

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 2. Khẳng định nào đây sai?

- A. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. B. $\int \cos x \, dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \cos x \, dx = \sin x + C$. D. $\int \cos x \, dx = -\tan x + C$.

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- A. $2e^{2x-1} + C$. B. $e^{2x-1} + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. D. $\frac{1}{2}e^x + C$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^a 2024 f(x) \, dx = 0$ B. $\int_a^b f(x) \, dx = -\int_b^a f(x) \, dx$
 C. $\int_a^b \frac{1}{2025} f(x) \, dx = \frac{1}{2025} \int_a^b f(x) \, dx$ D. $\int_a^b f(x) \, dx = \int_b^a f(x) \, dx$

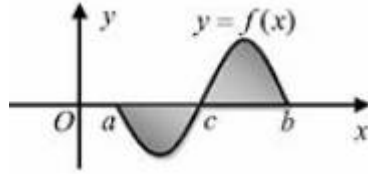
Câu 5. Nếu $\int_0^3 f(x) \, dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] \, dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 8. B. 5. C. 9. D. 6.

Câu 6. Tính tích phân $I = \int_0^2 |x - 2| \, dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = 4$. C. $I = 2$. D. $I = 0$.

Câu 7. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 1. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{18\pi}{5}$.

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{18}{5}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector \vec{n} vuông góc với cả hai vector $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

A. $(2; 3; -1)$.

B. $(3; 5; -2)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(3; -5; -1)$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $x - 3y^2 + z - 1 = 0$.

B. $x^2 + 2y + 4z - 2 = 0$.

C. $2x - 3y + 4z - 2024 = 0$.

D. $2x - 3y + 4z^2 - 2025 = 0$.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

A. $d = \frac{5}{9}$.

B. $d = \frac{5}{29}$.

C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$.

Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = -6$

D. $m = 6$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 4x^3$.

a) $f'(x) = x^3 + 12x^2$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm $x = -12$ và $x = 0$.

c) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3\right) dx = \frac{1}{4}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C$, với C là hằng số.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(0) = 2024$ thì $F(x) = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 - 2024$.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 4$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

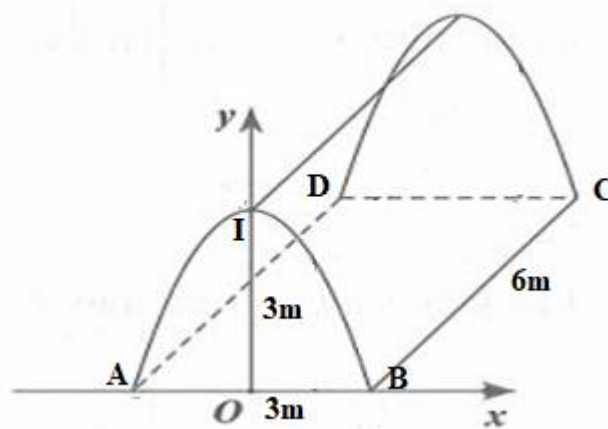
b) $\int_0^3 (2^x - 4) dx = \frac{7}{\ln 2} - 12$

c) $\int_0^3 f(x+1) dx = \frac{14}{\ln 2} + 12$

d) Biết $\int_0^3 |f(x)| dx = a + \frac{b}{c \ln 2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản thì khi đó ta có giá trị của biểu thức

$a^2 + b^2 + c^2 = 18$

Câu 1. Để kỷ niệm ngày 26-3-2024, chi đoàn 12C₄ Trường Nguyễn Văn Trỗi dự định dựng một lều trại dạng parabol, với kích thước: Nền trại là một hình chữ nhật ABCD có chiều rộng AB là 3 mét, chiều sâu BC là 6 mét, mặt trước và sau có dạng parabol (P) đỉnh có đỉnh I cách mặt đất là 3 mét. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của cạnh AB như hình vẽ



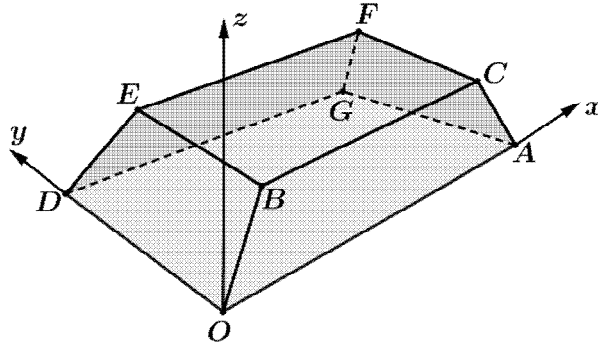
a) Đỉnh của parabol (P) là $I(0; 3)$ và hai điểm A, B có tọa độ $A\left(-\frac{3}{2}; 0\right); B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

b) Parabol (P) có phương trình là: $y = \frac{4}{3}x^2 + 3$

c) Diện tích mặt trước của lều trại bằng $3(m^2)$

d) Thể tích phần không gian phía bên trong trại của lớp $12C_4$ bằng $18(m^3)$.

Câu 1. Hình vẽ dưới đây minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z = 3$.



a) Độ dài đường chéo AD của sàn nhà bằng $54(m)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

b) Đỉnh B của trần nhà có tọa độ là $B\left(6; \frac{7}{2}; 3\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng của bức tường $OACB$ có dạng: $ax - 2y + cz + d = 0$. Khi đó $2a + 3c + 4d = 8$.

d) Khoảng cách từ điểm D đến bức tường $OACB$ có bằng $11,3(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ thỏa mãn $F(1) = -2024$. Tính $F(0)$ (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất).

