ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 01

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;0;-1)$, $C(0;5;0)$. Phương trình của mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+5y-z=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-1}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-1}=1$.

Câu 2: Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$ bằng

A. $1-\ln 2$. **B.** $1-\frac{2}{e}$. **C.** $\frac{13}{50}$. **D.** $1+\frac{2}{e}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2004=0$. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1=(-2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_3=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;3)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 5: Tích phân $\int_{-3}^{1}(2x-5)dx$ bằng

A. 8. **B.** -20. **C.** -28. **D.** 4.

Câu 6: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $f'(x)=F(x), \forall x\in K$. **B.** $f'(x)=F(x)+C, \forall x\in K$.
C. $F'(x)=f(x), \forall x\in K$. **D.** $F'(x)=f(x)+C, \forall x\in K$.

Câu 7: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[-1;2]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_{-1}^{2} f(x)dx=F(2)-F(-1)$. **B.** $\int_{-1}^{2} f(x)dx=F(-1)-F(2)$.
C. $\int_{-1}^{2} f(x)dx=F(2)+F(1)$. **D.** $\int_{-1}^{2} f(x)dx=F(2)+F(-1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;0;1)$ và mặt phẳng $(Q): 3x+y-2z+5=0$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với (Q). Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x+y-2z+2=0$. **B.** $3x+y-2z-1=0$.
C. $3x+y-2z+5=0$. **D.** $3x+y-2z-2=0$.

Câu 9: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ có diện tích là

A. $S=\int_2^1 f(x)dx$. **B.** $S=\int_2^1 |f(x)|dx$. **C.** $S=\int_1^2 f(x)dx$. **D.** $S=\int_1^2 |f(x)|dx$.

Câu 10: Cho tích phân $I=\int\limits_{0}^{2021}(1+x)^{12}\,\mathrm{d}x$. Đặt $u=x+1$ ta được

A. $I=\int\limits_{0}^{2021}u^{12}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int\limits_{1}^{2022}u^{12}\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int\limits_{1}^{2022}(u-1)^{12}\,\mathrm{d}u$. **D.** $I=\int\limits_{0}^{2021}(u-1)^{12}\,\mathrm{d}u$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$. Tâm của (S) là điểm

A. $J(1;4;2)$. **B.** $K(1;-4;-2)$. **C.** $H(-1;-4;-2)$. **D.** $I(-1;4;2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;2;-1)$ trên trục Oy là điểm

A. $M_3(4;0;0)$. **B.** $M_4(0;0;-1)$. **C.** $M_1(4;0;-1)$. **D.** $M_2(0;2;0)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ $(a<b)$. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x, với $a\le x\le b$. Giả sử hàm số $y=S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

A. $V=\int\limits_a^b S^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b S^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\dfrac{Ax_0+By_0+Cz_0+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$. **B.** $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{A^2+B^2+C^2}$. **D.** $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A+B+C}}$.

Câu 15: Cho $\int\limits_{-3}^{7}f(x)\mathrm{d}x=12$. Tích phân $\int\limits_{0}^{5}f(2x-3)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 21. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(-1;3;5)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;4)$. Đường thẳng Δ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3-3t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+3t\\z=5+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-3t\\z=5+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-3+3t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 17: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x$ là.

A. $\dfrac{e^x}{x}+C$. **B.** $e^{x+1}+C$. **C.** e^x+C. **D.** $\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$.

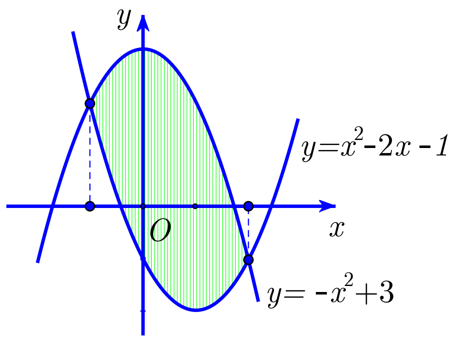
Câu 18: Cho $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=9$, $\int\limits_3^4 f(x)\mathrm{d}x=25$. Tích phân $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng à

A. 32. **B.** 35. **C.** -16. **D.** 34.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-4;1)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm

A. $Q(1;-1;4)$. **B.** $M(2;-2;8)$. **C.** $P(1;3;3)$. **D.** $N(2;6;6)$.

Câu 20: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\,\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,\mathrm{d}x$.

Câu 21: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=2$ là

A. $S=11$. **B.** $S=12$. **C.** $S=10$. **D.** $S=9$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-5y+3z-6=0$. Giao điểm của mặt phẳng (α) và trục Ox là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(2;0;0)$. **C.** $P(-6;0;0)$. **D.** $Q(6;0;0)$.

Câu 23: Tích phân $\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x$ bằng

A. $0,0861$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;-3;0), B(2;1;4)$.Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;-4;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(\frac{3}{2};-1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;4)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;0)$.

Câu 25: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$. **B.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$.

C. $\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=\cot x+C$. **D.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 4f(x)\mathrm{d}x=4\int f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int[f(x).g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 27: Cho $\int_0^{12} f(x)\mathrm{d}x=6$, $\int_0^{12} g(x)\mathrm{d}x=-11$. Tích phân $\int_0^{12}(f(x)-g(x))\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 17. **C.** -5. **D.** -17.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(2;2;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(1;3;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(3;1;-1)$.

Câu 29: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\sin 2x\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$. **B.** $\int\sin 2x\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

C. $\int\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\int\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=a, x=b$ quay quanh trục hoành là

A. $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;3;-3)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=5$. **B.** $x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=25$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=25$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=5$.

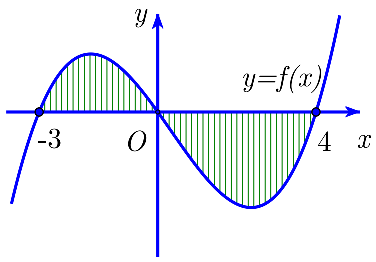
Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}(x\neq 0)$ là

A. $\ln|x|+C$. **B.** $\ln x+C$. **C.** $-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\frac{1}{\ln|x|}+C$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z-2022=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (α). Đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Diện tích S của phần hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?

A. $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x+\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-3}^4 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x$. **D.** $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x$.

Câu 36: Cho $\int_1^2(2x+1)e^x\mathrm{d}x=a.e^2+b.e$, với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

A. 8. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m+1;2)$. Biết tam giác MNP vuông tại N. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

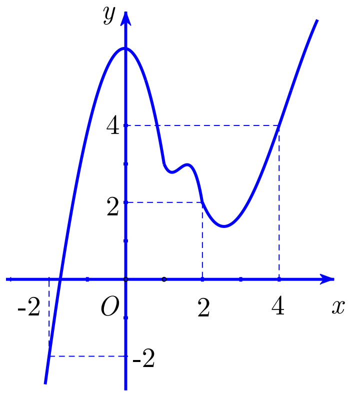
Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x-y+3z-2021=0$ và đường thẳng

$d:\begin{cases} x=2-t \\ y=-1-2t \\ z=4+5t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (Q). Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x-13y-5z+5=0$. **B.** $x+5y+z-13=0$.

C. $2x-y+3z-17=0$. **D.** $-x-2y+5z-20=0$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $h(4)>h(-2)>h(2)$.

B. $h(2)>h(4)>h(-2)$.

C. $h(-2)>h(4)>h(2)$.

D. $h(2)>h(-2)>h(4)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;4;-1)$, $B(3;2;2)$, $C(0;3;-2)$ và mặt phẳng $(\beta): x-y+2z+1=0$. Gọi M là điểm tùy ý chạy trên mặt phẳng (β). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB+MC$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}+\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α). Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x\ln x$ là

A. $x^2\ln x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $x^2\ln x-\dfrac{x^2}{2}+1$. **C.** $x^2\ln x-\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $x^2\ln x-x+C$.

Câu 43: Cho $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(\frac{4}{\sqrt{8x+17}}+\frac{3}{\sqrt{6x+m}}\right)dx=4$ với hằng số $m>6$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $12\le m\le 20$. **B.** $9<m<12$. **C.** $m>20$. **D.** $6<m\le 9$.

Câu 44: Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-4t+12$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 20 m. **B.** 10 m. **C.** 16 m. **D.** 18 m.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x).f(x)=x, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f^2(2)=4$. **B.** $f^2(2)=5$. **C.** $f^2(2)=6$. **D.** $f^2(2)=3$.

Câu 46: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1$, $x=4$. Khi (H) quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. 24π. **B.** 24. **C.** $8,15$. **D.** $8,15\pi$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=3+t' \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$. **B.** $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z+7}{8}$.

C. $\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y-6}{9}=\dfrac{z-1}{-7}$. **D.** $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-9}{6}=\dfrac{z+7}{1}$.

Câu 48: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-m}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$, $d_2: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{2m+3}$, ở đó $m\ne -\dfrac{3}{2}$ là tham số. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng d_2?

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{11}{4}$. **D.** $m=-\dfrac{15}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ $\left(\forall x\ne -\dfrac{1}{2}\right)$, và $f(-1)+2f(0)=2\ln 674$. Giá trị của biểu thức $S=f(-2)+f(1)+f(4)$ bằng

A. $2\ln 3-\ln 674$. **B.** $\ln 2022$. **C.** $2\ln 2022$. **D.** $3\ln 3$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;0;-1)$, $C(0;5;0)$. Phương trình của mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+5y-z=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-1}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-1}=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có Phương trình của mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-1}=1$

Câu 2: Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx$ bằng

A. $1-\ln 2$. **B.** $1-\frac{2}{e}$. **C.** $\frac{13}{50}$. **D.** $1+\frac{2}{e}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=\frac{1}{x^2}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=-\frac{1}{x} \end{cases}$

$\Rightarrow \int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx=\left(-\frac{1}{e}\right)+\int_1^e \frac{1}{x^2}dx=1-\frac{2}{e}$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2004=0$. Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}_1=(-2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_3=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_2=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Tích phân $\int_{-3}^{1}(2x-5)dx$ bằng

A. 8. **B.** -20. **C.** -28. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{-3}^{1}(2x-5)dx=-28$

Câu 6: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $f'(x)=F(x), \forall x\in K$. **B.** $f'(x)=F(x)+C, \forall x\in K$.

C. $F'(x)=f(x),\forall x\in K$. **D.** $F'(x)=f(x)+C,\forall x\in K$.

Lời giải

Chọn C

Công thức $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

Câu 7: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[-1;2]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(-1)$. **B.** $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(-1)-F(2)$.

C. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(2)+F(1)$. **D.** $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(2)+F(-1)$.

Lời giải

Chọn A

Công thức $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(-1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;0;1)$ và mặt phẳng $(Q):3x+y-2z+5=0$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với (Q). Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x+y-2z+2=0$. **B.** $3x+y-2z-1=0$.
C. $3x+y-2z+5=0$. **D.** $3x+y-2z-2=0$.

Lời giải

Chọn A

$(P)\parallel(Q)\Rightarrow(P):3x+y-2z+D=0$.

$M\in(P)\Rightarrow D=2$.

Phương trình của mặt phẳng (P) là $3x+y-2z+2=0$.

Câu 9: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ có diện tích là

A. $S=\int\limits_{2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{2}^{1} |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{1}^{2} |f(x)|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ có diện tích là $S=\int\limits_{1}^{2} |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 10: Cho tích phân $I=\int\limits_{0}^{2021}(1+x)^{12}\mathrm{d}x$. Đặt $u=x+1$ ta được

A. $I=\int\limits_{0}^{2021} u^{12}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int\limits_{1}^{2022} u^{12}\mathrm{d}u$.

C. $I=\int\limits_{1}^{2022}(u-1)^{12}\,du$. **D.** $I=\int\limits_{0}^{2021}(u-1)^{12}\,du$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x+1$; $du=dx$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow u=1$ và $x=2021\Rightarrow u=2022$.

Khi đó $I=\int\limits_{1}^{2022}u^{12}du$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9$. Tâm của (S) là điểm

A. $J(1;4;2)$. **B.** $K(1;-4;-2)$. **C.** $H(-1;-4;-2)$. **D.** $I(-1;4;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=9\Rightarrow$ Tâm của (S) là $I(-1;4;2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;2;-1)$ trên trục Oy là điểm

A. $M_3(4;0;0)$. **B.** $M_4(0;0;-1)$. **C.** $M_1(4;0;-1)$. **D.** $M_2(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;2;-1)$ trên trục Oy là điểm $M_2(0;2;0)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ $(a<b)$. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x, với $a\le x\le b$. Giả sử hàm số $y=S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

A. $V=\int\limits_a^b S^2(x)dx$. **B.** $V=\int\limits_a^b S(x)dx$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b S^2(x)dx$. **D.** $V=\pi\int\limits_a^b S(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\dfrac{Ax_0+By_0+Cz_0+D}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$. **B.** $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{A^2+B^2+C^2}$. **D.** $\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A+B+C}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d(M;(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Câu 15: Cho $\int\limits_{-3}^{7}f(x)dx=12$. Tích phân $\int\limits_{0}^{5}f(2x-3)dx$ bằng

A. 6. **B.** 21. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x - 3 \Rightarrow dt = 2dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = -3;\ x = 5 \Rightarrow t = 7$.

Suy ra $\int\limits_0^5 f(2x-3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^7 f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^7 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.12 = 6$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(-1;3;5)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;-3;4)$. Đường thẳng Δ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3-3t \\ z = 5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3+3t \\ z = 5+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-3t \\ z = 5+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -3+3t \\ z = 4+5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là.

A. $\frac{e^x}{x} + C$. **B.** $e^{x+1} + C$. **C.** $e^x + C$. **D.** $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Cho $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 9$, $\int\limits_3^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 25$. Tích phân $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng à

A. 32. **B.** 35. **C.** -16. **D.** 34.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^8 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_8^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 9 + 25 = 34$.

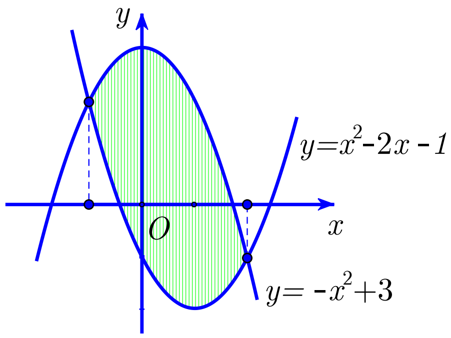
Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-4;1)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm

A. $Q(1;-1;4)$. **B.** $M(2;-2;8)$. **C.** $P(1;3;3)$. **D.** $N(2;6;6)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\,\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-2x-1=-x^2+3 \Leftrightarrow 2x^2-2x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 21: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=2$ là

A. $S=11$. **B.** $S=12$. **C.** $S=10$. **D.** $S=9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S=\int_0^2\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=\left(x^3+x\right)\Big|_0^2=8+2=10$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-5y+3z-6=0$. Giao điểm của mặt phẳng (α) và trục Ox là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(2;0;0)$. **C.** $P(-6;0;0)$. **D.** $Q(6;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(m;0;0)$ là giao điểm của mặt phẳng (α) và trục Ox, thay vào phương trình (α) ta được $m=3$. Vậy $M(3;0;0)$.

Câu 23: Tích phân $\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x$ bằng

A. $0{,}0861$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x=-\cos x\Big|_0^{\pi}=-(-1-1)=2$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;-3;0), B(2;1;4)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;-4;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(\frac{3}{2};-1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;4)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;-3;0), B(2;1;4)$ nhận véctơ $\overrightarrow{BA}=(-1;-4;-4)$ làm một véctơ chỉ phương.

Câu 25: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$. **B.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=-\tan x+C$.

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \cot x + C$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng nguyên hàm cơ bản

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int 4f(x)dx = 4\int f(x)dx$. **B.** $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

C. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$. **D.** $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất nguyên hàm $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$ là sai.

Câu 27: Cho $\int_0^{12} f(x)dx = 6$, $\int_0^{12} g(x)dx = -11$. Tích phân $\int_0^{12} (f(x) - g(x))dx$ bằng

A. 5. **B.** 17. **C.** -5. **D.** -17.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^{12} [f(x) - g(x)]dx = \int_0^{12} f(x)dx - \int_0^{12} g(x)dx = 6 + 11 = 17$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(2;2;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (1;3;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (3;1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2+1;2-1;1-2) = (3;1;-1)$.

Câu 29: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \sin 2x dx = 2\cos 2x + C$. **B.** $\int \sin 2x dx = -2\cos 2x + C$.

C. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **D.** $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2}\int \sin 2x d(2x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quay quanh trục hoành là

A. $V = \pi^2\int_a^b f^2(x)dx$. **B.** $V = \pi^2\int_a^b f(x)dx$. **C.** $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $V = \pi\int_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = \pi\int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;3;-3)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=5$. **B.** $x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=25$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=25$. **D.** $x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=5$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;3;-3)$ và bán kính $R=5$ có phương trình là: $x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=25$.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}(x\neq 0)$ là

A. $\ln|x|+C$. **B.** $\ln x+C$. **C.** $-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\frac{1}{\ln|x|}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z-2022=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (α). Đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$.

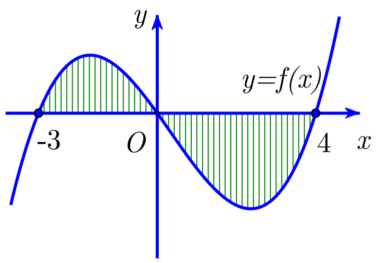
C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d vuông góc với (α) nên nhận $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}(1;1;2)$ làm VTCP nên đường thẳng d có phương trình chính tắc là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Diện tích S của phần hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?

A. $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x+\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-3}^4 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S=\int_{-3}^{4}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-3}^{0}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int_{0}^{4}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-3}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x$. **D.** $\int\cos x\mathrm{d}x=-\sin x$.

Lời giải

Chọn B

$\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$

Câu 36: Cho $\int_{1}^{2}\left(2x+1\right)e^{x}\mathrm{d}x=a.e^{2}+b.e$, với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

A. 8. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$\int_{1}^{2}\left(2x+1\right)e^{x}\mathrm{d}x=\int_{1}^{2}\left[\left(2x-1\right)+\left(2x-1\right)'\right]e^{x}\mathrm{d}x=\left(2x-1\right)e^{x}\Big|_{1}^{2}=3e^{2}-e\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1\end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M\left(2;3;-1\right)$, $N\left(-1;1;1\right)$ và $P\left(1;m+1;2\right)$. Biết tam giác MNP vuông tại N. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{MN}=\left(-3;-2;2\right)$ và $\overrightarrow{PN}=\left(-2;-m;-1\right)$.

Do tam giác MNP vuông tại N nên $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PN}=0\Leftrightarrow 6+2m-2=0\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(Q\right):2x-y+3z-2021=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-1-2t\\z=4+5t\end{cases}$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $\left(Q\right)$. Phương trình của mặt phẳng $\left(P\right)$ là

A. $x-13y-5z+5=0$. **B.** $x+5y+z-13=0$.

C. $2x-y+3z-17=0$. **D.** $-x-2y+5z-20=0$.

Lời giải

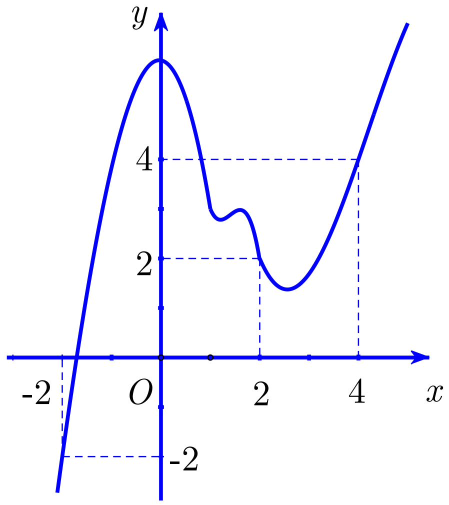
Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left(2;-1;3\right)$ và $\overrightarrow{u_{d}}=\left(-1;-2;5\right)$, lấy $M\left(2;-1;4\right)\in d\Rightarrow M\in\left(P\right)$.

Ta có: $\left.\begin{matrix}\left(P\right)\perp\left(Q\right)\\d\subset\left(P\right)\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}\overrightarrow{n_{(P)}}\perp\overrightarrow{n_{(Q)}}\\\overrightarrow{n_{(P)}}\perp\overrightarrow{u_{d}}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(Q)}};\overrightarrow{u_{d}}\right]=\left(1;-13;-5\right)$.

$\Rightarrow\left(P\right):x-13y-5z+5=0$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Đặt $h\left(x\right)=2f\left(x\right)-x^{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $h(4) > h(-2) > h(2)$.   **B.** $h(2) > h(4) > h(-2)$.

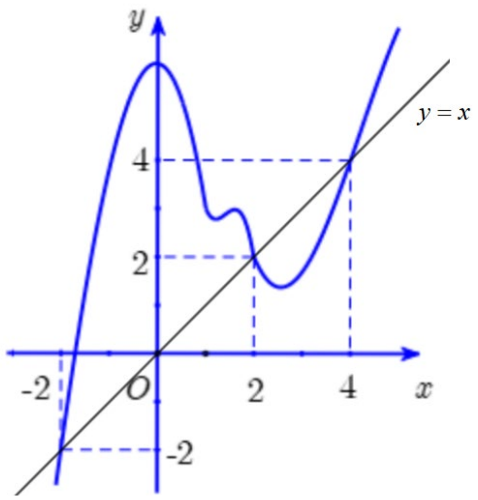
C. $h(-2) > h(4) > h(2)$.   **D.** $h(2) > h(-2) > h(4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x) = 2f'(x) - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x (1)$.

Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$.



Dựa vào đồ thị trên: $f'(x) = x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		4		$+\infty$
h'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
h		↘	$h(-2)$	↗	$h(2)$	↘	$h(4)$	↗	

Mặt khác dựa vào đồ thị trên ta có $\int_{-2}^{2} |h'(x)| dx > \int_{2}^{4} |h'(x)| dx$ hay

$\int_{-2}^{2} h'(x) dx > -\int_{2}^{4} h'(x) dx \Rightarrow h(2) - h(-2) > h(2) - h(4) \Rightarrow h(-2) < h(4)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;4;-1)$, $B(3;2;2)$, $C(0;3;-2)$ và mặt phẳng $(\beta): x-y+2z+1=0$. Gọi M là điểm tùy ý chạy trên mặt phẳng (β). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB+MC$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}+\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;3), \overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(5;-5;-5)=5(1;-1;-1)$, suy ra $(ABC): x-y-z+1=0$.

Ta thấy $(ABC)\perp(\beta)$, xét $d=(ABC)\cap(\beta) \Rightarrow d:\begin{cases}x-y-z+1=0\\x-y+2z+1=0\end{cases} \Rightarrow d:\begin{cases}x=-1+t\\y=t\\z=0\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (ABC), khi đó $H\in d \Rightarrow H(-1+t;t;0)$.

$T=MA+MB+MC \geq HA+HB+HC$.

$T\geq \sqrt{2t^2-14t+26}+\sqrt{2t^2-12t+24}+\sqrt{2t^2-8t+14}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{2}t\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt{2(t-3)^2+6}$.

$\geq \sqrt{\left(2\sqrt{2}-\frac{7}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt{6}=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ khi $t=3\Rightarrow M(2;3;0)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α). Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

A. 2. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;1)\Rightarrow AB:\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=1+1\end{cases}$. Gọi $M=d\cap AB\Rightarrow M(2-t;t;1+t)$,

do $d\subset(\alpha)\Rightarrow M\in(\alpha): 2-t+t-2(1+t)+2=0 \Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$.

Gọi vecto chỉ phương của $d:\vec{u}=(a,b,c)$, ta có $d\subset(\alpha)\Rightarrow a+b-2c=0\Rightarrow b=2c-a$.

$\sin(AB,(\alpha))=\frac{|-1+1-2|}{\sqrt{1+1+(-2)^2}.\sqrt{1+1+1}}=\frac{2}{3\sqrt{2}}\Rightarrow \cos(AB,(\alpha))=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Ta có $\cos(d;AB)=\frac{|-a+b+c|}{\sqrt{3}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{14}}{3\sqrt{2}}\Leftrightarrow \frac{|3c-2a|}{\sqrt{3}.\sqrt{a^2+(2c-a)^2+c^2}}=\frac{\sqrt{14}}{3\sqrt{2}}$.

$\Leftrightarrow 6(3c-2a)^2 = 14\left(a^2+(2c-a)^2+c^2\right) \Leftrightarrow (a+2c)^2 = 0 \Leftrightarrow a=-2c$.

Chọn $c=-1 \Rightarrow a=2 \Rightarrow b=-4$ suy ra $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z-2}{-1} \Rightarrow d(A;d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;1;1)$, gọi $\varphi = (AB,(\alpha))$.

$\sin(AB,(\alpha)) = \dfrac{|-1+1-2|}{\sqrt{1+1+(-2)^2}.\sqrt{1+1+1}} = \dfrac{2}{3\sqrt{2}}$.

Gọi $I = AB \cap (\alpha) \Rightarrow I(1;1;2) \in d$. Khi đó $d(A,d) = AH = AM.\sin\varphi = \sqrt{1+1+1}.\dfrac{2}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 42: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x\ln x$ là

A. $x^2\ln x + \dfrac{x^2}{2} + C$. **B.** $x^2\ln x - \dfrac{x^2}{2} + 1$. **C.** $x^2\ln x - \dfrac{x^2}{2} + C$. **D.** $x^2\ln x - x + C$.

Lời giải

Chọn C

Xét $I = \int 2x\ln x\mathrm{d}x$:

$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = 2xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = x^2 \end{cases}$.

$I = x^2\ln x - \int x\mathrm{d}x = x^2\ln x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Câu 43: Cho $\int\limits_{-1}^{1}\left(\dfrac{4}{\sqrt{8x+17}} + \dfrac{3}{\sqrt{6x+m}}\right)\mathrm{d}x = 4$ với hằng số $m > 6$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $12 \le m \le 20$. **B.** $9 < m < 12$. **C.** $m > 20$. **D.** $6 < m \le 9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_{-1}^{1}\left(\dfrac{4}{\sqrt{8x+17}} + \dfrac{3}{\sqrt{6x+m}}\right)\mathrm{d}x = \left(4.\dfrac{1}{8}.2\sqrt{8x+17} + 3.\dfrac{1}{6}.2\sqrt{6x+m}\right)\Bigg|_{-1}^{1}$

$= \left(\sqrt{8x+17} + \sqrt{6x+m}\right)\Big|_{-1}^{1} = \left(5+\sqrt{6+m}\right) - \left(3+\sqrt{m-6}\right) = 2+\sqrt{6+m} - \sqrt{m-6}$.

Do đó $\int\limits_{-1}^{1}\left(\dfrac{4}{\sqrt{8x+17}} + \dfrac{3}{\sqrt{6x+m}}\right)\mathrm{d}x = 4 \Leftrightarrow 2+\sqrt{6+m}-\sqrt{m-6} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ \sqrt{6+m} = 2+\sqrt{m-6} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ 6+m = 4+4\sqrt{m-6}+m-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ \sqrt{m-6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ m-6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ m = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10$.

Vậy $m = 10$.

Câu 44: Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t+12$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $20\,\text{m}$. **B.** $10\,\text{m}$. **C.** $16\,\text{m}$. **D.** $18\,\text{m}$.

Lời giải

Chọn D

Thời gian ô tô chuyển động từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là $v(t)=0 \Leftrightarrow -4t+12=0 \Leftrightarrow t=3$.

Quãng đường ô tô còn di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là $s=\int_0^3 v(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^3(-4t+12)\,\mathrm{d}t=18$ m.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x).f(x)=x, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f^2(2)=4$. **B.** $f^2(2)=5$. **C.** $f^2(2)=6$. **D.** $f^2(2)=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x).f(x)=x, \forall x\in\mathbb{R}$.

Lấy nguyên hàm hai vế ta được

$$\int f'(x).f(x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}(f(x))=\frac{1}{2}x^2+C \Rightarrow \frac{1}{2}f^2(x)=\frac{1}{2}x^2+C$$

Với $x=0 \Rightarrow \frac{1}{2}f^2(0)=\frac{1}{2}.0^2+C \Rightarrow C=\frac{1}{2}$. Suy ra $\frac{1}{2}f^2(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2} \Leftrightarrow f^2(x)=x^2+1$.

Vậy $f^2(2)=5$.

Câu 46: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1$, $x=4$. Khi (H) quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. 24π. **B.** 24. **C.** $8{,}15$. **D.** $8{,}15\pi$.

Lời giải

Chọn A

$$V=\pi\int_1^4\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2dx=24\pi.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-1}{8}$. **B.** $\frac{x-5}{1}=\frac{y-9}{3}=\frac{z+7}{8}$.

C. $\frac{x-6}{5}=\frac{y-6}{9}=\frac{z-1}{-7}$. **D.** $\frac{x-5}{6}=\frac{y-9}{6}=\frac{z+7}{1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi A là giao điểm của d_1 và (α),

$A(-2+t;2+t;-t)\in d_1$ mà $A\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(-2+t)-2(2+t)+t+1=0 \Leftrightarrow t=7 \Rightarrow A(5;9;-7)$.

+) Gọi B là giao điểm của d_2 và (α),

$B(2t';3+t';1)\in d_2$ mà $B\in(\alpha)\Leftrightarrow 2(2t')-2(3+t')-1+1=0\Leftrightarrow t'=3\Rightarrow B(6;6;1)$

+)Véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}(1;-3;8)$.

Phương trình Δ là $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-1}{8}$

Câu 48: Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$V=\int_{-1}^{1}\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{16}{3}$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-m}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$, $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{2m+3}$, ở đó $m\ne-\dfrac{3}{2}$ là tham số. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng d_2?

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{11}{4}$. **D.** $m=-\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn C

d_1 có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;2)$; d_2 có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(3;-2;2m+3)$.

$d_1\perp d_2\Rightarrow\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 1.3+(-1)(-2)+2(2m+3)=0\Leftrightarrow 4m=-11\Leftrightarrow m=\dfrac{-11}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ đồng thời thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ $\left(\forall x\ne-\dfrac{1}{2}\right)$, và $f(-1)+2f(0)=2\ln 674$. Giá trị của biểu thức $S=f(-2)+f(1)+f(4)$ bằng

A. $2\ln 3-\ln 674$. **B.** $\ln 2022$. **C.** $2\ln 2022$. **D.** $3\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=\frac{1}{2x+1}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\ln(2x+1)+C_1,\ khi\ x>\dfrac{-1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\ln(-2x-1)+C_2,\ khi\ x<\dfrac{-1}{2}\end{cases}$$

$f(0)=C_1;\ f(-1)=C_2\Rightarrow 2f(0)+f(-1)=2C_1+C_2\Rightarrow 2C_1+C_2=2\ln 674$.

$f\left(-2\right)=\frac{1}{2}\ln 3+C_2,\ f\left(1\right)=\frac{1}{2}\ln 3+C_1;\ f\left(4\right)=\frac{1}{2}\ln 9+C_1$

$\Rightarrow S=f\left(-2\right)+f\left(1\right)+f\left(4\right)=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 7+2C_1+C_2$

$=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 9+2\ln 674=2\ln 3+2\ln 674=2\ln 2002.$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 02

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-8=0$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 2: Tìm điều kiện xác định của hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}\left[\log_3\left(2-x^2\right)\right]$.

A. $-1<x<1$. **B.** $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$. **D.** $-1\le x\le 1$.

Câu 3: Tích phân $I=\int\limits_1^e x\ln x\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{e^2-1}{4}$. **B.** $I=\frac{e^2-2}{2}$. **C.** $I=\frac{e^2+1}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{2}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=e^x.2021^{x^2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x)>1\Leftrightarrow x+2x\ln 2021>0$. **B.** $f(x)>1\Leftrightarrow x^2\ln 2021>0$.

C. $f(x)>1\Leftrightarrow x+x^2\ln 2021>0$. **D.** $f(x)>1\Leftrightarrow 1+x^2\ln 2021>0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng d?

A. $P(-1;1;2)$. **B.** $M(3;-1;-3)$. **C.** $N(1;0;-1)$. **D.** $Q(-3;2;3)$.

Câu 6: Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\int\frac{f(x)}{g(x)}\mathrm{d}x=\frac{\int f(x)\mathrm{d}x}{\int g(x)\mathrm{d}x}$. **B.** $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int x^\alpha\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\ \forall\alpha\in\mathbb{R}$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C\ \ (0<a\ne 1)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $A(2;-3;0)$ và đi qua điểm $B(1;-4;3)$.

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=50$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=13$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=11$.

Câu 8: $F(x)=x\sin x+\cos x+2021$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x)=x\sin x$. **B.** $f(x)=-x\cos x$. **C.** $f(x)=-x\sin x$. **D.** $f(x)=x\cos x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3y-z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(0;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(0;3;1)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3)\ge 0$ là.

A. $\left[\frac{5-\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{3}{2};2\right]$.

Câu 11: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 5$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;0)$, $B(-2;1;-6)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn AB.

A. $M(0;-1;-3)$. **B.** $M(0;-2;-6)$. **C.** $M(4;4;-6)$. **D.** $M(2;2;-3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-3;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là.

A. $H(2;-3;0)$. **B.** $K(0;-3;1)$. **C.** $I(2;0;1)$. **D.** $J(0;3;1)$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+2$ là.

A. $\frac{1}{3}x^3+2x^2+C$. **B.** x^3+2x+C. **C.** $\frac{1}{3}x^3+2x+C$. **D.** $\frac{1}{3}x^3+x^2+C$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4x+2}<3^{12-x}$ là.

A. $(0;2)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-2;\frac{10}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 16: Cho hai hàm số $f(x)=a^x$ và $g(x)=\log_a x$. Với $0<a<1$, chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $f(x)$ đồng biến và $g(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

B. $f(x)$ và $g(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

C. $f(x)$ và $g(x)$ đồng biến trên tập xác định.

D. $f(x)$ nghịch biến và $g(x)$ đồng biến trên tập xác định.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=x^2$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** -3.

Câu 18: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1; \int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x=-4$. Tính $I=\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=3$.

Câu 19: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1, x=2$ là.

A. $S=\frac{8}{3}$. **B.** $S=\frac{7}{3}$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

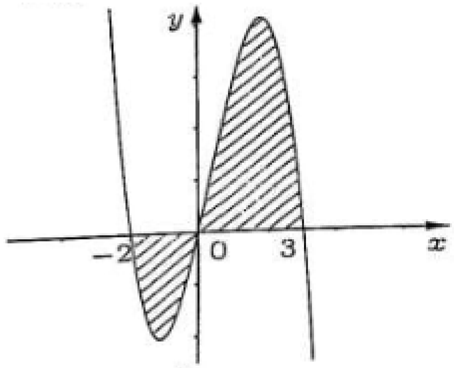
Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(-2;1;-3)$. Gọi M,N,P lần lượt các hình chiếu vuông góc của điểm E trên các trục Ox,Oy,Oz. Phương trình mặt phẳng (MNP) là.

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=0$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-12$. **C.** $I=8$. **D.** $I=-8$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Diện tích S của hình phẳng phần tô đậm trong hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?



A. $S=\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_{0}^{-2} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{3}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 23: Trong không gian, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x-z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(4x^2+1\right)<\log_{\frac{1}{2}}(4x)$ là.

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x+x}$.

A. $F(x)=\ln|x+1|+C$. **B.** $F(x)=\ln|\ln x-1|+C$.

C. $F(x)=\ln|\ln x+1|+C$. **D.** $F(x)=\ln x+1+C$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và $(Q): 2x+2y-z-3=0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính $\cos\alpha$.

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{4}{9}$.

Câu 27: Bất phương trình $20.16^x-41.20^x+20.25^x>0$ có tập nghiệm là.

A. $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)$.

C. $S=(-1;1)$. **D.** $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;2;0), B(2;0;0), C(0;0;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua bốn điểm A,B,C và O. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\frac{3}{2}$. **B.** $R=3$. **C.** $R=1$. **D.** $R=2$.

Câu 29: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ là.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{\cos 2x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$.

Câu 30: Tính tích phân $I=\int_{0}^{1}(x+1)^{2018}\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{2^{2018}-1}{2018}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2^{2018}$. **D.** $I=\dfrac{2^{2019}-1}{2019}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;1;-1)$ và nhận $\vec{n}=(-3;2;1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là.

A. $3x-2y-z+7=0$. **B.** $-2x+y-z+7=0$.

C. $3x-2y-z-7=0$. **D.** $-2x+y-z-7=0$.

Câu 32: Cho $\int_{-1}^{2}f(t)dt=2$ và $\int_{-1}^{2}g(x)dx=-1$. Tính $I=\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx$.

A. $I=\dfrac{17}{2}$. **B.** $I=\dfrac{7}{2}$. **C.** $I=\dfrac{5}{2}$. **D.** $I=\dfrac{11}{2}$.

Câu 33: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=e$ là $S=a\sqrt{2}+b$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a^2+b^2 là.

A. $\dfrac{20}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{u}=(4;3;2)$, $\vec{v}=(-2;-5;-4)$ và $\vec{w}=(8;6;4)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{v}$ và $\vec{w}$ cùng phương. **B.** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.

C. $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng. **D.** $\vec{u}$ và $\vec{w}$ cùng phương.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-2=0$ bằng.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 4.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x-2>0$ là.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup(2;+\infty)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\cup(2;+\infty)$.

Câu 37: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\dfrac{793}{4}$. **B.** $S=\dfrac{397}{4}$. **C.** $S=\dfrac{937}{12}$. **D.** $S=\dfrac{343}{12}$.

Câu 38: Tích phân $\int_{0}^{1}\dfrac{1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x$ có kết quả là.

A. $\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{2}$. **D.** $\ln\dfrac{3}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_3^2 x+m\log_3 x\ge m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x\in(0;+\infty)$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 40: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển bao nhiêu mét?

A. $18m$. **B.** $15m$. **C.** $24m$. **D.** $20m$.

Câu 41: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+2}$.

A. $F(x)=e^{2x}-4\ln(e^x+2)+C$. **B.** $F(x)=\ln(e^x+2)+C$.

C. $F(x)=e^x-2\ln(e^x+2)+C$. **D.** $F(x)=e^x+2\ln(e^x+2)+C$.

Câu 42: Cho hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(3;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ giao điểm K của mặt phẳng (Q) với trục hoành.

A. $K(-3;0;0)$. **B.** $K(2;0;0)$. **C.** $K(1;0;0)$. **D.** $K(-4;0;0)$.

Câu 43: Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$, $B(1;-4;3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Ozx) tại điểm M. Tìm tỉ số $\dfrac{MA}{MB}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 4-\dfrac{1}{3^{x-1}}$ là.

A. $(0;1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và $\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8$. Tính $I=\int\limits_1^2 x.f(x)dx$.

A. $I=\dfrac{1}{4}$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=4$. **D.** $I=-\dfrac{1}{4}$.

Câu 46: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $25.2^x+5^x>25+10^x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ và điểm $M(0;-2;1)$. Gọi d_1, d_2, d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua điểm M và lần lượt cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A, B, C. Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{50\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{1000\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\dfrac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{500\sqrt{3}}{27}$.

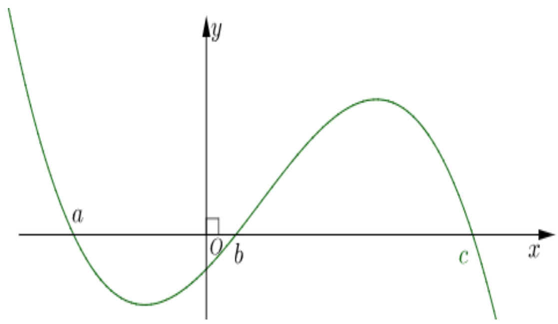
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(a)>f(b)>f(c)$.

B. $f(c)>f(a)>f(b)$.

C. $f(c)>f(b)>f(a)$.

D. $f(b)>f(a)>f(c)$.



Câu 49: Xét hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$ và thỏa mãn điều kiện $4xf\left(x^2\right)+3f\left(1-x\right)=\sqrt{1-x^2}, \forall x\in\left[0;1\right]$. Tích phân $I=\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\frac{\pi}{20}$. **B.** $I=\frac{\pi}{6}$. **C.** $I=\frac{\pi}{4}$. **D.** $I=\frac{\pi}{16}$.

Câu 50: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2021^{2x^2-4x+9}-2021^{x^2+5x+1}-\left(x-1\right)\left(8-x\right)<0.$$

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-8=0$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Ta có $d(A,(P))=\frac{|2.1-2.3+4-8|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{8}{3}$.

Câu 2: Tìm điều kiện xác định của hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}\left[\log_3\left(2-x^2\right)\right]$.

A. $-1<x<1$. **B.** $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$. **D.** $-1\le x\le 1$.

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\begin{cases}2-x^2>0\\ \log_3\left(2-x^2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\\ 2-x^2>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\\ -1<x<1\end{cases}\Leftrightarrow -1<x<1$.

Câu 3: Tích phân $I=\int_1^e x\ln x\mathrm{d}x$ bằng.

A. $I=\frac{e^2-1}{4}$. **B.** $I=\frac{e^2-2}{2}$. **C.** $I=\frac{e^2+1}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{\mathrm{d}x}{x}\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$.

$$I=\left.\frac{x^2\ln x}{2}\right|_1^e-\int_1^e\frac{x}{2}\mathrm{d}x=\frac{e^2}{2}-\left.\frac{x^2}{4}\right|_1^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2-1}{4}=\frac{e^2+1}{4}.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=e^x.2021^{x^2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x)>1\Leftrightarrow x+2x\ln 2021>0$. **B.** $f(x)>1\Leftrightarrow x^2\ln 2021>0$.

C. $f(x)>1\Leftrightarrow x+x^2\ln 2021>0$. **D.** $f(x)>1\Leftrightarrow 1+x^2\ln 2021>0$.

Lời giải

Ta có $f(x)>1\Leftrightarrow e^x.2021^{x^2}>1\Leftrightarrow\ln\left(e^x.2021^{x^2}\right)>\ln 1\Leftrightarrow x+x^2\ln 2021>0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng d?

A. $P(-1;1;2)$. **B.** $M(3;-1;-3)$. **C.** $N(1;0;-1)$. **D.** $Q(-3;2;3)$.

Lời giải

Điểm $P(-1;1;2)$ không thuộc đường thẳng d vì $\frac{-1-1}{2}=\frac{1}{-1}\ne\frac{2+1}{-2}$.

Câu 6: Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\int \frac{f(x)}{g(x)}\mathrm{d}x = \frac{\int f(x)\mathrm{d}x}{\int g(x)\mathrm{d}x}$.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ \forall \alpha \in \mathbb{R}$.

D. $\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C\ \ (0 < a \neq 1)$.

Lời giải

Mệnh đề $\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C\ \ (0 < a \neq 1)$ là mệnh đề đúng.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $A(2;-3;0)$ và đi qua điểm $B(1;-4;3)$.

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=16$.

B. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=50$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=13$.

D. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=11$.

Lời giải

Mặt cầu có bán kính $R = AB = \sqrt{(1-2)^2+(-4+3)^2+(3-0)^2} = \sqrt{11}$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=11$.

Câu 8: $F(x) = x\sin x + \cos x + 2021$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $f(x) = x\sin x$. **B.** $f(x) = -x\cos x$. **C.** $f(x) = -x\sin x$. **D.** $f(x) = x\cos x$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = F(x) \Rightarrow f(x) = F'(x) = (x\sin x + \cos x + 2021)'$

$\Rightarrow f(x) = \sin x + x\cos x - \sin x = x\cos x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3y - z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1} = (1;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (3;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (0;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (0;3;1)$.

Lời giải

Từ phương trình mặt phẳng (P) là $3y - z + 1 = 0$, ta có được một vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_3} = (0;3;-1)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-3) \geq 0$ là.

A. $\left[\frac{5-\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{3}{2};2\right]$.

Lời giải

Do $0 < 2-\sqrt{3} < 1$, bất phương trình đã cho tương đương với

$0 < 2x-3 \leq \left(2-\sqrt{3}\right)^0 \Leftrightarrow 0 < 2x-3 \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \leq 2$.

Câu 11: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 5$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{5}\right)^x > 5 \Leftrightarrow 5^{-x} > 5 \Leftrightarrow -x > 1 \Leftrightarrow x < -1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;-1)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;0)$, $B(-2;1;-6)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn AB.

A. $M(0;-1;-3)$. **B.** $M(0;-2;-6)$. **C.** $M(4;4;-6)$. **D.** $M(2;2;-3)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là $\begin{cases} x_M = \dfrac{2+(-2)}{2} \\ y_M = \dfrac{(-3)+1}{2} \\ z_M = \dfrac{0+(-6)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = -1 \\ z_M = -3 \end{cases}$.

Vậy tọa độ trung điểm M của đoạn AB là $M(0;-1;-3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-3;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là.

A. $H(2;-3;0)$. **B.** $K(0;-3;1)$. **C.** $I(2;0;1)$. **D.** $J(0;3;1)$.

Lời giải

Khi chiếu vuông góc điểm M lên mặt phẳng (Oyz) ta có hoành độ bằng 0, tung độ và cao độ giữ nguyên. Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-3;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $K(0;-3;1)$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2$ là.

A. $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + C$. **B.** $x^3 + 2x + C$.

C. $\frac{1}{3}x^3 + 2x + C$. **D.** $\frac{1}{3}x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Ta có $\int (x^2+2)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4x+2} < 3^{12-x}$ là.

A. $(0;2)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-2;\frac{10}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có: $3^{4x+2} < 3^{12-x} \Leftrightarrow 4x+2 < 12-x \Leftrightarrow 5x < 10 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;2)$.

Câu 16: Cho hai hàm số $f(x) = a^x$ và $g(x) = \log_a x$. Với $0 < a < 1$, chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $f(x)$ đồng biến và $g(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

B. $f(x)$ và $g(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

C. $f(x)$ và $g(x)$ đồng biến trên tập xác định.

D. $f(x)$ nghịch biến và $g(x)$ đồng biến trên tập xác định.

Lời giải

Do cơ số a thỏa mãn $0<a<1$ nên hai hàm số $f(x)=a^x$ và $g(x)=\log_a x$ đều nghịch biến trên tập xác định của chúng.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=x^2$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng.

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2)-f(1)=2^2-1^2=4-1=3$.

Câu 18: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1; \int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x=-4$. Tính $I=\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Ta có $I=\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=-4-1=-5$.

Câu 19: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1, x=2$ là.

A. $S=\frac{8}{3}$. **B.** $S=\frac{7}{3}$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng $S=\int_1^2 \left|x^2\right|\mathrm{d}x=\int_1^2 x^2\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2=\frac{7}{3}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(-2;1;-3)$. Gọi M,N,P lần lượt các hình chiếu vuông góc của điểm E trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (MNP) là.

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$. **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=0$.

Lời giải

M,N,P lần lượt là hình chiếu của E trên các trục Ox, Oy, Oz, do đó $M(-2;0;0), N(0;1;0), P(0;0;-3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-3}=1$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-12$. **C.** $I=8$. **D.** $I=-8$.

Lời giải

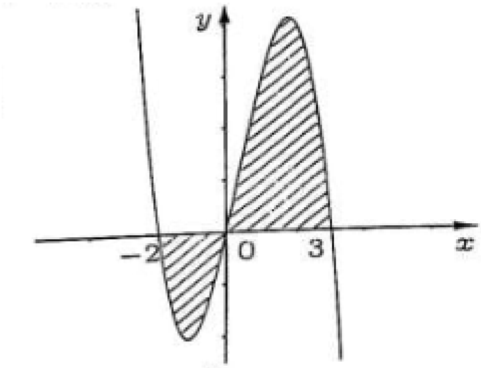
Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có

$$\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow 10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -8.$$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Diện tích S của hình phẳng phần tô đậm trong hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?



A. $S = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_0^{-2} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_3^0 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta thấy $S = -\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{-2} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 23: Trong không gian, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = 3 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 - t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

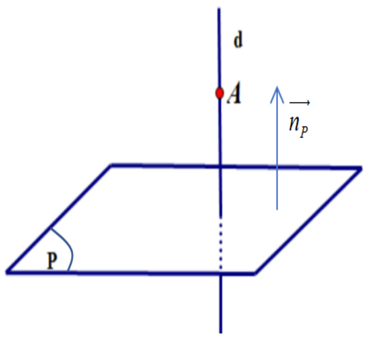
Lời giải

$(P): x - z + 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = (1;0;-1)$

Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$

và vuông góc với mặt phẳng (P)

$\Rightarrow \overrightarrow{u_{(d)}} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (1;0;-1)$.



