Khi ô tô dừng hẳn thì $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Vậy quãng đường S từ lúc ô tô bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^5 (7t) dt + \int_0^{\frac{1}{2}} (-70t + 35) dt = \frac{385}{4} m$$

Câu 28: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau $y = x^3 - 3x^2 + x$ và $y = x^2 - 2x$.

A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{12}{37}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{139}{45}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + x = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_0^3 |x^3 - 3x^2 + x - (x^2 - 2x)| dx = \int_0^1 |x^3 - 4x^2 + 3x| dx + \int_1^3 |x^3 - 4x^2 + 3x| dx$$

$$= \left| \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx \right| + \left| \int_1^3 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_1^3 \right|$$

$$= \left| \frac{5}{12} \right| + \left| -\frac{9}{4} - \frac{5}{12} \right| = \frac{37}{12}.$$

Câu 29: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1, x=3$; biết rằng với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$. C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

Lời giải

Diện tích của thiết diện là: $S(x) = 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2}$

Thể tích của phần vật thể là:

$$V = \int_1^3 S(x) dx = \int_1^3 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2} dx$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x^2 - 2} \Rightarrow t^2 = 3x^2 - 2$$

$$2t dt = 6x dx \Rightarrow t dt = 3x dx$$

Đổi cận:

$$x=3 \Rightarrow t=5; \quad x=1 \Rightarrow t=1$$

$$V = \int_1^5 t \cdot t dt = \int_1^5 t^2 dt = \left(\frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^5 = \frac{125}{3} - \frac{1}{3} = \frac{124}{3}.$$

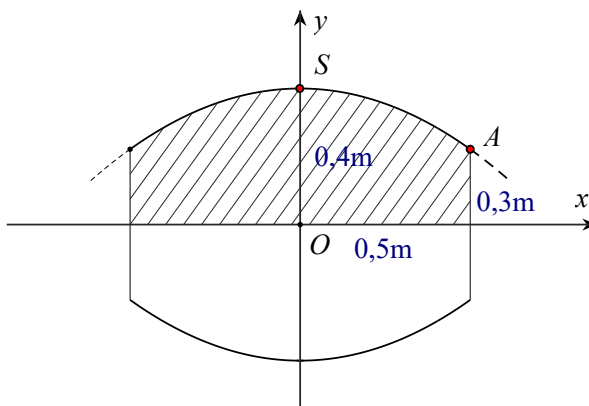
Câu 30: Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40 cm, chiều cao thùng rượu là 1 m (như hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?



- A. 425,2 lít. B. 425162 lít. C. 155333 lít. D. 212,6 lít.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho Ox chứa trục thùng rượu, trục Oy là đường trung trục của đoạn thẳng nối hai tâm của hai đáy thùng rượu.



Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là parabol đi qua điểm $A(0,5; 0,3)$ và có đỉnh $S(0; 0,4)$ (hình vẽ) nên có phương trình $(P): y = -\frac{2}{5}x^2 + 0,4$.

Khi đó, thể tích thùng rượu bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi (P) , trục hoành và hai đường thẳng $x = \pm 0,5$ quay quanh trục Ox .

Thể tích thùng rượu là :

$$V = \pi \int_{-0,5}^{0,5} \left(-\frac{2}{5}x^2 + 0,4 \right)^2 dx = 2\pi \int_0^{0,5} \left(-\frac{2}{5}x^2 + 0,4 \right)^2 dx = \frac{203\pi}{1500} \approx 425,2 \text{ lít.}$$

Câu 31: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $(C): y = \frac{2x+1}{x+1}$, trục Ox và trục Oy . Thể tích của khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox là

- A. 3π . B. $4\pi \ln 2$.
 C. $(3 - 4 \ln 2)\pi$. D. $(4 - 3 \ln 2)\pi$.

Lời giải

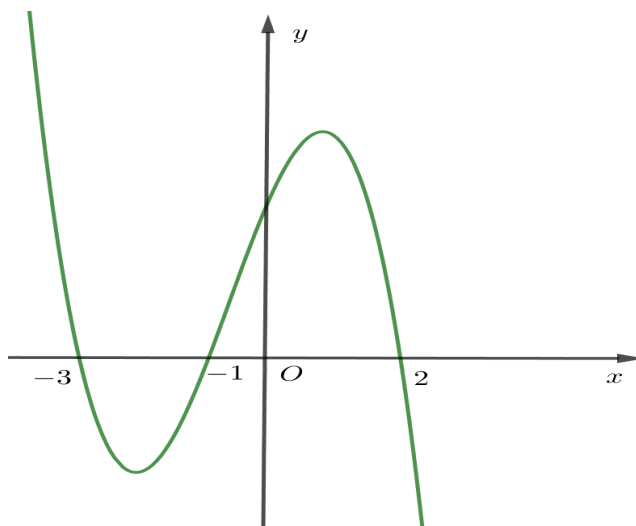
Phương trình hoành độ giao điểm (C) và Ox

$$\frac{2x+1}{x+1} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Vậy thể tích của khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox là

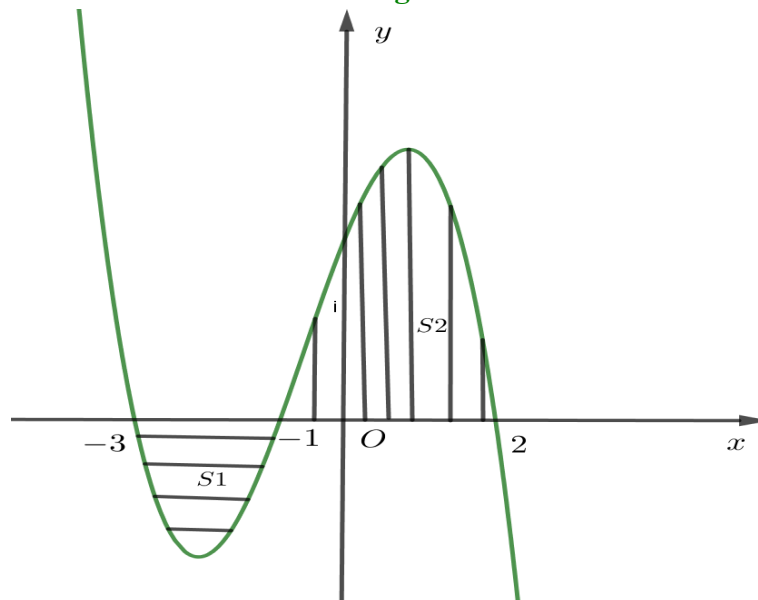
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{\frac{1}{2}}^0 \left(\frac{2x+1}{x+1} \right)^2 dx = \pi \int_{\frac{1}{2}}^0 \left(2 - \frac{1}{x+1} \right)^2 dx = \pi \int_{\frac{1}{2}}^0 \left[4 - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} \right] dx \\ &= \pi \left(4x - 4 \ln|x+1| - \frac{1}{x+1} \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^0 = \pi \left(-1 + 2 + 4 \ln \frac{1}{2} + 2 \right) = \pi(3 - 4 \ln 2). \end{aligned}$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $f(2) > f(-3) > f(-1)$.
 B. $f(-1) > f(2) > f(-3)$.
 C. $f(2) > f(-1) > f(-3)$.
 D. $f(-3) > f(2) > f(-1)$.

Lời giải



Gọi S_1 là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3; x = -1$ khi đó

$$S_1 = \int_{-3}^{-1} |f'(x)| dx = -\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = f(-3) - f(-1) > 0 \Rightarrow f(-3) > f(-1) (*)$$

Gọi S_2 là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường

thẳng $x = -1; x = 2$ khi đó $S_2 = \int_{-1}^2 |f'(x)| dx = \int_{-1}^2 f'(x) dx = f(2) - f(-1)$.

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy

$$S_2 > S_1 \Leftrightarrow f(2) - f(-1) > f(-3) - f(-1) \Leftrightarrow f(2) > f(-3) (**)$$

Từ (*);(**) ta có $f(2) > f(-3) > f(-1)$.

Câu 33: Biết $\int x(x+1)^3 dx = a(x+1)^5 + b(x+1)^4 + C$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị $S = \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{2020}$.

- A. $S = \left(\frac{1}{2}\right)^{2020}$. B. $S = 2^{2020}$. **C. $S = 1$.** D. $S = 0$.

Lời giải

Đặt $x+1=t \Leftrightarrow x=t-1 \Rightarrow dx=dt$, khi đó:

$$\int x(x+1)^3 dx = \int (t-1)t^3 dt = \int (t^4 - t^3) dt = \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{4}t^4 + C = \frac{1}{5}(x+1)^5 - \frac{1}{4}(x+1)^4 + C$$

Vậy $\begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{2020} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{2020} = (5-4)^{2020} = 1$.

Câu 34: Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$.

- A. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C$ B. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C$ C. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C$ **D. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$**

Lời giải

$$\int \frac{1}{x(x-3)} dx = \frac{1}{3} \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{1}{3} (\ln|x-3| - \ln|x|) + C = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$$

Câu 35: $\int xe^{x^2+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$.** B. $e^{x^2+1} + C$.
C. $2e^{x^2+1} + C$. D. $x^2 e^{x^2+1} + C$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$. Ta có $\int xe^{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x+2)^{2019}$.

Giải

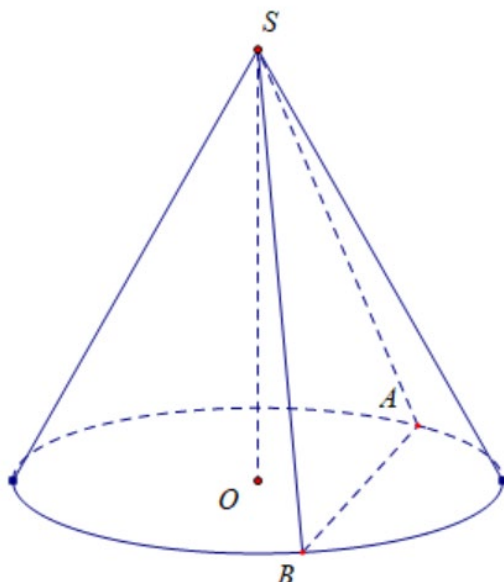
Họ nguyên hàm của hàm số đã cho là $I = \int x(x+2)^{2019} dx$

Ta có $I = \int (x+2-2)(x+2)^{2019} dx = \int [(x+2)^{2020} - 2(x+2)^{2019}] d(x+2) = \frac{(x+2)^{2021}}{2021} - \frac{(x+2)^{2020}}{1010} + C$

Vậy $I = \frac{(x+2)^{2021}}{2021} - \frac{(x+2)^{2020}}{1010} + C$

Câu 37: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 8. Tính thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho.

Lời giải



Gọi thiết diện là tam giác SAB ; l và h lần lượt là độ dài đường sinh và đường cao của hình nón.

Ta có $SA = SB = l \Rightarrow \Delta SAB$ cân tại $S \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại S .

$$\text{Có } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot SB = \frac{1}{2} l^2 = 8 \Leftrightarrow l = 4.$$

$$\text{Ta có } l^2 = h^2 + R^2 \Leftrightarrow 16 = h^2 + 9 \Leftrightarrow h = \sqrt{7}.$$

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot \sqrt{7} = 3\pi\sqrt{7}.$$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $2xf(x) + x^2 f'(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(1) = 0$. Tính $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2xf(x) + x^2 f'(x) = 1 \Rightarrow [x^2 \cdot f(x)]' = 1 \Rightarrow x^2 \cdot f(x) = \int 1 dx \Rightarrow x^2 f(x) = x + C (*).$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào } (*) \text{ ta có: } 1f(1) = 1 + C \Leftrightarrow C = f(1) - 1 = -1.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \frac{x-1}{x^2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = -2.$$

Câu 39: Tính $\int_1^e \frac{1+x \ln x}{x} e^x dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int [f(x) + f'(x)] e^x dx = f(x) e^x + C.$$

$$\text{Suy ra } \int_1^e \frac{1+x \ln x}{x} e^x dx = \int_1^e \left(\frac{1}{x} + \ln x\right) e^x dx = \int_1^e (e^x \cdot \ln x)' dx = e^x \cdot \ln x \Big|_1^e = e^e.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho $I = \int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$, đổi biến $u = \sqrt{1+x^2}$, ta được:

A. $I = \int_0^1 (u^4 - u^2) dx$. B. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^3 - u) dx$. C. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^4 - u^2) du$. D. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^2 - u^4) du$.

Câu 2: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Tính tích phân $I = \int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$.

A. $I = 34$ B. $I = -34$. C. $I = -46$. D. $I = 38$

Câu 3: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(2x-1) dx$.

A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{5}{2}$. C. $I = \frac{15}{2}$. D. $I = \frac{7}{2}$

Câu 4: Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên $[a, b]$, k là hằng số khác 0. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.
 C. $\int_a^b k.f(x) dx = k[F(b) - F(a)]$. D. $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0;2]$, đồng biến trên đoạn này, $f(0) = 1$, $f(2) = 5$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{f(x) + f'(x)}{f(x)} dx$.

A. $2 - \ln 5$. B. $2 + \ln 5$. C. $1 - \ln 5$. D. $\ln 5$.

Câu 7: Cho $\int_1^5 f(x) dx = 2$ và $\int_5^1 g(t) dt = -7$. Khi đó $\int_1^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 5. B. -5. C. 9. D. -9.

Câu 8: Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. 18. B. 29. C. 5. D. -5.

Câu 9: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó một véc tơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}(-2; 3; 1)$. B. $\vec{n}(2; 3; -4)$. C. $\vec{n}(2; -3; 4)$. D. $\vec{n}(-2; 3; 4)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $2^{f(a)} = 2^{f(b)-1}$. Tính $\int_a^b f'(x) dx$

A. $I = 0$. B. $I = 2$. C. $I = -1$. D. $I = 1$.

Câu 11: Một nguyên hàm $f(x) = 4^x \cdot 3^x$ là

A. $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12}$.

B. $F(x) = 4^x \cdot \ln 4 + 3^x \cdot \ln 3$.

C. $F(x) = \frac{4^x \cdot 3^x}{\ln 4 \cdot \ln 3}$.

D. $F(x) = 12^x \cdot \ln 12$.

Câu 12: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 3)^5$ là.

A. $\frac{(2x-3)^6}{3} + C$.

B. $\frac{(2x-3)^6}{6} + C$.

C. $10(2x-3)^4 + C$.

D. $\frac{(2x-3)^6}{12} + C$.

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ là

A. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^3 + x + C$.

B. $F(x) = \frac{-1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^3 + x + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^3 + x + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^3 + x + C$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \sin x$ là

A. $F(x) = \sin x - \cos x + C$.

B. $F(x) = \sin x + \cos x + C$

C. $F(x) = -\sin x - \cos x + C$.

D. $F(x) = -\sin x + \cos x + C$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3); B(-2; 1; 2)$. Tìm điểm M thỏa mãn $\overline{MB} = 2\overline{MA}$

A. $M(4; 3; 1)$.

B. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

C. $M(4; 3; 4)$.

D. $M(-1; 3; 5)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3; -2; 4), R = 25$

B. $I(-3; 2; -4), R = 5$

C. $I(3; -2; 4), R = 5$

D. $I(-3; 2; -4), R = 25$

Câu 17: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x + 4 \ln|x-3| + 1$.

B. $F(x) = x + 2 \ln|x-3| - 1$.

C. $F(x) = x - 4 \ln|2x-3| + 1$.

D. $F(x) = x + 4 \ln|x-3| + 1$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1); B(3; 3; -1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB

A. $(\alpha): x + 2y - z - 3 = 0$.

B. $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$.

C. $(\alpha): x + 2y - z + 2 = 0$.

D. $(\alpha): x + 2y - z - 4 = 0$.

Câu 19: Nguyên hàm $I = \int e^{2x} dx$ là

A. $\frac{1}{2}e^x + C$.

B. $-\frac{1}{2}e^2 + C$.

C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$.

D. $e^{2x} + C$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và C là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + C$.

B. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx + C$.

C. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + \int C dx$.

D. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx$.

Câu 21: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 + \sqrt{x}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{2} + \frac{3}{2}x\sqrt{x}$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{2} + \frac{2}{3}x\sqrt{x}$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^5}{2} + \sqrt{x}$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^4}{2} + 2\sqrt{x}$.

Câu 22: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) có phương trình: $2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h = 2$.

B. $h = 6$.

C. $h = \frac{10}{3}$.

D. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Câu 23: Tích phân $I = \int_1^2 (2x-1)e^x dx$ bằng:

A. $(2x-1)e^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx$. **B.** $(2x-1)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$. **C.** $(2x-1)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 2e^x dx$. **D.** $(2x-1)e^x \Big|_1^2 + \int_1^2 2e^x dx$.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2(4x+1)}$ là

A. $\frac{1}{4} \cot(4x+1) + C$. **B.** $-\frac{1}{4} \cot(4x+1) + C$. **C.** $\frac{1}{4} \tan(4x+1) + C$. **D.** $-\cot(4x+1) + C$.

Câu 25: Khi tính $I = \int (2x-1) \ln x dx$. Ta đặt $u = \ln x$, $dv = (2x-1) dx$ thì ta được

A. $I = (x^2 - x) \ln x - \int (x-1) dx$.

B. $I = 2 \ln x - \int \frac{2}{x} dx$.

C. $I = (x^2 - x) \ln x + \int (x-1) dx$.

D. $I = (2x-1) \ln x - \int (x-1) dx$.

Câu 26: Cho biết $\int_1^2 f(x) dx = -4$ và $\int_1^5 f(x) dx = 6$. Khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ có kết quả là

A. -10 .

B. 2 .

C. 7 .

D. 10 .

Câu 27: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

A. $M_3(3;0;0)$.

B. $M_4(0;2;0)$.

C. $M_1(0;0;-1)$.

D. $M_2(3;2;0)$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(6,2,-5)$ và $B(-4,0,7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB?

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Câu 29: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là

A. $x^7 - \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$.

B. $x^7 + \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$.

C. $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$.

D. $x^7 - \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên $[1;2]$, $F(2)=1$ và $\int_1^2 F(x)dx = 5$. Tính $\int_1^2 (x-1)f(x)dx$.

- A. -4. B. $\frac{37}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{17}{9}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:

- A. $(-3;2;-1)$. B. $(-1;2;-3)$. C. $(2;-1;-3)$. D. $(2;-3;-1)$.