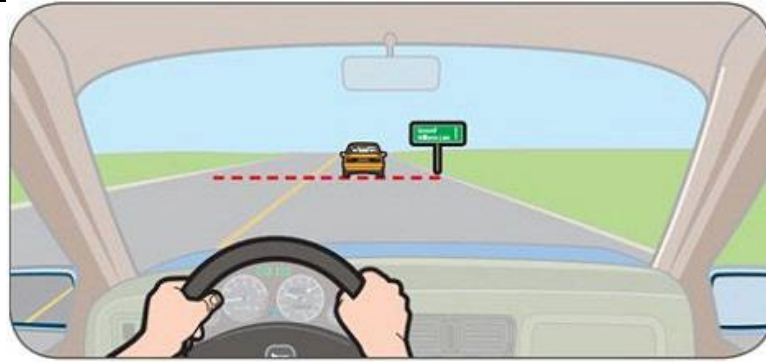
Trả lời:

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Biết $\int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t) dt = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân

thức tối giản. Khi đó $a - b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 0. Một ô tô đang chạy với vận tốc là $12 (m/s)$ thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12 (m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?



Trả lời:

Câu 4. Trường Lê Hồng Phong – Tây Hòa muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê công nhân làm mỗi mét vuông là 1,5 triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả bao nhiêu triệu đồng ?



Trả lời:

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$ và $(Q): x - 2y - 3z + 20 = 0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) có dạng $ax+by+z+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S = a+b+d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int (2x + 6) dx = x^2 + 6x + C$$

Câu 2. Khẳng định nào đây sai?

- A. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.
 C. $\int \cos x dx = \sin x + C$. D. $\int \cos x dx = -\tan x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int \cos x dx = \sin x + C$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

- A. $2e^{2x-1} + C$. B. $e^{2x-1} + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$. D. $\frac{1}{2}e^x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: $\int e^{2x-1} dx = \int e^{-1} \cdot (e^2)^x dx = e^{-1} \cdot \frac{(e^2)^x}{\ln e^2} + C = \frac{e^{2x-1}}{2} + C$

Cách 2: $\int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x-1} d(2x-1) = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^a 2024 f(x) dx = 0$ B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$
 C. $\int_a^b \frac{1}{2025} f(x) dx = \frac{1}{2025} \int_a^b f(x) dx$ D. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$

Lời giải

Chọn D.

Lý thuyết

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

Câu 5. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng bao nhiêu?

A. 8.

B. 5.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8.$$

Câu 0. Tính tích phân $I = \int_0^2 |x-2| dx$.

A. $I = -2$.

B. $I = 4$.

C. $I = 2$.

D. $I = 0$.

Lời giải

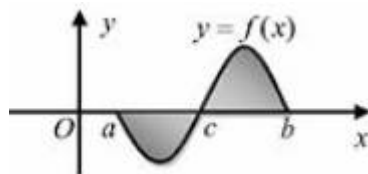
Chọn C.

$$I = \int_0^2 |x-2| dx.$$

$$+ \text{Do : } x \in [0; 2] \Rightarrow x-2 < 0, \Leftrightarrow |x-2| = 2-x$$

$$+ \text{Vậy : } I = \int_0^2 (2-x) dx = \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_0^2 = 4 - 2 = 2$$

Câu 0. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B.

$$S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$$

Câu 0. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{18\pi}{5}$.

B. $\frac{8\pi}{3}$.

C. $\frac{18}{5}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó $V = \pi \int_0^3 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{18\pi}{5}$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ \vec{n} vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1; 1; -2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A. $(2; 3; -1)$. B. $(3; 5; -2)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(3; -5; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A. $x - 3y^2 + z - 1 = 0$. B. $x^2 + 2y + 4z - 2 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z - 2024 = 0$. D. $2x - 3y + 4z^2 - 2025 = 0$.

Lời giải

Chọn C

phương trình tổng quát của mặt phẳng là: $2x - 3y + 4z - 2024 = 0$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách d từ A đến (P) là $d(A, (P)) = \frac{|3x_A + 4y_A + 2z_A + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{|3 - 8 + 6 + 4|}{\sqrt{29}}$

$\Rightarrow d(A, (P)) = \frac{5}{\sqrt{29}}$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$.

Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = -6$ D. $m = 6$

Lời giải

Chọn D

Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$1.m - 2.1 + 2.(-2) = 0 \Leftrightarrow m = 6$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 4x^3$.

a) $f'(x) = x^3 + 12x^2$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm $x = -12$ và $x = 0$.

c) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3 \right) dx = \frac{1}{4}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C$, với C là hằng số.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(0) = 2024$ thì $F(x) = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 - 2024$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $f'(x) = x^3 + 12x^2$.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 12x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x + 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -12 \end{cases}$.

c) $\int \left(\frac{1}{4}x^4 + 4x^3 \right) dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C$

d) Ta có $F(x) = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C$

$F(0) = 2024 \Leftrightarrow C = 2024 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + 2024$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 4$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

b) $\int_0^3 (2^x - 4) dx = \frac{7}{\ln 2} - 12$

c) $\int_0^3 f(x+1) dx = \frac{14}{\ln 2} + 12$

d) Biết $\int_0^3 |f(x)| dx = a + \frac{b}{c \ln 2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản thì khi đó ta có giá trị của biểu thức

$a^2 + b^2 + c^2 = 18$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
-----	------	-----	------