Phương trình tham số của đường thẳng (d) là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x^2 + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(4x)$ là.

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **D.** $(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(4x^2+1\right)<\log_{\frac{1}{2}}(4x)\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2+1>4x\\4x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-4x+1>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{1}{2}\\x>0\end{cases}$

$x\in(0;+\infty)\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x\ln x+x}$.

A. $F(x)=\ln|x+1|+C$. **B.** $F(x)=\ln|\ln x-1|+C$.

C. $F(x)=\ln|\ln x+1|+C$. **D.** $F(x)=\ln x+1+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x\ln x+x}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x(\ln x+1)}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(\ln x+1)}\mathrm{d}(\ln x+1)=\ln|\ln x+1|+C$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z-1=0$ và $(Q):2x+2y-z-3=0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính $\cos\alpha$.

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):x-2y+2z-1=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;2)$.

Mặt phẳng $(Q):2x+2y-z-3=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(2;2;-1)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Khi đó $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(Q)}}\right|}=\frac{|2-4-2|}{\sqrt{9}.\sqrt{9}}=\frac{4}{9}$.

Câu 27: Bất phương trình $20.16^x-41.20^x+20.25^x>0$ có tập nghiệm là.

A. $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)$.

C. $S=(-1;1)$. **D.** $S=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $20.16^x-41.20^x+20.25^x>0\Leftrightarrow 20-41.\left(\frac{5}{4}\right)^x+20.\left(\frac{5}{4}\right)^{2x}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{5}{4}\right)^x>\frac{5}{4}\\\left(\frac{5}{4}\right)^x<\frac{4}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-1\end{array}\right.$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;2;0),B(2;0;0),C(0;0;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua bốn điểm A,B,C và O. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\frac{3}{2}$. **B.** $R=3$. **C.** $R=1$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Giả sử (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Ta có

$$\begin{cases} A(0;2;0)\in(S) \\ B(2;0;0)\in(S) \\ C(0;0;-1)\in(S) \\ O(0;0;0)\in(S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4b+d=-4 \\ -4a+d=-4 \\ 2c+d=-1 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-\dfrac{1}{2} \\ d=0 \end{cases}.$$

Do đó $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ là.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x}{2}+\dfrac{\cos 2x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x}{2}-\dfrac{\cos 2x}{4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \cos^2 x\,\mathrm{d}x=\int \dfrac{\cos 2x+1}{2}\mathrm{d}x=\dfrac{\sin 2x}{4}+\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 30: Tính tích phân $I=\int_0^1 (x+1)^{2018}\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{2^{2018}-1}{2018}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=2^{2018}$. **D.** $I=\dfrac{2^{2019}-1}{2019}$.

Lời giải

Ta có $I=\int_0^1 (x+1)^{2018}\,\mathrm{d}x=\left.\dfrac{(x+1)^{2019}}{2019}\right|_0^1=\dfrac{2^{2019}-1}{2019}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;1;-1)$ và nhận $\vec{n}=(-3;2;1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là.

A. $3x-2y-z+7=0$. **B.** $-2x+y-z+7=0$.

C. $3x-2y-z-7=0$. **D.** $-2x+y-z-7=0$.

Lời giải

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;1;-1)$ và nhận $\vec{n}=(-3;2;1)$ là vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $-3(x+2)+2(y-1)+(z+1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z+7=0$

Câu 32: Cho $\int_{-1}^{2} f(t)dt=2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)dx=-1$. Tính $I=\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx$.

A. $I=\dfrac{17}{2}$. **B.** $I=\dfrac{7}{2}$. **C.** $I=\dfrac{5}{2}$. **D.** $I=\dfrac{11}{2}$.

Lời giải

$$I=\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2}+2\int_{-1}^{2} f(t)dt-3\int_{-1}^{2} g(x)=\dfrac{17}{2}.$$

Câu 33: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=e$ là $S=a\sqrt{2}+b$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của a^2+b^2 là.

A. $\frac{20}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $1+\ln x>0, \forall x\in[1;e]$.

Diện tích hình phẳng là

$$S=\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx=\int_1^e (1+\ln x)^{\frac{1}{2}}.d(1+\ln x)=\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3}\Big|_1^e=\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{3}.$$

Do đó $a=\frac{4}{3}, b=-\frac{2}{3}$, suy ra $a^2+b^2=\frac{20}{9}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{u}=(4;3;2)$, $\vec{v}=(-2;-5;-4)$ và $\vec{w}=(8;6;4)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{v}$ và $\vec{w}$ cùng phương. **B.** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.
C. $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng. **D.** $\vec{u}$ và $\vec{w}$ cùng phương.

Lời giải

Xét $\vec{v}=(-2;-5;-4)$ và $\vec{w}=(8;6;4)$ có $\frac{-2}{8}\neq\frac{-5}{6}\neq\frac{-4}{4}$ nên $\vec{v}$ và $\vec{w}$ không cùng phương, phương án **A.** sai.

Xét $\vec{u}=(4;3;2)$ và $\vec{v}=(-2;-5;-4)$ có $\frac{4}{-2}\neq\frac{3}{-5}\neq\frac{2}{-4}$ nên $\vec{u}$ và $\vec{v}$ không cùng phương, do đó $\vec{u}$ và $\vec{v}$ không ngược hướng, không cùng hướng, phương án **B.** và **C.** sai.

Xét $\vec{u}=(4;3;2)$ và $\vec{w}=(8;6;4)$ có $\frac{4}{8}=\frac{3}{6}=\frac{2}{4}$ nên $\vec{u}$ và $\vec{w}$ cùng phương, phương án **D.** đúng.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-2=0$ bằng.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ $\Rightarrow R=\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2+2}=2\sqrt{2}$.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x-2>0$ là

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(2;+\infty)$.
C. $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Từ đề bài ta có

$$\log_2^2 x+\log_2 x-2>0\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}\log_2 x<-2\\ \log_2 x>1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \left[\begin{array}{l}x<\frac{1}{4}\\ x>2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x<\frac{1}{4}\\ x>2\end{array}\right..$$

Vậy bất phương trình trên có tập nghiệm là $S=\left(0;\frac{1}{4}\right)\cup(2;+\infty)$.

Câu 37: Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\frac{793}{4}$. **B.** $S=\frac{397}{4}$. **C.** $S=\frac{937}{12}$. **D.** $S=\frac{343}{12}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$$-x^3+12x=-x^2 \Leftrightarrow x^3-x^2-12x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \\ x=4 \end{array}\right..$$

Diện tích của hình phẳng (H) là

$$S=\int_{-3}^{0}\left|x^3-x^2-12x\right|dx+\int_{0}^{4}\left|x^3-x^2-12x\right|dx=\left|\int_{-3}^{0}\left(x^3-x^2-12x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{4}\left(x^3-x^2-12x\right)dx\right|$$

$$=\left|\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-6x^2\right)\Big|_{-3}^{0}\right|+\left|\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-6x^2\right)\Big|_{0}^{4}\right|=\left|\frac{99}{4}\right|+\left|-\frac{160}{3}\right|=\frac{937}{12}.$$

Câu 38: Tích phân $\int_0^1 \frac{1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x$ có kết quả là.

A. $\frac{1}{3}\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$. **D.** $\ln\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 \frac{1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x=\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+3)}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x+3}\right|\Big|_0^1=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_3^2 x+m\log_3 x\ge m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x\in(0;+\infty)$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Đặt $t=\log_3 x$. Với mọi $x\in(0;+\infty)$ ta có $t\in\mathbb{R}$.

Bất phương trình $\log_3^2 x+m\log_3 x\ge m$ trở thành $t^2+mt-m\ge 0$.

$\log_3^2 x+m\log_3 x\ge m$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow t^2+mt-m\ge 0, \forall t\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta\le 0$

$\Leftrightarrow m^2+4m\le 0$

$\Leftrightarrow -4\le m\le 0$.

Vậy $m\in\{0;-1;-2;-3;-4\}$.

Câu 40: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24\ (m/s)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển bao nhiêu mét?

A. $18m$. **B.** $15m$. **C.** $24m$. **D.** $20m$.

Lời giải

Ta có khi ô tô dừng hẳn $v(t)=0\Leftrightarrow -12t+24=0\Leftrightarrow t=2$.

Do đó từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô đi được quãng đường là

$$S=\int_0^2(-12t+24)dt=24(m).$$

Câu 41: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^x+2}$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^{2x}-4\ln\left(\mathrm{e}^{x}+2\right)+C$. **B.** $F(x)=\ln\left(\mathrm{e}^{x}+2\right)+C$.

C. $F(x)=\mathrm{e}^{x}-2\ln\left(\mathrm{e}^{x}+2\right)+C$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^{x}+2\ln\left(\mathrm{e}^{x}+2\right)+C$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int\frac{\mathrm{e}^{2x}+2\mathrm{e}^{x}-2\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+2}\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^{x}-\frac{2\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+2}\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x}-2\ln\left(\mathrm{e}^{x}+2\right)+C$.

Câu 42: Cho hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(3;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ giao điểm K của mặt phẳng (Q) với trục hoành.

A. $K(-3;0;0)$. **B.** $K(2;0;0)$. **C.** $K(1;0;0)$. **D.** $K(-4;0;0)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt (Q) được xác định $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{AB}\right]=(-4;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2x-z-4=0$.

Giao điểm của mặt phẳng (Q) với trục hoành là $K(2;0;0)$.

Câu 43: Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$, $B(1;-4;3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Ozx) tại điểm M. Tìm tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Cách 1: Đường thẳng AB qua $A(2;2;-1)$, có vtcp $\overrightarrow{AB}(-1;-6;4)$.

$\Rightarrow$ phương trình $AB:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+1}{4}\Rightarrow M(2-t;2-6t;-1+4t)$.

Phương trình $(Ozx): y=0$. Điểm $M\in(Ozx)\Leftrightarrow 2-6t=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}\Leftrightarrow M\left(\frac{5}{3};0;\frac{1}{3}\right)$.

$$\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}=\left(\frac{1}{3};2;-\frac{4}{3}\right)\\ \overrightarrow{MB}=\left(-\frac{2}{3};-4;\frac{8}{3}\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}MA=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+2^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{53}}{3}\\ MB=\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2+(-4)^2+\left(\frac{8}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{53}}{3}\end{cases}\Rightarrow\frac{MA}{MB}=\frac{1}{2}.$$

Cách 2: AB cắt (Ozx) tại điểm $M\Rightarrow\frac{MA}{MB}=\frac{\mathrm{d}(A,(Ozx))}{\mathrm{d}(B,(Ozx))}=\frac{|2|}{|-4|}=\frac{1}{2}$.

Câu 44: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x}\le 4-\frac{1}{3^{x-1}}$ là.

A. $(0;1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $[0;1]$.

Lời giải

Ta có $3^x \le 4-\frac{1}{3^{x-1}} \Leftrightarrow 3^x \le 4-\frac{3}{3^x} \Leftrightarrow \left(3^x\right)^2-4.3^x+3\le 0 \Leftrightarrow 1\le 3^x \le 3 \Leftrightarrow 0\le x\le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[0;1]$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và $\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)\mathrm{d}x=8$. Tính $I=\int\limits_1^2 x.f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=4$. **D.** $I=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Đặt $\sqrt{x+1}=t$, ta có $x=t^2-1,\ \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$.

Đổi cận

$$x=0\Rightarrow t=1$$
$$x=3\Rightarrow t=2.$$

Do đó $\int\limits_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)\mathrm{d}x=8 \Leftrightarrow \int\limits_1^2 2t.f(t)\mathrm{d}t=8 \Leftrightarrow \int\limits_1^2 t.f(t)\mathrm{d}t=4$.

Vậy $I=\int\limits_1^2 x.f(x)\mathrm{d}x=4$.

Câu 46: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $25.2^x+5^x>25+10^x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $25.2^x+5^x>25+10^x \Leftrightarrow 25\left(2^x-1\right)+5^x\left(1-2^x\right)>0 \Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(25-5^x\right)>0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^x-1>0\\25-5^x>0\end{cases}\\ \begin{cases}2^x-1<0\\25-5^x<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\x<2\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\x>2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow 0<x<2.$$

Vậy phương trình có một nghiệm nguyên.

Cách khác: $25.2^x+5^x>25+10^x \Leftrightarrow 25\left(2^x-1\right)+5^x\left(1-2^x\right)>0$

$$\Leftrightarrow \left(2^x-1\right)\left(5^2-5^x\right)>0 \Leftrightarrow (x-0)(2-x)>0 \Leftrightarrow x\in(0;2).$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ và điểm $M(0;-2;1)$. Gọi d_1, d_2, d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua điểm M và lần lượt cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A, B, C. Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất bằng.

A. $\frac{50\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{1000\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{500\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải

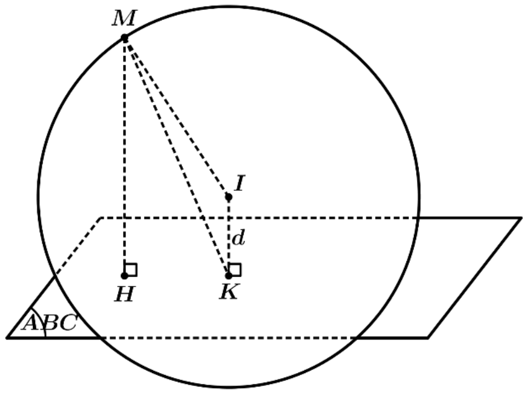
Ta thấy $M\in(S)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+2^2+1^2+11}=5$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M, I lên mặt phẳng (ABC) thì K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

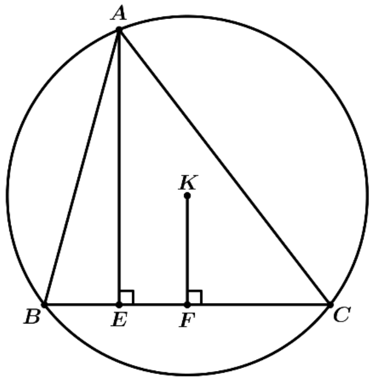
Đặt $d = d\left(I,\left(ABC\right)\right) = IK$.

Ta có $d\left(M,\left(ABC\right)\right) = MH \le MK \le MI + IK = R + d$.



Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi E, F là hình chiếu của A và K lên cạnh BC.



Ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AE.BC = AE.FC \le \left(AK + KF\right).FC = \left(r + KF\right)\sqrt{r^2 - KF^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}\left(r + KF\right)^3\left(3r - 3KF\right)} \le \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{6r}{4}\right)^4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}r^2.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi ΔABC đều.

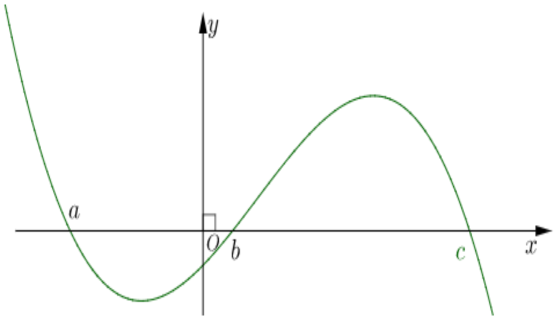
Ta có

$$V_{MABC} = \frac{1}{3}.d\left(M,\left(ABC\right)\right).S_{ABC} \le \frac{1}{3}.\left(R + d\right).\frac{3\sqrt{3}}{4}r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(R + d\right)\left(R^2 - d^2\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{8}\left(R + d\right)^2\left(2R - 2d\right) \le \frac{\sqrt{3}}{8}\left(\frac{4R}{3}\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{27}R^3 = \frac{1000\sqrt{3}}{27}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $MABC$ là hình chóp tam giác đều có đường cao là $\frac{4R}{3}$.

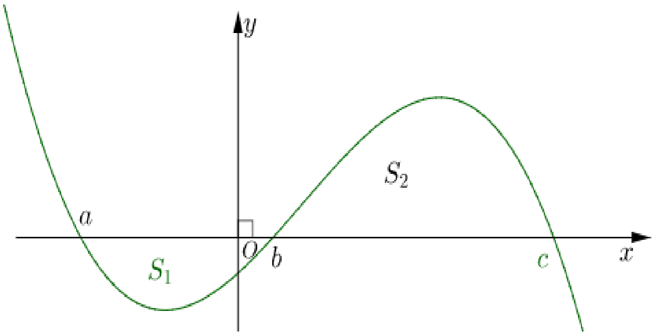
Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị $y = f'\left(x\right)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?



A. $f(a)>f(b)>f(c)$. **B.** $f(c)>f(a)>f(b)$.

C. $f(c)>f(b)>f(a)$. **D.** $f(b)>f(a)>f(c)$.

Lời giải



Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x), y=0, x=a, x=b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x), y=0, x=b, x=c$.

Từ đồ thị ta có $0<S_1<S_2 \Rightarrow 0<\int_a^b |f'(x)|\mathrm{d}x<\int_b^c |f'(x)|\mathrm{d}x \Rightarrow 0<-\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x<\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow 0<-f(b)+f(a)<f(c)-f(b) \Rightarrow f(b)<f(a)<f(c)$.

Câu 49: Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện

$4xf(x^2)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}, \forall x\in[0;1]$. Tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng.

A. $I=\frac{\pi}{20}$. **B.** $I=\frac{\pi}{6}$. **C.** $I=\frac{\pi}{4}$. **D.** $I=\frac{\pi}{16}$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $4xf(x^2)+3f(1-x)=\sqrt{1-x^2}, \forall x\in[0;1] \quad (*)$.

Lấy tích phân hai vế của $(*)$ ta được

$$\int_0^1 4xf(x^2)\mathrm{d}x+\int_0^1 3f(1-x)\mathrm{d}x=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 2f(x^2)\mathrm{d}x^2-\int_0^1 3f(1-x)\mathrm{d}(1-x)=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$$

$$\underset{u=1-x}{\overset{t=x^2}{\Leftrightarrow}} 2\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t+3\int_0^1 f(u)\mathrm{d}u=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow 5\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x.$$

Đặt $x=\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

Suy ra $\int_0^1\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1+\cos 2t}{2}\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{1}{2}t+\frac{\sin 2t}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{20}$.

Câu 50: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2021^{2x^2-4x+9}-2021^{x^2+5x+1}-(x-1)(8-x)<0.$$

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $2021^{2x^2-4x+9}-2021^{x^2+5x+1}-(x-1)(8-x)<0$

$\Leftrightarrow 2021^{2x^2-4x+9}-2021^{x^2+5x+1}+x^2-9x+8<0$

$\Leftrightarrow 2021^{2x^2-4x+9}+2x^2-4x+9 < 2021^{x^2+5x+1}+x^2+5x+1$

$\Leftrightarrow f\left(2x^2-4x+9\right) < f\left(x^2+5x+1\right)$, với $f(t)=2021^t+t$.

$f'(t)=2021^t\ln 2021+1>0, \forall t\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do vậy $f\left(2x^2-4x+9\right) < f\left(x^2+5x+1\right)\Leftrightarrow 2x^2-4x+9<x^2+5x+1\Leftrightarrow x^2-9x+8<0$

$\Leftrightarrow 1<x<8$. Vì x nguyên nên suy ra $x\in\{2,3,4,5,6,7\}$.

Vậy bất phương trình có 6 nghiệm nguyên.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 03

Câu 1: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=\int_0^1 \sqrt{2x+1}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_0^1 \sqrt{2x+1}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_0^1 (2x+1)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_0^1 (2x+1)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $I(1;0;0)$. **C.** $J(0;1;0)$. **D.** $K(0;0;1)$.

Câu 3: Cho hai số thực $a<b$ tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$.

Câu 4: Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 5: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=1-9i$.

A. $\overline{z}=1-9i$. **B.** $\overline{z}=-1-9i$. **C.** $\overline{z}=-1+9i$. **D.** $\overline{z}=1+9i$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\int_1^2 x^2\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_1^2 x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_1^2 x^4\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_1^2 x^2\mathrm{d}x$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=5$. Tâm của mặt cầu có tọa độ là

A. $(2;0;-1)$. **B.** $(-2;0;1)$. **C.** $(2;1;-1)$. **D.** $(-2;1;5)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;1;1)$ và $\vec{b}=(2;3;0)$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{a}.\vec{b}=8$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=6$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=5$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=7$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 10: Số phức $z=5+6i$ có phần thực bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y-3=0$. Một véctơ pháp tuyến của (α) có tọa độ là

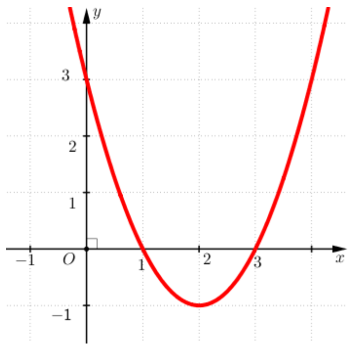
A. $(1;2;-3)$. **B.** $(1;0;2)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 12: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số?

A. $f(x)=x\ln x-x$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x}+C, C\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x}$. **D.** $f(x)=x\ln x-x+C, C\in\mathbb{R}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ lên tục và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox. Quay D xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức



A. $V=\pi\int_1^3\left(f(x)\right)^2\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^2\int_1^3\left(f(x)\right)^2\,\mathrm{d}x$.

C. $V=\int_1^3\left(f(x)\right)^2\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\int_1^3\left(f(x)\right)^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\cos x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}=(4;-3;5)$. Độ dài của $\vec{a}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** 50. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 16: Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} cosxdx$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-1$.

Câu 17: Điểm nào trong các điểm sau đây là điểm biểu diễn hình học của số phức $z=-5+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

A. $A(-5;4)$. **B.** $B(4;-5)$. **C.** $C(5;-4)$. **D.** $D(4;5)$.

Câu 18: Tính tích phân $I=\int\limits_0^1\left(3x^2+2\right)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là

A. $4x^3-9x+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}x^4-9x+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^4-9x+C$.

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K, $a, b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \quad (k \neq 0)$.
B. $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(-2;4;0)$ và $M(0;1;1)$ Mặt cầu nhận I làm tâm và đi qua điểm M có phương trình là

A. $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=14$.
B. $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=14$.
C. $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=14$.
D. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=14$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $mp(\alpha)$ có phương trình $x+2z+1=0$ và điểm $M(2;1;2)$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là:

A. $x+2y-6=0$.
B. $x+2y-4=0$.
C. $x+2z-4=0$.
D. $x+2z-6=0$.

Câu 23: Trong mặt phẳng phức Oxy, gọi A là điểm biểu diễn của số phức $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{1}{2} & \left(x \geq -\frac{3}{2}\right) \\ x=-\frac{7}{2} & \left(x<-\frac{3}{2}\right) \end{array}\right.$ và B là điểm biểu diễn của số phức $M(x,y)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $x=-\frac{7}{2}$.
C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

Câu 24: Tìm m biết $\int_0^m (2x+5)\mathrm{d}x = 6$.

A. $m=-1,\ m=-6$.
B. $m=1,\ m=6$.
C. $m=1,\ m=-6$.
D. $m=-1,\ m=6$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho $mp(\alpha): 3x+y-z+5=0$ và $mp(\beta): 6x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng

A. $\sqrt{11}$.
B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.
C. $\frac{3}{\sqrt{11}}$.
D. $\frac{6}{\sqrt{11}}$.

Câu 26: Số thực x, y thỏa mãn: $(x+2y)+(2x-2y)i=7-4i$ là

A. $x=1,\ y=3$.
B. $x=\frac{11}{3},\ y=-\frac{1}{3}$.
C. $x=-1,\ y=-3$.
D. $x=-\frac{11}{3},\ y=\frac{1}{3}$.

Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ có dạng:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sqrt{x+1}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sqrt{x+1}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sqrt{2x+1}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}+C$.

Câu 28: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x.\ln 5$ thỏa $F(0)=5$. Tính $F(1)$

A. $F(1)=\dfrac{5}{\ln 5}$. **B.** $F(1)=\dfrac{5}{\ln 5}+4$. **C.** $F(1)=10$. **D.** $F(1)=9$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)^5$?

A. $F(x)=\dfrac{(x+1)^6}{6}$. **B.** $F(x)=\dfrac{(x+1)^6}{6}-2$.

C. $F(x)=\dfrac{(x+1)^6}{3}$. **D.** $F(x)=\dfrac{(x+1)^6}{6}+8$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $f(3)=9$. Tính tích phân $I=\int_1^3 f'(x)\,\mathrm{d}x$

A. $I=2$. **B.** $I=18$. **C.** $I=7$. **D.** $I=11$.

Câu 31: Giá trị của $P=\int_0^{2022}\left(e^x+1\right)dx$ là

A. $P=e^{2022}+2021$. **B.** $P=e^{2022}-2021$. **C.** $P=e^{2022}-2022$. **D.** $P=e^{2022}+2022$.

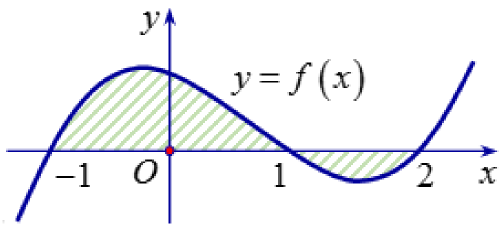
Câu 32: Cho $\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Tích phân $I=\int_{-2}^{0}\left[3f(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 11. **D.** -11.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Chọn phát biểu đúng

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Câu 34: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=-\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 35: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $\sqrt{\pi}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 36: Cho $I=\int\left(x^2+1\right)2x\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $t=x^2+1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int t dt$. **B.** $I=\int (t+1)dt$. **C.** $I=2\int t dt$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int t dt$.

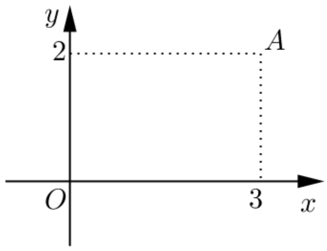
Câu 37: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=2x+1$ và đồ thị hàm số $y=x^2-x+3$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;4)$, $B(8;-5;6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;0;0)$. **B.** $N(3;-1;5)$. **C.** $M(0;-1;5)$. **D.** $Q(0;0;5)$.

Câu 39: Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -2. **B.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$. **D.** Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $y-2z=0$. **B.** $y-z-1=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 41: Cho biết $\int_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=20$. Giá trị của $P=\int_0^2 [f(3-2x)+2022]\mathrm{d}x$ bằng

A. $P=4057$. **B.** $P=4054$. **C.** $P=4034$. **D.** $P=4037$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$, $2x+2y+z+2m=0$. Số giá trị nguyên của m để (P) tiếp xúc với (S) là

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-12=0$. Biết điểm M thuộc trục tung Oy sao cho tung độ a của M là một số dương và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $4\sqrt{2}$. Khi đó:

A. $a\in(2;3)$. **B.** $a\in(4;5)$. **C.** $a\in(5;6)$. **D.** $a\in(3;4)$.

Câu 44: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2+3i$; $z_2=1+5i$; $z_3=4+i$. Số phức với điểm biểu diễn D sao cho tứ giác ABCD là một hình bình hành có phần ảo là:

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành là:

A. 78π. **B.** 76π. **C.** 72π. **D.** 74π.

Câu 46: Cho $\int_1^2 \frac{dx}{x^5+x^3} = a\ln 2 + b\ln 5 + c$ với $a,b,c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a+2b+4c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2), B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A,B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax+by+cz+3=0$. Giá trị $T=a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -3.

Câu 48: Cho các hàm số $f(x)=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}; F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$, với $x>\frac{3}{2}$. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $S=a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Phương trình của mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 2π là

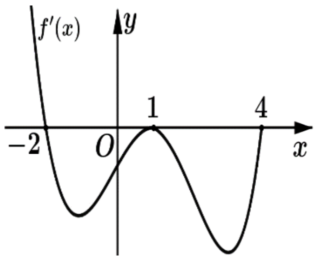
A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.

B. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$.

C. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$.

D. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-2;4]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ và $[1;4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1)=3$. Tính tổng $f(-2)+f(4)$.

A. 9. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=\int_0^1 \sqrt{2x+1}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_0^1 \sqrt{2x+1}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_0^1 (2x+1)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_0^1 (2x+1)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\pi\int_0^1 \left(\sqrt{2x+1}\right)^2 \mathrm{d}x=\pi\int_0^1 (2x+1)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $I(1;0;0)$. **C.** $J(0;1;0)$. **D.** $K(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0+0+0-1=-1\neq 0 \Rightarrow O(0;0;0)\notin (P)$.

Câu 3: Cho hai số thực $a<b$ tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$.

Câu 4: Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=1-9i$.

A. $\overline{z}=1-9i$. **B.** $\overline{z}=-1-9i$. **C.** $\overline{z}=-1+9i$. **D.** $\overline{z}=1+9i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=1-9i \Rightarrow \overline{z}=1+9i$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\int_1^2 x^2 dx$. **B.** $S=\int_1^2 x dx$. **C.** $S=\pi\int_1^2 x^4 dx$. **D.** $S=\pi\int_1^2 x^2 dx$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là $S=\int_1^2 x^2 dx$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=5$. Tâm của mặt cầu có tọa độ là

A. $(2;0;-1)$. **B.** $(-2;0;1)$. **C.** $(2;1;-1)$. **D.** $(-2;1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có phương trình $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=5$. Tâm của mặt cầu có tọa độ là $(2;0;-1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;1;1)$ và $\vec{b}=(2;3;0)$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{a}.\vec{b}=8$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=6$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=5$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=7$.

Lời giải

Chọn C

Tính tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $\vec{a}.\vec{b}=1.2+1.3+1.0=5$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng qua ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ có dạng $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 10: Số phức $z=5+6i$ có phần thực bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

Phần thực của số phức $z=5+6i$ là 5.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y-3=0$. Một véctơ pháp tuyến của (α) có tọa độ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(1;0;2)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng viết lại thành $x+2y+0z-3=0$. Do đó một véctơ pháp tuyến có tọa độ là $(1;2;0)$.

Câu 12: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số?

A. $f(x)=x\ln x-x$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x}+C, C\in\mathbb{R}$.

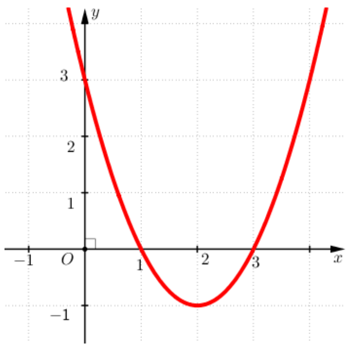
C. $f(x)=\dfrac{1}{x}$. **D.** $f(x)=x\ln x-x+C, C\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x\in(0;+\infty)$, ta có $\int\dfrac{1}{x}dx=\ln x+C$ nên $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ lên tục và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox. Quay D xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức



A. $V=\pi\int_1^3(f(x))^2\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^2\int_1^3(f(x))^2\,\mathrm{d}x$.

C. $V=\int_1^3(f(x))^2\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\int_1^3(f(x))^2\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức SGK.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\cos x$. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn A

Công thức nguyên hàm cơ bản.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}=(4;-3;5)$. Độ dài của $\vec{a}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** 50. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|\vec{a}|=\sqrt{4^2+(-3)^2+5^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 16: Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} cosxdx$

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-1$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\mathrm{d}x=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$.

Câu 17: Điểm nào trong các điểm sau đây là điểm biểu diễn hình học của số phức $z=-5+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

A. $A(-5;4)$. **B.** $B(4;-5)$. **C.** $C(5;-4)$. **D.** $D(4;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Tính tích phân $I=\int_0^1 (3x^2+2)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$I=\int_0^1 (3x^2+2)\mathrm{d}x=(x^3+2x)\Big|_0^1=3$.

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là

A. $4x^3-9x+C$. **B.** $\frac{1}{2}x^4-9x+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^4-9x+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int(2x^3-9)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{2}-9x+C$.

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K, $a,b\in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \quad (k \neq 0)$.

B. $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(-2;4;0)$ và $M(0;1;1)$ Mặt cầu nhận I làm tâm và đi qua điểm M có phương trình là

A. $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=14$.

B. $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=14$.

C. $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=14$.

D. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=14$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tâm $I(-2;4;0)$, đi qua $M(0;1;1)$ có bán kính $R = IM = \sqrt{14}$.

Phương trình mặt cầu : $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=14$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $mp(\alpha)$ có phương trình $x+2z+1=0$ và điểm $M(2;1;2)$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là:

A. $x+2y-6=0$. **B.** $x+2y-4=0$. **C.** $x+2z-4=0$. **D.** $x+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (β) song song với (α) có phương trình dạng: $x+2z+D=0$.

Do (β) đi qua M $\Rightarrow 2+4+D=0 \Leftrightarrow D=-6$.

Vậy phương trình của (β) là: $x+2z-6=0$.

Câu 23: Trong mặt phẳng phức Oxy, gọi A là điểm biểu diễn của số phức $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{1}{2} & \left(x \geq -\frac{3}{2}\right) \\ x=-\frac{7}{2} & \left(x<-\frac{3}{2}\right) \end{array}\right.$ và B là điểm biểu diễn của số phức $M(x,y)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $x=-\frac{7}{2}$.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

Lời giải

Chọn B

Điểm $A(3;2)$ biểu diễn số phức $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\frac{1}{2} & \left(x\ge -\frac{3}{2}\right) \\ x=-\frac{7}{2} & \left(x< -\frac{3}{2}\right)\end{array}\right.$

Điểm $B(2;3)$ biểu diễn số phức $M(x,y)$

Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $x=-\frac{7}{2}$.

Câu 24: Tìm m biết $\int_0^m (2x+5)\mathrm{d}x=6$.

A. $m=-1,\ m=-6$. **B.** $m=1,\ m=6$. **C.** $m=1,\ m=-6$. **D.** $m=-1,\ m=6$.

Lời giải

Chọn C

$$6=\int_0^m (2x+5)\mathrm{d}x=(x^2+5x)\Big|_0^m=m^2+5m\Leftrightarrow m^2+5m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-6\end{array}\right..$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho $mp(\alpha):3x+y-z+5=0$ và $mp(\beta):6x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{\sqrt{11}}{2}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{11}}$. **D.** $\frac{6}{\sqrt{11}}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy $M\in(\alpha)\Rightarrow M(0;0;5)$. Do (β) song song với (α), ta có:

$$d((\alpha);(\beta))=d(M;(\beta))=\frac{|-10-1|}{\sqrt{44}}=\frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Câu 26: Số thực $x,\ y$ thỏa mãn: $(x+2y)+(2x-2y)i=7-4i$ là

A. $x=1,\ y=3$. **B.** $x=\frac{11}{3},\ y=-\frac{1}{3}$. **C.** $x=-1,\ y=-3$. **D.** $x=-\frac{11}{3},\ y=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(x+2y)+(2x-2y)i=7-4i\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=7 \\ 2x-2y=-4\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3\end{cases}$.

Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ có dạng:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có họ nguyên hàm $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{x+1}}.\mathrm{d}x = 2\sqrt{x+1} + C$.

Câu 28: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x.\ln 5$ thỏa $F(0) = 5$. Tính $F(1)$

A. $F(1) = \frac{5}{\ln 5}$. **B.** $F(1) = \frac{5}{\ln 5} + 4$. **C.** $F(1) = 10$. **D.** $F(1) = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int 5^x.\ln 5\,\mathrm{d}x = \frac{5^x}{\ln 5}.\ln 5 + C = 5^x + C$

Vì $F(0) = 5 \Rightarrow 1 + C = 5 \Leftrightarrow C = 4$.

Khi đó: $F(x) = 5^x + 4 \Rightarrow F(1) = 5 + 4 = 9.$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây không phải là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)^5$?

A. $F(x) = \frac{(x+1)^6}{6}$. **B.** $F(x) = \frac{(x+1)^6}{6} - 2$.

C. $F(x) = \frac{(x+1)^6}{3}$. **D.** $F(x) = \frac{(x+1)^6}{6} + 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có họ nguyên hàm $F(x) = \int f(x)\mathrm{d}x = \int (x+1)^5\,\mathrm{d}x = \frac{(x+1)^6}{6} + C$.

Vì vậy đáp án $F(x) = \frac{(x+1)^6}{3}$ là đáp án Sai.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(3) = 9$. Tính tích phân $I = \int_1^3 f'(x)\mathrm{d}x$

A. $I = 2$. **B.** $I = 18$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = 11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_1^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^3 = f(3) - f(1) = 9 - 2 = 7$.

Câu 31: Giá trị của $P = \int_0^{2022} (e^x + 1)dx$ là

A. $P = e^{2022} + 2021$. **B.** $P = e^{2022} - 2021$. **C.** $P = e^{2022} - 2022$. **D.** $P = e^{2022} + 2022$.

Lời giải

Chọn A

$P=\int_0^{2022}\left(e^x+1\right)\mathrm{d}x=\left(e^x+x\right)\Big|_0^{2022}=e^{2022}+2021$.

Câu 32: Cho $\int_{-2}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Tích phân $I=\int_{-2}^{0}\left[3f\left(x\right)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 11. **D.** -11.

Lời giải

Chọn A

$I=\int_{-2}^{0}\left[3f\left(x\right)-1\right]\mathrm{d}x=3\int_{-2}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{0}\mathrm{d}x=9-2=7$.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Chọn phát biểu đúng

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

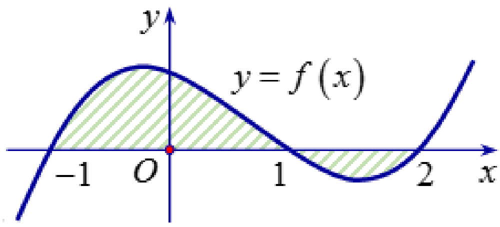
Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x;y\right)$ và $O\left(0;0\right)$ lần lượt là biểu diễn của số phức z và 0 trên mặt phẳng tọa độ.

Khi đó $|z|=2\Leftrightarrow OM=2$. Khi đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính là 2.

Câu 34: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=-\int_{-1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

$S=\int_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 35: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\sqrt{\pi}$. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V=\pi\int\limits_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 36: Cho $I=\int\left(x^2+1\right)2x\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $t=x^2+1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\int tdt$. **B.** $I=\int(t+1)dt$. **C.** $I=2\int tdt$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int tdt$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$. Vậy $I=\int\left(x^2+1\right)2x\mathrm{d}x=\int tdt$.

Câu 37: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=2x+1$ và đồ thị hàm số $y=x^2-x+3$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2-x+3=2x+1\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy $S=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{6}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;4)$, $B(8;-5;6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây?

A. $P(3;0;0)$. **B.** $N(3;-1;5)$. **C.** $M(0;-1;5)$. **D.** $Q(0;0;5)$.

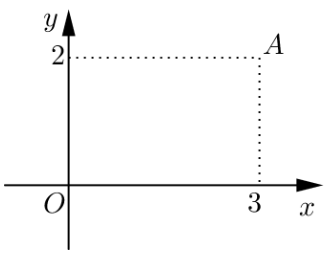
Lời giải

Chọn C

Ta có trung điểm của AB là $I(3;-1;5)$.

Vậy hình chiếu của $I(3;-1;5)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M(0;-1;5)$.

Câu 39: Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -2. **B.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$. **D.** Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=3+2i \Rightarrow \overline{z}=3-2i$. Vậy phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ lần lượt là 3 và -2.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $y-2z=0$. **B.** $y-z-1=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có VTCP của Ox là $\vec{i}=(1;0;0)$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Do (P) chứa trục Ox và vuông góc với (Q) nên (P) có VTPT $\overrightarrow{n_1}=\left[\vec{n},\vec{i}\right]=(0;1;-1)$.

Vậy $(P): y-z=0$.

Câu 41: Cho biết $\int\limits_{-1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=20$. Giá trị của $P=\int\limits_{0}^{2}\left[f(3-2x)+2022\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $P=4057$. **B.** $P=4054$. **C.** $P=4034$. **D.** $P=4037$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\int\limits_{0}^{2}\left[f(3-2x)+2022\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} f(3-2x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}2022\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} f(3-2x)\mathrm{d}x+4044$

Xét $A=\int\limits_{0}^{2} f(3-2x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=3-2x \Rightarrow \mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{d}t$; $x=0 \Rightarrow t=3$; $x=2 \Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow A=-\frac{1}{2}\int\limits_{3}^{-1} f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{3} f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x=10$

$\Rightarrow P=4054$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-6=0$, $2x+2y+z+2m=0$. Số giá trị nguyên của m để (P) tiếp xúc với (S) là

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$, bán kính $R=3$.

(P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)=R \Leftrightarrow \frac{|2m+1|}{3}=3 \Leftrightarrow |2m+1|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-5 \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m để (P) tiếp xúc với (S).

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-12=0$. Biết điểm M thuộc trục tung Oy sao cho tung độ a của M là một số dương và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $4\sqrt{2}$. Khi đó:

A. $a\in(2;3)$. **B.** $a\in(4;5)$. **C.** $a\in(5;6)$. **D.** $a\in(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $M\in Oy$ và có tung độ dương nên $M(0;a;0), a>0$.

$$d\left(M,(P)\right)=4\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|-2a-12|}{3}=4\sqrt{2} \Leftrightarrow |a+6|=6\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=6\sqrt{2}-6 \ \ (tm) \\ a=-6\sqrt{2}-6\ (loai) \end{array}\right.$$

$a=6\sqrt{2}-6\in(2;3)$.

Câu 44: Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2+3i;\ z_2=1+5i;\ z_3=4+i$. Số phức với điểm biểu diễn D sao cho tứ giác ABCD là một hình bình hành có phần ảo là:

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(2;3);B(1;5);C(4;1)$

Gọi $D(x_D;y_D)$. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x_D=-1 \\ 1-y_D=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=5 \\ y_D=-1 \end{cases} \Rightarrow D(5;-1)$.

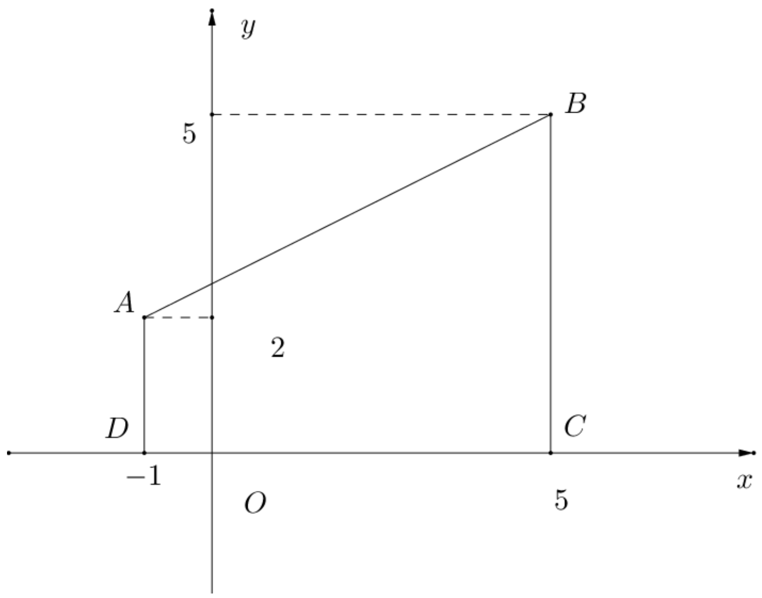
Vậy D là điểm biểu diễn của số phức $z=5-i$ có phần ảo là -1.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành là:

A. 78π. **B.** 76π. **C.** 72π. **D.** 74π.

Lời giải

Chọn A



Phương trình đường thẳng AB là: $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

Ta có hình thang $ABCD$ được giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{3}; y=0; x=-1; x=5$. Do đó thể tích khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox là $V=\pi\int\limits_{-1}^{5}\left(\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)^2dx=\pi\int\limits_{-1}^{5}\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{4}\right)dx=\left(\frac{1}{13}x^3+\frac{5}{4}x^2+\frac{25}{4}x\right)\Bigg|_{-1}^{5}=78\pi$.

Câu 46: Cho $\int\limits_{1}^{2}\frac{dx}{x^5+x^3}=a\ln 2+b\ln 5+c$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Khi đó $a+2b+4c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$I=\int_1^2\frac{dx}{x^5+x^3}=\int_1^2\frac{dx}{x^3.\left(x^2+1\right)}=\int_1^2\frac{x}{x^4.\left(x^2+1\right)}dx$$

Đặt $t=x^2+1$, suy ra $dt=2xdx\Leftrightarrow\frac{1}{2}dt=xdx$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=2;\ x=2\Rightarrow t=5$.

Suy ra $I=\int_2^5\frac{1}{2}.\frac{1}{(t-1)^2.t}dt$.

$$=\frac{1}{2}\int_2^5\left[\frac{1}{t}+\frac{2-t}{(t-1)^2}\right]dt=\frac{1}{2}\ln|x|\Big|_2^5-\frac{1}{2}.\frac{1}{t-1}\Big|_2^5-\frac{1}{2}\ln|t-1|\Big|_2^5=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}-\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{4}-1\right)-\frac{1}{2}\ln 4$$

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}\ln 5-\frac{3}{2}\ln 2+\frac{3}{8}$$

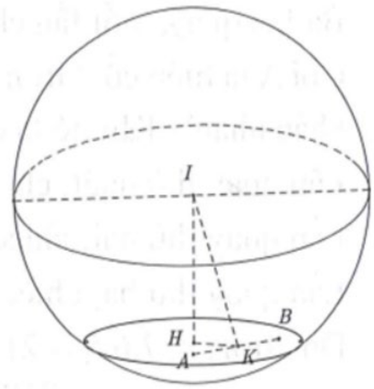
Suy ra $a=\dfrac{-3}{2},b=\dfrac{1}{2};c=\dfrac{3}{8}\Rightarrow a+2b+4c=1$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2),B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A,B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P):ax+by+cz+3=0$. Giá trị $T=a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$.

Ta có A,B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi.r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$.

Do vậy diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất.

Mà $IH\le IK$ nên $IH_{\max}\equiv IK$ nên suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm AB.

Vậy $K(0;1;2)\Rightarrow\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$. Khi đó mặt (P) qua $A(1;0;2)$ có dạng

$(P):1(x-1)+1(y-0)+1(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-3=0\Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Vậy ta có $a=b=c=-1\Rightarrow T=a+b+c=-3$.

Câu 48: Cho các hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}};F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}$, với $x>\dfrac{3}{2}$. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $S=a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên:

$$F'(x)=f(x)\Leftrightarrow\left[\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}\right]'=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{5ax^2+\left(3b-6a\right)x-3b+c}{\sqrt{2x-3}}=\frac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$$

Khi đó ta có hệ: $\begin{cases}5a=20\\3b-6a=-30\\-3b+c=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-2\\c=1\end{cases}\Rightarrow S=a+b+c=3$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z+2=0$. Phương trình của mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 2π là

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.
B. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$.
C. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$.
D. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$

Lời giải

Chọn D

$$d\left(I,(P)\right)=\frac{|2.2+1.1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=3=IH.$$

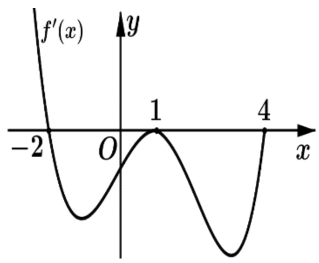
Bán kính đương tròn là r. Ta có $2\pi r=2\pi\Rightarrow r=1$.

Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{r^2+IH^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;1;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$ là

$(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-2;4]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ và $[1;4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1)=3$. Tính tổng $f(-2)+f(4)$.

A. 9.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết

$$\begin{cases} -\int_{-2}^{1} f'(x)dx = 9 \\ -\int_{1}^{4} f'(x)dx = 12 \\ f(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\big|_{-2}^{1} = -9 \\ f(x)\big|_{1}^{4} = -12 \\ f(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) - f(-2) = -9 \\ f(4) - f(1) = -12 \\ f(1) = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(4) + f(-2) - 2f(1) = -3 \\ f(1) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(4) + f(-2) = 3.$$

↜ HẾT ↝

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 04

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2021x^{2020}$?

