

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

- A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$. B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$.
C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$. D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$.

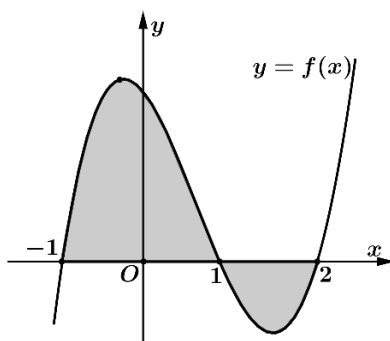
Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 4: Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x-1) dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 2$. C. $I = 6$. D. $I = 4$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$. B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 6: Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

- A. $85,3 (m/s)$. B. $83,5 (m/s)$. C. $73,5 (m/s)$. D. $75,3 (m/s)$.

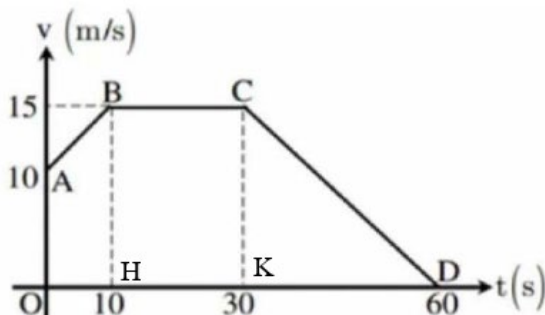
Câu 7: Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{3}$.

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Câu 9: Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

- A. $680(m)$. B. $550(m)$. C. $560(m)$. D. $650(m)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; 3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -2; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2; 6; 3)$, $B(1; 0; 6)$, $C(0; 2; -1)$, $D(1; 4; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD ?

- A. $-x + z + 5 = 0$. B. $x - 2y + z + 11 = 0$. C. $x - z + 5 = 0$. D. $x - 2y + z - 7 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72$ (km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s^2).

- a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).
 b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20$ (m/s). Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.
 c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m)

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$.

a) Điểm $M(2; -1; 2)$ thuộc mặt phẳng (P) .

b) Tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

c) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(3; 2; -1)$ và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x - y + 2z - 2 = 0$.

d) Gọi (R) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxy) , đồng thời cách điểm $B(-3; 1; 5)$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Giả sử (R) có phương trình $ax + by + d = 0, (a > 0, d < 0), a, b \in \mathbb{Z}, (a, b) = 1$. Giá trị của biểu thức $b + d = -4$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x - 4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

Câu 2: Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0, 0, 3); B(1, 1, 3); C(0, 1, 1)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng?

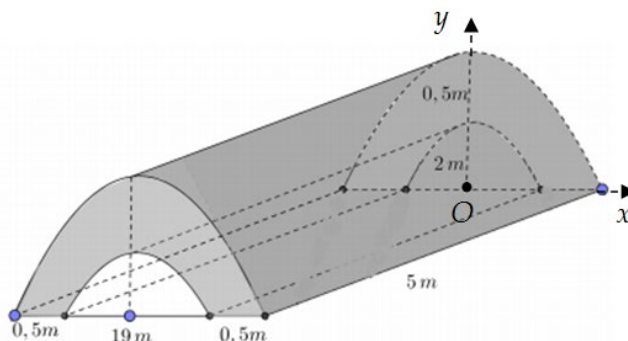
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính $\int_{-1}^5 x^2 |x - 1| dx$

Câu 2: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - x^2 - 12x$ và trục Ox

Câu 3: Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết $1m^3$ khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên (Đơn vị triệu đồng).



Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0), M(3;0;1)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) , (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Ta có. $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

- A.** $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$. B. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$.
C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$. D. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$.

Lời giải

Ta có $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 3: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. là

- A.** $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) \\ &= \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C \end{aligned}$$

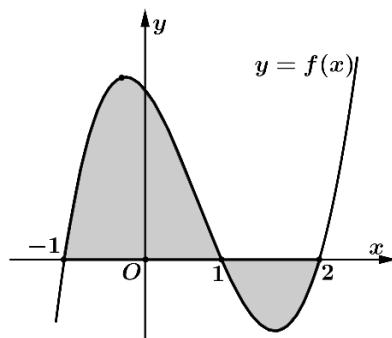
Câu 4: Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x-1) dx$.

- A.** $I = 0$. **B.** $I = 2$. C. $I = 6$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^2 (2x-1) dx = (x^2 - x) \Big|_0^2 = 4 - 2 = 2$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$. **B.** $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. **D.** $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta có $S_{(H)} = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 6: Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

A. $85,3 (m/s)$. **B.** $83,5 (m/s)$. **C.** $73,5 (m/s)$. **D.** $75,3 (m/s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = \int a(t) dt = \int (t + 2) dt = \frac{t^2}{2} + 2t + C$.

Vận tốc khi ô tô bắt đầu tăng tốc là $15 m/s$: $v(0) = 15 \Leftrightarrow C = 15$.

Vận tốc của ô tô là $v(t) = \frac{t^2}{2} + 2t + 15$.

Suy ra $v(9) = 73,5 (m/s)$.

Câu 7: Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3 - x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Diện tích của mặt cắt hình vuông là $S(x) = (\sqrt{3 - x^2})^2 = 3 - x^2$.

Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} S(x) dx = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (3 - x^2) dx = \left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

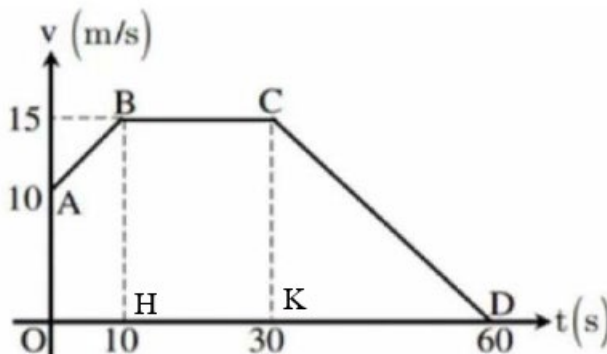
Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. **B.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. **C.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải

Thể tích của vật thể được tạo nên là $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 9: Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc như hình vẽ sau:



Tính quãng đường (đơn vị mét) mà vật chuyển động trong 60 giây đầu tiên.

A. 680(m). **B.** 550(m). **C.** 560(m). **D.** 650(m).

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B, C lên trục Ot . Ta có:

$$S = \int_0^{60} v(t) dt = \int_0^{10} v(t) dt + \int_{10}^{30} v(t) dt + \int_{30}^{60} v(t) dt$$

$$= S_{OABH} + S_{HBCK} + S_{KCD} = \frac{1}{2} \cdot (10 + 15) \cdot 10 + 20 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 650(m).$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (-2; 3; -1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; -2; -1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$.

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. **B.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ **D.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

$$(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2; 6; 3)$, $B(1; 0; 6)$, $C(0; 2; -1)$, $D(1; 4; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD ?

A. $-x + z + 5 = 0$. B. $x - 2y + z + 11 = 0$.

C. $x - z + 5 = 0$. D. $x - 2y + z - 7 = 0$.

Lời giải

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = (3; -6; 3) \\ \overline{CD} = (1; 2; 1) \end{array} \right\} \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{CD}] = (-12; 0; 12).$$

Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD , chọn $\vec{n}_\alpha = (1; 0; -1)$ là vectơ pháp tuyến của (α) .

$$\text{PTTQ}(\alpha): 1(x-1) - (z-6) = 0 \Leftrightarrow x - z + 5 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72$ (km/h) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s²).

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) ta có $v_0 = 20$ (m/s). Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m)

Lời giải

Đổi $v = 72$ (km/h) Hay $v = 20$ (m/s)

a) Sai

Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = \int (-4 + 2t) dt = t^2 - 4t + C$.

b) Đúng

Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20 \Rightarrow C = 20$

Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.

c) Sai

Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^3 = 51 \text{ (m)}$$

d) Đúng

Có $v(t) = (t-2)^2 + 16 \geq 16$, suy ra vận tốc của vật đạt bé nhất khi $t = 2$

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó là

$$S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (t^2 - 4t + 20) dt = \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 20t \right) \Big|_0^2 = \frac{104}{3} \text{ (m)}.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$.

- a) Điểm $M(2; -1; 2)$ thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.
- c) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(3; 2; -1)$ và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x - y + 2z - 2 = 0$.
- d) Gọi (R) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxy) , đồng thời cách điểm $B(-3; 1; 5)$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Giả sử (R) có phương trình $ax + by + d = 0, (a > 0, d < 0), a, b \in \mathbb{Z}, (a, b) = 1$. Giá trị của biểu thức $b + d = -4$.

Lời giải

- a) Thay tọa độ điểm $M(2; -1; 2)$ vào phương trình mặt phẳng (P) , ta được $2.2 - 1.(-1) + 2.2 - 8 = 1 \neq 0$. Do đó điểm $M(2; -1; 2)$ không thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Từ phương trình mặt phẳng (P) đã cho ta có tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.
- c) Vì mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (Q) nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm vectơ pháp tuyến. Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(3; 2; -1)$ nên ta có phương trình của mặt phẳng (Q) là: $2(x-3) - (y-2) + 2(z+1) = 0$ hay $2x - y + 2z - 2 = 0$.
- d) Vì (R) là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxy) nên mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\vec{n}, \vec{k}]$, với $\vec{n} = (2; -1; 2), \vec{k} (0; 0; 1)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $\vec{n}_1 = (-1; -2; 0)$.

Giả sử phương trình mặt phẳng (R) có dạng $x + 2y + d = 0, (d \in \mathbb{R})$.

Khoảng cách từ điểm $B(-3; 1; 5)$ đến mặt phẳng (R) bằng $\sqrt{5}$.

$$\text{Suy ra } \frac{|1.(-3) + 2.1 + d|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |d - 1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 6 \\ d = -4 \end{cases}$$

Từ đó ta có hai mặt phẳng (R) thỏa mãn là $x + 2y + 6 = 0$ và $x + 2y - 4 = 0$.

Kết hợp với điều kiện của mặt phẳng (R) : $ax + by + d = 0, (a > 0, d < 0), a, b \in \mathbb{Z}, (a, b) = 1$ ta có $a = 1, b = 2, d = -4 \Rightarrow b + d = -2$.

Đáp án: a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x-4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

Lời giải

Trả lời: -496

$$\text{Từ } F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4} \Rightarrow F'(x) = \frac{5ax^2 - (8a-3b)x - 4b + c}{\sqrt{2x-4}}$$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$ nên $F'(x) = f(x)$. Do đó:

$$\begin{cases} 5a = 10 \\ -(8a - 3b) = -13 \\ -4b + c = -252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -496 \end{cases}$$

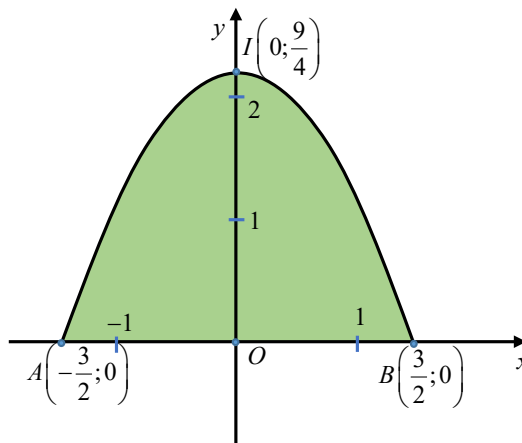
Vậy $T = abc = -496$.

Câu 2: Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 6,75

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$$

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Vậy số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$ đồng.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0,0,3); B(1,1,3); C(0,1,1)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) bằng?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có: $A(0,0,3); B(1,1,3); C(0,1,1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1,1,0) \\ \overrightarrow{AC} = (0,1,-2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2, 2, 1)$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) đi qua A nhận $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2, 2, 1)$ là 1 VTPT là:

$$-2x + 2y + z - 3 = 0$$

$$\text{Vậy } d_{(O,(ABC))} = \frac{|-3|}{\sqrt{4+4+1}} = 1$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: -12

Cách 1:

$$\overrightarrow{AB} = (-6;3;1), \vec{n}_{(Q)} = (3;1;1).$$

(P) qua hai điểm $A(3;2;1), B(-3;5;2)$ và vuông góc mặt phẳng (Q) , nên (P) có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-6;3;1), \vec{n}_{(Q)} = (3;1;1)$.

Suy ra (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(Q)}] = (2;9;-15)$, và qua điểm $A(3;2;1)$.

$$\text{Phương trình } (P): 2x + 9y - 15z - 4 = 0 \Leftrightarrow 6x + 27y - 45z - 12 = 0.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = -12.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } \vec{n}_{(P)} = (a;b;c), \vec{n}_{(Q)} = (3;1;1).$$

Mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 27 \\ -3a + 5b + 2c = 27 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases}. \text{ Vậy } S = a + b + c = -12.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính $\int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx$

Lời giải

$$\text{Ta có: } |x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Do đó:

$$\int_{-1}^5 x^2 |x-1| dx = \int_{-1}^1 x^2 (-x+1) dx + \int_1^5 x^2 (x-1) dx = \int_{-1}^1 (-x^3 + x^2) dx + \int_1^5 (x^3 - x^2) dx$$

$$= \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^5 = \frac{346}{3}.$$

Vậy $T = a - b = 346 - 3 = 343$.

Câu 2: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - x^2 - 12x$ và trục Ox

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

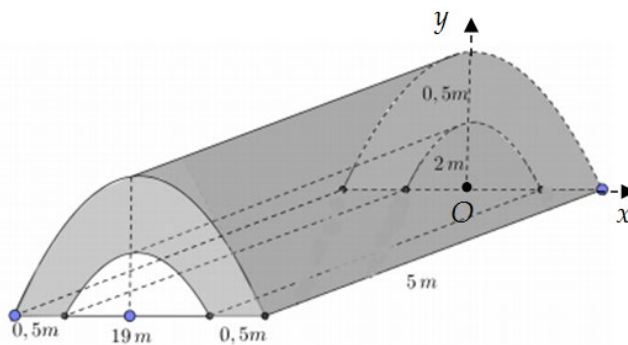
$$x^3 - x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$

$$= \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$$

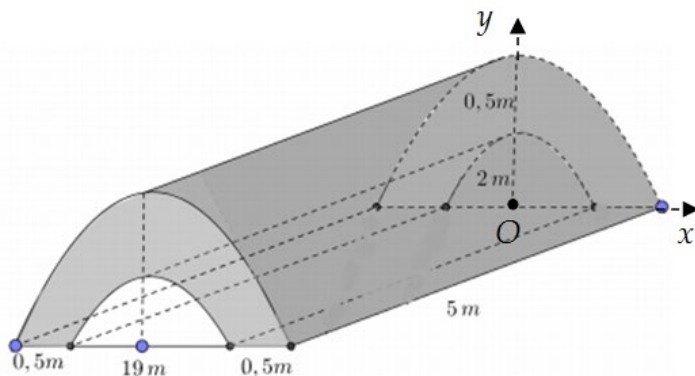
$$= \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 \right) \Big|_{-3}^0 \right| + \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 6x^2 \right) \Big|_0^4 \right| = \left| \frac{99}{4} \right| + \left| -\frac{160}{3} \right| = \frac{937}{12} \approx 78,1.$$

Câu 3: Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol). Biết $1m^3$ khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên (Đơn vị triệu đồng).



Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

$$\text{Nên ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

$$\text{Nên ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

$$\text{Ta có thể tích của bê tông là: } V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}\right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2\right) dx \right] = 40 \text{ m}^3.$$

Số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu là: $5.40 = 200$ triệu đồng

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 1; 0), M(3; 0; 1)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) , (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2)$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \right) = (6; 6; -6).$$

Chọn $\vec{n} = \frac{1}{6}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$.

$$d(M, (ABC)) = \frac{|3 + 0 - 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{3} \approx 1,73.$$

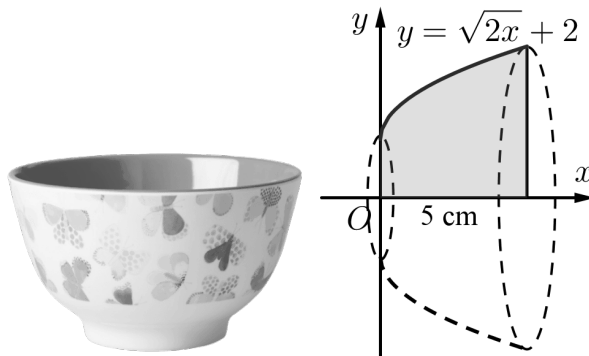
----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(e) = 3$. Tính $F(5)$?
- A. $F(5) = \ln 5 + 2$. B. $F(5) = \ln 5$. C. $F(5) = \ln 5 + C$. D. $F(5) = \ln 5 + 5$.
- Câu 2:** Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1)dx$.
- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.
- Câu 3:** Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$ với m là tham số. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?
- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.
- Câu 4:** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.
- Câu 5:** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$
- Câu 6:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .
- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.
- Câu 7:** Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t$ (m/s^2), biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s).
- A. $5(m)$. B. $3(m)$. C. $2(m)$. D. $4(m)$.
- Câu 8:** Một quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16$ (m/s). Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?
- A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$. B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.
C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$. D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$.

Câu 9: Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A. 78 cm^3 . B. 274 cm^3 . C. 87 cm^3 . D. 247 cm^3 .

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$. B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$. C. 14 . D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;3;5)$, $B(3;2;4)$ và $C(4;1;2)$ có phương trình là

- A. $3x - y + 2z - 4 = 0$. B. $x + y - 5 = 0$. C. $y - z + 2 = 0$. D. $2x + y - 7 = 0$.

Câu 12: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x + y - 2z = 0$. C. $2x - y + 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R thỏa mãn $f'(x) = 18x - 6$, $f(0) = 1$.

a) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$.

b) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 39$

c) $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 8$

d) $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \frac{-51}{2}$

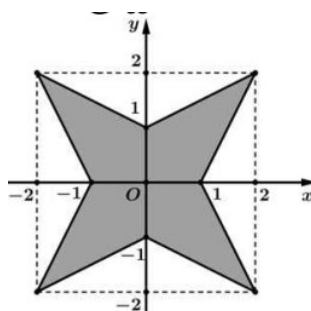
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3), B(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?
- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.
- b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 2.
- c) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là: $2x - y + 2z + 6 = 0$.
- d) Giả sử điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA + MB$ ngắn nhất. Khi đó tổng $a - b + 2c = \frac{7}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Cho hàm số $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + b - c$.
- Câu 2:** Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết b là số nguyên, a, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a + b + c$.
- Câu 3:** Tính diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = \sqrt{x}, y = -\sqrt{x}, y = x - 2$?
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $(P): ax + by + cz + 5 = 0$ (với a, b, c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là mặt phẳng đi qua $A(-1; -2; 2), B(-5; 2; 2)$ và không đi qua điểm $H(0; 0; 3)$. Biết rằng khoảng cách H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của tổng $T = 2a + b - 3c$ bằng

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có $f'(x) = 3x^2 + 2x - m + 1, f(2) = 1$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(1; -3)$. Tính $f(-1)$
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.
- Câu 3:** Một ô tô đang chạy đều với vận tốc a (m/s) thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét thì vận tốc ban đầu a là bao nhiêu?
- Câu 4:** thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của $C'D$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(e) = 3$. Tính $F(5)$?
- A.** $F(5) = \ln 5 + 2$. **B.** $F(5) = \ln 5$. **C.** $F(5) = \ln 5 + C$. **D.** $F(5) = \ln 5 + 5$.

Lời giải

Ta có: nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ là $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

Do $F(e) = 3 \Rightarrow \ln e + C = 3 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow F(5) = \ln 5 + 2$.

- Câu 2:** Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$.

- A.** $I = 5$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^2 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$.

- Câu 3:** Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$ với m là tham số. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow (x^3 - x^2 + x) \Big|_0^m = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

- Câu 4:** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $S = \int_0^2 3^x dx$. **B.** $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. **C.** $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. **D.** $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $S = \int_0^2 3^x dx$

- Câu 5:** Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ **B.** $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ **C.** $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ **D.** $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Lời giải

Trục Ox: $y = 0$

Trục Oy: $x = 0$

Theo công thức tính thể tích khối tròn xoay ta có: $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot dx$.

Câu 6: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là

$$x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Do đó trên đoạn $[0;1]$ biểu thức $x^2 - 6x + 5$ không đổi dấu nên ta có:

$$S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - 6x + 5) dx \right| = \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{3}.$$

Câu 7: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t$ (m/s^2), biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm $t = \pi(s)$.

- A. $5(m)$. B. $3(m)$. C. $2(m)$. D. $4(m)$.

Lời giải

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$.

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động thì vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$.

Vậy $v(t) = 2 \sin t$.

Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0(s)$ đến thời điểm $t = \pi(s)$ là

$$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4(m).$$

Câu 8: Một quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau đây $v(t) = -10t + 16$ (m/s). Công thức nào sau đây tính độ cao của quả bóng theo thời gian t ?

- A. $h(t) = -5t^2 + 16t + C$. B. $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.
C. $h(t) = 5t^2 - 16t + 20$. D. $h(t) = 5t^2 - 16t + C$.

Lời giải

Gọi $h(t)$ là độ cao của quả bóng tại thời điểm t .

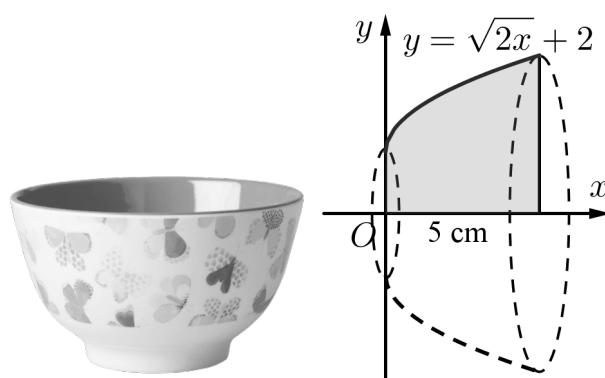
Suy ra: $h'(t) = v(t)$ do đó $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$

Ta có: $\int(-10t + 16)dt = -5t^2 + 16t + C$.