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định trên $D = \mathbb{R}$.

$$b) \int_0^3 (2^x - 4) dx = \left(\frac{1}{\ln 2} 2^x - 4x \right) \Big|_0^3 = \frac{7}{\ln 2} - 12$$

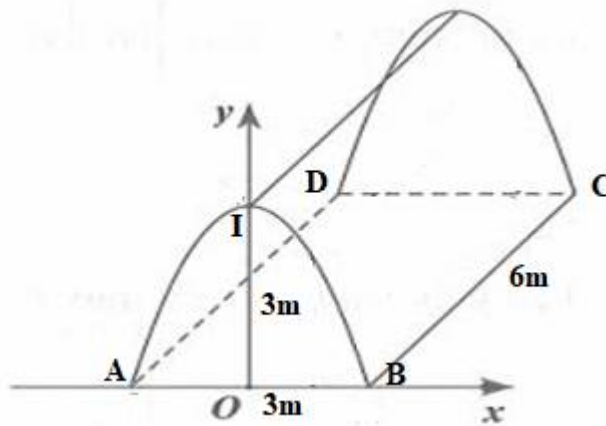
$$c) \int_0^3 f(x+1) dx = \int_0^3 (2^{x+1} - 4) dx = \int_0^3 (2 \cdot 2^x - 4) dx = \left(\frac{2 \cdot 2^x}{\ln 2} - 4x \right) \Big|_0^3 = \frac{14}{\ln 2} - 12$$

$$d) \int_0^3 |f(x)| dx = \int_0^2 |2^x - 4| dx + \int_2^3 (2^x - 4) dx = \int_0^2 (4 - 2^x) dx + \int_2^3 (2^x - 4) dx = \left(4x - \frac{1}{\ln 2} 2^x \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{1}{\ln 2} 2^x - 4x \right) \Big|_2^3$$

$$= \left(8 - \frac{3}{\ln 2} \right) + \left(\frac{4}{\ln 2} - 4 \right) = 4 + \frac{1}{\ln 2} = a + \frac{b}{c \ln 2} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 4^2 + 1^2 + 1^2 = 18.$$

Câu 0. Để kỷ niệm ngày 26-3-2024, chi đoàn 12C₄ Trường Nguyễn Văn Trỗi dự định dựng một lều trại dạng parabol, với kích thước: Nền trại là một hình chữ nhật ABCD có chiều rộng AB là 3 mét, chiều sâu BC là 6 mét, mặt trước và sau có dạng parabol (P) đỉnh có đỉnh I cách mặt đất là 3 mét. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của cạnh AB như hình vẽ



a) Đỉnh của parabol (P) là $I(0;3)$ và hai điểm A, B có tọa độ $A\left(-\frac{3}{2};0\right); B\left(\frac{3}{2};0\right)$.

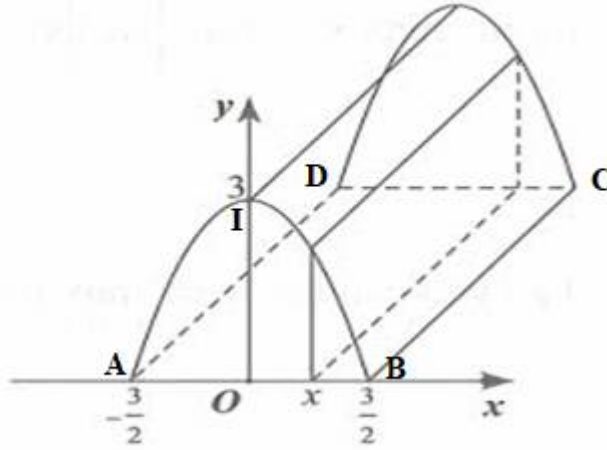
b) Parabol (P) có phương trình là: $y = \frac{4}{3}x^2 + 3$

c) Diện tích mặt trước của lều trại bằng $3(m^2)$

d) Thể tích phần không gian phía bên trong trại của lớp 12C₄ bằng $18(m^3)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI



a) Theo đề bài ta có: $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3m; BC = 6m$.

Đỉnh của parabol (P) là $I(0;3)$ và $A\left(-\frac{3}{2};0\right); B\left(\frac{3}{2};0\right)$

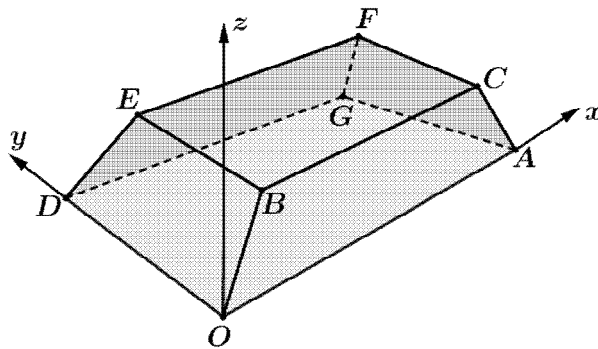
b) Phương trình của parabol (P) có dạng $y = ax^2 + b, a \neq 0$.