A. $F(x) = x^{2021}$. **B.** $F(x) = x^{2020}$. **C.** $F(x) = 2020x^{2021}$. **D.** $F(x) = 2020x^{2021}$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = 8\cos 8x + C$.

B. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\cos 8x + C$.

D. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \cos 8x + C$.

Câu 4: Tính $\int \left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x| + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3}x^2 + \ln|x|$. **C.** $\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x|$.

Câu 5: Biết $\int \frac{1}{16x^2 - 24x + 9}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a(4x-3)} + C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 6: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8} + \frac{\sin 2x}{2}\right)$.

B. $F(x) = \sin 8x$.

C. $F(x) = \cos 8x$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Câu 7: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(t)\mathrm{d}t$.

B. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \neq \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

D. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 8: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 1$ là

A. $S = -\frac{1}{2}$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = \frac{1}{2}$. **D.** $S = 1$.

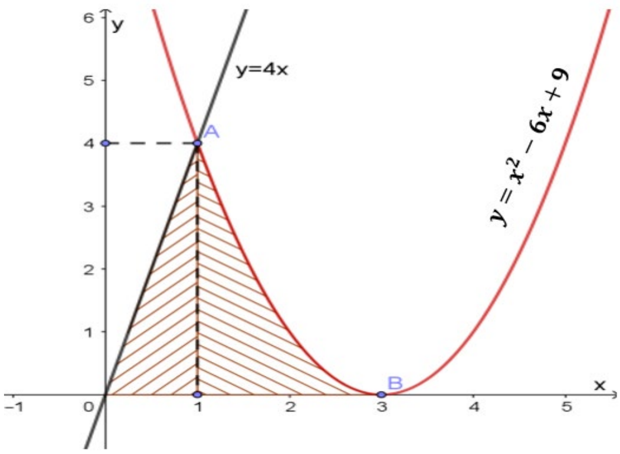
Câu 9: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2\left[1+f(x)\right]dx$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Câu 10: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^1 3^x\,dx$. **B.** $S=\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **C.** $S=\pi\int_0^1 3^{3x}\,dx$. **D.** $S=\int_0^1 3^x\,dx$.

Câu 11: Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 12: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($2\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2-3}$.

A. $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{3}\right)\pi$. **B.** $V=\left(\frac{6\sqrt{6}-1}{2}\right)\pi$. **C.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{2}$. **D.** $V=\frac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Câu 13: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}, y=0, x=1$ và $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^2 e^{3x}\,dx$. **B.** $\pi\int_1^2 e^{3x}\,dx$. **C.** $\int_1^2 e^{6x}\,dx$. **D.** $\pi\int_1^2 e^{6x}\,dx$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(-1;3;3)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\frac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **D.** $\vec{n}(3;2;1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x+2y+2z+6=0$. **B.** $-x+2y+2z+3=0$.

C. $-2x+4y+4z-6=0$. **D.** $2x-4y-4z+3=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-7t \\ z=2 \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+4t \\ z=-2+3t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x=1t \\ y=-2+3t \\ z=1-2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2+5t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=3-2t \\ z=-2+7t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Câu 21: Xét tích phân $I=\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **D.** $-\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$.

Câu 22: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^x$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{\left(x^2+1\right)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{\left(x^2+1\right)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4\left(x^2+1\right)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{\left(x^2+1\right)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4\left(x^2+1\right)^4}+C$.

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)\mathrm{e}^x$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-4)+13$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+4)+5$.

C. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-2)+11$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+2)+7$.

Câu 25: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\frac{2}{\ln 2}$. **B.** $2-\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $2-\frac{1}{\ln 2}$. **D.** $2+\frac{2}{\ln 2}$.

Câu 26: Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx = a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27: Biết $I=\int_1^3 \frac{x-1}{x}\mathrm{d}x = a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Câu 28: Tích phân $I=\int_{-1}^{3}|2x-1|\mathrm{d}x$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$.

B. $I=\int_{-1}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$.

C. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\mathrm{d}x$.

D. $I=\int_{-1}^{3}(1-2x)\mathrm{d}x$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1), B(0;1;4), C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{110}}{2}$. **B.** $\sqrt{110}$. **C.** $\frac{\sqrt{55}}{2}$. **D.** $\sqrt{55}$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-6z-3m+17=0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$.

B. $m\in(-4;1)$.

C. $m\in(-1;4)$.

D. $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Câu 31: Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

B. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=8$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$.

D. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$ và $(Q): x+3y+z-5=0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$. **C.** $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 36: Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\dfrac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.

C. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$. **D.** $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Câu 37: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F(1)+F(2)+F(3)+\ldots+F(2021)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\dfrac{1}{2022}$. **B.** $2020\dfrac{1}{2021}$. **C.** $2019\dfrac{1}{2021}$. **D.** $2020\dfrac{1}{2022}$.

Câu 38: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R}; x\neq 0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{19}{8}$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{9}{2}$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{9}{2}$. **C.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2}$. **D.** $F(x)=-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{9}{2}$.

Câu 39: Cho tích phân $I=\displaystyle\int_0^4 \frac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\displaystyle\int_1^3 \frac{a}{bt^2+c}\mathrm{d}x$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 40: Cho tích phân $I=\int_2^3 \ln(x+1)\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3 + c \quad (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41: Cho $\int_1^e \frac{2\ln x+1}{x\left(\ln x+2\right)^2}\mathrm{d}x = \ln\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 17.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{5}{3}\right)^2+\left(z-\frac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;-2;3), C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.

B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0$.

C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0$.

D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$.

C. $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

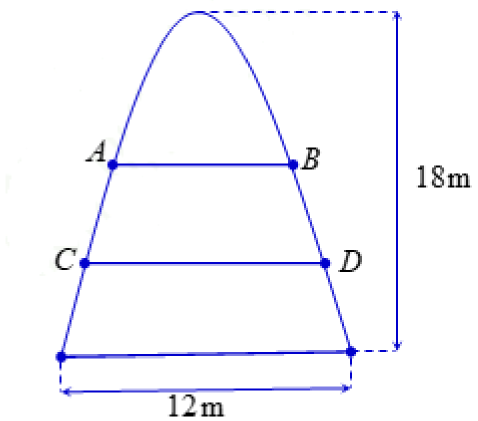
Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x)=\mathrm{e}^{2x^2-6x}$, với mọi $x\in[0;3]$.

Tính tích phân $I=\int_0^3 \frac{(x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{243}{5}$. **B.** $-\frac{243}{10}$. **C.** $-\frac{486}{5}$. **D.** $-\frac{243}{5}$.

Câu 48: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+2z+4=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[Mức độ 1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ với k là hằng số khác 0.

B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Mệnh đề $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$ là mệnh đề sai.

Câu 2: **[Mức độ 1]** Hàm số $F(x)$ nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2021x^{2020}$?

A. $F(x) = x^{2021}$. **B.** $F(x) = x^{2020}$.

C. $F(x) = 2020x^{2021}$. **D.** $F(x) = 2020x^{2021}$.

Lời giải

Ta có: $\left(x^{2021}\right)' = 2021.x^{2020} = f(x) \Rightarrow F(x) = x^{2021}$.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 8x$.

A. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = 8\cos 8x + C$. **B.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = -\frac{1}{8}\cos 8x + C$.

C. $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \frac{1}{8}\cos 8x + C$. **D.** $\int \sin 8x.\mathrm{d}x = \cos 8x + C$.

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm mở rộng: $\int \sin(ax+b).\mathrm{d}x = \frac{-1}{a}\cos(ax+b) + C$, ta có:

$$\int \sin 8x.dx = \frac{-\cos 8x}{8} + C.$$

Câu 4: **[Mức độ 1]** Tính $\int \left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$ kết quả là

A. $\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x| + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{3}x^2 + \ln|x|$.

C. $\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x|$.

Lời giải

Ta có : $\int \left(x^3 - 3x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Biết $\int \frac{1}{16x^2 - 24x + 9}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a(4x-3)} + C$, với a là số nguyên khác 0. Tìm a.

A. 12. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{16x^2-24x+9}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{(4x-3)^2}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4(4x-3)}+C$.

Vậy $a=4$.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 5x.\cos 3x$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$. **B.** $F(x)=\sin 8x$.

C. $F(x)=\cos 8x$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x+\frac{1}{4}\sin 4x\right)$.

Lời giải

Ta có: $\int \cos 5x.\cos 3x.\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)+C$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 8x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}\right)$.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số thực bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(t)\mathrm{d}t$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \neq \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Do tích phân chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b, c không phụ thuộc vào biến số x hay t nên $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

Câu 8: **[Mức độ 1]** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1; x=1$ là

A. $S=-\frac{1}{2}$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\frac{1}{2}$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Ta có $2x^3 \le 0$ trên đoạn $[-1;0]$ và $2x^3 \ge 0$ trên đoạn $[0;1]$.

Áp dụng công thức $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$ ta có:

$$S=\int_{-1}^{1}|2x^3|\mathrm{d}x = \int_{-1}^{0}(-2x^3)\mathrm{d}x + \int_0^1 2x^3\mathrm{d}x = -\left.\frac{x^4}{2}\right|_{-1}^{0} + \left.\frac{x^4}{2}\right|_0^1 = 1.$$

Câu 9: **[Mức độ 1]** Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 [1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{18}{3}$. **B.** 12. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^2 [1+f(x)]\mathrm{d}x=\left(x+x^3\right)\Big|_1^2=10-2=8$.

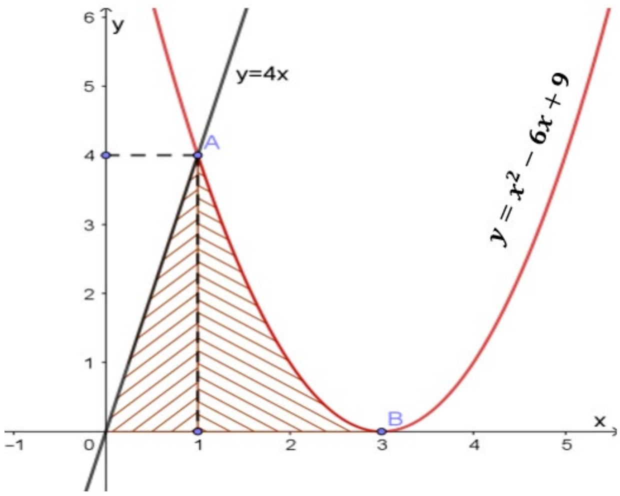
Câu 10: **[Mức độ 1]** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int\limits_0^1 3^x\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_0^1 3^{3x}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int\limits_0^1 3^{3x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_0^1 3^x\mathrm{d}x$.

Lời giải

$S=\int\limits_0^1 \left|3^x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 3^x\mathrm{d}x$ (do $3^x>0, \forall x\in[0;1]$).

Câu 11: **[Mức độ 1]** Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



A. $\frac{67\pi}{3}$. **B.** $\frac{67}{3}$. **C.** $\frac{14\pi}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int\limits_0^1 4x\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 \left(x^2-6x+9\right)\mathrm{d}x=2\left(x^2\right)\Big|_0^1+\frac{(x-3)^3}{3}\Bigg|_1^3=2+\frac{8}{3}=\frac{14}{3}.$$

Vậy $S=\frac{14}{3}$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2-3}$.

A. $V=\left(\dfrac{6\sqrt{6}-1}{3}\right)\pi$. **B.** $V=\left(\dfrac{6\sqrt{6}-1}{2}\right)\pi$. **C.** $V=\dfrac{6\sqrt{6}-1}{2}$. **D.** $V=\dfrac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Lời giải

Diện tích thiết diện là: $S(x)=x.\sqrt{x^2-3}$.

Thể tích vật thể là: $V=\int\limits_2^3 x.\sqrt{x^2-3}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-3}\Rightarrow t^2=x^2-3\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$ và $x=2\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=\sqrt{6}$.

$\Rightarrow V=\int\limits_1^{\sqrt{6}} t^2\mathrm{d}t=\left.\dfrac{t^3}{3}\right|_1^{\sqrt{6}}=\dfrac{6\sqrt{6}-1}{3}$.

Câu 13: **[Mức độ 1]** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}, y=0, x=1$ và $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int\limits_1^2 e^{3x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_1^2 e^{3x}\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x$.

Lời giải

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$V=\pi\int\limits_1^2\left(e^{3x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_1^2 e^{6x}\mathrm{d}x.$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;4;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;-3)$. **B.** $(1;-3;-3)$. **C.** $(1;-3;3)$. **D.** $(-1;3;3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;3;3)$.

Câu 15: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $M\left(1;-\dfrac{1}{2};-3\right)$, $N\left(0;-\dfrac{1}{2};1\right)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;0;4)\Rightarrow MN=\sqrt{(-1)^2+0^2+4^2}=\sqrt{17}$.

Câu 16: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-2;3)$, $B(2;-4;1)$, $C(2,0,2)$, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;2;-1)\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=1.1+(-2).2+(-2).(-1)=-1$.

Câu 17: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M(2;1;-3)$, $N(1;0;2)$; $P(2;-3;5)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (MNP).

A. $\vec{n}(12;4;8)$. **B.** $\vec{n}(8;12;4)$. **C.** $\vec{n}(3;1;2)$. **D.** $\vec{n}(3;2;1)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;5)$; $\overrightarrow{MP}=(0;-4;8)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(12;8;4)\Rightarrow\vec{n}=(3;2;1)$.

Câu 18: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;-2;-3)$, $B(0;2;1)$. Phương trình mặt trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $-x+2y+2z+6=0$. **B.** $-x+2y+2z+3=0$.

C. $-2x+4y+4z-6=0$. **D.** $2x-4y-4z+3=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $AB\Rightarrow M(1;0;-1)$; $\overrightarrow{AB}=(-2;4;4)$

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (P) đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;4;4)$ làm VTPT $\Rightarrow(P):-2(x-1)+4(y-0)+4(z+1)=0\Leftrightarrow -2x+4y+4z+6=0$ $-x+2y+2z+3=0$.

Câu 19: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-7t\\z=2\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}(2;-7;0)$. **B.** $\vec{u}(-1;0;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-7;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-7;2)$.

Lời giải

Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}(2;-7;0)$.

Câu 20: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+4t\\z=-2+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=1t\\y=-2+3t\\z=1-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=3-2t \\ z=-2+7t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

Câu 21: **[Mức độ 2]** Xét tích phân $I=\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x$. Thực hiện phép biến đổi $t=\cos x$, ta có thể đưa I về dạng nào sau đây?

A. $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **C.** $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$. **D.** $-\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{2t}{t-1}\mathrm{d}t$.

Lời giải

Ta có: $t=\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x$.

Khi $x=\frac{-\pi}{4}$ thì $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$; khi $x=0$ thì $t=1$.

Vậy $I=\int\limits_{\frac{-\pi}{4}}^{0}\frac{\sin 2x}{\cos x-1}\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2\sin x\cos x}{\cos x-1}\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{t-1}(-\mathrm{d}t)=\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{2t}{1-t}\mathrm{d}t$.

Câu 22: **[Mức độ 2]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^x$ thoả mãn $F(0)=3$. Tính $F(1)$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Áp dụng quy tắc nguyên hàm từng phần: $F(x)=\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}\mathrm{e}^x=x\mathrm{e}^x-\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x+C$.

Do $F(0)=3$ nên $C=4$. Suy ra $F(x)=x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x+4$. Tính được $F(1)=4$.

Câu 23: **[Mức độ 2]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^5}$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **B.** $\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$. **C.** $-\frac{4}{(x^2+1)^4}+C$. **D.** $-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2x}{(x^2+1)^5}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}(x^2+1)}{(x^2+1)^5}=-\frac{1}{4(x^2+1)^4}+C$.

Câu 24: [Mức độ 2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+3)\mathrm{e}^x$ thoả mãn $F(0)=9$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-4)+13$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+4)+5$.

C. $F(x)=\mathrm{e}^x(x-2)+11$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^x(x+2)+7$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int(x+3)e^x dx=e^x(x+3)-\int e^x dx=e^x(x+3)-e^x+C=e^x(x+2)+C$.

Do $F(0)=9$ nên $C=7$. Suy ra $F(x)=e^x(x+2)+7$.

Câu 25: [Mức độ 2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ thoả mãn $F(1)=0$. Tính $F(2)$.

A. $2-\dfrac{2}{\ln 2}$. **B.** $2-\dfrac{3}{\ln 2}$. **C.** $2-\dfrac{1}{\ln 2}$. **D.** $2+\dfrac{2}{\ln 2}$.

Lời giải

Áp dụng nguyên tắc nguyên hàm từng phần:

$F(x)=\int\log_2 x dx=x\log_2 x-\int x d\log_2 x=x\log_2 x-\dfrac{1}{\ln 2}\int dx=x\log_2 x-\dfrac{x}{\ln 2}+C$.

Do $F(1)=0$ nên $C=\dfrac{1}{\ln 2}$. Suy ra $F(x)=x\log_2 x-\dfrac{x}{\ln 2}+\dfrac{1}{\ln 2}$. Tính được $F(2)=2-\dfrac{1}{\ln 2}$.

Câu 26: [Mức độ 2] Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=a+b\sqrt{3}+c\pi^2$ với a,b,c là các số nguyên. Tính giá trị của $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$$\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(24x+12\cos x)dx=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}2xdx+12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos xdx=12\left(x^2\right)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+12(\sin x)\Bigg|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=-6+6\sqrt{3}+\pi^2.$$

Do đó, ta có $a=-6,b=6,c=1$, suy ra $S=1$.

Câu 27: **[Mức độ 2]** Biết $I=\int\limits_1^3\dfrac{x-1}{x}dx=a-\ln b$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Lời giải

Ta có $I=\int\limits_1^3\dfrac{x-1}{x}dx=\int\limits_1^3\left(1-\dfrac{1}{x}\right)dx=\left(x-\ln|x|\right)\Big|_1^3=2-\ln 3$

Suy ra $a=2;b=3\Rightarrow a+b=5$.

Câu 28: **[Mức độ 2]** Tích phân $I=\int\limits_{-1}^3|2x-1|dx$ bằng tích phân nào sau đây?

A. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(2x-1)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(1-2x)\,\mathrm{d}x$.

B. $I=\int_{-1}^{3}(2x-1)\,\mathrm{d}x$.

C. $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\,\mathrm{d}x$.

D. $I=\int_{-1}^{3}(1-2x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Ta có $|2x-1|=\begin{cases}2x-1 \ \ khi \ x\ge\dfrac{1}{2}\\1-2x \ \ khi \ x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Do đó $I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(1-2x)\,\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{3}(2x-1)\,\mathrm{d}x$

Câu 29: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-2;-1),B(0;1;4),C(2;0;3)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $\dfrac{\sqrt{110}}{2}$.

B. $\sqrt{110}$.

C. $\dfrac{\sqrt{55}}{2}$.

D. $\sqrt{55}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;5),\overrightarrow{BC}=(2;-1;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(2;9;-5)$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4+81+25}=\dfrac{\sqrt{110}}{2}$.

Câu 30: **[Mức độ 2]** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-6z-3m+17=0$ là phương trình của mặt cầu.

A. $m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$.

B. $m\in(-4;1)$.

C. $m\in(-1;4)$.

D. $m\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $a=m;b=-2;c=3;d=-3m+17$

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow m^2+4+9+3m-17>0$

$\Leftrightarrow m^2+3m-4>0$

$\Leftrightarrow m\in(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$

Câu 31: **[Mức độ 2]** Tìm phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(0;1;-2)$ và mặt cầu này đi qua điểm $E(2;1;-4)$.

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

B. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=8$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=IE=\sqrt{4+0+4}=\sqrt{8}$

$\Rightarrow$ phương trình mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=8$.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$ và $(Q): x+3y+z-5=0$. Mặt phẳng đi qua $A(-1;1;2)$ đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q) có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là (α).

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), (Q) lần lượt là: $\overrightarrow{n_1}=(2;2;1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;3;1)$.

Mặt phẳng (α) đồng thời vuông góc với cả (P) và (Q), suy ra (α) có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-1;-1;4)$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(-1;1;2)$ suy ra phương trình tổng quát của mp(α) là :

$-1(x+1)-1.(y-1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+4z-8=0 \Leftrightarrow x+y-4z+8=0$.

Câu 33: **[Mức độ 2]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y-3z+7=0$. **C.** $2x-y+3z+7=0$. **D.** $2x-y+3z-7=0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Vì $(\alpha)\perp(d) \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}=\vec{u}_{(d)}=(2;-1;3)$

Ta có: (α) đi qua $A(1;3;-2)$ và có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-1;3)$.

Do đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là:

$2(x-1)-1(y-3)+3(z+2)=0$ hay $2x-y+3z+7=0$.

Câu 34: **[Mức độ 2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta thấy: $A \in (P)$. Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-1)$, đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$

Vì đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) nên đường thẳng Δ có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n},\vec{u}_d\right]=(5;0;5)$ hay $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$

Khi đó, phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 35: **[Mức độ 2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=-1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=-t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(2;-1;-1)$ và có $VTCP:\ \overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$.

mặt phẳng (P) có $VTPT:\ \vec{n}_{(P)}=(2;1;-2)$

Nhận thấy $\begin{cases}M\notin(P)\\ \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}\neq 0\end{cases} \Rightarrow d$ cắt (P). Ta có $d\cap(P)=\{A\}\Rightarrow A(1;-2;0)$.

Phương trình đường Δ $\begin{cases}qua\ A(1;-2;0)\\ \overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;0;1)\end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường Δ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=t\end{cases}$.

Câu 36: **[Mức độ 3]** Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}\ln x$ và thỏa mãn $F(1)=\dfrac{5}{9}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.
B. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+C$.
C. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.
D. $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln\sqrt{x}-1\right)+1$.

Lời giải

$I=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int \sqrt{x}\ln x.\mathrm{d}x$.

Đặt: $\begin{cases} u=\ln x \\ \mathrm{d}v=\sqrt{x}\mathrm{d}x \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x} \end{cases}$.

$I=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x-\dfrac{2}{3}\int \sqrt{x}\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x-\dfrac{4}{9}x\sqrt{x}+C=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln \sqrt{x}-1\right)+C$

vì $F(1)=\dfrac{5}{9}$ nên $\Rightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=\dfrac{4}{9}x^{\frac{3}{2}}\left(3\ln \sqrt{x}-1\right)+1$.

Câu 37: **[Mức độ 3]**. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ thỏa mãn $F\left(1\right)=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S=F\left(1\right)+F\left(2\right)+F\left(3\right)+\ldots+F\left(2021\right)$ viết dưới dạng hỗn số bằng

A. $2021\dfrac{1}{2022}$. **B.** $2020\dfrac{1}{2021}$. **C.** $2019\dfrac{1}{2021}$. **D.** $2020\dfrac{1}{2022}$.

Lời giải

Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}=\dfrac{2x+1}{x^2\left(x+1\right)^2}$.

Đặt $t=x\left(x+1\right)=x^2+x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(2x+1\right)\mathrm{d}x$.

Khi đó $F\left(x\right)=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int \dfrac{1}{t^2}\mathrm{d}t=-\dfrac{1}{t}+C=-\dfrac{1}{x\left(x+1\right)}+C$.

Mặt khác, $F\left(1\right)=\dfrac{1}{2}\Rightarrow -\dfrac{1}{2}+C=\dfrac{1}{2}\Rightarrow C=1$.

Vậy $F\left(x\right)=-\dfrac{1}{x\left(x+1\right)}+1$.

Suy ra

$$S=F\left(1\right)+F\left(2\right)+F\left(3\right)+\ldots+F\left(2021\right)=-\left(\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+\ldots+\dfrac{1}{2021.2022}\right)+2021$$

$$=-\left(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\ldots+\dfrac{1}{2021}-\dfrac{1}{2022}\right)+2021=-\left(1-\dfrac{1}{2022}\right)+2021$$

$$=2020+\dfrac{1}{2022}=2020\dfrac{1}{2022}.$$

Câu 38: **[Mức độ 3]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\frac{b}{x^2}(a,b\in\mathbb{R};x\neq 0)$; biết $F(2)=2$, $F(1)=3$, $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{8}$.

A. $F(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

C. $F(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$.

Lời giải

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$. Ta có: $F(x)=\int(ax+\frac{b}{x^2})\mathrm{d}x=\frac{ax^2}{2}-\frac{b}{x}+C$

$F(2)=2a-\frac{b}{2}+C=2$; $F(1)=\frac{a}{2}-b+C=3$; $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a}{8}-2b+C=\frac{19}{8}$

Suy ra: $a=-1,b=1,C=\frac{9}{2}$

Vậy: $F(x)=-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{x}+\frac{9}{2}$

Câu 39: **[Mức độ 3]** Cho tích phân $I=\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{2x+1}}$. Đặt $t=\sqrt{2x+1}$ ta có $I=\int_1^3\frac{a}{bt^2+c}\mathrm{d}x$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và a,c nguyên tố cùng nhau. Tính $T=2a-b+3c$

A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 14.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow t^2=2x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$

$x=4\Rightarrow t=3$

Suy ra: $I=\int_1^3\frac{t\mathrm{d}t}{\left(\frac{t^2-1}{2}+2\right)t}=\int_1^3\frac{2}{t^2+3}\mathrm{d}t$

Vậy: $a=2,b=1,c=3$ hay $T=2a-b+3c=12$

Câu 40: **[Mức độ 3]** Cho tích phân $I=\int_2^3\ln(x+1)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3+c\ \ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính giá trị biểu thức $P=a+b+c$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $u=\ln(x+1)\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x$

$\mathrm{d}v=\mathrm{d}x$ chọn $v=x+1$.

Ta có: $I=\int\limits_2^3 \ln(x+1)\mathrm{d}x=(x+1)\ln(x+1)\Big|_2^3-\int\limits_2^3 \mathrm{d}x=8\ln 2-3\ln 3-1$.

Vậy: $P=a+b+c=8-3-1=4$.

Câu 41: **[Mức độ 3]** Cho $\int\limits_1^{\mathrm{e}} \dfrac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\ln\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết $\dfrac{a}{b};\dfrac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính giá trị $a+b-c-d$?

A. 16. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 17.

Lời giải

Đặt $t=2+\ln x \Rightarrow \ln x=t-2 \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}x}{x}=\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2;\quad x=\mathrm{e} \Rightarrow t=3$. Khi đó:

$$I=\int\limits_1^{\mathrm{e}} \frac{2\ln x+1}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x=\int\limits_2^3 \frac{2(t-2)+1}{t^2}\mathrm{d}t=\int\limits_2^3\left(\frac{2}{t}-\frac{3}{t^2}\right)\mathrm{d}t=\left(2\ln|t|+\frac{3}{t}\right)\Bigg|_2^3=\ln\frac{9}{4}-\frac{1}{2}.$$

Vậy $a+b+c+d=9+4-1-2=10$.

Câu 42: **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng (d), có bán kính nhỏ nhất, tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;2;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{3}\right)^2+\left(z-\dfrac{8}{3}\right)^2=9$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$.

C. $(S):\left(x+\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{3}\right)^2+\left(z-\dfrac{8}{3}\right)^2=9$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Lời giải

Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S). Ta có: $I\in(d)$.

$\Rightarrow I(1+t;1-t;4t)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;-t-1;4t)$. (S) tiếp xúc với (P) và A nên ta có:

$$R=AI=d_{(I,(P))}\Leftrightarrow\sqrt{18t^2+2t+1}=|1-3t|\Leftrightarrow 9t^2+8t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=0 \quad\Rightarrow R=1\\ t=-\dfrac{8}{9}\Rightarrow R=\dfrac{11}{3}\end{array}\right..$$

Do mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất nên ta chọn $t=0$, suy ra $I(1;1;0),R=1$.

Vậy $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

Câu 43: **[Mức độ 3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0),B(0;-2;3),C(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A,B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ là

A. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$.
B. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-23x+3y+7z+23=0.$
C. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-13x+3y+6z+13=0.$
D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z-3=0.$

Lời giải

Giả sử $\vec{n}=(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}=(-1;-2;3)\Rightarrow -a-2b+3c=0\Rightarrow a=-2b+3c.$

$(P):\mathrm{ax+by+cz-a}=0\Rightarrow d(C;(P))=\dfrac{|b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

$\Leftrightarrow\sqrt{3}|b+c|=2\sqrt{b^2+c^2+(-2b+3c)^2}\Leftrightarrow 17b^2-54bc+37c^2=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=c\\ b=\dfrac{37}{17}c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=c=1\\ c=17,b=37\end{array}\right.$

TH1: $b=c=1\Rightarrow a=1\Rightarrow(P):\mathrm{x+y+z}-1=0$.
TH2: $b=37,c=17\Rightarrow a=-23\Rightarrow(P):-23\mathrm{x}+37\mathrm{y}+17\mathrm{z}+23=0$.

Câu 44: **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;1)$. Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và chắn trên ba trục tọa độ các đoạn thẳng có độ dài bằng nhau và khác 0.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a.b.c\neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng đi qua $M(2;1;1)$ nên $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1\,(*)$.

Theo bài ra ta có $OA=OB=OC\Leftrightarrow|a|=|b|=|c|\Leftrightarrow\begin{cases}b=\pm a\\ c=\pm a\end{cases}$.

Trường hợp 1 : $\begin{cases}b=a\\ c=a\end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow\dfrac{4}{a}=1\Rightarrow a=4\Rightarrow(ABC):\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4}=1$.

Trường hợp 2 : $\begin{cases}b=a\\ c=-a\end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow\dfrac{2}{a}=1\Rightarrow a=2\Rightarrow(ABC):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{2}=1$.

Trường hợp 3 : $\begin{cases}b=-a\\ c=a\end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow\dfrac{2}{a}=1\Rightarrow a=2\Rightarrow(ABC):\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$

Trường hợp 4 : $\begin{cases}b=-a\\ c=-a\end{cases}$ từ $(*)\Rightarrow 0=1$ vô nghiệm suy ra không tồn tại mặt phẳng.

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất, phương trình của (P) là

A. $2x-y+3z-12=0$. **B.** $3x+y+2z-13=0$. **C.** $3x+2y+z-11=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của C lên mặt phẳng (P) và đoạn thẳng AB.

Ta có $CH = d(C,(P)) \le CK \Rightarrow d(C,(P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

Ta có $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{n_{(ABC)}}, \overrightarrow{AB}\right] = (-9;-6;-3)$

$\Rightarrow (P): 3x+2y+z-11=0.$

Câu 46: **[Mức độ 4]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+2f(x)=1-x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}$ biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2?

A. 11. **B.** 41. **C.** 305. **D.** 65.

Lời giải

Đặt $t = f(x)$ thì $t^3+2t = 1-x$, suy ra $(3t^2+2)\mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$.

Với $x=-2$ ta có $t^3+2t-3=0$, suy ra $t=1$.

Với $x=1$ ta có $t^3+2t=0$, suy ra $t=0$.

Ta có $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = -\int_{1}^{0} t(3t^2+2)\mathrm{d}t = \int_{0}^{1}(3t^3+2t)\mathrm{d}t = \left(\frac{3}{4}t^4+t^2\right)\Big|_0^1 = \frac{7}{4}$.

Vậy $a^2+b^2 = 49+16 = 65$.

Câu 47: **[Mức độ 4]** Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$. Biết $f(3)=1$ và $f(x).f(3-x) = \mathrm{e}^{2x^2-6x}$, với mọi $x \in [0;3]$.

Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{(x^3-9x^2)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{243}{5}$. **B.** $-\frac{243}{10}$. **C.** $-\frac{486}{5}$. **D.** $-\frac{243}{5}$.

Lời giải

Theo giả thiết, ta có $f(x).f(3-x) = \mathrm{e}^{2x^2-6x}$ và $f(x)$ nhận giá trị dương nên

$\ln\left[f(x).f(3-x)\right] = \ln \mathrm{e}^{2x^2-6x} \Leftrightarrow \ln f(x) + \ln f(3-x) = 2x^2-6x$.

Mặt khác, với $x=0$, ta có $f(0).f(3)=1$ và $f(3)=1$ nên $f(0)=1$.

Xét $I=\int\limits_0^3 \frac{\left(2x^3-9x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$, ta có $I=\int\limits_0^3 \left(2x^3-9x^2\right).\frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u=2x^3-9x^2 \\ \mathrm{d}v=\frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \mathrm{d}u=\left(6x^2-18x\right)\mathrm{d}x \\ v=\ln f(x) \end{cases}$

Suy ra $I=\left[\left(2x^3-9x^2\right)\ln f(x)\right]\Big|_0^3-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(x)\mathrm{d}x\ \ (1)$.

Đến đây, đổi biến $x=3-t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$. Khi $x=0\to t=3$ và $x=3\to t=0$.

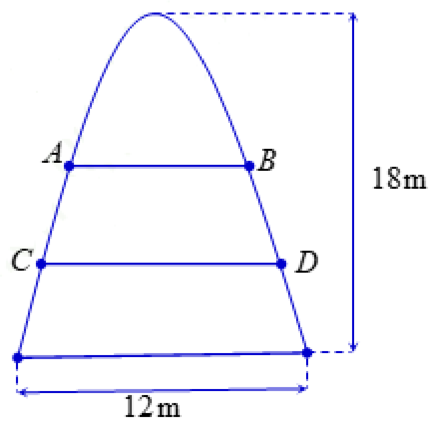
Ta có $I=-\int\limits_3^0\left(6t^2-18t\right).\ln f(3-t)(-\mathrm{d}t)=-\int\limits_0^3\left(6t^2-18t\right).\ln f(3-t)\mathrm{d}t$

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên $I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\ln f(3-x)\mathrm{d}x\ \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta cộng vế theo vế, ta được $2I=-\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left[\ln f(x)+\ln f(3-x)\right]\mathrm{d}x$

Hay $I=-\frac{1}{2}\int\limits_0^3\left(6x^2-18x\right).\left(2x^2-6x\right)\mathrm{d}x=-\frac{243}{5}$.

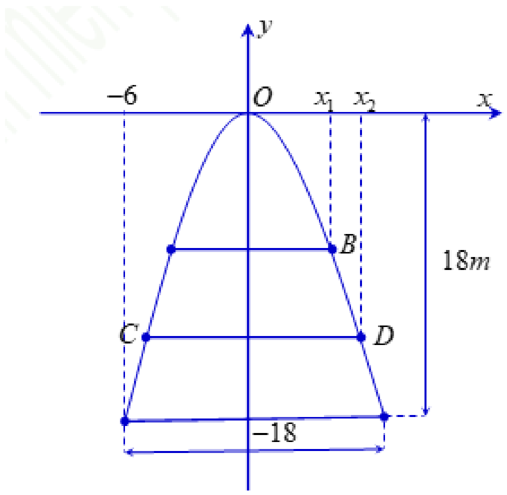
Câu 48: **[Mức độ 4]** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. **D.** $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y = a.x^2$ (P).

(P) đi qua điểm có tọa độ $(-6;-18)$ suy ra: $-18 = a.(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}$.

Diện tích hình phẳng giới bạn bởi Parabol và đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1 = 2\int_0^{x_1}\left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2\right)\right]\mathrm{d}x = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_1^2x\right)\Bigg|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng CD $y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2\int_0^{x_2}\left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2\right)\right]\mathrm{d}x = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_2^2x\right)\Bigg|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 49: **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;-2;3)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1$, điểm N thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất độ dài MN
.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 5

Lời giải

Giả sử $M(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (x+1;y;z-1)$, $\overrightarrow{MB} = (x-1;y+2;z-3)$.

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 + y^2 + 2y + z^2 - 4z + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp điểm M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(0;-1;2)$ bán kính $R=2$.

Ta có $d\left(I;(P)\right)=3>R$ nên mặt phẳng không cắt mặt cầu.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P), K là giao điểm đoạn IH với mặt cầu (S). Ta dễ dàng chứng minh được $MN\ge KH=IH-R=d\left(I;(P)\right)-R=3-2=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất độ dài MN bằng 1.

Câu 50: **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=9$ và tam giác ABC có $A(5;0;0), B(0;3;0), C(4;5;0)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (S) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 77. **B.** 38. **C.** 17. **D.** 55.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$ và bán kính $R=3$

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $z=0$.

Mà $d\left(I,(ABC)\right)=5>R$ suy ra mặt phẳng (ABC) không cắt mặt cầu (S).

Thể tích tứ diện $MABC$ là $V=\frac{1}{3}d\left(M,(ABC)\right).S_{ABC}$

Để V có thể tích lớn nhất thì $d\left(M,(ABC)\right)$ phải lớn nhất

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow M=d\cap(S)\Rightarrow d\left(M,(ABC)\right)$ lớn nhất khi $I\in d$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=3\\z=5+t\end{cases}$. Thế vào pt mặt cầu ta tìm được $\left[\begin{array}{l}t=3\\t=-3\end{array}\right.$

Vậy ta có $M_1(2;3;8)$, $M_2(2;3;2)$. Nhận thấy $d\left(M_1,(ABC)\right)>d\left(M_2,(ABC)\right)$.

Do đó tọa độ M là $M(2;3;8)$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 05

Câu 1: $\int (3x^2+1)dx$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 2: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$. **C.** $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3: $\int 2x(x^2+1)^4 dx$ bằng

A. $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Câu 4: $\int \sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **C.** $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5: $\int (x+5^x)dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$. **C.** $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 6: $\int \frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}dx$ bằng

A. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)^2\left[(1+3\ln x)^2-1\right]+C$. **B.** $(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $\frac{2}{3}(1+3\ln x)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases} e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)} \\ f(x)>0 \end{cases}, \forall x\ge 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx$.

A. $I=\frac{1}{12}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{37}{320}$. **D.** $I=\frac{7}{640}$.

Câu 8: Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Câu 9: Tính $I=\int_1^4 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}.dx$.

A. $I=\frac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{10}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Câu 10: Cho $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11: $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 - 2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Câu 12: $\int\limits_{-2}^1 \frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Câu 13: Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x = a - \mathrm{e}^b$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$. **B.** $b-a=-1$. **C.** $b-a=7$. **D.** $b-a=-7$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ sao cho $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 3-\ln 2$ và $f(2)=3$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(x).\ln x\mathrm{d}x$.

A. $I=4\ln 2-3$. **B.** $I=2\ln 2-3$. **C.** $I=2\ln 2+3$. **D.** $I=3\ln 2-4$.

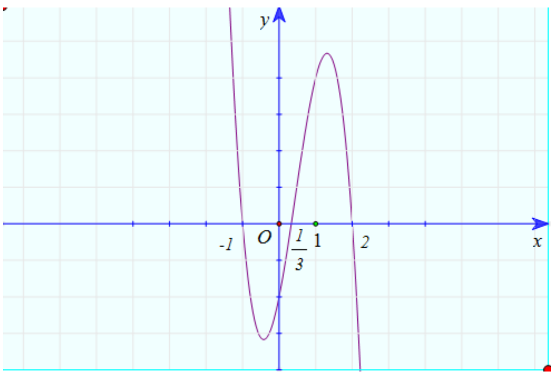
Câu 15: Biết $I=\int\limits_{-3}^3 \frac{|x-2|-3|x+1|}{x+4}\mathrm{d}x = -10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$. **B.** $T=21$. **C.** $T=9$. **D.** $T=-12$.

Câu 16: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$

.

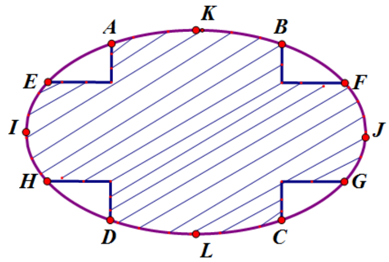
Câu 18: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=(x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Câu 19: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y=x+1$. Ta có

A. $S=\frac{3}{2}$ **B.** $S=\frac{11}{2}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Câu 20: Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I,J,K,L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng. **C.** 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Câu 21: Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Câu 22: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi\ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 23: Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\frac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\frac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 24: Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 25: Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $A=13$. **B.** $A=19$. **C.** $A=21$. **D.** $A=29$.

Câu 26: Vận tốc (tính bằng $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t)=t^3-8t^2+17t-10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1\le t\le 5$ là bao nhiêu?

A. $\frac{32}{3}\mathrm{m}$. **B.** $\frac{71}{3}\mathrm{m}$. **C.** $\frac{38}{3}\mathrm{m}$. **D.** $\frac{71}{6}\mathrm{m}$.

Câu 27: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+1$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5),\vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\frac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.
C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.
C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 36: Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14$. **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14$.
C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ ($a>0$, $b>0$, $c>0$). Diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3)$; $F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5), B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(P): 4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$. **C.** $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x-3y+z-4=0$ và $(R): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$. **C.** $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$. **C.** $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$. **C.** $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$. **C.** $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{2}{21}$. **C.** $\dfrac{1}{21}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{21}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\dfrac{23}{5}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[Mức độ 1]** $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3x^3+x+C$. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+C. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(3x^2+1)\mathrm{d}x=3\frac{x^3}{3}+x+C=x^3+x+C$.

Câu 2: **[Mức độ 1]** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x-\sin x$ là

A. $2\sin x-\cos x+C$. **B.** $-2\sin x-\cos x+C$.
C. $2\sin x+\cos x+C$. **D.** $-2\sin x+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(2\cos x-\sin x)\mathrm{d}x=2\sin x+\cos x+C$.

Câu 3: **[Mức độ 2]** $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$. **B.** $\frac{(x^2+1)^5}{4}+C$. **C.** $\frac{2(x^2+1)^5}{5}+C$. **D.** $(x^2+1)^5+C$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+1$, ta được $\mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$.

Khi đó $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\int t^4\mathrm{d}t=\frac{t^5}{5}+C$.

Thay $t=x^2+1$, ta được $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x=\frac{(x^2+1)^5}{5}+C$.

Câu 4: **[Mức độ 1]** $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **B.** $-\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.
C. $-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{3}\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\sin\left(3x-\frac{1}{3}\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos\left(3x-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** $\int(x+5^x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+5^x.\ln 5+C$.

C. $1+\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **D.** $x^2+\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x+5^{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^{2}}{2}+\frac{5^{x}}{\ln 5}+C$

Câu 6: **[Mức độ 3]** $\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{9}(1+3\ln x)^{2}\left[(1+3\ln x)^{2}-1\right]+C$.

B. $\left(1+3\ln x\right)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

C. $\frac{2}{9}\left(1+3\ln x\right)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

D. $\frac{2}{3}\left(1+3\ln x\right)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, suy ra $t^{2}=1+3\ln x$.

Ta có: $2t\mathrm{d}t=\frac{3}{x}\mathrm{d}x$; $\ln x=\frac{t^{2}-1}{3}$.

Khi đó

$$\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int t\cdot\frac{t^{2}-1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot t\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\int\left(t^{4}-t^{2}\right)\mathrm{d}t=\frac{2}{9}\left(\frac{t^{5}}{5}-\frac{t^{3}}{3}\right)+C$$

Hay $\int\frac{\sqrt{1+3\ln x}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{9}\left(1+3\ln x\right)\sqrt{1+3\ln x}\left(\frac{1+3\ln x}{5}-\frac{1}{3}\right)+C$.

Câu 7: **[Mức độ 4].** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\begin{cases}e^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}\\ f(x)>0\end{cases}$, $\forall x\geq 0$ và $f(0)=1$.

Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{12}$. **B.** $I=-\frac{1}{12}$. **C.** $I=\frac{37}{320}$. **D.** $I=\frac{7}{640}$.

Lời giải

Ta có: $\mathrm{e}^{3x}\left(4f\left(x\right)+f'\left(x\right)\right)=2\sqrt{f(x)}\Leftrightarrow 2\mathrm{e}^{2x}\sqrt{f(x)}+\mathrm{e}^{2x}.\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}\Leftrightarrow\left(\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f\left(x\right)}\right)'=\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}$.

Do đó $\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f(x)}$ là một nguyên hàm của $\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}$, tức $\mathrm{e}^{2x}.\sqrt{f(x)}=-\frac{1}{\mathrm{e}^{x}}+C$.

Thay $x=0$ vào ta được $C=2$. Tìm được $f(x)=\left(\frac{2}{\mathrm{e}^{2x}}-\frac{1}{\mathrm{e}^{3x}}\right)^{2}$.

$$I=\int\limits_{0}^{\ln 2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\ln 2}\left(\frac{2}{\mathrm{e}^{2x}}-\frac{1}{\mathrm{e}^{3x}}\right)^{2}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\ln 2}\left(\frac{4}{\mathrm{e}^{4x}}-\frac{4}{\mathrm{e}^{5x}}+\frac{1}{\mathrm{e}^{6x}}\right)\mathrm{d}x=\frac{37}{320}.$$

Câu 8: **[Mức độ 2].** Biết rằng $g(x)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=(x+1)\sin x$ và $g(0)=0$, tính $g(\pi)$.

A. 0. **B.** $\pi+1$. **C.** $\pi+2$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int\left(x+1\right)\sin x\mathrm{d}x=\int\left(x+1\right)\left(-\cos x\right)'\mathrm{d}x=-(x+1)\cos x+\int\cos x\,\mathrm{d}x$

$=-(x+1)\cos x+\sin x+C$

Lúc này, xét $g\left(x\right)=-(x+1)\cos x+\sin x+C$ với $g(0)=0$ ta có $C=1$.

Tức $g(x)=-(x+1)\cos x+\sin x+1$.

Vậy $g(\pi)=\pi+2$.

Câu 9: **[Mức độ 2].** Tính $I=\int\limits_1^4\frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{4}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{10}{3}$. **D.** $I=\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$I=\int\limits_1^4\frac{x+1}{2\sqrt{x}}.\mathrm{d}x=\int\limits_1^4\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right).\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{3}\sqrt{x^3}-\sqrt{x}\right)\Bigg|_1^4=\frac{10}{3}.$$

Câu 10: **[Mức độ 1]** Cho $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\int\limits_1^2\frac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-3}{\mathrm{e}}$. **B.** e^2 **C.** $3\mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^2\frac{f\left(x\right)}{\mathrm{e}}\mathrm{d}x=\frac{1}{\mathrm{e}}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{\mathrm{e}}$.

Câu 11: **[Mức độ 1]** $\int\limits_{-2}^1\left(3x^2-2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** -12. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1\left(3x^2-2x\right)\mathrm{d}x=\left(x^3-x^2\right)\Big|_{-2}^1=12$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** $\int\limits_{-2}^1\frac{2}{x-2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-2\ln 2$. **B.** $-4\ln 2$. **C.** $\ln 2$. **D.** $4\ln 2$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_{-2}^1\frac{2}{x-2}\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^1\frac{1}{x-2}\mathrm{d}x=2\ln\left|x-2\right|\Big|_{-2}^1=-4\ln 2$.

Câu 13: **[Mức độ 2]** Biết rằng $\int\limits_0^3 \frac{1-e^{3x}}{e^{2x}+e^x+1}dx = a - e^b$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$, hãy tính $b-a$.

A. $b-a=1$.   **B.** $b-a=-1$.   **C.** $b-a=7$.   **D.** $b-a=-7$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^3 \frac{1-e^{3x}}{e^{2x}+e^x+1}dx = \int\limits_0^3 \frac{\left(1-e^x\right)\left(e^{2x}+e^x+1\right)}{e^{2x}+e^x+1}dx = \int\limits_0^3 \left(1-e^x\right)dx = \left(x-e^x\right)\Big|_0^3 = 4-e^3$.

Suy ra $a=4;b=3$.

Câu 14: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ sao cho $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}dx = 3-\ln 2$ và $f\left(2\right)=3$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'\left(x\right).\ln x dx$.

A. $I=4\ln 2-3$.   **B.** $I=2\ln 2-3$.   **C.** $I=2\ln 2+3$.   **D.** $I=3\ln 2-4$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=f'\left(x\right)dx \end{cases}$, chọn $\begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=f\left(x\right) \end{cases}$.

Ta có $I=\left[f\left(x\right).\ln x\right]\Big|_1^2 - \int\limits_1^2 \frac{f\left(x\right)}{x}dx = f\left(2\right).\ln 2 - 3 + \ln 2 = 4\ln 2 - 3$.

Câu 15: **[Mức độ 3]** Biết $I=\int\limits_{-3}^3 \frac{\left|x-2\right|-3\left|x+1\right|}{x+4}dx = -10+a\ln 2+b\ln 3+c\ln 7$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-4$.   **B.** $T=21$.