Câu 32: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x - 5y + z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

- A. $6x - 5y + z - 25 = 0$. B. $6x - 5y + z + 25 = 0$.
C. $6x - 5y + z - 7 = 0$. D. $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(t)dt$. B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dt$.
C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$. D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(t)d(-t)$.

Câu 34: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và thỏa $F(\pi) = 1$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x}$ là

- A. $\frac{1}{2x^2} + C$. B. $\ln |2x| + C$. C. $-\frac{1}{2x^2} + C$. D. $\frac{\ln |x|}{2} + C$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\ln x + 1}}$, biết $F(1) = 3$.

Câu 37: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn: $x.f'(x) = x^2.f^2(x) + (2x-1)f(x) + 1$, với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ đồng thời thỏa $f(1) = -2$.

Tính $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Câu 39: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2 \cos^2 \frac{x}{2} + x \cos x\right) e^{\sin x} dx$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $I = \int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$, đổi biến $u = \sqrt{1+x^2}$, ta được:

- A. $I = \int_0^1 (u^4 - u^2) dx$. B. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^3 - u) dx$. **C. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^4 - u^2) du$.** D. $I = \int_1^{\sqrt{2}} (u^2 - u^4) du$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow u^2 = 1+x^2 \Rightarrow u du = x dx$.

Đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow u = 1$;

với $x = 1 \Rightarrow u = \sqrt{2}$.

Vậy $I = \int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx = \int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^2} \cdot x dx = \int_1^{\sqrt{2}} (u^2 - 1) u \cdot u du = \int_1^{\sqrt{2}} (u^4 - u^2) du$.

Câu 2: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Tính tích phân $I = \int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$.

- A. $I = 34$** B. $I = -34$. C. $I = -46$. D. $I = 38$

Lời giải

Chọn A

$I = \int_2^5 [2 - 4f(x)] dx = \int_2^5 [4f(x) - 2] dx = 4 \int_2^5 f(x) dx - \int_2^5 2 dx = 4 \cdot 10 - 6 = 34$

Câu 3: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(2x-1) dx$.

- A. $I = \frac{3}{2}$** . B. $I = \frac{5}{2}$. C. $I = \frac{15}{2}$. D. $I = \frac{7}{2}$

Lời giải

Chọn B

Đặt: $u = 2x-1 \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} du$ nên ta có:

$I = \int_1^2 f(2x-1) dx = \int_1^3 \frac{1}{2} f(u) du = \frac{5}{2}$

Câu 4: Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên $[a, b]$, k là hằng số khác 0. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.
- C. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k [F(b) - F(a)]$.** D. $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx = k \cdot F(x) \Big|_a^b = k [F(b) - F(a)]$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.
 C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (MNP) cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm M, N, P nên phương trình mặt phẳng (MNP) theo đoạn chắn: $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0;2]$, đồng biến trên đoạn này, $f(0) = 1$, $f(2) = 5$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{f(x) + f'(x)}{f(x)} dx$.

- A. $2 - \ln 5$. B. $2 + \ln 5$. C. $1 - \ln 5$. D. $\ln 5$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^2 \frac{f(x) + f'(x)}{f(x)} dx = \int_0^2 \left(1 + \frac{f'(x)}{f(x)} \right) dx = \int_0^2 1 dx + \int_0^2 \frac{d(f(x))}{f(x)} dx = x \Big|_0^2 + \ln|f(x)| \Big|_0^2$
 $= 2 + \ln 5 - \ln 1 = 2 + \ln 5$.

Câu 7: Cho $\int_1^5 f(x) dx = 2$ và $\int_5^1 g(t) dt = -7$. Khi đó $\int_1^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. -5. C. 9. D. -9.

Lời giải

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên ta có $\int_5^1 g(t) dt = \int_5^1 g(x) dx = -7$.

Và $\int_1^5 g(x) dx = -\int_5^1 g(x) dx = 7$. Do đó $\int_1^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^5 f(x) dx + \int_1^5 g(x) dx = 2 + 7 = 9$.

Câu 8: Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 18. B. 29. C. 5. D. -5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1) = 17$. Mà $f(1) = 12$ suy ra $f(4) = 29$

Câu 9: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó một véc tơ pháp tuyến của (α) là

- A. $\vec{n}(-2; 3; 1)$. B. $\vec{n}(2; 3; -4)$. C. $\vec{n}(2; -3; 4)$. D. $\vec{n}(-2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy một véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}(2; -3; -4)$ cùng phương với $\vec{n}(-2; 3; 4)$

- Câu 10:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $2^{f(a)} = 2^{f(b)-1}$. Tính $\int_a^b f'(x) dx$
- A. $I = 0$. B. $I = 2$. C. $I = -1$. **D. $I = 1$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2^{f(a)} = 2^{f(b)-1} \Leftrightarrow f(b) - f(a) = 1$$

$$\text{nên } \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = 1$$

- Câu 11:** Một nguyên hàm $f(x) = 4^x \cdot 3^x$ là

- A. $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12}$.** B. $F(x) = 4^x \cdot \ln 4 + 3^x \cdot \ln 3$.
- C. $F(x) = \frac{4^x \cdot 3^x}{\ln 4 \cdot \ln 3}$. D. $F(x) = 12^x \cdot \ln 12$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = 4^x \cdot 3^x = 12^x \Rightarrow \int 12^x dx = \frac{12^x}{\ln 12} + C$$

- Câu 12:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-3)^5$ là.

- A. $\frac{(2x-3)^6}{3} + C$. B. $\frac{(2x-3)^6}{6} + C$. C. $10(2x-3)^4 + C$. **D. $\frac{(2x-3)^6}{12} + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$f(x) = (2x-3)^5 \Rightarrow \int (2x-3)^5 dx = \frac{(2x-3)^6}{12} + C$$

- Câu 13:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^3 + x + C$.** B. $F(x) = \frac{-1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^3 + x + C$.
- C. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^3 + x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^3 + x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1 \Rightarrow \int \left(x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1 \right) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^3 + x + C$$

- Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \sin x$ là

- A. $F(x) = \sin x - \cos x + C$.**
- B. $F(x) = \sin x + \cos x + C$
- C. $F(x) = -\sin x - \cos x + C$.
- D. $F(x) = -\sin x + \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + C$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3); B(-2;1;2)$. Tìm điểm M thỏa mãn $\overline{MB} = 2\overline{MA}$

- A. $M(4;3;1)$. B. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $M(4;3;4)$. D. $M(-1;3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $M(a;b;c)$ ta có $\overline{MB} = (-2-a; 1-b; 2-c)$; $2\overline{MA} = (2-2a; 4-2b; 6-2c)$. Vậy

$$\overline{MB} = 2\overline{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-a = 2-2a \\ 1-b = 4-2b \\ 2-c = 6-2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow M(4;3;4).$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3;-2;4), R = 25$ B. $I(-3;2;-4), R = 5$
 C. $I(3;-2;4), R = 5$ D. $I(-3;2;-4), R = 25$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = 4 \\ d = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(3;-2;4) \\ R = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2 - 4} = 5 \end{cases}$$

Câu 17: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = x + 4 \ln|x-3| + 1$. B. $F(x) = x + 2 \ln|x-3| - 1$.
 C. $F(x) = x - 4 \ln|2x-3| + 1$. D. $F(x) = x + 4 \ln|x-3| + 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{x+1}{x-3} dx = \int \left(1 + \frac{4}{x-3}\right) dx = x + 4 \ln|x-3| + C.$$

Do $F(2) = 3$ nên ta có: $2 + C = 3 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = x + 4 \ln|x-3| + 1$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1); B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB

- A. $(\alpha): x + 2y - z - 3 = 0$.
 B. $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$.
 C. $(\alpha): x + 2y - z + 2 = 0$.
 D. $(\alpha): x + 2y - z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $M = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{-1+3}{2}; \frac{1-1}{2} \right) = (2; 1; 0)$.

Ta có: $\overline{AB} = (3-1; 3-(-1); -1-1) = (2; 4; -2) = 2(1; 2; -1)$;

Mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB hay $(\alpha) \perp AB$, nên ta có véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\overline{n_{(\alpha)}} = (1; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có vtpt $\overline{n_{(\alpha)}}$ là:

$$\begin{aligned} (x-2) + 2(y-1) - z &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2y - z - 4 &= 0 = 0. \end{aligned}$$

Câu 19: Nguyên hàm $I = \int e^{2x} dx$ là

- A. $\frac{1}{2}e^x + C$. B. $-\frac{1}{2}e^2 + C$. **C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$.** D. $e^{2x} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d2x = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và C là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + C$.** B. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx + C$.
C. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + \int C dx$. D. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 + \sqrt{x}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{2} + \frac{3}{2} x\sqrt{x}$. **B. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{2} + \frac{2}{3} x\sqrt{x}$.**
C. $\int f(x) dx = \frac{x^5}{2} + \sqrt{x}$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{2} + 2\sqrt{x}$.

Giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x^3 + \sqrt{x}) dx = \int 2x^3 dx + \int \sqrt{x} dx = 2 \int x^3 dx + \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^4}{2} + \frac{2}{3} x\sqrt{x}$

Câu 22: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) có phương trình: $2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

- A. $h = 2$.** B. $h = 6$. C. $h = \frac{10}{3}$. D. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $d_{(M;(\alpha))} = \frac{|Ax_M + By_M + Cz_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) là:

$$h = \frac{|2 - 2 + 1 + 5|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2.$$

Câu 23: Tích phân $I = \int_1^2 (2x-1)e^x dx$ bằng:

- A. $(2x-1)e^x \Big|_1^2 + \int_1^2 e^x dx$. B. $(2x-1)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$.
 C. $(2x-1)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 2e^x dx$. D. $(2x-1)e^x \Big|_1^2 + \int_1^2 2e^x dx$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x-1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

Khi đó:

$$\int_1^2 (2x-1).e^x dx = (2x-1)e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 2e^x dx.$$

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2(4x+1)}$ là

- A. $\frac{1}{4} \cot(4x+1) + C$. B. $-\frac{1}{4} \cot(4x+1) + C$.
 C. $\frac{1}{4} \tan(4x+1) + C$. D. $-\cot(4x+1) + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{\sin^2(4x+1)} dx = -\frac{1}{4} \cot(4x+1) + C.$$

Câu 25: Khi tính $I = \int (2x-1) \ln x dx$. Ta đặt $u = \ln x$, $dv = (2x-1) dx$ thì ta được

- A. $I = (x^2 - x) \ln x - \int (x-1) dx$. B. $I = 2 \ln x - \int \frac{2}{x} dx$.
 C. $I = (x^2 - x) \ln x + \int (x-1) dx$. D. $I = (2x-1) \ln x - \int (x-1) dx$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x-1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^2 - x \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } I = (x^2 - x) \ln x - \int (x-1) dx.$$

Câu 26: Cho biết $\int_1^2 f(x) dx = -4$ và $\int_1^5 f(x) dx = 6$. Khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ có kết quả là

- A. -10. B. 2. C. 7. D. 10.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \Leftrightarrow 6 = -4 + \int_2^5 f(x) dx \Leftrightarrow \int_2^5 f(x) dx = 10.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm

- A. $M_3(3;0;0)$. B. $M_4(0;2;0)$. C. $M_1(0;0;-1)$. D. $M_2(3;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của $M(3;2;-1)$ trên trục Oz là điểm có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6,2,-5)$ và $B(-4,0,7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.
C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$. D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ tâm của mặt cầu là: $I(1,1,1)$.

$$\overline{AB} = (-10; -2; 12) \Rightarrow AB = 2\sqrt{62}.$$

Bán kính của mặt cầu là: $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{62}}{2} = \sqrt{62}$.

Ta có phương trình mặt cầu đường kính AB là:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (\sqrt{62})^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62.$$

Câu 29: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là

- A. $x^7 - \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$. B. $x^7 + \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$.
C. $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$. D. $x^7 - \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int \left(7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2 \right) dx = x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$$

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên $[1;2]$, $F(2) = 1$ và $\int_1^2 F(x)dx = 5$. Tính

$$\int_1^2 (x-1)f(x)dx.$$

- A. -4 . B. $\frac{37}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{17}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = x - 1 \\ dv = f(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = F(x) \end{cases}$$

$$\int_1^2 (x-1)f(x)dx = (x-1)F(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 F(x)dx = F(2) - 5 = -4$$

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là:

- A. $(-3; 2; -1)$. **B. $(-1; 2; -3)$.**
 C. $(2; -1; -3)$. D. $(2; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3).$$

Câu 32: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta) : 6x - 5y + z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

- A. $6x - 5y + z - 25 = 0$.** B. $6x - 5y + z + 25 = 0$.
 C. $6x - 5y + z - 7 = 0$. D. $6x - 5y + z + 17 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) nên có dạng $6x - 5y + z + c = 0$ ($c \neq -7$).

Do (α) đi qua $M(1; -3; 4)$ ta có $6.1 - 5(-3) + 4 + c = 0 \Rightarrow c = -25$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $6x - 5y + z - 25 = 0$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(t)dt$. **B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dt$.**
 C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$. D. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(t)d(-t)$.

Lời giải

Chọn B

Sửa lại đúng phải là:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(t)dt = \int_a^b f(t)dt = \int_b^a f(t)d(-t). \text{ (là các kết quả của đáp án A, C, D)}$$

Câu 34: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm hàm số $f(x) = \cos 2x$ và thỏa $F(\pi) = 1$. Giá trị của

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. 1. **B. $\frac{3}{2}$.** C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Mà $F(\pi) = 1$

Nên $\frac{1}{2} \sin 2\pi + C = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 1 \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4} + 1$

$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 + 1 = \frac{3}{2}$

Cách 2: (Bấm máy tính)

Ta có $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos 2x dx = F(\pi) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) = F(\pi) - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos 2x dx \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$.

Câu 35: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x}$ là

A. $\frac{1}{2x^2} + C$.

B. $\ln |2x| + C$.

C. $-\frac{1}{2x^2} + C$.

D. $\frac{\ln |x|}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x) = \int \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx = \frac{\ln |x|}{2} + C$.

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\ln x + 1}}$, biết $F(1) = 3$.

Lời giải

Xét $I = \int \frac{1}{x\sqrt{2\ln x + 1}} dx$.

Đặt $t = \sqrt{2\ln x + 1} \Rightarrow t^2 = 2\ln x + 1 \Rightarrow t dt = \frac{1}{x} dx$.

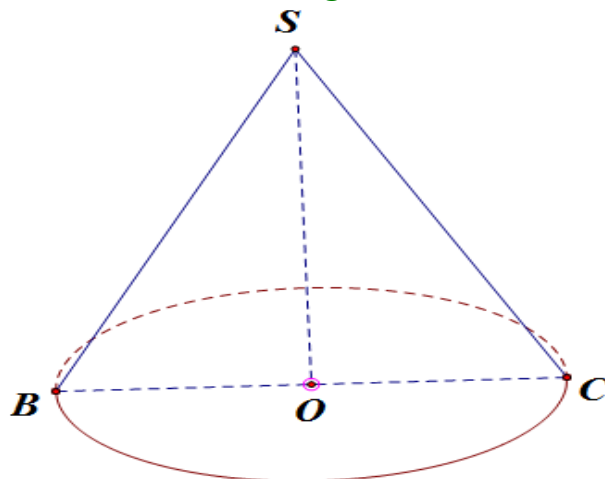
Khi đó $I = \int \frac{1}{t} t dt = \int 1 dt = t + C$ hay $I = \sqrt{2\ln x + 1} + C$.

Theo giả thiết $F(1) = 3 \Rightarrow 1 + C = 3 \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = \sqrt{2\ln x + 1} + 2$.

Câu 37: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

Lời giải



Gọi S là đỉnh của hình nón đã cho và BC là một đường kính đáy của hình nón đó. O là tâm của đường tròn đáy

Gọi R là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao của hình nón, l là độ dài đường sinh của hình nón. Ta có $BO = OC = R$, $SO = h, SB = l$

Theo bài ra ta có $\widehat{BSC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BSO} = 30^\circ$. Xét $\triangle BSO$ vuông tại O ta có

$$BO = SO \cdot \tan 30^\circ \Rightarrow R = \frac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = R\sqrt{3} \quad (1)$$

Lại có diện tích xung quanh của hình nón bằng $6\pi a^2$. Suy ra

$$6\pi a^2 = \pi Rl \Rightarrow Rl = 6a^2 \Rightarrow R\sqrt{h^2 + R^2} = 6a^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $R\sqrt{3R^2 + R^2} = 6a^2 \Rightarrow 2R^2 = 6a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{3} \Rightarrow h = 3a$

Vậy thể tích khối nón đã cho $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn: $x \cdot f'(x) = x^2 \cdot f^2(x) + (2x-1)f(x) + 1$, với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ đồng thời thỏa $f(1) = -2$.

Tính $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có: $x \cdot f'(x) = x^2 \cdot f^2(x) + (2x-1)f(x) + 1$

$$\Leftrightarrow x \cdot f'(x) = x^2 f^2(x) + 2x \cdot f(x) + 1 - f(x)$$

$$\Leftrightarrow [x \cdot f'(x) + f(x)] = [xf(x) + 1]^2 \quad (1)$$

* Nếu $x \cdot f(x) + 1 = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x}$, khi đó $f(1) = -\frac{1}{1} = -1$.