Do I, A, B thuộc parabol (P) nên ta có:
$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b = 3 \\ a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x^2 + 3$$

c) Diện tích mặt trước của lều trại là:
$$S = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{4}{3}x^2 + 3\right) dx = 2 \left(-\frac{4}{3}x^3 + 3x\right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = 6(m^2)$$

d) Vậy thể tích phần không gian phía trong trại là:
$$V = 6 \cdot 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{4}{3}x^2 + 3\right) dx = 12 \left(-\frac{4}{3}x^3 + 3x\right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = 36(m^3)$$

Câu 0. Hình vẽ dưới đây minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0), D(0;20;0), B(4k;3k;2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z = 3$.



a) Độ dài đường chéo AD của sàn nhà bằng $54(m)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

b) Đỉnh B của trần nhà có tọa độ là $B\left(6; \frac{7}{2}; 3\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng của bức tường $OACB$ có dạng: $ax - 2y + cz + d = 0$. Khi đó $2a + 3c + 4d = 8$.

d) Khoảng cách từ điểm D đến bức tường $OACB$ có bằng $11,3(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) Ta có: $\overline{AD} = (-50; 20; 0) \Rightarrow AD = \sqrt{(-50)^2 + 20^2 + 0^2} = \sqrt{2900} \approx 54(m)$

Vậy độ dài đường chéo AD của sàn nhà bằng $54(m)$

b) Vì $B \in (BCFE)$ nên thay điểm $B(4k; 3k; 2k)$ vào phương trình $z = 3$ ta được:

$$2k = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{2} \Rightarrow B\left(6; \frac{9}{2}; 3\right).$$

c) Ta có: $\overline{OA} = (50; 0; 0) = 50(1; 0; 0)$ và $\overline{OB} = \left(6; \frac{9}{2}; 3\right) = \frac{3}{2}(4; 3; 2)$

Mặt phẳng $(OACB)$ có hai vectơ chỉ phương $\overline{u}_1 = (1; 0; 0); \overline{u}_2 = (4; 3; 2) \Rightarrow \vec{n} = [\overline{u}_1, \overline{u}_2] = (0; -2; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OACB)$

Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ là: $-2(y - 0) + 3(z - 0) = 0 \Leftrightarrow -2y + 3z = 0.$

$$\Rightarrow a = 0; c = 3; d = 0 \Rightarrow 2a + 3c + 4d = 9$$

d) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng $(OACB)$ là

$$d(D; (OACB)) = \frac{|-2 \cdot 20 + 3 \cdot 0|}{\sqrt{0^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{37\sqrt{13}}{13} \approx 10,3(m)$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ thỏa mãn $F(1) = -2024$. Tính $F(0)$ (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,08

Ta có $\int \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024\right) dx = \frac{1}{3} \int x^3 dx - 2 \int x^2 dx + \int x dx - 2024 \int dx$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{x^4}{4} - 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2024x + C = \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + C.$$

$$F(1) = -2024 \Leftrightarrow \frac{1}{12} \cdot 1^4 - \frac{2}{3} \cdot 1^3 + \frac{1}{2} \cdot 1^2 - 2024 \cdot 1 + C = -2024 \Leftrightarrow C = \frac{1}{12}.$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + \frac{1}{12}.$$

$$\Rightarrow F(0) = \frac{1}{12} \approx 0,08$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2. \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Biết $\int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t) dt = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân

thức tối giản. Khi đó $a - b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 88

$$\begin{aligned} \int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t) dt &= \frac{1}{7} \int_{-5}^9 f(t) dt = \frac{1}{7} \int_{-5}^0 f(x) dx + \frac{1}{7} \int_0^2 f(x) dx + \frac{1}{7} \int_2^9 f(x) dx \\ &= \frac{1}{7} \int_{-5}^0 (2x^2 - 1) dx + \frac{1}{7} \int_0^2 (x - 1) dx + \frac{1}{7} \int_2^9 (5 - 2x) dx = \frac{109}{21}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 109; b = 21 \Rightarrow a - b = 88$$

Câu 3. Một ô tô đang chạy với vận tốc là 12 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12m

Lấy mốc thời gian ($t = 0$) là lúc đạp phanh.

Khi ô tô dừng hẳn thì vận tốc $v(t) = 0$, tức là $v(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là

$$\int_0^2 (-6t + 12) dt = (-3t^2 + 12t) \Big|_0^2 = 12 \text{ (m)}.$$

Câu 4. Trường Lê Hồng Phong – Tây Hòa muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê công nhân làm mỗi mét vuông là 1,5 triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả bao nhiêu triệu đồng ?

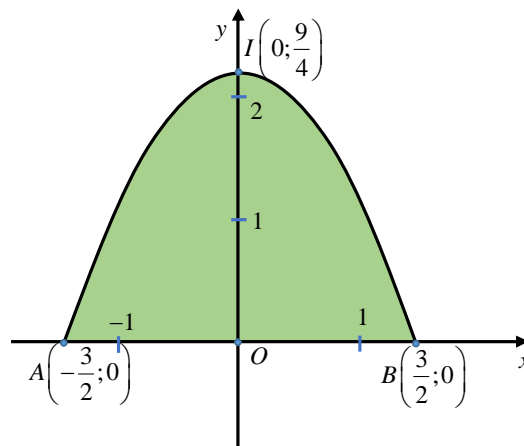


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6,75

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$ đồng.