C. $T=9$.   **D.** $T=-12$.

Lời giải

Đặt $f\left(x\right)=\left|x-2\right|-3\left|x+1\right|$.

Ta có bảng phá dấu trị tuyệt đối trong biểu thức $f\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$\left\|x-2\right\|$		$-x+2$		$-x+2$	0	$x-2$	
$-3\left\|x+1\right\|$		$3x+3$	0	$-3x-3$		$-3x-3$	
$f\left(x\right)$		$2x+5$		$-4x-1$		$-2x-5$	

Từ đó $I=\int\limits_{-3}^{-1}\frac{2x+5}{x+4}dx+\int\limits_{-1}^{2}\frac{-4x-1}{x+4}dx+\int\limits_{2}^{3}\frac{-2x-5}{x+4}dx$

$I=\int\limits_{-3}^{-1}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)dx-\int\limits_{-1}^{2}\left(4-\frac{15}{x+4}\right)dx-\int\limits_{2}^{3}\left(2-\frac{3}{x+4}\right)dx$

$I=-10-6\ln 3+12\ln 2+3\ln 7$.

Vậy ta có $a=12,b=-6,c=3\Rightarrow T=9$.

Câu 16: **[Mức độ 3]** Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên đoạn $\left[0;3\right]$ thỏa mãn $f(x).f(3-x)=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{5}$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{4}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f\left(x\right).f\left(3-x\right)=4 \\ f\left(x\right)>0,\forall x\in\left[0;3\right] \end{cases} \Rightarrow f\left(3-x\right)=\frac{4}{f\left(x\right)}$.

$$I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(x\right)}\mathrm{d}x$$

Đặt $t=3-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=3; x=3\Rightarrow t=0$.

Thay vào ta được

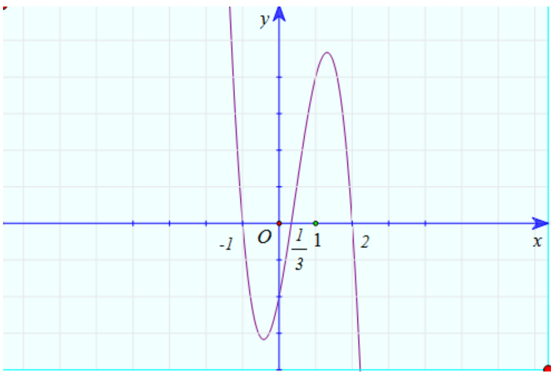
$$I=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(3-t\right)}\mathrm{d}t=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+f\left(3-x\right)}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 \frac{1}{2+\frac{4}{f\left(x\right)}}\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 \frac{f\left(x\right)}{2f\left(x\right)+4}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^3 \frac{f\left(x\right)}{f\left(x\right)+2}\mathrm{d}x.$$

$$=\frac{1}{2}\int\limits_0^3 \frac{f\left(x\right)+2-2}{f\left(x\right)+2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^3\left(1-\frac{2}{f\left(x\right)+2}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x\Big|_0^3-\int\limits_0^3 \frac{1}{f\left(x\right)+2}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-I$$

$$\Rightarrow I=\frac{3}{2}-I\Rightarrow 2I=\frac{3}{2}\Rightarrow I=\frac{3}{4}.$$

Vậy $I=\frac{3}{4}$.

Câu 17: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

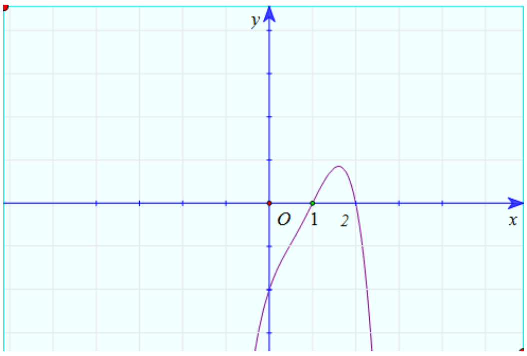
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox được tính theo công thức

$$\int\limits_{-1}^{2} |f(x)|\mathrm{d}x = -\int\limits_{-1}^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{\frac{1}{3}}^{2} f(x)\mathrm{d}x.$$

Câu 18: **[Mức độ 2]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = (x-1)(2-x)(x^2+1)$ và trục Ox.

A. $\frac{11}{20}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{117}{20}$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox là

$(x-1)(2-x)(x^2+1) = 0$.

Phương trình nêu trên có tập nghiệm là $\{1;2\}$ và $f(x) \geq 0,\ \forall x \in [1;2]$.

Do đó, diện tích mà ta cần tính là

$$S = \int\limits_{1}^{2} |(x-1)(2-x)(x^2+1)|\mathrm{d}x = \int\limits_{1}^{2} [(x-1)(2-x)(x^2+1)]\mathrm{d}x = \frac{11}{20}.$$

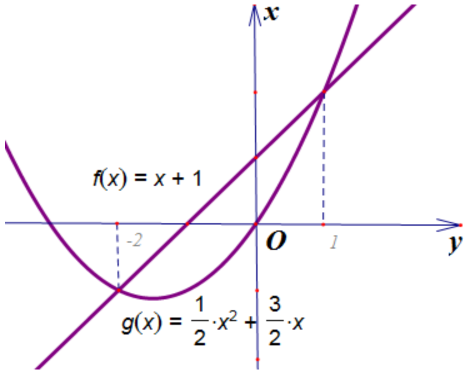
Câu 19: **[Mức độ 2]** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{2}$ và đường thẳng $y = x + 1$. Ta có

A. $S = \frac{3}{2}$ **B.** $S = \frac{11}{2}$. **C.** $S = \frac{3}{4}$. **D.** $S = \frac{9}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là

$$\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}=x+1$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right..$$



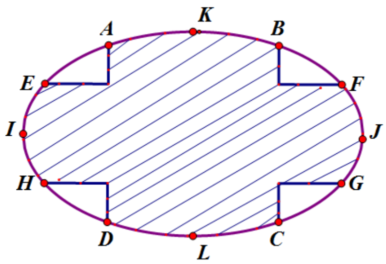
Cách 1. (Dựa vào đồ thị)

Ta có $S=\int_{-2}^{1}\left(x+1-\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left(-\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+1\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{4}+x\right)\Big|_{-2}^{1}=\frac{9}{4}$.

Cách 2. (Không vẽ đồ thị)

Ta có $S=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{3x}{2}-x-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{-2}^{1}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}-1\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{4}-x\right)\Big|_{-2}^{1}\right|=\left|-\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$.

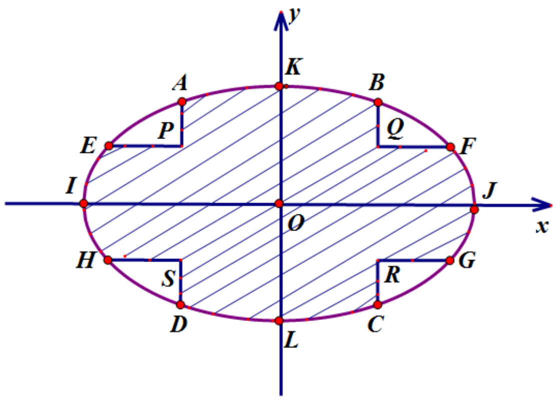
Câu 20: **[Mức độ 4]** Hình vẽ dưới đây là một mảnh vườn hình Elip có bốn đỉnh là I, J, K, L; $ABCD$, $EFGH$ là các hình chữ nhật; $IJ=10\,\text{m}, KL=6\,\text{m}$, $AB=5\,\text{m}, EH=3\,\text{m}$. Biết rằng kinh phí trồng hoa là 50000 đồng/m^2, hãy tính số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) dùng để trồng hoa trên phần gạch sọc.



A. 2869834 đồng. **B.** 1434917 đồng.

C. 2119834 đồng. **D.** 684917 đồng.

Lời giải



Gọi Elip đã cho là (E).

Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Suy ra

+ Phần phía trên trục Ox của (E) có phương trình là $y=\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}$.

+ Phần phía bên phải trục Oy của (E) có phương trình là $x=\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), AD, BC$ là

$$S_1=4\int_0^{2,5}\frac{3}{5}\sqrt{25-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{12}{5}\left(\frac{25\pi}{12}+\frac{25\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(E), EF, GH$ là

$$S_2=4\int_0^{1,5}\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}\,\mathrm{d}y=\frac{20}{3}\left(\frac{9\pi}{12}+\frac{9\sqrt{3}}{8}\right)=\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)\mathrm{m}^2.$$

Diện tích phần đất trồng hoa (phần gạch sọc) là

$$S=S_1+S_2-S_{PQRS}=2.\left(5\pi+\frac{15\sqrt{3}}{2}\right)-15\,\mathrm{m}^2.$$

Vậy số tiền dùng để trồng hoa là: $S.50000$ đồng, làm tròn đến hàng đơn vị là 2119834 đồng.

Câu 21: **[Mức độ 2]** Một quần thể virut Corona P đang thay đổi với tốc độ $P'(t)=\frac{5000}{1+0,2t}$, trong đó t là thời gian tính bằng giờ. Quần thể virut Corona P ban đầu (khi $t=0$) có số lượng là 1000 con. Số lượng virut Corona sau 3 giờ gần với số nào sau đây nhất?

A. 16000. **B.** 21750. **C.** 12750. **D.** 11750.

Lời giải

Ta có $P(t)=\int P'(t)\,\mathrm{d}t=\int\frac{5000}{1+0,2t}\mathrm{d}t=5000.\frac{1}{0,2}\ln(1+0,2t)+C=25000.\ln(1+0,2t)+C$.

$P(0)=1000\Leftrightarrow C=1000$.

Vậy biểu thức tính số lượng virut Corona với thời gian t bất kỳ là $P(t)=25000.\ln(1+0,2t)+1000$.

Với $t=3$ giờ ta có $P(3)=25000.\ln(1+0,2.3)+1000\approx 12750,09$.

Vậy số lượng virut khi $t=3$ giờ khoảng 12750 con.

Câu 22: [**Mức độ 2**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\dfrac{2}{x}}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\pi \ln a$. Giá trị của a là

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay nêu trên là $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x=\pi\int\limits_1^2 \dfrac{2}{x}\mathrm{d}x=2\pi\ln x\Big|_1^2=2\pi\ln 2=\pi\ln 4$.

Vậy $a=4$.

Câu 23: [**Mức độ 3**] Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, các đường thẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{4}$. Biết rằng khối tròn xoay do (H) quay quanh trục Ox tạo ra có thể tích là $\dfrac{\pi}{a}$, hỏi rằng có bao nhiêu số nguyên nằm trong khoảng $(a;10)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Do trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ ta có $\cos x\ge \sin x$ nên thể tích của khối đã nêu là

$$V=\pi\int\limits_a^b \cos^2 x\mathrm{d}x-\pi\int\limits_a^b \sin^2 x\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}$$

Trong khoảng $(2;10)$ có 7 số nguyên.

Câu 24: [**Mức độ 1**] Cho hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành, các đường thẳng $x=1$ và $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong trên quanh trục Ox bằng

A. $\int\limits_1^4\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_1^4 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_1^4\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_1^4 x^2\,\mathrm{d}x$.

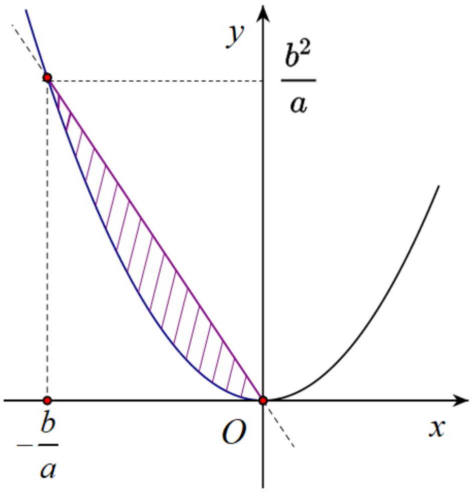
Lời giải

Công thức tính thể tích khối tròn xoay quay quanh trục Ox là $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x=\pi\int\limits_1^4 x\,\mathrm{d}x$.

Câu 25: [**Mức độ 4**] Cho a,b là hai số thực dương. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=ax^2$ và đường thẳng $y=-bx$. Quay (H) quanh trục hoành thu được khối có thể tích là V_1, quay (H) quanh trục tung thu được khối có thể tích là V_2. Tìm b sao cho $V_1=V_2$.

A. $A=13$. **B.** $A=19$. **C.** $A=21$. **D.** $A=29$.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng đã cho là $ax^2 = -bx$.

Do $ax^2 = -bx \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$ nên các giao điểm là O và $M\left(-\dfrac{b}{a};\dfrac{b^2}{a}\right)$

(Tham khảo hình vẽ kèm theo)

Đến đây ta có:

$$+\ V_1 = \pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}(-bx)^2\,\mathrm{d}x - \pi\int_{-\frac{b}{a}}^{0}\left(ax^2\right)^2\mathrm{d}x = \pi b^2.\left.\frac{x^3}{3}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0} - \pi a^2.\left.\frac{x^5}{5}\right|_{-\frac{b}{a}}^{0} = \frac{2\pi b^5}{15a^3} \text{ (đơn vị thể tích).}$$

$$+\ V_2 = \pi\int_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\sqrt{\frac{y}{a}}\right)^2\mathrm{d}y - \pi\int_{0}^{\frac{b^2}{a}}\left(-\frac{y}{b}\right)^2\mathrm{d}y = \pi\left.\frac{y^2}{2a}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}} - \pi\left.\frac{y^3}{3b^2}\right|_{0}^{\frac{b^2}{a}} = \frac{\pi b^4}{6a^3} \text{ (đơn vị thể tích)}$$

Do vậy $V_1 = V_2 \Leftrightarrow \dfrac{2\pi b^5}{15a^3} = \dfrac{\pi b^4}{6a^3} \Leftrightarrow b = \dfrac{5}{4}$.

Câu 26: **[Mức độ 2]** Vận tốc (tính bằng $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) của một hạt chuyển động theo một đường được xác định bởi công thức $v(t) = t^3 - 8t^2 + 17t - 10$, trong đó t được tính bằng giây.

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1 \le t \le 5$ là bao nhiêu?

A. $\frac{32}{3}$ m. **B.** $\frac{71}{3}$ m. **C.** $\frac{38}{3}$ m. **D.** $\frac{71}{6}$ m.

Lời giải

Tổng quãng đường mà hạt đi được trong khoảng thời gian $1 \le t \le 5$ là

$$\int_1^5 |v(t)|\,\mathrm{d}t = \int_1^5\left|t^3 - 8t^2 + 17t - 10\right|\mathrm{d}t = \int_1^2\left|t^3 - 8t^2 + 17t - 10\right|\mathrm{d}t + \int_2^5\left|t^3 - 8t^2 + 17t - 10\right|\mathrm{d}t$$

$$= \int_1^2\left(t^3 - 8t^2 + 17t - 10\right)\mathrm{d}t + \int_2^5 -\left(t^3 - 8t^2 + 17t - 10\right)\mathrm{d}t$$

$$= \left.\left(\frac{1}{4}t^4 - \frac{8}{3}t^3 + \frac{17}{2}t^2 - 10t\right)\right|_1^2 - \left.\left(\frac{1}{4}t^4 - \frac{8}{3}t^3 + \frac{17}{2}t^2 - 10t\right)\right|_2^5 = \frac{71}{6} \text{ (m).}$$

Câu 27: **[Mức độ 1]** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ và $F(0) = 1$. Tính giá trị của $F(1)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3+1)\mathrm{d}x=x^4+x+C$.

Xét $F(x)=x^4+x+C$ với $F(0)=1$ ta tìm được $C=1$, tức $F(x)=x^4+x+1$.

Vậy $F(1)=3$.

Câu 28: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x-2}$, $f(1)=2020$, $f(3)=2021$. Tính $P=f(4)-f(0)$.

A. $P=4$. **B.** $P=\ln 2$. **C.** $P=\ln 4041$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Ta có $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x-2}\mathrm{d}x=\ln|x-2|+C=\begin{cases}\ln(x-2)+C_1 & khi\ x>2\\ \ln(2-x)+C_2 & khi\ x<2\end{cases}$.

Theo giả thiết: $f(1)=2020$, $f(3)=2021$ $\Rightarrow\begin{cases}\ln 1+C_1=2021\\ \ln 1+C_2=2020\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=2021\\ C_2=2020\end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\ln(x-2)+2021 & \text{khi } x>2\\ \ln(2-x)+2020 & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Do đó $P=f(4)-f(0)=\ln 2+2021-\ln 2-2020=1$.

Câu 29: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;5),\vec{b}=(0;2;-1)$. Nếu $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}$ thì $\vec{c}$ có tọa độ là

A. $(1;0;4)$. **B.** $(1;6;1)$. **C.** $(1;-4;6)$. **D.** $(1;-10;9)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(1;-2;5)$; $4\vec{b}=(0;8;-4)$.

Vậy tọa độ của vectơ $\vec{c}=\vec{a}-4\vec{b}=(1;-10;9)$.

Câu 30: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(3;2;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(5;1;-2)$.

$AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{5^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{30}$.

Câu 31: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(2;-3;4)$, $\vec{v}=(-3;-2;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** $\sqrt{46}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=2.(-3)+(-3).(-2)+4.2=8$.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;6)$, $B(0;2;-1)$, $C(1;4;0)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I(2;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{77}}{77}$. **C.** $\frac{16\sqrt{77}}{77}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-7)$, $\overrightarrow{AC}=(0;4;-6)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(16;-6;-4)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$ là vectơ pháp tuyến của (ABC), vì thế $\vec{n}=(8;-3;-2)$ cũng là vectơ pháp tuyến của (ABC).

Phương trình của mặt phẳng (ABC) là:

$8(x-1)-3y-2(z-6)=0\Leftrightarrow 8x-3y-2z+4=0$.

Gọi r là bán kính của (S), ta có (S) tiếp xúc với $(ABC)\Leftrightarrow r=d\left(I,(ABC)\right)$.

Vậy $r=\frac{|8.(2)-3.(2)-2.(-1)+4|}{\sqrt{8^2+(-3)^2+(-2)^2}}=\frac{16\sqrt{77}}{77}$.

Câu 33: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R=2$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=2$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=4$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=4$.

Lời giải

Dựa vào phương trình của (S) ta thấy tọa độ tâm $I(-1;2;1)$ và $R=2$.

Câu 34: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm B và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=24$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ nên $AB=\sqrt{24}$.

Vì (S) có tâm B và đi qua điểm A nên bán kính của (S) là $R=AB$.

Do đó (S) có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 35: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;4)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $x^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Lời giải

Do (S) có đường kính AB nên nó nhận trung điểm I của AB làm tâm và $\frac{AB}{2}$ làm bán kính.

Ta có:

+ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)\Rightarrow AB=6$.

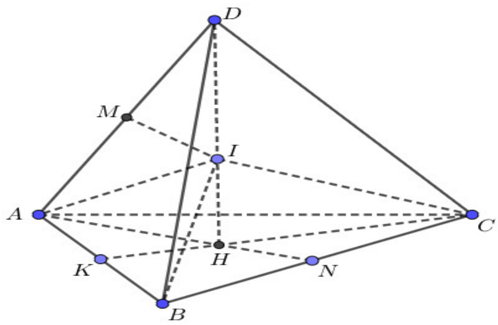
+ $I(0;0;2)$.

Vậy (S) có phương trình là $x^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 36: **[Mức độ 2]** Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$ cạnh a là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên DH là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Mặt phẳng trung trực của cạnh AD cắt DH tại I suy ra ID là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
Gọi M là trung điểm cạnh AD ta có $\Delta DMI \backsim \Delta DHA$

$$\Rightarrow \frac{DM}{DH}=\frac{DI}{DA}.$$

$$\Rightarrow ID=\frac{DA^2}{2DH}=\frac{AD^2}{2.\sqrt{AD^2-AH^2}}=\frac{a^2}{2\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $A.BCD$ là $V=\frac{4}{3}\pi.ID^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 37: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;1;3)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-4)^2+y^2+z^2=14.$ **B.** $(x+4)^2+y^2+z^2=14.$

C. $x^2+(y-4)^2+z^2=14.$ **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=14.$

Lời giải

Gọi $I(a;0;0)$ thuộc trục Ox là tâm của (S).

Ta có: $IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2+2^2+(-1)^2=(2-a)^2+1^2+3^2 \Leftrightarrow a=4.$

Suy ra $I(4;0;0)$ và $IA^2=14$.

Vậy phương trình của (S) là $(x-4)^2+y^2+z^2=14.$

Câu 38: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+3=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$ **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16.$ **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4.$

Lời giải

Ta có $d(I,(P))=\dfrac{|2.1-2.(-2)+3+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{12}{3}=4$.

(S) tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow d(I,(P))$ bằng bán kính của (S).

Vậy phương trình của (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$

Câu 39: **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$ ($a>0$, $b>0$, $c>0$). Diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) khi $V_{A.BCD}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$, $\overrightarrow{AD}=\left(a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{a^2+b^2}\right)$.

$$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix} b & 0 \\ 0 & c\end{vmatrix};\begin{vmatrix} 0 & -a \\ c & -a\end{vmatrix};\begin{vmatrix} -a & b \\ -a & 0\end{vmatrix}\right)=(bc;ac;ab).$$

Vì diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$\Leftrightarrow (ab)^2+(bc)^2+(ac)^2=3$.

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}\left|abc\sqrt{b^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+c^2}+abc\sqrt{a^2+b^2}\right|$

$=\frac{1}{6}\left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki: $(bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2$

$\le[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2](a^2b^2+a^2c^2+a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+b^2c^2)$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 2[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2]^2$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 2.3^2$

$\Leftrightarrow (bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2})^2\le 18$

$\Leftrightarrow \left|bc\sqrt{a^2b^2+a^2c^2}+ac\sqrt{a^2b^2+b^2c^2}+ab\sqrt{a^2c^2+b^2c^2}\right|\le 3\sqrt{2}$

$V_{A.BCD}\le\frac{3\sqrt{2}}{6}$ hay $V_{A.BCD}\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

nên $\max V_{A.BCD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1),\overrightarrow{AD}=\left(\sqrt{2};\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Nên: $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]=\left(\begin{vmatrix}0 & 1\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -1\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & 0\\ \sqrt{2} & \sqrt{2}\end{vmatrix}\right)=\left(-\sqrt{2};2\sqrt{2};-\sqrt{2}\right)$.

Do đó: $S_{\Delta ACD}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{12}=\sqrt{3}$.

Vậy $d(B,(ACD))=\frac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta ACD}}=\frac{3.\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40: **[Mức độ 3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $E(1;1;3);F(0;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T=3a+2b+c$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $I(m;n;p)$ là điểm thỏa mãn: $2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IE}=(1-m;1-n;3-p);\overrightarrow{IF}=(-m;1-n;-p)$.

$$2\overrightarrow{IE}-3\overrightarrow{IF}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}2(1-m)+3m=0\\2(1-n)-3(1-n)=0\\2(3-p)+3p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=1\\p=-6\end{cases}\Rightarrow I(-2;1;-6).$$

Ta có $\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|=\left|2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IE})-3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IF})\right|=\left|\overrightarrow{IM}\right|=MI$.

$\left|2\overrightarrow{ME}-3\overrightarrow{MF}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất, $M\in(P)\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

Khi đó:

$\overrightarrow{MI}=\left(-2-a;1-b;-6-c\right)$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$; $M\in\left(P\right)$

Tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}a-b=-3\\b-c=7\\a+b+c-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=\dfrac{-10}{3}\end{cases}\Rightarrow T=3a+2b+c=6.$

Câu 41: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y-3z+6=0$. **B.** $x-y-3z+5=0$. **C.** $x-y-3z+1=0$. **D.** $2x+y+2z+10=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm AB thì $M\left(2;1;2\right),\overrightarrow{AB}=\left(2;-2;-6\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến, do đó nó có phương trình là

$2\left(x-2\right)-2\left(y-1\right)-6\left(z-2\right)=0\Leftrightarrow x-y-3z+5=0.$

Câu 42: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\left(-1;2;4\right)$ và song song với mặt phẳng $\left(P\right):4x+y-z+5=0$ có phương trình là

A. $4x+y+z-5=0$. **B.** $4x+y+z-2=0$.

C. $4x+y-z=0$. **D.** $4x+y-z+6=0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng $\left(Q\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(4;1;-1\right)$.

Vì $\left(Q\right)//\left(P\right)$ nên $\vec{n}=\left(4;1;-1\right)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$.

Mặt phẳng $\left(Q\right)$ đi qua điểm $A\left(-1;2;4\right)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(4;1;-1\right)$ nên nó có phương trình là $4\left(x+1\right)+1.\left(y-2\right)-1.\left(z-4\right)=0\Leftrightarrow 4x+y-z+6=0$.

Câu 43: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(-4;1;2)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x-3y+z-4=0$ và $(R): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình của (P) là

A. $8x-y+5z+23=0$. **B.** $4x+y-5z+25=0$.
C. $8x+y-5z+41=0$. **D.** $8x-y-5z-43=0$.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(Q)}=(1;-3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (Q).

$\vec{n}_{(R)}=(2;-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của (R).

Vì $(P)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(Q)}$,

$(P)\perp(R)$ nên $\vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(R)}$.

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(Q)},\vec{n}_{(R)}\right]=(-8;-1;5)$ một vectơ pháp tuyến của (P).

(P) đi qua điểm $M(-4;1;2)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(-8;-1;5)$ nên nó có phương trình là

$-8(x+4)-(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow -8x-y+5z-41=0 \Leftrightarrow 8x+y-5z+41=0$.

Câu 44: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $A(1;3;-1)$ có phương trình là

A. $2x+y-2z-7=0$. **B.** $2x+y+2z-7=0$.
C. $2x-y+z+10=0$. **D.** $2x+y-2z+2=0$.

Lời giải

(S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Dễ thấy $A\in(S)$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) tại A nên $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Ta có (P) đi qua $A(1;3;-1)$ nhận $\overrightarrow{IA}=(2;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến nên (P) có phương trình là $2(x-1)+1.(y-3)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-7=0$.

Câu 45: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ và hai điểm $A(1;0;-2), B(-1;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax-by+cz+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=21$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=-21$. **D.** $a+b+c=-7$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;-1;5)$, (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do (Q) qua A,B và vuông góc với (P) nên (Q) nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;14;4)$ làm vectơ pháp tuyến, tức (Q) có phương trình là $3(x-1)+14y+4(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x+14y+4z+5=0$.

$\Rightarrow a=3, b=-14, c=4$.

Vậy $a+b+c=-7$.

Câu 46: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $6x+y-z-6=0$.

C. $x-y+z+6=0$. **D.** $x+y-z-3=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1), \overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$; Vì $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(6;6;-6)$ nên một vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

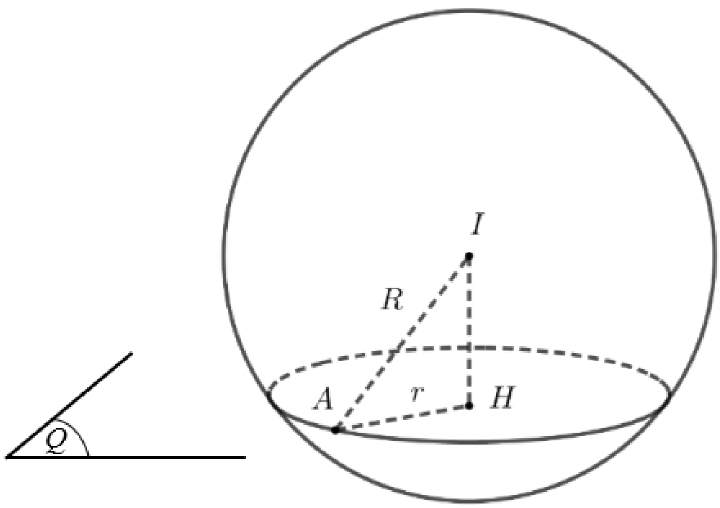
Ta có (ABC) qua $A(0;1;2)$ và nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên (ABC) có phương trình là $1(x-0)+1(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y-z+1=0$.

Câu 47: **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x-2y+z-7=0$. **B.** $2x-2y+z-17=0$.

C. $2x-2y+z+17=0$. **D.** $x-y+2z-7=0$.

Lời giải



Vì $(Q)//(P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x-2y+z+D=0$ $(D\neq 17)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1)$, bán kính $R=5$.

Trên hình vẽ, ta có tam giác ΔIHA vuông tại $H \Rightarrow IH^2+r^2=R^2$

$\Leftrightarrow \left[d(I,(Q))\right]^2+r^2=R^2 \Leftrightarrow d(I,(Q))=\sqrt{R^2-r^2} \Rightarrow d(I,(Q))=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$$\Rightarrow \frac{|2.0-2.2-1+D|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4 \Leftrightarrow |D-5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D-5=12 \\ D-5=-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=17 \\ D=-7 \end{array}\right. \text{ (loại } D=17\text{)}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x-2y+z-7=0$.

Câu 48: **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): y=0$ trùng với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (Oxy). **B.** (Oyz). **C.** (Oxz). **D.** $x-y=0$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): y=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ và đi qua gốc tọa độ nên nó trùng với mặt phẳng (Oxz).

Câu 49: **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$, $M(0;0;3)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **C.** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$

Khi đó: $d(M,(ABC))=\frac{|0+0+3-4|}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}}=\frac{1}{21}$.

Câu 50: **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z=0$ và hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(4;3;-2)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $c>0$. **B.** $a+2b=-6$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{23}{5}$.

Lời giải

Vì $MA=MB$ nên M thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB.

Ta có (Q) đi qua trung điểm $I(3;1;-1)$ của AB và có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ nên (Q) có phương trình là

$2(x-3)+4(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-6=0.$

Vì $M\in(P)$ và $M\in(Q)$ nên M thuộc giao tuyến Δ của (P) và (Q).

(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(0;0;1)$, (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;2;-1)$. Khi đó Δ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]=(-2;1;0)$.

Chọn $N(2;2;0)$ là một điểm chung của (P) và (Q). Δ đi qua N nên có phương trình

$$\begin{cases} x=2-2t \\ y=2+t \quad (t\in\mathbb{R}). \\ z=0 \end{cases}$$

Vì $M \in \Delta$ nên $M = (2-2t;2+t;0)$. Theo định lý cosin trong tam giác MAB, ta có

$$\cos\widehat{AMB} = \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{2MA \cdot MB} = \frac{2MA^2 - AB^2}{2MA^2} = 1 - \frac{AB^2}{2MA^2}.$$

Vì AB không đổi nên từ biểu thức trên ta có $\widehat{AMB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $\cos\widehat{AMB}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MA^2 nhỏ nhất.

Ta có $MA^2 = (2t)^2 + (t+3)^2 = 5t^2 + 6t + 9 = 5\left(t + \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{36}{5} \ge \frac{36}{5}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t = -\frac{3}{5}$, khi đó $M\left(\frac{16}{5};\frac{7}{5};0\right)$.

Vậy $a+b = \frac{23}{5}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 06

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x$. **C.** $4x^3+2x+C$. **D.** x^5+x^3+C.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\sin x$ và $f\left(0\right)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15$. **B.** $f\left(x\right)=3x-5\cos x+5$.

C. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2$. **D.** $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=7^x$ là

A. $\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $x.7^{x-1}+C$. **C.** $7^x.\ln x+C$. **D.** $\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{2x+3}$.

A. $\ln\left|2x+3\right|+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$. **C.** $\frac{1}{x^2+3x}+C$. **D.** $\frac{-2}{\left(2x+3\right)^2}+C$.

Câu 5: Cho $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=5x^4+\frac{1}{x^3}$ thỏa mãn $F\left(1\right)=0$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F\left(x\right)=x^5-\frac{3}{2x^2}+\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(x\right)=x^5-\frac{3}{x^2}+2$.

C. $F\left(x\right)=x^5-\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{2}$. **D.** $F\left(x\right)=x^5+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{2}$.

Câu 6: $\int\left(x^3+1\right)^{10}x^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $10\left(x^3+1\right)^9+C$. **B.** $\frac{1}{33}\left(x^3+1\right)^{11}+C$. **C.** $\frac{1}{11}\left(x^3+1\right)^{11}+C$. **D.** $\frac{1}{10}\left(x^3+1\right)^9+C$.

Câu 7: $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$. **B.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$.

C. $10\sin^9x.\cos x+C$. **D.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Câu 8: Biết $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}$. Tìm $F\left(x\right)$.

A. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-1$. **B.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}-\mathrm{e}$. **C.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}$. **D.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{\tan x}+\mathrm{e}-1$.

Câu 9: $\int\left(x+1\right).\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $x.\mathrm{e}^x+C$. **B.** $\left(x+2\right).\mathrm{e}^x+C$. **C.** $\left(x-1\right).\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\left(\frac{1}{2}x^2+x\right).\mathrm{e}^x+C$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3\ln x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{16}+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4\ln x+\frac{x^4}{16}+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4\ln x-\frac{x^4}{12}+C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4\left(\ln x-\frac{3}{4}\right)+C$.

Câu 11: Biết $\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{3x-1}=\frac{1}{a}\ln\frac{b}{2}$ (với $a,b\in\mathbb{Z}$) thì a^2+b bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 12: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(f(x)+2\sin x\right)\mathrm{d}x$

A. $I=5+\pi$. **B.** $I=5+2\pi$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

Câu 13: Biết $I=\int_0^1\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $I=2$. **B.** $I=\left(x^3+x\right)\Big|_0^1$. **C.** $I=\int_1^2\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x$. **D.** $I=\int_0^1\left(3u^2+1\right)\mathrm{d}u$.

Câu 14: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_{-a}^a f(x)\mathrm{d}x=2\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$ với $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x$.

D. Nếu $f(x)\geq 0$ $\forall x\in[a;b]$ thì $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\geq 0$.

Câu 15: Nếu đổi biến $t=\tan x$ thì tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{e}^{\tan x}.\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $I=\int_0^1 \mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int_0^1 \mathrm{e}^t\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$.

Câu 16: Cho $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 17: Biết $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$

A. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Câu 18: Biết $\int_{-1}^1\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\pi+c\sqrt{3}$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b+c$

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=6$.

Câu 19: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,dx = a\pi - b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $T=a+b$.

A. $T=5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=2$.

Câu 20: Biết $\int_1^2 \ln x.dx = a\ln 2 - b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính tổng $T=a+b$

A. $T=4$. **B.** $T=3$. **C.** $T=6$. **D.** $T=5$.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là

A. $(-2;3;1)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox, khi đó H có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x;y;z)$, $B(x';y';z')$. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là:

A. $\overrightarrow{AB}=(x'+x;y'+y;z'+z)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(x'-x;y'-y;z'-z)$.

C. $\overrightarrow{AB}=(x-x';y-y';z-z')$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\left((x-x')^2;(y-y')^2;(z-z')^2\right)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-1)$ và vectơ $\vec{u}=(3;0;2)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

A. $B(-3;2;-3)$. **B.** $B(3;2;1)$. **C.** $B=(3;4;1)$. **D.** $B=(-3;2;1)$.

Câu 25: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;3)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy.

A. $A'(2;1;-3)$. **B.** $A'(-2;-1;3)$. **C.** $A'(2;0;-3)$. **D.** $A'(-2;0;3)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=(1;0;-2)$ và $\vec{b}=(2;-1;3)$. Tích có hướng của hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vecto có tọa độ là:

A. $(2;7;1)$. **B.** $(-2;7;-1)$. **C.** $(2;-7;1)$. **D.** $(-2;-7;-1)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S)?

A. $R=3$. **B.** $R=6$. **C.** $R=9$. **D.** $R=18$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y-z+3=0$.

A. $R=9$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I\in Ox$ và đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$

A. $(x+3)^2+y^2+z^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x+2)^2+y^2+z^2=16$. **D.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3,\ 2,\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(-1,\ 2,\ 3)$. **C.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ -3)$. **D.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$ là

A. $2x-z+15=0$. **B.** $2x+y+z-3=0$. **C.** $2x-z-3=0$. **D.** $2x-z-5=0$.

Câu 32: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $A(1;1;-1), B(5;2;1)$ là

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Câu 33: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$, $y=x$, $x=-2$, $x=2$ là:

A. $S=9$ (đvdt). **B.** $S=8$ (đvdt). **C.** $S=7$ (đvdt). **D.** $S=6$ (đvdt).

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=x-x^2$ là

A. $S=\frac{10}{3}$ (đvdt). **B.** $S=\frac{9}{8}$ (đvdt). **C.** $S=12$ (đvdt). **D.** $S=6$ (đvdt).

Câu 35: Nếu đặt $t=\cos x$ thì tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^7 x.\mathrm{d}x$ trở thành:

A. $I=\int\limits_1^0\left(1-t^2\right)^3\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\left(t^2-1\right)^3\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_0^1\left(1-t^2\right)^3\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_0^1\left(t^2-1\right)^3\mathrm{d}t$.

Câu 36: Cho $I=\int\limits_0^2\frac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$. Nếu đặt $x=2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $x^2+4=\frac{4}{\cos^2 x}$ **B.** $\mathrm{d}x=2(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t$ **C.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t$ **D.** $I=\int\limits_0^1\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Câu 37: Biết $\int\limits_1^e\left(3x^2+2x\right)\ln x\mathrm{d}x=\frac{a}{b}e^3+\frac{e^2}{c}+\frac{5}{6}; a,b,c\in\mathbb{N}$ và là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Câu 38: Giá trị của $\int\limits_1^e\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$:

A. $\frac{2-e}{e}$. **B.** $\frac{e-2}{e}$. **C.** $1+\frac{2}{e}$. **D.** $\frac{e+1}{e}$.

Câu 39: Biết $\int_0^1\frac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Câu 40: Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x.\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=-c$. **B.** $a+b=c$. **C.** $a+b=3c$. **D.** $a-b=-3c$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$.
B. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$, (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. (P): $y-2z=0$. **B.** (P): $2y+z=0$. **C.** (P): $2y-z=0$. **D.** (P): $y+2z=0$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có phương trình là

A. $(P): 3y+z=0$. **B.** $(P): 3x+y=0$. **C.** $(P): y-3z=0$. **D.** $(P): y+3z=0$.

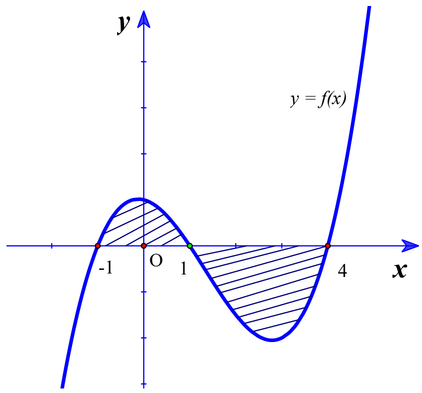
Câu 44: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=\frac{1}{2}(t^4+3t^2)$ với t tính bằng giây, s tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$ (giây).

A. $140\ (m/s)$. **B.** $150\ (m/s)$. **C.** $200\ (m/s)$. **D.** $0\ (m/s)$.

Câu 45: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=3t+2\ (m/s)$. Biết tại thời điểm $t=2$ (giây) thì vật đi được quãng đường là $10m$. Hỏi tại thời điểm $t=30$ (giây) vật đi được quãng đường bao nhiêu?

A. $1410m$. **B.** $1140m$. **C.** $300m$. **D.** $240m$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$ (hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.
B. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{4} f(x)dx$.
C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.
D. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{4} f(x)dx$.

Câu 47: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[-1,2\right]$, thỏa mãn

$f\left(x\right)+2xf\left(x^2-2\right)+3f\left(1-x\right)=4x^3$. Giá trị tích phân $I=\int_{-1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 48: Cho hàm $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(0;+\infty\right)$, thỏa mãn $f\left(\ln x\right)+f\left(1-\ln x\right)=x$. Tính $I=\int_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2\left(e-1\right)}{3}$. **B.** $\dfrac{e}{2}$. **C.** $\dfrac{e+1}{2}$. **D.** $\dfrac{e-1}{2}$.

Câu 49: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+5$ $\left(C\right)$ và hai tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại các tiếp điểm $A\left(1;2\right)$; $B\left(4;5\right)$ là

A. $S=\dfrac{11}{4}$(đvdt). **B.** $S=\dfrac{9}{4}$(đvdt). **C.** $S=\dfrac{15}{4}$(đvdt). **D.** $S=\dfrac{13}{4}$(đvdt).

Câu 50: Cho hàm số $f\left(x\right)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x\right).f'\left(x\right)=2x.\sqrt{f^2\left(x\right)+1}$ và $f\left(0\right)=0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ bằng

A. 20. **B.** $4\sqrt{11}$. **C.** 12. **D.** $3\sqrt{11}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x$. **C.** $4x^3+2x+C$. **D.** x^5+x^3+C.

Lời giải

Ta có $\int(x^4+x^2)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=3x-5\cos x+15$. **B.** $f(x)=3x-5\cos x+5$.

C. $f(x)=3x+5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3-5\sin x\Rightarrow f(x)=\int(3-5\sin x)\,\mathrm{d}x=3x+5\cos x+C$.

Mặt khác $f(0)=10\Rightarrow 3.0+5\cos 0+C=10\Leftrightarrow 5+C=10\Leftrightarrow C=5$.

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$ là

A. $\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $x.7^{x-1}+C$. **C.** $7^x.\ln x+C$. **D.** $\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Lời giải

Ta có $\int 7^x\,\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$.

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+3}$.

A. $\ln|2x+3|+C$. **B.** $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C$. **C.** $\frac{1}{x^2+3x}+C$. **D.** $\frac{-2}{(2x+3)^2}+C$.

Lời giải

C1: Sử dụng công thức nguyên hàm $\int\frac{1}{ax+b}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+C.$

Ta có: $\int f(x)dx=\int\frac{1}{2x+3}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C.$

C2: Sử dụng vi phân: $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{1}{2x+3}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\frac{1}{2x+3}\,\mathrm{d}(2x+3)=\frac{1}{2}\ln|2x+3|+C.$

Câu 5: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4+\frac{1}{x^3}$ thỏa mãn $F(1)=0$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=x^5-\frac{3}{2x^2}+\frac{1}{2}$. **B.** $F(x)=x^5-\frac{3}{x^2}+2$.

C. $F(x)=x^5-\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{2}$. **D.** $F(x)=x^5+\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int\left(5x^4+\frac{1}{x^3}\right)\mathrm{d}x=x^5-\frac{1}{2x^2}+C.$

$F(1)=0\Rightarrow 1^5-\frac{1}{2.1^2}+C=0\Leftrightarrow C=-\frac{1}{2}.$

Vậy $F(x)=x^5-\frac{1}{2x^2}-\frac{1}{2}.$

Câu 6: $\int(x^3+1)^{10}x^2\mathrm{d}x$ bằng

A. $10(x^3+1)^9+C$. **B.** $\frac{1}{33}(x^3+1)^{11}+C$. **C.** $\frac{1}{11}(x^3+1)^{11}+C$. **D.** $\frac{1}{10}(x^3+1)^9+C$.

Lời giải

C1: Xét $I=\int(x^3+1)^{10}x^2\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x^3+1\Rightarrow \mathrm{d}t=3x^2\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{\mathrm{d}t}{3}=x^2\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I=\int t^{10}.\frac{1}{3}\mathrm{d}t=\frac{1}{3}.\frac{t^{11}}{11}+C=\frac{t^{11}}{33}+C.$

Vậy $\int(x^3+1)^{10}x^2\mathrm{d}x=\frac{(x^3+1)^{11}}{33}+C.$

C2: Sử dụng vi phân:

$\int(x^3+1)^{10}x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int(x^3+1)^{10}\mathrm{d}(x^3+1)=\frac{1}{3}.\frac{(x^3+1)^{11}}{11}+C=\frac{(x^3+1)^{11}}{33}+C.$

Câu 7: $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$. **B.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x.\cos x+C$.

C. $10\sin^9x.\cos x+C$. **D.** $\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\sin^{10}x.\cos x\mathrm{d}x=\int\sin^{10}x\mathrm{d}(\sin x)=\frac{1}{11}\sin^{11}x+C$.

Câu 8: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=\mathrm{e}^{\tan x}-1$. **B.** $F(x)=\mathrm{e}^{\tan x}-\mathrm{e}$. **C.** $F(x)=\mathrm{e}^{\tan x}$. **D.** $F(x)=\mathrm{e}^{\tan x}+\mathrm{e}-1$.

Lời giải

Cách 1:

Theo đề bài ta có: $F(x)=\int\frac{\mathrm{e}^{\tan x}}{\cos^2x}\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^{\tan x}\mathrm{d}(\tan x)=\mathrm{e}^{\tan x}+C$.

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\mathrm{e}\Leftrightarrow\mathrm{e}^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=\mathrm{e}\Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F(x)=e^{\tan x}$.

Cách 2:

Đặt $t=\tan x \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

Khi đó $F(x)$ trở thành $\int e^t\mathrm{d}t=e^t+C$

$\Rightarrow F(x)=e^{\tan x}+C$.

$F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=e \Leftrightarrow e^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=e \Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F(x)=e^{\tan x}$.

Cách 3:

$F(x)=\int\dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\int\left(e^{\tan x}\right)'\mathrm{d}x=e^{\tan x}+C$.

$F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=e \Leftrightarrow e^{\tan\frac{\pi}{4}}+C=e \Leftrightarrow C=0$.

Vậy $F(x)=e^{\tan x}$.

Câu 9: **[Mức độ 2]** $\int(x+1).e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $x.e^x+C$. **B.** $(x+2).e^x+C$. **C.** $(x-1).e^x+C$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2}x^2+x\right).e^x+C$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=e^x.\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}u=\mathrm{d}x\\ v=e^x\end{cases}$.

Ta có: $\int(x+1).e^x\mathrm{d}x=(x+1).e^x-\int e^x\mathrm{d}x=(x+1).e^x-e^x+C=x.e^x+C$.

Cách 2. (thầy Hòa)

$\int(x+1).e^x\mathrm{d}x=\int\left(x.e^x+e^x\right)\mathrm{d}x=\int\left(x.e^x\right)'\mathrm{d}x=x.e^x+C$.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3\ln x$ là

A. $\dfrac{1}{4}x^4\ln x-\dfrac{x^4}{16}+C$. **B.** $\dfrac{1}{4}x^4\ln x+\dfrac{x^4}{16}+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}x^4\ln x-\dfrac{x^4}{12}+C$. **D.** $\dfrac{1}{4}x^4\left(\ln x-\dfrac{3}{4}\right)+C$.

Lời giải

Xét $I=\int x^3\ln x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = \dfrac{x^4}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow I = \dfrac{x^4}{4}.\ln x - \int \dfrac{x^3}{4}dx = \dfrac{x^4}{4}.\ln x - \dfrac{x^4}{16} + C$.

Câu 11: Biết $\int_1^2 \dfrac{dx}{3x-1} = \dfrac{1}{a}\ln\dfrac{b}{2}$ (với $a,b \in \mathbb{Z}$) thì a^2+b bằng

A. 8. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 \dfrac{dx}{3x-1} = \dfrac{1}{3}\ln|3x-1|\Big|_1^2 = \dfrac{1}{3}\ln 5 - \dfrac{1}{3}\ln 2 = \dfrac{1}{3}\ln\dfrac{5}{2} \Rightarrow a = 3; b = 5$.

Vậy $a^2 + b = 3^2 + 5 = 14$.

Câu 12: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(f(x) + 2\sin x\right)dx$

A. $I = 5 + \pi$. **B.** $I = 5 + 2\pi$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 7$.

Lời giải

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(f(x) + 2\sin x\right)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 + 2 = 7$.

Câu 13: Biết $I = \int_0^1 \left(3x^2+1\right)dx$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $I = 2$. **B.** $I = \left(x^3 + x\right)\Big|_0^1$. **C.** $I = \int_1^2 \left(3x^2+1\right)dx$. **D.** $I = \int_0^1 \left(3u^2+1\right)du$.

Lời giải

Ta có:

$I = \int_0^1 \left(3x^2+1\right)dx = \left(3.\dfrac{x^3}{3} + x\right)\Big|_0^1 = \left(x^3+x\right)\Big|_0^1 = \left(1^3+1\right) - 0 = 2$

Suy ra, đáp án **A, B** là những khẳng định **đúng**.