* Nếu $x \cdot f(x) + 1 \neq 0$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x \cdot f'(x) + f(x)}{[xf(x) + 1]^2} = 1.$$

$$\text{Lấy tích phân 2 vế: } \int_{1/2}^1 \frac{[x \cdot f(x)]'}{[x \cdot f(x) + 1]^2} dx = \int_{1/2}^1 \frac{d[x \cdot f(x) + 1]}{[x \cdot f(x) + 1]^2} = -\frac{1}{x \cdot f(x) + 1} \Big|_{1/2}^1 = \int_{1/2}^1 dx = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right) + 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = -1$$

Câu 39: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2 \cos^2 \frac{x}{2} + x \cos x\right) e^{\sin x} dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x + x \cos x) e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{\sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x e^{\sin x} dx$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = e - 1$$

$$\text{Tính } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x e^{\sin x} d(\sin x) = x e^{\sin x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx = \frac{\pi}{2} \cdot e - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx + e - 1 + \frac{\pi e}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx = e - 1 + \frac{\pi e}{2}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 11

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có phương trình là:

A. $(Q): 2x + 3z - 12 = 0.$

B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0.$

C. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0.$

D. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0.$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn và

$$f(0) = \frac{\pi}{2}; \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx = 2\pi. \text{ Tính } f\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

C. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5\pi}{2}.$

D. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}.$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ phương trình $\vec{a} = (-1; 1; 0); \vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}.$

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}.$

C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}.$

D. $\vec{b} \perp \vec{a}.$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + e^x - 4x$?

A. $\cos x + e^x - 2x^2 + C.$

B. $-\cos x + e^x - 4 + C.$

C. $\cos x + e^x - 4 + C.$

D. $-\cos x + e^x - 2x^2 + C.$

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \neq 0.$

D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Câu 6: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Biểu thức $\int_b^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx$ bằng

A. 0.

B. $\int_b^a f(x) dx \cdot \int_a^b f(x) dx.$

C. $2 \int_b^a f(x) dx.$

D. $2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b kf(x) dx = k(a - b), k \in \mathbb{R}.$

C. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

Câu 8: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx.$

B. $\int_a^a f(x) dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Câu 9: Cho $0 < a < 1 < b$. Tính $\int_a^b |x^2 - x| dx$.

A. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx$.

B. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx$.

C. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx$.

D. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx$.

Câu 10: Tìm họ nguyên hàm $\int 3^x dx$?

A. $3^x \cdot \ln 3 + C$.

B. $\frac{1}{4} x^4 + C$.

C. $3^x + C$.

D. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 11: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{\cos^2 x}$?

A. $F(x) = \frac{4x}{\sin^2 x}$.

B. $F(x) = 4 \tan x$.

C. $F(x) = 4 + \tan x$.

D. $F(x) = \frac{4x}{\tan x}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 0)$. Tọa độ của vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là

A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$.

B. $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

C. $\vec{c} = (8; -2; -6)$.

D. $\vec{c} = (2; 1; 3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; -1; -4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 7x - 2y + 4z + 1 = 0$ là

A. $(\alpha): 7x - 2y + 4z - 17 = 0$.

B. $(\alpha): 7x - 2y - 4z + 1 = 0$.

C. $(\alpha): 7x - 2y - 4z - 19 = 0$.

D. $(\alpha): 7x - 2y + 4z - 21 = 0$.

Câu 14: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 3, \int_3^4 f(x) dx = 7$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

A. 7.

B. 0.

C. 10.

D. 4.

Câu 15: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $F(x) = f(x) + C$.

B. $f'(x) = F(x)$.

C. $F'(x) = f(x)$.

D. $F(x) = f(x)$.

Câu 16: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG?

A. Nếu $\int_a^b f(x) dx \geq 0$ thì $f(x) \geq 0$ trên đoạn $[a; b]$.

B. Nếu $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = 0$ thì $f(x) = g(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

C. Nếu $c \in (a; b)$ thì $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. Nếu $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b g(x) dx$ thì $f(x) \geq g(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{m} = (1; 2; -3)$.

B. $\vec{v} = (1; -2; -3)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

D. $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 6x - 2y - 3z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 6y - 3z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. (P) vuông góc (Q) . **B.** (P) trùng (Q) .
C. (P) song song (Q) . **D.** (P) cắt (Q) ; (P) không vuông góc (Q) .
- Câu 19:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(x^2 + 2)^3$ sau phép đặt $t = x^2 + 2$?
A. $F(t) = \int 6t^3 dt$. **B.** $F(t) = \int \frac{1}{2}t^3 dt$. **C.** $F(t) = \int t^3 dt$. **D.** $F(t) = \int 2t^3 dt$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; 4; -3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 9 = 0$ là
A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Toạ độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là
A. $I(2; -1; -3); r = 4$. **B.** $I(-2; 1; 3); r = 4$. **C.** $I(2; -1; -3); r = \sqrt{12}$. **D.** $I(-2; 1; 3); r = \sqrt{12}$.
- Câu 22:** Tính $S = e^{\int \frac{dx}{2x-1}}$.
A. $S = 25$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 18$.
- Câu 23:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , biết $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^3 f(3x) dx$.
A. 27. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 15.
- Câu 24:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , biết $\int_1^2 f(x) dx = 3; \int_1^3 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 f(x) dx$ bằng
A. 2. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 15.
- Câu 25:** Phát biểu nào sau đây **đúng**?
A. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$. **B.** $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$.
C. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$ **D.** $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$
- Câu 26:** Tìm họ nguyên hàm $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$?
A. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 4; 2)$ và bán kính $r = 9$ có phương trình là
A. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$. **B.** $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.
C. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$. **D.** $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Câu 28: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là hàm số $y = F(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$

Câu 29: Cho $F(x) = \int (3x^2 - 2x) dx$, biết $F(1) = 0$, tìm $F(x)$?

- A. $F(x) = x^3 - x^2$. B. $F(x) = x^3 - x^2 + 2$. C. $F(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F(x) = x^3 + x^2$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(1; 7; -3)$. B. $(1; -3; 7)$. C. $(7; 1; -3)$. D. $(7; -3; 1)$

Câu 31: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x$?

- A. $F(x) = -\cos x$. B. $F(x) = -\sin x$. C. $F(x) = \sin x$. D. $F(x) = \cos x$.

Câu 32: Tìm họ nguyên hàm $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 1 \right) dx$?

- A. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + x + C$. B. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + x - C$. C. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + x + C$.

Câu 33: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó, hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

- A. $\int_0^1 -f(x) dx$. B. $\int_0^1 f(x) dx$. C. $\int_0^1 F(x) dx$. D. $\int_0^1 -F(x) dx$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[2; 3]$ và $f(2) = 2, f(3) = 5$. Tính

- $\int_2^3 f'(x) dx$.
 A. 7. B. 3. C. 10. D. -3.

Câu 35: Để tính $\int x \ln(2021+x) dx$ theo phương pháp tích nguyên hàm từng phần, ta thực hiện phép đặt như thế nào?

- A. $\begin{cases} u = \ln(2021+x) \\ dv = dx \end{cases}$. B. $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln(2021+x) dx \end{cases}$. C. $\begin{cases} u = x \ln(2021+x) \\ dv = dx \end{cases}$. D. $\begin{cases} u = \ln(2021+x) \\ dv = x dx \end{cases}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{\cos x}{2 \sin x + 1}$

Câu 37: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 4$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh nón và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ sao cho $\frac{f(x)}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} f'(x) = \frac{-1}{x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 2$. Tính $f(4)$

Câu 39: Tính $I = \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có phương trình là:

A. $(Q): 2x + 3z - 12 = 0.$

B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0.$

C. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0.$

D. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -3; 2).$

$\vec{AB} = (-3; -3; 2).$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_p \\ \vec{n} \perp \vec{AB} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_p; \vec{AB}] = (0; -8; -12)$

Do đó, phương trình mặt phẳng $(Q): -8(y - 4) - 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn và

$f(0) = \frac{\pi}{2}; \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx = 2\pi.$ Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right).$

A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$

C. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5\pi}{2}$

D. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx = 2\pi \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) - f(0) = 2\pi \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ phương trình $\vec{a} = (-1; 1; 0); \vec{b} = (1; 1; 0)$ và $\vec{c} = (1; 1; 1).$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}.$

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}.$

C. $|\vec{a}| = \sqrt{2}.$

D. $\vec{b} \perp \vec{a}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|\vec{c}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}; |\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ và $\vec{b} \cdot \vec{a} = 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 0 = 0 \Rightarrow \vec{b} \perp \vec{a}.$

Do đó Đáp án B, C, D đúng.

Đáp án A sai.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + e^x - 4x$?

A. $\cos x + e^x - 2x^2 + C.$

B. $-\cos x + e^x - 4 + C.$

C. $\cos x + e^x - 4 + C.$

D. $-\cos x + e^x - 2x^2 + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int (\sin x + e^x - 4x) dx = -\cos x + e^x - 2x^2 + C$

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$
- B. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$
- C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \neq 0.$
- D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Biểu thức $\int_b^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx$ bằng

- A. 0.
- B. $\int_b^a f(x) dx \cdot \int_a^b f(x) dx.$
- C. $2 \int_b^a f(x) dx.$
- D. $2 \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

$$\int_b^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx - \int_b^a f(x) dx = 0$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$
- B. $\int_a^b kf(x) dx = k(a - b), k \in \mathbb{R}.$
- C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$
- D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$

Lời giải

Chọn B

$$\int_a^b k dx = k(b - a), k \in \mathbb{R}.$$

Câu 8: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b [f(x)g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx.$
- B. $\int_a^a f(x) dx = 0.$
- C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$
- D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Cho $0 < a < 1 < b$. Tính $\int_a^b |x^2 - x| dx$.

- A. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx.$
- B. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx.$
- C. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx.$
- D. $-\int_a^1 (x^2 - x) dx - \int_1^b (x^2 - x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

x		0		1	
$f(x)$	+	0	-	0	+

$$\int_a^b |x^2 - x| dx = -\int_a^1 (x^2 - x) dx + \int_1^b (x^2 - x) dx.$$

Câu 10: Tìm họ nguyên hàm $\int 3^x dx$?

- A. $3^x \cdot \ln 3 + C$. B. $\frac{1}{4} x^4 + C$. C. $3^x + C$. **D. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$.**

Lời giải

Chọn D

Vì $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($a > 0, a \neq 1$).

Câu 11: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{\cos^2 x}$?

- A. $F(x) = \frac{4x}{\sin^2 x}$. **B. $F(x) = 4 \tan x$.** C. $F(x) = 4 + \tan x$. D. $F(x) = \frac{4x}{\tan x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{4}{\cos^2 x} dx = 4 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = 4 \tan x + C$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 0)$. Tọa độ của vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là

- A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$. B. $\vec{c} = (4; -2; -6)$. **C. $\vec{c} = (8; -2; -6)$.** D. $\vec{c} = (2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = (2 \cdot 1 - 3 \cdot (-2); 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2; 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 0) = (8; -2; -6)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; -1; -4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 7x - 2y + 4z + 1 = 0$ là

- A. $(\alpha): 7x - 2y + 4z - 17 = 0$. B. $(\alpha): 7x - 2y - 4z + 1 = 0$.
C. $(\alpha): 7x - 2y - 4z - 19 = 0$. **D. $(\alpha): 7x - 2y + 4z - 21 = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; -1; -4)$ và nhận vector pháp tuyến là $\vec{n} = (7; -2; 4)$ nên có phương trình: $(\alpha): 7x - 2y + 4z - 21 = 0$.

Câu 14: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 3, \int_3^4 f(x) dx = 7$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. 7. B. 0. **C. 10.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = 3 + 7 = 10$.

- Câu 15:** Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì khẳng định nào là khẳng định đúng?
A. $F(x) = f(x) + C$. **B.** $f'(x) = F(x)$. **C.** $F'(x) = f(x)$. **D.** $F(x) = f(x)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 16:** Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

- A.** Nếu $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ thì $f(x) \geq 0$ trên đoạn $[a; b]$.
B. Nếu $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = 0$ thì $f(x) = g(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
C. Nếu $c \in (a; b)$ thì $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.
D. Nếu $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$ thì $f(x) \geq g(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{m} = (1; 2; -3)$. **B.** $\vec{v} = (1; -2; -3)$. **C.** $\vec{n} = (1; -2; 3)$. **D.** $\vec{u} = (3; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 6x - 2y - 3z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 6y - 3z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** (P) vuông góc (Q) . **B.** (P) trùng (Q) .
C. (P) song song (Q) . **D.** (P) cắt (Q) ; (P) không vuông góc (Q) .

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{6}{2} \neq \frac{-2}{6}$ nên (P) cắt (Q) ;

Lại có: $a.a' + b.b' + c.c' = 6.2 + (-2).6 + (-3).(-3) = 9 \neq 0$. Nên (P) không vuông góc (Q) .

- Câu 19:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(x^2 + 2)^3$ sau phép đặt $t = x^2 + 2$?

- A.** $F(t) = \int 6t^3 dt$. **B.** $F(t) = \int \frac{1}{2}t^3 dt$. **C.** $F(t) = \int t^3 dt$. **D.** $F(t) = \int 2t^3 dt$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 + 2 \Rightarrow dt = 2xdx$

Khi đó $F(t) = \int t^3 dt$.

- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; 4; -3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 9 = 0$ là

- A.** 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $M(2;4;-3)$ đến mặt phẳng $(\alpha):2x - y + 2z - 9 = 0$ là

$$d(M,(\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 4 + 2 \cdot (-3) - 9|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 5.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Toạ độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) là

- A.** $I(2;-1;-3); r = 4$. **B.** $I(-2;1;3); r = 4$.
C. $I(2;-1;-3); r = \sqrt{12}$. **D.** $I(-2;1;3); r = \sqrt{12}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$ có tâm $I(2;-1;-3)$ và bán kính $r = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-3)^2 + 2} = 4$.

Câu 22: Tính $S = e^{\int_1^5 \frac{dx}{2x-1}}$.

- A.** $S = 25$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 18$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| \Big|_1^5 = \frac{1}{2} \ln 9 = \ln 3$

Do đó: $S = e^{\int_1^5 \frac{dx}{2x-1}} = e^{\ln 3} = 3$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , biết $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^3 f(3x)dx$.

- A.** 27. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$

Đổi cận:

x	0	3
t	0	9

Do đó: $\int_0^3 f(3x)dx = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t)dt = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , biết $\int_1^2 f(x)dx = 3; \int_1^3 f(x)dx = 5$. Khi đó $\int_2^3 f(x)dx$ bằng

- A.** 2. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} nên

$$\int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx \Rightarrow \int_2^3 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = 5 - 3 = 2.$$

Câu 25: Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx.$

B. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$

C. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$

D. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

Vậy $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$

Câu 26: Tìm họ nguyên hàm $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$?

A. $\frac{x^3}{3} + 2 \ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} + 2 \ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C.$

D. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx$

$$= \frac{x^3}{3} + 2 \ln|x| - 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{x^3}{3} + 2 \ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 4; 2)$ và bán kính $r = 9$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$

B. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

C. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9.$

D. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 4; 2)$ và bán kính $r = 9$ có phương trình là:

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$$

Câu 28: Cho $a, b \in \mathbb{R}$, hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là hàm số $y = F(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$

Lời giải

Chọn B

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 29: Cho $F(x) = \int (3x^2 - 2x) dx$, biết $F(1) = 0$, tìm $F(x)$?

- A. $F(x) = x^3 - x^2$. B. $F(x) = x^3 - x^2 + 2$. C. $F(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F(x) = x^3 + x^2$

Lời giải

Chọn A

$F(x) = \int (3x^2 - 2x) dx = x^3 - x^2 + C$. $F(1) = 0 \Rightarrow C = 0$

Vậy $F(x) = x^3 - x^2$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(1; 7; -3)$. B. $(1; -3; 7)$. C. $(7; 1; -3)$. D. $(7; -3; 1)$

Lời giải

Chọn D

$\vec{a} = (7; -3; 1)$.

Câu 31: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x$?

- A. $F(x) = -\cos x$. B. $F(x) = -\sin x$. C. $F(x) = \sin x$. D. $F(x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32: Tìm họ nguyên hàm $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 1 \right) dx$?

- A. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + x + C$. B. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + x - C$. C. $\frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 1 \right) dx = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - x + C$.

Câu 33: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó, hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

- A. $\int_0^1 -f(x) dx$. B. $\int_0^1 f(x) dx$. C. $\int_0^1 F(x) dx$. D. $\int_0^1 -F(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A, ta có: $\int_0^1 -f(x) dx = -F(x) \Big|_0^1 = -(F(1) - F(0)) = F(0) - F(1)$ nên chọn.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[2; 3]$ và $f(2) = 2, f(3) = 5$. Tính

$\int_2^3 f'(x) dx$.

- A. 7. B. 3. C. 10. D. -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_2^3 f'(x)dx = f(x)\Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3.$

Câu 35: Để tính $\int x \ln(2021+x)dx$ theo phương pháp tích nguyên hàm từng phần, ta thực hiện phép đặt như thế nào?

- A. $\begin{cases} u = \ln(2021+x) \\ dv = dx \end{cases}$. B. $\begin{cases} u = x \\ dv = \ln(2021+x) dx \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u = x \ln(2021+x) \\ dv = dx \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u = \ln(2021+x) \\ dv = xdx \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Tìm nguyên hàm $\int x \ln(2021+x)dx$ thì đặt : $\begin{cases} u = \ln(2021+x) \\ dv = xdx \end{cases}$

II. PHẦN TỰ LUẬN

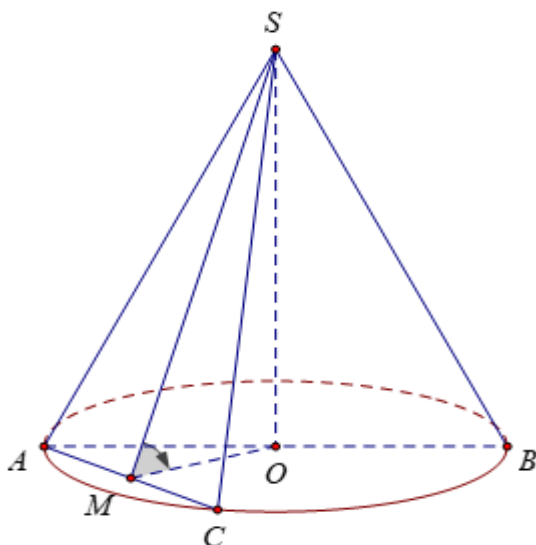
Câu 36: Tìm họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{\cos x}{2 \sin x + 1}$

Lời giải

$$\int \frac{\cos x}{2 \sin x + 1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(2 \sin x + 1)}{2 \sin x + 1} = \frac{1}{2} \ln |2 \sin x + 1| + C$$

Câu 37: (1,0 điểm) Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 4$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh nón và cắt hình nón theo một thiết diện là một tam giác đều có diện tích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho

Lời giải



Thiết diện là tam giác đều SAC .