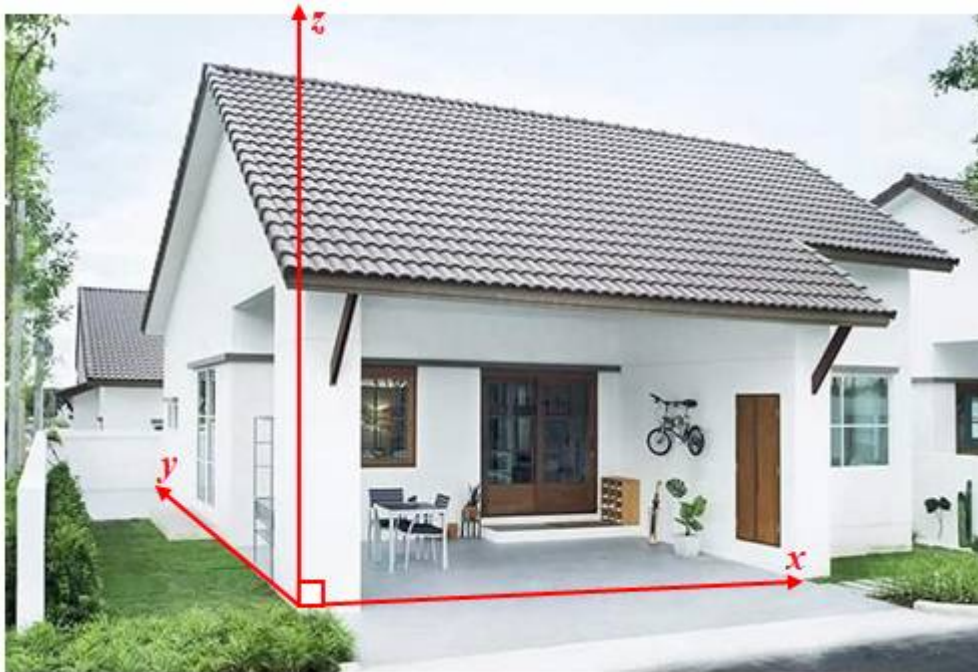
Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$ và $(Q): x - 2y - 3z + 20 = 0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5



Những điểm thuộc đường nóc nhà có tọa độ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ x - 2y - 3z + 20 = 0 \end{cases}$.

Từ phương trình thứ nhất chọn $y = 0 \Rightarrow x = -5$. Thay vào phương trình còn lại ta được $z = 5$

Vậy điểm $M(-5;0;5)$ là một điểm thuộc đường nóc nhà. Khi đó chiều cao cần tìm của cửa ngôi nhà là khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(Oxy): z = 0$

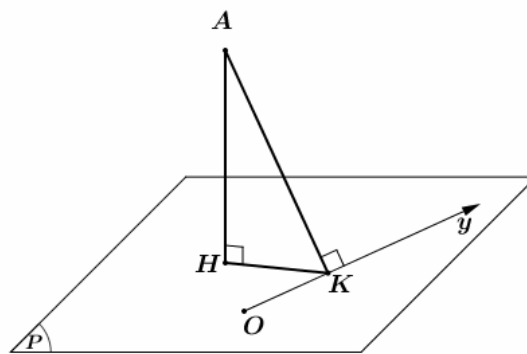
$$d(M, (Oxy)) = |z_M| = 5(m)$$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) có dạng $ax + by + z + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S = a + b + d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và trục Oy .

Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K(0;1;0)$.

Khi đó (P) đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overline{AK} = (-2;0;-1) = -(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x + z = 0 \Rightarrow S = a + b + d = 2$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Câu 2. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = \cos x$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + xe^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = 1 + e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = x + e^x + C$. D. $\int f(x) dx = 1 + xe^{x-1} + C$.

Câu 4. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 4f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 12. C. 36. D. 4.

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

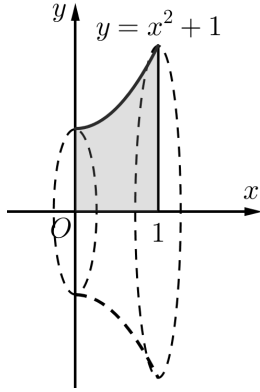
Câu 6. Giá trị của $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 8. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. C. $V = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-3; 1; -2)$. B. $\vec{n} = (3; 1; 2)$ C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$ D. $\vec{n} = (6; -2; 4)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

- A. $m = n = -4$. B. $m = 4; n = -4$. C. $m = -4; n = 4$. D. $m = n = 4$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một căn phòng có bức tường nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$ và một bóng điện có tọa độ $(1; -2; 3)$ như hình bên dưới. Khoảng cách từ bóng điện đó đến bức tường là:



A. 3 mét.

B. 2 mét.

C. 4 mét.

D. 1 mét.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$.

a) $f'(x) = 1 + \frac{7}{x^2}$.

b) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 5x + 7\ln|x| + C$, với C là hằng số.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 5$. Khi đó

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7\ln|x| + \frac{1}{2}.$$

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó tìm

được $G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Vậy $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^1 f(x)dx = 3$, $\int_2^3 f(x)dx = 4$.

a) $\int_2^3 \frac{1}{2} f(x)dx = 8$

b) $\int_1^3 f(x)dx = 1$

c) $\int_1^3 \left[f(x) + \frac{1}{2025x} \right] dx = a + \frac{\ln 3}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Khi đó $2024a - b = 1$.

d) Biết $\int_{-3}^1 f(x)dx = 2$ và $\int_{-3}^3 \left[f(x) - 2x + \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = \frac{a.e^{12} + b.e^6 + c}{18e^6}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó

$a + b + c = -106$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $y = x + \sqrt{x}$ và $y = x + x^2$.