Mặt khác, tích phân của hàm số f từ a đến b có thể kí hiệu bởi $\int_a^b f(x)dx$ hay $\int_a^b f(u)du$. Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào f và vào các cận $a;b$ mà không phụ thuộc vào biến số x hay u.

Do đó, đáp án **D** là một khẳng định **đúng**.

Vậy khẳng định **sai** ở bài này là đáp án **C**, suy ra chọn đáp án **C.**

Câu 14: Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx$.

B. $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) + F(a)$ với $F(x) = \int f(x)\,\mathrm{d}x$.

D. Nếu $f(x) \ge 0 \ \ \forall x \in [a;b]$ thì $\int\limits_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x \ge 0$.

Lời giải

Nếu $f(x) = 0 \ \ \forall x \in [a;b]$ thì $\int\limits_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{a}^{b} 0\,\mathrm{d}x = C\Big|_a^b = 0$

Nếu $f(x) \ge 0$ (dấu bằng xảy ra tại một vài điểm), gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.

Ta có: $F'(x) = f(x) \ge 0$ trên đoạn $[a;b]$ nên $F(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$

Mặt khác $a < b \Rightarrow F(a) < F(b)$

$$\Rightarrow \int\limits_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a) > 0$$

Vậy $\int\limits_{a}^{b} f(x)\,\mathrm{d}x \ge 0$.

Câu 15: Nếu đổi biến $t = \tan x$ thì tích phân $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{e}^{\tan x}.\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ trở thành

A. $I = \int\limits_{0}^{1} \mathrm{e}^{t}\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I = \int\limits_{0}^{1} \mathrm{e}^{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I = -\int\limits_{0}^{1} \mathrm{e}^{t}\mathrm{d}t$. **D.** $I = -\int\limits_{0}^{1} \mathrm{e}^{t}\left(1+t^2\right)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Đặt $t = \tan x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

$x = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $I = \int\limits_{0}^{1} \mathrm{e}^{t}\mathrm{d}t$.

Câu 16: Cho $\int\limits_{0}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int\limits_{0}^{2} f(3x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Đặt $t = 3x \Rightarrow \mathrm{d}t = 3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow t = 0$ và $x = 2 \Rightarrow t = 6$.

Do đó $I=\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x=\int_0^6 f(t)\frac{\mathrm{d}t}{3}=\frac{1}{3}\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Vậy $I=\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{12}{3}=4$.

Câu 17: Biết $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$

A. $S=73$. **B.** $S=71$. **C.** $S=65$. **D.** $S=68$.

Lời giải

$I=\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=3\Rightarrow t=2$

Khi đó: $I=\int_1^2 \frac{t^2-1}{t}.2t\mathrm{d}t=2\int_1^2\left(t^2-1\right)\mathrm{d}t=2\left(\frac{t^3}{3}-t\right)\Big|_1^2=\frac{8}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=8\\ b=3\end{cases}\Rightarrow S=73.$

Câu 18: Biết $\int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\pi+c\sqrt{3}$, với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b+c$

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Đặt $x=2\sin t\ \Rightarrow \mathrm{d}x=2\cos t\,\mathrm{d}t$

Đổi cận:

$x=-1\Rightarrow t=\frac{-\pi}{6}$

$x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$

$\int_{-1}^1\sqrt{4-x^2}dx=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}\,2\cos t\,dt$

$=\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}4\left|\cos t\right|\cos t\,dt$

$=4\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 t\,dt$ (vì $t\in\left[\frac{-\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right]$ nên $\cos t>0$ nên $\left|\cos t\right|=\cos t$)

$=2\int_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\left(1+\cos 2x\right)dx$

$=2\left(x+\dfrac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg|_{\frac{-\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\dfrac{2}{3}\pi+\sqrt{3}$.

Suy ra $a=2,b=3,c=1$, $T=a+b+c=2+3+1=6.$

Câu 19: Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x=a\pi-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính $T=a+b$.

A. $T=5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=2$.

Lời giải

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\mathrm{d}(\sin x)=(2x+1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x$

$=\left[(2x+1)\sin x+2\cos x\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-1$

Suy ra $a=1,b=1$. Vậy $T=2$.

Câu 20: Biết $\int\limits_1^2 \ln x.\mathrm{d}x=a\ln 2-b$, với $a,b\in\mathbb{N}$. Tính tổng $T=a+b$

A. $T=4$. **B.** $T=3$. **C.** $T=6$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$

Ta có:

$\int\limits_1^2 \ln x.\mathrm{d}x=x\ln x\Big|_1^2-\int\limits_1^2 x.\dfrac{1}{x}.\mathrm{d}x=2\ln 2-\int\limits_1^2\mathrm{d}x=2\ln 2-x\Big|_1^2=2\ln 2-1$

Theo giả thiết $\int\limits_1^2 \ln x.\mathrm{d}x=a\ln 2-b$

Do đó $a=2;\ b=1$. Vậy $T=2+1=3$.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là

A. $(-2;3;1)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Do $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ nên vectơ $\vec{a}$ có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox, khi đó H có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Do H là hình chiếu vuông góc của $M(1;2;3)$ trên trục Ox nên $H(1;0;0)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x;y;z)$, $B(x';y';z')$. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là:

A. $\overrightarrow{AB}=\left(x'+x;y'+y;z'+z\right)$.

B. $\overrightarrow{AB}=\left(x'-x;y'-y;z'-z\right)$.

C. $\overrightarrow{AB}=\left(x-x';y-y';z-z'\right)$.

D. $\overrightarrow{AB}=\left(\left(x-x'\right)^2;\left(y-y'\right)^2;\left(z-z'\right)^2\right)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(x'-x;y'-y;z'-z\right)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;2;-1\right)$ và vecto $\vec{u}=\left(3;0;2\right)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

A. $B\left(-3;2;-3\right)$.

B. $B\left(3;2;1\right)$.

C. $B=\left(3;4;1\right)$.

D. $B=\left(-3;2;1\right)$.

Lời giải

Gọi $B\left(x;y;z\right)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AB}=\left(x;y-2;z+1\right)$.

$$\overrightarrow{AB}=\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y-2=0\\z+1=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\\z=1\end{cases}.$$

Vậy $B=\left(3;2;1\right)$.

Câu 25: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(-2;1;3\right)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy.

A. $A'\left(2;1;-3\right)$.

B. $A'\left(-2;-1;3\right)$.

C. $A'\left(2;0;-3\right)$.

D. $A'\left(-2;0;3\right)$.

Lời giải

Ta có tọa độ điểm A' đối xứng với A qua Oy là $A'\left(2;1;-3\right)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=\left(1;0;-2\right)$ và $\vec{b}=\left(2;-1;3\right)$. Tích có hướng của hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một vecto có tọa độ là:

A. $\left(2;7;1\right)$.

B. $\left(-2;7;-1\right)$.

C. $\left(2;-7;1\right)$.

D. $\left(-2;-7;-1\right)$.

Lời giải

Ta có $\left[\vec{a};\vec{b}\right]=\left(-2;-7;-1\right)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=9$. Xác định bán kính R của mặt cầu $\left(S\right)$?

A. $R=3$.

B. $R=6$.

C. $R=9$.

D. $R=18$.

Lời giải

Với mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=9$.

$\Rightarrow R^2=9\Rightarrow R=3$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+3=0$.

A. $R=9$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Bán kính của mặt cầu là: $R=d(I,(P)) = \dfrac{|2.2-2.1+1+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}} = 2$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I \in Ox$ và đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$

A. $(x+3)^2+y^2+z^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x+2)^2+y^2+z^2=16$. **D.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

Lời giải

Do tâm I thuộc trục Ox nên tọa độ của I có dạng $(a;\ 0;\ 0)$.

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(1;2;0)$, $B(-3;4;2)$ nên:

$IA^2 = IB^2$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+4=(a+3)^2+16+4$

$\Leftrightarrow a^2-2a+5=a^2+6a+29$

$\Leftrightarrow a=-3$.

Ta được $I(-3;0;0)$.

Mặt cầu đi qua điểm A nên bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{(-3-1)^2+4}=\sqrt{20}$.

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x+3)^2+y^2+z^2=20$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3,\ 2,\ 1)$. **B.** $\vec{n}=(-1,\ 2,\ 3)$. **C.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ -3)$. **D.** $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1,\ 2,\ 3)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(2;0;-1), B(1;-2;3), C(0;1;2)$ là

A. $2x-z+15=0$. **B.** $2x+y+z-3=0$.

C. $2x-z-3=0$. **D.** $2x-z-5=0$.

Lời giải

$\overrightarrow{AC}=(-2;1;3)$

$\overrightarrow{AB}=(-1;-2;4)$

suy ra $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]=(10;5;5)$

Ta có

$$mp(ABC)\begin{cases} qua\,C(0;1;2) \\ VTPT\,\vec{n}=(2;1;1) \end{cases}$$

$$(ABC):2x+(y-1)+(z-2)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x+y+z-3=0.$$

Câu 32: **[Mức độ 2]** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $A(1;1;-1),B(5;2;1)$ là

A. $6x+3y-27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $8x+2y+4z+27=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Khi đó (P) qua $I\left(3;\frac{3}{2};0\right)$ là trung điểm của AB và có 1 VTPT $\overrightarrow{AB}=(4;1;2)$.

Vậy $(P):8x+2y+4z-27=0$.

Câu 33: **[Mức độ 2]** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$, $y=x$, $x=-2$, $x=2$ là:

A. $S=9$ (đvdt). **B.** $S=8$ (đvdt). **C.** $S=7$ (đvdt). **D.** $S=6$ (đvdt).

Lời giải

Cách 1: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x=x \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right..$$

Khi đó $S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|dx+\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\left|\int_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx\right|+\left|\int_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx\right|$

$$=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{-2}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Big|_{0}^{2}\right|=\left|0-\left(\frac{16}{4}-8\right)\right|+\left|\left(\frac{16}{4}-8\right)-0\right|=8\text{ (đvdt)}.$$

Cách 2: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-3x=x \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right..$$

Xét dấu biểu thức $f(x)=x^3-4x$ ta được:

x	-2		0		2
x^3-4x	0	+	0	−	0

Khi đó $S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|dx+\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=\int_{-2}^{0}\left(x^3-4x\right)dx-\int_{0}^{2}\left(x^3-4x\right)dx$

$$=\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0}-\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\Bigg|_{0}^{2}=0-\left(\frac{16}{4}-8\right)-\left(\frac{16}{4}-8\right)+0=8\text{ (đvdt).}$$

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=x-x^2$ là

A. $S=\frac{10}{3}$ (đvdt). **B.** $S=\frac{9}{8}$ (đvdt). **C.** $S=12$ (đvdt). **D.** $S=6$ (đvdt).

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-2x=x-x^2 \Leftrightarrow 2x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\int_0^{\frac{3}{2}}\left|2x^2-3x\right|\mathrm{d}x=-\int_0^{\frac{3}{2}}\left(2x^2-3x\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right)\Bigg|_0^{\frac{3}{2}}=\frac{9}{8}$ (đvdt).

Câu 35: **[Mức độ 2]** Nếu đặt $t=\cos x$ thì tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^7 x.\mathrm{d}x$ trở thành:

A. $I=\int_1^0\left(1-t^2\right)^3\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\left(t^2-1\right)^3\mathrm{d}t$.

C. $I=\int_0^1\left(1-t^2\right)^3\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int_0^1\left(t^2-1\right)^3\mathrm{d}t$.

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^7 x.\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\cos^2 x\right)^3\sin x.\mathrm{d}x$

Đặt $t=\cos x$ suy ra $\mathrm{d}t=-\sin x.\mathrm{d}x$

Đổi cận

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	1	0

Vậy $I=\int_1^0\left(1-t^2\right)^3(-\mathrm{d}t)=\int_0^1\left(1-t^2\right)^3\mathrm{d}t$

Câu 36: **[Mức độ 1]** Cho $I=\int_0^2\frac{\mathrm{d}x}{x^2+4}$. Nếu đặt $x=2\tan t$ thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $x^2+4=\frac{4}{\cos^2 x}$ **B.** $\mathrm{d}x=2(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t$ **C.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t$ **D.** $I=\int_0^1\frac{1}{2}\mathrm{d}t$

Lời giải

Đặt $x=2\tan t,\ t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$; $\mathrm{d}x=2(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t$

Đổi cận

x	0	2
t	0	$\frac{\pi}{4}$

$$I=\int_0^2\frac{\mathrm{d}x}{x^2+4}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t}{4\tan^2 t+4}=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t$$

Mà $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t\neq\int_0^1\frac{1}{2}\mathrm{d}t$ (bấm máy)

Suy ra **chọn D**

Cách xử lý thường gặp của học sinh khi gặp tình huống này là:

Học sinh có thể dùng máy tính bấm kết quả của I, sau đó bấm đáp án C và D thì cũng chọn được đáp án **D.**

Câu 37: **[Mức độ 2]** Biết $\int_1^e\left(3x^2+2x\right)\ln x\mathrm{d}x=\frac{a}{b}e^3+\frac{e^2}{c}+\frac{5}{6};a,b,c\in\mathbb{N}$ và là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=8$. **D.** $S=7$.

Lời giải

Áp dụng công thức tích phân từng phần: $\int_a^b u\mathrm{d}v=uv\Big|_a^b-\int_a^b v\mathrm{d}u$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=3x^2+2x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=x^3+x^2\end{cases}$

$$\Rightarrow\int_1^e\left(3x^2+2x\right)\ln x\mathrm{d}x=\left(x^3+x^2\right)\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\left(x^3+x^2\right).\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\left(x^3+x^2\right)\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\left(x^2+x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(x^3+x^2\right)\ln x\Big|_1^e-\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^e=e^3+e^2-\left(\frac{e^3}{3}+\frac{e^2}{2}\right)+\frac{5}{6}=\frac{2}{3}e^3+\frac{e^2}{2}+\frac{5}{6}.$$

$$\Rightarrow a=2;b=3;c=2\Rightarrow S=a+b+c=7.$$

Câu 38: **[Mức độ 2]** Giá trị của $\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$:

A. $\frac{2-e}{e}$. **B.** $\frac{e-2}{e}$. **C.** $1+\frac{2}{e}$. **D.** $\frac{e+1}{e}$.

Lời giải

Với $I=\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$. Sử dụng phương pháp tích phân từng phần ta có

Đặt $\begin{cases} \ln x = u \Rightarrow \dfrac{dx}{x} = du \\ \dfrac{dx}{x^2} = dv \Rightarrow \dfrac{-1}{x} = v \end{cases}$ Khi đó $I = \dfrac{-\ln x}{x}\Big|_1^e + \int\limits_1^e \dfrac{1}{x^2}dx = \dfrac{-1}{e} + \dfrac{-1}{x}\Big|_1^e = \dfrac{-2}{e} + 1 = \dfrac{e-2}{e}$.

Câu 39: Biết $\int_0^1 \dfrac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \dfrac{a}{b}$ với $a,b \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a+b$.

A. $S = 10$. **B.** $S = 9$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 7$.

Lời giải

Cách 1: Bấm máy tính $\int_0^1 \dfrac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \dfrac{1}{8}$. Do đó $a = 1, b = 8 \Rightarrow S = 1+8 = 9$.

Cách 2: Đặt $x^2 + 4 = u \Rightarrow 2xdx = du \Rightarrow xdx = \dfrac{du}{2}$

Đổi cận:

x	0	1
u	4	5

$\int_0^1 \dfrac{5x}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \dfrac{5}{2}\int_4^5 \dfrac{du}{u^2} = -\dfrac{5}{2}.\dfrac{1}{u}\Big|_4^5 = \dfrac{1}{8}$. Do đó $a = 1, b = 8 \Rightarrow S = 1+8 = 9$.

Câu 40: Cho $\int\limits_{16}^{55} \dfrac{dx}{x.\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = -c$. **B.** $a + b = c$. **C.** $a + b = 3c$. **D.** $a - b = -3c$.

Lời giải

Đặt $u = \sqrt{x+9} \Rightarrow u^2 = x + 9 \Rightarrow 2udu = dx$.

Đổi cận

x	16	55
u	5	8

Ta có $\int\limits_{16}^{55} \dfrac{dx}{x.\sqrt{x+9}} = \int\limits_5^8 \dfrac{2udu}{\left(u^2-9\right)u} = 2\int\limits_5^8 \dfrac{du}{u^2-9} = 2\int\limits_5^8 \left(\dfrac{1}{6(u-3)} - \dfrac{1}{6(u+3)}\right)du = \dfrac{1}{3}\int\limits_5^8 \left(\dfrac{1}{u-3} - \dfrac{1}{u+3}\right)du$

$= \dfrac{1}{3}\left(\ln|u-3| - \ln|u+3|\right)\Big|_5^8 = \dfrac{1}{3}\left(\ln 5 - \ln 11 - \ln 2 + \ln 8\right) = \dfrac{2}{3}\ln 2 + \dfrac{1}{3}\ln 5 - \dfrac{1}{3}\ln 11$.

Do đó $a = \dfrac{2}{3}, b = \dfrac{1}{3}, c = -\dfrac{1}{3}$, ta thấy $a - b = -c$ nên đáp án A thỏa mãn.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Gọi mặt cầu (S) cần tìm có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R.

Vì mặt cầu đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$; $N(2;-1;-1)$; $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} I\in(\alpha) \\ IM=IN \\ IM=IP \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b-c+2=0 \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a-2)^2+(b+1)^2+(c+1)^2 \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a+2)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3b-c+2=0 \\ -8b-8c+16=0 \\ -8a-8b+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \end{cases}.$$

Khi đó $R=IM=\sqrt{(2-2)^2+(-1-3)^2+(3-3)^2}=4$.

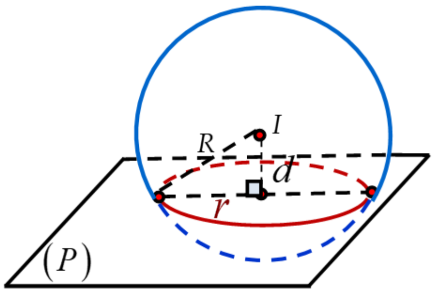
Vậy phương trình mặt cầu (S) là:

$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4^2 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$, (P) là mặt phẳng chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $r=3$. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. (P): $y-2z=0$. **B.** (P): $2y+z=0$. **C.** (P): $2y-z=0$. **D.** (P): $y+2z=0$.

Lời giải



Vì (P) là mặt phẳng chứa trục Ox nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $By+Cz=0$ với $(B^2+C^2\neq 0)$.

Mặt khác mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$.

Vậy tâm $I(1;-2;-1)$ bán kính $R=3$.

Vì $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{3^3-3^2}=0$ nên mặt phẳng (P) là mặt phẳng đi qua tâm $I(1;-2;-1)$.

Suy ra $-2B-C=0 \Leftrightarrow C=-2B$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $By-2Bz=0 \Leftrightarrow y-2z=0$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có phương trình là

A. $(P): 3y+z=0$. **B.** $(P): 3x+y=0$. **C.** $(P): y-3z=0$. **D.** $(P): y+3z=0$.

Lời giải

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $I(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có VTPT là $\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{OI}\right]=(0;-1;-3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-2)-1(y+3)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow y+3z=0$.

Câu 44: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s=\frac{1}{2}(t^4+3t^2)$ với t tính bằng giây, s tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$ (giây).

A. $140\ (m/s)$. **B.** $150\ (m/s)$. **C.** $200\ (m/s)$. **D.** $0\ (m/s)$.

Lời giải

Phương trình vận tốc của chuyển động là: $v(t)=s'(t)=2t^3+3t$.

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm $t=4$ (giây) là: $v(4)=2.4^3+3.4=140\ (m/s)$.

Câu 45: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là $v(t)=3t+2\ (m/s)$. Biết tại thời điểm $t=2$ (giây) thì vật đi được quãng đường là $10m$. Hỏi tại thời điểm $t=30$ (giây) vật đi được quãng đường bao nhiêu?

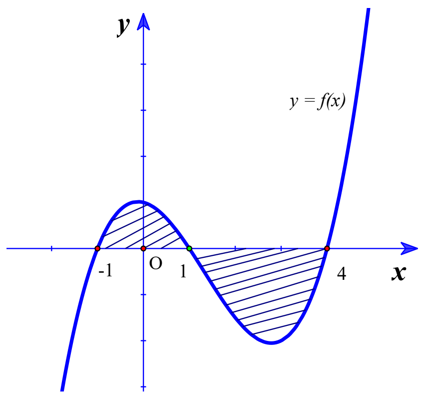
A. $1410m$. **B.** $1140m$. **C.** $300m$. **D.** $240m$.

Lời giải

Ta có quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=2$ tới $t=30$ là:

$$S=\int_2^{30}(3t+2)dt=S(30)-S(2) \Leftrightarrow S(30)-S(2)=1400 \Leftrightarrow S(30)=1400+S(2)=1410m.$$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$ (hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$, $x=4$ là $S=\int\limits_{-1}^{4}|f(x)|\mathrm{d}x$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy trên $[-1;1]$ thì $f(x)\ge 0$ và trên $[1;4]$ thì $f(x)\le 0$. Do đó: $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1,2]$, thỏa mãn $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$. Giá trị tích phân $I=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $f(x)+2xf(x^2-2)+3f(1-x)=4x^3$.

$\Rightarrow\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{2}2x.f(x^2-2)\mathrm{d}x+3\int\limits_{-1}^{2}f(1-x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}4x^3\mathrm{d}x=15\ (*)$.

Đặt $u=x^2-2\Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$; với $x=-1\Rightarrow u=-1; x=2\Rightarrow u=2$.

Khi đó $\int\limits_{-1}^{2}2x.f(x^2-2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}f(u)\mathrm{d}u=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x\ \ (1)$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$; với $x=-1\Rightarrow t=2; x=2\Rightarrow t=-1$.

Khi đó $\int\limits_{-1}^{2}f(1-x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x\ \ (2)$.

Thay $(1),(2)$ vào $(*)$ ta được: $5\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=15\Rightarrow\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=3$.

Câu 48: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$, thỏa mãn $f(\ln x)+f(1-\ln x)=x$. Tính $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2(e-1)}{3}$. **B.** $\dfrac{e}{2}$. **C.** $\dfrac{e+1}{2}$. **D.** $\dfrac{e-1}{2}$.

Lời giải

Với $x\in(0;+\infty)$ thì $f(\ln x)+f(1-\ln x)=x\Leftrightarrow\dfrac{f(\ln x)+f(1-\ln x)}{x}=1$.

Đặt $x=\ln t$. Suy ra $\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=1$, $x=1\Rightarrow t=e$.

Khi đó $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{f(\ln t)}{t}\mathrm{d}t\ \ (1)$.

Đặt $x = 1 - \ln t$. Suy ra $\mathrm{d}x = -\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = e$, $x = 1 \Rightarrow t = 1$.

Do đó $I = -\int_e^1 \dfrac{f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t = \int_1^e \dfrac{f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t \ (2)$.

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được $2I = \int_1^e \dfrac{f(\ln t)+f(1-\ln t)}{t}\mathrm{d}t = \int_1^e \mathrm{d}t = e-1$.

Suy ra $I = \dfrac{e-1}{2}$.

Câu 49: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 5\ (C)$ và hai tiếp tuyến của (C) tại các tiếp điểm $A(1;2)$; $B(4;5)$ là

A. $S = \dfrac{11}{4}$(đvdt). **B.** $S = \dfrac{9}{4}$(đvdt). **C.** $S = \dfrac{15}{4}$(đvdt). **D.** $S = \dfrac{13}{4}$(đvdt).

Lời giải

Ta có $y = x^2 - 4x + 5$. TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 2x - 4 \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = -2 \\ f'(4) = 4 \end{cases}$.

Phương trình tiếp tuyến với (C)tại điểm $A(1;2)$ là

$y - y_A = f'(x_A)(x - x_A) \Leftrightarrow y = -2(x-1)+2 \Leftrightarrow y = -2x+4\ (d)$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $B(4;5)$ là

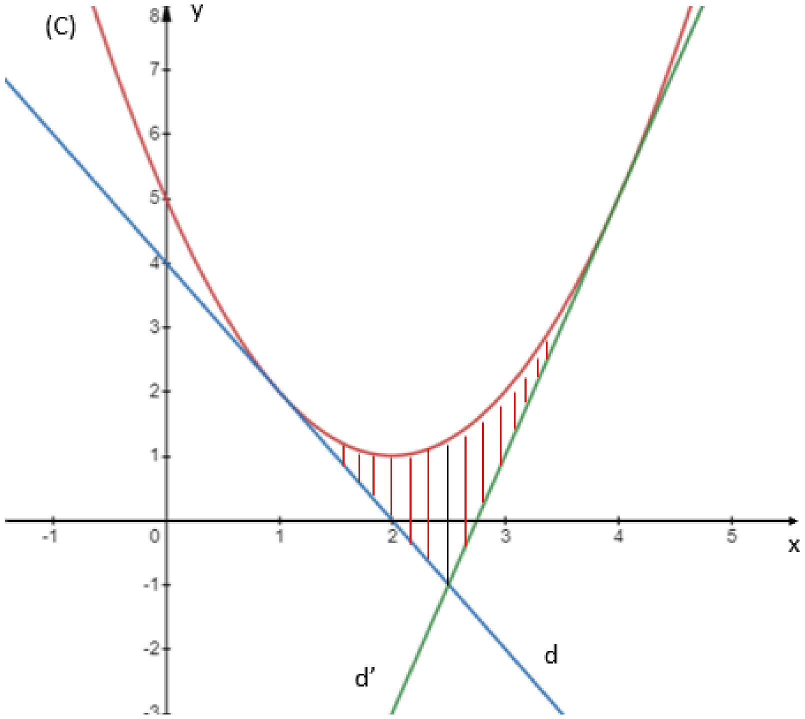
$y - y_B = f'(x_B)(x - x_B) \Leftrightarrow y = 4(x-4)+5 \Leftrightarrow y = 4x-11\ (d')$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường tiếp tuyến là $-2x+4 = 4x-11 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 5\ (C)$ và hai tiếp tuyến của (C) tại các tiếp điểm $A(1;2)$;$B(4;5)$ là

$$S = \int_1^{\frac{5}{2}} \left|(x^2-4x+5)-(-2x+4)\right|\mathrm{d}x + \int_{\frac{5}{2}}^4 \left|(x^2-4x+5)-(4x-11)\right|\mathrm{d}x.$$

$$S = \int_1^{\frac{5}{2}} \left|(x-1)^2\right|\mathrm{d}x + \int_{\frac{5}{2}}^4 \left|x^2-8x+16\right|\mathrm{d}x = \int_1^{\frac{5}{2}} (x-1)^2\mathrm{d}x + \int_{\frac{5}{2}}^4 (x-4)^2\,\mathrm{d}x = \frac{9}{8}+\frac{9}{8} = \frac{9}{4}.$$



Câu 50: Cho hàm số $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x).f'(x)=2x.\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. 20. **B.** $4\sqrt{11}$. **C.** 12. **D.** $3\sqrt{11}$.

Lời giải

Ta có $f(x).f'(x)=2x.\sqrt{f^2(x)+1}\Leftrightarrow \dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)+1}}=2x$.

$\Leftrightarrow\left[\sqrt{f^2(x)+1}\right]'=2x\Rightarrow\sqrt{f^2(x)+1}=\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$ (*).

Thay $x=0$ vào (*) ta được $\sqrt{f^2(0)+1}=0+C\Leftrightarrow C=1$.

Từ (*) suy ra $\sqrt{f^2(x)+1}=x^2+1\Leftrightarrow f^2(x)=x^4+2x^2$.

Vì $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x^4+2x^2}$ trên đoạn $[1;3]$ ta có

$f'(x)=\dfrac{2x^3+2x}{\sqrt{x^4+2x^2}}>0,\forall x\in[1;3]$.

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[1;3]$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=3\sqrt{11}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 07

Câu 1: Giá trị của $\int_0^2 2e^{2x}dx$ là

A. $3e^4-1$. **B.** $4e^4$. **C.** e^4-1. **D.** e^4.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-6$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-12$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(2)=-7$. Giá trị của $F(4)$ là

A. $\int_2^4 \left[-7+f(t)\right]\mathrm{d}t$. **B.** $-7+\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t$. **C.** $-7+f'(4)$. **D.** $f'(4)$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là 1 nguyên hàm của $f(x)=\cos^2 x$ và $F(\pi)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}+\frac{3\pi}{8}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{4}+\frac{3\pi}{8}$.

Câu 5: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_5^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-2}^5\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

Câu 6: Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x.\cos 4x\mathrm{d}x=a+b\sqrt{3}$, trong đó a,b là các hằng số hữu tỉ. Tính $e^a+\log_2|b|$.

A. -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 0.

Câu 7: Giả sử rằng $\int_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2}dx=a\ln\frac{2}{3}+b$. Khi đó, giá trị của $a+2b$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 50. **D.** 40.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0)=6$, $\int_0^1(2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -3. **B.** -9. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\ln 2}\left(x+\frac{1}{2e^x+1}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln^a 2+b\ln 2+c\ln\frac{5}{3}$. Trong đó a,b,c là những số nguyên. Khi đó $S=a+b-c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\tan x\right)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f\left(x\right)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$.

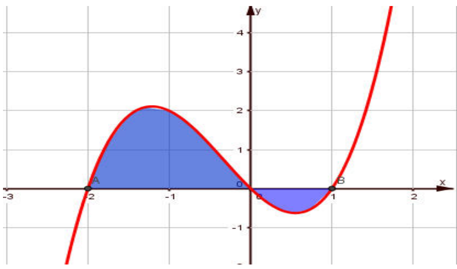
Tính tích phân $I=\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b f(x)dx.$ **B.** $S=\int_a^b f(x)dx.$ **C.** $S=\int_a^b f^2(x)dx.$ **D.** $S=\int_a^b f^2(x)dx.$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S=\int_{-2}^{0} f(x)dx+\int_0^1 f(x)dx$ **B.** $S=\int_{-2}^{1} f(x)dx$

C. $S=\int_0^{-2} f(x)dx+\int_0^1 f(x)dx$ **D.** $S=\int_{-2}^{0} f(x)dx-\int_0^1 f(x)dx$

Câu 13: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=3$ là

A. 19 **B.** 18 **C.** 20 **D.** 21

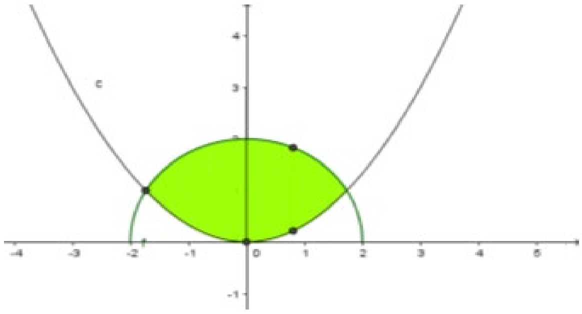
Câu 14: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=4$ là

A. 4 **B.** $\frac{14}{5}$ **C.** $\frac{13}{3}$ **D.** $\frac{14}{3}$

Câu 15: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=8$ là

A. $\frac{45}{2}$ **B.** $\frac{45}{4}$ **C.** $\frac{45}{7}$ **D.** $\frac{45}{8}$

Câu 16: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=\frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục *Ox*. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $V=\dfrac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ B. $V=\dfrac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ C. $V=\dfrac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ D. $V=\dfrac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Câu 17: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-6x^2+9x,\ y=0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\dfrac{729\pi}{35}$ B. $\dfrac{27\pi}{4}$ C. $\dfrac{256608\pi}{35}$ D. $\dfrac{7776\pi}{5}$

Câu 18: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2+x-2,\ y=x+2$ và hai đường thẳng $x=-2;\ x=3$. Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{87}{5}$ B. $\dfrac{87}{4}$ C. 13 D. 87

Câu 19: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\left|x^2-1\right|,\ y=|x|+5$. Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{71}{3}$ B. $\dfrac{73}{3}$ C. $\dfrac{70}{3}$ D. $\dfrac{74}{3}$

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^2;\ y=\dfrac{1}{27}x^2;\ y=\dfrac{27}{x}$ bằng

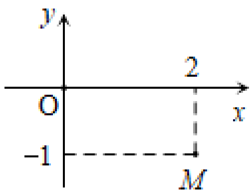
A. $27\ln 2$ B. $27\ln 3$ C. $28\ln 3$ D. $29\ln 3$

Câu 21: Cho số phức $z=a+bi$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Mọi số phức z đều là một số thực. B. Số phức z tồn tại khi $ab\neq 0$.

C. Phần ảo của số phức là bi. D. z là số thực khi $b=0$.

Câu 22: Số phức z được biểu diễn bởi điểm M (ở hình vẽ dưới), mô-đun của z bằng



A. $|z|=1$. B. $|z|=\sqrt{5}$. C. $|z|=\sqrt{3}$. D. $|z|=-2$.

Câu 23: Cho hai hàm số $f(x);g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$. B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x, k\in\mathbb{R}$.

C. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. D. $\int\dfrac{f(x)}{g(x)}\mathrm{d}x=\dfrac{\int f(x)\mathrm{d}x}{\int g(x)\mathrm{d}x}, g(x)\neq 0$.

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x(1+3x^3)$ là

A. $x^2\left(1+\frac{3}{2}x^2\right)+C$. **B.** $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$. **C.** $2x\left(x+\frac{3}{4}x^4\right)+C$. **D.** $x^2\left(x+\frac{3}{4}x^3\right)+C$.

Câu 25: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y=\cot x$.

A. $-\ln|\sin x|+C$. **B.** $\ln|\cos x|+C$. **C.** $\ln|\sin x|+C$. **D.** $-\ln|\cos x|+C$.

Câu 26: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là:

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 27: Cho hàm số $F(x)=\int x\sqrt{x^2+1}dx$. Biết $F(0)=\frac{4}{3}$. Tính giá trị của $F\left(2\sqrt{2}\right)$

A. 3 **B.** $\frac{85}{4}$ **C.** 19 **D.** 10

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=e^{-x},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-1)e^x+C$. **B.** $(x-2)e^x+e^x+C$. **C.** $(x+1)e^x+C$. **D.** $(x+2)e^{2x}+e^x+C$.

Câu 29: Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $4x^2+y^2+z^2-4x-4y-4=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+14=0$.

C. $2x^2+2y^2+2z^2-x-y+4z+2=0$. **D.** $(x-1)^2-(y-2)^2-(z-3)^2=9$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$,có tất cả bao nhiêu giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+3m^2-5=0$ là phương trình của một mặt cầu?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4;-2;-4)$. **B.** $(-4;2;4)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(-2;-2;4)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là:

A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;1;0)$. **D.** $M(2;0;1)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P(5;9;-3)$. **B.** $P(2;6;-1)$. **C.** $P(5;9;-10)$. **D.** $P(7;9;-10)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(1;5;2)$. **B.** $G(1;0;5)$. **C.** $G(1;4;2)$. **D.** $G(3;12;6)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2;8;-3)$. **B.** $D(-2;2;5)$. **C.** $D(-4;8;-5)$. **D.** $D(-4;8;-3)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(3;4;-6)$. **B.** $A'(4;6;-5)$. **C.** $A'(2;0;2)$. **D.** $A'(3;5;-6)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A. $\dfrac{AM}{BM}=2$. **B.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{AM}{BM}=3$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ A' của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $A'(-3;-3;3)$. **B.** $A'(-3;-3;-3)$. **C.** $A'(-3;3;1)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;0;1)$, $B'(2;1;2)$, $D'(1;-1;1)$, $C(4;5;-5)$. Gọi tọa độ của đỉnh $A'(a;b;c)$. Khi đó $2a+b+c$ bằng?

A. 7. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-2)$, $B(2;2;-4)$. Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB. Tính $T=a^2+b^2+c^2$.

A. $T=6$ **B.** $T=14$ **C.** $T=8$ **D.** $T=2$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2;2;6), B(-3;1;8), C(-1;0;7), D(1;2;3)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH\perp(ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2

A. $I(0;-1;-5)$. **B.** $I(1;0;5)$ **C.** $I(0;1;5)$. **D.** $I(0;1;3)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;4), B(-1;4;-4)$ và điểm $C(0;a;b)$ thỏa mãn tam giác ABC cân tại C và có diện tích nhỏ nhất. Tính $S=2a+3b$.

A. $S=\dfrac{62}{25}$. **B.** $S=\dfrac{73}{25}$. **C.** $S=\dfrac{239}{10}$. **D.** $S=\dfrac{29}{5}$.

Câu 43: Cách viết nào sau đây biểu diễn cho phương trình mặt phẳng?

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\begin{cases}3x+y-z+1=0\\ x-y-z+1=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$. D. $x - y + z - 1 = 0$.

Câu 44: Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $x - 2z + 1 = 0$ là?

A. $\vec{n} = (1;0;1)$. B. $\vec{n} = (1;-2;1)$. C. $\vec{n} = (-1;0;2)$. D. $\vec{n} = (0;-2;1)$.

Câu 45: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;1;-2)$, song song với $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là

A. $x - 2y + 2z - 5 = 0$. B. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

C. $x + 2y - 2z + 2 = 0$. D. $x - 2y + 2z = 0$.

Câu 46: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(2;1;1)$, có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-2;1;-1)$ là

A. $-2x + y - z + 4 = 0$. B. $-2x + y - z + 1 = 0$.

C. $-2x + y - z - 4 = 0$. D. $2x + y - z - 4 = 0$.

Câu 47: Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;1)$, vuông góc với trục Oy có phương trình

A. $y + 1 = 0$. B. $x + y + 1 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x + 1 = 0$.

Câu 48: Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;1)$, vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

A. $2x - y + z - 4 = 0$. B. $z - 1 = 0$. C. $x - y + z - 3 = 0$. D. $x + z - 1 = 0$

Câu 49: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (α) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $7x - 2y - 4z = 0$. B. $7x - 2y - 4z + 3 = 0$.

C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $14x - 4y - 8z - 1 = 0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với giá của véc tơ $\vec{v} = (1;6;2)$, vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$ và tiếp xúc với (S).

A. $\left[\begin{array}{l} 2x - y + 2z - 3 = 0 \\ 2x - y + 2z + 21 = 0 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ 2x - y + 2z - 23 = 0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} 2x - y + z + 3 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} 2x - y + z + 13 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{array}\right.$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Giá trị của $\int_0^2 2e^{2x}dx$ là

A. $3e^4-1$. **B.** $4e^4$. **C.** e^4-1. **D.** e^4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^2 2e^{2x}dx=\int_0^2 e^{2x}d(2x)=\left(e^{2x}\right)\Big|_0^2=e^4-e^0=e^4-1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-6$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_0^9=F(9)-F(0)=9\Leftrightarrow F(9)=12$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(2)=-7$. Giá trị của $F(4)$ là

A. $\int_2^4\left[-7+f(t)\right]\mathrm{d}t$. **B.** $-7+\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t$. **C.** $-7+f'(4)$. **D.** $f'(4)$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tích phân ta có $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_2^4=F(4)-F(2)$.

Suy ra $F(4)=\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x+F(2)=-7+\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là 1 nguyên hàm của $f(x)=\cos^2 x$ và $F(\pi)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}+\frac{3\pi}{8}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{4}+\frac{3\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1+\cos 2x}{2}\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+C=F(x)$.

Theo giả thiết $F(\pi)=1$ nên $\frac{\pi}{2}+C=1\Rightarrow C=1-\frac{\pi}{2}$.

Vậy $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{2}+1-\frac{\pi}{2}=\frac{5}{4}-\frac{3\pi}{8}$.

Câu 5: Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 8$ và $\int_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_{-2}^{5}\left[f(x) - 4g(x) - 1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = -11$. **B.** $I = 13$. **C.** $I = 27$. **D.** $I = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \int_{-2}^{5}\left[f(x) - 4g(x) - 1\right]\mathrm{d}x = \int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x + 4\int_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x - x\Big|_{-2}^{5} = 8 + 4.3 - (5+2) = 13$.

Câu 6: Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} \cos 2x.\cos 4x\mathrm{d}x = a + b\sqrt{3}$, trong đó a, b là các hằng số hữu tỉ. Tính $e^{a} + \log_2 |b|$.

A. -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} \cos 2x \cos 4x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (\cos 6x + \cos 2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{0} = -\frac{1}{8}\sqrt{3}$.

Do đó ta có $a = 0, b = -\frac{1}{8}$. Vậy $e^{a} + \log_2 |b| = e^{0} + \log_2 \frac{1}{8} = -2$.

Câu 7: Giả sử rằng $\int_{-1}^{0} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2}dx = a\ln\frac{2}{3} + b$. Khi đó, giá trị của $a + 2b$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 50. **D.** 40.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I = \int_{-1}^{0} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2}dx = \int_{-1}^{0}\left(3x + 11 + \frac{21}{x - 2}\right)dx$

$\Rightarrow I = \left[\frac{3x^2}{2} + 11x + 21.\ln|x - 2|\right]\Big|_{-1}^{0} = 21.\ln 2 + \frac{19}{2} - 21.\ln 3$

$\Rightarrow I = 21\ln\frac{2}{3} + \frac{19}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 21 \\ b = \frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 40$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 6$, $\int_{0}^{1} (2x - 2).f'(x)\mathrm{d}x = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -3. **B.** -9. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $6=\int\limits_0^1 (2x-2).f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 (2x-2)\mathrm{d}\left[f(x)\right]=\left[(2x-2)f(x)\right]\Big|_0^1-2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 6=2f(0)-2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2f(0)-6}{2}=3$.

Câu 9: Biết rằng $\int\limits_0^{\ln 2}\left(x+\dfrac{1}{2e^x+1}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln^a 2+b\ln 2+c\ln\dfrac{5}{3}$. Trong đó a,b,c là những số nguyên.

Khi đó $S=a+b-c$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_0^{\ln 2}\left(x+\dfrac{1}{2e^x+1}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\ln 2} x\mathrm{d}x+\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{1}{2e^x+1}\mathrm{d}x$.

Tính $\int\limits_0^{\ln 2} x\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\Big|_0^{\ln 2}=\dfrac{\ln^2 2}{2}$

Tính $\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{1}{2e^x+1}\mathrm{d}x$

Đặt $t=2e^x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2e^x\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{t-1}$. Đổi cận: $x=\ln 2\Rightarrow t=5, x=0\Rightarrow t=3$.

$\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{1}{2e^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_3^5\dfrac{\mathrm{d}t}{t(t-1)}=\int\limits_3^5\left(\dfrac{1}{t-1}-\dfrac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\left(\ln|t-1|-\ln|t|\right)\Big|_3^5=\ln 4-\ln 5-\ln 2+\ln 3=\ln 2-\ln\dfrac{5}{3}$.

$\int\limits_0^{\ln 2}\left(x+\dfrac{1}{2e^x+1}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln^2 2+\ln 2-\ln\dfrac{5}{3}\Rightarrow a=2,b=1,c=-1$

Vậy $a+b-c=4$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^1\dfrac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$.

Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$.

Đặt $t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}t}{1+t^2}=\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$.

$x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t=1$.

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{f(\mathrm{t})}{1+t^2}\mathrm{d}t = 4.$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x = 4.$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x + \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{f(x)}{1+x^2}\left(1+x^2\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 4+2 = 6.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

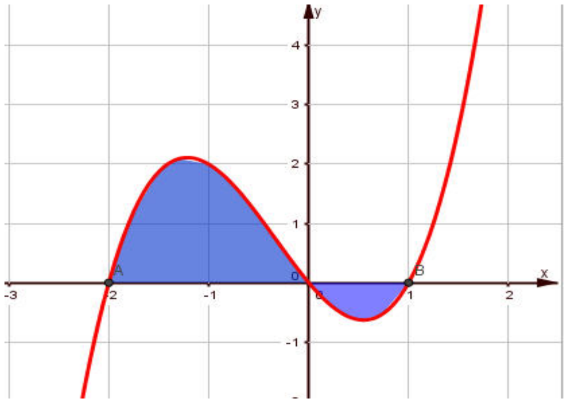
A. $S = \int_a^b f(x)dx.$ **B.** $S = \int_a^b f(x)dx.$ **C.** $S = \int_a^b f^2(x)dx.$ **D.** $S = \int_a^b f^2(x)dx.$

Lời giải

Chọn A

Theo công thức **(SGK cơ bản)** ta có $S = \int_a^b f(x)dx.$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$ **B.** $S = \int_{-2}^{1} f(x)dx$

C. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$ **D.** $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa ta có $S = \int_{-2}^{0} f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Câu 13: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

A. 19 **B.** 18 **C.** 20 **D.** 21

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^3 \ge 0$ trên đoạn $[1;3]$ nên $S = \int_1^3 |x^3| dx = \int_1^3 x^3 dx = \left. \frac{x^4}{4} \right|_1^3 = 20$

Câu 14: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

A. 4 **B.** $\frac{14}{5}$ **C.** $\frac{13}{3}$ **D.** $\frac{14}{3}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{x} \ge 0$ trên đoạn $[1;4]$ nên $S = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \left. \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right|_1^4 = \frac{14}{3}$

Câu 15: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 8$ là

A. $\frac{45}{2}$ **B.** $\frac{45}{4}$ **C.** $\frac{45}{7}$ **D.** $\frac{45}{8}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[3]{x} \ge 0$ trên đoạn $[1;8]$ nên $S = \int_1^8 |\sqrt[3]{x}| dx = \int_1^8 \sqrt[3]{x} dx = \left. \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \right|_1^8 = \frac{45}{4}$

Câu 16: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục *Ox*. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ **B.** $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ **C.** $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ **D.** $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của hai đường $y=\sqrt{4-x^2}$ và $y=\frac{1}{3}x^2$ là các điểm $A(-\sqrt{3};1)$ và $B(\sqrt{3};1)$

. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V=\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\pi.(4-x^2)dx-\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\pi.\frac{1}{9}x^4dx=\pi.\frac{28\sqrt{3}}{5}$.

Câu 17: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-6x^2+9x$, $y=0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{729\pi}{35}$ **B.** $\frac{27\pi}{4}$ **C.** $\frac{256608\pi}{35}$ **D.** $\frac{7776\pi}{5}$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm của đường $y=x^3-6x^2+9x$ với $y=0$ là các điểm $C(0;0)$ và $A(3;0)$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V=\int_0^3\pi.\left(x^3-6x^2+9x\right)^2dx=\pi.\frac{729}{35}$.

Câu 18: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2+x-2$, $y=x+2$ và hai đường thẳng $x=-2$; $x=3$. Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{87}{5}$ **B.** $\frac{87}{4}$ **C.** 13 **D.** 87

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $(x^2+x-2)-(x+2)=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm 2$

Suy ra $S=\int_{-2}^{2}\left|x^2-4\right|dx+\int_{2}^{3}\left|x^2-4\right|dx=13$

Câu 19: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=\left|x^2-1\right|$, $y=|x|+5$. Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{71}{3}$ **B.** $\frac{73}{3}$ **C.** $\frac{70}{3}$ **D.** $\frac{74}{3}$

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\left|x^2-1\right|=|x|+5$ có nghiệm $x=-3$, $x=3$

Suy ra $S=\int_{-3}^{3}\left|\left(\left|x^2-1\right|-\left(|x|+5\right)\right)\right|dx=2\int_0^3\left|\left|x^2-1\right|-\left(x+5\right)\right|dx$

Bảng xét dấu x^2-1 trên đoạn $[0;3]$

x	0		1		3
x^2-1		-	0	+	

Vậy $S=2\left|\int_0^1\left(-x^2-x-4\right)dx+\int_1^3\left(x^2-x-6\right)dx\right|=\frac{73}{3}$

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = \frac{1}{27}x^2$; $y = \frac{27}{x}$ bằng

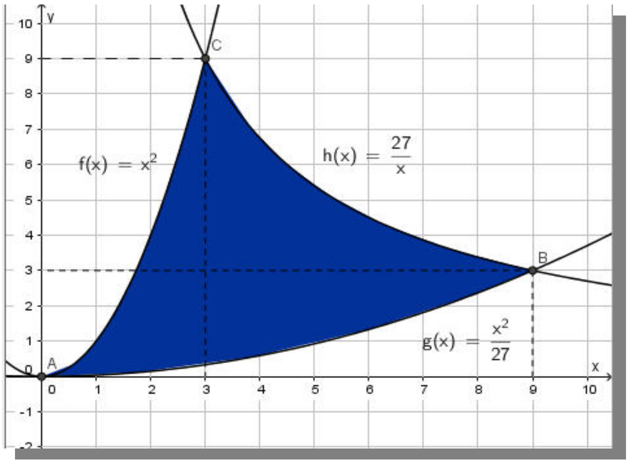
A. $27\ln 2$ **B.** $27\ln 3$ **C.** $28\ln 3$ **D.** $29\ln 3$

Lời giải

Chọn B

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2 - \frac{x^2}{27} = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $x^2 - \frac{27}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 3$; $\frac{x^2}{27} - \frac{27}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 9$



Suy ra: $S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27}\right)dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27}\right)dx = 27\ln 3$

Câu 21: Cho số phức $z = a + bi$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Mọi số phức z đều là một số thực. **B.** Số phức z tồn tại khi $ab \neq 0$.