Do quả bóng được ném lên từ độ cao $20m$ nên tại thời điểm $t = 0$ thì $h = 20$.

Hay $h(0) = 20 \Rightarrow C = 20$ nên $h(t) = -5t^2 + 16t + 20$.

Câu 9: Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 78 cm^3 .

B. 274 cm^3 .

C. 87 cm^3 .

D. 247 cm^3 .

Lời giải

Thể tích của chén là: $V = \pi \int_0^5 (\sqrt{2x} + 2)^2 dx = \pi \left(\frac{40}{3} \sqrt{10} + 45 \right) \approx 274 \text{ (cm}^3)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$.

B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$.

C. 14.

D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

$(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$, $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$. Ta có: $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-1}{6}$ suy ra

$(P) \parallel (Q)$. Chọn $A(1; 0; 0) \in (P)$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $d((P), (Q)) = d(A, (Q))$

$$= \frac{|1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{7}{\sqrt{14}}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2; 3; 5)$, $B(3; 2; 4)$ và $C(4; 1; 2)$ có phương trình là

A. $3x - y + 2z - 4 = 0$.

B. $x + y - 5 = 0$.

C. $y - z + 2 = 0$.

D. $2x + y - 7 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (1; -1; -1)$, $\overline{AC} = (2; -2; -3)$ suy ra $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (1; 1; 0)$.

Vì $\overline{AB}; \overline{AC} \subset (ABC)$ nên (ABC) sẽ nhận $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}]$ làm một vectơ pháp tuyến.

Hiển nhiên (ABC) đi qua $A(2; 3; 5)$ nên ta có phương trình của (ABC) là

$$1(x-2) + 1(y-3) + 0(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - 5 = 0.$$

Câu 12: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A.** $2x - y - 2z = 0$. **B.** $2x + y - 2z = 0$. **C.** $2x - y + 2z = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\vec{n}_\alpha = (3; -2; 2), \vec{n}_\beta = (5; -4; 3)$.

$$\Rightarrow [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O , VTPT $\vec{n} = (2; 1; -2)$: $2x + y - 2z = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R thỏa mãn $f'(x) = 18x - 6, f(0) = 1$.

a) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$.

b) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 39$

c) $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 8$

d) $\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \frac{-51}{2}$

Lời giải

a) Sai

Ta có: $f'(x) = 18x - 6 \Rightarrow f(x) = \int (18x - 6) dx = 9x^2 - 6x + C$.

Ta lại có $f(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$

Vậy $f(x) = 9x^2 - 6x + 1$

b) Sai

Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x)|_{-1}^2 = (9x^2 - 6x + 1)|_{-1}^2 = 25 - 16 = 9$.

c) Sai Ta có: $\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 3 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 1 dx = 3 \cdot 1 - 1 = 2$

d) Đúng

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \int_{-1}^2 f'(x) dx - \int_{-1}^2 2x(9x^2 - 6x + 1) dx = 9 - \frac{69}{2} = -\frac{51}{2}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3), B(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.
- Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng 2.
- Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là: $2x - y + 2z + 6 = 0$.
- Giả sử điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA + MB$ ngắn nhất. Khi đó tổng $a - b + 2c = \frac{7}{2}$.

Lời giải

a) Từ phương trình của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ suy ra một véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$. Suy ra a) Đúng.

b) $d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 3 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{11}{3}$. Suy ra b) Sai.

c) Do $(Q) \parallel (P)$ suy ra phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x - y + 2z + m = 0$, với $m \neq 5$. Do (Q) đi qua A nên ta có: $2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -6$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $2x - y + 2z - 6 = 0$. Suy ra c) Sai.

d) * Nhận xét: Do hai điểm A, B đều có cao độ dương nên A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) .

+) Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (Oxy) . Suy ra $A'(1; 2; -3)$.

+) Khi đó với mọi điểm $M \in (Oxy)$, ta có: $MA = MA' \Rightarrow MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Suy ra $\min(MA + MB) = A'B$ đạt được khi A', M, B thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng $(A'B)$ với mặt phẳng (Oxy) .

+) Phương trình đường thẳng $(A'B)$ đi qua A' và có vectơ chỉ phương $\vec{A'B} = (1; -5; 4)$ là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 + 4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

+) $M \in (A'B) \Rightarrow M(1 + t; 2 - 5t; -3 + 4t)$. Mặt khác $M \in (Oxy) \Rightarrow -3 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{4}$.

+) Với $t = \frac{3}{4} \Rightarrow M\left(\frac{7}{4}; -\frac{7}{4}; 0\right)$. Suy ra $a - b + 2c = \frac{7}{2}$. Suy ra d) Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a + b - c$.

Lời giải

Trả lời: 507

$$F'(x) = (2ax + b)e^{2x} + 2(ax^2 + bx - c)e^{2x} = [2ax^2 + (2b + 2a)x + b - 2c]e^{2x}$$

$$\text{Ta có: } [2ax^2 + (2b + 2a)x + b - 2c]e^{2x} = (2024x^2 + 2x + 1)e^{2x} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2024 \\ 2(a + b) = 2 \\ b - 2c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1012 \\ b = -1011 \\ c = -506 \end{cases}$$

Vậy $T = 507$

Câu 2: Cho tích phân $\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right) dx = \ln a + \frac{b}{c}$, biết b là số nguyên, a, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 7

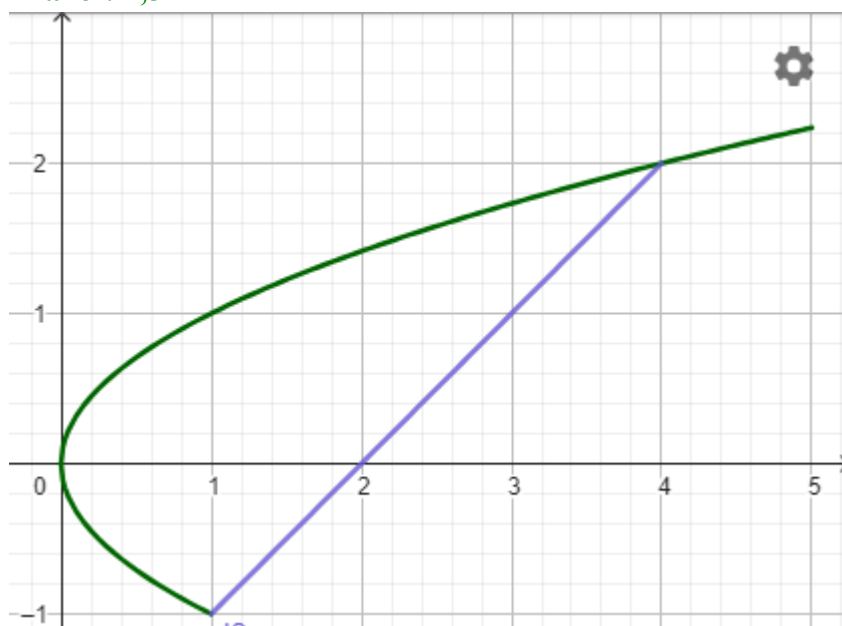
$$\int_1^2 \left(\frac{x^2 + 1}{x} \right) dx = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x| \right) \Big|_1^2 = \ln 2 + \frac{3}{2} = \ln a + \frac{b}{c} \Rightarrow a = 2, b = 3, c = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = 7.$$

Câu 3: Tính diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = x - 2$?

Lời giải

Trả lời: 4,5



Diện tích phần mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số trên là

$$\int_0^1 2\sqrt{x} dx + \int_1^4 \sqrt{x} - x + 2 dx = 2 \int_0^1 x^{1/2} dx + \int_1^4 x^{1/2} - x + 2 dx = 2 \cdot \frac{x^{3/2}}{3/2} \Big|_0^1 + \left(\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^4 = 4,5.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P): $ax + by + cz + 5 = 0$ (với a, b, c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là mặt phẳng đi qua $A(-1; -2; 2)$, $B(-5; 2; 2)$ và không đi qua điểm

$H(0;0;3)$. Biết rằng khoảng cách H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của tổng $T = 2a + b - 3c$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3.

Gọi K là hình chiếu của H trên mặt phẳng (P), E là hình chiếu của H trên AB.

Ta có: $d(H, (P)) = HK, d(H, AB) = HE, HK \leq HE$ (không đổi).

Vậy khoảng cách H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất bằng HE khi $K \equiv E$.

Ta có: $\overline{AB}(-4;4;0)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $A(-1;-2;2)$ và có VTCP $\vec{u}(1;-1;0)$ là:
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 \end{cases}$$

Gọi $E(-1+t;-2-t;2) \in AB$. Ta có: $\overline{EH}(1-t;2+t;1)$.

$\overline{HE} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 1-t-2-t=0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \overline{EH}\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};1\right)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;-2;2)$ có VTPT $\vec{n}(3;3;2)$ là

$3(x+1)+3(y+2)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x+3y+2z+5=0$.

Vậy $a=3; b=3, c=2 \Rightarrow T=2a+b-3c=3$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có $f'(x)=3x^2+2x-m+1, f(2)=1$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $M(1;-3)$. Tính $f(-1)$

Lời giải

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 2x - m + 1) dx = x^3 + x^2 + (1-m)x + C$.

Theo giả thiết $\begin{cases} f(2)=1 \\ f(1)=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^3+2^2+(1-m) \cdot 2+C=1 \\ 1+1+(1-m)+C=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+C=-13 \\ -m+C=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=7 \\ C=1 \end{cases}$.

Suy ra $f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 1$. Vậy $f(-1) = 7$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

Lời giải

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$$

$$= \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^2 (4-x) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 4x \Big|_1^2 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1 + 4 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

Câu 3: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc a (m/s) thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian

tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét thì vận tốc ban đầu a là bao nhiêu?

Lời giải

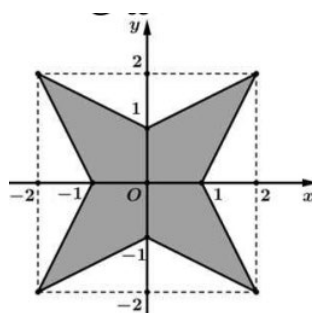
Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên: $-5t + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$.

$$\text{Ta có: } S = \int_0^{\frac{a}{5}} |v(t)| dt = \int_0^{\frac{a}{5}} |-5t + a| dt = \int_0^{\frac{a}{5}} (-5t + a) dt = \frac{1}{10} a^2$$

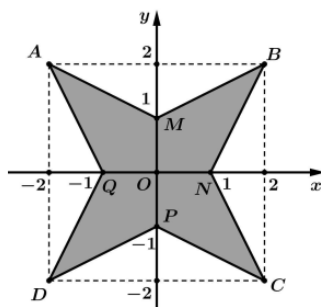
$$S = 40 \Leftrightarrow \frac{1}{10} a^2 = 40 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 (L) \\ a = 20 \end{cases}$$

Vậy: $a = 20 (m/s)$.

Câu 4: Bên trong hình vuông cạnh 4, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải



Ta kí hiệu các điểm như hình vẽ. Ta có khối tròn xoay đó được tạo thành khi quay hình phẳng $QAMBN$ quanh trục (Ox). Mà $S_{QAM} = S_{ONBM}$ nên thể tích của khối tròn xoay đó sẽ bằng 2 lần thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ONBM$ quanh trục (Ox).

+) Viết phương trình đường thẳng MB : $M(0; 1), B(2; 2)$

Có vector chỉ phương $\overrightarrow{MB} = (2; 1)$ suy ra một vector pháp tuyến của đường thẳng là $n_1 = (-1; 2)$.

$$\text{Suy ra } MB: -1(x-0) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow MB: -x + 2y - 2 = 0. \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1.$$

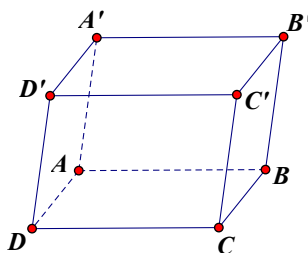
+) Tương tự, ta viết được phương trình đường thẳng NB là

$$-2 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-0) = 0 \Leftrightarrow -2x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2.$$

$$\Rightarrow V = 2 \left(\pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx - \pi \int_1^2 (2x-2)^2 dx \right) = \frac{20}{3} \pi \approx 20,9.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của $C'D$.

Lời giải



Gọi $C'(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (3; 0; 1)$; $\overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (10; 4; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases} \Rightarrow C'(13; 4; 4).$$

Khi đó mặt phẳng trung trực của $C'D$: $\begin{cases} \text{qua } I\left(\frac{13}{2}; 2; \frac{5}{2}\right) \\ \vec{n} = \overrightarrow{C'D} = (13; 4; 3) \end{cases}$

$$\text{có phương trình là } 13\left(x - \frac{13}{2}\right) + 4(y - 2) + 3\left(z - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 13x + 4y + 3z - 100 = 0.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng qua O , đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Lời giải

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; -2; 2)$.

Mặt phẳng (β) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -4; 3)$.

Giả sử mặt phẳng (γ) có vectơ pháp tuyến là \vec{n} .

Do mặt phẳng (γ) vuông góc với cả (α) và (β) nên ta có:

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{n}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (2; 1; -2).$$

Mặt phẳng (γ) đi qua $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$ có phương trình là:

$$2x + y - 2z = 0.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2025}$ là

- A. $2026x^{2026} + C$. B. $2026x^{2025} + C$. C. $\frac{1}{2025}x^{2026} + C$. D. $\frac{1}{2026}x^{2026} + C$.

Câu 2: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 3: Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

- A. 2. B. 0. C. -2. D. 1.

Câu 4: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. C. $V = (\pi + 1)\pi$. D. $V = \pi + 1$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

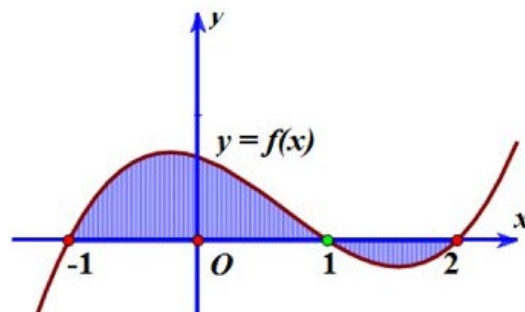
- A. 2. B. 18. C. -6. D. 6.

Câu 6: Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 4. C. -1. D. 3.

Câu 7: Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

- A. $\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
B. $\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
C. $\int_{-1}^2 f(x) dx$.
D. $-\int_{-1}^2 f(x) dx$.



Câu 8: Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$; trục Ox ; $x = 1; x = 3$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \frac{242}{5}$. B. $V = \frac{26}{3}$. C. $V = \frac{26\pi}{3}$. D. $V = \frac{242\pi}{5}$.

Câu 9: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 5 m B. 15 m C. 20 m D. 10 m

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

A. $x = y + z$. B. $y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

Câu 11: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; -1)$, $B(1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC .

A. $x + 2y + 5z + 6 = 0$. B. $x + 2y + 5z - 5 = 0$. C. $x - 2y - 5z - 6 = 0$. D. $x - 2y - 5z + 6 = 0$.

Câu 12: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) biết (P) chứa trục Ox và (P) đi qua điểm $M(1; 1; 2)$.

A. $x - y = 0$. B. $x + y - z = 0$. C. $2x - z = 0$. D. $2y - z = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C). Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox .

a) Diện tích hình phẳng (D) là $S = \int_1^2 |x^3 - 3x + 2| dx$.

b) Gọi S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng (d): $y = -2x + 8$ và 2 đường thẳng $x = 1; x = 3$. Khi đó $S' = \frac{23}{2}$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục Ox bằng 16π

d) Đường thẳng $x = k$ chia hình phẳng (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi đó $k \in (-1; 0)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(2; 7; 9)$, $C(0; 9; 13)$, $M(2; 2; 4)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\vec{AB} = (1; 6; 5)$		
b)	Mặt phẳng (ABC) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$		
c)	$(ABC): x - y + z - 4 = 0$		
d)	$M \in (ABC)$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

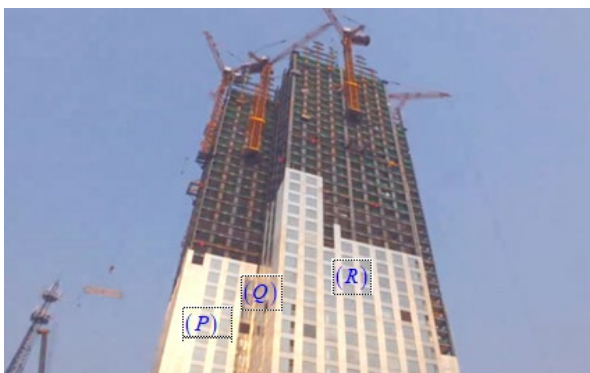
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

Biết rằng $\int_2^5 |f'(x)| dx = 5$. Giá trị của $f(5)$ bằng

Câu 2: Trên thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 5 = 0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 3; -1)$ và song song với mặt phẳng (P) . Biết rằng phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + cz + d = 0$. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng

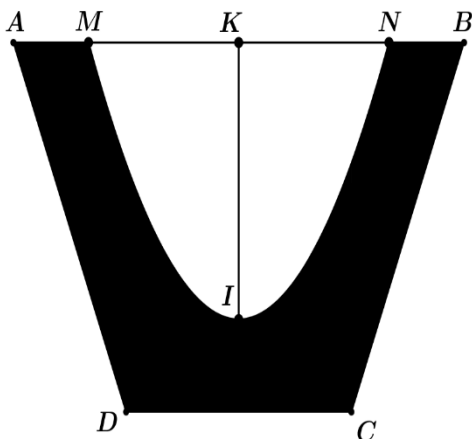


Câu 3: Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường lần lượt thuộc các mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x + y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x + y + z - 5 = 0$, $(R): 2x + 2y - 4z + 21 = 0$.



Độ rộng của bức tường thuộc mặt phẳng (Q) của tòa nhà bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4: Một chiếc cối giã bằng đá có hình dạng khối tròn xoay bên ngoài là hình nón cụt, cao 32 cm. Cắt chiếc cối bởi mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với đáy ta thu được mặt cắt như hình dưới đây



Biết rằng đường cong bên trong mặt cắt là một phần của parabol có đỉnh I ; $AB = 32$ cm, $CD = 16$ cm, $MN = 24$ cm và $IK = 24$ cm. Thể tích phần đá của chiếc cối gần nhất với giá trị nào sau đây (tính theo đơn vị cm^3 và làm tròn đến hàng đơn vị)?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Câu 2: Cổng trường Đại học Bách Khoa Hà Nội có hình dạng Parabol, chiều rộng $8m$, chiều cao $12,5m$. Tính diện tích của cổng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2025}$ là

- A. $2026x^{2026} + C$. B. $2026x^{2025} + C$. C. $\frac{1}{2025}x^{2026} + C$. D. $\frac{1}{2026}x^{2026} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$.

Ta có $\int x^{2025} dx = \frac{1}{2025+1}x^{2025+1} + C = \frac{1}{2026}x^{2026} + C$.

Câu 2: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$.

Câu 3: Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

- A. 2. B. 0. C. -2. D. 1.

Lời giải

Ta có: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \left[\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] = 2$.

Câu 4: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. C. $V = (\pi + 1)\pi$. D. $V = \pi + 1$.

Lời giải

Ta có $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 18. C. -6. D. 6.

Lời giải

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ m.}$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $x = y + z$. B. $y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oyz) đi qua gốc tọa độ O và có vectơ pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (Oyz) : $x = 0$.

Câu 11: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; -1)$, $B(1; 0; 4)$, $C(0; -2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC .

- A. $x + 2y + 5z + 6 = 0$. B. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.
C. $x - 2y - 5z - 6 = 0$. D. $x - 2y - 5z + 6 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overline{CB} = (1; 2; 5)$.

Do mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng BC nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} \equiv \vec{u} = (1; 2; 5).$$

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $1(x - 1) + 2(y + 1) + 5(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z + 6 = 0$.

Câu 12: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) biết (P) chứa trục Ox và (P) đi qua điểm $M(1; 1; 2)$.

- A. $x - y = 0$. B. $x + y - z = 0$.
C. $2x - z = 0$. D. $2y - z = 0$.

Lời giải

Vì mặt phẳng (P) chứa trục Ox nên (P) đi qua $O(0; 0; 0)$ và (P) nhận $\vec{i}(1; 0; 0)$ là một vectơ chỉ phương. Do đó mặt phẳng (P) có một cặp vectơ chỉ phương là $\overline{OM}(1; 1; 2)$ và $\vec{i}(1; 0; 0)$.

Suy ra mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overline{OM}; \vec{i}] = (0; 2; -1)$.

Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là: $2(y - 0) - (z - 0) = 0$ hay $2y - z = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox .

a) Diện tích hình phẳng (D) là $S = \int_1^2 |x^3 - 3x + 2| dx$.

- b) Gọi S' là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $(d): y = -2x + 8$ và 2 đường thẳng $x = 1; x = 3$. Khi đó $S' = \frac{23}{2}$.
- c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (D) quanh trục Ox bằng 16π
- d) Đường thẳng $x = k$ chia hình phẳng (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi đó $k \in (-1; 0)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

$$\text{Xét } x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Diện tích giới hạn đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và trục Ox là $S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx$

b) Đúng

$$\text{Ta có } S' = \int_1^3 |x^3 - 3x + 2 - (8 - 2x)| dx = \int_1^3 |x^3 - x - 6| dx = \frac{23}{2}.$$

c) Sai

$$\text{Thể tích khối tròn xoay } V = \pi \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2)^2 dx = \frac{729}{35} \pi$$

d) Đúng

Với $-2 \leq x \leq 1$ thì $f(x) \geq 0$

Đường thẳng $x = k$ chia hình (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau thì $k \in (-2; 1)$

$$\text{và } \int_{-2}^k (x^3 - 3x + 2) dx = \int_k^1 (x^3 - 3x + 2) dx \Leftrightarrow \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-2}^k = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_k^1$$

$$\frac{k^4}{4} - \frac{3k^2}{2} + 2k + 6 = \frac{4}{3} - \left(\frac{k^4}{4} - \frac{3k^2}{2} + 2k \right) \Leftrightarrow \frac{k^4}{2} - 3k^2 + 4k + \frac{14}{3} = 0 \Leftrightarrow k \approx -0,768.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$, $M(2;2;4)$.