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số trên là $x = 0$ hoặc $x = -1$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0$, $x = 1$ được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0$, $x = 1$ được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 (x + \sqrt{x}) dx - \int_0^1 (x + x^2) dx$$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0$, $x = 1$ bằng $\frac{1}{3}$ (đơn vị diện tích)

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

a) Vec tơ $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vectơ pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là $2x + by + cz = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2024b + 2025c = 2024$.

d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó, giá trị của biểu thức $10x_0 + 5y_0 + z_0 = 10$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

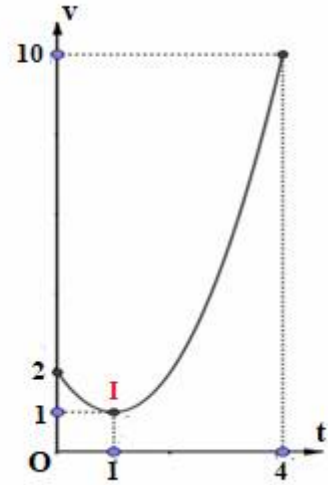
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2024$. Biết $F(2) = e^a + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Tính giá trị biểu thức $a + b$.

Trả lời:

Câu 2. Biết $\int_0^1 \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx = a.e + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

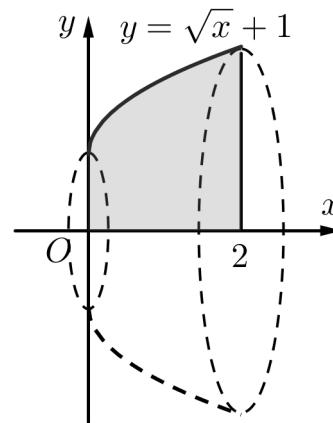
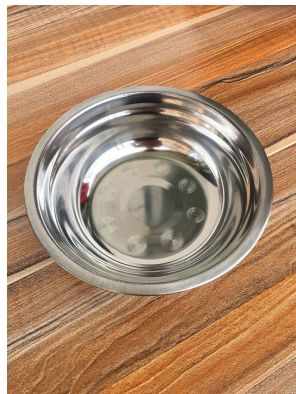
Trả lời:

Câu 3. Một chiếc xuồng đi trên sông trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới. Tính quãng đường (đơn vị km) mà chiếc xuồng đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân của kilômét).



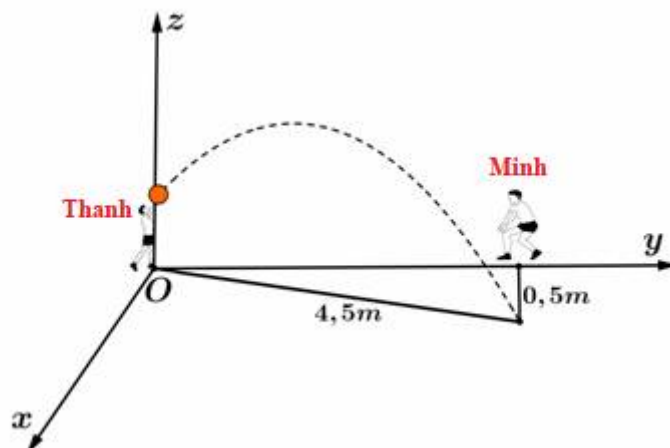
Trả lời:

Câu 4. Tính thể tích chứa được của một cái chậu inox to mà khách hàng đặt theo kích thước yêu cầu, biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x} + 1$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục Ox , đơn vị trên trục là decimet (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của dm^3).



Trả lời:

Câu 5. Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyền bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cx + d = 0$ và vuông góc với mặt đất.

Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 2), B(1; 1; -1), C(2; -2; -2)$. Điểm

$M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức

$$S = x_0 + y_0 + z_0.$$

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 2. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = \cos x$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\int \sin x dx = -\cos x + C$. Suy ra $f(x) = \sin x$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + xe^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = 1 + e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = x + e^x + C$. D. $\int f(x) dx = 1 + xe^{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int f(x) dx = \int (1 + e^x) dx = x + e^x + C$.

Câu 4. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 4f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 12. C. 36. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_0^3 4f(x) dx = 4 \int_0^3 f(x) dx = 4.3 = 12$.

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1) dx$

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $I = \int_0^2 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$.

Câu 6. Giá trị của $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx = \int_0^{2\pi} \sqrt{2 \sin^2 x} dx = \sqrt{2} \int_0^{2\pi} |\sin x| dx$$

- Do : $x \in [0; \pi] \rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow |\sin x| = \sin x$; $x \in [\pi; 2\pi] \rightarrow \sin x < 0 \Rightarrow |\sin x| = -\sin x$

$$\text{Vậy : } I = \sqrt{2} \left(\int_0^{\pi} \sin x dx + \int_{\pi}^{2\pi} -\sin x dx \right) = \sqrt{2} \left(-\cos x \Big|_0^{\pi} + \cos x \Big|_{\pi}^{2\pi} \right) = \sqrt{2} (1 + 1 + 1 + 1) = 4\sqrt{2}$$

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

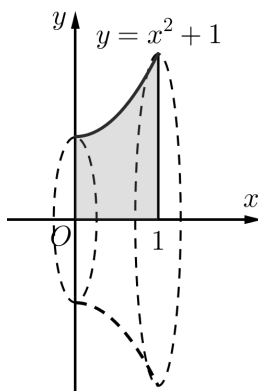
- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 8. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. C. $V = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (-3; 1; -2)$.

B. $\vec{n} = (3; 1; 2)$

C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$

D. $\vec{n} = (6; -2; 4)$

Lời giải

Chọn B

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

$\vec{n} = (-3; 1; -2) = -1(3; -1; 2)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

$\vec{n} = (6; -2; 4) = 2(3; -1; 2)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định m, n để (P) song song với (Q) .