Đặt cạnh của tam giác đều là x

$$\Rightarrow SM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{\Delta SAC} = \frac{1}{2} SM \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot x = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow SA = SC = AC = 5$$

Xét tam giác vuông SAO , áp dụng định lý pitago: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ sao cho $\frac{f(x)}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x}f'(x) = \frac{-1}{x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 2$. Tính $f(4)$

Lời giải

$$\frac{f(x)}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x}f'(x) = (f(x) \cdot \sqrt{x})' = \frac{-1}{x^2} = \left(\frac{1}{x} + C\right)' \text{ suy ra } f(x) \cdot \sqrt{x} = \frac{1}{x} + C$$

Ta có

$$f(1) = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{1}} + C = 2 \Rightarrow C = 2 - 1 = 1$$

$$f(4) = \frac{1}{\sqrt{4}} \left(\frac{1}{4} + 1\right) = \frac{5}{8}.$$

$$I = \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$$

Câu 39: Tính

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx$ ta được:

$$I = 2 \int_0^1 e^t t dt \quad \text{đặt} \quad \begin{matrix} u = t \\ dv = e^t dt \end{matrix} \quad \text{suy ra} \quad \begin{matrix} du = dt \\ v = e^t \end{matrix}$$

$$I = 2e^t t \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^t dt = 2(e^1 t - e^t) \Big|_0^1 = 2$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 12

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào dưới đây?
A. $N(0; 0; 4)$. **B.** $P(1; -2; 0)$. **C.** $Q(-1; 2; 0)$. **D.** $S(1; 0; 4)$.
- Câu 2:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(3x + 2021)$ là:
A. $\cos(3x + 2021) + C$. **B.** $\frac{1}{3} \cos(3x + 2021) + C$.
C. $-\frac{1}{3} \cos(3x + 2021) + C$. **D.** $-\cos(3x + 2021) + C$.
- Câu 3:** Cho $I = \int_0^4 f(x) dx = -3$. Khi đó $J = \int_0^4 [2f(x) - 5] dx$ bằng:
A. -3 . **B.** 14 . **C.** -26 . **D.** -11 .
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng
A. 3 . **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 9 .
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; -2)$ có phương trình là
A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 0$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} + 1 = 0$.
- Câu 6:** Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 5 = 0$?
A. $4x - 2y + 6z - 5 = 0$. **B.** $-4x + 2y + 6z - 5 = 0$.
C. $4x - 2y + 6z - 10 = 0$. **D.** $2x - y - 3z - 10 = 0$.
- Câu 7:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. **B.** $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
C. $F(x) = f(x), \forall x \in K$. **D.** $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.
- Câu 8:** Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = -F(b) - F(a)$.
- Câu 9:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là
A. $\frac{1}{\cos x} + C$. **B.** $\cot x + C$. **C.** $\tan x + C$. **D.** $-\frac{1}{\cos x} + C$.
- Câu 10:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là
A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **B.** $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. **C.** $2^x + C$. **D.** $2^x \cdot \ln 2 + C$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x-2}$ là

- A. $\frac{1}{3} \ln|3x-2| + C$. B. $\frac{1}{(3x-2)^2} + C$. C. $-\frac{1}{(3x-2)^2} + C$. D. $\ln|3x-2| + C$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_a^b k dx \cdot \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx$.
 C. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. D. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k + \int_a^b f(x) dx$.

Câu 13: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 g(x) dx = -3$ Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 2. B. -8. C. -2. D. 8.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và C là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây Sai?

- A. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + \int C dx$. B. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx + C$.
 C. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + C$. D. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx$.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ là

- A. $\int \sqrt{x} dx = \frac{3}{2} x\sqrt{x} + C$. B. $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$.
 C. $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{x} + C$. D. $\int \sqrt{x} dx = x\sqrt{x} + C$.

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{1}{3} x^3 + \frac{3}{2} x^2 + \ln|x| + C$. B. $\frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{x^2} + C$.
 C. $\frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{2} x^2 + \ln x + C$. D. $\frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{2} x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (4; -1; -3)$ làm vectơ pháp tuyến?

- A. $4x - y - 3z + 2 = 0$. B. $4x + y - 3z + 1 = 0$. C. $4x - y - 3 = 0$. D. $4x - z - 3 = 0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với trục Oy ?

- A. $y + 2z + 2 = 0$. B. $x + 2z = 0$. C. $3x - z + 1 = 0$. D. $y = 0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 3)$ và $\vec{v} = (3; -1; 2)$. Tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ là

- A. $(2; 4; -1)$. B. $(-5; -1; 0)$. C. $(-5; -5; 0)$. D. $(-5; 1; 0)$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

- A. $y = \frac{x^4}{4} + 2020$. B. $y = 3x^2$. C. $y = \frac{x^4}{4} - 2^{2019}$. D. $y = \frac{x^4}{4} - 2021$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 33: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$ bằng

- A.** $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$. **B.** $\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4}$. **C.** $-\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$. **D.** $-\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = \sin 2x$ và $f(0) = 1$. Khi đó $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng?

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1), B(-8; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A.** $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 52$ **B.** $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 26$
C. $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 26$ **D.** $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 52$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: (1,0 điểm) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Câu 37: (1,0 điểm) Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5cm$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7cm$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $3cm$. Tính diện tích của thiết diện được tạo thành.

Câu 38: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) > 0$ và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn

$$(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x} \text{ và } f(1) = 4. \text{ Tính } f(3).$$

Câu 39: (0,5 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào dưới đây?

- A. $N(0; 0; 4)$. B. $P(1; -2; 0)$. C. $Q(-1; 2; 0)$. D. $S(1; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x; y; z)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x; y; 0)$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(3x + 2021)$ là:

- A. $\cos(3x + 2021) + C$. B. $\frac{1}{3}\cos(3x + 2021) + C$.
 C. $-\frac{1}{3}\cos(3x + 2021) + C$. D. $-\cos(3x + 2021) + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a}\cos(ax + b) + C, a \neq 0$.

Nên $\int \sin(3x + 2021) dx = -\frac{1}{3}\cos(3x + 2021) + C$.

Câu 3: Cho $I = \int_0^4 f(x) dx = -3$. Khi đó $J = \int_0^4 [2f(x) - 5] dx$ bằng:

- A. -3 . B. 14 . C. -26 . D. -11 .

Lời giải

Chọn C

$J = \int_0^4 [2f(x) - 5] dx = 2 \int_0^4 f(x) dx - \int_0^4 5 dx = -6 - 20 = -26$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

- A. 3 . B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{6}$. D. 9 .

Lời giải

Chọn A

$a = 1; b = -2; c = -1; d = -3$ nên $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-3)} = 3$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; -2)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 0$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng cần tìm là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 6: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 5 = 0$?

- A. $4x - 2y + 6z - 5 = 0$. B. $-4x + 2y + 6z - 5 = 0$.

C. $4x - 2y + 6z - 10 = 0$. D. $2x - y - 3z - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

(P): $2x - y + 3z - 5 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ nên loại phương án B, D.

Vì mặt phẳng $4x - 2y + 6z - 10 = 0$ trùng với (P) nên loại C.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

C. $F(x) = f(x), \forall x \in K$.

D. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa về nguyên hàm: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 8: Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ (Công thức Newton – Leibnit)

Câu 9: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là

A. $\frac{1}{\cos x} + C$.

B. $\cot x + C$.

C. $\tan x + C$.

D. $-\frac{1}{\cos x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Vì $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ nên $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$.

Câu 10: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

B. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$.

C. $2^x + C$.

D. $2^x \cdot \ln 2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Vậy đáp án A đúng.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x-2}$ là

A. $\frac{1}{3} \ln|3x-2| + C$. **B.** $\frac{1}{(3x-2)^2} + C$. **C.** $-\frac{1}{(3x-2)^2} + C$. **D.** $\ln|3x-2| + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{1}{3x-2} dx = \frac{1}{3} \ln|3x-2| + C$

Vậy đáp án A đúng.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_a^b k dx \cdot \int_a^b f(x) dx$. **B.** $\int_a^b k \cdot f(x) dx = \int_a^b f(kx) dx$.
C. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. **D.** $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k + \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

Vậy đáp án C đúng.

Câu 13: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 g(x) dx = -3$ Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 2. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 5 - (-3) = 8$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và C là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây Sai?

A. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + \int C dx$. **B.** $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx + C$.
C. $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + C$. **D.** $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + Cx$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất và bảng nguyên hàm cơ bản ta có:

$\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + \int C dx = \int f(x) dx + Cx + C$.

Nên chỉ có đáp án $\int [f(x) + C] dx = \int f(x) dx + C$ là sai.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ là

A. $\int \sqrt{x} dx = \frac{3}{2} x\sqrt{x} + C$. **B.** $\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$.
C. $\int \sqrt{x} dx = \sqrt{x} + C$. **D.** $\int \sqrt{x} dx = x\sqrt{x} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C.$

Câu 16: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$ B. $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{x^2} + C.$
 C. $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$ **D. $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x}\right) dx = \int x^2 dx - \int 3x dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (4; -1; -3)$ làm vector pháp tuyến?

- A. $4x - y - 3z + 2 = 0.$** B. $4x + y - 3z + 1 = 0.$ C. $4x - y - 3 = 0.$ D. $4x - z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng có phương trình $4x - y - 3z + 2 = 0$ nhận $\vec{n} = (4; -1; -3)$ làm vector pháp tuyến

Mặt phẳng có phương trình $4x + y - 3z + 1 = 0$ nhận $\vec{n} = (4; 1; -3)$ làm vector pháp tuyến

Mặt phẳng có phương trình $4x - y - 3 = 0$. nhận $\vec{n} = (4; -1; 0)$ làm vector pháp tuyến

Mặt phẳng có phương trình $4x - z - 3 = 0$. nhận $\vec{n} = (4; 0; -1)$ làm vector pháp tuyến

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với trục Oy ?

- A. $y + 2z + 2 = 0.$ B. $x + 2z = 0.$ **C. $3x - z + 1 = 0.$** D. $y = 0.$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng song song với trục Oy có dạng $Ax + Cz + D = 0 (A^2 + C^2 \neq 0)$

Do đó loại hai phương án A, D.

Mặt phẳng $x + 2z = 0$ đi qua $O(0; 0) \in Oy$ nên loại B

Vậy **chọn C**

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 3)$ và $\vec{v} = (3; -1; 2)$. Toạ độ của $\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ là

- A. $(2; 4; -1).$ B. $(-5; -1; 0).$ C. $(-5; -5; 0).$ **D. $(-5; 1; 0).$**

Lời giải

Chọn D

$\vec{x} = 2\vec{u} - 3\vec{v} = (2.2 - 3.3; 2(-1) - 3(-1); 2.3 - 3.2) = (-5; 1; 0).$

Câu 20: Hàm số nào dưới đây **không** phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$?

- A. $y = \frac{x^4}{4} + 2020.$ **B. $y = 3x^2.$** C. $y = \frac{x^4}{4} - 2^{2019}.$ D. $y = \frac{x^4}{4} - 2021.$

Lời giải

Chọn B

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là $y = \frac{x^4}{4} + C$ (C : hằng số).

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. **D. $\frac{7}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

$$d(M;(P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 - 2(-3) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{7}{3}.$$

Câu 22: Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx = 6$. Giá trị của bằng $\int_{-2}^4 f\left(\frac{x}{2}\right)dx$

- A. 4. B. 6. C. 3. **D. 12.**

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_{-2}^4 f\left(\frac{x}{2}\right)dx$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2}dx \Rightarrow dx = 2dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = -2 \Rightarrow t = -1$$

$$x = 4 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{Khi đó } I = 2 \int_{-1}^2 f(t)dt = 2 \int_{-1}^2 f(x)dx = 2 \cdot 6 = 12.$$

Câu 23: Tính tích phân $\int_0^1 (2x+1)^3 dx$.

- A. -10. **B. 10.** C. 5. D. -5.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^1 (2x+1)^3 dx = \left[\frac{1}{8}(2x+1)^4 \right]_0^1 = 10.$$

Câu 24: Tích phân $\int_0^1 xe^x dx$ bằng

- A. $xe^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^x dx$. B. $xe^x \Big|_0^1 - e^x$. C. $xe^x - \int_0^1 e^x dx$. **D. $xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$.**

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 xe^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$I = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx.$$

Câu 25: Cho $I = \int_2^3 \frac{x}{2(1-x^2)^2} dx$. Đặt $t = 1 - x^2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_{-8}^{-3} \frac{2}{t^2} dt.$ B. $I = \int_{-3}^{-8} \frac{1}{2t^2} dt.$ C. $I = -\int_2^3 \frac{1}{2t^2} dt.$ **D. $I = \int_{-8}^{-3} \frac{1}{2t^2} dt.$**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với } t = 1 - x^2 \Rightarrow dt = -2x dx \Rightarrow -\frac{1}{2} dt = x dx.$$

Đổi cận, ta được: $x = 2 \Rightarrow t = -3; x = 3 \Rightarrow t = -8$. Khi đó, tích phân trên được viết lại:

$$I = \int_{-3}^{-8} \frac{-1}{2t^2} dt = \int_{-8}^{-3} \frac{1}{2t^2} dt.$$

Vậy ta chọn đáp án **D**.

Câu 26: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int x \sin x dx = -x \cos x - \int \cos x dx.$ **B. $\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx.$**
 C. $\int x \sin x dx = x \cos x - \int \cos x dx.$ D. $\int x \sin x dx = x \cos x + \int \cos x dx.$

Lời giải

Chọn B

Theo công thức nguyên hàm từng phần, ta có: $\int x \sin x dx = \int x d(-\cos x) = -x \cos x + \int \cos x dx.$

Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 27: Biết $\int_3^4 \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx = \ln \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a - b$ bằng

A. -2. **B. 1.** C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn B

Ta

có:

$$\int_3^4 \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx = \int_3^4 \frac{(x-1) - (x-2)}{(x-1)(x-2)} dx = \int_3^4 \frac{1}{x-2} dx - \int_3^4 \frac{1}{x-1} dx = \int_3^4 \frac{d(x-2)}{x-2} - \int_3^4 \frac{d(x-1)}{x-1} dx$$

$$= \left(\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| \right) \Big|_3^4 = \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} = \ln \frac{4}{3}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a - b = 1.$$

Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 28: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(0; -1; 2), B(2; -1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn

$$\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \text{ là}$$

A. $(-4; 1; 4).$ B. $(-4; -1; 4).$ **C. $(4; -1; 4).$** D. $(4; -1; -8).$

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm cần tìm, khi đó $\overline{MA} = (-x; -1 - y; 2 - z); \overline{MB} = (2 - x; -1 - y; 3 - z)$

$$\text{Theo đề } \overline{MA} - 2\overline{MB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2(2 - x) = 0 \\ -1 - y - 2(-1 - y) = 0 \\ 2 - z - 2(3 - z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

Vậy $M(4; -1; 4)$.

Câu 29: Biết $F(x) = e^x$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^1 [x - f(x)] dx$ là

- A. $e - \frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2} - e$. C. $\frac{1}{2} - e$. D. $-e - \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = e^x$ là nguyên hàm của $f(x)$, suy ra $f(x) = F'(x) = (e^x)' = e^x$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 [x - f(x)] dx = \int_0^1 [x - e^x] dx = \left(\frac{x^2}{2} - e^x \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1}{2} - e \right) - (-1) = \frac{3}{2} - e.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 [x - f(x)] dx = \frac{3}{2} - e.$$

Câu 30: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\int (2x - 3e^x) dx = ax^2 + be^x + c$. Khi đó $3a + b$ bằng

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (2x - 3e^x) dx = x^2 - 3e^x + c$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow 3a + b = 3.1 + (-3) = 0.$$

Vậy $3a + b = 0$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 8]$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = -1$ và $\int_5^6 f(x) dx = 9$. Giá trị

của $\int_1^5 f(x) dx + \int_6^8 f(x) dx$ bằng

- A. -8. B. -10. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} & \int_1^5 f(x)dx + \int_6^8 f(x)dx \\ &= \left(\int_1^8 f(x)dx + \int_8^5 f(x)dx \right) + \left(\int_6^5 f(x)dx + \int_5^8 f(x)dx \right) \\ &= \left(\int_1^8 f(x)dx + \int_6^5 f(x)dx \right) + \left(\int_8^5 f(x)dx + \int_5^8 f(x)dx \right) \\ &= \left(\int_1^8 f(x)dx - \int_5^6 f(x)dx \right) + \left(-\int_5^8 f(x)dx + \int_5^8 f(x)dx \right) \\ &= -1 - 9 = -10 \end{aligned}$$

Câu 32: Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ biết $F(0) = 2021$.

- A.** $F(x) = x^2 + e^x + 2020$. **B.** $F(x) = x^2 + e^x - 2022$.
C. $F(x) = x^2 + e^x - 2020$. **D.** $F(x) = x^2 + e^x + 2022$.

Lời giải

Chọn A

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (2x + e^x)dx = x^2 + e^x + C$$

$$F(0) = 2021 \Leftrightarrow 0^2 + e^0 + C = 2021 \Leftrightarrow C = 2021 - 1 = 2020$$

$$\text{Suy ra: } F(x) = x^2 + e^x + 2020.$$

Câu 33: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$ bằng

- A.** $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$. **B.** $\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4}$. **C.** $-\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$. **D.** $-\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = \sin x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{4}.$$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = \sin 2x$ và $f(0) = 1$. Khi đó $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng?

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } f'(x) = \sin 2x \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C, \text{ mà } f(0) = 1 \Rightarrow C = \frac{3}{2}$$

$$\text{Do đó } f(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{2}. \text{ Vậy } f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1), B(-8; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A.** $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 52$ **B.** $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 26$

C. $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 26$

D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 52$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó tâm và bán kính mặt cầu là

$$\begin{cases} I(-3; 3; 1) \\ R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-10)^2 + (-2)^2 + 0^2}}{2} = \sqrt{26}. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 26$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$

Đặt $t = 1 + 3\cos x \Rightarrow dt = -3\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = \frac{-1}{3} dt$

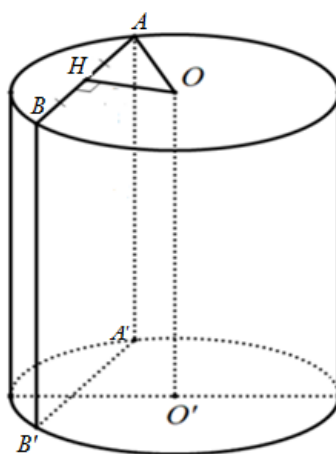
$\Rightarrow F(x) = \frac{-1}{3} \int \frac{dt}{t} = \frac{-1}{3} \ln|t| + C = \frac{-1}{3} \ln|1+3\cos x| + C.$

Vì $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ nên $\frac{-1}{3} \ln\left|1+3\cos\frac{\pi}{2}\right| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$

Vậy $F(x) = \frac{-1}{3} \ln|1+3\cos x| + 1.$

Câu 37: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5cm$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7cm$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $3cm$. Tính diện tích của thiết diện được tạo thành.