Mệnh đề	Đúng	Sai
$(1; 6; 5)$		
hẳng (ABC) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -1; 1)$		
$) : x - y + z - 4 = 0$		
$ABC)$		

Lời giải

a) Đúng

$$\overrightarrow{AB} = (1; 6; 5).$$

$$A(1;1;4), B(2;7;9) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;6;5).$$

b) Đúng

Mặt phẳng (ABC) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-1;1)$.

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = (14;-14;14) = 14(1;-1;1) \text{ nên } (ABC) \text{ có 1 vectơ pháp tuyến là } \vec{n} = (1;-1;1).$$

c) Đúng

$$(ABC): x - y + z - 4 = 0$$

(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n} = (1;-1;1)$ nên có phương trình $x - y + z - 4 = 0$.

d) Đúng

$$M \in (ABC).$$

Tọa độ $M(2;2;4)$ thỏa phương trình (ABC) nên $M \in (ABC)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

Biết rằng $\int_2^5 |f'(x)| dx = 5$. Giá trị của $f(5)$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3

Từ bảng biến thiên ta có $x \in [3;5] \Rightarrow f'(x) \geq 0$ và $x \in [2;3] \Rightarrow f'(x) \leq 0, f(2) = 0, f(3) = -1$.

$$\int_2^5 |f'(x)| dx = 5 \Leftrightarrow \int_2^3 |f'(x)| dx + \int_3^5 |f'(x)| dx = 5$$

$$\Leftrightarrow -\int_2^3 f'(x) dx + \int_3^5 f'(x) dx = 5 \Leftrightarrow f(x)\Big|_3^2 + f(x)\Big|_3^5 = 5$$

$$\Leftrightarrow f(2) - f(3) + f(5) - f(3) = 5 \Leftrightarrow f(5) + 2 = 5 \Leftrightarrow f(5) = 3.$$

Câu 2: Trên thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 5 = 0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;3;-1)$ và song song với mặt phẳng (P) . Biết rằng phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + 4z + c = 0$. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng



Lời giải

Trả lời: 10

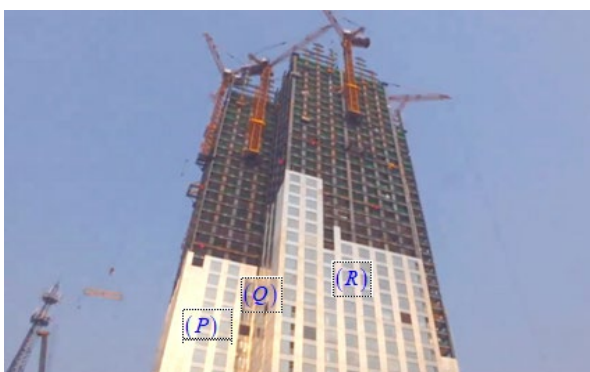
Vì $(Q) // (P)$ nên (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -3; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 3; -1)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -3; 4)$ là:

$$1(x-1) - 3(y-3) + 4(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + 4z + 12 = 0.$$

Khi đó $a = 1, b = -3, c = 12$. Vậy $a + b + c = 10$.

Câu 3: Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường lần lượt thuộc các mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x + y - 2z + 1 = 0, (Q): x + y + z - 5 = 0, (R): 2x + 2y - 4z + 21 = 0$.



Độ rộng của bức tường thuộc mặt phẳng (Q) của tòa nhà bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 3,9

Ta có

$$(P): x + y - 2z + 1 = 0 \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_P = (1; 1; -2)$$

$$(Q): x + y + z - 5 = 0 \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_Q = (1; 1; 1)$$

$$(R): 2x + 2y - 4z + 21 = 0 \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_R = (2; 2; -4)$$

Ta có $\vec{n}_R = 2\vec{n}_P; \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{1}{21}$ nên hai bức tường (P) và (R) song song với nhau

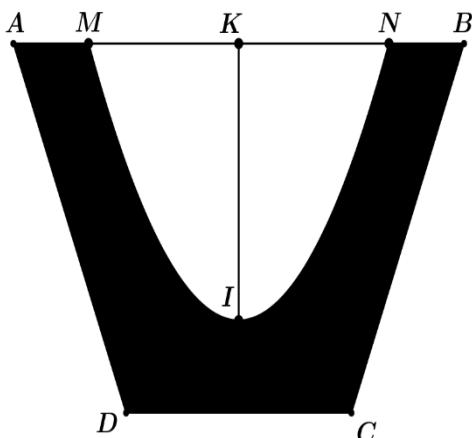
$\vec{n}_p \cdot \vec{n}_Q = 1.1 + 1.1 + (-2).1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_p \perp \vec{n}_Q$ nên bức tường (Q) vuông góc với hai bức tường (P) và (R).

Chọn điểm $M(-1;0;0) \in (P)$. Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên:

$$d((P), (R)) = d(M, (R)) = \frac{|2 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 21|}{\sqrt{4 + 4 + 16}} = \frac{19}{\sqrt{24}} = 3,9m.$$

Vậy độ rộng bức tường (Q) của tòa nhà là 3,9m.

Câu 4: Một chiếc cối giã bằng đá có hình dạng khối tròn xoay bên ngoài là hình nón cụt, cao 32 cm. Cắt chiếc cối bởi mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với đáy ta thu được mặt cắt như hình dưới đây

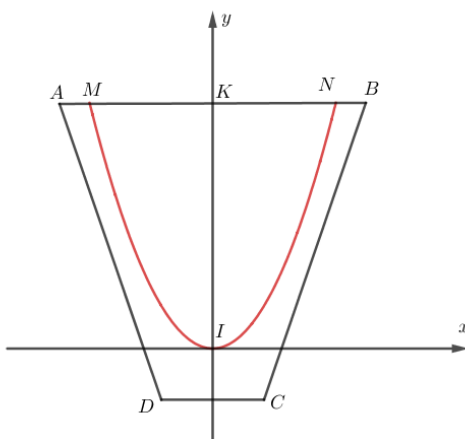


Biết rằng đường cong bên trong mặt cắt là một phần của parabol có đỉnh I; $AB = 32$ cm, $CD = 16$ cm, $MN = 24$ cm và $IK = 24$ cm. Thể tích phần đá của chiếc cối gần nhất với giá trị nào sau đây (tính theo đơn vị cm^3 và làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 9584

Gán hệ tọa độ như hình vẽ



Ta có:

Gọi (P) là Parabol đi qua I, M, N nên phương trình (P) có dạng: $y = \frac{1}{6}x^2 \Leftrightarrow x^2 = 6y$

Thể tích phần trống: $V_1 = \pi \cdot \int_0^{24} 6y dy = 1728\pi$

Thể tích cả cối đá: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 32 \cdot (16^2 + 8^2 + 8 \cdot 16) = \frac{14336}{3} \pi$

Vậy thể tích cần tính là: $V = V_2 - V_1 = \frac{9152}{3} \pi \approx 9584 (cm^3)$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Lời giải

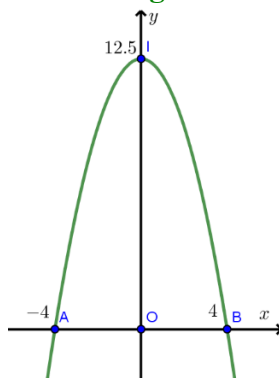
Ta có $f(x) = \int (3 - 5 \cos x) dx = 3x - 5 \sin x + C$.

Lại có: $f(0) = 5 \Leftrightarrow 3 \cdot 0 - 5 \sin 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 5$. Vậy $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$.

Vậy $f\left(\frac{\pi}{2}\right) \approx 4,71$.

Câu 2: Công trường Đại học Bách Khoa Hà Nội có hình dạng Parabol, chiều rộng 8m, chiều cao 12,5m. Tính diện tích của công (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải



Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ mà trục đối xứng của Parabol trùng với trục tung, trục hoành trùng với đường tiếp đất của công.

Khi đó Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + c$.

Vì (P) đi qua đỉnh $I(0;12,5)$ nên ta có $c = 12,5$.

(P) cắt trục hoành tại hai điểm $A(-4;0)$ và $B(4;0)$ nên ta có $0 = 16a + c \Rightarrow a = \frac{-c}{16} = -\frac{25}{32}$. Do

đó (P): $y = -\frac{25}{32}x^2 + 12,5$.

Diện tích của công là: $S = \int_{-4}^4 \left(-\frac{25}{32}x^2 + 12,5\right) dx = \frac{200}{3} \approx 67 (m^2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 1 = 0$, (Q): $x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3.

Phương trình của mp (α) là

Lời giải

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -3; 2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_q = (1; 0; -1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là

$$[\vec{n}_p, \vec{n}_q] = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1).$$

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$ nên (α) có phương trình:

$$x + y + z - 3 = 0.$$

----- HẾT -----

Huỳnh Văn Anh

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là
A. $F(x) = x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$
A. $f(2) = -4$. **B.** $f(2) = 4$. **C.** $f(2) = -2$. **D.** $f(2) = -3$
- Câu 3:** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng
A. 0. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 2.
- Câu 4:** Tính tích phân $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng
A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ **B.** $e^3 - e$ **C.** $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ **D.** $e^4 - e$
- Câu 5:** Biết $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$. Khi đó $f(x)$ bằng
A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x$. **C.** $f(x) = 5^x + 3x$. **D.** $5^x + 3$.
- Câu 6:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2025]$, $f(1) = 1$ và $f(2025) = 2$. Tích phân $I = \int_1^{2025} f'(x) dx$ bằng
A. 2025. **B.** 1. **C.** 2024. **D.** 2.
- Câu 7:** Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 - \cos x) dx$.
A. $\frac{\pi}{2} - 1$. **B.** $\frac{\pi + 1}{2}$. **C.** $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\pi - 1}{2}$.
- Câu 8:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?
A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$. **C.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.
- Câu 9:** Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0, vận tốc biến đổi theo quy luật, và có gia tốc $a = 0,3 \text{ m/s}^2$. Xác định quãng đường vật đó đi được trong 40 phút đầu tiên.
A. 12000m. **B.** 240m. **C.** 864000m. **D.** 3200m.
- Câu 10:** Cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 5z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q) // (P)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .
A. $(2; 3; -5)$. **B.** $(2; -3; -5)$. **C.** $(-4; -6; 10)$. **D.** $(4; 6; 10)$.

Câu 11: Trong không gian cho điểm $M(1;0;-1)$, mặt phẳng (α) qua M và chứa trục ox có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $x + z = 0$.

Câu 12: không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $2x - y + z + 2 = 0$. C. $2x + y + z - 4 = 0$. D. $2x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 5$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

- a) $\int f(x)dx = 5x + C$.
- b) $\int [f(x) + g(x)]dx = 5x + \cos x + C_1$
- c) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$. Biết $G(\pi) = 3$ thì $G(x) = -\cos x + 2$.
- d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 3$ Thì $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 25560$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2), C(0;-2;1)$.

- a) Tọa độ các vecto $\overline{AB} = (1;-1;-1), \overline{AC} = (-2;-3;-2)$
- b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x - 4y + 5z - 13 = 0$.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BC bằng $\frac{\sqrt{17}}{4}$.
- d) Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn điều kiện

$$F(e+1) = a + e + 1. \text{ Tính } F(2).$$

Câu 2: Biết rằng tích phân $I = \int_1^3 \frac{2x^2 - 3}{x} dx = a - \ln b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $a + b$.

Câu 3: Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm.



Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu lít rượu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4: Cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng 1 có dạng $(\alpha): x - by + cz + d = 0$. Khi đó $S = 3b - c + d$?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(3x + 2)^2$, biết $F(0) = 1$. Tính $F(1) = 1$

Câu 2: Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau một ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là
A. $F(x) = x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x)dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = 5 \text{ nên } C = 5. \text{ Vậy } F(x) = x^3 + 5.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x)dx = -3$. Tính $f(2)$
A. $f(2) = -4$. **B.** $f(2) = 4$. **C.** $f(2) = -2$. **D.** $f(2) = -3$

Lời giải

$$\int_0^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_0^2 = f(2) - f(0) = f(2) - 1 = -3 \Rightarrow f(2) = -2.$$

Câu 3: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)]dx$ bằng
A. 0 . **B.** -4 . **C.** 12 . **D.** 2 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^2 [-4 + f(x)]dx = [-4x + F(x)]\Big|_0^2 = (-4x + x^3)\Big|_0^2 = 0.$$

Câu 4: Tính tích phân $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ **B.** $e^3 - e$ **C.** $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ **D.** $e^4 - e$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} e^{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}(e^4 - e).$$

Câu 5: Biết $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C$. Khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x$. **C.** $f(x) = 5^x + 3x$. **D.** $5^x + 3$.

Lời giải

$$\text{Có } \int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{5^x}{\ln 5} + 3x + C \right)' = 5^x + 3.$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2025]$, $f(1) = 1$ và $f(2025) = 2$. Tích phân

$$I = \int_1^{2025} f'(x)dx \text{ bằng}$$

- A. 2025. **B. 1** C. 2024. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_1^{2025} f'(x)dx = f(x)\Big|_1^{2025} = f(2025) - f(1) = 1.$$

Câu 7: Tính $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 - \cos x) dx$.

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi + 1}{2}$. C. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$. **D. $\frac{\pi - 1}{2}$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 - \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 3 dx - \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx = 3x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} - \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi - 1}{2}.$$

Câu 8: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$. C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.**

Lời giải

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx \text{ do } 2x^2 + 1 > 0 \forall x \in [0; 1].$$

Câu 9: Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0, vận tốc biến đổi theo quy luật, và có gia tốc $a = 0,3 \text{ m/s}^2$. Xác định quãng đường vật đó đi được trong 40 phút đầu tiên.

- A. 12000m. B. 240m. **C. 864000m.** D. 3200m.

Lời giải

$$\text{Đổi } 40 \text{ phút} = 2400\text{s}$$

$$\text{Ta có } v(t) = \int 0,3 dt = 0,3t + C$$

$$\text{Do vận tốc ban đầu bằng } 0 \text{ nên } v(0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Do vậy } v(t) = 0,3t$$

Vậy quãng đường đi được trong 40 phút đầu tiên là

$$s = \int_0^{2400} 0,3t dt = 864000(\text{m})$$

Câu 10: Cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 5z - 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q) // (P)$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

- A. $(2; 3; -5)$. B. $(2; -3; -5)$. C. $(-4; -6; 10)$. **D. $(4; 6; 10)$.**

Lời giải

Vì $(Q) // (P)$ nên mọi vectơ pháp tuyến của (P) cũng là vectơ pháp tuyến của (Q) ; hơn thế các vectơ pháp tuyến này đều cùng phương với vectơ $(2; 3; 5)$. Kiểm tra các đáp án chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 11: Trong không gian cho điểm $M(1; 0; -1)$, mặt phẳng (α) qua M và chứa trục ox có phương trình là

- A.** $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) qua $M(1; 0; -1)$ và chứa trục ox nên nhận vectơ $\vec{n} = [\overline{OM}, \vec{i}] = (0; -1; 0)$ làm một vtpt, có phương trình là: $y = 0$.

Câu 12: không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$ và $B(3; 0; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $2x - y + z + 2 = 0$. **C.** $2x + y + z - 4 = 0$. **D.** $2x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra $I(1; 1; 1)$.

Ta có $\overline{AB} = (4; -2; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận \overline{AB} làm vtpt, nên có phương trình là $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 5$ và hàm số $g(x) = \sin x$.

a) $\int f(x) dx = 5x + C$.

b) $\int [f(x) + g(x)] dx = 5x + \cos x + C_1$

c) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $g(x)$. Biết $G(\pi) = 3$ thì $G(x) = -\cos x + 2$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 3$ thì

$F(1) + F(2) + \dots + F(100) = 25560$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có: $\int 5 dx = 5x + C$. Chọn ĐÚNG.

b) $\int [f(x) + g(x)] dx = \int (5 + \sin x) dx = 5x - \cos x + C_1$. Chọn SAI.

c) Ta có: $G(x) = -\cos x + C_1$.

$G(\pi) = 3 \Leftrightarrow -\cos \pi + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 2$ vậy $G(x) = -\cos x + 2$. Chọn ĐÚNG.

d) Ta có: $F(x) = \int 5dx = 5x + C$ mà $F(1) = 3 \Leftrightarrow 5 + C = 3 \Leftrightarrow C = -2 \Rightarrow F(x) = 5x - 2$

Ta có $F(1) = 3; F(2) = 8; F(3) = 13; \dots; F(100) = 498$ là 100 số hạng của cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 5$.

Khi đó: $F(1) + F(2) + \dots + F(100) = \frac{(3 + 498) \cdot 100}{2} = 25050$. Chọn SAI.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2), C(0;-2;1)$.

a) Tọa độ các vecto $\overline{AB} = (1; -1; -1), \overline{AC} = (-2; -3; -2)$

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x - 4y + 5z - 13 = 0$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BC bằng $\frac{\sqrt{17}}{4}$.

d) Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Tọa độ các vecto $\overline{AB} = (1; -1; -1), \overline{AC} = (-2; -3; -2)$. Vậy mệnh đề a) đúng.

b) Ta có một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overline{AB}; \overline{AC}] = (-1; 4; -5)$.

Ta có mặt phẳng (ABC) qua điểm $A(2;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 4; -5)$ nên có phương trình $-1(x-2) + 4(y-1) - 5(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + 5z - 13 = 0$.

Vậy mệnh đề b) đúng

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$ của BC và nhận

$\overline{BC} = (-3; -2; -1)$ làm VTPT có phương trình:

$$3\left(x - \frac{3}{2}\right) + 2(y + 1) + 1\left(z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 4 = 0 \quad (\alpha)$$

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BC bằng

$$d(A, (\alpha)) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 - 4|}{\sqrt{9 + 4 + 1}} = \frac{7}{\sqrt{14}}$$

Vậy mệnh đề c) sai.

d) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C lên mặt phẳng (P) và đường thẳng AB .

Ta có $CH = d(C, (P)) \leq CK \Rightarrow d(C, (P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

Ta có $\vec{n}_p = [\vec{n}, \overline{AB}] = (-9; -6; -3)$

Suy ra $(P): 3x + 2y + z - 11 = 0$.

Vậy mệnh đề d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn điều kiện $F(e+1) = a+e+1$. Tính $F(2)$.

Lời giải

Trả lời: 1

$$* f(x) = \frac{x+a}{x-1} = 1 + \frac{a+1}{x-1}.$$

* $F(x) = \int f(x) dx = x + (a+1)\ln(x-1) + C$ (C là hằng số). Do $F(e+1) = a+e+1$ nên suy ra $C = -1$. Do đó $F(x) = x + (a+1)\ln(x-1) - 1$.

$$* F(2) = 1.$$

Câu 2: Biết rằng tích phân $I = \int_1^3 \frac{2x^2 - 3}{x} dx = a - \ln b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 35

$$\text{Ta có } I = \int_1^3 \frac{2x^2 - 3}{x} dx = \int_1^3 \left(2x - \frac{3}{x} \right) dx = \left(x^2 - 3 \ln x \right) \Big|_1^3 = 8 - 3 \ln 3 = 8 - \ln 27.$$

Suy ra $a + b = 8 + 27 = 35$.

Câu 3: Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, độ dài trục bé bằng 6 dm.

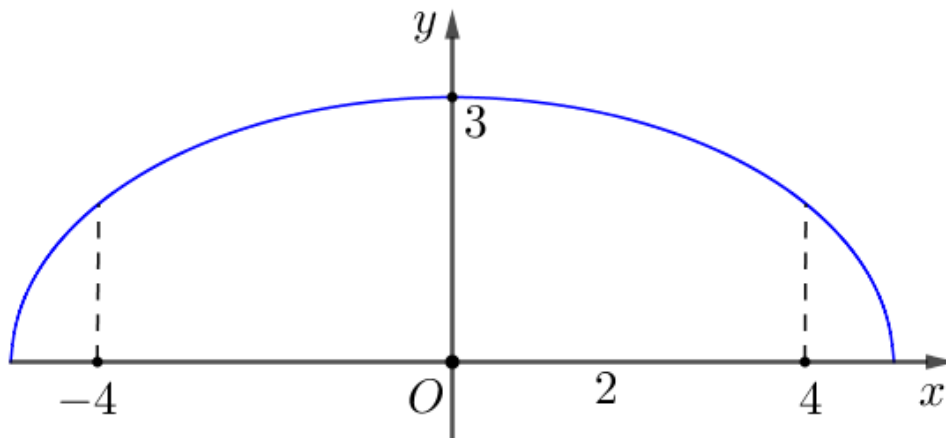


Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu lít rượu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 178

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Elip có độ dài trục lớn bằng 10, trục bé bằng 6 có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = 3\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$.

Thùng gỗ xem như vật thể tròn xoay hình thành bằng cách quay elip quanh trục Ox và được giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -4, x = 4$.

Thể tích vật thể là $V = \pi \int_{-4}^4 y^2 dx = 9\pi \int_{-4}^4 \left(1 - \frac{x^2}{25}\right) dx = \frac{1416\pi}{25} \text{ dm}^3 = \frac{1416\pi}{25} \approx 178$ (lít).

Câu 4: Cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) và cách A một khoảng 1 có dạng $(\alpha): x - by + cz + d = 0$. Khi đó $S = 3b - c + d$?

Lời giải

Trả lời: 12

Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) nên mặt phẳng (β) có dạng:

$$x - 2y + 2z + d = 0; (d \neq 2).$$

Khoảng cách từ M đến (β) bằng 1 $\Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2(-1) + d|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 \Leftrightarrow |d - 5| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 8 \\ d = 2 \text{ (l)} \end{cases}$

Do đó: $(\beta): x - 2y + 2z + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \\ d = 8 \end{cases}$

Vậy $S = 3 \cdot 2 - 2 + 8 = 12$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(3x + 2)^2$, biết $F(0) = 1$. Tính $F(1) = 1$

Lời giải

$F(x) = \int f(x) dx = \int x(3x + 2)^2 dx = \int (9x^3 + 12x^2 + 4x) dx = \frac{9}{4}x^4 + 4x^3 + 2x^2 + C$ (Với C là một hằng số).