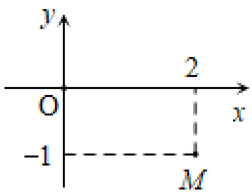
C. Phần ảo của số phức là bi. **D.** z là số thực khi $b = 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa số phức (chú ý – SGK).

Câu 22: Số phức z được biểu diễn bởi điểm M (ở hình vẽ dưới), mô-đun của z bằng



A. $|z| = 1$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{3}$. **D.** $|z| = -2$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(2;-1)$ biểu diễn số phức $z = 2 - i$.

Mô–đun của số phức z : $|z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 23: Cho hai hàm số $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x, k \in \mathbb{R}$.

C. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int \frac{f(x)}{g(x)}\mathrm{d}x=\frac{\int f(x)\mathrm{d}x}{\int g(x)\mathrm{d}x}, g(x)\neq 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào tính chất nguyên hàm.

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x\left(1+3x^3\right)$ là

A. $x^2\left(1+\frac{3}{2}x^2\right)+C$. **B.** $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$. **C.** $2x\left(x+\frac{3}{4}x^4\right)+C$. **D.** $x^2\left(x+\frac{3}{4}x^3\right)+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int 2x\left(1+3x^3\right)\mathrm{d}x=\int\left(2x+6x^4\right)\mathrm{d}x=x^2+\frac{6x^5}{5}+C=x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$.

Câu 25: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y=\cot x$.

A. $-\ln|\sin x|+C$. **B.** $\ln|\cos x|+C$. **C.** $\ln|\sin x|+C$. **D.** $-\ln|\cos x|+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \cot x\mathrm{d}x=\int\frac{\cos x}{\sin x}\mathrm{d}x=\int\frac{\mathrm{d}(\sin x)}{\sin x}=\ln|\sin x|+C$

Câu 26: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là:

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases}u=1+\ln x\\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=2x^2\end{cases}$

Khi đó: $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2(1+\ln x)-\int 2x\mathrm{d}x=2x^2(1+\ln x)-x^2+C=2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 27: Cho hàm số $F(x)=\int x\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$. Biết $F(0)=\frac{4}{3}$. Tính giá trị của $F\left(2\sqrt{2}\right)$

A. 3 **B.** $\frac{85}{4}$ **C.** 19 **D.** 10

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t^2=x^2+1\Rightarrow t\mathrm{d}t=x\mathrm{d}x$

Do đó $F(x)=\int t^2\mathrm{d}t=\frac{t^3}{3}+C=\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}{3}+C$

Mà $F(0)=\frac{4}{3}\Rightarrow\frac{1}{3}+C=\frac{4}{3}\Rightarrow C=1$

Vậy $F\left(2\sqrt{2}\right)=10$.

Câu 28: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f\left(x\right)+f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{-x},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(0\right)=2$. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)\mathrm{e}^{2x}$ là

A. $\left(x-1\right)\mathrm{e}^{x}+C$. **B.** $\left(x-2\right)\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{x}+C$. **C.** $\left(x+1\right)\mathrm{e}^{x}+C$. **D.** $\left(x+2\right)\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)+f'\left(x\right)=e^{-x}\Leftrightarrow \mathrm{e}^{x}f\left(x\right)+\mathrm{e}^{x}f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x}\Leftrightarrow\left[\mathrm{e}^{x}f\left(x\right)\right]'=1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $\mathrm{e}^{x}f\left(x\right)=x+C$.

Lại có $f\left(0\right)=2\Leftrightarrow \mathrm{e}^{0}f\left(0\right)=0+C\Leftrightarrow C=2.$

Suy ra $\mathrm{e}^{x}f\left(x\right)=x+2\Rightarrow f\left(x\right)\mathrm{e}^{2x}=\left(x+2\right)\mathrm{e}^{x}$.

Vậy $\int f\left(x\right)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\int\left(x+2\right)\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x=I$.

Đặt $\begin{cases}x+2=u\\ \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x=\mathrm{d}v\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=e^{x}\end{cases}\Rightarrow I=\left(x+2\right)e^{x}-e^{x}+C=\left(x+1\right)e^{x}+C$.

Câu 29: Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $4x^2+y^2+z^2-4x-4y-4=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+14=0$.

C. $2x^2+2y^2+2z^2-x-y+4z+2=0$. **D.** $\left(x-1\right)^2-\left(y-2\right)^2-\left(z-3\right)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho tương đương với $x^2+y^2+z^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+2z+1=0$.

$\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2+\left(z+1\right)^2=\frac{1}{8}$.

Đây là phương trình mặt cầu có tâm $I\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};-1\right)$, bán kính $R=\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$,có tất cả bao nhiêu giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2\left(m+2\right)x-2\left(m-1\right)z+3m^2-5=0$ là phương trình của một mặt cầu?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho là phương trình cảu một mặt cầu khi và chỉ khi

$\left(m+2\right)^2+\left(m-1\right)^2-3m^2+5>0\Leftrightarrow m^2-2m-10>0\Leftrightarrow 1-\sqrt{11}<m<1+\sqrt{11}$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;0\right)$ và $B\left(-3;0;4\right)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(4;-2;-4)$. **B.** $(-4;2;4)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(-2;-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là:

A. $M(0;2;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $M(2;1;0)$. **D.** $M(2;0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$ nên tọa độ điểm M là $M(0;2;1)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P(5;9;-3)$. **B.** $P(2;6;-1)$. **C.** $P(5;9;-10)$. **D.** $P(7;9;-10)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)\Rightarrow M(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)\Rightarrow N(3;7;-4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

$$\begin{cases} x_P=2x_N-x_M=5 \\ y_P=2y_N-y_M=9 \\ z_P=2z_N-z_M=-10 \end{cases} \Rightarrow P(5;9;-10)$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(1;5;2)$. **B.** $G(1;0;5)$. **C.** $G(1;4;2)$. **D.** $G(3;12;6)$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức tọa độ trọng tâm ta có $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{1+2+0}{3}=1 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{3+0+9}{3}=4 \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{5+1+0}{3}=2 \end{cases} \Rightarrow G(1;4;2)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2;8;-3)$. **B.** $D(-2;2;5)$. **C.** $D(-4;8;-5)$. **D.** $D(-4;8;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow(x_D-1;y_D-2;z_D+1)=(-5;6;-2)\Leftrightarrow\begin{cases}x_D-1=-5\\y_D-2=6\\z_D+1=-2\end{cases}\Rightarrow D(-4;8;-3)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(3;4;-6)$. **B.** $A'(4;6;-5)$. **C.** $A'(2;0;2)$. **D.** $A'(3;5;-6)$.

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'}=(3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'}=(2;5;-7)$.

Suy ra $A'(3;5;-6)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A. $\dfrac{AM}{BM}=2$. **B.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{AM}{BM}=3$.

Lời giải

Chọn B

$M\in(Oxz)\ \Rightarrow M(x\,;0\,;z)$.

$\overrightarrow{AB}=(7\,;3\,;1)\ \Rightarrow AB=\sqrt{59}$.

$\overrightarrow{AM}=(x+2\,;-3\,;z-1)$ và.

A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}\quad(k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}x+2=7k\\-3=3k\\z-1=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-9\\-1=k\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(-9\,;0\,;0)$.

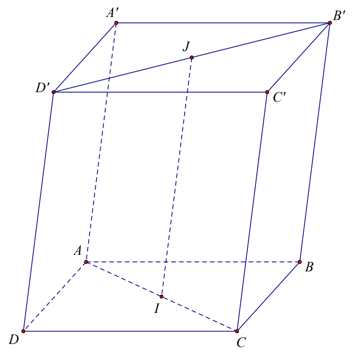
$\overrightarrow{BM}=(-14\,;-6\,;-2)\ \Rightarrow BM=\sqrt{118}=2.AB$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ A' của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $A'(-3;-3;3)$. **B.** $A'(-3;-3;-3)$. **C.** $A'(-3;3;1)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $A'(x;y;z)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AC và $B'D'$.

$\Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};2;\dfrac{1}{2}\right)$ và $J\left(\dfrac{1}{2};3;\dfrac{5}{2}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (x+3;y-2;z-1)$

$\overrightarrow{IJ} = (0;1;2)$

Ta có: Tứ giác $AIJA'$ là hình bình hành

Suy ra: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ y-2=1 \\ z-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \\ z=3 \end{cases}$.

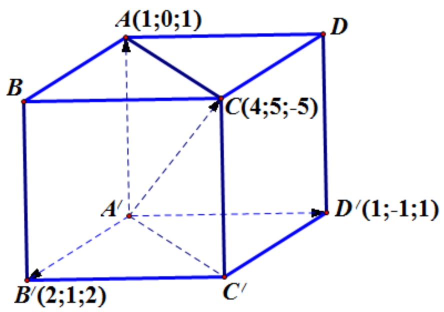
Vậy $A'(-3;3;3)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1;0;1)$, $B'(2;1;2)$, $D'(1;-1;1)$, $C(4;5;-5)$. Gọi tọa độ của đỉnh $A'(a;b;c)$. Khi đó $2a+b+c$ bằng?

A. 7. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có.

$$\begin{cases} \overrightarrow{A'D'} = (1-a;-1-b;1-c) \\ \overrightarrow{A'B'} = (2-a;1-b;2-c) \\ \overrightarrow{A'A} = (1-a;-b;1-c) \\ \overrightarrow{A'C} = (4-a;5-b;-5-c) \end{cases}.$$

Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

$\Leftrightarrow (4-a;5-b;-5-c)=(4-3a;2-3b;3-3c)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=4-3a \\ 5-b=2-4b \\ -5-c=3-3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-1 \\ c=4 \end{cases}$.

Vậy $2a+b+c=3$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-2)$, $B(2;2;-4)$. Giả sử $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB. Tính $T=a^2+b^2+c^2$.

A. $T=6$ **B.** $T=14$ **C.** $T=8$ **D.** $T=2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;2;-2)$, $\overrightarrow{OB}=(2;2;-4)$. (OAB) có phương trình: $x+y+z=0$

$I\in(OAB)\Rightarrow a+b+c=0$.

$\overrightarrow{AI}=(a;b-2;c+2)$, $\overrightarrow{BI}=(a-2;b-2;c+4)$, $\overrightarrow{OI}=(a;b;c)$.

Ta có hệ $\begin{cases} AI=BI \\ AI=OI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+(c+2)^2=(a-2)^2+(c+4)^2 \\ (b-2)^2+(c+2)^2=b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-c=4 \\ -b+c=-2 \end{cases}$

Ta có hệ $\begin{cases} a-c=4 \\ -b+c=-2 \\ a+b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-c=4 \\ -b+c=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ c=-2 \end{cases}$.

Vậy $I(2;0;-2)\Rightarrow T=a^2+b^2+c^2=8$

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2;2;6), B(-3;1;8), C(-1;0;7), D(1;2;3)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH\perp(ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1,S_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2

A. $I(0;-1;-5)$. **B.** $I(1;0;5)$ **C.** $I(0;1;5)$. **D.** $I(0;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;2), \overrightarrow{AC}=(1;-2;1)\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overrightarrow{DC}=(-2;-2;4), \overrightarrow{AB}=(-1;-1;2)\Rightarrow \overrightarrow{DC}=2.\overrightarrow{AB} \Rightarrow ABCD$ là hình thang và

$S_{ABCD}=3S_{ABC}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$

Vì $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}\Rightarrow SH=3\sqrt{3}$

Lại có H là trung điểm của $CD\Rightarrow H(0;1;5)$

Gọi $S(a;b;c)\Rightarrow \overrightarrow{SH}=(-a;1-b;5-c)\Rightarrow \overrightarrow{SH}=k\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=k(3;3;3)=(3k;3k;3k)$

Suy ra $3\sqrt{3}=\sqrt{9k^2+9k^2+9k^2}\Rightarrow k=\pm 1$

+) Với $k=1 \Rightarrow \overrightarrow{SH}=(3;3;3) \Rightarrow S(-3;-2;2)$

+) Với $k=-1 \Rightarrow \overrightarrow{SH}=(-3;-3;-3) \Rightarrow S(3;4;8)$

Suy ra $I(0;1;5)$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;4), B(-1;4;-4)$ và điểm $C(0;a;b)$ thỏa mãn tam giác ABC cân tại C và có diện tích nhỏ nhất. Tính $S=2a+3b$.

A. $S=\frac{62}{25}$. **B.** $S=\frac{73}{25}$. **C.** $S=\frac{239}{10}$. **D.** $S=\frac{29}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-4;6;-8), \overrightarrow{AC}=(-3;a+2;b-4)$.

Điều kiện để A,B,C là ba đỉnh của tam giác là: $\left[\begin{array}{l}\frac{a+2}{6} \neq \frac{-3}{-4} \\ \frac{b-4}{-8} \neq \frac{-3}{-4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a \neq \frac{5}{2} \\ b \neq -2\end{array}\right.$.

Gọi I là trung điểm của AB ta có: $I(1;1;0)$

Tam giác ABC cân tại C nên $CI \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{CI}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow 1.(-4)+(1-a).6+(-b).(-8)=0$

$\Leftrightarrow -6a+8b+2=0 \Leftrightarrow 3a-4b-1=0 \Rightarrow b=\frac{3a-1}{4}(1)$.

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.CI.AB$ .Do đó diện tích tam giác ABC nhỏ nhất khi CI nhỏ nhất.

Khi đó: $CI=\sqrt{1+(1-a)^2+(0-b)^2}=\sqrt{2+a^2-2a+b^2}\,(2)$.

Thay (1) vào (2) ta có:

$$CI=\sqrt{2+a^2-2a+\left(\frac{3a-1}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{25a^2-38a+33}{16}}=\frac{1}{4}\sqrt{\left(5a-\frac{19}{5}\right)^2+\frac{464}{25}} \geq \frac{4\sqrt{29}}{20}.$$

Vậy CI nhỏ nhất khi $a=\frac{19}{25} \Rightarrow b=\frac{8}{25} \Rightarrow S=2a+3b=\frac{62}{25}$.

Câu 43: Cách viết nào sau đây biểu diễn cho phương trình mặt phẳng?

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{6}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\begin{cases}3x+y-z+1=0 \\ x-y-z+1=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+2t \\ y=2-t \\ z=5+t\end{cases}$. **D.** $x-y+z-1=0$

Lời giải

Chọn D

Câu 44: Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $x-2z+1=0$ là?

A. $\vec{n}=(1;0;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(0;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 45: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;1;-2)$, song song với $(\alpha): x-2y+2z-1=0$ là

A. $x-2y+2z-5=0$. **B.** $x-2y+2z-1=0$.

C. $x+2y-2z+2=0$. **D.** $x-2y+2z=0$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có phương trình mặt phẳng ở dạng: $x-2y+2z+C=0 (C\neq -1)$.
- $A(1;1;-2)$ thuộc mặt phẳng khi $1-2.1+2(-2)+C=0 \Leftrightarrow C=-5$ (thỏa mãn).
- Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm: $x-2y+2z-5=0$.

Câu 46: Phương trình mặt phẳng đi qua $A(2;1;1)$, có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;1;-1)$ là

A. $-2x+y-z+4=0$. **B.** $-2x+y-z+1=0$.

C. $-2x+y-z-4=0$. **D.** $2x+y-z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

- Phương trình mặt phẳng $-2(x-2)+1(y-1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow -2x+y-z+4=0$.

Câu 47: Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;1)$, vuông góc với trục Oy có phương trình

A. $y+1=0$. **B.** $x+y+1=0$. **C.** $x+y+z+1=0$. **D.** $x+1=0$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có phương trình mặt phẳng qua $M(1;-1;1)$ và véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ là $y+1=0$.

Câu 48: Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;1)$, vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=2+t \end{cases}$

A. $2x-y+z-4=0$. **B.** $z-1=0$. **C.** $x-y+z-3=0$. **D.** $x+z-1=0$

Lời giải

Chọn A

- Ta có phương trình mặt phẳng qua $M(1;-1;1)$ và véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;1)$ là $2(x-1)-1(y+1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-4=0$.

Câu 49: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$,cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (α) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $7x-2y-4z=0$. **B.** $7x-2y-4z+3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $14x-4y-8z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d_1 đi qua $A(2;2;3)$ và có $\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;1;3)$, d_2 đi qua $B(1;2;1)$ và có $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;4)$

$\overrightarrow{AB}=(-1;0;-2);\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\ \overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$;

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\ \overrightarrow{u_{d_2}}\right]\overrightarrow{AB}=1\neq 0$ nên d_1,d_2 chéo nhau.

Do (α) cách đều d_1,d_2 nên (α) song song với $d_1,d_2\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(7;-2;-4)$

$\Rightarrow(\alpha)$ có dạng $7x-2y-4z+d=0$

Theo giả thiết thì $d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(B,(\alpha)\right)\Leftrightarrow\dfrac{|d+2|}{\sqrt{69}}=\dfrac{|d-1|}{\sqrt{69}}\Leftrightarrow d=-\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow(\alpha):14x-4y-8z-1=0$

Câu 50: Trong không gian với hệ toạ độ O*xyz*, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với giá của véc tơ $\vec{v}=(1;6;2)$, vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):x+4y+z-11=0$ và tiếp xúc với (S).

A. $\left[\begin{array}{l}2x-y+2z-3=0\\2x-y+2z+21=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}2x-y+2z+1=0\\2x-y+2z-23=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2x-y+z+3=0\\2x-y+z-1=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x-y+z+13=0\\2x-y+z-1=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2),r=4$, véc tơ pháp tuyến của $(\alpha):\vec{n_\alpha}=(1;4;1)$;

$\left[\vec{v},\ \overrightarrow{n_\alpha}\right]=(-2;1;-2)$.

Vậy (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Phương trình (P): $2x-y+2z+C=0$.

$d\left(I,(P)\right)=r\Rightarrow\dfrac{|11+C|}{3}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}C=1\\C=-23\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ hoặc $(P):2x-y+2z-23=0$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 08

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(a)-F(b)$.
B. $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$.
C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$.

Câu 2: Tích phân $\int\limits_1^{2021} e^x dx$ bằng:

A. $e^{2021}-e$. **B.** $e-e^{2021}$. **C.** e^{2021}. **D.** e^{-2021}.

Câu 3: Biết $\int\limits_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x = a+\ln\frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S=a-2b$.

A. $S=-2$. **B.** $S=5$. **C.** $S=2$. **D.** $S=10$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$, biết $F(-1)=1$ và $F(2)=4$.

A. $I=6$. **B.** $I=10$. **C.** $I=3$. **D.** $I=4$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^3+2x^2-x+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^1 f^2(x).f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{2}{3}$. **D.** $I=-2$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x+1} & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 2x-1 & \text{khi } 1\le x\le 3\end{cases}$. Tính tích phân $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $6+\ln 4$. **B.** $4+\ln 4$. **C.** $4+\ln 4$. **D.** $2+2\ln 2$.

Câu 7: Cho hai tích phân $\int\limits_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

Câu 8: Cho hai tích phân $I=\int\limits_0^4\frac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\frac{2}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=3$. **B.** $a-b=5$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Câu 9: Cho các số thực a,b khác không. Xét hàm số $f(x)=\frac{a}{(x+1)^3}+bxe^x$ với mọi x khác -1. Biết $f'(0)=-22$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $a+b$?

A. 19. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=12$. **B.** $I=112$. **C.** $I=28$. **D.** $I=144$.

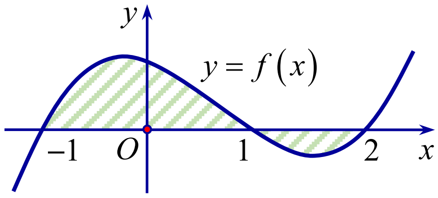
Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Diện tích hình D được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f|x|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\pi^x$ có đồ thị (C). Gọi D là hình phẳng giởi hạn bởi (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

A. $V=\pi\int_3^2 \pi^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^3\int_2^3 \pi^x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_2^3 \pi^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_2^3 \pi^x\mathrm{d}x$.

Câu 13: Gọi S làdiện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $y=-x^2+2x+1$; $y=2x^2-4x+1$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 15: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\sqrt{\pi}$.

Câu 16: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và đường Elip có phương trình $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\dfrac{2\pi+\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4}$.

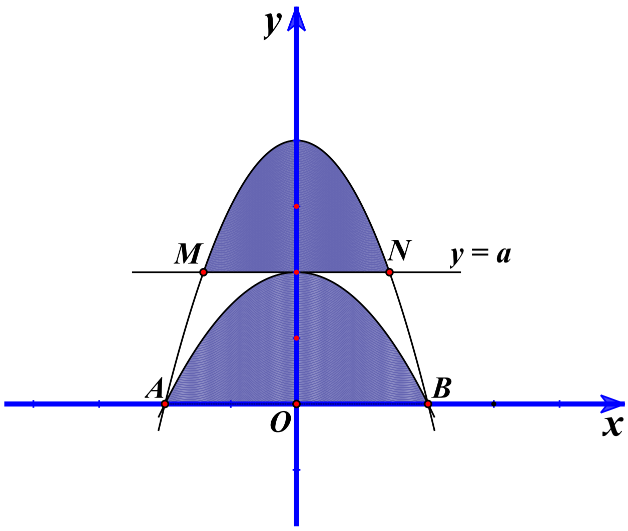
Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-6x+12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 2.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ (với m là tham số khác 0) có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của m thỏa mãn $S=1$?

A. Không. **B.** Một. **C.** Ba. **D.** Hai.

Câu 19: Cho parabol $(P_1): y=-x^2+4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y=a$ $(0<a<4)$. Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y=a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d. S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1=S_2$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Tính $T=a^3-8a^2+48a$.

A. $T=99$. **B.** $T=64$. **C.** $T=32$. **D.** $T=72$.

Câu 20: Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y=x^2$ và đường thẳng là $y=25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\dfrac{9}{2}$.

A. $OM=2\sqrt{5}$. **B.** $OM=15$. **C.** $OM=10$. **D.** $OM=3\sqrt{10}$.

Câu 21: Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 22: Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i.\overline{z}+z$

A. $w=10-10i$. **B.** $w=-10+10i$. **C.** $w=10+10i$. **D.** $w=-2+10i$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int \pi^2 \mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2 x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2 x^2}{2}+C$.

Câu 24: Tìm hàm số $F(x)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ và $F(1)=1$.

A. $F(x)=x\sqrt{x}$. **B.** $F(x)=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}$. **C.** $F(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2}$. **D.** $F(x)=\dfrac{3}{2}x\sqrt{x}-\dfrac{1}{2}$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(x+\sin\dfrac{x}{2}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\cos\dfrac{x}{2}+C.$

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{4}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

Câu 26: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4+C}{4}$. **B.** $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

C. $\int \sin x\mathrm{d}x=C-\cos x$. **D.** $\int 2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=2\left(\mathrm{e}^x+C\right)$.

Câu 27: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(2)=5$, $\int f(x)\mathrm{d}x=x+C$ và $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{4}+C$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+4.$ **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+5.$ **C.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+5.$ **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+3.$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$; $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(3)=\dfrac{2}{3}$ và $\left[f'(x)\right]^2=(x+1).f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $2613<f^2(8)<2614$.

B. $2614<f^2(8)<2615$.

C. $2618<f^2(8)<2619$.

D. $2616<f^2(8)<2617$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{5}{6}$.

B. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\dfrac{25}{6}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $\mathrm{O}xyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm I có phương trình $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A,B. Tính diện tích tam giác IAB.

A. $\dfrac{8\sqrt{11}}{3}$. B. $\dfrac{16\sqrt{11}}{3}$. C. $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$. D. $\dfrac{8\sqrt{11}}{9}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-3;4;-5)$. B. $(-5;4;-3)$. C. $(4;-5;-3)$. D. $(4;-3;-5)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $B(3;-1;4)$ qua mặt phẳng (xOz) có tọa độ là

A. $(-3;-1;-4)$. B. $(3;-1;-4)$. C. $(3;1;4)$. D. $(-3;-1;4)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(-3;4;6)$ đến trục Oy là

A. $3\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $\sqrt{61}$. D. $\sqrt{77}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$ và $B(-1;3;1)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3;-3;-2)$. B. $(1;3;0)$. C. $(3;-1;-2)$. D. $(-3;3;2)$.

Câu 35: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;m;-1)$ và $\vec{b}=(2;1;3)$. Tìm giá trị của m để $\vec{a}\perp\vec{b}$.

A. $m=-2$. B. $m=2$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;-1;1)$. Tìm điểm C có hoành độ dương trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C.

A. $C(3;0;0)$. B. $C(2;0;0)$. C. $C(1;0;0)$. D. $C(5;0;0)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(2;1;2), B'(1;2;1), C(-2;3;2)$ và $D'(3;0;1)$. Tọa độ của điểm B là

A. $(-1;3;2)$. B. $(2;-2;1)$. C. $(-1;3;-2)$. D. $(2;-1;2)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB=3MC$. Độ dài đoạn thẳng AM là

A. $\sqrt{30}$. B. $\sqrt{11}$. C. $7\sqrt{2}$. D. $7\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

A. 4. B. 5. C. 14. D. 15.

Câu 40: Trong không gian $0xyz$ cho các điểm $A(1;0;0), B(3;2;4), C(0;5;4)$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(0xy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ của M là

A. $(1;3;0)$. B. $(1;-3;0)$. C. $(3;1;0)$. D. $(2;6;0)$.

Câu 41: Trong không gian cho ba điểm $A(5;\ -2;\ 0), B(-2;\ 3;\ 0)$ và $C(0;\ 2;\ 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;1;1)$. B. $(1;1;-2)$. C. $(1;2;1)$. D. $(2;0;-1)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}=(-4;5;-3)$, $\vec{b}=(2;-2;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{x}=(0;-1;1)$. **B.** $\vec{x}=(0;1;-1)$. **C.** $\vec{x}=(-8;9;1)$. **D.** $\vec{x}=(2;3;-2)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-4;2;4)$. **B.** $(-1;-1;2)$. **C.** $(-2;-2;4)$. **D.** $(4;-2;-4)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục tung Oy?

A. $Q(0;-10;0)$. **B.** $P(10;0;0)$. **C.** $N(0;0;-10)$. **D.** $M(-10;0;10)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là:

A. $D\left(-1;1;\frac{2}{3}\right)$.. **B.** $D(1;3;4)$.. **C.** $D(1;1;4)$.. **D.** $D(-1;-3;-2)$..

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P(5;9;-10)$. **B.** $P(7;9;-10)$. **C.** $P(5;9;-3)$. **D.** $P(2;6;-1)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ là.

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(1;2;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C.

A. $C(3;2;3)$. **B.** $C(4;2;4)$. **C.** $C(1;2;1)$. **D.** $C(2;2;2)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

A. $M(0;1;-4)$. **B.** $M(2;1;0)$. **C.** $M(0;1;-2)$. **D.** $M(0;1;4)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$, $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T=12a+12b+c$ có giá trị là

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-1$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\left[a;b\right]$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(a\right) - F\left(b\right)$. **B.** $\int\limits_a^a f\left(x\right)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(b\right) - F\left(a\right)$.

Lời giải

Chọn A

- Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(b\right) - F\left(a\right)$.

Câu 2: Tích phân $\int\limits_1^{2021} e^x dx$ bằng:

A. $e^{2021} - e$. **B.** $e - e^{2021}$. **C.** e^{2021}. **D.** e^{-2021}.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $\int\limits_1^{2021} e^x dx = e^x\Big|_1^{2021} = e^{2021} - e$.

Câu 3: Biết $\int\limits_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x = a + \ln\frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

A. $S = -2$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 10$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có $\int\limits_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x = \int\limits_3^5 \left(x + \frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x = \left(\frac{1}{2}x^2 + \ln\left|x+1\right|\right)\Bigg|_3^5$

$= \frac{25}{2} + \ln 6 - \frac{9}{2} - \ln 4 = 8 + \ln\frac{3}{2}$.

- Vậy $a = 8$, $b = 3$. Suy ra $S = a - 2b = 8 - 2.3 = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(-2;3\right)$. Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên khoảng $\left(-2;3\right)$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{2}\left[f\left(x\right) + 2x\right]\mathrm{d}x$, biết $F\left(-1\right) = 1$ và $F\left(2\right) = 4$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 4$.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $I = \int\limits_{-1}^{2}\left[f\left(x\right) + 2x\right]\mathrm{d}x = F\left(x\right)\Big|_{-1}^{2} + x^2\Big|_{-1}^{2}$

$= F\left(2\right) - F\left(-1\right) + \left(4 - 1\right) = 4 - 1 + 3 = 6$.

Câu 5: Cho hàm số $f\left(x\right) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^1 f^2\left(x\right).f'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{2}{3}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{2}{3}$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^1 f^2(x).f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f^2(x).\mathrm{d}\left[f(x)\right]=\left.\frac{f^3(x)}{3}\right|_0^1=\frac{f^3(1)-f^3(0)}{3}=-\frac{2}{3}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x+1} & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 2x-1 & \text{khi } 1\le x\le 3\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $6+\ln 4$. **B.** $4+\ln 4$. **C.** $4+\ln 4$. **D.** $2+2\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$

$=\int_0^1 \frac{2}{x+1}\mathrm{d}x+\int_1^3 (2x-1)\mathrm{d}x$

$=2\ln|x+1|\Big|_0^1+\left(x^2-x\right)\Big|_1^3$

$=\ln 4+6$.

Câu 7: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_5^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-2}^5\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int_{-2}^5\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$

$=\int_{-2}^5 f(x)\mathrm{d}x+4\int_5^{-2} g(x)\mathrm{d}x-x\Big|_{-2}^5$

$=8+4.3-(5+2)=13$.

Câu 8: Cho hai tích phân $I=\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\frac{2}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a-b=3$. **B.** $a-b=5$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Lời giải

Chọn C

- Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow t^2=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$

$x=4\Rightarrow t=3$

- Khi đó $I=\int_0^4\frac{\mathrm{d}x}{3+\sqrt{2x+1}}=\int_1^3\frac{t\mathrm{d}t}{3+t}=\int_1^3\left(1-\frac{3}{t+3}\right)\mathrm{d}t$

$=\left(t-3\ln|t+3|\right)\Big|_1^3=2+3\ln\dfrac{2}{3}$

Do đó $a+b=5$.

Câu 9: Cho các số thực a,b khác không. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{a}{(x+1)^3}+bxe^x$ với mọi x khác -1. Biết $f'(0)=-22$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $a+b$?

A. 19. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $f'(x)=\dfrac{-3a}{(x+1)^4}+be^x+bxe^x$ nên $f'(0)=-3a+b=-22$ (1).

◆ Xét $5=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left[\dfrac{a}{(x+1)^3}+bxe^x\right]\mathrm{d}x=a\int\limits_0^1(x+1)^{-3}\mathrm{d}(x+1)+b\int\limits_0^1 x\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^x\right)$

$=-\dfrac{a}{2(x+1)^2}\Big|_0^1+b\left[x\mathrm{e}^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right]=-\dfrac{a}{2}\left(\dfrac{1}{4}-1\right)+b\left[\mathrm{e}-\mathrm{e}^x\Big|_0^1\right]=\dfrac{3a}{8}+b$ (2).

◆ Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases}-3a+b=-22\\ \dfrac{3a}{8}+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\ b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=10$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^4 xf'\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=12$. **B.** $I=112$. **C.** $I=28$. **D.** $I=144$.

Lời giải

Chọn B

◆ Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=2f\left(\dfrac{x}{2}\right)\end{cases}$.

Khi đó $I=\int\limits_0^4 xf'\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=2xf\left(\dfrac{x}{2}\right)\Big|_0^4-2\int\limits_0^4 f\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=128-2I_1$ với $I_1=\int\limits_0^4 f\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

◆ Đặt $u=\dfrac{x}{2}\Rightarrow\mathrm{d}x=2\mathrm{d}u$, khi đó $I_1=\int\limits_0^4 f\left(\dfrac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 f(u)\mathrm{d}u=2\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=8$.

Vậy $I=128-2I_1=128-16=112$.

Câu 11: [2D3-3-1]Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Diện tích hình D được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b|f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b f|x|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\left|\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: **[2D3-3-1]**Cho hàm số $y=\pi^x$ có đồ thị (C). Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

A. $V=\pi\int_3^2 \pi^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^3\int_2^3 \pi^{x}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_2^3 \pi^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_2^3 \pi^{x}\mathrm{d}x$.

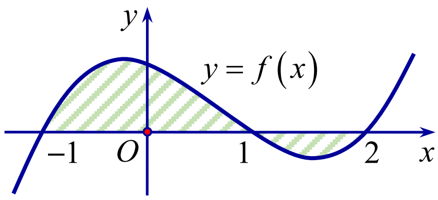
Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính bởi công thức:

$V=\pi\int_2^3 \left(\pi^x\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int_2^3 \pi^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 13: **[2D3-3-2]** Gọi S làdiện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy miền hình phẳng giới hạn từ $x=-1$ đến $x=1$ ở trên trục hoành $\to$ mang dấu dương

$\Rightarrow S_1=+\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

Miền hình phẳng giới hạn từ $x=1$ đến $x=2$ ở dưới trục hoành $\to$ mang dấu âm

$\Rightarrow S_2=-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$

Vậy $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14: **[2D3-3-2]** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $y=-x^2+2x+1$; $y=2x^2-4x+1$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2+2x+1=2x^2-4x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích cần tính là: $S=\int_0^2 \left|3x^2-6x\right|dx=4$.

Câu 15: **[2D3-3-2]**Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $x=0$, $x=1$ và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi hình (H) quay quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π. **D.** $\sqrt{\pi}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay là $V=\pi\int\limits_0^1 x\mathrm{d}x=\pi\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1=\frac{\pi}{2}$.

Câu 16: **[2D3-3-3]**Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và đường Elip có phương trình $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{2\pi+\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{x^2}{4}+y^2=1\Rightarrow y=\pm\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong nửa trên của Elip và Parabol là

$$\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2\Leftrightarrow 3x^4+x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=-\frac{4}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right..$$

Suy ra diện tích hình phẳng (H) cần tính là

$$S_{(H)}=\int\limits_{-1}^{1}\left(\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x-\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $I=\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}\,dx$, đặt $x=2\sin t$ ta được $I=\frac{1}{2}\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}\,2\cos t\,\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}2\cos^2 t\,\mathrm{d}t$

$$=\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t=\left.\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\right|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Do đó $S_{(H)}=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\pi+\sqrt{3}}{6}$.

Câu 17: **[2D3-3-3]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2-6x+12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2x-6$.

Gọi tiếp tuyến tại điểm $A(1;7)$ là d_1

Suy ra $d_1:\ y=y'(1)(x-1)+7=-4x+11$.

Gọi tiếp tuyến tại điểm $B(-1;19)$ là d_2

Suy ra $d_2:\ y=y'(-1)(x+1)+19=-8x+11$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_1 và parabol là

$$x^2-6x+12=-4x+11 \Leftrightarrow x=1.$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_2 và parabol là

$$x^2-6x+12=-8x+11 \Leftrightarrow x=-1.$$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm giữa d_2 và d_1 là

$$-4x+11=-8x+11 \Leftrightarrow x=0.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_{-1}^{0}\left|x^2-6x+12+8x-11\right|\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left|x^2-6x+12+4x-11\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

Câu 18: **[2D3-3-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ (với m là tham số khác 0) có đồ thị là (C). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của m thỏa mãn $S=1$?

A. Không. **B.** Một. **C.** Ba. **D.** Hai.

Lời giải

Chọn D

$x=0 \Rightarrow y=-m^2<0$ (do $m\neq 0$).

$y=0 \Rightarrow x=m^2>0$.

Vậy $S=\displaystyle\int_0^{m^2}\left|\frac{x-m^2}{x+1}\right|\mathrm{d}x=\int_0^{m^2}\left|1-\frac{1+m^2}{x+1}\right|\mathrm{d}x=\int_0^{m^2}\left(\frac{1+m^2}{x+1}-1\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\left(1+m^2\right)\ln|x+1|-x\right)\right|_0^{m^2}$

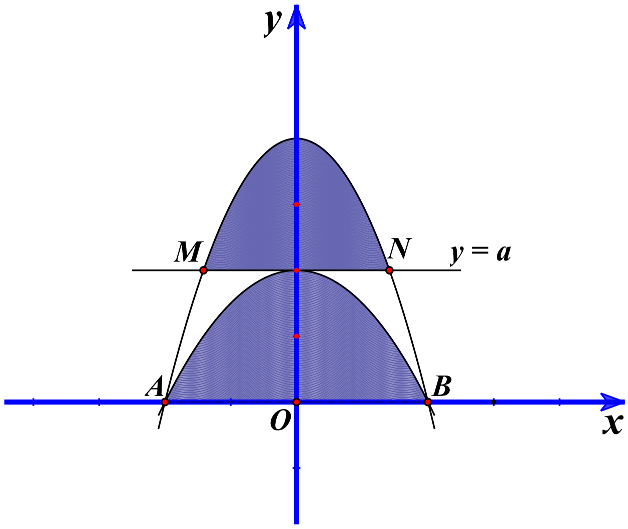
$=\left(1+m^2\right)\ln\left(m^2+1\right)-m^2$

Để $S=1$ thì $\left(1+m^2\right)\ln\left(m^2+1\right)-m^2=1 \Leftrightarrow \left(1+m^2\right)\left(\ln\left(m^2+1\right)-1\right)=0$.

$\Leftrightarrow \ln\left(m^2+1\right)=1 \Leftrightarrow m^2+1=e \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{e-1}$

Câu 19: **[2D3-3-4]** Cho parabol $(P_1): y=-x^2+4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y=a$ $(0<a<4)$. Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y=a$. Gọi

S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d. S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 99$. **B.** $T = 64$. **C.** $T = 32$. **D.** $T = 72$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A, B là các giao điểm của (P_1) và trục $Ox \Rightarrow A(-2;0)$, $B(2;0) \Rightarrow AB = 4$.

Gọi M, N là giao điểm của (P_1) và đường thẳng $d \Rightarrow M\left(-\sqrt{4-a};a\right)$, $N\left(\sqrt{4-a};a\right)$

$\Rightarrow MN = 2\sqrt{4-a}$.

Nhận thấy: (P_2) là parabol có phương trình $y = -\frac{a}{4}x^2 + a$.

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta được:

$$S_1 = 2\int_a^4 \sqrt{4-y}.dy = -\frac{4}{3}\left((4-y)^{\frac{3}{2}}\right)\Big|_a^4 = \frac{4}{3}(4-a)\sqrt{4-a}.$$

$$S_2 = 2\int_0^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a\right).dx = 2\left(-\frac{ax^3}{12} + ax\right)\Bigg|_0^2 = \frac{8a}{3}.$$

Theo giả thiết: $S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{4}{3}(4-a)\sqrt{4-a} = \frac{8a}{3} \Leftrightarrow (4-a)^3 = 4a^2 \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64$.

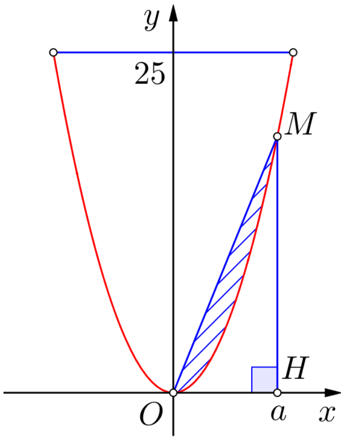
Vậy $T = 64$.

Câu 20: **[2D3-3-4]** Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng là $y = 25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\frac{9}{2}$.

A. $OM = 2\sqrt{5}$. **B.** $OM = 15$. **C.** $OM = 10$. **D.** $OM = 3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi điểm H có hoành độ a, $(a>0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Ox.

Khi đó ta có pt đường thẳng OM có dạng $y=\tan\alpha.x$, (với $\alpha=\widehat{MOH}$)

$\Rightarrow \tan\alpha=\dfrac{MH}{OH}=\dfrac{a^2}{a}=a\Rightarrow y=ax$.

Vậy diện tích mảnh vườn cần tính là:

$S=\int\limits_0^a\left(ax-x^2\right)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{ax^2}{2}-\dfrac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^a=\dfrac{a^3}{6}\Leftrightarrow\dfrac{a^3}{6}=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow a=3$.

Suy ra $OM=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$.

Câu 21: Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Môđun của số phức $z=3+4i$ là: $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 22: Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i.\overline{z}+z$

A. $w=10-10i$. **B.** $w=-10+10i$. **C.** $w=10+10i$. **D.** $w=-2+10i$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $z=4+6i\Rightarrow\overline{z}=4-6i$.

◆ $w=i.\overline{z}+z=i(4-6i)+4+6i=10+10i$.

Câu 23: Tìm nguyên hàm $F(x)=\int\pi^2\mathrm{d}x$.

A. $F(x)=\pi^2x+C$. **B.** $F(x)=2\pi x+C$. **C.** $F(x)=\dfrac{\pi^3}{3}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{\pi^2x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $F(x)=\int\pi^2\mathrm{d}x=\pi^2x+C$ (vì π^2 là hằng số).

Câu 24: Tìm hàm số $F(x)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ và $F(1)=1$.

A. $F(x)=x\sqrt{x}$. **B.** $F(x)=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}$. **C.** $F(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2}$. **D.** $F(x)=\dfrac{3}{2}x\sqrt{x}-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có: $F(x)=\int \sqrt{x}\,\mathrm{d}x=\int x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C=\dfrac{2x\sqrt{x}}{3}+C\ \ln|2x+1|$.

- $F(1)=\dfrac{2}{3}+C=1\Rightarrow C=\dfrac{1}{3}$. Vậy $F(x)=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(x+\sin\dfrac{x}{2}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\cos\dfrac{x}{2}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{4}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\int\left(x+\sin\dfrac{x}{2}\right)dx=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{x^2}{2}-2\cos\dfrac{x}{2}\right)+C=\dfrac{1}{4}x^2-\cos\dfrac{x}{2}+C.$

Câu 26: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4+C}{4}$. **B.** $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

C. $\int\sin x\mathrm{d}x=C-\cos x$. **D.** $\int 2e^x\mathrm{d}x=2\left(e^x+C\right)$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

Câu 27: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(2)=5$, $\int f(x)\mathrm{d}x=x+C$ và $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{4}+C$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+4.$ **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+5.$ **C.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+5.$ **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+3.$

Lời giải

Chọn A

- Ta có $F(x)=\int f(x)g(x)dx$.
- Mà $\int f(x)dx=x+C\Rightarrow f(x)=1;\int g(x)dx=\dfrac{x^2}{4}+C\Rightarrow g(x)=\dfrac{x}{2}$
- Vậy $F(x)=\int\dfrac{x}{2}dx=\dfrac{x^2}{4}+C$ mà $F(2)=5$ suy ra $C=4$.
- Hay $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+4$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$; $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(3)=\dfrac{2}{3}$ và $\left[f'(x)\right]^2=(x+1).f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $2613 < f^2(8) < 2614$. **B.** $2614 < f^2(8) < 2615$.

C. $2618 < f^2(8) < 2619$. **D.** $2616 < f^2(8) < 2617$.

Lời giải

Chọn A

◆ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên suy ra $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0;+\infty)$.

◆ Mặt khác $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ nên

$[f'(x)]^2 = (x+1)f(x) \Rightarrow f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)}$, $\forall x \in (0;+\infty)$

$\Rightarrow \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \sqrt{(x+1)}$, $\forall x \in (0;+\infty)$;

$\Rightarrow \int \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx = \int \sqrt{(x+1)}dx \Rightarrow \sqrt{f(x)} = \dfrac{1}{3}\sqrt{(x+1)^3} + C$;

Từ $f(3) = \dfrac{3}{2}$ suy ra $C = \sqrt{\dfrac{2}{3}} - \dfrac{8}{3}$

◆ Suy ra $f(x) = \left(\dfrac{1}{3}\sqrt{(x+1)^3} + \sqrt{\dfrac{2}{3}} - \dfrac{8}{3}\right)^2$

◆ Suy ra:

$$f(8) = \left(\frac{1}{3}\sqrt{(8+1)^3} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{8}{3}\right)^2 = \left(9 + \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{8}{3}\right)^2 \Rightarrow f^2(8) = \left(9 + \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{8}{3}\right)^4 \approx 2613,26.$$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{5}{6}$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \dfrac{25}{6}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là: $r = d(I,(P)) = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$.

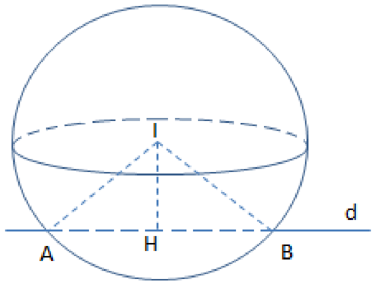
◆ Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{25}{6}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm I có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác IAB.

A. $\dfrac{8\sqrt{11}}{3}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{11}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{6}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{11}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



- Đường thẳng d đi qua điểm $C(1;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;2;-1)$
- Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d.
- Khi đó: $IH=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IC},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$, với $\overrightarrow{IC}=(0;-2;-2)$; $2x+y-3z-4=0$

Vậy $IH=\dfrac{\sqrt{6^2+2^2+2^2}}{\sqrt{1+4+1}}=\dfrac{\sqrt{66}}{3}$

Suy ra $HB=\sqrt{18-\dfrac{22}{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

- Vậy, $S_{\Delta IAB}=\dfrac{1}{2}IH\cdot AB=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{66}}{3}\cdot\dfrac{8\sqrt{6}}{3}=\dfrac{8\sqrt{11}}{3}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(-3;4;-5)$. **B.** $(-5;4;-3)$. **C.** $(4;-5;-3)$. **D.** $(4;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a}=-3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}\Leftrightarrow\vec{a}=(-3;4;-5)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $B(3;-1;4)$ qua mặt phẳng (xOz) có tọa độ là

A. $(-3;-1;-4)$. **B.** $(3;-1;-4)$. **C.** $(3;1;4)$. **D.** $(-3;-1;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm đối xứng với điểm $B(3;-1;4)$ qua mặt phẳng (xOz) có hoành độ và cao độ giống điểm B nhưng tung độ là số đối với tung độ điểm B. Do đó điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (xOz) có tọa độ là $B'(3;1;4)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(-3;4;6)$ đến trục Oy là

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{77}$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $I(-3;4;6)$ lên trục Oy là $I'(0;4;0)\Rightarrow d(I;Oy)=II'=3\sqrt{5}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$ và $B(-1;3;1)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(3;-3;-2)$. **B.** $(1;3;0)$. **C.** $(3;-1;-2)$. **D.** $(-3;3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3;2)$.

Câu 35: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;m;-1)$ và $\vec{b}=(2;1;3)$. Tìm giá trị của m để $\vec{a}\perp\vec{b}$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a}\perp\vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=1.2+m.1+(-1).3=m-1$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;-1;1)$. Tìm điểm C có hoành độ dương trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C.

A. $C(3;0;0)$. **B.** $C(2;0;0)$. **C.** $C(1;0;0)$. **D.** $C(5;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Do C có hoành độ dương trên trục Ox nên $C(x;0;0)$, $x>0$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=(x-1;-2;0)$, $\overrightarrow{BC}=(x-2;1;-1)$.

Tam giác ABC vuông tại C $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)-2=0$.