Lời giải



Giả sử thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$. Gọi H là trung điểm AB

$\Rightarrow OH = d(OO'; (ABCD)) = 3cm.$

$HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4cm \Rightarrow AB = 8cm$

$\Rightarrow S_{ABB'A'} = AB \cdot BB' = 8 \cdot 7 = 56 (cm^2).$

Câu 38: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) > 0$ và có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn

$$(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x} \text{ và } f(1) = 4. \text{ Tính } f(3).$$

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{2x(x+1)} \Leftrightarrow \left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2x(x+1)}$$

$$\text{Nên } \sqrt{f(x)} = \int \frac{1}{2x(x+1)} dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C(1)$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1), ta được } \sqrt{f(1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow C = 2 - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}.$$

$$\text{Thay } x=3 \text{ vào (1), ta được } \sqrt{f(3)} = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{4} + C = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{4} + 2 - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } f(3) = \left(2 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}\right)^2.$$

Câu 39: (0,5 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})} = \int_1^2 \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) dx}{\sqrt{x(x+1)}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})}$$

$$= \int_1^2 \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) dx}{\sqrt{x(x+1)}} = \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right) dx$$

$$= 2\sqrt{x} \Big|_1^2 - 2\sqrt{x+1} \Big|_1^2 = 2(\sqrt{2} - 1) - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1).$$

$$\text{Vậy } I = 2(2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1).$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 13

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tìm $F(x) = \int (2x+1)^{100} dx$

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{100}}{200} + C.$

B. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{101} + C.$

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{202} + C.$

D. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{102} + C.$

Câu 2: Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x) dx = \ln|x+3| + C$?

A. $f(x) = (x+3)\ln(x+3) - x.$

B. $f(x) = \frac{1}{x+3}.$

C. $f(x) = \frac{1}{x+2}.$

D. $f(x) = \ln(\ln(x+3)).$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 2^x + x + 1$. Tìm $\int f(x) dx$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{x+1} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C.$

B. $\int f(x) dx = 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{\ln 2} 2^x + \frac{1}{2} x^2 + x + C.$

D. $\int f(x) dx = 2^x + x^2 + x + C.$

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

A. $-3\cos 3x + C.$

B. $3\cos 3x + C.$

C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C.$

D. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C.$

Câu 5: Cho các số thực $a; b; c$ thoả mãn $\int (2x - 3e^x) dx = ax^2 + b.e^x + c$. Khi đó $3a + b$ bằng?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 6: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ thoả mãn $F(3) = 0$. Tính $F(4)$?

A. $F(4) = 1 + \ln 8.$

B. $F(4) = 1 + \ln 4.$

C. $F(4) = 1 + \ln 6.$

D. $F(4) = 1 + \ln 2.$

Câu 7: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$

B. $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx.$

C. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

D. $\int [f(x).g(x)] dx = \int f(x) dx . \int g(x) dx.$

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) $\int (x+1)^2 dx = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C$

(II) $\int 3f(x) dx = 3 + \int f(x) dx$

(III) $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

(IV) $\int \sin x dx = \cos x + C$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 9: Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ biết $F(0) = 2021$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2020$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2020$.

C. $F(x) = x^2 + e^x - 2022$.

D. $F(x) = x^2 + e^x + 2022$.

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4\sin^2 x$ là

A. $F(x) = 2x + \sin 2x + C$.

B. $F(x) = 2x - \sin 2x + C$.

C. $F(x) = 2x + 2\sin 2x + C$.

D. $F(x) = 2x - 2\sin 2x + C$.

Câu 11: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{2021}$ là

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$.

B. $F(x) = 2(2x+1)^{2022} + C$.

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$.

D. $F(x) = (2x+1)^{2020} + C$.

Câu 12: Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$.

A. $\int f(x)dx = \ln|1+3\cos x| + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{\ln|1+3\cos x|}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = 3\ln|1+3\cos x| + C$.

D. $\int f(x)dx = -\frac{\ln|1+3\cos x|}{3} + C$.

Câu 13: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = -F(a) - F(b)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 15: Cho các số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x)dx$.

A. $I = -4$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

- Câu 17:** Cho $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f(3) = 5; f(1) = -1$. Giá trị của tích phân $I = \int_1^3 (f'(x) + 2) dx$ bằng:
- A. 6. B. 2. C. -10. D. 10.
- Câu 18:** Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$, tích phân $I = \int_1^2 [2f(x) - 4] dx$ bằng:
- A. 0. B. 8. C. -2. D. 10.
- Câu 19:** Nếu cho $\int_1^5 f(x) dx = 4, \int_5^7 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^7 f(x) dx$ bằng:
- A. 8. B. 6. C. 2. D. 4.
- Câu 20:** Cho $\int_2^4 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_2^4 [5f(x) - 3] dx$
- A. 12. B. 10. C. 8. D. 9.
- Câu 21:** Cho $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_0^7 f(x) dx = -5$ thì $\int_7^{10} f(x) dx$ bằng bao nhiêu?
- A. 2. B. -12. C. -2. D. 12.
- Câu 22:** Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$. Giá trị $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:
- A. 12. B. 0. C. 8. D. 10.
- Câu 23:** Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 3} dx$ bằng:
- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$.
- Câu 24:** Giá trị của tích phân $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ là:
- A. 0. B. 2. C. 1. D. -2.
- Câu 25:** Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng
- A. 6. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 5; 6)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là
- A. $G(0; -1; 3)$. B. $G(0; 1; 3)$. C. $G(0; 1; -3)$. D. $G(0; -1; -3)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2), \vec{b} = (-3; 0; 1)$ và $\vec{c} = (2; 3; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ là
- A. $\vec{u} = (6; 4; -4)$. B. $\vec{u} = (2; 4; -4)$. C. $\vec{u} = (6; -2; -4)$. D. $\vec{u} = (6; 4; -2)$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2), B(4; -1; -5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB = 2MA$, tọa độ điểm M là
- A. $M(-2; 5; 1)$. B. $M(-2; 1; -3)$. C. $M(-2; -5; 1)$. D. $M(2; 1; -3)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm $F(x) = \int (2x+1)^{100} dx$

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{100}}{200} + C.$

B. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{101} + C.$

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{202} + C.$

D. $F(x) = \frac{(2x+1)^{101}}{102} + C.$

Lời giải

Áp dụng công thức $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$, với $n \neq -1$ và $a \neq 0$.

Ta có $F(x) = \int (2x+1)^{100} dx = \frac{(2x+1)^{101}}{202} + C.$

Câu 2: Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thỏa mãn $\int f(x)dx = \ln|x+3| + C$?

A. $f(x) = (x+3)\ln(x+3) - x.$

B. $f(x) = \frac{1}{x+3}.$

C. $f(x) = \frac{1}{x+2}.$

D. $f(x) = \ln(\ln(x+3)).$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \ln|x+3| + C \Rightarrow f(x) = (\ln|x+3| + C)' = \frac{(x+3)'}{x+3} = \frac{1}{x+3}.$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 2^x + x + 1$. Tìm $\int f(x)dx$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{x+1}2^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C.$

B. $\int f(x)dx = 2^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{\ln 2}2^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C.$

D. $\int f(x)dx = 2^x + x^2 + x + C.$

Lời giải

Có $\int f(x)dx = \int (2^x + x + 1)dx = \frac{1}{\ln 2}2^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C.$

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

A. $-3\cos 3x + C.$

B. $3\cos 3x + C.$

C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C.$

D. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C.$

Lời giải

$\int \sin 3x dx = -\frac{\cos 3x}{3} + C.$

Câu 5: Cho các số thực $a; b; c$ thỏa mãn $\int (2x - 3e^x)dx = ax^2 + b.e^x + c$. Khi đó $3a + b$ bằng?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\int (2x - 3e^x)dx = x^2 - 3.e^x + c$ nên $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases}$. Do đó $3a + b = 0$.

Câu 6: $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ thỏa mãn $F(3) = 0$. Tính $F(4)$?

- A.** $F(4) = 1 + \ln 8$. **B.** $F(4) = 1 + \ln 4$. **C.** $F(4) = 1 + \ln 6$. **D.** $F(4) = 1 + \ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{x+1}{x-2} dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx = x + 3 \ln |x-2| + C$. Mà $F(3) = 0$ nên $3 + C = 0 \Leftrightarrow C = -3$

Vậy $F(x) = x + 3 \ln |x-2| - 3$. Do đó $F(4) = 4 + 3 \ln 2 = 4 + \ln 8$.

Câu 7: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
B. $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx$.
C. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Lời giải

Ta có $\int [f(x) \cdot g(x)] dx \neq \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

$$\int (x+1)^2 dx = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C$$

$$\int 3f(x) dx = 3 + \int f(x) dx$$

$$\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$$

$$\int \sin x dx = \cos x + C$$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Xét: $\int (x+1)^2 dx = \int (x+1)^2 d(x+1) = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C$ nên đúng.

Xét: $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx$ nên sai.

Xét: $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$ nên sai.

Xét: $\int \sin x dx = -\cos x + C$ nên sai.

Câu 9: Tìm hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + e^x$ biết $F(0) = 2021$.

- A.** $F(x) = x^2 + e^x + 2020$. **B.** $F(x) = x^2 + e^x - 2020$.
C. $F(x) = x^2 + e^x - 2022$. **D.** $F(x) = x^2 + e^x + 2022$.

Lời giải

Ta có $\int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

$F(0) = 2021 \Rightarrow 1 + C = 2021 \Rightarrow C = 2020$.

Câu 10: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4 \sin^2 x$ là

- A.** $F(x) = 2x + \sin 2x + C$. **B.** $F(x) = 2x - \sin 2x + C$.
C. $F(x) = 2x + 2 \sin 2x + C$. **D.** $F(x) = 2x - 2 \sin 2x + C$.

Lời giải

Ta có $4 \sin^2 x = 2 - 2 \cos 2x$.

Do đó $\int 4 \sin^2 x dx = \int (2 - 2 \cos 2x) dx = 2x - \sin 2x + C$.

Câu 11: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^{2021}$ là

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{2022} + C$.

B. $F(x) = 2(2x+1)^{2022} + C$.

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$.

D. $F(x) = (2x+1)^{2020} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (2x+1)^{2021} dx$

Đặt $2x+1 = t \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$.

Khi đó $\int (2x+1)^{2021} dx = \int \frac{1}{2} t^{2021} dt = \frac{t^{2022}}{4044} + C = \frac{(2x+1)^{2022}}{4044} + C$.

Câu 12: Tìm các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3 \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \ln|1+3 \cos x| + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{\ln|1+3 \cos x|}{3} + C$.

C. $\int f(x) dx = 3 \ln|1+3 \cos x| + C$.

D. $\int f(x) dx = -\frac{\ln|1+3 \cos x|}{3} + C$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{\sin x}{1+3 \cos x} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{1}{1+3 \cos x} d(1+3 \cos x) = -\frac{1}{3} \ln|1+3 \cos x| + C$.

Câu 13: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(a) + F(b)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = -F(a) - F(b)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$

B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 15: Cho các số thực a, b ($a < b$). Nếu hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thì

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b F(x)dx = f(a) - f(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Ta có: $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x)dx$.

A. $I = -4$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$

Lời giải

Ta có $I = \int_{-1}^3 f'(x)dx = f(x)|_{-1}^3 = f(3) - f(-1) = 2 - (-2) = 4$.

Vậy $I = 4$.

Câu 17: Cho $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f(3) = 5; f(1) = -1$. Giá trị của tích phân $I = \int_1^3 (f'(x) + 2)dx$ bằng:

A. 6.

B. 2.

C. -10.

D. 10.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^3 (f'(x) + 2)dx = \int_1^3 f'(x)dx + 2 \int_1^3 dx = f(3) - f(1) + 4 = 5 + 1 + 4 = 10$.

Câu 18: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$, tích phân $I = \int_1^2 [2f(x) - 4]dx$ bằng:

A. 0.

B. 8.

C. -2.

D. 10.

Lời giải

Ta có $I = \int_1^2 [2f(x) - 4]dx = 2 \int_1^2 f(x)dx - 4x|_1^2 = 2 \cdot 2 - 4(2 - 1) = 0$.

Câu 19: Nếu cho $\int_1^5 f(x)dx = 4, \int_5^7 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^7 f(x)dx$ bằng:

A. 8.

B. 6.

C. 2

D. 4.

Lời giải

Ta có:

$\int_1^7 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx = 4 - 2 = 2$.

Câu 20: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_2^4 [5f(x) - 3]dx$

A. 12.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

$$\begin{aligned} \int_2^4 [5f(x) - 3] dx &= 5 \int_2^4 f(x) dx - 3 \int_2^4 dx \\ &= 5 \int_2^4 f(x) dx - 3x \Big|_2^4 = 5 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 9. \end{aligned}$$

Câu 21: Cho $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_0^7 f(x) dx = -5$ thì $\int_7^{10} f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. -12. C. -2. **D. 12.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_7^{10} f(x) dx = \int_7^0 f(x) dx + \int_0^{10} f(x) dx = -\int_0^7 f(x) dx + \int_0^{10} f(x) dx = -(-5) + 7 = 12.$$

Câu 22: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -1$. Giá trị $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:

- A. 12. B. 0. C. 8. **D. 10.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx = \int_0^2 f(x) dx - 5 \int_0^2 g(x) dx + \int_0^2 x dx = 3 - 5 \cdot (-1) + \frac{1}{2}(2^2 - 0) = 10.$$

Câu 23: Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2 + 3} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}$. **D. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$.**

Lời giải

$$\text{Đặt } u = x^2 + 3 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du.$$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow u = 3$; $x = 2 \Rightarrow u = 7$, ta có:

$$I = \frac{1}{2} \int_3^7 \frac{1}{u} du = \frac{1}{2} \ln |u| \Big|_3^7 = \frac{1}{2} \ln 7 - \frac{1}{2} \ln 3 = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 24: Giá trị của tích phân $\int_0^\pi x \cos x dx$ là:

- A. 0. B. 2. C. 1. **D. -2.**

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \int_0^\pi x \cos x dx = (x \sin x) \Big|_0^\pi - \int_0^\pi \sin x dx = 0 + \cos x \Big|_0^\pi = \cos \pi - \cos 0 = -2.$$

Câu 25: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

- A. 6.** B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\int_0^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_0^4 f(\sqrt{x}) d(\sqrt{x}) = 2 \int_0^2 f(t) dt = 2.3 = 6.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 5; 6)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $G(0; -1; 3)$. B. $G(0; 1; 3)$. C. $G(0; 1; -3)$. D. $G(0; -1; -3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{0+1-1}{3} = 0 \\ y_G = \frac{0-2+5}{3} = 1 \\ z_G = \frac{0+3+6}{3} = 3 \end{cases}$$

Vậy $G(0; 1; 3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (-3; 0; 1)$ và $\vec{c} = (2; 3; -1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (6; 4; -4)$. B. $\vec{u} = (2; 4; -4)$. C. $\vec{u} = (6; -2; -4)$. D. $\vec{u} = (6; 4; -2)$.

Lời giải

$$\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (6; 4; -4).$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$, $B(4; -1; -5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB = 2MA$, tọa độ điểm M là

- A. $M(-2; 5; 1)$. B. $M(-2; 1; -3)$. C. $M(-2; -5; 1)$. D. $M(2; 1; -3)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MB = 2MA \Leftrightarrow \overline{AB} = 3\overline{AM}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3(x-1) \\ -3 = 3(y-2) \\ -3 = 3(z+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy $M(2; 1; -3)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y - 7 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-4; 0; 1)$ và $R = \sqrt{17}$. B. $I(-4; 1; 0)$ và $R = 2\sqrt{6}$.
C. $I(4; 0; -1)$ và $R = \sqrt{17}$. D. $I(4; -1; 0)$ và $R = 2\sqrt{6}$.

Lời giải

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y - 7 = 0$ có tâm $I(4; -1; 0)$ và bán kính

$$R = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (0)^2 + 7} = 2\sqrt{6}.$$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -3; 7)$ và đi qua điểm $M(-4; 0; 1)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 7z + 19 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 14z - 19 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 14z - 19 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 14z + 19 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overline{IM} = (-6; 3; -6)$

Bán kính mặt cầu $R = |\overline{IM}| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2 + (-6)^2} = 9$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 14z - 19 = 0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(7;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;2)$ là

- A. $\frac{x}{7} - \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{7} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.
 C. $\frac{x}{7} - \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{7} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Viết phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được: $\frac{x}{7} + \frac{y}{(-1)} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{7} - \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;7;2)$ và song song với mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

- A. $x - 2 = 0$. B. $y - 7 = 0$.
 C. $z - 2 = 0$. D. $2x + 7y + 2z = 0$.

Lời giải

Vì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng tọa độ (Oxz) nên nhận vectơ đơn vị của trục Oy là $\vec{j} = (0;1;0)$ làm vec tơ pháp tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng (α) là $y - 7 = 0$.

Câu 33: Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z + 4 = 0$ là?

- A. $\vec{n} = (0; -2; -3)$. B. $\vec{n} = (0; -2; 3)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 4)$. D. $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z + 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Câu 34: Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là

- A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. B. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$.
 C. $x + 2y + 3z - 1 = 0$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là

$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 35: Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;-3)$ và vuông góc mặt phẳng $(\beta): x + y - 2z - 3 = 0$?

- A. $y + z + 1 = 0$. B. $3x + 5y + 4z - 1 = 0$.
 C. $y + z - 1 = 0$. D. $3x + 5y + 4z + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (-1; 3; -3)$; Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\overline{n_\beta} = (1; 1; -2)$.

Khi đó, mp (α) qua điểm $A(2; -1; 0)$ và có một VTPT là $\overline{n_\alpha} = [\overline{n_\beta}, \overline{AB}] = (3; 5; 4)$.

Vậy mp (α) có pt là

$$3(x-2) + 5(y+1) + 4(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y + 4z - 1 = 0.$$

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{(2x-1)e^{4x}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox .

Lời giải

Ta có: $\sqrt{(2x-1)e^{4x}} = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\sqrt{(2x-1)e^{4x}} \right)^2 dx = \pi \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x-1)e^{4x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x-1 \\ dv = e^{4x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = \frac{1}{4}e^{4x} \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V &= \frac{1}{4} \pi (2x-1)e^{4x} \Big|_{\frac{1}{2}}^1 - \int_{\frac{1}{2}}^1 2\pi \cdot \frac{1}{4} e^{4x} dx = \left[\frac{\pi}{4} (2x-1)e^{4x} - \frac{\pi}{8} e^{4x} \right] \Big|_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \frac{\pi}{4} e^4 - \frac{\pi}{8} e^4 + \frac{\pi}{8} e^2 = \frac{\pi}{8} (e^4 + e^2). \end{aligned}$$

Câu 37: Tính tích phân $I = \int_{\ln 3}^{\ln 15} \frac{1}{e^{-x}(\sqrt{e^x+1}+e^x-1)} dx$

Lời giải

Ta có:

$$I = \int_{\ln 3}^{\ln 15} \frac{1}{e^{-x}(\sqrt{e^x+1}+e^x-1)} dx = \int_{\ln 3}^{\ln 15} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}+e^x-1} dx$$

Đặt $u = \sqrt{e^x+1} \Leftrightarrow u^2 = e^x+1 \Rightarrow 2udu = e^x dx$

Đổi cận: $x = \ln 3 \Rightarrow u = 2; x = \ln 15 \Rightarrow u = 4$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_2^4 \frac{2u}{u+u^2-2} du = \int_2^4 \left[\frac{2}{3(u-1)} + \frac{4}{3(u+2)} \right] du = \left(\frac{2}{3} \ln|u-1| + \frac{4}{3} \ln|u+2| \right) \Big|_2^4 \\ &= \frac{2}{3} \ln 3 + \frac{4}{3} \ln 6 - \frac{4}{3} \ln 4 = \frac{2}{3} \ln 3 + \frac{4}{3} \ln 2 + \frac{4}{3} \ln 3 - \frac{8}{3} \ln 2 = 2 \ln 3 - \frac{4}{3} \ln 2. \end{aligned}$$

Câu 38: Tính tích phân: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \cos 2x + 3 \sin 2x) \ln(\cos x + 2 \sin x) dx$.

Lời giải

Ta có:
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \cos 2x + 3 \sin 2x) \ln(\cos x + 2 \sin x) dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2(\cos x + 2 \sin x)(2 \cos x - \sin x) \ln(\cos x + 2 \sin x) dx.$$

Đặt $t = \cos x + 2 \sin x \Rightarrow dt = (-\sin x + 2 \cos x) dx$.

Với $x = 0$ thì $t = 1$.

Với $x = \frac{\pi}{2}$ thì $t = 2$.

Suy ra
$$I = \int_1^2 2t \ln t dt = \int_1^2 \ln t d(t^2) = (t^2 \cdot \ln t) \Big|_1^2 - \int_1^2 t dt = 4 \ln 2 - \frac{t^2}{2} \Big|_1^2 = 4 \ln 2 - \frac{3}{2}.$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho mp $(Q): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q) và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 4.

Lời giải

Ta có tâm và bán kính mặt cầu (S) là: $I(1; 0; 1); R = 5$.

Vì (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = 4$ nên khoảng cách từ tâm

I đến mặt phẳng (P) là $d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 3$.

Vì $(P) // (Q)$ nên (P) có dạng $2x + y - 2z + m = 0$ ($m \neq 1$).

Ta có: $d(I; (P)) = \frac{|m|}{3} = 3 \Rightarrow m = \pm 9$.

Vậy phương trình (P) là $2x + y - 2z + 9 = 0$ hoặc $2x + y - 2z - 9 = 0$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 14

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020$.

A. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = 4x^3 + x^2 + C$. **B.** $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{12} + 2020x + C$.

C. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^5}{4} + \frac{x^4}{9} + 2020x + C$. **D.** $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{6} + 2020x + C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - 2 \sin x$.

A. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + 2 \cos x + C$. **B.** $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + \sin^2 x + C$.

C. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + \sin 2x + C$. **D.** $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $\int 3^x dx = 3^x + C$. **C.** $\int 3^x dx = \ln 3 \cdot 3^x + C$. **D.** $\int 3^x dx = \frac{3^x}{x+1} + C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ là $F(x) = (x+2)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 2$ là

A. $f(2) = \frac{64}{3}$. **B.** $f(2) = 10$. **C.** $f(2) = 8$. **D.** $f(2) = 16$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$. **B.** $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. **D.** $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) du = F(u) + C$.

B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

A. $x \cos x + \sin x + C$. **B.** $x \cos x - \sin x + C$. **C.** $-x \cos x - \sin x + C$. **D.** $-x \cos x + \sin x + C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tìm khẳng định sai.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. **B.** $\int_a^a f(x) dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

(I) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. (II) $\int_a^b 3f(x) dx = 3 \int_a^b f(x) dx$.

$$(III) \int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2. \quad (IV) \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du.$$

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

- A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
 C. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$. D. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

Câu 11: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_2^1 f(x) dx = 3$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

- A. 5. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_0^1 g(x) dx = 1$. Tính $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 13: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_0^1 [g(x) - f(x)] dx = 1$. Tính $\int_0^1 g(x) dx$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 14: Cho $\int_0^1 [f(x) + x] dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. 2. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a} = 2\vec{k} - 3\vec{i} + \vec{j}$. Tìm tọa độ vectơ \vec{a} .

- A. $\vec{a} = (-2; 3; -1)$. B. $\vec{a} = (3; -1; -2)$. C. $\vec{a} = (2; -3; 1)$. D. $\vec{a} = (-3; 1; 2)$.

Câu 16: Cho $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $\vec{b} = (4; -3; 5)$ và $\vec{c} = (-2; 4; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $(10; 9; 6)$. B. $(12; -9; 7)$. C. $(10; -9; 6)$. D. $(12; -9; 6)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-2; 1; -1)$, $R = 3$. B. $I(-2; 1; -1)$, $R = 9$. C. $I(2; -1; 1)$, $R = 3$. D. $I(2; -1; 1)$, $R = 9$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có tọa độ là

- A. $(1; -2; -3)$. B. $(1; -2; 1)$. C. $(1; 1; -3)$. D. $(-2; 1; -3)$.

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + mz - m + 1 = 0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là
- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. -4 .
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?
- A. $Q(2; -1; 5)$. B. $P(0; 0; -5)$. C. $M(1; 1; 6)$. D. $N(-5; 0; 0)$.
- Câu 21:** Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $\int_0^2 f'(x) \cdot g(x) dx = 1$, $\int_0^2 f(x) \cdot g'(x) dx = 1$. Tính $I = \int_0^2 [f(x) \cdot g(x)]' dx$.
- A. $I = -2$. B. $I = 0$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.
- Câu 22:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}(x-2)$
- A. $\int f(x) dx = x - 2 \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = \ln x + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.
- C. $\int f(x) dx = x - 2 \ln|x| + C$. D. $\int f(x) dx = \ln|x| + \frac{x^2}{2} - 2x + C$.
- Câu 23:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + 2 \sin 2x$.
- A. $\int f(x) dx = x - 2 \cos 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x - 4 \cos 2x + C$.
- C. $\int f(x) dx = x - \cos 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x + 4 \cos 2x + C$.
- Câu 24:** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 4$. Hàm số $F(x)$ là:
- A. $F(x) = x + 6 \ln|2x-3| + 2$ B. $F(x) = x + 3 \ln(2x-3) + 2$
- C. $F(x) = x + 3 \ln|2x-3| + 2$ D. $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| - 1$
- Câu 25:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{1+3 \sin x}$.
- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln|1+3 \sin x| + C$. B. $\int f(x) dx = \ln|1+3 \sin x| + C$.
- C. $\int f(x) dx = 3 \ln|1+3 \sin x| + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln|1+3 \sin x| + C$.
- Câu 26:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là
- A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$ B. $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$
- C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$ D. $\frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$
- Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x$. Tính $I = \int_1^3 xf'(x) dx$
- A. $-\frac{70}{3}$. B. $\frac{70}{3}$. C. $\frac{70}{9}$. D. $-\frac{70}{9}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ e^x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

- A. $I = \frac{5e-1}{2e}$. B. $I = \frac{5e+1}{e}$. C. $I = \frac{5e-1}{e}$. D. $I = \frac{5e+1}{2e}$.

Câu 29: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Hãy tính $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.
 C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overline{AB} = 3\overline{AC}$.

- A. $C\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $C\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -1\right)$. C. $C\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $C\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 33: Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB , với $A(0;0;2020), B(0;0;2022)$.

- A. $(x-2021)^2 + y^2 + z^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 + (z-2021)^2 = 1$.
 C. $x^2 + (y-2021)^2 + z^2 = 1$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0), B(0;9;0), C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

- A. $(1;2;3)$. B. $(81;81;81)$. C. $(9;0;0)$. D. $(9;0;9)$.

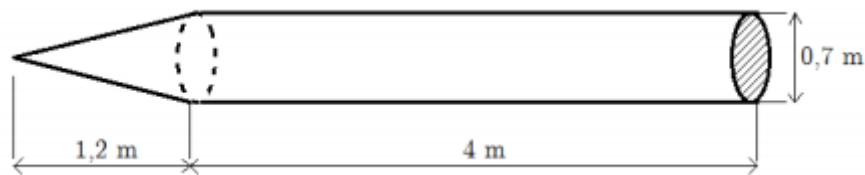
Câu 35: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau: $(\alpha): x+y+z+2020=0$ và $(\beta): x+y+z+2022=0$.

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. 1. C. 2021. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

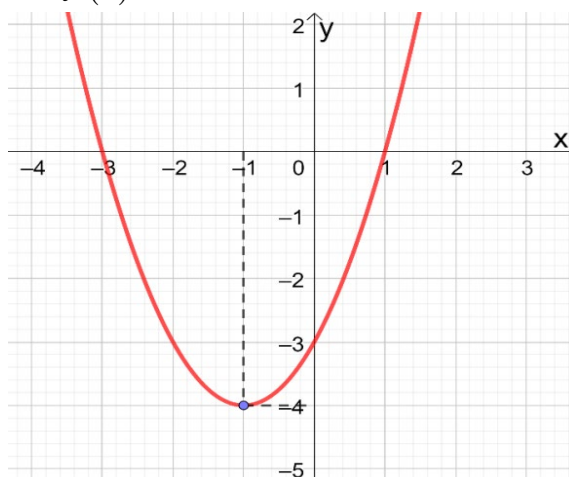
II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{4 \cdot 9^x + 5 \cdot 3^x}{2 \cdot 9^x + 7 \cdot 3^x + 6} dx$.

Câu 37: Ông An có một mô hình hỏa tiễn với hình dạng và kích thước được thể hiện trong hình vẽ dưới đây. Để mô hình giống y như thật, ông An thuê họa sĩ sơn trang trí lên toàn bộ diện tích xung quanh của mô hình với chi phí 1.000.000 đồng/ m^2 . Như vậy nếu giá trị của số π là 3,14 thì tiền sơn trang trí mô hình là bao nhiêu?



Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(3) = 2030$, tính giá trị của $f(0)$.



Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn: $3f(x) + 2f(6-x) = 2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^6 f(x)dx$.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020$.

A. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = 4x^3 + x^2 + C$.

B. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{12} + 2020x + C$.

C. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^5}{4} + \frac{x^4}{9} + 2020x + C$.

D. $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{6} + 2020x + C$.

Lời giải

Ta có $\int \left(x^4 + \frac{x^3}{3} + 2020 \right) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{12} + 2020x + C$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - 2 \sin x$.

A. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + 2 \cos x + C$.

B. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + \sin^2 x + C$.

C. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + \sin 2x + C$.

D. $\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x - 2 \cos x + C$.

Lời giải

$\int (3 - 2 \sin x) dx = 3x + 2 \cos x + C$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$.

A. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

B. $\int 3^x dx = 3^x + C$.

C. $\int 3^x dx = \ln 3 \cdot 3^x + C$.

D. $\int 3^x dx = \frac{3^x}{x+1} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, ta có $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 4: Biết một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ là $F(x) = (x+2)^2$. Khi đó giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 2$ là

A. $f(2) = \frac{64}{3}$.

B. $f(2) = 10$.

C. $f(2) = 8$.

D. $f(2) = 16$.

Lời giải

Ta có $f(x) = F'(x) = [(x+2)^2]' = 2(x+2)$.

Vậy $f(2) = 2 \cdot (2+2) = 8$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$.

B. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

Lời giải

Dựa vào tính chất của nguyên hàm ta **Chọn B**

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.

B. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Lời giải

Mệnh đề: Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$ là mệnh đề sai, ví dụ $f(x) = 1$ thì $F(x) = x$ và $G(x) = x + 1$ cũng đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ mà $F(x) \neq G(x)$.

Câu 7: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

A. $x \cos x + \sin x + C$. **B.** $x \cos x - \sin x + C$.

C. $-x \cos x - \sin x + C$. **D.** $-x \cos x + \sin x + C$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

Suy ra $\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tìm khẳng định sai.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, các số thực a, b và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. **2.** $\int_a^a 3f(x)dx = 3\int_b^a f(x)dx$.

3. $\int_a^b f^2(x)dx = \left[\int_a^b f(x)dx \right]^2$. **4.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có và đúng.

Câu 10: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Khi đó, diện tích S của (H) được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$.

D. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức diện tích hình phẳng ta có $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 11: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_2^1 f(x) dx = 3$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Ta có $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_2^1 f(x) dx = -1$.

Câu 12: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_0^1 g(x) dx = 1$. Tính $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 g(x) dx = 1$.

Câu 13: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_0^1 [g(x) - f(x)] dx = 1$. Tính $\int_0^1 g(x) dx$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có $1 = \int_0^1 [g(x) - f(x)] dx = \int_0^1 g(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 g(x) dx - 2$.

Vậy $\int_0^1 g(x) dx = 3$.

Câu 14: Cho $\int_0^1 [f(x) + x] dx = 2$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $2 = \int_0^1 [f(x) + x] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x dx = \int_0^1 f(x) dx + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \int_0^1 f(x) dx + \frac{1}{2}$.

Vậy $\int_0^1 f(x) dx = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{a} = 2\vec{k} - 3\vec{i} + \vec{j}$. Tìm tọa độ vectơ \vec{a} .

A. $\vec{a} = (-2; 3; -1)$.

B. $\vec{a} = (3; -1; -2)$.

C. $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

D. $\vec{a} = (-3; 1; 2)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = 2\vec{k} - 3\vec{i} + \vec{j} = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

- Câu 16:** Cho $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $\vec{b} = (4; -3; 5)$ và $\vec{c} = (-2; 4; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ là
A. $(10; 9; 6)$. **B.** $(12; -9; 7)$. **C.** $(10; -9; 6)$. **D.** $(12; -9; 6)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (2; 1; 3)$, $2\vec{b} = (8; -6; 10)$, $\vec{c} = (-2; 4; 6)$

$\Rightarrow \vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = (12; -9; 7)$.

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2; 1; -1)$, $R = 3$. **B.** $I(-2; 1; -1)$, $R = 9$.

C. $I(2; -1; 1)$, $R = 3$. **D.** $I(2; -1; 1)$, $R = 9$.

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

- Câu 18:** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có tọa độ là

A. $(1; -2; -3)$.

B. $(1; -2; 1)$.

C. $(1; 1; -3)$.

D. $(-2; 1; -3)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ là $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

- Câu 19:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x - y + mz - m + 1 = 0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -4 .

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 1; 1)$ và mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1; m)$.

Ta có: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot m = 0 \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $Q(2; -1; 5)$.

B. $P(0; 0; -5)$.

C. $M(1; 1; 6)$.

D. $N(-5; 0; 0)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm Q, P, M, N vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy $M \in (P)$.

- Câu 21:** Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn

$\int_0^2 f'(x) \cdot g(x) dx = 1$, $\int_0^2 f(x) \cdot g'(x) dx = 1$. Tính $I = \int_0^2 [f(x) \cdot g(x)]' dx$.

A. $I = -2$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Lời giải

$$I = \int_0^2 [f(x) \cdot g(x)]' dx = \int_0^2 [f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x)] dx$$

$$= \int_0^2 f(x) \cdot g'(x) dx + \int_0^2 f'(x) \cdot g(x) dx = 1 + 1 = 2.$$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}(x-2)$

A. $\int f(x) dx = x - 2 \ln x + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln x + \frac{x^2}{2} - 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = x - 2 \ln|x| + C.$

D. $\int f(x) dx = \ln|x| + \frac{x^2}{2} - 2x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{1}{x}(x-2) dx = \int \left(1 - \frac{2}{x}\right) dx = x - 2 \ln|x| + C.$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + 2 \sin 2x.$

A. $\int f(x) dx = x - 2 \cos 2x + C.$

B. $\int f(x) dx = x - 4 \cos 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = x - \cos 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = x + 4 \cos 2x + C.$

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int (1 + 2 \sin 2x) dx = x - \cos 2x + C.$

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 4.$ Hàm số $F(x)$ là:

A. $F(x) = x + 6 \ln|2x-3| + 2$

B. $F(x) = x + 3 \ln(2x-3) + 2$

C. $F(x) = x + 3 \ln|2x-3| + 2$

D. $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| - 1$

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{2x+3}{2x-3} dx = \int \left(1 + \frac{6}{2x-3}\right) dx = x + 3 \ln|2x-3| + C.$

$F(2) = 2 + C = 4 \Rightarrow C = 2.$

$\Rightarrow F(x) = x + 3 \ln|2x-3| + 2$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{1+3 \sin x}.$

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln|1+3 \sin x| + C.$

B. $\int f(x) dx = \ln|1+3 \sin x| + C.$

C. $\int f(x) dx = 3 \ln|1+3 \sin x| + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln|1+3 \sin x| + C.$

Lời giải

Ta có: $\int \frac{\cos x}{1+3 \sin x} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{1+3 \sin x} d(1+3 \sin x) = \frac{1}{3} \ln|1+3 \sin x| + C.$

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$ **B.** $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$

C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$ D. $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$

Lời giải

Ta có $\int \sqrt{3x+2} dx = \frac{1}{3} \int (3x+2)^{\frac{1}{2}} d(3x+2) = \frac{1}{3} \frac{(3x+2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x$. Tính $I = \int_1^3 xf(x) dx$

A. $-\frac{70}{3}$. B. $\frac{70}{3}$. C. $\frac{70}{9}$. D. $-\frac{70}{9}$.

Lời giải

Đặt $t = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{t}$

$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \Rightarrow f\left(\frac{1}{t}\right) + 2f(t) = \frac{5}{t}$ hay $f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{5}{x}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \\ f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = \frac{5}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 5x \\ 4f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{10}{x} \end{cases} \Rightarrow 3f(x) = \frac{10}{x} - 5x$
 $\Rightarrow f(x) = \frac{10}{3x} - \frac{5x}{3}$

$I = \int_1^3 xf(x) dx = \int_1^3 \left(\frac{10}{3} - \frac{5x^2}{3}\right) dx = -\frac{70}{9}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ e^x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

A. $I = \frac{5e-1}{2e}$. B. $I = \frac{5e+1}{e}$. C. $I = \frac{5e-1}{e}$. D. $I = \frac{5e+1}{2e}$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 e^x dx + \int_0^2 (x+1) dx = \frac{5e-1}{e}$

Câu 29: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Hãy tính $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

A. $I = 4$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2dt$.

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = 4 \Rightarrow t = 2$, ta có: $I = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2.2 = 4$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$ có giá trị bằng

- A. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow tdt = xdx$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t = \sqrt{2}; x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2$.