Có $F(0) = C = 1 \Leftrightarrow C = 1$.

Vậy $F(x) = \frac{9}{4}x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 1$.

Nên $F(1) = 9,25$

Câu 2: Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau một ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, *Calculus 10e, Cengage 2014*). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Ta có: $P(t) = \int P'(t) dt = \int k\sqrt{t} dt = k \cdot \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + C$

Số lượng vi khuẩn của ban đầu của quần thể đó là 500 vi khuẩn hay $P(0) = 500 \Leftrightarrow C = 500$.

Từ đó suy ra: $P(t) = k \cdot \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + 500$.

Sau một ngày số lượng vi khuẩn của quần thể đó tăng lên thành 600 vi khuẩn hay

$P(1) = 600 \Leftrightarrow \frac{2}{3}k + 500 = 600 \Leftrightarrow k = 150$.

Vậy số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t là $P(t) = 100.t^{\frac{3}{2}} + 500$

Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là: $P(7) = 100.7^{\frac{3}{2}} + 500 \approx 2352$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

Lời giải

Vì $(P) // (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $3x - y + 2z + D = 0, (D \neq -3)$.

Lấy $M(x; y; z) \in (P)$. Khi đó $d(M, (\alpha)) = \frac{|3x - y + 2z - 3|}{\sqrt{14}} = \sqrt{14} \Leftrightarrow |3x - y + 2z - 3| = 14$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z - 3 = 14 \\ 3x - y + 2z - 3 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y + 2z - 17 = 0 \\ 3x - y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$

Vậy có hai phương trình của $(P): 3x - y + 2z - 17 = 0; 3x - y + 2z + 11 = 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng
- A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{12}$. C. $\frac{63}{4}$. D. $\frac{16}{3}$.
- Câu 2:** Hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.
- A. $f(x) = -2 \cos x - 3 \sin x$. B. $f(x) = -2 \cos x + 3 \sin x$.
C. $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$. D. $f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$.
- Câu 3:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là
- A. $20x^3 - 12x + C$. B. $x^5 - 2x^3 + x + C$. C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.
- Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a, c]$. Nếu biết $\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_b^c f(x) dx = 8$, thì giá trị của $\int_a^c f(x) dx$ là bao nhiêu?
- A. 11. B. -5. C. 5. D. -11.
- Câu 5:** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $S = \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$
- Câu 6:** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?
- A. $V = 2(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi(\pi + 1)$. C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.
- Câu 7:** Cho $\int_{-3}^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^3 f(x) dx = -5$. Tính $I = \int_{-3}^3 f(x) dx$.
- A. -3. B. 0. C. 7. D. 6.
- Câu 8:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là
- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = 7$. D. $S = 8$.
- Câu 9:** Tính thể tích của phần vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng
- A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là
- A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 2 = 0$. C. $x + 2y + 4z - 4 = 0$. D. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 3 = 0$ là.

- A. $2x + 4y - 3z - 8 = 0$. B. $2x + 4y - 3z = 0$. C. $2x + 4y - 3z + 8 = 0$. D. $2x - 4y - 3z = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(2; 1; -2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 8 = 0$ là

- A. $x - z - 4 = 0$. B. $x - z + 4 = 0$.
C. $2x + y - 2z - 4 = 0$. D. $2x + y - 2z + 4 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s).

- a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.
b) Tại thời điểm $t = 7$, vận tốc của chất điểm là 6 .
c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m.
d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z - 1 = 0$.

- a) $\vec{n} = (3; 1; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .
b) (α) đi qua điểm A .
c) $d(A; \alpha) = \frac{\sqrt{11}}{11}$.

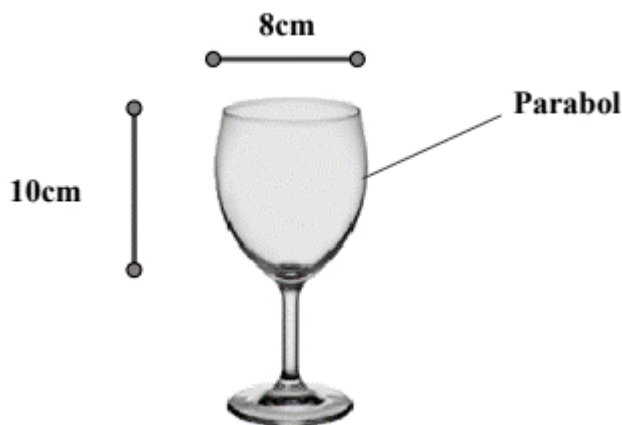
d) Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (α) có phương trình $3x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

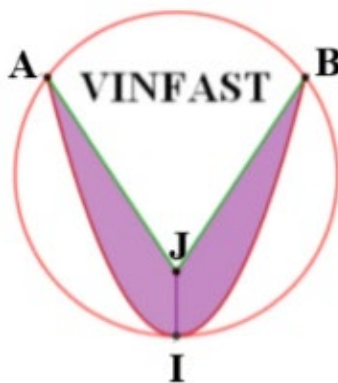
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(1) = e^2$ và $\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = 9 - e^2$.

. Tính $f(\ln 3)$

Câu 2: Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



- Câu 3:** Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô VINFAST là một hình tròn như hình vẽ bên. Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh I và đường gấp khúc AJB được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng/ m^2 . Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng/ m^2 . Biết $AB = 2m$, $IA = IB = \sqrt{5}m$ và $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$. Tính tổng tiền để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên? (làm tròn đến hàng phần chục)



- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 4y + 4z + 3 = 0$ và cách điểm $A(2, -3, 4)$ một khoảng bằng 3. Tính tích hai hệ số tự do của phương trình tổng quát mặt phẳng (P) (biết hoành độ của vectơ pháp tuyến của (P) bằng 1).

PHẦN IV. Tự luận

- Câu 1:** Tính tích phân $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2e^x + \sin x) dx$.

- Câu 2:** Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn cho thuê mỗi gian hàng với giá là x triệu đồng ($x > 0$). Khi đó doanh thu của cửa hàng được biểu diễn theo hàm số $T(x)$. Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -10x + 200$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu giá thuê cho mỗi gian hàng là 10 triệu đồng thì doanh thu là 1800 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 1 = 0$ và cách điểm $M(-1; 3; 1)$ là một khoảng bằng 2.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

- A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{12}$. C. $\frac{63}{4}$. D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Đặt $f_1(x) = x^3 - 6x$ và $f_2(x) = x^2$. Ta có $f_1(x) - f_2(x) = x^3 - x^2 - 6x$.

Phương trình $f_1(x) - f_2(x) = 0$ có ba nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 3$.

Diện tích của hình phẳng đã cho là

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right| + \left| \int_0^3 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_0^3 \right| = \frac{253}{12}.$$

Câu 2: Hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số.

- A. $f(x) = -2 \cos x - 3 \sin x$. B. $f(x) = -2 \cos x + 3 \sin x$.
C. $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$. D. $f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$.

Lời giải

Ta có $(F(x))' = (2 \sin x - 3 \cos x)' = 2 \cos x + 3 \sin x$.

Vậy hàm số $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos x + 3 \sin x$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

- A. $20x^3 - 12x + C$. B. $x^5 - 2x^3 + x + C$. C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$. D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.

Lời giải

Ta có

Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

$$\int f(x) dx = \int (5x^4 - 6x^2 + 1) dx$$

$$= \int (5x^4) dx - \int (6x^2) dx + \int (1) dx$$

$$= 5 \int (x^4) dx - 6 \int (x^2) dx + \int (1) dx$$

$$= 5 \cdot \frac{x^{4+1}}{4+1} - 6 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} + x + C = x^5 - 2x^3 + x + C \text{ (với hằng số } C \text{)}.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a, c]$. Nếu biết

$\int_a^b f(x) dx = 3$ và $\int_b^c f(x) dx = 8$, thì giá trị của $\int_a^c f(x) dx$ là bao nhiêu?

- A. 11. B. -5. C. 5. D. -11.

Lời giải

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = 11.$$

Câu 5: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 2^x dx$. **B.** $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. **C.** $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. **D.** $S = \pi \int_0^2 2^x dx$

Lời giải

$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx \text{ (do } 2^x > 0, \forall x \in [0; 2]).$$

Câu 6: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$. **B.** $V = 2\pi(\pi + 1)$. **C.** $V = 2\pi^2$. **D.** $V = 2\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^\pi (\sqrt{2 + \sin x})^2 dx = \pi \int_0^\pi (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^\pi = 2\pi(\pi + 1).$$

Câu 7: Cho $\int_{-3}^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^3 f(x) dx = -5$. Tính $I = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

A. -3 . **B.** 0 . **C.** 7 . **D.** 6 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_{-3}^2 f(x) dx = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 2 + (-5) = -3.$$

Câu 8: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{3}$. **B.** $S = \frac{8}{3}$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Lời giải

$$\text{Diện tích hình phẳng là } S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$$

Câu 9: Tính thể tích của phần vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vì $2x - x^2 \geq 0 \forall x \in [0; 2]$ nên thể tích của phần vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^4 + x^4) dx = \frac{16\pi}{15}.$$

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là
A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z - 2 = 0$. **C.** $x + 2y + 4z - 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

(P) qua $A(0; 0; 1)$ và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$
 $\Rightarrow (P): x + 2y + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + 2y + 2z - 2 = 0$.

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + 2z - 3 = 0$ là.
A. $2x + 4y - 3z - 8 = 0$. **B.** $2x + 4y - 3z = 0$. **C.** $2x + 4y - 3z + 8 = 0$. **D.** $2x - 4y - 3z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 2)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; 2)$. Do đó (P) có vector pháp tuyến là:
 $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_{(Q)}] = (2; 4; -3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; -1; 0)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (2; 4; -3)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình: $2(x - 2) + 4(y + 1) - 3(z - 0) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - 3z = 0$.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(2; 1; -2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 8 = 0$ là
A. $x - z - 4 = 0$. **B.** $x - z + 4 = 0$.
C. $2x + y - 2z - 4 = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 4 = 0$.

Lời giải

Trục Oy có một vector chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Mặt phẳng (Q) một vector pháp tuyến là
 $\vec{n}_{(Q)} = (1; -2; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(2; 1; -2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên có cặp vector chỉ phương là $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (1; -2; 1)$. Do đó (P) có vector pháp tuyến là: $\vec{n}_{(P)} = [\vec{j}; \vec{n}_{(Q)}] = (1; 0; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(2;1;-2)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (1;0;-1)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình: $1(x-2)+0(y-1)-1(z+2)=0 \Leftrightarrow x-z-4=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s²). Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s).

- a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t (s) xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.
 b) Tại thời điểm $t = 7$, vận tốc của chất điểm là 6.
 c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m.
 d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai

Ta có $v(t) = \int a(t)dt = \int (2t - 7)dt = t^2 - 7t + C$.

$v(0) = 6 \Rightarrow C = 6$ nên $v(t) = t^2 - 7t + 6$.

b) Đúng

$v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6$.

c) Sai

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là

$$S = \int_1^7 v(t)dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6)dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18.$$

d) Sai

Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t là

$$x(t) = \int v(t)dt = \int (t^2 - 7t + 6)dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $x(t)$ với $t \in [0;8]$.

Ta có $x'(t) = v(t) = 0$ khi $t = 1$ hoặc $t = 6$.

Lại có $x(0) = C$, $x(1) = \frac{17}{6} + C$, $x(6) = -18 + C$, $x(8) = -\frac{16}{3} + C$.

Vậy giá trị lớn nhất của $x(t)$ với $t \in [0;8]$ đạt được khi $t = 1$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z - 1 = 0$.

a) $\vec{n} = (3; 1; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

b) (α) đi qua điểm A .

c) $d(A; \alpha) = \frac{\sqrt{11}}{11}$.

d) Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (α) có phương trình $3x - y + z - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai

Do (α) có một VTPT là $(3; -1; 1)$.

b) Sai

Ta có $3 \cdot 1 - 3 + 2 - 1 = 1 \neq 0$. Suy ra, (α) không đi qua điểm A .

c) Đúng

Theo công thức tính khoảng cách ta có $d(A; \alpha) = \frac{|3 \cdot 1 - 3 + 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$.

d) Đúng

Mặt phẳng song song với (α) có dạng: $3x - y + z + C = 0$ ($C \neq -1$)

Vì mặt phẳng đi qua A nên $3 \cdot 1 - 3 + 2 + C = 0 \Rightarrow C = -2$

Vậy mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (α) có phương trình $3x - y + z - 2 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(1) = e^2$ và $\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = 9 - e^2$.
 . Tính $f(\ln 3)$

Lời giải

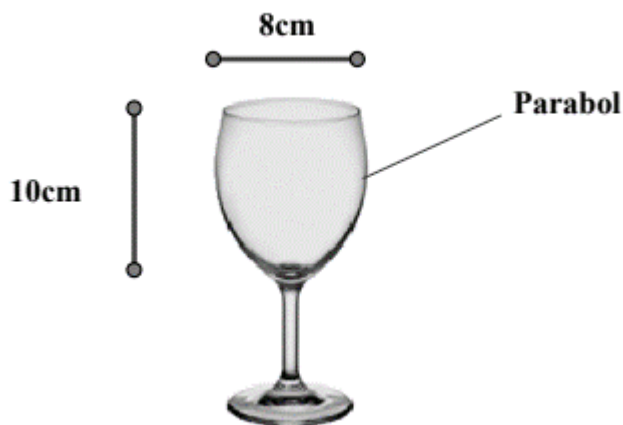
Trả lời: 9

Ta có $\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = f(x) \Big|_1^{\ln 3} = f(\ln 3) - f(1) = f(\ln 3) - e^2$.

Mà theo giả thiết $\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = 9 - e^2$. Suy ra $f(\ln 3) - e^2 = 9 - e^2 \Leftrightarrow f(\ln 3) = 9$.

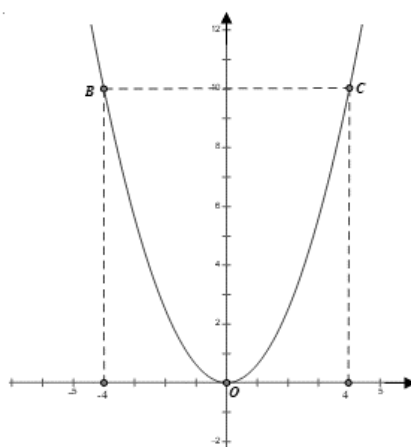
Vậy $f(\ln 3) = 9$.

Câu 2: Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

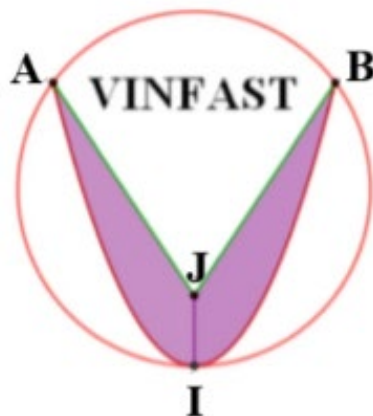
Trả lời: 251



Parabol có phương trình $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$

Thể tích tối đa cốc $V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y\right) dy \approx 251$.

Câu 3: Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô VINFAST là một hình tròn như hình vẽ bên. Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh I và đường gấp khúc AJB được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng/ m^2 . Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng/ m^2 . Biết $AB = 2m$, $IA = IB = \sqrt{5}m$ và $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$. Tính tổng tiền để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên? (làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 19,2

Chọn gốc tọa độ tại điểm $I(0;0)$, tia Iy trùng với tia IJ , ta có $A(-1;2)$, $B(1;2)$ và $J\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Phương trình parabol qua các điểm $I(0;0)$, $A(-1;2)$, $B(1;2)$ là $y = 2x^2$.

Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $I(0;0)$, $A(-1;2)$, $B(1;2)$ là $x^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$.

Diện tích cả hình tròn bằng $S = \pi R^2 = \frac{25\pi}{16}$.

Đoạn thẳng JA thuộc đường thẳng có phương trình: $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$; Đoạn thẳng JB thuộc

đường thẳng có phương trình: $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.

Vậy diện tích phần tô đậm bằng

$$S_1 = \int_{-1}^0 \left| 2x^2 - \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right) \right| dx + \int_0^1 \left| 2x^2 - \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right) \right| dx = \frac{7}{12} + \frac{7}{12} = \frac{7}{6}.$$

Diện tích phần không tô đậm bằng $S_2 = S - S_1 = \frac{25}{16}\pi - \frac{7}{6}$.

Chi phí bằng $T = S_1 \cdot 10 + 2S_2 = \frac{7}{6} \cdot 10 + \left(\frac{25\pi}{16} - \frac{7}{6}\right) \cdot 2 \approx 19,2$ triệu đồng.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 4y + 4z + 3 = 0$ và cách điểm $A(2, -3, 4)$ một khoảng bằng 3. Tính tích hai hệ số tự do của phương trình tổng quát mặt phẳng (P) (biết hoành độ của vectơ pháp tuyến của (P) bằng 1).

Lời giải

Trả lời: 175

$$(P) // (Q): 2x - 4y + 4z + 3 = 0 \Rightarrow (P): 2x - 4y + 4z + D = 0 (D \neq 3)$$

$$d(A, (P)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|4 + 12 + 16 + D|}{\sqrt{4 + 16 + 16}} = \frac{|D + 32|}{6} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -14 \\ D = -50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): 2x - 4y + 4z - 14 = 0; 2x - 4y + 4z - 50 = 0.$$

Vì hoành độ của vectơ pháp tuyến của (P) bằng 1 nên phương trình của các mặt phẳng cần tìm là: $x - 2y + 2z - 7 = 0; x - 2y + 2z - 25 = 0.$

Khi đó tích hai hệ số tự do của phương trình tổng quát mặt phẳng (P) là $(-7) \cdot (-25) = 175.$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính tích phân $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2e^x + \sin x) dx.$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (2e^x + \sin x) dx &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2e^x dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \\ &= 2e^x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - \cos x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 2e^{\frac{\pi}{2}} - 2e^{\frac{\pi}{4}} - \left(0 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right). \\ &= 2e^{\frac{\pi}{2}} - 2e^{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Câu 2: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn cho thuê mỗi gian hàng với giá là x triệu đồng ($x > 0$). Khi đó doanh thu của cửa hàng được biểu diễn theo hàm số $T(x)$. Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -10x + 200$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu giá thuê cho mỗi gian hàng là 10 triệu đồng thì doanh thu là 1800 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

Lời giải

$$\text{Ta có: } T(x) = \int T'(x) dx = \int (-10x + 200) dx = -5x^2 + 200x + C, C \in \mathbb{R}.$$

Khi giá cho thuê mỗi gian hàng là 10 triệu đồng thì doanh thu là 1800 triệu đồng nên ta có $T(10) = 1800 \Rightarrow C = 300.$

$$\text{Vậy } T(x) = -5x^2 + 200x + 300 = -5(x - 20)^2 + 2300 \leq 2300.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20.$

Suy ra doanh thu cao nhất mà chủ trung tâm thương mại có thể thu về là 2300 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng có giá cho thuê là 20 triệu đồng.

Vậy $x = 20$ (triệu đồng).

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 4z - 1 = 0$ và cách điểm $M(-1; 3; 1)$ là một khoảng bằng 2.

Lời giải

(P) có dạng: (P): $x - 2y + 4z + c = 0$ ($c \neq -1$)

$$d(M, (P)) = \frac{|-1 - 6 + 4 + c|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{|c - 3|}{\sqrt{21}}$$

$$d(M, (P)) = 2 = \frac{|c - 3|}{\sqrt{21}} \Rightarrow |c - 3| = 2\sqrt{21} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 + 2\sqrt{21} \\ c = 3 - 2\sqrt{21} \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là (P): $x - 2y + 4z + 3 + 2\sqrt{21} = 0$ hay

$$(P): x - 2y + 4z + 3 - 2\sqrt{21} = 0.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = \ln x$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$. B. $f(x) = \frac{1}{x}$. C. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$. D. $f(x) = -\frac{1}{x}$.

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2025}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2024} \cdot x^{2024} + C$. B. $\int f(x) dx = 2025 \cdot x^{2024} + C$.

- C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2026} \cdot x^{2026} + C$. D. $\int f(x) dx = x^{2026} + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \sin x$ là

- A. $2x^2 + \cos x + C$. B. $4 + \cos x + C$. C. $2x^2 - \cos x + C$. D. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 5: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn

$[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 2. C. -6. D. -2.

Câu 6: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

- A. -7. B. -3. C. 4. D. 7.

Câu 7: Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ B. $S = \int_0^2 2^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z - 5 = 0$, $(R): 2x - y + z - 1 = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α) ?

A. $(\alpha_1): -2x + y - 3z = 0$.

B. $(\alpha_2): x + 5y + z - 2 = 0$.

C. $(\alpha_3): 4x - 2y + 7 = 0$.

D. $(\alpha_4): x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 7.

B. $7\sqrt{6}$.

C. $6\sqrt{7}$.

D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

a) Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .

c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km .

d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4,34 km .

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

a) Véc tơ $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z + 15 = 0$

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y = 0$.