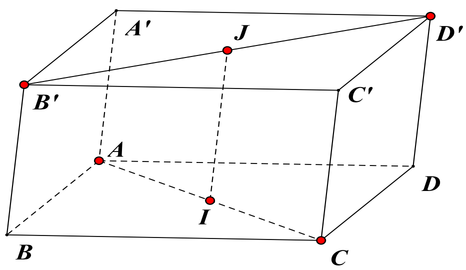
$\Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\,(l) \\ x=3 \end{array}\right.$. Vậy $C(3;0;0)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(2;1;2), B'(1;2;1), C(-2;3;2)$ và $D'(3;0;1)$. Tọa độ của điểm B là

A. $(-1;3;2)$. **B.** $(2;-2;1)$. **C.** $(-1;3;-2)$. **D.** $(2;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I,J lần lượt là trung điểm của cạnh $AC, B'D'$. Khi đó $I(0;2;2)$ và $J(2;1;1)$.

$\overrightarrow{IJ}=(2;-1;-1)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{IJ}=(2;-1;-1)\Rightarrow B(-1;3;2)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(1;2;3), C(1;-2;-5)$. Điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB=3MC$. Độ dài đoạn thẳng AM là

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** $7\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{MB}=(1-x;2-y;3-z);\overrightarrow{MC}=(1-x;-2-y;-5-z)$.

Theo đề bài điểm M nằm trong đoạn thẳng BC sao cho $MB=3MC \Leftrightarrow \overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MC}$

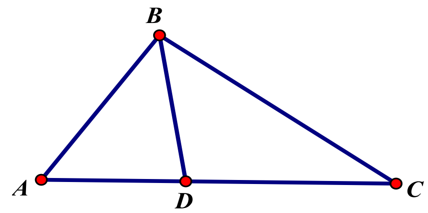
$$\Leftrightarrow \begin{cases}1-x=-3(1-x)\\2-y=-3(-2-y)\\3-z=-3(-5-z)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-1\\z=-3\end{cases} \Rightarrow M(1;-1;-3) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(1;-2;-5) \Rightarrow AM=\sqrt{30}.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AB=\sqrt{1^2+(-3)^2+4^2}=\sqrt{26};\ BC=\sqrt{104}$.

Theo tính chất đường phân giác trong thì: $\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \begin{cases}a-1=\dfrac{-5}{3}\\b-2=\dfrac{5}{3}\\c+1=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=\dfrac{-2}{3}\\b=\dfrac{11}{3}\\c=1\end{cases} \Rightarrow a+b+2c=5.$$

Câu 40: Trong không gian $0xyz$ cho các điểm $A(1;0;0), B(3;2;4), C(0;5;4)$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(0xy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ của M là

A. $(1;3;0)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(3;1;0)$. **D.** $(2;6;0)$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B+2x_C}{4}=1\\y_I=\dfrac{y_A+y_B+2y_C}{4}=3\\z_I=\dfrac{z_A+z_B+2z_C}{4}=3\end{cases} \Rightarrow I(1;3;3)$.

$$P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)\right|.$$

$$P=\left|4\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)\right|=4MI.$$

$P\min \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow M(1;3;0)$.

Câu 41: Trong không gian cho ba điểm $A(5;\ -2;\ 0), B(-2;\ 3;\ 0)$ và $C(0;\ 2;\ 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(1;1;1)$. **B.** $(1;1;-2)$. **C.** $(1;2;1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \Rightarrow G(1;1;1) \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (-4;5;-3)$, $\vec{b} = (2;-2;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

A. $\vec{x} = (0;-1;1)$. **B.** $\vec{x} = (0;1;-1)$. **C.** $\vec{x} = (-8;9;1)$. **D.** $\vec{x} = (2;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = (-4;5;-3)$, $2\vec{b} = (4;-4;2) \Rightarrow \vec{x} = (0;1;-1)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$ và $B(-3;0;4)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-4;2;4)$. **B.** $(-1;-1;2)$. **C.** $(-2;-2;4)$. **D.** $(4;-2;-4)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (-4;2;4)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục tung Oy?

A. $Q(0;-10;0)$. **B.** $P(10;0;0)$. **C.** $N(0;0;-10)$. **D.** $M(-10;0;10)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là:

A. $D\left(-1;1;\dfrac{2}{3}\right)$.. **B.** $D(1;3;4)$.. **C.** $D(1;1;4)$.. **D.** $D(-1;-3;-2)$..

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x;y;z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$.

Vậy $D(1;1;4)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ điểm P.

A. $P(5;9;-10)$. **B.** $P(7;9;-10)$. **C.** $P(5;9;-3)$. **D.** $P(2;6;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)\Rightarrow M(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)\Rightarrow N(3;7;-4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

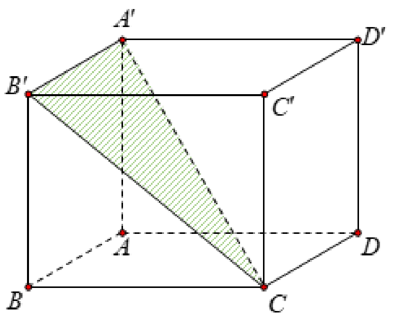
$$\begin{cases} x_P = 2x_N - x_M = 5 \\ y_P = 2y_N - y_M = 9 \\ z_P = 2z_N - z_M = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5;9;-10)$$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $D'(0;3;-3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ là.

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(1;2;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $A'(a_1;a_2;a_3)$, $B'(b_1;b_2;b_3)$, $C(c_1;c_2;c_3)$.

Do tính chất hình hộp ta có:

$$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(0;0;-3).$$

$$\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 - 3 = 0 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow B'(3;0;-3).$$

$$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 - 3 = 0 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = 3 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow C(3;3;0).$$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'B'C$ là: $G(2;1;-2)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C.

A. $C(3;2;3)$. **B.** $C(4;2;4)$. **C.** $C(1;2;1)$. **D.** $C(2;2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(a;b;c)$. Ta có H là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH} = 0 \end{cases}$

$\overrightarrow{AH} = (-1;2;1)$, $\overrightarrow{BH} = (-2;0;2)$, $\overrightarrow{AC} = (a-1;b-1;c-1)$, $\overrightarrow{BC} = (a-2;b-3;c)$,

$\overrightarrow{AB} = (1;2;-1)$.

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2c+b-3, -a-c+2, b-2a+1)$.

Suy ra $\begin{cases} -a+2+2b-6+c=0 \\ -2a+2+2c-2=0 \\ -2c-b+3-2a-2c+4+b-2a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+2b+c=4 \\ -2a+2c=0 \\ -4a-4c=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$

Vậy $C(1;2;1)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

A. $M(0;1;-4)$. **B.** $M(2;1;0)$. **C.** $M(0;1;-2)$. **D.** $M(0;1;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;7;-6)$, $\overrightarrow{AC} = (1;3;-2)$, $\overrightarrow{AD} = (1;6;-4)$ nên $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = -4 \neq 0$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2;1;4)$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right| = \left|4\overrightarrow{MG}\right| = 4MG$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất.

Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0;1;4)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$, $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn B

Do $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $c=0 \Rightarrow M(a;b;0)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-a;-1-b;2)$, $\overrightarrow{MB} = (-2-a;-b;3)$, $\overrightarrow{MC} = (-a;1-b;-2)$.

$$S = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA} = 6a^2 + 6b^2 + 2a - b + 1 = 6\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + 6\left(b - \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{19}{24}.$$

$\Rightarrow S \geq \frac{19}{24}$. Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất $\frac{19}{4}$ khi $\begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{12} \end{cases}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 09

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng K và $a,b,c\in K$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int\limits_a^a f\left(x\right)\mathrm{d}x=0$.
B. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(t\right)\mathrm{d}t$.
C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.
D. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Giả sử $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-7$. Khi đó, $I=\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=19$. **B.** $I=29$. **C.** $I=1$. **D.** $I=22$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên đoạn $\left[-1;3\right]$, $f\left(3\right)=2021$, $\int\limits_{-1}^3 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=2020$. Tính $f\left(-1\right)$?

A. $f\left(-1\right)=-1$. **B.** $f\left(-1\right)=1$. **C.** $f\left(-1\right)=3$. **D.** $f\left(-1\right)=2$.

Câu 4: Biết $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-1}^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$. Khi đó tính $I=\int\limits_1^4 f\left(2x-3\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=4$. **B.** $I=2$. **C.** $I=8$. **D.** $I=6$.

Câu 5: Cho tích phân $I=\int\limits_1^e\frac{4\ln x-3}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=\int\limits_1^e\frac{4t-3}{e^t}\mathrm{d}t$ **B.** $I=\int\limits_0^1\frac{4t-3}{t}\mathrm{d}t$ **C.** $I=\int\limits_1^e\left(4t-3\right)\mathrm{d}t$ **D.** $I=\int\limits_0^1\left(4t-3\right)\mathrm{d}t$

Câu 6: Cho tích phân $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\cos x+2}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2$ với $a,\,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $P=3a+2b$ bằng

A. $P=1$ **B.** $P=7$ **C.** $P=-1$ **D.** $P=0$

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^2 x.f\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=6$, hãy tính $I=\int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$

A. $I=12$. **B.** $I=3$. **C.** $I=\frac{1}{12}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 8: Tích phân $I=\int\limits_0^2\frac{\left(x-1\right)^2}{x^2+1}\mathrm{d}x=a\ln b+c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $3a+2b+c$ bằng

A. 15. **B.** 13. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và $f\left(5\right)=10$, $\int\limits_0^5 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** -30. **C.** -20. **D.** 70.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = 6$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 4$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 10. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức nào dưới đây?

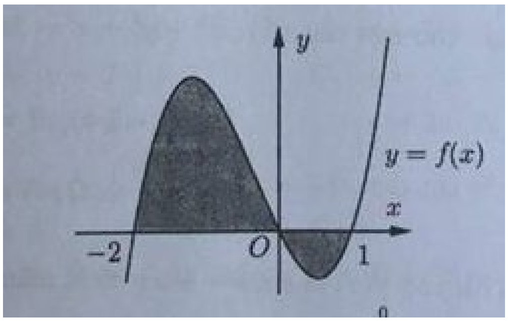
A. $S_H = \int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x - \int_a^b |g(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S_H = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V = 2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là



A. $S = \int_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x - \int_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\left|\int_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x\right|$.

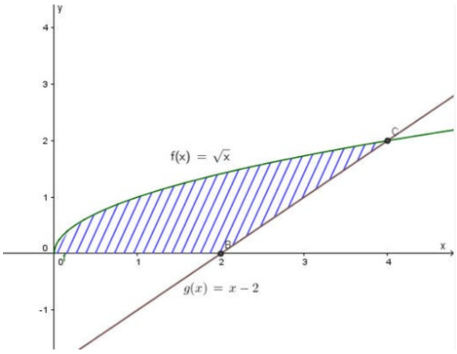
Câu 14: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox.

A. 11. **B.** $\frac{34}{3}$. **C.** $\frac{31}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Câu 15: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le \pi)$ là một tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$.

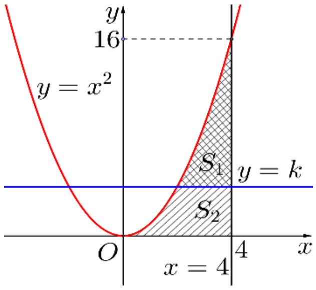
A. $V=3$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=2\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=2\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=\sqrt{x}$, $y=x-2$ và trục hoành (phần hình vẽ được gạch chéo). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 17: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=0$, $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=k$ $(0<k<16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1=S_2$.

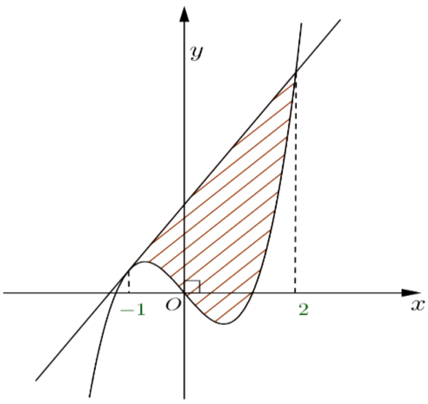


A. $4\sqrt[3]{4}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt[3]{4}$. **D.** $4\sqrt[3]{2}$.

Câu 18: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O. Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox.

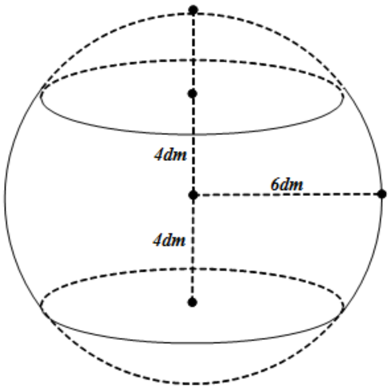
A. $V=\frac{128\pi}{5}$. **B.** $V=\frac{128\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{64\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{256\pi}{5}$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng



A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{25}{4}$. **D.** $\dfrac{13}{2}$..

Câu 20: Một hình cầu có bán kính $6\,\text{dm}$, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu $4\,\text{dm}$.



A. $V=\dfrac{368}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **B.** $V=192\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **C.** $V=\dfrac{736}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **D.** $V=288\pi\left(\text{dm}^3\right)$.

Câu 21: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=\sqrt{3}+i$. **B.** $z=3i$. **C.** $z=-2+3i$. **D.** $z=-2$.

Câu 22: Số phức z thỏa mãn $\overline{z}=1-2i$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm?

A. $Q(-1;-2)$. **B.** $M(1;2)$. **C.** $P(-1;2)$. **D.** $N(1;-2)$.

Câu 23: Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln(2x+3)+C$. **C.** $\ln|2x+3|+C$. **D.** $\dfrac{1}{\ln 2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$.

Tìm $I=\int\left[2f(x)+f'(x)+1\right]dx$?

A. $I=2F(x)+xf(x)+C$. **B.** $I=2xF(x)+x+1$

C. $I=2xF(x)++f(x)+x+C$. **D.** $I=2F(x)+f(x)+x+C$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn và $f'(x)=x\left(x^2-1\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(1)=f(0)=f(-1)$. **B.** $f(1)>f(0)>f(-2)$.

C. $f(-2)>f(0)>f(1)$. **D.** $f(-1)\ge f(0)\ge f(1)$.

Câu 26: Gọi $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-1)^2e^x$. Tính $S=a+2b+c$.

A. $S=3$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Câu 27: Cho $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x}$. Tính $\int f'(x).e^x dx$

A. $3x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$ **B.** $x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$

C. $3x^2e^x-6xe^x+e^x+C$ **D.** $3x^2+6xe^x+6e^x+C$

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]$ với mọi x dương. Biết $f(1)=f'(1)=1$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2)=2\ln 2+2$. **B.** $f^2(2)=\ln 2+1$. **C.** $f^2(2)=\sqrt{2\ln 2+2}$. **D.** $f^2(2)=\sqrt{\ln 2+1}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;0), B(3;2;-1), C(-1;-4;4)$. Tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2+MB^2+MC^2=52$ là

A. mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=2$. **B.** mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

C. mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$. **D.** mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=2$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$ và $\vec{c}=(-2;5;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(0;6;-6)$. **B.** $\vec{u}=(6;0;-6)$. **C.** $\vec{u}=(6;-6;0)$. **D.** $\vec{u}=(-6;6;0)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $(0;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-2)$.

Câu 33: Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Câu 34: Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(-1;4;-2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -16. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(1;1;4)$. **B.** $D\left(-1;1;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $D(1;3;4)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;-3), B(1;0;2), C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=17$. **C.** $x+y=-\frac{11}{5}$. **D.** $x+y=\frac{11}{5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;1;2)$, tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

A. $(3;-1;-2)$. **B.** $(3;-1;2)$. **C.** $(3;1;-2)$. **D.** $(-3;-1;2)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{7}{3};\frac{-5}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4;5;-9)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2};-5;\frac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1;-7;12)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;0;m)$. Tìm tất c giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng $45°$.

A. $m=2$. **B.** $m=2\pm\sqrt{6}$. **C.** $m=2-\sqrt{6}$. **D.** $m=2+\sqrt{6}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB,CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a;b;c\in R$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-1$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $P(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1),B(2;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) là

A. $3x+14y+5z=0$. **B.** $3x-14y+5z=0$.
C. $3x+14y-5z=0$. **D.** $3x-14y-5z=0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $4x-2y+6z+8=0$. **B.** $2x-y+3z-8=0$.
C. $2x-y+3z+8=0$. **D.** $4x-2y+6z-8=0$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x+y-z+1=0$. **B.** $x+y-2z+1=0$.
C. $x-y-2z+1=0$. **D.** $x+y-2z+7=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$. **B.** $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x+3y+2z=0$. **D.** $6x+3y+2z-36=0$.

Câu 48: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x+5y+z-6=0.$ **B.** $2x+y-6z-23=0.$

C. $2x+y-3z-14=0.$ **D.** $3x+4y+3z-1=0.$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;0;-2)$, $C(2;-1;0)$, $D(-2;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng song song với AB, CD và cắt 2 đường thẳng AC, BD lần lượt tại M, N thỏa mãn $\left(\frac{BN}{AM}\right)^2 = AM^2 - 1$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $ax+by+cz-18=0$ cắt ba trục toạ độ tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-1;-3;2)$. Giá trị $a+c$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -3.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng K và $a,b,c\in K$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int\limits_a^a f\left(x\right)\mathrm{d}x=0$.
B. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f\left(t\right)\mathrm{d}t$.
C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f\left(x\right)\mathrm{d}x$.
D. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

◆ Mệnh đề đúng là: $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Giả sử $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-7$. Khi đó, $I=\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=19$.
B. $I=29$.
C. $I=1$.
D. $I=22$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $I=\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-2\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=29$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên đoạn $\left[-1;3\right]$, $f\left(3\right)=2021$, $\int\limits_{-1}^3 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=2020$. Tính $f\left(-1\right)$?

A. $f\left(-1\right)=-1$.
B. $f\left(-1\right)=1$.
C. $f\left(-1\right)=3$.
D. $f\left(-1\right)=2$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\int\limits_{-1}^3 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)\Big|_{-1}^3=f\left(3\right)-f\left(-1\right)\Rightarrow f\left(-1\right)=f\left(3\right)-\int\limits_{-1}^3 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=2021-2020=1$.

Câu 4: Biết $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-1}^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$. Khi đó tính $I=\int\limits_1^4 f\left(2x-3\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=4$.
B. $I=2$.
C. $I=8$.
D. $I=6$.

Lời giải

Chọn A

◆ Đặt $t=2x-3\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.
◆ Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=-1$, $x=4\Rightarrow t=5$.
◆ $I=\int\limits_1^4 f\left(2x-3\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^5 f\left(t\right)\mathrm{d}t=4$.

Câu 5: Cho tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{4\ln x-3}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=\int\limits_1^e\frac{4t-3}{\mathrm{e}^t}\mathrm{d}t$
B. $I=\int\limits_0^1\frac{4t-3}{t}\mathrm{d}t$
C. $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\left(4t-3\right)\mathrm{d}t$
D. $I=\int\limits_0^1\left(4t-3\right)\mathrm{d}t$

Lời giải

Chọn D

- Đặt $t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=\mathrm{e}\Rightarrow t=1$, $x=1\Rightarrow t=0$.
- Khi đó $I=\int_1^{\mathrm{e}}\frac{4\ln x-3}{x}\mathrm{d}x=\int_0^1(4t-3)\mathrm{d}t$.

Câu 6: Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\cos x+2}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $P=3a+2b$ bằng

A. $P=1$ **B.** $P=7$ **C.** $P=-1$ **D.** $P=0$

Lời giải

Chọn C

- Đặt $t=\cos x+2 \Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x$
- Đổi cận $x=\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{5}{2}$, $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=2$
- $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\cos x+2}\mathrm{d}x=-\int_{\frac{5}{2}}^{2}\frac{1}{t}\mathrm{d}t=\int_{2}^{\frac{5}{2}}\frac{1}{t}\mathrm{d}t=\ln t\Big|_2^{\frac{5}{2}}=\ln\frac{5}{2}-\ln 2=\ln 5-2\ln 2$
- Vậy ta được $a=1;\ b=-2$ nên $P=-1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x.f(x^2+1)\mathrm{d}x=6$, hãy tính $I=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=12$. **B.** $I=3$. **C.** $I=\frac{1}{12}$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

- Xét tích phân $\int_0^2 x.f(x^2+1)\mathrm{d}x=6$, ta có
- Đặt $t=x^2+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$.
- Đổi cận: Khi $x=0\Rightarrow t=1$, $x=2\Rightarrow t=5$.
- Do đó $\int_0^2 x.f(x^2+1)\mathrm{d}x=6\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t=6\Leftrightarrow\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t=12\Rightarrow\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=12$ hay $I=12$.

Câu 8: Tích phân $I=\int_0^2\frac{(x-1)^2}{x^2+1}\mathrm{d}x=a\ln b+c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $3a+2b+c$ bằng

A. 15. **B.** 13. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

- $I=\int_0^2\frac{(x-1)^2}{x^2+1}\mathrm{d}x=\int_0^2\left(1-\frac{2x}{x^2+1}\right)\mathrm{d}x=\left(x-\ln\left|x^2+1\right|\right)\Big|_0^2=2-\ln 5$.
- Khi đó $a=-1$, $b=5$, $c=2$.
- Vậy $3a+2b+c=9$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và $f\left(5\right)=10$, $\int\limits_0^5 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** -30. **C.** -20. **D.** 70.

Lời giải

Chọn A

- Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=f\left(x\right) \end{cases}$
- $\int\limits_0^5 x.f'\left(x\right)\mathrm{d}x=\left(x.f\left(x\right)\right)\Big|_0^5-\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x \Leftrightarrow 30=5f\left(5\right)-\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$
- $\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5f\left(5\right)-30=20$.

Câu 10: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\tan x\right)\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_0^1 \frac{x^2 f\left(x\right)}{x^2+1}\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 10. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\tan x\right)\mathrm{d}x=6$.

- Đặt $t=\tan x \Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{1+t^2}$.
- Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0$, $x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow t=1$.
- $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(\tan x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 \frac{f\left(\mathrm{t}\right)}{1+t^2}\mathrm{d}t=6 \Rightarrow \int\limits_0^1 \frac{f\left(x\right)}{1+x^2}\mathrm{d}x=6$.

Mặt khác $\int\limits_0^1 \frac{f\left(x\right)}{1+x^2}\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 \frac{x^2 f\left(x\right)}{x^2+1}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 \frac{\left(1+x^2\right)f\left(x\right)}{1+x^2}.\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=6+4=10$.

- Vậy $I=10$

Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Gọi $\left(H\right)$ là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$. Diện tích hình $\left(H\right)$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_H = \int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x - \int_a^b |g(x)|\mathrm{d}x$.

B. $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$.

C. $S_H = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

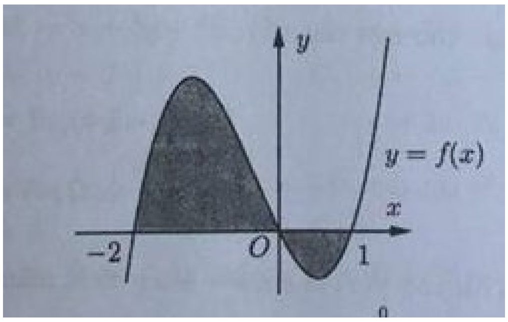
A. $V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V = 2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức $V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là



A. $S = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x - \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\left|\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là $S = \int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox.

A. 11. **B.** $\frac{34}{3}$. **C.** $\frac{31}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox.

Xét phương trình $4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Ta có $S = \int\limits_0^4 \left|4x - x^2\right| dx = \left|\int\limits_0^4 (4x - x^2) dx\right| = \left|(2x^2 - \frac{x^3}{3})\Big|_0^4\right| = \frac{32}{3}$.

Câu 15: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0 \le x \le \pi\right)$ là một tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$.

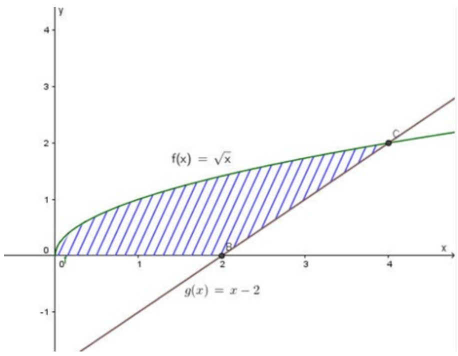
A. $V = 3$. **B.** $V = 3\pi$. **C.** $V = 2\pi\sqrt{3}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V = \int\limits_0^\pi S\left(x\right) dx = \int\limits_0^\pi \left(2\sqrt{\sin x}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} dx = 2\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (phần hình vẽ được gạch chéo). Diện tích của $\left(H\right)$ bằng



A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

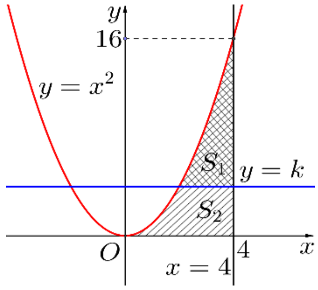
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x - 2$:

$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x = \left(x - 2\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$.

Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ là

$$S = \int\limits_0^2 \sqrt{x} dx + \int\limits_2^4 \left|\sqrt{x} - \left(x - 2\right)\right| dx = \int\limits_0^2 \sqrt{x} dx + \int\limits_2^4 \left(\sqrt{x} - x + 2\right) dx = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\Bigg|_0^2 + \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Bigg|_2^4 = \frac{10}{3}.$$

Câu 17: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $y = k$ $(0 < k < 16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.



A. $4\sqrt[3]{4}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt[3]{4}$. **D.** $4\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn B

Với $x \geq 0$ ta có $y = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{y}$.

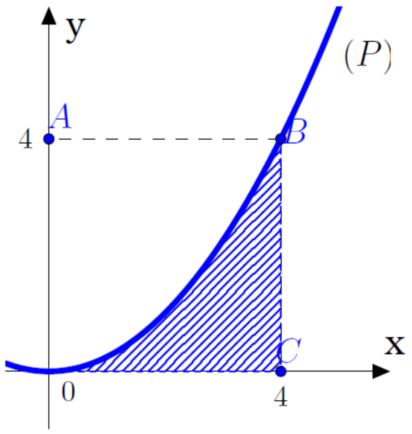
Khi đó $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_0^{16} \left(4 - \sqrt{y}\right) dy = 2\int_0^{k} \left(4 - \sqrt{y}\right) dy \Leftrightarrow \left(4y - \frac{2}{3} y\sqrt{y}\right)\Big|_0^{16} = 2\left(4y - \frac{2}{3} y\sqrt{y}\right)\Big|_0^{k}$

$\Leftrightarrow \frac{64}{3} = 2\left(4k - \frac{2}{3}k\sqrt{k}\right) \Leftrightarrow k\sqrt{k} - 6k + 16 = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{k} - 2\right)\left(k - 4\sqrt{k} - 8\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 4 \\ k = 16 + 8\sqrt{3} \end{array}\right.$. Do $0 < k < 16$ nên $k = 4$.

Câu 18: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi parabol (P) có đỉnh tại O. Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{128\pi}{5}$. **B.** $V = \frac{128\pi}{3}$. **C.** $V = \frac{64\pi}{5}$. **D.** $V = \frac{256\pi}{5}$.



Lời giải

Chọn D

Ta có parabol (P) có đỉnh O và đi qua điểm $B(4;4)$ có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$.

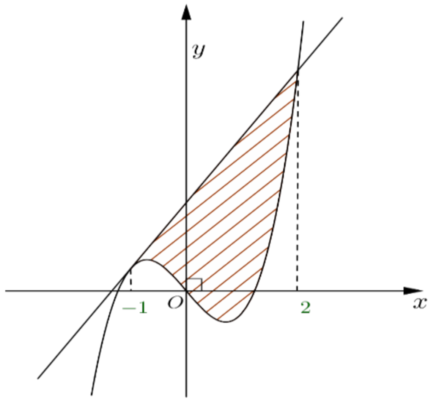
Khi đó thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (phần gạch chéo) khi quay quanh trục Ox là:

$V_1 = \pi\int_0^4 \left(\frac{1}{4}x^2\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{64\pi}{5}$.

Thể tích khối trụ khi quay hình vuông $OABC$ quanh cạnh OC là $V_2 = \pi r^2 h = \pi.4^2.4 = 64\pi$.

Suy ra thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox là
$V = V_2 - V_1 = 64\pi - \dfrac{64\pi}{5} = \dfrac{256\pi}{5}$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến d của (C) tại điểm A có hoành độ bằng -1 cắt (C) tại điểm B có hoành độ bằng 2 (xem hình vẽ). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo) bằng



A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{25}{4}$. **D.** $\dfrac{13}{2}$..

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O nên ta có $c = 0$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $f'(-1) = -2a + b + 3$, $f(-1) = a - b - 1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 là
$y = (-2a + b + 3)(x + 1) + a - b - 1 \Leftrightarrow y = (-2a + b + 3)x - a + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C) và tiếp tuyến là
$x^3 + ax^2 + bx = (-2a + b + 3)x - a + 2 \quad (1)$

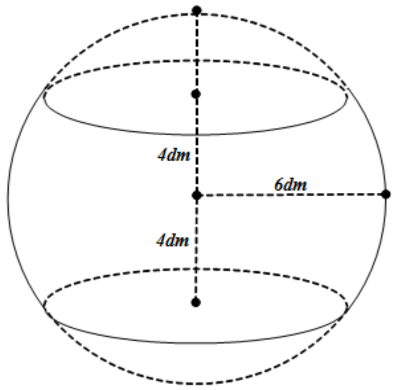
Vì tiếp tuyến cắt đồ thị hàm số tại điểm $x = 2$ nên ta có $8 + 4a + 2b = -4a + 2b + 6 - a + 2 \Rightarrow a = 0$
.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $x = -1$; $y = (b + 3)x + 2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C) tại điểm $x = -1$ và đồ thị hàm số (C) là

$$S = \int_{-1}^{2} \left[(b + 3)x + 2 - x^3 - bx\right] \mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} \left(-x^3 + 3x + 2\right) \mathrm{d}x = \frac{27}{4}.$$

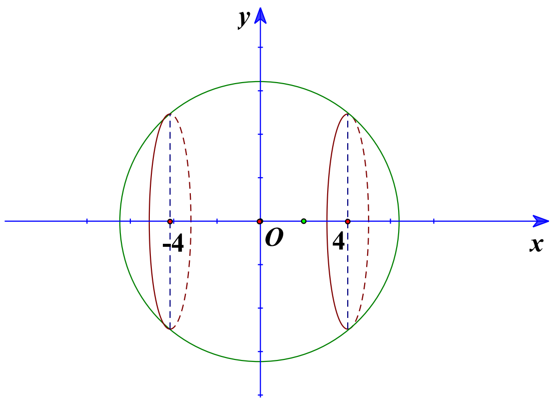
Câu 20: Một hình cầu có bán kính $6\,\text{dm}$, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu $4\,\text{dm}$.



A. $V=\dfrac{368}{3}\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$. **B.** $V=192\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$. **C.** $V=\dfrac{736}{3}\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$. **D.** $V=288\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn C



Trong hệ trục tọa độ Oxy, xét đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2=36$. Khi đó nửa phần trên trục hoành của (C) quay quanh trục hoành tạo ra mặt cầu tâm O bán kính bằng 6.

Mặt khác ta tạo hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa phần trên trục hoành của (C), trục Ox và các đường thẳng $x=-4, x=4$; sau đó quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay chính là chiếc lu trong đề bài.

Ta có $x^2+y^2=36 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{36-x^2} \Rightarrow$ nửa phần trên trục hoành của (C) là $y=\sqrt{36-x^2}$.

Thể tích V của chiếc lu là

$$V=\pi\int_{-4}^{4}\left(\sqrt{36-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{-4}^{4}\left(36-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(36x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-4}^{4}=\frac{736}{3}\pi\left(\mathrm{dm}^3\right).$$

Câu 21: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=\sqrt{3}+i$. **B.** $z=3i$. **C.** $z=-2+3i$. **D.** $z=-2$.

Lời giải

Chọn B

Một số phức có phần thực bằng 0 được gọi là số thuần ảo.

Câu 22: Số phức z thỏa mãn $\overline{z}=1-2i$ được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ bởi điểm?

A. $Q(-1;-2)$. **B.** $M(1;2)$. **C.** $P(-1;2)$. **D.** $N(1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\overline{z}=1-2i \Rightarrow z=1+2i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z là $(1;2)$.

Câu 23: Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln(2x+3)+C$. **C.** $\ln|2x+3|+C$. **D.** $\dfrac{1}{\ln 2}\ln|2x+3|+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2x+3}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$.

Tìm $I=\int\left[2f(x)+f'(x)+1\right]dx$?

A. $I=2F(x)+xf(x)+C$. **B.** $I=2xF(x)+x+1$

C. $I=2xF(x)++f(x)+x+C$. **D.** $I=2F(x)+f(x)+x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int\left[2f(x)+f'(x)+1\right]dx=\int 2f(x)dx+\int f'(x)dx+\int 1dx=2F(x)+f(x)+x+C$

$=\int\left[2f(x)+f'(x)+1\right]dx=2F(x)+f(x)+x+C$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn và $f'(x)=x\left(x^2-1\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(1)=f(0)=f(-1)$. **B.** $f(1)>f(0)>f(-2)$.

C. $f(-2)>f(0)>f(1)$. **D.** $f(-1)\ge f(0)\ge f(1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=\int f'(x)dx=\int\left(x^3-x\right)dx=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2+C\ (C\in\mathbb{R})$.

$f(0)=C;f(-1)=C-\dfrac{1}{4};f(1)=C-\dfrac{1}{4};f(-2)=C+2$.

$\Rightarrow f(-1)=f(1)<f(0)<f(-2)$.

Câu 26: Gọi $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^x$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-1)^2e^x$. Tính $S=a+2b+c$.

A. $S=3$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B

Do $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có

$F'(x)=f(x)\Leftrightarrow\left(ax^2+(2a+b)x+b+c\right)e^x=(x-1)^2e^x$.

Do đó ta có $\begin{cases}a=1\\2a+b=-2\\b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-4\\c=5\end{cases}\Rightarrow S=a+2b+c=-2$.

Câu 27: Cho $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x}$. Tính $\int f'(x).e^xdx$

A. $3x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$ **B.** $x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$

C. $3x^2e^x-6xe^x+e^x+C$ **D.** $3x^2+6xe^x+6e^x+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F'(x)=\dfrac{f(x)}{x}\Leftrightarrow x^2=\dfrac{f(x)}{x}\Leftrightarrow f(x)=x^3\Rightarrow f'(x)=3x^2$

Do đó $\int f'(x).e^x dx=\int 3x^2.e^x dx$ ta đặt $\begin{cases}u=3x^2\\dv=e^x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=6xdx\\v=e^x\end{cases}$

Ta được $\int f'(x).e^x dx=\int 3x^2.e^x dx=3x^2e^x-\int 6xe^x=3x^2e^x-6xe^x+6e^x+C$

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]$ với mọi x dương. Biết $f(1)=f'(1)=1$. Tính $f^2(2)$.

A. $f^2(2)=2\ln 2+2$. **B.** $f^2(2)=\ln 2+1$.

C. $f^2(2)=\sqrt{2\ln 2+2}$. **D.** $f^2(2)=\sqrt{\ln 2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left[xf'(x)\right]^2+1=x^2\left[1-f(x).f''(x)\right]\Leftrightarrow\left[f'(x)\right]^2+f(x).f''(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$ (1) (do $x>0$).

Lấy nguyên hàm hai vế (1) ta có: $f(x).f'(x)=x+\dfrac{1}{x}+C_1$ (2).

Do $f(1)=f'(1)=1$ nên từ $(2)\Rightarrow C_1=-1$.

Khi đó $f(x).f'(x)=x+\dfrac{1}{x}-1\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)=2x+\dfrac{2}{x}-2$ (3).

Lấy nguyên hàm hai vế (3) ta có: $f^2(x)=x^2+2\ln x-2x+C_2$ (4).

Do $f(1)=1$ nên từ $(4)\Rightarrow C_2=2$.

Vậy: $f^2(x)=x^2+2\ln x-2x+2\Rightarrow f^2(2)=2\ln 2+2$.

Câu 29: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Tâm I là trung điểm $AB\Rightarrow I(1;2;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{3}$.

Vậy: $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;0),B(3;2;-1),C(-1;-4;4)$. Tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2+MB^2+MC^2=52$ là

A. mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=2$. **B.** mặt cầu tâm $I(-1;0;-1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

C. mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$. **D.** mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$.

Khi đó $MA^2+MB^2+MC^2$

$=(x-1)^2+(y-2)^2+z^2+(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2+(x+1)^2+(y+4)^2+(z-4)^2$

$=3x^2+3y^2+3z^2-6x-6z+52.$

Theo đề: $MA^2+MB^2+MC^2=52 \Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-6x-6z+52=52$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z-1)^2=2$

Vậy: M thuộc mặt cầu có tâm mặt cầu tâm $I(1;0;1)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$ và $\vec{c}=(-2;5;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(0;6;-6)$. **B.** $\vec{u}=(6;0;-6)$. **C.** $\vec{u}=(6;-6;0)$. **D.** $\vec{u}=(-6;6;0)$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=(1+3-(-2);-1+0-5;2-1-1)=(6;-6;0)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $(0;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có $\begin{cases} x_G=\frac{1-1+0}{3}=0 \\ y_G=\frac{2+0+0}{3}=\frac{2}{3} \\ z_G=\frac{3+1+0}{3}=\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(0;\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Vậy trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là $\left(0;\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết ta có: Hình chiếu của điểm $M(x;y;z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;y;z)$

Nên $M(0;2;3)$ là hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz).

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{b}=(-1;4;-2)$. Giá trị của biểu thức $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -16. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

$\vec{a}.\vec{b}=2.(-1)+(-3).4+1.(-2)=-16$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(1;1;4)$. **B.** $D\left(-1;1;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $D(1;3;4)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tọa độ điểm $D(x;y;z)$, $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-2)$, $\overrightarrow{DC}=(-1-x;3-y;2-z)$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. Do đó, ta có hệ sau:

$$\begin{cases}-1-x=-2\\3-y=2\\2-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=4\end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $D(1;1;4)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;-3), B(1;0;2), C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=17$. **C.** $x+y=-\frac{11}{5}$. **D.** $x+y=\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;5), \overrightarrow{AC}=(x+1;y-2;1)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{3}{5}\\y=\frac{8}{5}\end{cases}\Rightarrow x+y=1$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;1;2)$, tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

A. $(3;-1;-2)$. **B.** $(3;-1;2)$. **C.** $(3;1;-2)$. **D.** $(-3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(x;y;z)$, $A'(x';y';z')$ là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oy.

Điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy nên $\begin{cases}x'=-x\\y'=y\\z'=-z\end{cases}$. Do đó $A'=(3;1;-2)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA=2MB$, tọa độ điểm M là

A. $M\left(\frac{7}{3};\frac{-5}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $M(4;5;-9)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2};-5;\frac{17}{2}\right)$. **D.** $M(1;-7;12)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2(2-x) \\ y-1=2(-3-y) \\ z+2=2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=-\frac{5}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3};-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right).$$

Vậy $M\left(\frac{7}{3};\frac{-5}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Do G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2;3;1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxz), khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxz), ta có: $GH = d(G,(Oxz)) = 3$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz), ta có $GM \geq GH = 3$, do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow$ $M \equiv H$.

Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 3.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;0;m)$. Tìm tất c giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng $45°$.

A. $m=2$. **B.** $m=2\pm\sqrt{6}$. **C.** $m=2-\sqrt{6}$. **D.** $m=2+\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

+ $(\vec{u},\vec{v}) = 45° \Leftrightarrow \cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3 = 1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2-\sqrt{6}.$$

Vậy: $m=2-\sqrt{6}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB,CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a;b;c \in R$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn A

- **Cách 1:** Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4);\overrightarrow{CD}=(a+6;b-3;c-6)$

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$ $(k \in R)$ hay $\frac{a+6}{-2}=\frac{b-3}{1}=\frac{c-6}{2}$

$\Rightarrow\begin{cases} b=\dfrac{-a}{2} \\ c=-a \end{cases}$. Vậy $D\left(a;\dfrac{-a}{2};-a\right)$.

Lại có $AC=BD\Leftrightarrow AC^2=BD^2\Leftrightarrow(-9)^2+2^2+8^2=(a+1)^2+\left(\dfrac{a}{2}+3\right)^2+(a+2)^2$

$\Leftrightarrow a^2+4a-60=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-10 \end{array}\right.$

Với $a=-10\Rightarrow D(-10;5;10)$. Kiểm tra thấy: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (Không thỏa mãn $ABCD$ là hình thang cân).

Với $a=6\Rightarrow D(6;-3;-6)$. Kiểm tra thấy: $(-3).\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (thỏa mãn).

Do đó, $T=a+b+c=6-3-6=-3$.

◆Cách 2

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4);\overrightarrow{CD}=(a+6;b-3;c-6)$

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng hay $\dfrac{a+6}{-2}=\dfrac{b-3}{1}=\dfrac{c-6}{2}<0$

$\Leftrightarrow\begin{cases} b=\dfrac{-a}{2} \\ c=-a \\ a>-6 \end{cases}$. Vậy $D\left(a;\dfrac{-a}{2};-a\right)$ với $a>-6$.

Lại có $AC=BD\Leftrightarrow AC^2=BD^2\Leftrightarrow(-9)^2+2^2+8^2=(a+1)^2+\left(\dfrac{a}{2}+3\right)^2+(a+2)^2$

$\Leftrightarrow a^2+4a-60=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-10(L) \end{array}\right.$

Với $a=6\Rightarrow D(6;-3;-6)$.

Do đó, $T=a+b+c=6-3-6=-3$.

◆Cách 3

Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB (cũng là mp trung trực của đoạn thẳng CD)

Gọi mp (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, suy ra mp (α) đi qua trung điểm $I(1;2;0)$ của đoạn thẳng AB và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(-2;1;2)$, suy ra phương trình của mp (α) là: $(\alpha):-2x+y+2z=0$.

Vì C,D đối xứng nhau qua mp(α) nên

$D(6;-3;-6)\Rightarrow a=6;\ b=-3;c=-6\Rightarrow T=a+b+c=-3$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5)$, $B(3;4;1)$, $C(2;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Do G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(2;3;1)$.

◆Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxz), khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxz), ta có: $GH = d(G,(Oxz)) = 3$

◆Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz), ta có $GM \geq GH = 3$, do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow$ $M \equiv H$.

Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 3.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **<u>B.</u>** $N(-1;-1;1)$. **C.** $P(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Loại A, C, D vì thay tọa độ điểm $M(1;1;-1)$, $P(1;1;1)$, $Q(-1;1;1)$ vào pt mặt phẳng (P) ta thấy không thỏa mãn.

◆Thay tọa độ điểm $N(-1;-1;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy: $-1-1-1+3=0$ thỏa mãn. Tức là mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(-1;-1;1)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) là

A. $3x+14y+5z=0$. **B.** $3x-14y+5z=0$. **C.** $3x+14y-5z=0$. **<u>D.</u>** $3x-14y-5z=0$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: $\overrightarrow{OA} = (3;1;-1), \overrightarrow{OB} = (2;-1;4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right] = (3;-14;-5)$ là VTPT của (OAB)

◆Mặt phẳng (OAB) có VTPT là $(3\,;-14\,;-5)$ và đi qua $O(0;0;0)$ nên có phương trình: $3x-14y-5z=0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $4x-2y+6z+8=0$. **<u>B.</u>** $2x-y+3z-8=0$. **C.** $2x-y+3z+8=0$. **D.** $4x-2y+6z-8=0$.

Lời giải

Chọn B

◆ Vì (α) song song với $(Q):2x-y+3z+2=0$ nên mặt phẳng (α) có phương trình dạng

$$2x-y+3z+d=0 \text{ với } d \neq 2.$$

◆Vì (α) đi qua điểm $A(2;-1;1)$ nên $2.2-(-1)+3.1+d=0 \Leftrightarrow d=-8$ (thỏa mãn $d \neq 2$).

Vậy (α) có phương trình là $2x-y+3z-8=0$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3), B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x+y-z+1=0$. **<u>B.</u>** $x+y-2z+1=0$. **C.** $x-y-2z+1=0$. **D.** $x+y-2z+7=0$.

Lời giải

Chọn B

◆ Gọi M là trung điểm AB thì $M(2;-1;1)$; $\overrightarrow{AB}=(2;2;-4)$.

◆Mặt phẳng trung trực của AB đi qua M nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:
$2(x-2)+2(y+1)-4(y-1)=0 \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$. **B.** $6x+3y+2z-12=0$.
C. $6x+3y+2z=0$. **D.** $6x+3y+2z-36=0$.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình $mp(ABC)$: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

◆Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên phương trình có dạng:

$$6x+3y+2z+d=0,\ d\neq -12.$$

◆Mặt phẳng (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC)

$\Leftrightarrow d((ABC),(P))=d(D,(P)) \Leftrightarrow d(A,(P))=d(D,(P))$

$\Leftrightarrow \frac{|6.2+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{|6.2+3.4+2.6+d|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} \Leftrightarrow |d+12|=|d+36| \Leftrightarrow d=-24$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $6x+3y+2z-24=0$.

Câu 48: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x+5y+z-6=0$. **B.** $2x+y-6z-23=0$.
C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $3x+4y+3z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc\neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

◆Do $M\in(\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{1}{b}-\frac{3}{c}=1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2-a;1;-3), \overrightarrow{BM}=(2;1-b;-3), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

◆Do M là trực tâm tam giác ABC nên: $\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-b-3c=0\\ -2a-3c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-3c\\ a=-\frac{3c}{2}\end{cases} \quad (2)$

Thay (2) vào (1) ta có: $-\frac{4}{3c}-\frac{1}{3c}-\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow c=-\frac{14}{3} \Rightarrow a=7, b=14$.

Do đó (α): $\frac{x}{7}+\frac{y}{14}-\frac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;0;-2)$, $C(2;-1;0)$, $D(-2;2;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng song song với AB, CD và cắt 2 đường thẳng AC, BD lần lượt tại M, N thỏa mãn $\left(\frac{BN}{AM}\right)^2 = AM^2 - 1$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

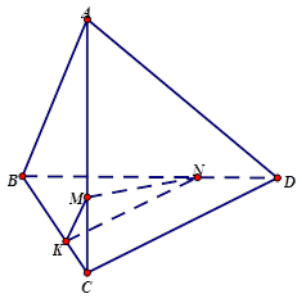
◆ **Cách 1:**

Ta dễ dàng chứng minh được 4 điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện. Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm,ta xác định mặt phẳng (α) như sau:

Xét (α) và (ABC) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap AB \\ (\alpha) // AB \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (α) và (ABC) là Mx trong đó $Mx // AB$, $Mx \cap AB = K$

Tương tự ta có giao tuyến của (α) và (BCD) là Ky trong đó $Ky // CD$, $Ky \cap BD = N$

$\Rightarrow (\alpha) \equiv (KMN)$



Ta có: $\frac{BN}{BD} = \frac{BK}{BC} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{BN}{BD} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{BN}{AM} = \frac{BD}{AC} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{5}$

Vậy từ giả thiết: $\left(\frac{BN}{AM}\right)^2 = AM^2 - 1 \Rightarrow AM^2 = 6 \Rightarrow AM = \sqrt{6} = AC$.

$\Rightarrow M$ là điểm đối xứng của C qua A.

Vậy chỉ có 1 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

◆**Cách 2:**

Ta dễ dàng chứng minh được 4 điểm A, B, C, D tạo thành tứ diện.

Vì mặt phẳng (α) song song với AB, CD và cắt 2 đường thẳng AC, BD lần lượt tại M, N nên theo định lí Talet trong không gian ta có: $\frac{BN}{AM} = \frac{BD}{AC} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} = \sqrt{5}$

Vậy từ giả thiết: $\left(\frac{BN}{AM}\right)^2 = AM^2 - 1 \Rightarrow AM^2 = 6 \Rightarrow AM = \sqrt{6} = AC$.

$\Rightarrow M$ là điểm đối xứng của C qua A.

Vậy chỉ có 1 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $ax + by + cz - 18 = 0$ cắt ba trục toạ độ tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-1;-3;2)$. Giá trị $a + c$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

◆ Giả sử mặt phẳng $(P): ax+by+cz-18=0$ cắt 3 trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C.

Do $A \in Ox \Rightarrow A(x_A;0;0)$; $B \in Oy \Rightarrow B(0;y_B;0)$; $C \in Oz \Rightarrow C(0;0;z_C)$.