Khi đó $I = \int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2} dx = \int_{\sqrt{2}}^2 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_{\sqrt{2}}^2 = \frac{8-2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1, dv = e^x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.
 C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Lời giải

Đặt $u = 2x+1, dv = e^x dx \Rightarrow du = 2dx, v = e^x$.

$I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1), B(2;3;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $\overline{AB} = 3\overline{AC}$.

- A. $C\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $C\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -1\right)$. C. $C\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $C\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Giả sử $C(x; y; z)$.

Ta có: $\overline{AB} = (1; 1; 0), \overline{AC} = (x-1; y-2; z+1)$.

$$\overline{AB} = 3\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 3(x-1) \\ 1 = 3(y-2) \\ 0 = 3(z+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = \frac{7}{3} \\ z = -1 \end{cases} \text{ . Vậy } C\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -1\right).$$

Câu 33: Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB , với $A(0;0;2020), B(0;0;2022)$.

- A. $(x-2021)^2 + y^2 + z^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 + (z-2021)^2 = 1$.
 C. $x^2 + (y-2021)^2 + z^2 = 1$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm là trung điểm I của đoạn AB . Suy ra $I(0;0;2021)$.

Mặt cầu có bán kính là $R = IA = 1$.

Mặt cầu có phương trình là: $x^2 + y^2 + (z - 2021)^2 = 1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(9;0;0), B(0;9;0), C(0;0;9)$. Tìm tọa độ của một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

- A. $(1;2;3)$. B. $(81;81;81)$. C. $(9;0;0)$. D. $(9;0;9)$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (-9;9;0); \overline{AC} = (-9;0;9)$.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (81;81;81)$.

Câu 35: Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng sau: $(\alpha): x + y + z + 2020 = 0$ và $(\beta): x + y + z + 2022 = 0$.

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. 1. C. 2021. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Nhận thấy $(\alpha) // (\beta)$. Chọn $M(0;0;-2020) \in (\alpha)$.

Ta có $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta)) = \frac{|0+0-2020+2022|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: [Mức độ 3] Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{4 \cdot 9^x + 5 \cdot 3^x}{2 \cdot 9^x + 7 \cdot 3^x + 6} dx$.

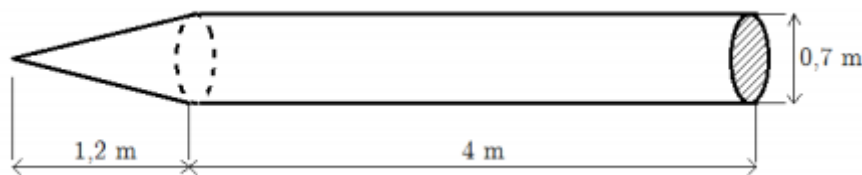
Lời giải

Đặt $t = 3^x \Rightarrow dt = 3^x \cdot \ln 3 \cdot dx \Rightarrow 3^x dx = \frac{1}{\ln 3} dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=3 \\ x=0 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

Suy ra $I = \frac{1}{\ln 3} \int_1^3 \frac{4t+5}{2t^2+7t+6} dt = \frac{1}{\ln 3} \int_1^3 \frac{4t+5}{(t+2)(2t+3)} dt = \frac{1}{\ln 3} \int_1^3 \left(\frac{3}{t+2} - \frac{2}{2t+3} \right) dt$
 $= \frac{1}{\ln 3} (3 \ln|t+2| - \ln|2t+3|) \Big|_1^3 = \frac{1}{\ln 3} (3 \ln 5 - \ln 9 - 3 \ln 3 + \ln 5) = \frac{4 \ln 5 - 5 \ln 3}{\ln 3} = 4 \log_3 5 - 5$.

Câu 37: [Mức độ 3] Ông An có một mô hình hòa tiền với hình dạng và kích thước được thể hiện trong hình vẽ dưới đây. Để mô hình giống y như thật, ông An thuê họa sĩ sơn trang trí lên toàn bộ diện tích xung quanh của mô hình với chi phí 1.000.000 đồng/ m^2 . Như vậy nếu giá trị của số π là 3,14 thì tiền sơn trang trí mô hình là bao nhiêu?



Lời giải

Mô hình gồm một hình nón có chiều cao $h = 1,2\text{ m}$, bán kính đáy $r = \frac{0,7}{2} = 0,35\text{ m}$.

Đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(1,2)^2 + (0,35)^2} = 1,25\text{ m}$.

Diện tích xung quanh phần hình nón là $S_1 = \pi r l = \pi \cdot 0,35 \cdot 1,25 = \frac{7}{16} \pi (\text{m}^2)$.

Một hình trụ có chiều cao $h' = 4\text{ m}$, bán kính đáy $r = \frac{0,7}{2} = 0,35\text{ m}$.

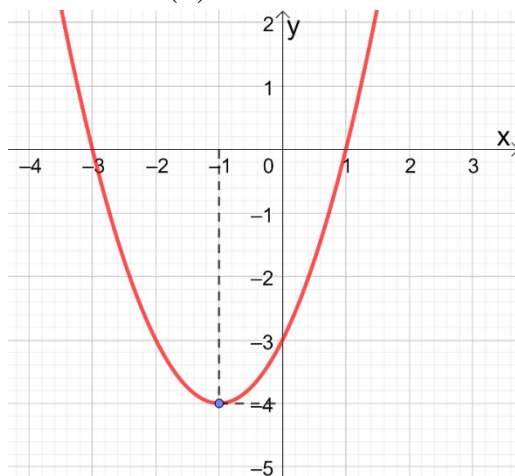
Diện tích xung quanh của phần hình trụ là $S_2 = 2\pi r l = 2\pi \cdot 0,35 \cdot 4 = \frac{14}{5} \pi (\text{m}^2)$.

Diện tích xung quanh của phần môn hình là $S = S_1 + S_2 = \frac{7}{16} \pi + \frac{14}{5} \pi = \frac{259}{80} \pi (\text{m}^2)$.

Như vậy nếu giá trị của số π là 3,14 thì tiền sơn trang trí mô hình là

$$T = \frac{259}{80} \pi \cdot 1000 \cdot 000 = 10.165.750.$$

Câu 38: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị của hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(3) = 2030$, tính giá trị của $f(0)$.



Lời giải

Từ đồ thị, ta suy ra $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = ax^2 + bx + c$

Vì đồ thị $y = f'(x)$ đi qua các điểm $A(1;0), B(-3;0), C(-1;-4)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(0) = -3 \\ f'(-1) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ c = -3 \\ a - b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Suy ra $f'(x) = x^2 + 2x - 3$

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int (x^2 + 2x - 3) dx = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + C$$

Mà $f(3) = 2030$ nên $C = 2021$

Vậy $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2021 \Rightarrow f(0) = 2021$

Câu 39: [**Mức độ 4**] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn:
 $3f(x) + 2f(6-x) = 2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của tích phân $I = \int_0^6 f(x)dx$.

Lời giải

Cách 1:

$$3f(x) + 2f(6-x) = 2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow 3\int_0^6 f(x)dx + 2\int_0^6 f(6-x)dx = \int_0^6 (2x-6)e^{x^2-6x+9}dx + 5\int_0^6 dx \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = 6-x \Rightarrow \int_0^6 f(6-x)d(x) = -\int_6^0 f(t)dt = \int_0^6 f(t)dt = \int_0^6 f(x)dx \quad (2).$$

$$\text{Đặt } u = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow du = (2x-6)dx \Rightarrow \int_0^6 (2x-6)e^{x^2-6x+9}dx = \int_9^9 e^u du = 0 \quad (3).$$

$$\text{Thay (2) và (3) vào (1)} \Rightarrow 5\int_0^6 f(x)dx = 5\int_0^6 dx \Rightarrow \int_0^6 f(x)dx = \int_0^6 dx = 6 \Rightarrow I = \int_0^6 f(x)dx = 6.$$

Cách 2:

$$\text{Do } 3f(x) + 2f(6-x) = 2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\text{Thay } x = 6-x \text{ vào (1) ta có: } 3f(6-x) + 2f(x) = -2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 3f(x) + 2f(6-x) = 2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R} \\ 2f(x) + 3f(6-x) = -2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9f(x) + 6f(6-x) = 6(x-3)e^{x^2-6x+9} + 15 \\ 4f(x) + 6f(6-x) = -4(x-3)e^{x^2-6x+9} + 10 \end{cases} \Rightarrow 5f(x) = 10(x-3)e^{x^2-6x+9} + 5$$

$$\Rightarrow \int_0^6 f(x)dx = \int_0^6 (2(x-3)e^{x^2-6x+9} + 1)dx = \int_0^6 (e^{x^2-6x+9} d(x^2 - 6x + 9)) + \int_0^6 dx = 0 + 6 = 6.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 15

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A.** $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. **B.** $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. **D.** $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)dx = F(x) + C$.
B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.
C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in (a;b)$.
D. $(\int f(x)dx)' = f(x)$.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

- A.** $2021^x + C$. **B.** $\frac{2021^{x+1}}{2021} + C$. **C.** $\frac{2021^x}{\ln 2021} + C$. **D.** $2021^x \ln 2021 + C$.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là

- A.** $\sin 2021x + C$. **B.** $\frac{\cos 2021x}{2021} + C$. **C.** $\frac{-\cos 2021x}{2021} + C$. **D.** $\frac{-\sin 2021x}{2021} + C$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int 0dx = C$. **B.** $\int dx = x + C$. **C.** $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$. **D.** $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$.

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $\int k \cdot f(x)dx = k \int f(x)dx + C$ với mọi số thực $k \neq 0$.
B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. Nếu $F(x), G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.
D. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 7: Để tính $\int x \cdot e^x dx$ bạn An đặt $u = x$ và $dv = e^x dx$. Khi đó $\int x \cdot e^x dx$ bằng

- A.** $xe^x - \int e^x dx$. **B.** $xe^x + \int e^x dx$. **C.** $e^x - \int xe^x dx$. **D.** $e^x - \int e^x dx$.

Câu 8: $S(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 2x$. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 5$ được tính theo công thức

- A.** $S = S(1) - S(5)$. **B.** $S = S(5) - S(1)$. **C.** $S = S(2x) - S(4)$. **D.** $S = S(4) - S(2x)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A.** $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f'(x)dx$. **B.** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b kf(x)dx = \frac{1}{k} \int_a^b f(x)dx \ (k \in \mathbb{R})$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

- Câu 10:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;5]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-2;5]$. Biết $\int_{-2}^5 f(x)dx = 5$, $F(5) = 2$. Tính $F(-2)$.
- A. -4 . B. 3 . C. 7 . D. -3 .
- Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $\int_0^1 [2x + f(x)]dx$.
- A. 4 . B. 3 . C. 5 . D. -5 .
- Câu 12:** Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó tính tích phân $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng
- A. 16 . B. -18 . C. 24 . D. 10 .
- Câu 13:** Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .
- Câu 14:** Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 f(x)dx$ bằng
- A. 1 . B. 2 . C. 5 . D. 6 .
- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là
- A. $(1; -2; 0)$. B. $(0; 1; -2)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(0; -2; 1)$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 0; -3)$ và $\vec{b} = (1; 1; 0)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; 0; 0)$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2}$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.
- Câu 17:** Cho phương trình mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 8$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu
- A. $I(3; 2; 5)$, $R = 8$. B. $I(3; 2; 5)$, $R = 2\sqrt{2}$.
C. $I(3; -2; 5)$, $R = 2\sqrt{2}$. D. $I(3; -2; 5)$, $R = 8$.
- Câu 18:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$. Cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - 7z - 2021 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là
- A. $\vec{n} = (2; 4; 7)$. B. $\vec{n} = (2; -4; 7)$. C. $\vec{n} = (2; 4; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -7)$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)
- A. $M(2; 1; 0)$. B. $M(2; -1; 0)$. C. $M(-1; -1; 6)$. D. $M(1; 1; 5)$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 5z - 4 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với (α) ?
- A. $x - 2y + 5z + 7 = 0$. B. $x + 2y - 5z - 4 = 0$. C. $-x + 2y - 5z + 4 = 0$. D. $x - 2y - 5z - 7 = 0$.
- Câu 21:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(2) = 5$. Khi đó $\int_1^2 f'(x)dx$ bằng
- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. 3 .

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^3$ là

- A. $\frac{1}{3}(3x+1)^4 + C$. B. $\frac{1}{4}(3x+1)^4 + C$. C. $(3x+1)^4 + C$. D. $\frac{1}{12}(3x+1)^4 + C$.

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x - x^3$ là

- A. $2 \cos 2x - 3x^2 + C$. B. $\frac{-\cos 2x}{2} - \frac{x^4}{4} + C$. C. $\frac{\cos 2x}{2} - \frac{x^4}{4} + C$. D. $\cos 2x - \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2x^4 - 4x + \frac{3}{1-x}$ là

- A. $\frac{2x^5}{5} - \frac{4x}{\ln 4} + 3 \ln|1-x| + C$. B. $8x^3 - 4x \cdot \ln 4 + \frac{3}{(1-x)^2} + C$.

- C. $\frac{2x^5}{5} - \frac{4x}{\ln 4} - 3 \ln|1-x| + C$. D. $\frac{2x^5}{5} - 4x \cdot \ln 4 - 3 \ln|1-x| + C$.

Câu 25: Tìm họ nguyên hàm $\int x e^x dx$.

- A. $x e^x - e^x$. B. $x^2 e^x + C$. C. $\frac{x^2 e^x}{2} + C$. D. $e^x(x-1) + C$.

Câu 26: Tính tích phân $\int_0^1 (2x+1) dx$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên

khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

- A. $I = 6$. B. $I = 10$. C. $I = 3$. D. $I = 9$.

Câu 28: Biết $\int_1^3 f(x) dx = \frac{4}{7}$ và $\int_1^5 f(x) dx = -\frac{3}{5}$. Giá trị của $\int_3^5 f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{10}{35}$. B. $-\frac{1}{35}$. C. $-\frac{41}{35}$. D. $\frac{23}{35}$.

Câu 29: Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}$. B. $\ln \frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}$.

Câu 30: Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

- A. $3 \int_0^1 t dt$. B. $\int_0^1 t^3 dt$. C. $3 \int_0^1 t^2 dt$. D. $3 \int_0^1 t^3 dt$.

Câu 31: Giá trị của $\int_1^e x^2 \ln x dx$ bằng

- A. $\frac{2}{9} e^3 + \frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{9} e^3 - \frac{1}{9}$. C. $\frac{2}{9} e^3 + \frac{1}{9} e$. D. $\frac{2}{9} e^3 - \frac{1}{9} e$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 3; 4)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng.

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

- Câu 33:** Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$ cho hai điểm $A(1; -3; 6)$ và $B(-5; 1; 2)$ phương trình mặt cầu đường kính AB là:
- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 17$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 17$.
 C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{17}$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{17}$.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$. Tìm một vec tơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (α) biết (α) đi qua hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(-4; 0; 3)$ đồng thời (α) song song với giá của vectơ $\vec{u}(0; 1; 1)$
- A. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. B. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1011; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - y - \sqrt{7}z + m = 0$ (tham số m). Tính tổng các giá trị của m sao cho $d(A; (P)) = 1$?
- A. 2020. B. 2026. C. -2020. D. -2026.

II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4x-1}{\sqrt{2x-1}+1} dx$.
- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết rằng cạnh bên SA hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° và SO là đường cao của hình chóp. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp nói trên.
- Câu 38:** Cho hàm số $f(x) = \frac{(\sin x + 2x) \left[(x^2 + 1) \sin x - x(\cos x + 2) \right]}{(\cos x + 2)^2 \sqrt{(x^2 + 1)^3}}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2021$. Tính giá trị biểu thức $T = F(-1) + F(1)$.
- Câu 39:** Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên \mathbb{R} biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2}; 5\right)$ và $\int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt = \frac{7}{2}$. Tính $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$ B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$
 C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$ D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b)$ và C là hằng số thì $\int f(x)dx = F(x) + C.$
 B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x).$
 C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in (a;b).$
 D. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x).$

Lời giải

Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x) + C$ với C là một hằng số.

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

- A. $2021^x + C.$ B. $\frac{2021^{x+1}}{2021} + C.$ C. $\frac{2021^x}{\ln 2021} + C.$ D. $2021^x \ln 2021 + C.$

Lời giải

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2021^x$ là $\frac{2021^x}{\ln 2021} + C.$

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là

- A. $\sin 2021x + C.$ B. $\frac{\cos 2021x}{2021} + C.$ C. $\frac{-\cos 2021x}{2021} + C.$ D. $\frac{-\sin 2021x}{2021} + C.$

Lời giải

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $\sin 2021x$ là $\frac{-\cos 2021x}{2021} + C.$

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int 0dx = C.$ B. $\int dx = x + C.$ C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$ D. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$

Lời giải

Câu D $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ sai khi $\alpha = 1.$

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int k.f(x)dx = k \int f(x)dx + C$ với mọi số thực $k \neq 0.$
 B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$
 C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x).$

D. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$.