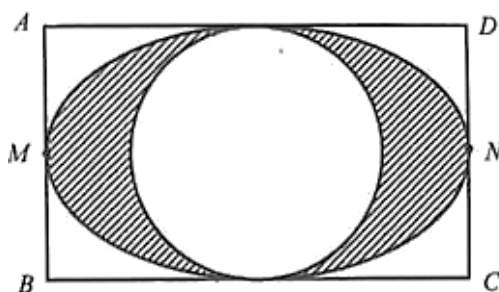
d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết $\int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx = ae + b + \frac{c}{e}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $P = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Chấp hành theo “Luật trật tự an toàn giao thông đường bộ”, Chị Nga đang lái xe với vận tốc $5m/s$ thì nhận thấy phía trước đèn giao thông đang chuyển sang đèn đỏ nên cần giảm tốc độ của xe để đợi đèn đỏ. Sau khi đạp phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -0,7t + 5(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn, xe di chuyển quãng đường bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6cm$, $AD = 10cm$, M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

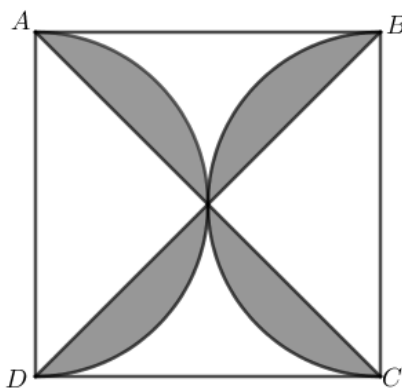


Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = -e^x - 4x + 2$, $F(0) = 1$. Tính giá trị $F(2)$

Câu 2: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh $4cm$ vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay (cm^3) sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là?

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = \ln x$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$. **B. $f(x) = \frac{1}{x}$.** C. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$. D. $f(x) = -\frac{1}{x}$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x} = f(x)$.

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2025}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2024} \cdot x^{2024} + C$. B. $\int f(x) dx = 2025 \cdot x^{2024} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2026} \cdot x^{2026} + C$. D. $\int f(x) dx = x^{2026} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \frac{1}{2026} \cdot x^{2026} + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \sin x$ là

- A. $2x^2 + \cos x + C$. B. $4 + \cos x + C$. **C. $2x^2 - \cos x + C$.** D. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int (4x + \sin x) dx = 2x^2 - \cos x + C$.

Câu 4: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. **C. $x^3 - \cos x + C$.** D. $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 5: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 6.** B. 2. C. -6. D. -2.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 f(x) dx = F(x)|_1^2 = F(2) - F(1) = 6$.

Câu 6: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

A. -7. **B. -3.** C. 4. D. 7.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 + (-5) = -3$.

- Câu 7:** Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

$$\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 4 - 1 = 3$$

- Câu 8:** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ **B.** $S = \int_0^2 2^x dx$ **C.** $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ **D.** $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Lời giải

Ta có: $S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx$.

- Câu 9:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ **B.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ **C.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ **D.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

Lời giải

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z - 5 = 0$, $(R): 2x - y + z - 1 = 0$ là

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Lời giải

+ Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) và (R) lần lượt là $\begin{cases} \vec{n}_Q = (1; 1; 3) \\ \vec{n}_R = (2; -1; 1) \end{cases}$.

+ $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \\ \vec{n}_P \perp \vec{n}_R \end{cases} \Rightarrow VTPT \vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (4; 5; -3)$.

+ Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ và véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (4; 5; -3)$ có phương trình $4(x-2) + 5(y-1) - 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α) ?

A. $(\alpha_1): -2x + y - 3z = 0$.

B. $(\alpha_2): x + 5y + z - 2 = 0$.

C. $(\alpha_3): 4x - 2y + 7 = 0$. D. $(\alpha_4): x + 2y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 0)$.

Mặt phẳng $(\alpha_4): x + 2y - z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_4 = (1; 2; -1)$.

Vì $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_4 = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 0 \cdot (-1) = 0$ nên $(\alpha_4) \perp (\alpha)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 7.

B. $7\sqrt{6}$.

C. $6\sqrt{7}$.

D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Do mặt phẳng (P) song song mặt phẳng (Q) nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và

(Q) bằng: $d((P), (Q)) = d(O, (Q)) = \frac{|-7|}{\sqrt{6}} = \frac{7}{\sqrt{6}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

a) Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .

c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km .

d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4,34 km .

Lời giải

a) Đúng

$$v_T'(t) = 10\pi \sin(2\pi t); v_R'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z} \text{ mà } t \in [0, 5; 1] \text{ suy ra } t = 0,5 \text{ hoặc } t = 1.$$

Bảng biến thiên:

t	0,5	1
$v_T'(t)$	-	
$v_T(t)$	↘	

Từ bảng biến thiên, trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Sai

Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là $\int_0^{0,5} 3\sqrt{t} dt \approx 0,71(km)$.

c) Sai

Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ chạy được $\int_0^1 (5 - 5 \cos(2\pi t)) dt = 5(km)$, và rùa chạy được $\int_0^1 3\sqrt{t} dt = 2(km)$. Khi đó thỏ giành chiến thắng và cách biệt $5 - 2 = 3(km)$.

d) Đúng

$\int_0^{x_1} (5 - 5 \cos(2\pi t)) dt = 5x_1 - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x_1)$. Ta cần giải phương trình $5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x) = 10$.

Xét hàm số $f(x) = 5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x)$.

Ta có $f'(x) = 5 - 5 \cos(2\pi x) \geq 0$ (do $\cos(2\pi x) \leq 1$ với mọi x) nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Do đó phương trình $f(x) = 10$ có tối đa 1 nghiệm. Dễ thấy $f(2) = 10$ nên phương trình $f(x) = 10$ có nghiệm duy nhất là $x_1 = 2$.

$\int_0^{x_2} 3\sqrt{t} dt = 2\sqrt{x_2^3} = 10$ suy ra $x_2 = \sqrt[3]{25} > x_1$ do đó thỏ chạy được 10 km trước.

Khi thỏ chạy được 10 km thì rùa chạy được $\int_0^2 3\sqrt{t} dt = 4\sqrt{2}$.

Khi đó thỏ thắng cách biệt $10 - 4\sqrt{2} \approx 4,34(km)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

a) Véc tơ $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z + 15 = 0$

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y = 0$.

d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Theo định nghĩa véc tơ $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

b) Sai.

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) nên:

$\vec{n}_\beta = (1; 2; 2)$, do đó (β) có phương trình: $x - 1 + 2(y - 2) + 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 15 = 0$.

c) Đúng.

Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α)

nên $\begin{cases} \vec{n}_\beta \perp \vec{OA} = (1; 2; 5) \\ \vec{n}_\beta \perp \vec{n} = (1; 2; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\beta = [\vec{OA}, \vec{n}] = (-6; 3; 0) = -3(2; -1; 0)$, do đó (β) có phương trình:

$$2x - y = 0.$$

d) Đúng.

Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng

Do $M \in (\alpha): x = 6 - 2y - 2z \Rightarrow M(6 - 2b - 2c; b; c)$

Vì A, O, M thẳng hàng nên

$$\vec{OM}(6 - 2b - 2c; b; c) = k \cdot \vec{OA} = (k; 2k; 5k)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2b - 2c = k \\ b = 2k \\ c = 5k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{5} \\ c = 2 \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right) \\ k = \frac{2}{5} \end{cases}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết $\int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx = ae + b + \frac{c}{e}$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $P = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0

$$\int_0^1 \frac{e^{-x} + 2}{e^{x-1}} dx = \int_0^1 (e^{-2x+1} + 2e^{-x+1}) dx = e \cdot \int_0^1 ((e^{-2})^x + 2 \cdot (e^{-1})^x) dx = e \cdot \left(\frac{e^{-2x}}{-2} + 2 \cdot \frac{e^{-x}}{-1} \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{5}{2}e - 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{e} = 0$$

Câu 2: Chấp hành theo “Luật trật tự an toàn giao thông đường bộ”, Chị Nga đang lái xe với vận tốc $5m/s$ thì nhận thấy phía trước đèn giao thông đang chuyển sang đèn đỏ nên cần giảm tốc độ của xe để đợi đèn đỏ. Sau khi đạp phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -0,7t + 5(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn, xe đi chuyển quãng đường bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

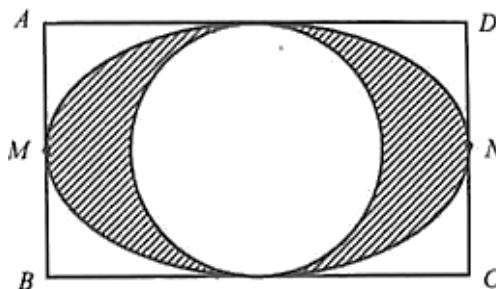
Trả lời: 17,9

Khi xe dừng hẳn, ta có: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -0,7t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{50}{7}(s)$.

Vậy quãng đường xe đi chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:

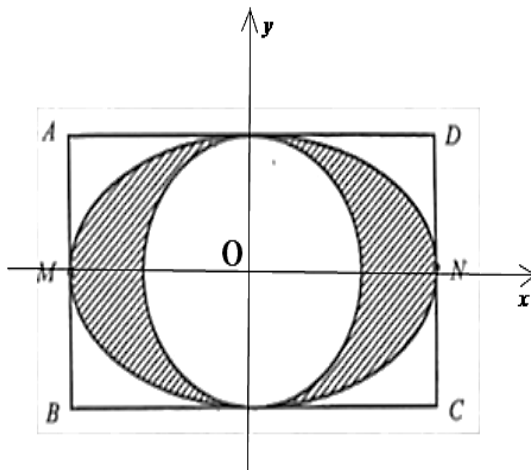
$$\int_0^{\frac{50}{7}} (-0,7t + 5) dx = \left(-0,7 \cdot \frac{t^2}{2} + 5t \right) \Big|_0^{\frac{50}{7}} = \frac{125}{7} = 17,9(m).$$

Câu 3: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6cm$, $AD = 10cm$, M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 75,4



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ. Trong đó: $MN \equiv Ox$ và O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Độ dài trục lớn, độ dài trục bé của elip lần lượt là $AD = 2a = 10\text{cm}$ và $AB = 2b = 6\text{cm}$. Suy ra:

$$a = 5\text{cm} \text{ và } b = 3\text{cm}. \text{ Khi đó, phương trình của elíp là: } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1. \text{ Suy ra: } y^2 = 9\left(1 - \frac{x^2}{25}\right)$$

Với $x \in [-5; 5]$. Quay đường elip quanh trục MN tạo ra khối tròn xoay có thể tích là:

$$V_{Ox} = \pi \int_{-5}^5 f^2(x) dx = \pi \int_{-5}^5 y^2 dx = \pi \int_{-5}^5 9\left(1 - \frac{x^2}{25}\right) dx = 9\pi \int_{-5}^5 \left(1 - \frac{x^2}{25}\right) dx = 60\pi \text{ cm}^3.$$

Quay đường tròn đường kính $AB = 6\text{cm}$ quanh trục MN tạo ra khối cầu có thể tích là:

$$V_{KC} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 36\pi \text{ cm}^3.$$

Do đó, thể tích của vật trang trí là: $V = V_{Ox} - V_{KC} = 60\pi \text{ cm}^3 - 36\pi \text{ cm}^3 = 24\pi \text{ cm}^3$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

Lời giải

Trả lời: 135

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $2\overline{MA} + 3\overline{MB} = \vec{0}$ suy ra $I(-1; 1; 1)$

$$IA^2 = 27; IB^2 = 12; d(I, (P)) = 3$$

$$2MA^2 + 3MB^2 = 2(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + 3(\overline{MI} + \overline{IB})^2 = 5\overline{MI}^2 + 2\overline{IA}^2 + 3\overline{IB}^2 = 5MI^2 + 90$$

Mà $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

$$\text{Suy ra } MI \geq d(I, (P)) = 3$$

$$\text{Vậy } 2MA^2 + 3MB^2 \geq 5 \cdot 9 + 90 = 135$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $F(x)$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = -e^x - 4x + 2$, $F(0) = 1$. Tính giá trị $F(2)$

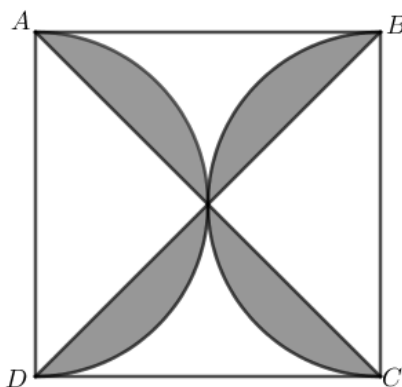
Lời giải

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (-e^x - 4x + 2) dx = -e^x - 2x^2 + 2x + C$

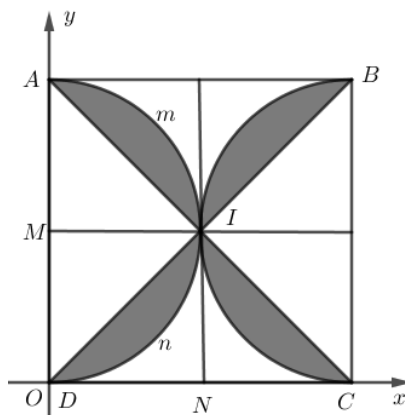
Mà $F(0) = 1 \Rightarrow -1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow F(x) = -e^x - 2x^2 + 2x + 2$

$\Rightarrow F(1) = -e - 2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 2 = -e + 2$.

Câu 2: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh 4cm vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay (cm^3) sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ ($O \equiv D$), độ dài vectơ đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1cm.

Khi đó:

Nửa đường tròn (C) đường kính AD có tâm $M(0;2)$ là trung điểm AD , bán kính bằng 2.

Suy ra: $(C): x^2 + (y - 2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AmI}: y = 2 + \sqrt{4 - x^2} \\ \widehat{InD}: y = 2 - \sqrt{4 - x^2} \end{cases}$

$AC: x + y - 4 = 0; BD: y = x$

Suy ra thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt đã cho quanh cạnh CD là:

$$V = 2\pi \left[\int_0^2 \left((2 + \sqrt{4-x^2})^2 - (4-x)^2 \right) dx + \int_0^2 \left(x^2 - (2 - \sqrt{4-x^2})^2 \right) dx \right] \approx 57,4 \text{cm}^3.$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là?

Lời giải

$$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0.$$

$$(P) // (ABC) \Rightarrow (P): 6x + 3y + 2z + m = 0 \quad (m \neq -12).$$

$$(P) \text{ cách đều } D \text{ và mặt phẳng } (ABC) \Rightarrow d(D, (P)) = d(A, (P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \Leftrightarrow |36 + m| = |12 + m| \Leftrightarrow \begin{cases} 36 + m = 12 + m \\ 36 + m = -12 - m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -24 \text{ (nhận)}.$$

Vậy phương trình của (P) là $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
A. $\sin x + 3x^2 + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$. **C.** $\sin x + 6x^2 + C$. **D.** $-\sin x + C$.
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.
- Câu 3:** Tích phân $\int_1^e \frac{7}{3x} dx$ bằng
A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{4}{3}$.
- Câu 4:** Tích phân $\int_0^1 2^x dx$ bằng
A. $-\ln 2$. **B.** $\ln \frac{1}{2}$. **C.** $\ln 2$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}$.
- Câu 5:** Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:
A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. **B.** $f(x) = x^2e^{x^2} - 1$. **C.** $f(x) = e^{2x}$. **D.** $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.
- Câu 6:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng
A. $V = \frac{16\pi}{9}$. **B.** $V = \frac{16}{9}$. **C.** $V = \frac{16\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16}{15}$.
- Câu 7:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng
A. $\frac{125}{12}$. **B.** $\frac{253}{12}$. **C.** $\frac{63}{4}$. **D.** $\frac{16}{3}$.
- Câu 8:** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.
A. $21\sqrt{3}$. **B.** 21 . **C.** $63\sqrt{3}$. **D.** 63 .
- Câu 9:** Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ quanh trục Ox là:
A. $\frac{1088\pi}{15}$. **B.** $\frac{138\pi}{5}$. **C.** $\frac{9\pi}{2}$. **D.** $\frac{72\pi}{5}$.
- Câu 10:** Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là
A. $x - y + 5z - 18 = 0$. **B.** $x - y + 5z + 18 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 18 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 18 = 0$

Câu 11: Cho điểm $M(2; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

- A. 2. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. -2.

Câu 12: Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$, $mx + 3y + z + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

- A. -5. B. 5. C. -8. D. 8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$.

- a) $F(1) - F(0) = -\frac{7}{2}$.
 b) Cho $F(0) = 3$, khi đó $F(2) = 5$.
 c) $\int f(x) dx = \int (ax^2 + bx + c) dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx$.
 d) $a + b + 3c = -12$.

Câu 2: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomet) vào một trận địa pháo phòng không, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Trong tập luyện, một vùng mặt phẳng trong tầm hoạt động của pháo được giữ bởi 3 điểm pháo $A(3; 0; 0)$; $B(0; 1, 5; 0)$; $C(0; 0; -1, 5)$. Một mục tiêu bay từ $M(5; 2; 4)$ tới $N(1; 0; -2)$.

- a) Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $x + 2y - 2z - 3 = 0$
 c) Mục tiêu tại $M(5; 2; 4)$ nằm trong vùng hoạt động của pháo.
 b) Gọi G là điểm va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng (ABC) . Tọa độ điểm G là $(3; 1; 1)$.
 d) Khoảng cách từ điểm pháo A tới vị trí va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng là 1,41 km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho $\int_3^5 \frac{x+3}{x-2} dx = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2 + b^2$.

Câu 2: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 3: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($x \in [0; \pi]$) là tam giác đều có cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Trong không gian cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

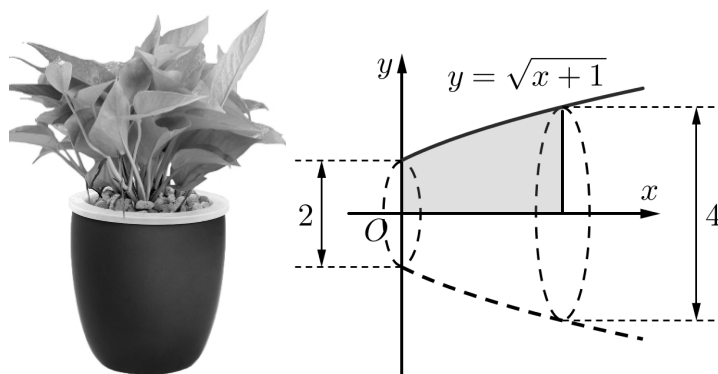
PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(1)$ bằng

Câu 2: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

Câu 3: Để đảm bảo an toàn giao thông khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 18m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 18 - 6t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Câu 4: Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu lít (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A.** $\sin x + 3x^2 + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$. **C.** $\sin x + 6x^2 + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 2) dx = e^x + 2x + C$

Câu 3: Tích phân $\int_1^e \frac{7}{3x} dx$ bằng

- A.** $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^e \frac{7}{3x} dx = \frac{7}{3} \ln|x| \Big|_1^e = \frac{7}{3} (\ln e - \ln 1) = \frac{7}{3}$.

Câu 4: Tích phân $\int_0^1 2^x dx$ bằng

- A.** $-\ln 2$. **B.** $\ln \frac{1}{2}$. **C.** $\ln 2$. **D.** $\frac{1}{\ln 2}$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^1 = \frac{2}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 5: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

- A.** $f(x) = 2xe^{x^2}$. **B.** $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. **C.** $f(x) = e^{2x}$. **D.** $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = F'(x) \Rightarrow f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

Câu 6: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2x - x^2, y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{16\pi}{9}$.

B. $V = \frac{16}{9}$.

C. $V = \frac{16\pi}{15}$.

D. $V = \frac{16}{15}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Khi đó $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16}{15} \pi$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{253}{12}$.

C. $\frac{63}{4}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Đặt $f_1(x) = x^3 - 6x$ và $f_2(x) = x^2$. Ta có $f_1(x) - f_2(x) = x^3 - x^2 - 6x$.

Phương trình $f_1(x) - f_2(x) = 0$ có ba nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 3$.

Diện tích của hình phẳng đã cho là

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - x^2 - 6x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right| + \left| \int_0^3 (x^3 - x^2 - 6x) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 \right) \Big|_0^3 \right| = \frac{16}{3} + \frac{64}{3} = \frac{253}{12}$$

Câu 8: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $21\sqrt{3}$.

B. 21.

C. $63\sqrt{3}$.

D. 63.

Lời giải

Diện tích thiết diện tạo ra khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có

hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) là $S(x) = 3 \cdot \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = 3x^2 \sqrt{3}$ nên thể tích vật thể là

$$V = \int_1^4 3x^2 \sqrt{3} dx = 63\sqrt{3}.$$

Câu 9: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ quanh trục Ox là:

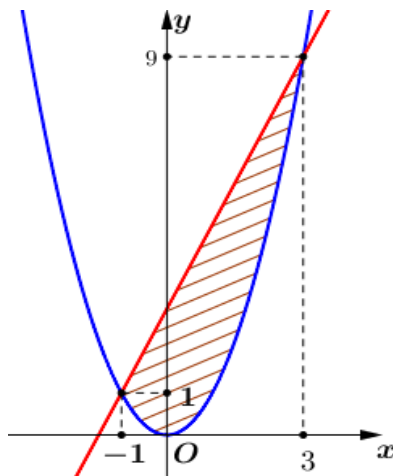
A. $\frac{1088\pi}{15}$.

B. $\frac{138\pi}{5}$.

C. $\frac{9\pi}{2}$.

D. $\frac{72\pi}{5}$.

Lời giải



Hoành độ giao điểm của đường $y = x^2$ với $y = 2x + 3$ là $x = -1; x = 3$. Vậy thể tích của khối tròn xoay

$$\text{cần tính là: } V = \pi \int_{-1}^3 (2x+3)^2 dx - \pi \int_{-1}^3 (x^2)^2 dx = \frac{1088\pi}{15}.$$

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

A. $x - y + 5z - 18 = 0$. **B.** $x - y + 5z + 18 = 0$.

C. $2x - y + 3z - 18 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 18 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2; -1; 3)$ và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1; -1; 5)$ làm vec-tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $x - y + 5z - 18 = 0$.

Câu 11: Cho điểm $M(2; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. -2.

Lời giải

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-1) - 7|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 12: Cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$, $mx + 3y + z + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

A. -5.

B. 5.

C. -8.

D. 8.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_q = (m; 3; 1)$.

Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau khi chỉ khi $\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 0 \Leftrightarrow m + 6 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$.

a) $F(1) - F(0) = -\frac{7}{2}$.

b) Cho $F(0) = 3$, khi đó $F(2) = 5$.

c) $\int f(x) dx = \int (ax^2 + bx + c) dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx$.

d) $a + b + 3c = -12$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng

Ta có $F(1) - F(0) = -\frac{7}{2}$

b) Sai

Ta có $F(2) - F(0) = -2 \Rightarrow F(2) = -2 + F(0) = -2 + 3 = 1$.

c) Sai

Ta có: $\int f(x) dx = \int (ax^2 + bx + c) dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C$.

d) Đúng

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^1 = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2}$ (1).