◆Vì $G(-1;-3;2)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} \dfrac{x_A+0+0}{3}=-1 \\ \dfrac{0+y_B+0}{3}=-3 \\ \dfrac{0+0+z_C}{3}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=-3 \\ y_B=-9 \\ z_C=6 \end{cases} \Rightarrow A(-3;0;0), B(0;-9;0), C(0;0;6).$$

◆Do $A, B, C \in (P)$ nên mp(P) có phương trình: $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{-9}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow -6x-2y+3z-18=0$.

Suy ra: $a=-6; c=3$. Vậy $a+c=-3$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 10

Câu 1: Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x$.

A. $I=-4$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=6$. **D.** $I=4$.

Câu 2: Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 3: Cho $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int\limits_2^3 g(t)\mathrm{d}t=-3$. Giá trị của $A=\int\limits_2^3\left[3f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 12. **D.** 0.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;1]$ thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=1$. **B.** $f(1)=-9$. **C.** $f(1)=-1$. **D.** $f(1)=9$.

Câu 5: Tính tích phân: $I=\int\limits_1^2\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=a+b\ln 2, a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $a-2b$

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6: Xét $\int\limits_0^2 x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\int\limits_0^2 x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int\limits_0^2\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $2\int\limits_0^4\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int\limits_0^2\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{1}{2}\int\limits_0^4\mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Câu 7: Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Khi đó $I=\int\limits_0^1 f(4x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=\frac{-1}{4}$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=\frac{-1}{2}$.

Câu 8: Giả sử $\int\limits_0^2\frac{x-1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 3;\ a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $P=a.b$.

A. $P=-4$. **B.** $P=8$. **C.** $P=-6$. **D.** $P=-5$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;5]$ và $f(5)=10$, $\int\limits_0^5 xf'(x)\mathrm{d}x=30$. Tính $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 20. **B.** -20. **C.** 70. **D.** -30.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\cos x\cos^2 2x, \forall\in R$. Khi đó $\int\limits_0^{\pi}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1042}{225}$. **B.** $\frac{208}{225}$. **C.** $\frac{242}{225}$. **D.** $\frac{149}{225}$.

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=0$, $x=\pi$, đồ thị hàm số $y=\cos x$ và trục Ox là

A. $S=\int_0^{\pi}\cos x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^{\pi}\cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_0^{\pi}|\cos x|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_0^{\pi}|\cos x|\mathrm{d}x$

Câu 12: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ xung quanh trục Ox.

A. $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=2x+3$.

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{109}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{91}{6}$.

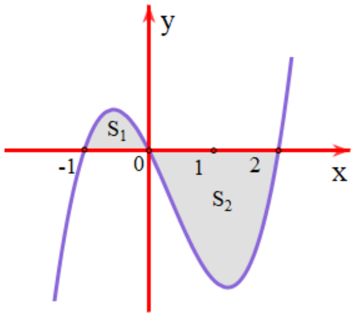
Câu 14: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và đường thẳng $x=4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{7}{6}$. **B.** $V=\frac{7\pi^2}{6}$. **C.** $V=\frac{7\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{7\pi}{3}$

Câu 15: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45 m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20\ (\text{m/s})$, trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu?

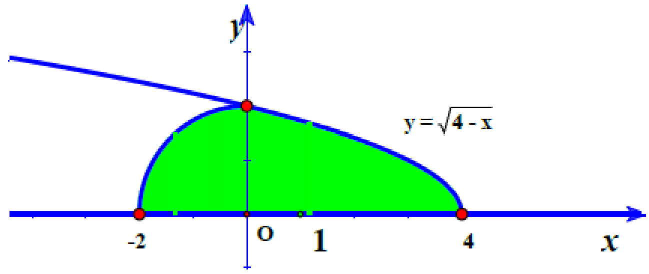
A. 4 m. **B.** 5 m. **C.** 3 m. **D.** 6 m.

Câu 16: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm phía trên trục hoành có diện tích $S_1=\frac{5}{12}$ và phần nằm phía dưới trục hoành có diện tích $S_2=\frac{8}{3}$. Tính $I=\int_0^1 f(3x-1)dx$.



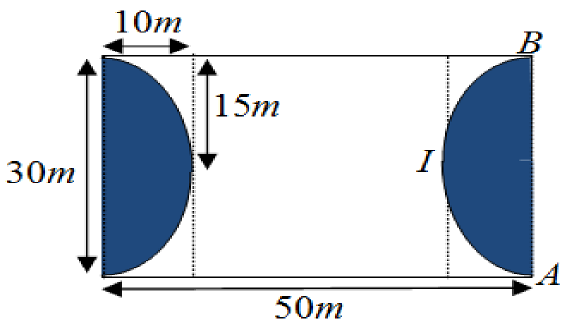
A. $I=\frac{5}{3}$. **B.** $I=-\frac{3}{4}$. **C.** $I=-\frac{37}{36}$. **D.** $I=-\frac{1}{4}$.

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y=\sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox.



A. $V=\dfrac{77\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{53\pi}{6}$. **C.** $V=\dfrac{67\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$.

Câu 18: Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài $50\,\text{m}$. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



- Phần tô màu gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh I.

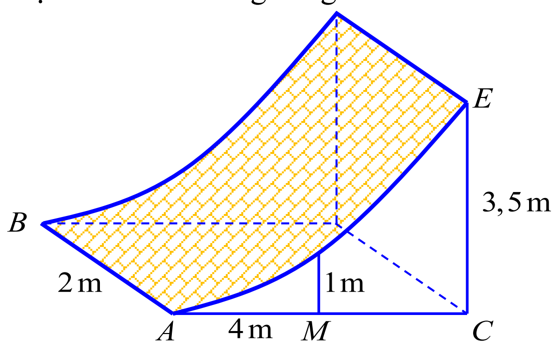
.

- Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/m^2.

Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

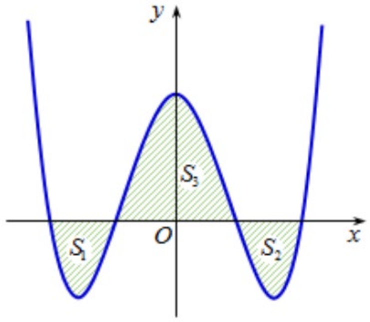
A. 165 triệu đồng. **B.** 151 triệu đồng. **C.** 195 triệu đồng. **D.** 135 triệu đồng.

Câu 19: Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\,\text{m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2\,\text{m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4\,\text{m}$, $CE=3,5\,\text{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1\,\text{m}$ (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



A. $9,75\,\text{m}^3$. **B.** $10,5\,\text{m}^3$. **C.** $10\,\text{m}^3$. **D.** $10,25\,\text{m}^3$.

Câu 20: Cho hàm số $y=x^4-3x^2+m$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số thực). Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1,S_2 là diện tích của hai hình phẳng nằm dưới trục Ox và S_3 là diện tích của hình phẳng nằm trên trục Ox được tạo bởi (C_m) với trục Ox. Biết rằng tồn tại duy nhất giá trị của $m=\dfrac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản) để $S_1+S_2=S_3$. Giá trị của $2a-b$ bằng



A. 3. **B.** -4. **C.** 6. **D.** -2.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 22: Các số thực x, y thỏa mãn $x+yi=3-4i$, với i là đơn vị ảo là

A. $x=3, y=-4$. **B.** $x=-4, y=3$. **C.** $x=-3, y=-4$. **D.** $x=4, y=3$.

Câu 23: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+1$ là

A. $3\mathrm{e}^{3x}+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+C$. **C.** $3\mathrm{e}^{3x}+x+C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+x+C$.

Câu 24: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, khi đó $\int f(2x+1)\mathrm{d}x$ là

A. $F(2x+1)+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}F(2x+1)+C$. **C.** $2F(2x+1)+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}F(x)+C$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+3\cos x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|1+3\cos x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\ln|1+3\cos x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{-1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$.

Câu 26: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 27: Biết $\int x(1-2x)^{50}\,\mathrm{d}x=\dfrac{(1-2x)^{52}}{a}-\dfrac{(1-2x)^{51}}{b}+C$. Giá trị của $a-b$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -4.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{x(\ln x-1)}$, $\forall x\in(0;+\infty)\setminus\{e\}$ và $f(e^{-2})=\ln 6$, $f(e^2)=3$. Giá trị của $f(e^{-1})+f(e^3)$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2+1$. **C.** $\ln 2+3$ **D.** $3\ln 2+3$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}$. **B.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}$.

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=24$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;-1)$ và hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$ và $(Q):2x-y+2z+5=0$. Có bao nhiêu mặt cầu (S) đi qua A và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P), (Q)?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $(0;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-2)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba vecto $\vec{a}=(2;-1;0)$; $\vec{b}=(1;2;3)$; $\vec{c}=(4;2;-1)$ và các mệnh đề sau:

(1) $\vec{a}\perp\vec{b}$. (2) $\vec{b}.\vec{c}=5$.

(3) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{c}$. (4) $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{14}$.

Trong bốn mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BM}$.

A. $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $M(1;3;4)$. **C.** $M(-4;3;5)$. **D.** $M(5;0;-1)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, hãy tính góc giữa hai vecto $\vec{a}=(1;2;-2)$ và $\vec{b}=(-1;-1;0)$.

A. $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120°$. **B.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=45°$. **C.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60°$. **D.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=135°$.

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tọa độ điểm A' là

A. $A'(-3;3;1)$. **B.** $A'(-3;-3;3)$. **C.** $A'(-3;-3;-3)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.

Câu 36: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh B xuống cạnh AC. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** $\frac{22}{3}$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$ và $C(3;5;-2)$. Tìm tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)$. **B.** $I\left(\frac{37}{2};-7;0\right)$. **C.** $I\left(-\frac{27}{2};15;2\right)$. **D.** $I\left(2;\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;3;1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;\ 1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$ và D nằm trên tia Oy. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 7. Tọa độ của D là

A. $D(0;-10;0)$. **B.** $D(0;11;0)$.

C. $D(0;-10;0)$ hoặc $D(0;11;0)$. **D.** $D(0;-11;0)$ hoặc $D(0;10;0)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{AM}{BM}=2$. **C.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{AM}{BM}=3$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(0\ ;\ 4\sqrt{2}\ ;\ 0\right)$, $B\left(0\ ;\ 0\ ;\ 4\sqrt{2}\right)$, điểm $C\in(Oxy)$ và tam giác OAC vuông tại C, hình chiếu vuông góc của O trên BC là điểm H. Khi đó điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB, CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a;b;c\in\mathbb{R}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-1$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $P(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng toạ độ (Oyz) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $y-z=0$. **D.** $y=0$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) với O là gốc tọa độ là

A. $3x+14y+5z=0$. **B.** $3x-14y+5z=0$. **C.** $3x+14y-5z=0$. **D.** $3x-14y-5z=0$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y-3z+8=0$. **B.** $2x-y+3z-8=0$. **C.** $2x-y+3z+8=0$. **D.** $2x+y-3z-8=0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha: x+y-z+1=0$ và $(\beta): -2x+my+2z-2=0$. Tìm m để (α) song song với (β).

A. Không tồn tại m. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=5$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-5)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}_1=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{5}\right)$. **B.** $\vec{n}_2=\left(1;-\frac{1}{2};-\frac{1}{5}\right)$. **C.** $\vec{n}_3=\left(1;-\frac{1}{2};\frac{1}{5}\right)$. **D.** $\vec{n}_4=\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{5}\right)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $ax+by+cz-18=0$ cắt ba trục toạ độ tại A,B,C sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-1;-3;2)$. Giá trị $a+c$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -3.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=2$. **B.** $S=-12$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x$.

A. $I=-4$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=6$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int\limits_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x=\left(x^4-3x\right)\Big|_{-1}^{1}=-2-4=-6$.

Câu 2: Nếu $\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_{0}^{1}2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_{0}^{1}2f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x=2.4=8$.

Câu 3: Cho $\int\limits_{2}^{3}f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int\limits_{2}^{3}g(t)\mathrm{d}t=-3$. Giá trị của $A=\int\limits_{2}^{3}\left[3f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 12. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$A=\int\limits_{2}^{3}\left[3f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int\limits_{2}^{3}f(x)\mathrm{d}x-2\int\limits_{2}^{3}g(x)\mathrm{d}x=3.2-2.(-3)=12$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;1]$ thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=1$. **B.** $f(1)=-9$. **C.** $f(1)=-1$. **D.** $f(1)=9$.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_{-1}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow f(1)-f(-1)=5\Rightarrow f(1)=5+f(-1)=5+4=9$.

Câu 5: Tính tích phân: $I=\int\limits_{1}^{2}\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=a+b\ln 2, a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $a-2b$

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$I=\int\limits_{1}^{2}\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=\left(x+\ln x\right)\Big|_{1}^{2}=2+\ln 2-(1+\ln 1)=1+\ln 2$.

Vậy $a=1,b=1\Rightarrow a-2b=-1$.

Câu 6: Xét $\int\limits_{0}^{2}xe^{x^2}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\int\limits_{0}^{2}xe^{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int_0^2 e^u du$. **B.** $2\int_0^4 e^u du$. **C.** $\frac{1}{2}\int_0^2 e^u du$. **D.** $\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = x^2 \Rightarrow du = 2xdx \Rightarrow xdx = \frac{1}{2}du$

$x = 0 \Rightarrow u = 0;\ x = 2 \Rightarrow u = 4$

$\Rightarrow \int_0^2 xe^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int_0^4 e^u dx$.

Câu 7: Cho $\int_0^4 f(x)dx = -1$. Khi đó $I = \int_0^1 f(4x)dx$ bằng:

A. $I = \frac{1}{4}$. **B.** $I = \frac{-1}{4}$. **C.** $I = -2$. **D.** $I = \frac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I = \int_0^1 f(4x)dx$:

Đặt $t = 4x \Rightarrow dt = 4dx$.

$x = 0 \Rightarrow t = 0;\ x = 1 \Rightarrow t = 4$.

$\Rightarrow I = \int_0^1 f(4x)dx = \frac{1}{4}\int_0^4 f(t)dt = \frac{1}{4}.(-1) = \frac{-1}{4}$

Câu 8: Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx = a\ln 5 + b\ln 3;\ a,b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a.b$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 8$. **C.** $P = -6$. **D.** $P = -5$.

Lời giải

Chọn C

$\frac{x-1}{x^2+4x+3} = \frac{x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} \Leftrightarrow x - 1 = (A+B)x + 3A + B$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 1 \\ 3A + B = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx = \left(-\ln|x+1| + 2\ln|x+3|\right)\Big|_0^2 = -\ln 3 + 2\ln 5 - (-\ln 1 + 2\ln 3)$

$= -3\ln 3 + 2\ln 5$.

Vậy $P = a.b = (-3).2 = -6$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;5]$ và $f(5) = 10$, $\int_0^5 xf'(x)dx = 30$. Tính $\int_0^5 f(x)dx$.

A. 20. **B.** -20. **C.** 70. **D.** -30.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_0^5 xf'(x)\mathrm{d}x$:

Đặt $\begin{cases} u = x \\ du = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

$\int_0^5 xf'(x)\mathrm{d}x = xf(x)\Big|_0^5 - \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 5f(5) - 0 - \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 5.10 - \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 30$

$\Rightarrow \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 20$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x\cos^2 2x, \forall \in R$. Khi đó $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1042}{225}$. **B.** $\frac{208}{225}$. **C.** $\frac{242}{225}$. **D.** $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int \cos x\cos^2 2x\mathrm{d}x = \int \cos x\left(1 - 2\sin^2 x\right)^2 \mathrm{d}x$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow \mathrm{d}t = \cos x\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow f(x) = \int \left(1 - 2t^2\right)^2 \mathrm{d}t = \int \left(1 - 4t^2 + 4t^4\right)\mathrm{d}t = t - \frac{4}{3}t^3 + \frac{4}{5}t^5 + C = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C$.

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x = \sin x\left(1 - \frac{4}{3}\sin^2 x + \frac{4}{5}\sin^4 x\right)$.

$= \sin x\left[1 - \frac{4}{3}\left(1 - \cos^2 x\right) + \frac{4}{5}\left(1 - \cos^2 x\right)^2\right]$.

Ta có $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{\pi} \sin x\left[1 - \frac{4}{3}\left(1 - \cos^2 x\right) + \frac{4}{5}\left(1 - \cos^2 x\right)^2\right]\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\sin x\mathrm{d}x$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \pi \Rightarrow t = -1$.

Khi đó, $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1}\left[1 - \frac{4}{3}\left(1 - t^2\right) + \frac{4}{5}\left(1 - t^2\right)^2\right]\mathrm{d}t = \int_{-1}^{1}\left(\frac{7}{15} - \frac{4}{15}t^2 + \frac{4}{5}t^4\right)\mathrm{d}t$

$= \left(\frac{7}{15}t - \frac{4}{45}t^3 + \frac{4}{5}t^4\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \frac{242}{225}$.

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^{\pi} \cos x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_0^{\pi} \cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_0^{\pi} |\cos x|\mathrm{d}x$. **D.** $S = \pi\int_0^{\pi} |\cos x|\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết.

Câu 12: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ xung quanh trục Ox.

A. $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính thể tích khối tròn xoay $V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$.

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{109}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{91}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đường cong $y = x^2$, $y = 2x + 3$ là:

$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$.

Do đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$ là:

$S = \int_{-1}^{3}\left|2x + 3 - x^2\right|\mathrm{d}x$.

Vì $-x^2 + 2x + 3 \geq 0\ \forall x \in [-1;3]$ nên ta có

$$S = \int_{-1}^{3}\left|2x + 3 - x^2\right|\mathrm{d}x = \int_{-1}^{3}\left(-x^2 + 2x + 3\right)\mathrm{d}x = \left.\left(-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x\right)\right|_{-1}^{3} = \frac{32}{3}.$$

Câu 14: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 1$, trục hoành và đường thẳng $x = 4$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{7}{6}$. **B.** $V = \frac{7\pi^2}{6}$. **C.** $V = \frac{7\pi}{6}$. **D.** $V = \frac{7\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành $V = \pi\int_1^4\left(\sqrt{x} - 1\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int_1^4\left(x - 2\sqrt{x} + 1\right)\mathrm{d}x$

$$= \pi\left.\left(\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3}x\sqrt{x} + x\right)\right|_1^4 = \frac{7\pi}{6}.$$

Câu 15: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45 m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu?

A. 4 m. **B.** 5 m. **C.** 3 m. **D.** 6 m.

Lời giải

Chọn B

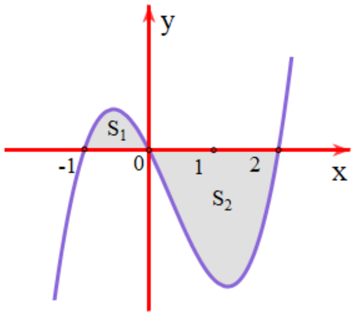
* Xe dừng lại khi $v(t)=0 \Leftrightarrow -5t+20=0 \Leftrightarrow t=4\ (\text{s})$.

* Quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là:

$$\int_0^4 v(t)\,dt=\int_0^4(-5t+20)\,dt=\left(20t-\frac{5t^2}{2}\right)\Bigg|_0^4=40\text{ m}$$

* Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là: $45-40=5$ m.

Câu 16: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm phía trên trục hoành có diện tích $S_1=\dfrac{5}{12}$ và phần nằm phía dưới trục hoành có diện tích $S_2=\dfrac{8}{3}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(3x-1)dx$.



A. $I=\dfrac{5}{3}$. **B.** $I=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $I=-\dfrac{37}{36}$. **D.** $I=-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Với $I=\displaystyle\int_0^1 f(3x-1)dx$.

Đặt $t=3x-1 \Rightarrow dt=3dx$.

Khi $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=-1 \\ x=1 \Rightarrow t=2 \end{cases}$.

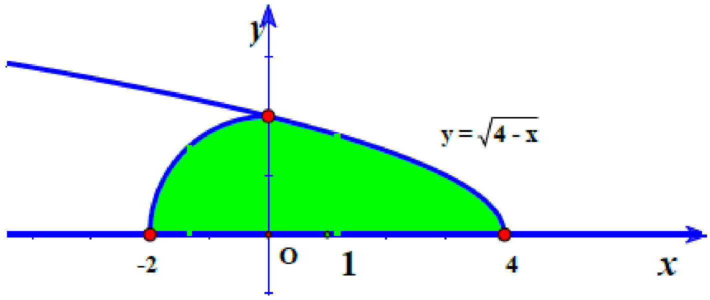
Ta được $I=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_{-1}^2 f(t)\,dt=\dfrac{1}{3}\int_{-1}^2 f(x)\,dx=\dfrac{1}{3}\left(\int_{-1}^0 f(x)\,dx+\int_0^2 f(x)\,dx\right)$.

Trên đoạn $[-1;0]: f(x)\ge 0$ nên $\displaystyle\int_{-1}^0 f(x)dx=\frac{5}{12}$.

Trên đoạn $[0;2]: f(x)\le 0$ nên $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx=-\frac{8}{3}$.

Vậy: $I=\dfrac{1}{3}\left(\displaystyle\int_{-1}^0 f(x)\,dx+\int_0^2 f(x)\,dx\right)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{5}{12}-\dfrac{8}{3}\right)=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\dfrac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y=\sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox.



A. $V=\dfrac{77\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{53\pi}{6}$. **C.** $V=\dfrac{67\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\sqrt{4-x}$ và trục Ox là:

$\sqrt{4-x}=0 \Leftrightarrow x=4$.

Khối tạo thành gồm 2 phần:

➢ Phần 1: $\dfrac{1}{4}$ đường tròn khi quay quanh Ox $\Rightarrow$ tạo thành nửa khối cầu bán kính $R=2$.

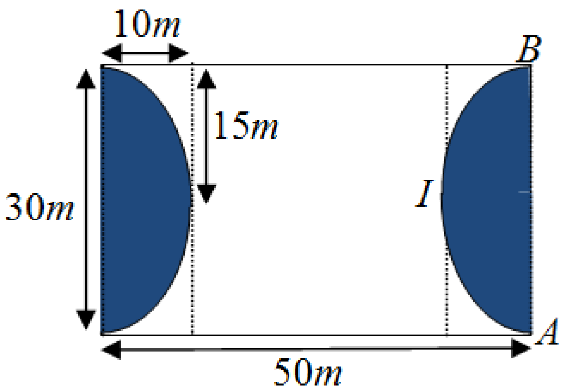
Thể tích phần 1: $V_1=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{2}{3}\pi.2^3=\dfrac{16\pi}{3}$.

➢ Phần 2: Khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x}; y=0; x=0; x=4$.

Thể tích phần 2: $V_2=\pi\int\limits_0^4(4-x)\mathrm{d}x=8\pi$.

Thể tích vật thể tạo thành: $V=V_1+V_2=\dfrac{40\pi}{3}$.

Câu 18: Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài $50\,\text{m}$. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



- Phần tô màu gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh I.

- Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/m^2.

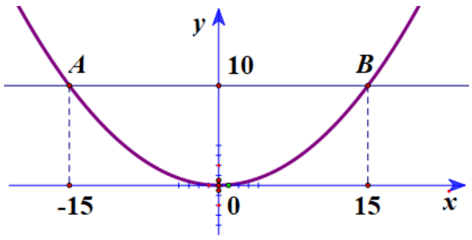
Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

A. 165 triệu đồng. **B.** 151 triệu đồng. **C.** 195 triệu đồng. **D.** 135 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, $O\equiv I$.



Khi đó, đường cong AIB là hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y=\frac{2}{45}x^2$ và đường thẳng $y=10$.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2}{45}x^2=10 \Leftrightarrow x=\pm 15$.

Diện tích phần tô màu là: $S_1=2\int_{-15}^{15}\left|\frac{2}{45}x^2-10\right|\mathrm{d}x=400\ \left(\mathrm{m}^2\right)$.

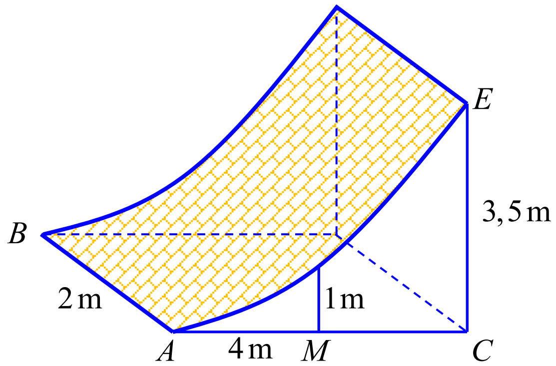
Mặt khác diện tích sân bóng đá mini hình chữ nhật là $S=30.50=1500\ \left(\mathrm{m}^2\right)$.

Phần không tô màu có diện tích là: $S_2=S-S_1=1100\ \left(\mathrm{m}^2\right)$.

Số tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng:

$S_1.130000+S_2.90000=400.130000+1100.90000=151000000$.

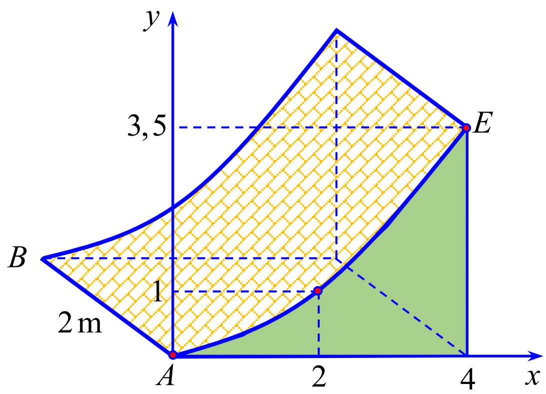
Câu 19: Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\,\mathrm{m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2\,\mathrm{m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4\,\mathrm{m}$, $CE=3,5\,\mathrm{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1\,\mathrm{m}$ (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



A. $9,75\,\mathrm{m}^3$. **B.** $10,5\,\mathrm{m}^3$. **C.** $10\,\mathrm{m}^3$. **D.** $10,25\,\mathrm{m}^3$.

Lời giải

Chọn C



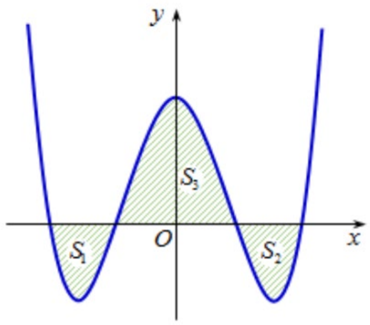
Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sao cho $A \equiv O$

$\Rightarrow$ cạnh cong AE nằm trên parabol $(P): y = ax^2 + bx$ đi qua các điểm $(2;1)$ và $\left(4;\frac{7}{2}\right)$ nên $(P): y = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x$

Khi đó diện tích tam giác cong ACE có diện tích $S = \int_0^4 \left(\frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x\right)\mathrm{d}x = 5\,\mathrm{m}^2$.

Vậy thể tích khối bê tông cần sử dụng là $V = 5.2 = 10\,\mathrm{m}^3$.

Câu 20: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số thực). Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng nằm dưới trục Ox và S_3 là diện tích của hình phẳng nằm trên trục Ox được tạo bởi (C_m) với trục Ox. Biết rằng tồn tại duy nhất giá trị của $m = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản) để $S_1 + S_2 = S_3$. Giá trị của $2a - b$ bằng



A. 3. **B.** -4. **C.** 6. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi 4 nghiệm của $y = x^4 - 3x^2 + m = 0$ lần lượt là $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$ với $0 < t_1 < t_2$.

Để $S_1 + S_2 = S_3$ thì $\int_{-\sqrt{t_2}}^{\sqrt{t_2}} \left(x^4 - 3x^2 + m\right)dx = 0 \Leftrightarrow \left.\left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx\right)\right|_{-\sqrt{t_2}}^{\sqrt{t_2}} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{\left(\sqrt{t_2}\right)^5}{5} - \left(\sqrt{t_2}\right)^3 + m\sqrt{t_2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t_2}\left(\frac{t_2^{\,2}}{5} - t_2 + m\right) = 0$ ($do\ t_2 \neq 0$)

$\Leftrightarrow \frac{t_2^{\,2}}{5} - t_2 + m = 0$ (1)

Vì $\sqrt{t_2}$ là nghiệm của $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Rightarrow t_2^{\,2} - 3t_2 + m = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{t_2^{\,2}}{5} - t_2 - t_2^{\,2} + 3t_2 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-4}{5}t_2^{\,2} + 2t_2 = 0 \Leftrightarrow t_2.\left(\frac{-4}{5}t_2 + 2\right) = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{5}{2}$ $(do\ t_2 \neq 0)$.

Thay $t_2 = \frac{5}{2}$ vào (2) ta được $\frac{25}{4} - \frac{15}{2} + m = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{4}$.

Do đó $a = 5; b = 4 \Rightarrow 2a - b = 6$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 22: Các số thực x, y thỏa mãn $x+yi=3-4i$, với i là đơn vị ảo là

A. $x=3, y=-4$. **B.** $x=-4, y=3$. **C.** $x=-3, y=-4$. **D.** $x=4, y=3$.

Lời giải

Chọn A

$$x+yi=3-4i \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-4 \end{cases}.$$

Câu 23: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+1$ là

A. $3\mathrm{e}^{3x}+C$. **B.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+C$. **C.** $3\mathrm{e}^{3x}+x+C$. **D.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+x+C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^{3x}+x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+x+C.$$

Câu 24: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, khi đó $\int f(2x+1)\mathrm{d}x$ là

A. $F(2x+1)+C$. **B.** $\frac{1}{2}F(2x+1)+C$. **C.** $2F(2x+1)+C$. **D.** $\frac{1}{2}F(x)+C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(2x+1)\mathrm{d}x=\int f(2x+1).\frac{1}{2}.\mathrm{d}(2x+1)=\frac{1}{2}\int f(2x+1)\mathrm{d}(2x+1)=\frac{1}{2}F(2x+1)+C.$$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+3\cos x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|1+3\cos x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\ln|1+3\cos x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\displaystyle\int\frac{\sin x}{1+3\cos x}\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int\frac{1}{1+3\cos x}\mathrm{d}(1+3\cos x)=-\frac{1}{3}\ln|1+3\cos x|+C$.

Câu 26: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

A. $2x^2\ln x+3x^2$. **B.** $2x^2\ln x+x^2$. **C.** $2x^2\ln x+3x^2+C$. **D.** $2x^2\ln x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=1+\ln x \\ \mathrm{d}v=4x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=2x^2 \end{cases}$

$\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^2(1+\ln x) - \int 2x\mathrm{d}x = 2x^2(1+\ln x) - x^2 + C = 2x^2\ln x + x^2 + C$.

Câu 27: Biết $\int x(1-2x)^{50}\mathrm{d}x = \dfrac{(1-2x)^{52}}{a} - \dfrac{(1-2x)^{51}}{b} + C$. Giá trị của $a-b$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\int x(1-2x)^{50}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int [1-(1-2x)](1-2x)^{50}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int (1-2x)^{50}\mathrm{d}x - \dfrac{1}{2}\int (1-2x)^{51}\mathrm{d}x$

$\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{-2.51}(1-2x)^{51} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{-2.52} + C = \dfrac{(1-2x)^{52}}{4.52} - \dfrac{(1-2x)^{51}}{4.51} + C$.

Vậy $a-b = 4.52 - 4.51 = 4$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}$, $\forall x \in (0;+\infty)\setminus\{e\}$ và $f(e^{-2}) = \ln 6$, $f(e^2) = 3$. Giá trị của $f(e^{-1}) + f(e^3)$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2 + 1$. **C.** $\ln 2 + 3$ **D.** $3\ln 2 + 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = \dfrac{1}{x(\ln x - 1)} \Rightarrow f(x) = \int \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Khi đó: $f(x) = \int \dfrac{\mathrm{d}t}{t-1} = \ln|t-1| + C = \ln|\ln x - 1| + C$

$= \begin{cases} \ln(\ln x - 1) + C_1 \text{ khi } \ln x - 1 > 0 \\ \ln(1 - \ln x) + C_2 \text{ khi } \ln x - 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} \ln(\ln x - 1) + C_1 \text{ khi } x > e \\ \ln(1 - \ln x) + C_2 \text{ khi } x < e \end{cases}$

$f(e^{-2}) = \ln 6 \Rightarrow C_2 = \ln 2$; $f(e^2) = 3 \Rightarrow C_1 = 3$

Suy ra: $f(x) = \begin{cases} \ln(\ln x - 1) + 3 & \text{khi } x > e \\ \ln(1 - \ln x) + \ln 2 & \text{khi } x < e \end{cases}$

Vậy: $f(e^{-1}) + f(e^3) = 2\ln 2 + (\ln 2 + 3) = 3\ln 2 + 3$.

Cách khác:

Ta có: $\begin{cases} f(e^{-1}) = f(e^{-2}) + \displaystyle\int_{e^{-2}}^{e^{-1}} f'(x)\mathrm{d}x = \ln 6 + \int_{e^{-2}}^{e^{-1}} \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}\mathrm{d}x \\ f(e^3) = f(e^2) + \displaystyle\int_{e^2}^{e^3} f'(x)\mathrm{d}x = 3 + \int_{e^2}^{e^3} \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}\mathrm{d}x \end{cases}$

Suy ra: $f(e^{-1}) + f(e^3) = \ln 6 + 3 + \displaystyle\int_{e^{-2}}^{e^{-1}} \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}\mathrm{d}x + \int_{e^2}^{e^3} \dfrac{1}{x(\ln x - 1)}\mathrm{d}x = 3\ln 2 + 3$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}$.

B. $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}$.

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=24$.

D. $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB khi đó $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=0 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=0 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=1 \end{cases} \Rightarrow I(0;0;1)$.

$IA=\sqrt{(0+2)^2+(0-1)^2+(1-0)^2}=\sqrt{6}$.

Mặt cầu đường kính AB nhận điểm $I(0;0;1)$ làm tâm và bán kính $R=IA=\sqrt{6}$ có phương trình là: $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;-1)$ và hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$ và $(Q):2x-y+2z+5=0$. Có bao nhiêu mặt cầu (S) đi qua A và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P), (Q)?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm của mặt cầu (S). Ta có (S) tiếp xúc với (P) và (Q) nên $d(I,(P))=d(I,(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|2x-y+2z-1|}{3}=\dfrac{|2x-y+2z+5|}{3}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-y+2z-1=2x-y+2z+5 \\ 2x-y+2z-1=-2x+y-2z-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2x-y+2z+2=0$. Khi đó bán kính mặt cầu $R=\dfrac{|2x-y+2z-1|}{3}=1$.

Mặt cầu $R=IA=1$ do đó I thuộc mặt cầu (T) tâm A bán kính $R_T=1$.

Ta có $d(A,(\alpha))=1=R_T$. Do đó (T) và (α) có đúng một điểm chung, tức là có duy nhất một điểm chung I thỏa mãn.

Vậy có duy nhất một mặt cầu thỏa mãn.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $(0;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trọng tâm tam giác là $\begin{cases} x_G = \dfrac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \dfrac{2+0+0}{3} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow G\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right) \\ z_G = \dfrac{3+1+0}{3} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-1;0)$; $\vec{b}=(1;2;3)$; $\vec{c}=(4;2;-1)$ và các mệnh đề sau:

(1) $\vec{a}\perp\vec{b}$. (2) $\vec{b}.\vec{c}=5$.

(3) $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{c}$. (4) $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{14}$.

Trong bốn mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=2-2+0=0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$ nên (1) đúng.

$\vec{b}.\vec{c}=4+4-3=5$ nên (2) đúng.

$\dfrac{2}{4}\neq-\dfrac{1}{2} \Rightarrow \vec{a}$ không cùng phương với $\vec{c} \Rightarrow (3)$ sai.

$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14} \Rightarrow (4)$ đúng.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BM}$.

A. $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};2\right)$. **B.** $M(1;3;4)$. **C.** $M(-4;3;5)$. **D.** $M(5;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $M(a;b;c)$. Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-2;b-1;c-1);2\overrightarrow{BM}=2(a+1;b-2;c-3)$.

$$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=2(a+1) \\ b-1=2(b-2) \\ c-1=2(c-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=3 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow M(-4;3;5).$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;2;-2)$ và $\vec{b}=(-1;-1;0)$.

A. $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^\circ$. **B.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=45^\circ$. **C.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60^\circ$. **D.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=135^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Ta có

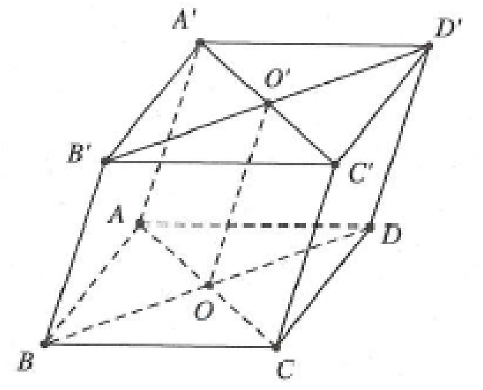
$$\cos\alpha=\dfrac{1.(-1)+2(-1)+(-2).0}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}.\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+0^2}}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=-135^\circ.$$

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tọa độ các đỉnh $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tọa độ điểm A' là

A. $A'(-3;3;1)$. **B.** $A'(-3;-3;3)$. **C.** $A'(-3;-3;-3)$. **D.** $A'(-3;3;3)$.

Lời giải

Chọn D



Trung điểm của AC là $O\left(\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.

Trung điểm của $B'D'$ là $O'\left(\frac{1}{2};3;\frac{5}{2}\right)$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{OO'}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'}+3=0 \\ y_{A'}-2=1 \\ z_{A'}-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'}=-3 \\ y_{A'}=3 \\ z_{A'}=3 \end{cases} \Leftrightarrow A'(-3;3;3).$$

Câu 36: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh B xuống cạnh AC. Tính $a+b+c$.

A. 4. **B.** $\frac{22}{3}$. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $AB=\sqrt{26}$; $BC=2\sqrt{26}$.

Theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{BA}{BC}=\frac{DA}{DC}\Leftrightarrow\frac{DA}{DC}=\frac{1}{2}$

Do D nằm giữa 2 điểm A và C nên $\overrightarrow{DA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases} 2(1-a)=a+4 \\ 2(2-b)=b-7 \\ 2(-1-c)=c-5 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{11}{3} \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;4)$ và $C(3;5;-2)$. Tìm tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)$. **B.** $I\left(\frac{37}{2};-7;0\right)$. **C.** $I\left(-\frac{27}{2};15;2\right)$. **D.** $I\left(2;\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;1;5)\\ \overrightarrow{AC}=(2;3;-1)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ nên tam giác ABC vuông tại A khi đó trung điểm $I\left(\frac{5}{2};4;1\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ABC.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;3;1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $3\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;1;1)$, $\overrightarrow{BC}=(-3;2;-1)$.

Suy ra $AB=AC=\sqrt{6}$; $BC=\sqrt{14}$.

Suy ra $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{35}}{2}$.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có

$$R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=\frac{\sqrt{6}.\sqrt{6}.\sqrt{14}}{4.\frac{\sqrt{35}}{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;\ 1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$ và D nằm trên tia Oy. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 7. Tọa độ của D là

A. $D(0;-10;0)$. **B.** $D(0;11;0)$.

C. $D(0;-10;0)$ hoặc $D(0;11;0)$. **D.** $D(0;-11;0)$ hoặc $D(0;10;0)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $D\in Oy$ nên $D(0;y;0)$. Khi đó. Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}|4y-2|.$$

Theo đề ra ta có $\frac{1}{6}|4y-2|=7\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=-10\\ y=11\end{array}\right.$ vì D thuộc tia Oy nên $y>0\Rightarrow D(0;11;0)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{AM}{BM}=2$. **C.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{AM}{BM}=3$.

Lời giải

Chọn A

$M\in(Oxz)\Rightarrow M(x;0;z)$; $\overrightarrow{AB}=(7;3;1)\Rightarrow AB=\sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM}=(x+2;-3;z-1)$.

A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$, $(k\in\mathbb{R}^*)\Leftrightarrow\begin{cases}x+2=7k\\-3=3k\\z-1=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-9\\-1=k\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(-9;0;0)$.

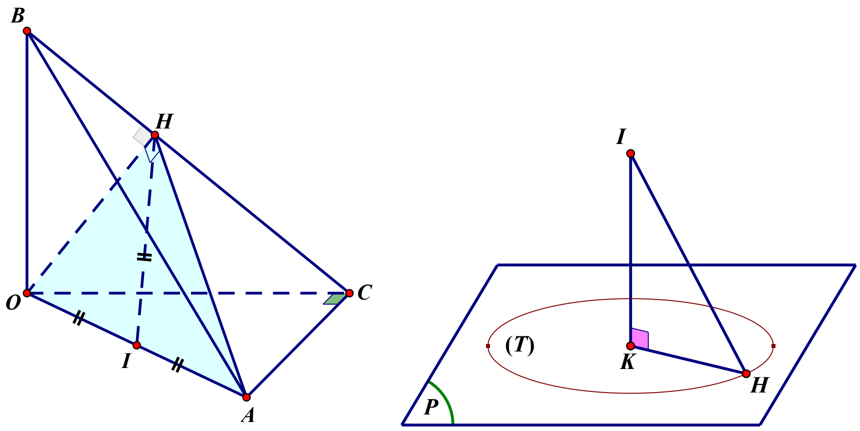
$\overrightarrow{BM}=(-14;-6;-2)=2(-7;-3;-1)$; $\overrightarrow{AM}=(-7;-3;-1)\Rightarrow BM=2AB$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;4\sqrt{2};0)$, $B(0;0;4\sqrt{2})$, điểm $C\in(Oxy)$ và tam giác OAC vuông tại C, hình chiếu vuông góc của O trên BC là điểm H. Khi đó điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



+) Dễ thấy $B\in Oz$. Ta có $A\in(Oxy)$ và $C\in(Oxy)$, suy ra $OB\perp(OAC)$.

+) Ta có $\begin{cases}AC\perp OC\\AC\perp OB\end{cases}\Rightarrow AC\perp(OBC)$, mà $OH\subset(OBC)$. Suy ra $AC\perp OH$ (1).

Mặt khác ta có $OH\perp BC$ (2), (theo giả thiết).

Từ (1) và (2) suy ra $OH\perp(ABC)\Rightarrow OH\perp AB$ và $OH\perp HA$.

+) Với $OH\perp AB$ suy ra H thuộc mặt phẳng (P) với (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng AB. Phương trình của (P) là: $y-z=0$.

+) Với $OH\perp HA\Rightarrow\Delta OHA$ vuông tại H. Do đó H thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(0;2\sqrt{2};0)$ là trung điểm của OA và bán kính $R=\dfrac{OA}{2}=2\sqrt{2}$.

+) Do đó điểm H luôn thuộc đường tròn (T) cố định là giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt cầu (S).

+) Giả sử (T) có tâm K và bán kính r thì $IK=d(I,(P))=2$ và $r=\sqrt{R^2-IK^2}=2$.

Vậy điểm H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng 2.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB, CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a;b;c \in \mathbb{R}$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=-3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4); \overrightarrow{CD}=(a+6;b-3;c-6)$

Do $ABCD$ là hình thang cân nên $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$ $(k \in \mathbb{R})$ hay $\frac{a+6}{-2}=\frac{b-3}{1}=\frac{c-6}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} b=\frac{-a}{2} \\ c=-a \end{cases}$. Vậy $D\left(a;\frac{-a}{2};-a\right)$.

Lại có $AC=BD \Leftrightarrow AC^2=BD^2 \Leftrightarrow (-9)^2+2^2+8^2=(a+1)^2+\left(\frac{a}{2}+3\right)^2+(a+2)^2$

$\Leftrightarrow a^2+4a-60=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-10 \end{array}\right.$

Với $a=-10 \Rightarrow D(-10;5;10)$. Kiểm tra thấy: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (Không thỏa mãn $ABCD$ là hình thang cân).

Với $a=6 \Rightarrow D(6;-3;-6)$. Kiểm tra thấy: $(-3).\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ (thỏa mãn).

Do đó, $T=a+b+c=6-3-6=-3$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $P(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Loại A, C, D vì thay tọa độ điểm $M(1;1;-1)$, $P(1;1;1)$, $Q(-1;1;1)$ vào pt mặt phẳng (P) ta thấy không thỏa mãn.

Thay tọa độ điểm $N(-1;-1;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy: $-1-1-1+3=0$ thỏa mãn. Tức là mặt phẳng (P) đi qua điểm $N(-1;-1;1)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng toạ độ (Oyz) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $y-z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng(Oyz)qua $O(0;0;0)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{i}=(1;0;0)$ nên phương trình là $x=0.$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-1), B(2;-1;4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) với O là gốc tọa độ là

A. $3x+14y+5z=0$. **B.** $3x-14y+5z=0$. **C.** $3x+14y-5z=0$. **D.** $3x-14y-5z=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(3;1;-1),\overrightarrow{OB}=(2;-1;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(3;-14;-5)$ là VTPT của (OAB)

Mặt phẳng (OAB) có VTPT là $(3;-14;-5)$ và đi qua $O(0;0;0)$ nên có phương trình:

$3x-14y-5z=0$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x+y-3z+8=0$. **B.** $2x-y+3z-8=0$. **C.** $2x-y+3z+8=0$. **D.** $2x+y-3z-8=0$.

Lời giải

Chọn B

Véctơ $\vec{u}=(2;-1;3)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d, vì $(P)\perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}=(2;-1;3)$ làm một véctơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là

$2(x-1)-(y-0)+3(z-2)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z-8=0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha:x+y-z+1=0$ và $(\beta):-2x+my+2z-2=0$. Tìm m để (α) song song với (β).

A. Không tồn tại m. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}_1=(1;1;-1)$ và $A(0;0;1)\in(\alpha)$

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\vec{n}_2=(-2;m;2)$.

Để $(\alpha)//(\beta)$ thì $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ cùng phương và $A\notin(\beta)$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-2}{1}=\dfrac{m}{1}=\dfrac{2}{-1}\neq\dfrac{-2}{1}\\-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow$ không tồn tại m

.

Vậy không tồn tại m để $(\alpha)//(\beta)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-5)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}_1=\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{5}\right)$. **B.** $\vec{n}_2=\left(1;-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{5}\right)$. **C.** $\vec{n}_3=\left(1;-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{5}\right)$. **D.** $\vec{n}_4=\left(1;\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;-2;0)\\\overrightarrow{AC}=(-1;0;-5)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(10;-5;-2)$

$$\Rightarrow\vec{n}=\frac{1}{10}.\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(1;-\frac{1}{2};-\frac{1}{5}\right).$$

Cách 2: Theo công thức phương trình đoạn chắn ta có phương trình $(ABC):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{-5}=1$

Suy ra vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{5}\right)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $ax + by + cz - 18 = 0$ cắt ba trục toạ độ tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-1;-3;2)$. Giá trị $a + c$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Giả sử mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 18 = 0$ cắt 3 trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C.

Do $A \in Ox \Rightarrow A(x_A;0;0)$; $B \in Oy \Rightarrow B(0;y_B;0)$; $C \in Oz \Rightarrow C(0;0;z_C)$.

Vì $G(-1;-3;2)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} \dfrac{x_A + 0 + 0}{3} = -1 \\ \dfrac{0 + y_B + 0}{3} = -3 \\ \dfrac{0 + 0 + z_C}{3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_B = -9 \\ z_C = 6 \end{cases} \Rightarrow A(-3;0;0), B(0;-9;0), C(0;0;6).$$

Do $A, B, C \in (P)$ nên mp(P) có phương trình: $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow -6x - 2y + 3z - 18 = 0$.

Suy ra: $a = -6; c = 3$. Vậy $a + c = -3$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 2$. **B.** $S = -12$. **C.** $S = -4$. **D.** $S = -2$.

Lời giải

Chọn B

Do (P) đi qua A nên $3a + 2b + c - 27 = 0$ (1)

Do (P) đi qua B nên $-3a + 5b + 2c - 27 = 0$ (2)

Do $(P) \perp (Q)$ nên $3a + b + c = 0$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3a + 2b + c = 27 \\ -3a + 5b + 2c = 27 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases}$.

Khi đó $S = a + b + c = 6 + 27 - 45 = -12$.