Lời giải

$F(x)$, $G(x)$ khác nhau một hằng số C nên mệnh đề C sai.

Câu 7: Để tính $\int x.e^x \, dx$ bạn An đặt $u = x$ và $dv = e^x \, dx$. Khi đó $\int x.e^x \, dx$ bằng

- A. $xe^x - \int e^x \, dx$. B. $xe^x + \int e^x \, dx$. C. $e^x - \int xe^x \, dx$. D. $e^x - \int e^x \, dx$.

Lời giải

Đặt $u = x$ và $dv = e^x \, dx$, ta có $v = e^x$ và $du = dx$. Do đó $\int xe^x \, dx = xe^x - \int e^x \, dx$.

Câu 8: $S(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 2x$. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 5$ được tính theo công thức

- A. $S = S(1) - S(5)$. B. $S = S(5) - S(1)$. C. $S = S(2x) - S(4)$. D. $S = S(4) - S(2x)$.

Lời giải

Diện tích $S = S(5) - S(1)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

- A. $\int_a^b f(x) \, dx = -\int_b^a f(x) \, dx$. B. $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$.
 C. $\int_a^b kf(x) \, dx = \frac{1}{k} \int_a^b f(x) \, dx$ ($k \in \mathbb{R}$). D. $\int_a^b f(x) \, dx = F(a) - F(b)$.

Lời giải

Đáp án đúng là **B**.

Theo định nghĩa tích phân $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 5]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-2; 5]$. Biết $\int_{-2}^5 f(x) \, dx = 5$, $F(5) = 2$. Tính $F(-2)$.

- A. -4 . B. 3 . C. 7 . D. -3 .

Lời giải

Ta có: $\int_{-2}^5 f(x) \, dx = 5 \Leftrightarrow F(5) - F(-2) = 5 \Leftrightarrow F(-2) = F(5) - 5 = 2 - 5 = -3$.

Đáp án đúng là đáp án **D**.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) \, dx = 3$. Tính tích phân $\int_0^1 [2x + f(x)] \, dx$.

- A. 4 . B. 3 . C. 5 . D. -5 .

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 [2x + f(x)] \, dx = \int_0^1 2x \, dx + \int_0^1 f(x) \, dx = 1 + 3 = 4$.

Câu 12: Cho $\int_0^2 f(x) \, dx = 3$, $\int_0^2 g(x) \, dx = 7$, khi đó tích phân $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] \, dx$ bằng

A. 16 . B. -18 . C. 24 . D. 10 .

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx = \int_0^2 f(x) dx + 3 \int_0^2 g(x) dx = 3 + 3 \cdot 7 = 24$.

Câu 13: Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
 A. 1. B. **2.** C. 3. D. 4.

Lời giải

$\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + 1 = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 2$.

Câu 14: Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng
 A. 1. B. 2. C. **5.** D. 6.

Lời giải

$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 2 + 3 = 5$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là
 A. **(1; -2; 0).** B. (0; 1; -2). C. (1; 0; -2). D. (0; -2; 1).

Lời giải

$\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (1; -2; 0)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 0; -3)$ và $\vec{b} = (1; 1; 0)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
 A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; 0; 0)$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2}$. D. **$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$.**

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + (-3) \cdot 0 = 2$.

Câu 17: Cho phương trình mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 8$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu
 A. $I(3; 2; 5)$, $R = 8$. B. $I(3; 2; 5)$, $R = 2\sqrt{2}$.
 C. **$I(3; -2; 5)$, $R = 2\sqrt{2}$.** D. $I(3; -2; 5)$, $R = 8$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt cầu có dạng $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ thì có tâm $I(a; b; c)$, bán kính là R .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - 7z - 2021 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là
 A. $\vec{n} = (2; 4; 7)$. B. $\vec{n} = (2; -4; 7)$. C. $\vec{n} = (2; 4; 0)$. D. **$\vec{n} = (2; 4; -7)$.**

Lời giải

Ta có: $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) thì có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.

Vậy **Chọn D**

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 5 = 0$. Điểm nào trong các phương án dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

- A. $M(2; 1; 0)$. B. $M(2; -1; 0)$. C. $M(-1; -1; 6)$. **D. $M(1; 1; 5)$.**

Lời giải

Ta có: $1 - 1 + 5 - 5 = 0 \Rightarrow M(1; 1; 5) \in (P): x - y + z - 5 = 0$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 5z - 4 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với (α) ?

- A. $x - 2y + 5z + 7 = 0$.** B. $x + 2y - 5z - 4 = 0$.
C. $-x + 2y - 5z + 4 = 0$. D. $x - 2y - 5z - 7 = 0$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{5}{5} \neq \frac{-4}{7} \Rightarrow x - 2y + 5z + 7 = 0$ song song với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 5z - 4 = 0$

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(2) = 5$. Khi đó

$\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. **D. 3.**

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 5 - 2 = 3$

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x + 1)^3$ là

- A. $\frac{1}{3}(3x + 1)^4 + C$. B. $\frac{1}{4}(3x + 1)^4 + C$.
C. $(3x + 1)^4 + C$. **D. $\frac{1}{12}(3x + 1)^4 + C$.**

Lời giải

Ta có $\left[\frac{1}{12}(3x + 1)^4 + C \right]' = (3x + 1)^3$

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \sin 2x - x^3$ là

- A. $2 \cos 2x - 3x^2 + C$. **B. $\frac{-\cos 2x}{2} - \frac{x^4}{4} + C$.**
C. $\frac{\cos 2x}{2} - \frac{x^4}{4} + C$. D. $\cos 2x - \frac{x^4}{4} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (\sin 2x - x^3) dx = \frac{-\cos 2x}{2} - \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 2x^4 - 4^x + \frac{3}{1-x}$ là

- A. $\frac{2x^5}{5} - \frac{4^x}{\ln 4} + 3 \ln |1-x| + C$. B. $8x^3 - 4^x \cdot \ln 4 + \frac{3}{(1-x)^2} + C$.

C. $\frac{2x^5}{5} - \frac{4^x}{\ln 4} - 3\ln|1-x| + C.$

D. $\frac{2x^5}{5} - 4^x \cdot \ln 4 - 3\ln|1-x| + C.$

Lời giải

Ta có $\int \left(2x^4 - 4^x + \frac{3}{1-x} \right) dx = \frac{2x^5}{5} - \frac{4^x}{\ln 4} - 3\ln|1-x| + C.$

Câu 25: Tìm họ nguyên hàm $\int xe^x dx.$

A. $xe^x - e^x.$

B. $x^2e^x + C.$

C. $\frac{x^2e^x}{2} + C.$

D. $e^x(x-1) + C.$

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

Ta có $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C = e^x(x-1) + C.$

Câu 26: Tính tích phân $\int_0^1 (2x+1) dx.$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_0^1 = 2.$

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$ và $F(2) = 4$.

A. $I = 6.$

B. $I = 10.$

C. $I = 3.$

D. $I = 9.$

Lời giải

$I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = F(x) \Big|_{-1}^2 + x^2 \Big|_{-1}^2 = F(2) - F(-1) + (4 - 1) = 4 - 1 + 3 = 6.$

Câu 28: Biết $\int_1^3 f(x) dx = \frac{4}{7}$ và $\int_1^5 f(x) dx = -\frac{3}{5}$. Giá trị của $\int_3^5 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{10}{35}.$

B. $-\frac{1}{35}.$

C. $-\frac{41}{35}.$

D. $\frac{23}{35}.$

Lời giải

Ta có $\int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = -\frac{3}{5} - \frac{4}{7} = -\frac{41}{35}.$

Câu 29: Tích phân $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log \frac{7}{3}.$

B. $\ln \frac{7}{3}.$

C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$

D. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{7}.$

Lời giải

Đặt $t = x^2 + 3 \Rightarrow dt = 2x dx$, đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 3$, $x = 2 \Rightarrow t = 7$.

Ta có: $\int_0^2 \frac{x}{x^2+3} dx = \frac{1}{2} \int_3^7 \frac{1}{t} dt = \frac{1}{2} \ln |t| \Big|_3^7 = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{3}.$

Câu 30: Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

- A. $3 \int_0^1 t dt$. B. $\int_0^1 t^3 dt$. C. $3 \int_0^1 t^2 dt$. **D. $3 \int_0^1 t^3 dt$.**

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow dx = -3t^2 dt$, đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$, $x=1 \Rightarrow t=0$.

Khi đó ta có $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx = 3 \int_0^1 t^3 dt$.

Câu 31: Giá trị của $\int_1^e x^2 \ln x dx$ bằng

- A. $\frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}$.** B. $\frac{2}{9}e^3 - \frac{1}{9}$. C. $\frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}e$. D. $\frac{2}{9}e^3 - \frac{1}{9}e$.

Lời giải

Ta có:

$$\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{1}{3} \int_1^e (x^3)' \ln x dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e \frac{x^3}{x} dx = \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{9} x^3 \Big|_1^e = \frac{2}{9} e^3 + \frac{1}{9}$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 3; 4)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng.

- A. 60° . **B. 90° .** C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Ta có: $\vec{a}\vec{b} = 1 + 3 - 4 = 0 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$ cho hai điểm $A(1; -3; 6)$ và $B(-5; 1; 2)$ phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 17$. **B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 17$.**
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{17}$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{17}$.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$ là tâm của mặt cầu cần tìm thì I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I(-2; -1; 4)$

Khi đó bán kính mặt cầu là độ dài đoạn thẳng $IA = |\overline{IA}| = \sqrt{(1+2)^2 + (-3+1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{17}$

Vậy mặt cầu có phương trình là: $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 17$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$. Tìm một vec tơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (α) biết (α) đi qua hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(-4; 0; 3)$ đồng thời (α) song song với giá của vectơ $\vec{u}(0; 1; 1)$

- A. $\vec{n} = (2; 1; 1)$. B. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$. **C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.** D. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$.

Lời giải

Vì (α) đi qua hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(-4; 0; 3)$ nên $\vec{n} \perp \overline{AB}(-3; -5; 1)$

Vì (α) song song với giá của vectơ $\vec{u}(0; 1; 1)$ nên $\vec{n} \perp \vec{u}(0; 1; 1)$

Vậy \vec{n} cùng phương với $[\overline{AB}, \vec{u}]$.

Mà $[\overline{AB}, \vec{u}] = (-6; 3; -3)$. Chọn $\vec{n} = (2; -1; 1)$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1011; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - y - \sqrt{7}z + m = 0$ (tham số m). Tính tổng các giá trị của m sao cho $d(A; (P)) = 1$?

A. 2020.

B. 2026.

C. -2020

D. -2026.

Lời giải

Ta có

$$d(A; (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|1011 - 1 - \sqrt{7} \cdot 0 + m|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-\sqrt{7})^2}} = 1 \Leftrightarrow |1010 + m| = 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1010 + m = 3 \\ 1010 + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1007 \\ m = -1013 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của m thỏa mãn là -2020 .

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36: Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4x-1}{\sqrt{2x-1}+1} dx$.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow 2tdt = 2dx \Rightarrow dx = tdt$

Đổi cận: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.

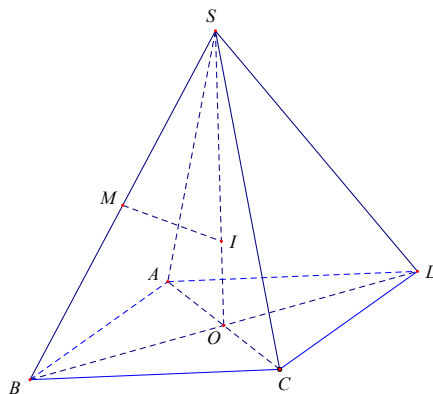
$$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{2(t^2+1)-1}{t+1} \cdot tdt = \int_0^1 \frac{2t^3+t}{t+1} dt = \int_0^1 \left(2t^2 - 2t + 3 - \frac{3}{t+1} \right) dt$$

$$= \left(\frac{2}{3}t^3 - t^2 + 3t - 3\ln|t+1| \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{8}{3} - 3\ln 2.$$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết rằng cạnh bên SA hợp với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° và SO là đường cao của hình chóp. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp nói trên.

Lời giải



Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , cạnh $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ nên $AC = BD = 2a$; $OA = OB = OC = OD = a$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, BO}) = \widehat{SBO} = 60^\circ$.

Do đó ΔSBO là tam giác vuông tại O $OB = a, \widehat{SBO} = 60^\circ \Rightarrow SO = OB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ và $SB = 2a$.

Gọi M là trung điểm SB ;

Trong mp (SBD): kẻ $Mx \perp SB$, $Mx \cap SO = \{I\}$ do đó MI là đường trung trực đoạn SB hay $IB = IS$ (1).

Ta có $\begin{cases} OA = OB = OC = OD = a \\ I \in SO \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm và $R = SI$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB$ (g.g) nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SB}{SO} = \frac{SB^2}{2 \cdot SO} = \frac{4a^2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp là $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{32\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = \frac{(\sin x + 2x) \left[(x^2 + 1) \sin x - x(\cos x + 2) \right]}{(\cos x + 2)^2 \sqrt{(x^2 + 1)^3}}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm

của $f(x)$ và $F(0) = 2021$. Tính giá trị biểu thức $T = F(-1) + F(1)$.

Lời giải

Đặt

$$\begin{cases} u = \sin x + 2x \\ dv = \frac{(x^2 + 1) \sin x - x(\cos x + 2)}{(\cos x + 2)^2 \sqrt{(x^2 + 1)^3}} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (\cos x + 2) dx \\ dv = \frac{\sqrt{x^2 + 1} \sin x - \frac{x(\cos x + 2)}{\sqrt{x^2 + 1}}}{[(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}]^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (\cos x + 2) dx \\ v = \frac{1}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } \int f(x) dx &= \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \int \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} dx \\ &= \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \int \frac{d(x + \sqrt{x^2 + 1})}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C \end{aligned}$$

Vậy $F(x) = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C, F(0) = 2021 \Rightarrow C = 2021$.

Do đó: $F(-1) + F(1) = 4022$.

Câu 39: Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên \mathbb{R} biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm

$$M\left(-\frac{1}{2}; 5\right) \text{ và } \int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt = \frac{7}{2}. \text{ Tính } I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx.$$

Lời giải

Xét tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 2 \sin x \cdot f'(\sin x) \cdot \cos x dx$.

Đặt: $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 t \cdot f'(t) dt$.

Đặt: $\begin{cases} u = 2t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dt \\ v = f(t) \end{cases}$.

$\Rightarrow I = 2t \cdot f(t) \Big|_{-\frac{1}{2}}^0 - 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt = f\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt$.

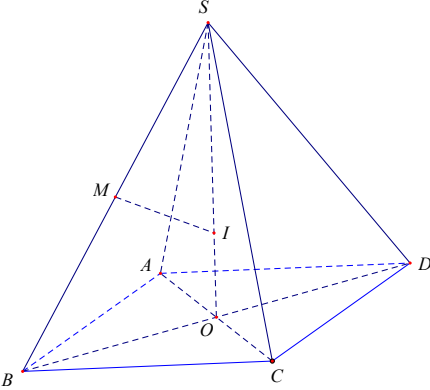
□ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2}; 5\right) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5$.

□ Hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $R \Rightarrow \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{7}{2}$.

Vậy $I = 5 - 2 \cdot \frac{7}{2} = -2$.

Dự kiến biểu điểm

Câu hỏi	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,0 điểm)	Đặt: $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow 2tdt = 2dx \Rightarrow dx = tdt$ Đổi cận: $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.	0,25
	$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{2(t^2+1)-1}{t+1} \cdot t dt = \int_0^1 \frac{2t^3+t}{t+1} dt = \int_0^1 \left(2t^2 - 2t + 3 - \frac{3}{t+1}\right) dt$	0,25
	$= \left(\frac{2}{3}t^3 - t^2 + 3t - 3 \ln t+1 \right) \Big _0^1$	0,25
	$= \frac{8}{3} - 3 \ln 2$.	0,25

		
<p>Câu 2 (1,0 điểm)</p>	<p>$AC = BD = 2a$ $OA = OB = OC = OD = a$ $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, BO}) = \widehat{SBO} = 60^\circ$ Do đó ΔSBO là tam giác vuông tại O $OB = a, \widehat{SBO} = 60^\circ \Rightarrow SO = OB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ và $SB = 2a$.</p>	<p>0,25</p>
	<p>Gọi M là trung điểm SB ; Trong mp (SBD): kẻ $Mx \perp SB, Mx \cap SO = \{I\}$ do đó MI là đường trung trực đoạn SB hay $IB = IS$ (1). Ta có $\begin{cases} OA = OB = OC = OD = a \\ I \in SO \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID$ (2) Từ (1) và (2) suy ra I là tâm và $R = SI$ là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB$ (g.g) nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SB} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SB}{SO} = \frac{SB^2}{2 \cdot SO} = \frac{4a^2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.</p>	<p>0,25</p>
	<p>$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{32\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 3a (0,5 điểm)</p>	<p>$\int f(x) dx = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Vậy $F(x) = \frac{\sin x + 2x}{(\cos x + 2)\sqrt{x^2 + 1}} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C, F(0) = 2021 \Rightarrow C = 2021$. Do đó: $F(-1) + F(1) = 4022$.</p>	<p>0,25</p>

<p>Câu 3b (0,5 điểm)</p>	$I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 \sin 2x \cdot f'(\sin x) dx = \int_{-\frac{\pi}{6}}^0 2 \sin x \cdot f'(\sin x) \cdot \cos x dx.$ <p>Đặt: $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận: $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.</p> $\Rightarrow I = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 t \cdot f'(t) dt.$ <p>Đặt: $\begin{cases} u = 2t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dt \\ v = f(t) \end{cases}$.</p> $\Rightarrow I = 2t \cdot f(t) \Big _{-\frac{1}{2}}^0 - 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt = f\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt.$	<p>0.25</p>
	<p><input type="checkbox"/> Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{2}; 5\right) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5$.</p> <p><input type="checkbox"/> Hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $R \Rightarrow$</p> $\int_{-\frac{1}{2}}^0 f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \frac{7}{2}.$ <p>Vậy $I = 5 - 2 \cdot \frac{7}{2} = -2$.</p>	

∞ HẾT ∞