$\int_0^2 f(x) dx = -2 \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^2 = -2 \Leftrightarrow \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2$ (2).

$\int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^3 = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \\ \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \\ 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

Câu 2: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomet) vào một trận địa pháo phòng không, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Trong tập luyện, một vùng mặt phẳng trong tầm hoạt động của pháo được giữ bởi 3 điểm pháo $A(3;0;0); B(0;1,5;0); C(0;0;-1,5)$. Một mục tiêu bay từ $M(5;2;4)$ tới $N(1;0;-2)$.

- a) Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $x + 2y - 2z - 3 = 0$
- c) Mục tiêu tại $M(5;2;4)$ nằm trong vùng hoạt động của pháo.
- b) Gọi G là điểm va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng (ABC) . Tọa độ điểm G là $(3;1;1)$.
- d) Khoảng cách từ điểm pháo A tới vị trí va chạm của mục tiêu khi tới mặt phẳng là 1,41 km.

Lời giải

a) Gọi mặt phẳng (ABC) đi qua 3 điểm pháo $A(3;0;0); B(0;1,5;0); C(0;0;-1,5)$ nên có phương trình là $\frac{x}{3} + \frac{y}{1,5} + \frac{z}{-1,5} = 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 3 = 0$.

b) Vì $5 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 3 \neq 0$ nên $M(5;2;4) \notin (ABC)$

c) Giả sử điểm $G(x_G; y_G; z_G)$ là vị trí khi mục tiêu bay tới mặt phẳng (ABC) để tới vị trí N nên $G \in (ABC)$.

Do $\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MN}$ là 2 vecto cùng hướng nên tồn tại số thực $t > 0$ sao cho $\overrightarrow{MG} = t\overrightarrow{MN}$

$$\overrightarrow{MG} = (x_G - 5; y_G - 2; z_G - 4); \overrightarrow{MN} = (-4; -2; -6)$$

$$\text{Nên } \begin{cases} x_G - 5 = -4t \\ y_G - 2 = -2t \\ z_G - 4 = -6t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 5 - 4t \\ y_G = 2 - 2t \\ z_G = 4 - 6t \end{cases}$$

$$\text{Vì } G \in (ABC) \Leftrightarrow 5 - 4t + 2(2 - t) - 2(4 - 6t) = 3 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow G(3;1;1).$$

d) Khoảng cách từ vị trí A đến điểm va chạm là $AG = \sqrt{(3-3)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = 1,41 \text{ km}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho $\int_3^5 \frac{x+3}{x-2} dx = a + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2 + b^2$.

Lời giải

Trả lời: 29

$$\text{Ta có } \int_3^5 \frac{x+3}{x-2} dx = \int_3^5 \left(1 + \frac{5}{x-2} \right) dx = (x + 5 \cdot \ln|x-2|) \Big|_3^5 = 2 + 5 \ln 3$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 29.$$

Câu 2: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 78,1

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình;

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow -x^3 + 12x + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có $S = \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx$

$$= \int_{-3}^0 (x^3 - 12x - x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}.$$

Câu 3: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($x \in [0; \pi]$) là tam giác đều có cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 3,46

Ta có diện tích thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có

hoành độ x là $S(x) = \frac{(2\sqrt{\sin x})^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \sin x$.

Suy ra thể tích của vật thể cần tìm là $V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}$.

Câu 4: Trong không gian cho điểm $M(1; -3; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (α) cần tìm cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a, 0, 0), B(0, b, 0), C(0, 0, c)$ ($a, b, c \neq 0$)

Vì $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$; (α) qua $M(1; -3; 2)$ nên: $(\alpha): \frac{1}{a} - \frac{3}{b} + \frac{2}{c} = 1$ (*)

Vì $OA = OB = OC \neq 0 \Rightarrow |a| = |b| = |c| \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a = b = c(1) \\ a = b = -c(2) \\ a = -b = c(3) \\ a = -b = -c(4) \end{cases}$

Thay (1) vào (*) ta có phương trình vô nghiệm

Thay (2), (3), (4) vào (*) ta được tương ứng $a = -4, a = 6, a = \frac{-3}{4}$

Vậy có 3 mặt phẳng.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ thỏa mãn $F(0) = 2$, giá trị của $F(1)$ bằng

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int x^2 - 2x + 3 dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + C$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ có $F(0) = 2 \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 2 \Rightarrow F(1) = \frac{13}{3}$.

Câu 2: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

Lời giải

$$\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1$$

Câu 3: Để đảm bảo an toàn giao thông khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 18m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 18 - 6t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Lời giải

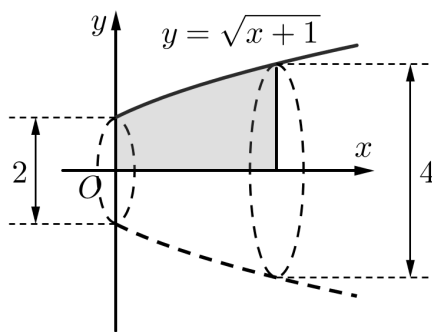
Ta có: $v_A(0) = 18 \text{ m/s}$.

Khi xe A dừng hẳn: $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3 \text{ s}$.

Quãng đường từ lúc xe A hãm phanh đến lúc dừng hẳn là $s = \int_0^3 (18 - 6t) dt = 27 \text{ m}$.

Do các xe phải cách nhau tối thiểu 1m để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là 28m.

Câu 4: Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu lít (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải

Với bán kính đáy chậu là 1 dm thì $y = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow x = 0$

Với bán kính đáy chậu là 2 dm thì $y = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3$

Thể tích của khối chậu là: $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x+1})^2 dx = \frac{15\pi}{2} \approx 23,56 \text{ dm}^3$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

Lời giải

Gọi mặt phẳng phải tìm là (P) . Khi đó véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_p = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 1; -2)$.

Phương trình của (P) là $2x + y - 2z = 0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là.

Lời giải

Vì (Q) song song với (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$(Q): x + 2y + 2z + c = 0$$

Lấy $M \in (P) \Rightarrow M(0; 0; 5) \Rightarrow d(M, (Q)) = \frac{7}{3}$. Khi đó ta có

$$d(M, (Q)) = \frac{|2 \cdot 5 + c|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} 10 + c = 7 \\ 10 + c = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \\ c = -17 \end{cases}$$

Vậy ta có các mặt phẳng (Q) là

$$(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0; (Q): x + 2y + 2z - 17 = 0$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $f(x) = e^x + \tan^2 x$ có nguyên hàm là:

- A. $\int f(x)dx = e^x - \frac{1}{\cos^2 x} + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + \tan x - x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + \tan x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + \tan x - 1 + C$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8^x \cdot 2^{1-2x}$ là

- A. $2 \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$. B. $\frac{8^x}{\ln 8} \cdot \frac{2^{1-2x}}{\ln 2} + C$. C. $2^x \cdot \ln 2 + C$. D. $2 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 16 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$. Tìm $\int f(x) dx$.

- A. $\int f(x)dx = 6x + 8 \cos x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 - 8 \cos x + C$.
C. $\int f(x)dx = x^3 + 8 \cos x + C$. D. $\int f(x)dx = 6x - 8 \cos x + C$.

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 5: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$.
Tìm $F(x)$.

- A. $2 \ln(x-1) + 2$. B. $\ln(x-1) + 3$. C. $4 \ln(x-1)$. D. $\ln(x-1) - 3$.

Câu 6: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. -3 . B. 3 . C. -1 . D. 1 .

Câu 7: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

- A. $\ln 2 - 1$. B. $-\ln 2$. C. $\ln 2$. D. $1 - \ln 2$.

Câu 8: Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ bằng 10 là

- A. $m = 2$. B. $m = 5$. C. $m = \frac{7}{2}$. D. $m = 1$.

Câu 9: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$ C. $S = \frac{793}{4}$ D. $S = \frac{397}{4}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

- A.** $x + 2y + 3z + 2 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 6 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

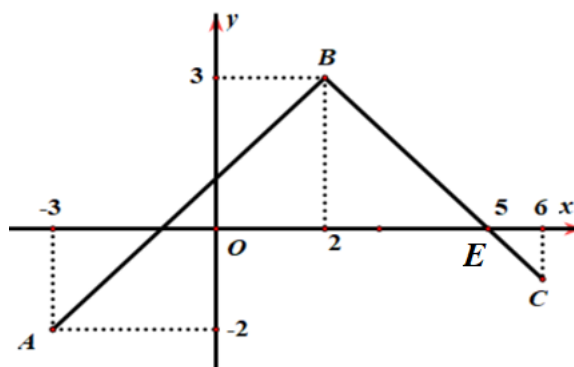
- A.** $P(0;0;-5)$. **B.** $M(1;1;6)$. **C.** $Q(2;-1;5)$. **D.** $N(-5;0;0)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;1)$, $N(2;1;2)$ và song song với trục Oz có phương trình là

- A.** $x + 2y + z = 0$. **B.** $2x - y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **D.** $2x - y + 5 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , đồ thị hàm số $(C): y = f'(x)$ trên đoạn $[-3;6]$ là đường gấp khúc như hình vẽ.



a) $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2$.

b) $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}$.

c) $f(2) - f(6) = 4$.

d) $f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-2); B(2;1;2); C(3;-2;1)$.

a) Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có một véc tơ pháp tuyến là

$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}]$.

b) Phương trình mặt phẳng (P) là $13x + 5y - 2z + 27 = 0$.

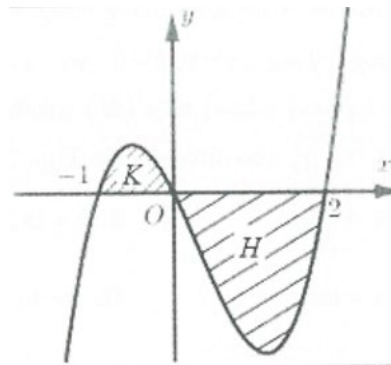
c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và nhận \overline{BC} làm véc tơ pháp tuyến có dạng: $1(x+1)x - 3(y+2) - 1(z-2) = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1$.

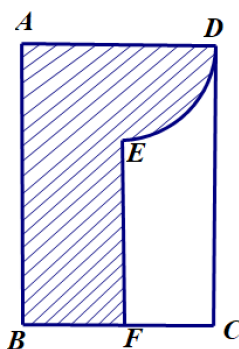
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Biết $\int 2\sqrt{x^3} dx = a.x^b + C$. Tính $5a - 2b$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Diện tích các hình phẳng $(K), (H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$, tính $f(2)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 3: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 3\text{cm}$, $AD = 2\text{cm}$; F là trung điểm của BC ; điểm E cách AD một đoạn bằng 1cm .



Thể tích của vật thể trang trí trên là $a(\text{cm}^3)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Khi đó a bằng

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(4;1;2)$ và cách đều hai điểm $C(-2;1;-1)$, $D(0;-3;1)$ có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$ ($a < 0$). Tính $P = a + b + c$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

Câu 2: Cho $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (f(x) - 2 \sin x) = 5$. Tính giá trị của $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} f(x) dx$.

Câu 3: Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành khi quay xung quanh trục hoành là

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t$ (m/s^2), biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s).

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;1)$, $C(0;-1;2)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0)$, $B(-2;2;-1)$, $C(5;-1;3)$. Tính tích abc .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $f(x) = e^x + \tan^2 x$ có nguyên hàm là:

- A. $\int f(x)dx = e^x - \frac{1}{\cos^2 x} + C.$ **B. $\int f(x)dx = e^x + \tan x - x + C.$**
 C. $\int f(x)dx = e^x + \tan x + C.$ D. $\int f(x)dx = e^x + \tan x - 1 + C.$

Lời giải

Ta có: $f(x) = e^x + \tan^2 x = e^x + \tan^2 x + 1 - 1 = e^x + \frac{1}{\cos^2 x} - 1.$

Khi đó: $\int f(x)dx = \int \left(e^x + \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = e^x + \tan x - x + C.$

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 8^x \cdot 2^{1-2x}$ là

- A. $2 \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C.$ B. $\frac{8^x}{\ln 8} \cdot \frac{2^{1-2x}}{\ln 2} + C.$ C. $2^x \cdot \ln 2 + C.$ **D. $2 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C.$**

Lời giải

Ta có: $f(x) = 8^x \cdot 2^{1-2x} = 2^{3x} \cdot 2^{1-2x} = 2^{x+1} = 2 \cdot 2^x.$

Khi đó $\int f(x) dx = \int 2 \cdot 2^x dx = 2 \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 16 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}.$ Tìm $\int f(x) dx.$

- A. $\int f(x)dx = 6x + 8 \cos x + C.$ **B. $\int f(x)dx = x^3 - 8 \cos x + C.$**
 C. $\int f(x)dx = x^3 + 8 \cos x + C.$ D. $\int f(x)dx = 6x - 8 \cos x + C.$

Lời giải

Ta có: $f(x) = 3x^2 + 16 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 3x^2 + 8 \cdot 2 \cdot \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 3x^2 + 8 \sin x.$

$\int f(x) dx = \int (3x^2 + 8 \sin x) dx = 3 \int x^2 dx + 8 \int \sin x dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 8 \cos x + C = x^3 - 8 \cos x + C.$

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}.$

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$
 C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$ **D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$**

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int \frac{x^4 + 2}{x^2} dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

Câu 5: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$.

Tìm $F(x)$.

- A. $2\ln(x-1)+2$. B. $\ln(x-1)+3$. C. $4\ln(x-1)$. D. $\ln(x-1)-3$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-1} dx + C = \ln|x-1| + C = \ln(x-1) + C$ (vì $x \in (1; +\infty) \Rightarrow |x-1| = x-1$).

$F(e+1) = 4$. Ta có $1 + C = 4 \Rightarrow C = 3$

Vậy $F(x) = \ln(x-1) + 3$.

Câu 6: Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. -3 . B. 3 . C. -1 . D. 1 .

Lời giải

Ta có $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1$

$\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1$

Câu 7: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

- A. $\ln 2 - 1$. B. $-\ln 2$. C. $\ln 2$. D. $1 - \ln 2$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$.

Câu 8: Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ bằng 10 là

- A. $m = 2$. B. $m = 5$. C. $m = \frac{7}{2}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Vì $m > 0$ nên $2x + 3 > 0, \forall x \in [0; m]$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ là:

$$S = \int_0^m (2x + 3) \cdot dx = (x^2 + 3x) \Big|_0^m = m^2 + 3m.$$

Theo giả thiết ta có:

$$S = 10 \Leftrightarrow m^2 + 3m = 10 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 \text{ (do } m > 0).$$

Câu 9: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{937}{12}$.

B. $S = \frac{343}{12}$

C. $S = \frac{793}{4}$

D. $S = \frac{397}{4}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích cần tìm là: } S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$$

$$= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \Big|_{-3}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \Big|_0^4 \right|$$

$$= \left| \frac{-99}{4} \right| + \left| \frac{-160}{3} \right| = \frac{937}{12}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $x + 2y + 3z + 2 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z - 6 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) có phương trình là: $x - 2y + 3z + d = 0$ ($d \neq 1$).

Vì mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ nên ta có: $1 - 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + d = 0 \Leftrightarrow d = 6$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x - 2y + 3z + 6 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $P(0; 0; -5)$.

B. $M(1; 1; 6)$.

C. $Q(2; -1; 5)$.

D. $N(-5; 0; 0)$.

Lời giải

Ta có $1 - 2 \cdot 1 + 6 - 5 = 0$ nên $M(1; 1; 6)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 1)$, $N(2; 1; 2)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A. $x + 2y + z = 0$.

B. $2x - y - 3 = 0$.

C. $x + 2y + z - 6 = 0$.

D. $2x - y + 5 = 0$.

Lời giải

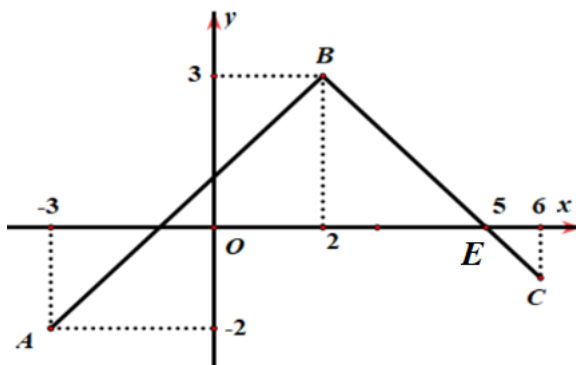
Ta có $\overrightarrow{MN}(1; 2; 1); \vec{k}(0; 0; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \vec{k}] = (2; -1; 0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ có véc tơ pháp tuyến $(2; -1; 0)$ là :

$$2(x-1) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , đồ thị hàm số $(C): y = f'(x)$ trên đoạn $[-3; 6]$ là đường gấp khúc như hình vẽ.



a) $\int_{-3}^{-1} f'(x) dx = -2.$

b) $\int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{2}.$

c) $f(2) - f(6) = 4.$

d) $f(5) + f(-3) - 2f(2) = 2.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có đường thẳng AB đi qua 2 điểm $A(-3; -2), B(2; 3)$ nên phương trình đường thẳng AB

$$\text{là } \frac{x+3}{2+3} = \frac{y+2}{3+2} \Leftrightarrow y = x + 1.$$

$$\text{Khi đó } \int_{-3}^{-1} f'(x) dx = \int_{-3}^{-1} (x+1) dx = -2.$$

$$\text{b) Ta có } \int_0^1 f'(x) dx = \int_0^1 (x+1) dx = \frac{3}{2}.$$

c) Ta có đường thẳng BC đi qua 2 điểm $B(2; 3), E(5; 0)$ nên phương trình đường thẳng BC là

$$\frac{x-2}{5-2} = \frac{y-3}{0-3} \Leftrightarrow y = -x + 5.$$

$$\text{Khi đó } \int_2^6 f'(x) dx = \int_2^6 (-x+5) dx = 4. \text{ Vì vậy } f(2) - f(6) = -\int_2^6 f'(x) dx = -4.$$

d) Ta có $\int_{-3}^2 f'(x)dx = \int_{-3}^2 (x+1)dx = \frac{5}{2} = f(2) - f(-3),$

$\int_2^5 f'(x)dx = \int_2^5 (-x+5)dx = \frac{9}{2} = f(5) - f(2)$

Vì vậy $f(5) + f(-3) - 2f(2) = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2.$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-2); B(2;1;2); C(3;-2;1).$

a) Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có một véc tơ pháp tuyến là

$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}].$

b) Phương trình mặt phẳng (P) là $13x + 5y - 2z + 27 = 0.$

c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và nhận \overline{BC} làm véc tơ pháp tuyến có dạng: $1(x+1)x - 3(y+2) - 1(z-2) = 0.$

d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

Vì $\begin{cases} \overline{AB} = (1; -1; 4) \\ \overline{AC} = (2; -4; 3) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} \neq k\overline{AC} \Rightarrow \vec{n}_p = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (13; 5; -2).$

b) Sai.

Phương trình mặt phẳng (P) là $13(x-1) + 5(y-2) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 13x + 5y - 2z - 27 = 0.$

c) Sai.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và nhận $\overline{BC} = (1; -3; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến có dạng: $1(x-1)x - 3(y-2) - 1(z+2) = 0.$

d) Đúng.

Tọa độ ba điểm $E(1;0;0); F(0;2;0); K(0;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của

$A(1;2;-2)$ lên trục, nên mặt phẳng (EFK) có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

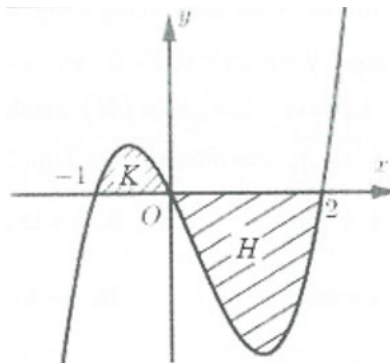
Câu 1: Biết $\int 2\sqrt{x^3} dx = a.x^b + C.$ Tính $5a - 2b.$

Lời giải

Trả lời: -1

Ta có: $\int 2\sqrt{x^3} dx = \int 2 \cdot x^{\frac{3}{2}} dx = 2 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + C = \frac{4}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + C$. Do đó $a = \frac{4}{5}; b = \frac{5}{2}$ và $5a - 2b = -1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Diện tích các hình phẳng $(K), (H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$, tính $f(2)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

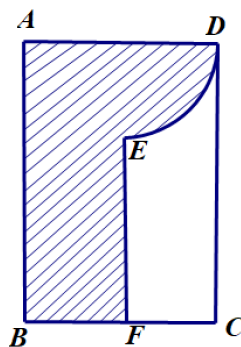
Trả lời: -0,7

Ta có: $S_K = \int_{-1}^0 f'(x) dx = f(0) - f(-1) = \frac{5}{12} \Rightarrow f(0) = \frac{5}{12} + f(-1) = \frac{5}{12} + \frac{19}{12} = 2$.

Lại có:

$S_H = \int_0^2 |f'(x)| dx = -\int_0^2 f'(x) dx = f(0) - f(2) = \frac{8}{3} \Rightarrow f(2) = f(0) - \frac{8}{3} = 2 - \frac{8}{3} = \frac{-2}{3} \approx -0.7$

Câu 3: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 3cm, AD = 2cm$; F là trung điểm của BC ; điểm E cách AD một đoạn bằng $1cm$.