A. $m = n = -4$.

B. $m = 4; n = -4$.

C. $m = -4; n = 4$.

D. $m = n = 4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1(2; m; 3)$

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_2(n; -8; -6)$

$$\text{Mặt phẳng } (P) // (Q) \Rightarrow \vec{n}_1 // \vec{n}_2 \ (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = kn \\ m = -8k \\ 3 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 4 \\ n = -4 \end{cases}$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$

B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$

C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$

D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

$$1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0.$$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một căn phòng có bức tường nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$ và một bóng điện có tọa độ $(1; -2; 3)$ như hình bên dưới. Khoảng cách từ bóng điện đó đến bức tường là:



A. 3 mét.

B. 2 mét.

C. 4 mét.

D. 1 mét.

Lời giải

Chọn D

$$d(A, (P)) = \frac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 1.$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$.

a) $f'(x) = 1 + \frac{7}{x^2}$.

b) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 5x + 7 \ln|x| + C$, với C là hằng số.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 5$. Khi đó

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + \frac{1}{2}.$$

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó tìm được $G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Vậy $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x} = x + 5 - \frac{7}{x}$.

$\Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{7}{x^2}$

b) $\int f(x)dx = \int \left(x + 5 - \frac{7}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + C.$

c) Ta có $F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + C.$

Do $F(1) = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 5 + C = 5 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$ nên $F(x) = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| - \frac{1}{2}.$

d) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln|x| + C = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C_1 & \text{khi } x > 0 \\ \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln(-x) + C_2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_2^1 f(x)dx = 3, \int_2^3 f(x)dx = 4.$

a) $\int_2^3 \frac{1}{2} f(x)dx = 8$

b) $\int_1^3 f(x)dx = 1$

c) $\int_1^3 \left[f(x) + \frac{1}{2025x} \right] dx = a + \frac{\ln 3}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Khi đó $2024a - b = 1.$

d) **Biết** $\int_{-3}^1 f(x)dx = 2$ và $\int_{-3}^3 \left[f(x) - 2x + \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = \frac{a.e^{12} + b.e^6 + c}{18e^6}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. **Khi đó**

$a + b + c = -106.$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) $\int_2^3 \frac{1}{2} f(x)dx = \frac{1}{2} \int_2^3 f(x)dx = 2$

b) $\int_2^1 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx = -3$

$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -3 + 4 = 1$

c) Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = 1$

khi đó: $\int_1^3 \left[f(x) + \frac{1}{2025x} \right] dx = \int_1^3 f(x)dx + \frac{1}{2025} \int_1^3 \frac{1}{x} dx = 1 + \frac{1}{2025} \ln|x| \Big|_1^3 = 1 + \frac{\ln 3}{2025}$

$\Rightarrow a = 1; b = 2025 \Rightarrow 2024a - b = -1$

d) Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = 1$ và $\int_{-3}^1 f(x)dx = 2$

Do đó: $\int_{-3}^3 f(x)dx = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 2 + 1 = 3$

khi đó $\int_{-3}^3 \left[f(x) - 2x + \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = \int_{-3}^3 f(x)dx - \int_{-3}^3 2xdx + \int_{-3}^3 \frac{1}{e^{2x}} dx = 3 - x^2 \Big|_{-3}^3 - \frac{1}{2e^{2x}} \Big|_{-3}^3 = \frac{9e^{12} - 106e^6 - 9}{18e^6}$

$\Rightarrow a = 9; b = -106; c = -9 \Rightarrow a + b + c = -106$

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hàm số $y = x + \sqrt{x}$ và $y = x + x^2$.

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số trên là $x = 0$ hoặc $x = -1$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0, x = 1$ được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0, x = 1$ được tính theo công thức

$$S = \int_0^1 (x + \sqrt{x}) dx - \int_0^1 (x + x^2) dx$$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số trên và $x = 0, x = 1$ bằng $\frac{1}{3}$ (đơn vị diện tích)

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là

$$x + \sqrt{x} = x + x^2 \Leftrightarrow x = x^4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số trên là $x = 0$ và $x = -1$

b) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x + \sqrt{x}, y = x + x^2, x = 0, x = 1$ là:

$$S = \int_0^1 |(x + \sqrt{x}) - (x + x^2)| dx = \int_0^1 |\sqrt{x} - x^2| dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$$

c) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x + \sqrt{x}, y = x + x^2, x = 0, x = 1$ là:

$$S = \int_0^1 |(x + \sqrt{x}) - (x + x^2)| dx$$

$$= \int_0^1 [(x + \sqrt{x}) - (x + x^2)] dx \text{ (vì } x + \sqrt{x} \geq x + x^2 \forall x \in [0; 1]) = \int_0^1 (x + \sqrt{x}) dx - \int_0^1 (x + x^2) dx$$

d) Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x + \sqrt{x}, y = x + x^2, x = 0, x = 1$ là

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

a) Vec tơ $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 15 = 0$.