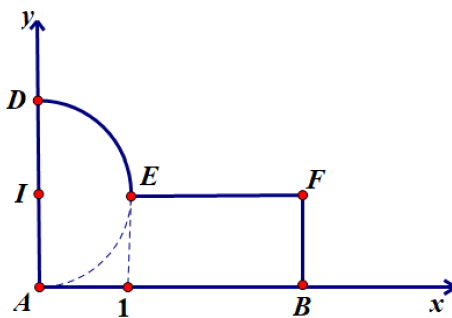
Thể tích của vật thể trang trí trên là $a(cm^3)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Khi đó a bằng

Lời giải

Trả lời: 16,5

Chọn hệ trục Oxy có $O \equiv A; B \in Ox; D \in Oy$.

Ta có: $A(0;0); D(0;2); B(3;0); E(1;1)$



Đường tròn tâm $I(0;1)$ chứa cung ED có phương trình là: $x^2 + (y-1)^2 = 1$.

Nên cung trên của đường tròn tâm I là: $y = 1 + \sqrt{1-x^2}$.

Thể tích của vật thể trang trí là:

$$V = \pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1-x^2}\right)^2 dx + \pi \int_1^3 1^2 dx \approx 16,5(\text{cm}^3).$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(4;1;2)$ và cách đều hai điểm $C(-2;1;-1)$, $D(0;-3;1)$ có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$ ($a < 0$). Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 3

Mp (α) cách đều hai điểm C, D khi và chỉ khi $CD \parallel (\alpha)$ hoặc (α) đi qua trung điểm I của CD .

Trường hợp 1: $(\alpha) \parallel CD$.

$$\overline{AB} = (3; -1; 2), \quad \overline{CD} = (2; -4; 2).$$

Vì mặt phẳng (α) qua hai điểm A, B và song song với CD nên (α) có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{CD}] = (6; -2; -10).$$

Mà mp (α) qua điểm $A(1;2;0)$ nên phương trình của mặt phẳng (α) là:

$$6(x-1) - 2(y-2) - 10z = 0 \Leftrightarrow 6x - 2y - 10z - 2 = 0 \Leftrightarrow -3x + y + 5z + 1 = 0 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy $P = a + b + c = -3 + 1 + 5 = 3$.

Trường hợp 2: (α) đi qua trung điểm $I(-1; -1; 0)$ của CD .

$$\overline{AB} = (3; -1; 2), \quad \overline{AI} = (-2; -3; 0).$$

Mặt phẳng (α) qua điểm $A(1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AI}] = (6; -4; -11)$.

$$\Rightarrow \text{phương trình mặt phẳng } (\alpha) \text{ là: } 6(x-1) - 4(y-2) - 11z = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y - 11z + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - \frac{11}{2}z + 1 = 0 \text{ (loại vì } a > 0).$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Do $F(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}e^0 + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}$.

Nên $F(\ln 3) = \frac{1}{2}e^{2 \cdot \ln 3} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$.

Câu 2: Cho $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (f(x) - 2 \sin x) dx = 5$. Tính giá trị của $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} f(x) dx$.

Lời giải

Ta có $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (f(x) - 2 \sin x) dx = 5 \Rightarrow I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} f(x) dx = 5 + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x dx = 5 - 2 \cos x \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} = 8$.

Câu 3: Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành khi quay xung quanh trục hoành là

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng quay xung quanh trục hoành là:

$V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2 \cos t$ (m/s²), biết rằng tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Tính quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s).

Lời giải

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$.

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$. Vậy $v(t) = 2 \sin t$.

Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s) là

$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4$ (m).

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;1)$, $C(0;-1;2)$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0;1;3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;-1;4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (7;-3;1)$.

Gọi \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ta có

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \text{ nên } \vec{n} \text{ cùng phương với } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].$$

Chọn $\vec{n} = (7;-3;1)$ ta được phương trình mặt phẳng (ABC) là: $7(x-1) - 3(y-0) + 1(z+2) = 0$

$$\Leftrightarrow 7x - 3y + z - 5 = 0.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0)$, $B(-2;2;-1)$, $C(5;-1;3)$. Tính tích abc .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c = 6 \\ MA^2 = MB^2 \\ MA^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + b^2 = (a+2)^2 + (b-2)^2 + (c+1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-6)^2 + c^2 = (a-5)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ 3a + 4b + c = 14 \\ 4a - 7b + 3c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 6.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$. B. $f(x) = 2x$. C. $f(x) = 2x + 1$. D. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1$.

Câu 2: Một chiếc ô tô chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s), có gia tốc $a(t) = v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Biết vận tốc của ô tô tại giây thứ 6 bằng 6 (m/s). Tính vận tốc của ô tô tại giây thứ 20.

- A. $v = 3 \ln 3$. B. $v = 14$. C. $v = 3 \ln 3 + 6$. D. $v = 26$.

Câu 3: Giá trị của $\int_0^1 5 dx$ bằng

- A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.

Câu 4: Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 37$ thì $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx$ bằng

- A. 12. B. 18. C. -27. D. 10.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-2}{-x+1}$ và các đường thẳng $x = 2$ và $x = 6$ bằng

- A. $\ln 6 + \ln 2 + 4$ (đvdt). B. $\ln 3 - 4$ (đvdt).
C. $\ln 5 - 4$ (đvdt). D. $\ln 6 + \ln 2 - 4$ (đvdt).

Câu 6: Hàm số $F(x) = x^4 + 6x$ là nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = \frac{x^5}{5} + 3x^2$. B. $f(x) = 4x^3 + 6x$.
C. $f(x) = 4x^3 + 6$. D. $f(x) = \frac{x^5}{5} + 3x^2 + C$.

Câu 7: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng gần với số nào sau đây nhất.

- A. 251000 con. B. 261000 con. C. 264334 con. D. 274334 con.

Câu 8: Tính $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx$, ta được kết quả là:

- A. $\frac{x^3}{3} + 3 \ln|x| - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3 \ln x - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} + 3 \ln|x| + \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 3 \ln|x| - \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$, $B(-1;1;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:
A. $x + y - 3z - 5 = 0$. **B.** $-x - y + 3z + 2 = 0$.
C. $x + y - 3z + 10 = 0$. **D.** $-2x - 2y + 6z - 11 = 0$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-3;2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 5 = 0$ bằng
A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{16}{9}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z + 8 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α) ?
A. $x - 3y + 3z - 7 = 0$. **B.** $3x - 3y + z - 7 = 0$. **C.** $x - 2y + z + 8 = 0$. **D.** $x + 2y - z - 8 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một ô tô đang chạy với vận tốc 16 m/s thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây sau đó đạp phanh khẩn cấp. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

- a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t)$ là $s(t) = -\frac{5t^2}{2} + 15t + 16$
 b) Thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng 3 giây.
 c) Kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là $38,5\text{ m}$.
 d) Xe ô tô không va chạm với chướng ngại vật.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;3;-2)$.

- a) Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.
 b) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.
 c) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

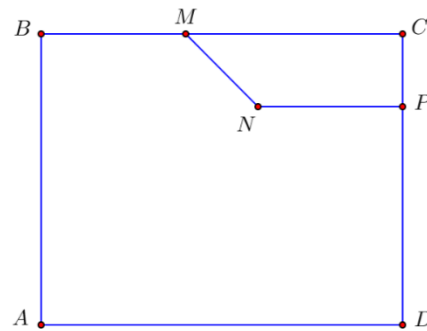
 d) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Họ các nguyên hàm của hàm số đã cho có dạng $F(x) = ax^3 + bx^2 + C$. Tính tổng $6a + 4b$.

Câu 2: Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AD = 5$. Cắt hình chữ nhật theo đường gấp khúc MNP với $BM = 2$, $DP = 3$, $PN = 2$ và bỏ đi phần hình thang vuông $MNPC$ (tham khảo hình bên). Gọi (H) là phần hình phẳng còn lại của hình chữ nhật đã cho sau khi cắt bỏ. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + a}{x - 1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$. Tìm a khi $F(1 - e) = \frac{1}{2}e^2 - 2e$.

Câu 2: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x + 3 \sin x) dx$.

Câu 3: Tính $\int_1^4 \left(2\sqrt{x^3} + \frac{5}{x^3} \right) dx$.

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) (m/s^2)$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2 m/s$. Tính quãng đường vật di chuyển từ khi xuất phát đến thời điểm vật có vận tốc đạt giá trị lớn nhất đầu tiên.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 0; 1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz) . Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(3; 2; 1); B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $F(x) = x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.** $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$. **B.** $f(x) = 2x$. **C.** $f(x) = 2x + 1$. **D.** $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1$.

Lời giải

Ta có: $F'(x) = (x^2 + 1)' = 2x$ nên hàm số $F(x) = x^2 + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$.

Câu 2: Một chiếc ô tô chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s), có gia tốc $a(t) = v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Biết vận tốc của ô tô tại giây thứ 6 bằng 6 (m/s). Tính vận tốc của ô tô tại giây thứ 20.

- A.** $v = 3 \ln 3$. **B.** $v = 14$. **C.** $v = 3 \ln 3 + 6$. **D.** $v = 26$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = \int a(t) dt = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln |t+1| + C$.

Lại có: $v(6) = 6 \Leftrightarrow 3 \ln 7 + c = 6 \Leftrightarrow c = 6 - 3 \ln 7$.

Suy ra $v(20) = 3 \ln 21 + 6 - 3 \ln 7 = 3 \ln 3 + 6$.

Vậy vận tốc của ô tô tại giây thứ 20 bằng $3 \ln 3 + 6$.

Câu 3: Giá trị của $\int_0^4 5 dx$ bằng

- A.** 5. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Ta có $\int_0^4 5 dx = 5x \Big|_0^4 = 20$.

Câu 4: Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 37$ thì $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx$ bằng

- A.** 12. **B.** 18. **C.** -27. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx = 2 \int_0^4 f(x) dx - 3 \int_0^4 x^2 dx = 2 \cdot 37 - x^3 \Big|_0^4 = 74 - 64 = 10$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-2}{-x+1}$ và các đường thẳng $x = 2$ và $x = 6$ bằng

- A.** $\ln 6 + \ln 2 + 4$ (đvdt). **B.** $\ln 3 - 4$ (đvdt).
C. $\ln 5 - 4$ (đvdt). **D.** $\ln 6 + \ln 2 - 4$ (đvdt).

Lời giải

Diện tích của phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{-x+1}$ và các đường thẳng $x = 2$

và $x = 6$ bằng $\int_2^6 \frac{x-2}{-x+1} dx = \int_2^6 \left(-1 + \frac{1}{x-1} \right) dx = (-x + \ln |x-1|) \Big|_2^6 = \ln 5 - 4$ (đvdt).

Câu 6: Hàm số $F(x) = x^4 + 6x$ là nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = \frac{x^5}{5} + 3x^2$. B. $f(x) = 4x^3 + 6x$.
 C. $f(x) = 4x^3 + 6$. D. $f(x) = \frac{x^5}{5} + 3x^2 + C$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = 4x^3 + 6$

Câu 7: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng gần với số nào sau đây nhất.
 A. 251000 con. B. 261000 con. C. 264334 con. D. 274334 con.

Lời giải

$$N(t) = \int N'(t)dt = \int \frac{4000}{1+0,5t} dt = 8000 \cdot \ln|1+0,5t| + C.$$

Lúc đầu có 250000 con, suy ra $N(0) = 250000 \Rightarrow C = 250000$.

Vậy $N(t) = 8000 \cdot \ln|1+0,5t| + 250000 \Rightarrow N(10) \approx 264334,0758$.

Câu 8: Tính $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx$, ta được kết quả là:

- A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
 C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Lời giải

Ta có:

$$\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx = \int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2x^{\frac{1}{2}} \right) dx = -\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} = -\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là
 A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$, $B(-1; 1; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

- A. $x + y - 3z - 5 = 0$. B. $-x - y + 3z + 2 = 0$.
 C. $x + y - 3z + 10 = 0$. D. $-2x - 2y + 6z - 11 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{BA} = (2; 2; -6)$ và đi qua trung điểm $I(0; 2; -1)$ của đoạn thẳng AB là:

$$2(x-0)+2(y-2)-6(z+1)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x+2y-6z-10=0$$

$$\Leftrightarrow x+y-3z-5=0.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-3;2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z+5=0$ bằng

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Ta có: $d(M,(\alpha)) = \frac{|1 \cdot 1 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{16}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-3z+8=0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α) ?

A. $x-3y+3z-7=0$. **B.** $3x-3y+z-7=0$. **C.** $x-2y+z+8=0$. **D.** $x+2y-z-8=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = (2;1;-3)$.

Mặt phẳng $(P): 3x-3y+z-7=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (3;-3;1)$.

Ta có $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(P)} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{n}_{(P)}$. Vậy $(\alpha) \perp (P)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một ô tô đang chạy với vận tốc $16m/s$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50m$. Người lái xe phản ứng một giây sau đó đạp phanh khẩn cấp. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t)$ là $s(t) = -\frac{5t^2}{2} + 15t + 16$

b) Thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng 3 giây.

c) Kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là $38,5m$.

d) Xe ô tô không va chạm với chướng ngại vật.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

Ta có $s(t) = \int (-5t + 15) dt = -\frac{5t^2}{2} + 15t + C$

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $s(t) = -\frac{5t^2}{2} + 15t$

b) Đúng

Ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

c) Sai

Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$s(3) = \frac{-5 \cdot 9}{2} + 15 \cdot 3 = 22,5(m).$$

d) Đúng

Do trước khi đạp phanh tài xế còn phản ứng một giây nên kể từ lúc phát hiện chướng ngại đến khi dừng hẳn ô tô đi được quãng đường là: $16 + 22,5 = 38,5(m)$. Do đó ô tô không va chạm với chướng ngại vật.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 3; -2)$.

a) Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.

b) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.

c) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

d) Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.

Lời giải

a) Sai.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A; (P)) = \frac{|2 + 4 - 3 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2$.

b) Sai.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) là:

$$2x + 2(y + 1) - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 4 = 0.$$

c) Đúng.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Suy ra đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 2; -1)$ và có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

d) Sai.

Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) .

Khi đó $\overrightarrow{CH} = (a-1; b-3; c+2)$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)} = (2; 2; -1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2a+2b-c+3=0 \\ \frac{a-1}{2} = \frac{b-3}{2} = \frac{c+2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-17}{9} \\ b = \frac{1}{9} \\ c = \frac{-5}{9} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{-17}{9}; \frac{1}{9}; \frac{-5}{9}\right).$$

Vậy $T = a - b + 9c = -7$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Họ các nguyên hàm của hàm số đã cho có dạng $F(x) = ax^3 + bx^2 + C$. Tính tổng $6a + 4b$.

Lời giải

Trả lời: 7

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x\right)dx = \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C.$$

Tổng $6a + 4b = 7$

Câu 2: Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

Lời giải

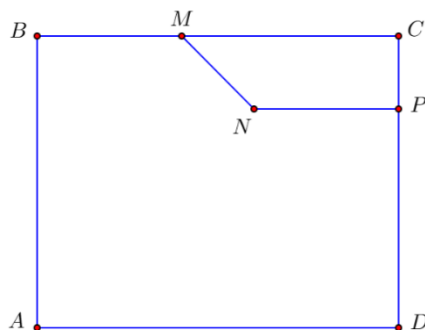
Trả lời: 3072

$$\text{Ta có } B(t) = \int B'(t)dt = t^4 - t^3 + 200t + C, C \in \mathbb{R}. B(2) = 1200 \Rightarrow C = 792.$$

$$\text{Suy ra } B(t) = t^4 - t^3 + 200t + 792.$$

Sau 6 giờ lượng khách tham quan là $B(6) = 3072$ (người).

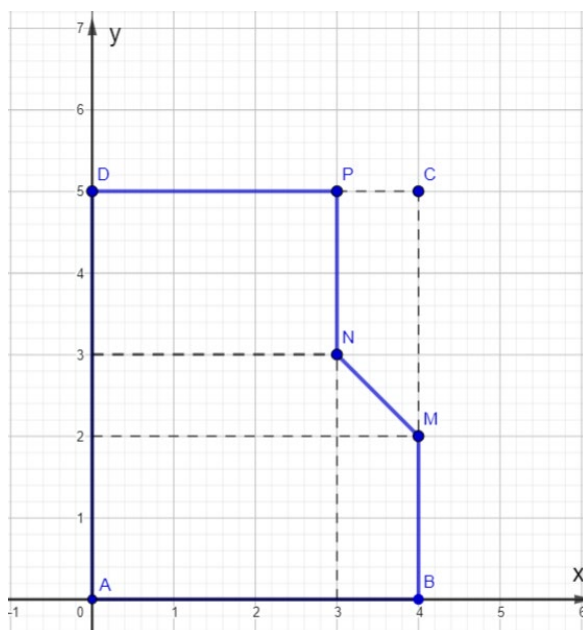
Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AD = 5$. Cắt hình chữ nhật theo đường gấp khúc MNP với $BM = 2$, $DP = 3$, $PN = 2$ và bỏ đi phần hình thang vuông $MNPC$ (tham khảo hình bên). Gọi (H) là phần hình phẳng còn lại của hình chữ nhật đã cho sau khi cắt bỏ. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 235

Ta gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình đường thẳng DP là $y = 5$.

Đường thẳng NM đi qua điểm $N(3;3)$ và $M(4;2)$ nên có phương trình là $y = -x + 6$.

Thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục AB là:

$$V = \pi \int_0^3 5^2 dx + \pi \int_3^4 (-x + 6)^2 dx = \frac{224\pi}{3} \approx 235.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 2,33

Xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;0;5)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1;2;2)$.

Xét mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_q = (1;2;2)$.

Ta có $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \neq \frac{-10}{-3} \Rightarrow \vec{n}_p$ và \vec{n}_q cùng phương $\Rightarrow (P) // (Q)$.

$$\text{Vậy } d((P);(Q)) = d(A;(Q)) = \frac{|0+0+2.5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{7}{3}.$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+a}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;1)$ thỏa mãn điều kiện

$$F(0)=1. \text{ Tìm } a \text{ khi } F(1-e) = \frac{1}{2}e^2 - 2e.$$

Lời giải

$$* f(x) = \frac{x^2+a}{x-1} = x+1 + \frac{a+1}{x-1}.$$

$$* F(x) = \int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 + x + (a+1)\ln(1-x) + C \text{ (} C \text{ là hằng số).}$$

Do $F(0)=1$ nên suy ra $C=1$. Do đó $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + (a+1)\ln(1-x) + 1$.

$$* F(1-e) = \frac{1}{2}e^2 - 2e + a + \frac{7}{2}; F(1-e) = \frac{1}{2}e^2 - 2e \Leftrightarrow a = -\frac{7}{2} = -3,5.$$

Câu 2: Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x + 3 \sin x) dx$.

Lời giải

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x + 3 \sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x dx + 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = e^x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 3 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = e^{\frac{\pi}{2}} - 1 - 3(0-1) = e^{\frac{\pi}{2}} + 2.$$

Câu 3: Tính $\int_1^4 \left(2\sqrt{x^3} + \frac{5}{x^3} \right) dx$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_1^4 \left(2\sqrt{x^3} + \frac{5}{x^3} \right) dx &= \int_1^4 \left(2x^{\frac{3}{2}} + 5x^{-3} \right) dx = 2 \int_1^4 x^{\frac{3}{2}} dx + 5 \int_1^4 x^{-3} dx = 2 \cdot \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} \Big|_1^4 + 5 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} \Big|_1^4 \\ &= \frac{4}{5} x^2 \sqrt{x} \Big|_1^4 - \frac{5}{2} \frac{1}{x^2} \Big|_1^4 = \frac{4}{5} (32-1) - \frac{5}{2} \left(\frac{1}{16} - 1 \right) = \frac{124}{5} + \frac{75}{32} = \frac{4343}{160}. \end{aligned}$$

Câu 4: Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) (m/s^2)$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 2 m/s. Tính quãng đường vật di chuyển từ khi xuất phát đến thời điểm vật có vận tốc đạt giá trị lớn nhất đầu tiên.

Lời giải

Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số

$$v(t) = \int a(t) dt = \int 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) dt = 5 \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) + C.$$

Khi bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc 2m/s nên ta có:

$$v\left(0 + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \Leftrightarrow 5 \sin \frac{\pi}{6} + C = 2 \Rightarrow C = \frac{-1}{2}.$$

Suy ra $v(t) = 5 \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}$. Mà $5 \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \leq \frac{9}{2}$. Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất đầu tiên tại $t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{3}$

Khi đó, quãng đường vật đi được từ khi xuất phát đến thời điểm $t = \frac{\pi}{3}$ là

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(5 \sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}\right) dt = \left(-5 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{t}{2}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} \approx 3,8(m).$$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz) . Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB .

Lời giải

A là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên trục Ox nên ta có $A(2;0;0)$.

B là hình chiếu của $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) nên ta có $B(0;0;1)$.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có $I\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$.

Mặt trung trực đoạn AB đi qua I và nhận $\overline{BA} = (2;0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có

phương trình $2(x-1) - 1\left(z - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2z - 3 = 0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(3;2;1); B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$.

Lời giải

+) Ta có: $\overline{AB} = (-6;3;1)$

$$\overline{n_Q} = (3;1;1)$$

+) Vì mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A; B$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\Rightarrow \overline{n_p} = [\overline{AB}; \overline{n_Q}] = (2;9;-15)$$

+) Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$2(x-3) + 9(y-2) - 15(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 9y - 15z - 9 = 0$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ 2
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

B. $F(x) = x^2 - \cos x + 20$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

Câu 2: Tích phân $I = \int_0^{2024} 3^x dx$ bằng

A. $(3^{2024} - 1) \ln 3$.

B. $\frac{3^{2024}}{\ln 3}$.

C. $3^{2024} - 1$.

D. $\frac{3^{2024} - 1}{\ln 3}$.

Câu 3: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt thẳng $x = 1$ và $x = 4$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là $(1 \leq x \leq 4)$ hình vuông có cạnh $\sqrt{4-x}$.

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

Câu 5: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A. 10.

B. 8.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

Câu 6: Một quả bóng được ném lên từ độ cao 24,5 m với vận tốc được tính bởi công thức: $v(t) = -9,8t + 19,6$ (m/s). Công thức tính độ cao của quả bóng theo thời gian t .

A. $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t$

B. $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 24,5$

C. $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 5$

D. $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + C$

Câu 7: Tìm: $\int (1 + \tan^2 x) dx$

A. $\tan x$

B. $x + \tan x + C$

C. $\cot x + C$

D. $\tan x + C$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$; $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 36$.

C. $I = \frac{9}{4}$.

D. $I = 13$.

Câu 9: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 4$ quay quanh trục Ox là

A. $\pi \int_0^4 \sqrt{x} dx$.

B. $\pi \int_0^4 x dx$.

C. $\int_0^4 \sqrt{x} dx$.

D. $\int_0^4 x dx$.

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng chứa điểm A và trục Oz có phương trình là
- A.** $2x - y = 0$. **B.** $x + y - z = 0$. **C.** $3y - 2z = 0$. **D.** $3x - z = 0$ vô số.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Với giá trị nào của dưới đây của m thì (P) và (Q) vuông góc với nhau
- A.** $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-1;1)$, $N(2;1;2)$ và song song với trục Oz có phương trình là
- A.** $x + 2y + z = 0$. **B.** $2x - y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **D.** $2x - y + 5 = 0$.

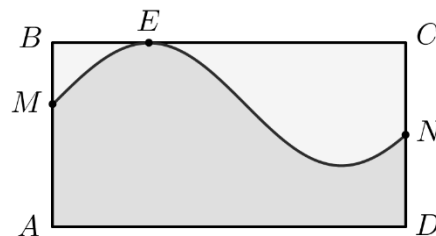
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h). Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc của nó là $v = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$; trong khoảng thời gian còn lại vật chuyển động đều.
- a) Gia tốc của vật trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động bằng 0.
- b) Gia tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ bằng 0.
- c) Vận tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ bằng 7,75 (km/h).
- d) Quãng đường mà vật chuyển động trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động bằng 4 (km).
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;3;1)$.
- a) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $3x + y + 5z - 10 = 0$.
- b) Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.
- c) Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (4; -2; 7)$.
- d) Có 2 mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B sao cho khoảng cách từ C và D đến mặt phẳng đó bằng nhau. Cả 2 mặt phẳng này đều đi qua điểm $M(1;2;1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tài xế đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển bao nhiêu mét?

Câu 2: Từ một tấm tôn hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 30$ cm, $AD = \frac{55\pi}{3}$ cm. Người ta cắt tấm tôn theo đường hình sin như hình vẽ bên để được hai miếng tôn. Biết $AM = 20$ cm, $CN = 15$ cm, $BE = 5\pi$ cm. Tính thể tích V (đơn vị: lít) của khối tròn xoay được tạo thành khi xoay miếng tôn lớn quanh trục AD . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1;-2;-2)$, vuông góc với mặt phẳng (Oxz) đồng thời khoảng cách từ điểm $B(3;1;-3)$ đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x + by + cz + d = 0$ ($d \neq 0$). Tính $P = 3b + 2c - d$.

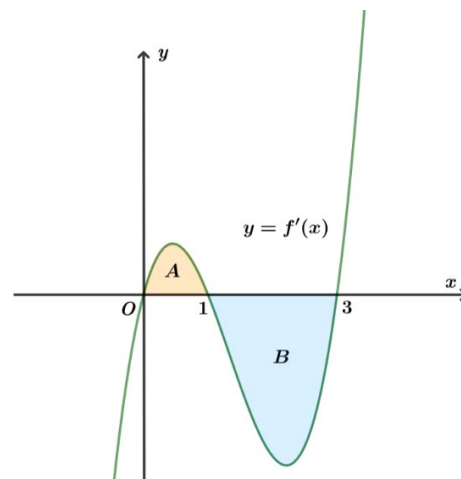
Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $Ax + By + z + D = 0$, ($A, B, D \in \mathbb{R}$). Giá trị của biểu thức $A + B + D$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Tự luận

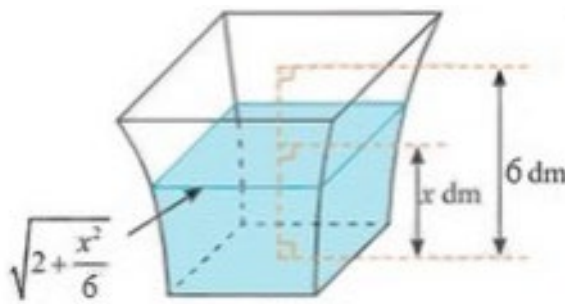
Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - e^x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 3$. Giá trị của $F(1)$ bằng

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt[4]{x^3} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{16} f(x) dx$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 4$ và $S_B = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



Câu 4: Một bình chứa nước có dạng như hình dạng như hình vẽ. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao x (dm) ($0 \leq x \leq 6$) thì mặt nước là hình vuông có cạnh $\sqrt{2 + \frac{x^2}{6}}$ (dm). Tính dung tích của bình.



- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 3), \vec{b} = (1; 1; 2)$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha_1): 3x - y + z - 2 = 0, (\alpha_2): x + 4y - 5 = 0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha_3): 2x + 21y - z + 7 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x + \sin x) dx$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = x^2 + \cos x + 20$.

B. $F(x) = x^2 - \cos x + 20$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

Lời giải

Ta có: $F(x) = \int (x + \sin x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$

Mà $F(0) = 19 \Leftrightarrow -1 + C = 19 \Leftrightarrow C = 20 \Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 20$

Câu 2: Tích phân $I = \int_0^{2024} 3^x dx$ bằng

A. $(3^{2024} - 1) \ln 3$.

B. $\frac{3^{2024}}{\ln 3}$.

C. $3^{2024} - 1$.

D. $\frac{3^{2024} - 1}{\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{2024} 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_0^{2024} = \frac{3^{2024} - 1}{\ln 3}$.

Câu 3: Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt thẳng $x = 1$ và $x = 4$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x là $(1 \leq x \leq 4)$ hình vuông có cạnh $\sqrt{4-x}$.

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Ta có $V = \int_a^b S dx = \int_1^4 (\sqrt{4-x})^2 dx = \int_1^4 (4-x) dx = \left(4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^4 = 8$

Câu 4: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$

Theo bài ra ta có: $F(0) = 1 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A. 10.

B. 8.

C. $\frac{26}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = (x + F(x)) \Big|_1^3 = (x + x^2) \Big|_1^3 = 12 - 2 = 10$.

Câu 6: Một quả bóng được ném lên từ độ cao 24,5 m với vận tốc được tính bởi công thức: $v(t) = -9,8t + 19,6$ (m/s). Công thức tính độ cao của quả bóng theo thời gian t .

- A.** $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t$ **B.** $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 24,5$
C. $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 5$ **D.** $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + C$

Lời giải

Gọi $h(t)$ là độ cao của quả bóng tại thời điểm t ($h(t)$ tính theo mét, t tính theo giây).

Khi đó, ta có: $h(t) = \int (-9,8t + 19,6) dt = -4,9t^2 + 19,6t + C$

Quả bóng được ném lên từ độ cao 24,5 m tức là tại thời điểm $t = 0$ thì $h = 24,5$ hay $h(0) = 24,5 \Rightarrow C = 24,5$

Vậy công thức tính độ cao $h(t)$ của quả bóng theo thời gian t là: $h(t) = -4,9t^2 + 19,6t + 24,5$

Câu 7: Tìm: $\int (1 + \tan^2 x) dx$

- A.** $\tan x$ **B.** $x + \tan x + C$ **C.** $\cot x + C$ **D.** $\tan x + C$

Lời giải

$\int (1 + \tan^2 x) dx = \int \left(1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \right) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$; $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A.** $I = 5$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = \frac{9}{4}$. **D.** $I = 13$.

Lời giải

Ta có $I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 9 + 4 = 13$.

Câu 9: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 4$ quay quanh trục Ox là

- A.** $\pi \int_0^4 \sqrt{x} dx$. **B.** $\pi \int_0^4 x dx$. **C.** $\int_0^4 \sqrt{x} dx$. **D.** $\int_0^4 x dx$.

Lời giải

Ta có Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 4$ quay quanh trục Ox là

$V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Mặt phẳng chứa điểm A và trục Oz có phương trình là

- A.** $2x - y = 0$. **B.** $x + y - z = 0$. **C.** $3y - 2z = 0$. **D.** $3x - z = 0$ vô số.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm A và trục Oz .

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{OA}] = (-2;1;0)$ và đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên có phương trình $2x - y = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Với giá trị nào của dưới đây của m thì (P) và (Q) vuông góc với nhau

- A.** $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ có VTPT $\vec{n}_P = (m; m-1; 1)$

Mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_Q = (2; 1; -2)$.

Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc $\Leftrightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Leftrightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q \Leftrightarrow m \cdot 2 + (m-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$
 $\Leftrightarrow 3m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 1)$, $N(2; 1; 2)$ và song song với trục Oz có phương trình là

- A.** $x + 2y + z = 0$. **B.** $2x - y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **D.** $2x - y + 5 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{MN}(1; 2; 1); \vec{k}(0; 0; 1) \Rightarrow [\vec{MN}, \vec{k}] = (2; -1; 0)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ có vector pháp tuyến $(2; -1; 0)$ là :

$$2(x-1) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h). Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc của nó là $v = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$; trong khoảng thời gian còn lại vật chuyển động đều.

- a) Gia tốc của vật trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động bằng 0.
 b) Gia tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ bằng 0.
 c) Vận tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ bằng 7,75 (km/h).
 d) Quãng đường mà vật chuyển động trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động bằng 4 (km).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

+) Gia tốc của vật trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động là

$$a = v' = -\frac{5}{2}t + 5.$$

+) Trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ, vật chuyển động đều nên gia tốc của nó bằng 0.

+) Vận tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ là

$$v(1) = -\frac{5}{4} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 + 4 = 7,75 \text{ (km/h)}.$$

+) Quãng đường mà vật di chuyển trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động

$$\text{là } s = \int v dt = \int \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4 \right) dt = -\frac{5}{12}t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 4t + C.$$

$$\text{Vì } s(0) = 0 \text{ nên } C = 0. \text{ Do đó, } s = -\frac{5}{12}t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 4t.$$

Vậy quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động là

$$s(1) = -\frac{5}{12} \cdot 1^3 + \frac{5}{2} \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = \frac{73}{12} \approx 6,08 \text{ (km)}.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; 1)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(2; -1; 1)$ và $D(0; 3; 1)$.

a) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $3x + y + 5z - 10 = 0$.

b) Bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.

c) Mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (4; -2; 7)$.

d) Có 2 mặt phẳng đi qua 2 điểm A, B sao cho khoảng cách từ C và D đến mặt phẳng đó bằng nhau. Cả 2 mặt phẳng này đều đi qua điểm $M(1; 2; 1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có $\overline{AB} = (-3; -1; 2)$, $\overline{AC} = (1; -3; 0)$ suy ra $[\overline{AB}, \overline{AC}] = (6; 2; 10)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là $3x + y + 5z - 10 = 0$.

Đúng.

b) Ta có $3 \cdot 0 + 3 + 5 \cdot 1 - 10 = -2 \neq 0$ nên $D \notin (ABC)$.

Do đó bốn điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.

Đúng.

c) Ta có mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{CD}] = (-8; -4; -14).$$

Vì \vec{n} không cùng phương với \vec{a} nên $\vec{a} = (4; -2; 7)$ không là vectơ pháp tuyến của (P) .

Sai.

d) Trường hợp 1: (P) qua hai điểm A, B và song song với CD , khi đó:

(P) có vector pháp tuyến là $[\overline{AB}, \overline{CD}] = (-8; -4; -14)$ và $A \in (P)$

$$\Rightarrow (P): 4x + 2y + 7z - 15 = 0.$$

Vì $4.1 + 2.2 + 7.1 - 15 = 0$ nên $M \in (P)$.

Trường hợp 2: (Q) qua hai điểm A, B cắt CD tại trung điểm I của đoạn CD .

Ta có $I(1;1;1) \Rightarrow \overline{AI}(0; -1; 0)$, vector pháp tuyến của (Q) là $[\overline{AB}, \overline{AI}] = (2; 0; 3)$ nên phương trình $(Q): 2x + 3z - 5 = 0$.

Vì $2.1 + 3.1 - 5 = 0$ nên $M \in (Q)$.

Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tài xế đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có: $v(t) = -40t + 20$

$$\Rightarrow s(t) = \int v(t) dt = \int (-40t + 20) dt = -20t^2 + 20t + C \Rightarrow s(t) = -20t^2 + 20t + C.$$

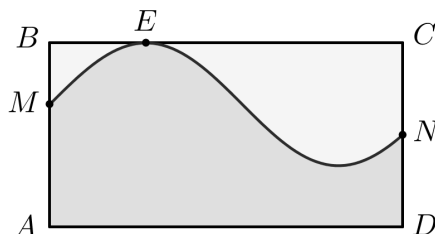
Chọn $t = 0 \Rightarrow s(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = -20t^2 + 20t$.

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -40t + 20 = 0 \Rightarrow t = 0,5$.

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được:

$$s(0,5) = -20(0,5)^2 + 20.0,5 = 5(m)$$

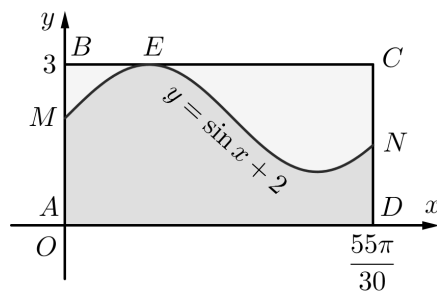
Câu 2: Từ một tấm tôn hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 30$ cm, $AD = \frac{55\pi}{3}$ cm. Người ta cắt tấm tôn theo đường hình sin như hình vẽ bên để được hai miếng tôn. Biết $AM = 20$ cm, $CN = 15$ cm, $BE = 5\pi$ cm. Tính thể tích V (đơn vị: lít) của khối tròn xoay được tạo thành khi xoay miếng tôn lớn quanh trục AD . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 83,8

Chọn hệ trục Oxy với đơn vị trên trục là 10 cm như hình sau.



Khi đó đường cắt miềng tôn hình sin trên là đồ thị của hàm số $y = \sin x + 2$, $0 \leq x \leq \frac{55\pi}{30}$.

Thể tích cần tìm là $V = \pi \int_0^{\frac{55\pi}{30}} (\sin x + 2)^2 dx \approx 83,8$ lít.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1; -2; -2)$, vuông góc với mặt phẳng (Oxz) đồng thời khoảng cách từ điểm $B(3; 1; -3)$ đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x + by + cz + d = 0$ ($d \neq 0$). Tính $P = 3b + 2c - d$.

Lời giải

Trả lời: 46

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$ nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Oxz)} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

(P) đi qua điểm $A(1; -2; -2) \Rightarrow (P): a(x-1) + c(z+2) = 0 \Leftrightarrow ax + cz - a + 2c = 0$.

$$d(B; (P)) = \frac{|2a - c|}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow 5(2a - c)^2 = 9(a^2 + c^2) \Leftrightarrow 11a^2 - 20ac - 4c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2c \\ 11a = -2c \end{cases}$$

Với $a = 2c$ chọn $c = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (P): 2x + z = 0$ (loại).

Với $11a = -2c$ chọn $a = 2 \Rightarrow c = -11 \Rightarrow (P): 2x - 11z - 24 = 0$ (thỏa mãn).

Vậy $P = 3b - 2c - d = 0 - 2(-11) - (-24) = 46$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $Ax + By + z + D = 0$, ($A, B, D \in \mathbb{R}$). Giá trị của biểu thức $A + B + D$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$, điều kiện $a > 0; b > 0; c > 0$

Độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3

$$\text{Suy ra } \begin{cases} OB = 3OA \\ OC = 3OB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ c = 3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ c = 9a \end{cases} \text{ nên } A(a;0;0), B(0;3a;0), C(0;0;9a)$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{3a} + \frac{z}{9a} = 1$.

$$\text{Vì } M(1;2;3) \in (\alpha) \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{2}{3a} + \frac{3}{9a} = 1 \Leftrightarrow 6 = 3a \Leftrightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{6} + \frac{z}{18} = 1 \Leftrightarrow (\alpha): 9x + 3y + z - 18 = 0 \Rightarrow A = 9, B = 3, D = -18 \Rightarrow A + B + D = -6$$

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - e^x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 3$. Giá trị của $F(1)$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int (3x^2 - e^x) dx = x^3 - e^x + C.$$

$$\text{Vì } F(0) = 3 \Rightarrow -1 + C = 3 \Rightarrow C = 4 \text{ suy ra } F(x) = x^3 - e^x + 4.$$

$$\text{Vậy } F(1) = 1 - e + 4.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 + x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{16} f(x) dx$

Lời giải

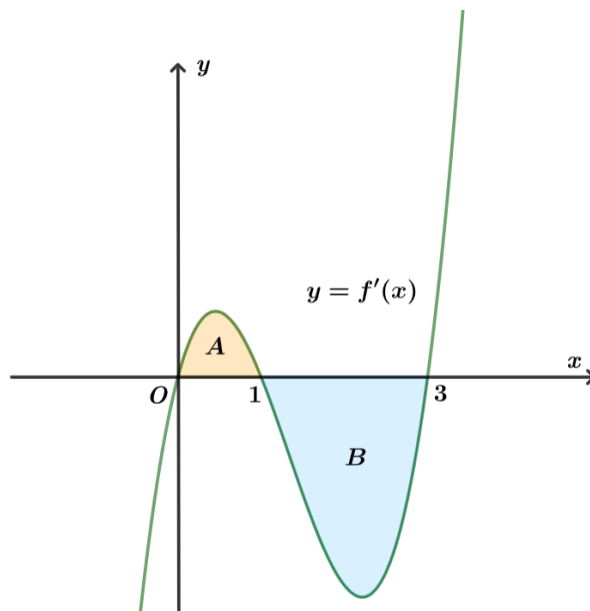
$$\text{Ta có: } I = \int_{-1}^{16} f(x) dx = \int_{-1}^1 (x^2 + x + 1) dx + \int_1^{16} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + 2 \right) dx.$$

$$\int_{-1}^1 (x^2 + x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{3}$$

$$\int_1^{16} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + 2 \right) dx = \int_1^{16} \left(x^{-\frac{3}{4}} + 2 \right) dx = \left(\frac{x^{-\frac{3}{4}+1}}{-\frac{3}{4}+1} + 2x \right) \Big|_1^{16} = \left(4x^{\frac{1}{4}} + 2x \right) \Big|_1^{16} = 34$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{8}{3} + 34 = \frac{110}{3}.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 4$ và $S_B = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



Lời giải

Ta có:

Hình phẳng A được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, trục tung $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ nên diện tích hình phẳng A là:

$$S_A = \int_0^1 |f'(x)| dx = \int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0)$$

$$\Rightarrow f(1) = S_A + f(0) = 4 + 2 = 6.$$

Lại có:

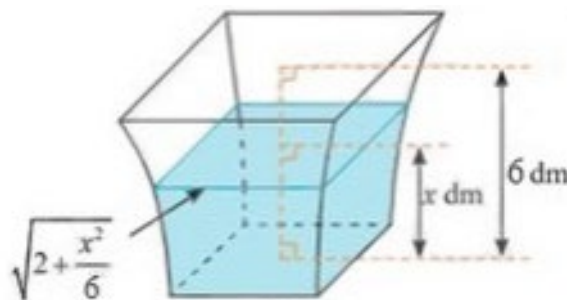
Hình phẳng B được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, đường thẳng $x = 1$ và đường thẳng $x = 3$ nên diện tích hình phẳng B là:

$$S_B = \int_1^3 |f'(x)| dx = -\int_1^3 f'(x) dx = -f(x) \Big|_1^3 = -[f(3) - f(1)] = -f(3) + f(1).$$

Suy ra $f(3) = f(1) - S_B = 6 - 10 = -4$.

Vậy $f(3) = -4$.

Câu 4: Một bình chứa nước có dạng như hình vẽ. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao x (dm) ($0 \leq x \leq 6$) thì mặt nước là hình vuông có cạnh $\sqrt{2 + \frac{x^2}{6}}$ (dm). Tính dung tích của bình.



Lời giải

Chọn trục Ox vuông góc với mặt đáy của bình sao cho đáy nhỏ, đáy to của bình vuông góc với Ox lần lượt tại $x = 0$ và $x = 6$.

Diện tích mặt nước ở chiều cao x là $S(x) = \left(\sqrt{2 + \frac{x^2}{6}} \right)^2 = 2 + \frac{x^2}{6}$.

Khi đó, dung tích của bình là $V = \int_0^6 S(x) dx = \int_0^6 \left(2 + \frac{x^2}{6} \right) dx = \left(2x + \frac{x^3}{18} \right) \Big|_0^6 = 24 \text{ (dm}^3\text{)}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 3), \vec{b} = (1; 1; 2)$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 3), \vec{b} = (1; 1; 2)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}] = (-1; -1; 1)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; -1; 1)$ có dạng: $-1(x - 2) - 1(y + 1) + 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow -x - y + z + 1 = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha_1): 3x - y + z - 2 = 0, (\alpha_2): x + 4y - 5 = 0$ và song song với mặt phẳng $(\alpha_3): 2x + 21y - z + 7 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

Lời giải

Ta có: $(P) // (\alpha_3) \Rightarrow (P): 2x + 21y - z + m = 0 \text{ (} m \neq -7\text{)}$

Gọi d là giao tuyến của $(\alpha_1); (\alpha_2)$ $d: \begin{cases} (\alpha_1): 3x - y + z - 2 = 0 \\ (\alpha_2): x + 4y - 5 = 0 \end{cases}$

Cho $\xrightarrow{y=0} \begin{cases} 3x + z - 2 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(5; 0; -13)$ và $\xrightarrow{z=0} \begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x + 4y - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow N(1; 1; 0)$

$M \in (P) \Rightarrow 2 \cdot 5 + 21 \cdot 0 - (-13) + m = 0 \Rightarrow m = -23$

$N \in (P) \Rightarrow 2 \cdot 1 + 21 \cdot 1 - 0 + m = 0 \Rightarrow m = -23$. Vậy $2x + 21y - z - 23 = 0$.

----- HẾT -----