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là $2x + by + cz = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $2024b + 2025c = 2024$.

d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó, giá trị của biểu thức $10x_0 + 5y_0 + z_0 = 10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Theo định nghĩa vector $\vec{n} = (1;2;2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) nên:

$$\vec{n}_\beta = (1;2;2), \text{ do đó } (\beta) \text{ có phương trình: } x - 1 + 2(y - 2) + 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 15 = 0$$

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) nên

$$\begin{cases} \vec{n}_\beta \perp \vec{OA} = (1;2;5) \\ \vec{n}_\beta \perp \vec{n} = (1;2;2) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\beta = [\vec{OA}, \vec{n}] = (-6;3;0) = -3(2; -1; 0)$$

Do đó (β) có phương trình: $2x - y = 0$.

$$\Rightarrow b = -2024; c = 0 \Rightarrow 2024b + 2025c = -2024$$

d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng

$$\text{Do } M \in (\alpha): x = 6 - 2y - 2z \Rightarrow M(6 - 2b - 2c; b; c)$$

$$\vec{OM} = (6 - 2b - 2c; b; c); \vec{OA} = (1;2;5)$$

Vì A, O, M thẳng hàng nên $\vec{OM} = k \cdot \vec{OA} \quad (k \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2b - 2c = k \\ b = 2k \\ c = 5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{5} \\ c = 2 \\ k = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right).$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{2}{5}; y_0 = \frac{4}{5}; z_0 = 2 \Rightarrow 10x_0 + 5y_0 + z_0 = 12$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2024$. Biết $F(2) = e^a + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Tính giá trị biểu thức $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2025

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$.

Có $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2024$.

Suy ra $\begin{cases} F(x) = x^2 + e^x + C \\ F(0) = 2024 \end{cases} \Rightarrow 1 + C = 2024 \Leftrightarrow C = 2023$.

Vậy $F(x) = x^2 + e^x + 2023$.

$\Rightarrow F(2) = e^2 + 2027$

$\Rightarrow a = 2; b = 2023 \Rightarrow a + b = 2025$

Câu 2. Biết $\int_0^1 \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx = a.e + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Khi đó $a + b$ bằng bao

nhiêu?

Trả lời:

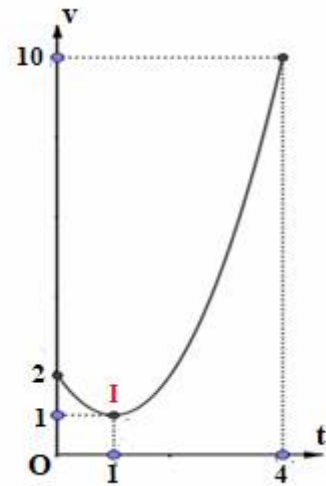
Lời giải

Đáp án: -2

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} - 4}{e^x + 2} dx = \int_0^1 \frac{(e^x - 2)(e^x + 2)}{e^x + 2} dx = \int_0^1 (e^x - 2) dx = (e^x - 2x) \Big|_0^1 = e - 3$$

$\Rightarrow a = 1; b = -3 \Rightarrow a + b = -2$

Câu 3. Một chiếc xuồng đi trên sông trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới. Tính quãng đường (đơn vị km) mà chiếc xuồng đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân của kilômét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 13,3

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$.

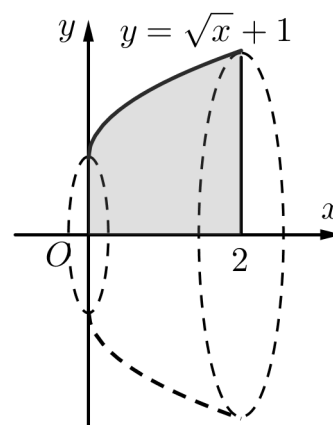
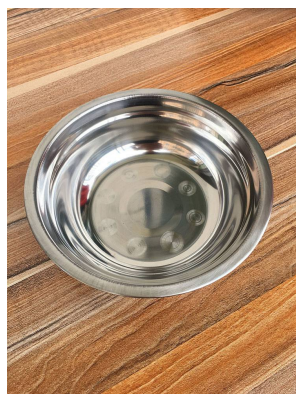
$$\text{Dựa vào đồ thị ta có: } \begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = t^2 - 2t + 2.$$

Với $t = 4 \Rightarrow v(4) = 10$ (thỏa mãn).

Quãng đường mà chiếc xuồng đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát là:

$$s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} (km) \approx 13,3 (km).$$

Câu 4. Tính thể tích chứa được của một cái chậu inox to mà khách hàng đặt theo kích thước yêu cầu, biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x} + 1$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục Ox , đơn vị trên trục là decimet (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của dm^3).



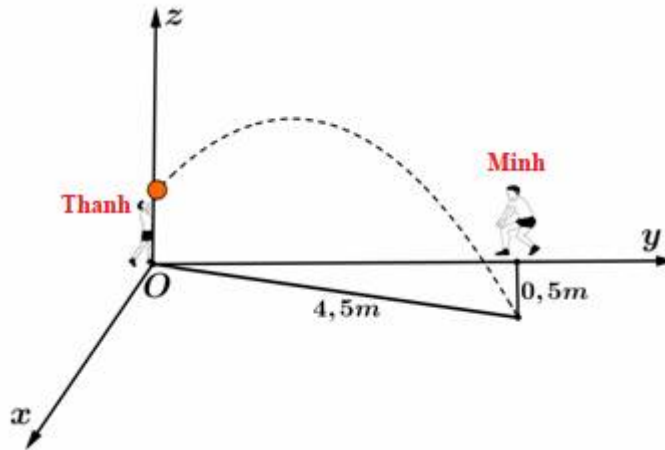
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 24,4

Thể tích của chậu inox là: $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x} + 1)^2 dx = \pi \left(\frac{8}{3} \sqrt{2} + 4 \right) \approx 24,4 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Câu 5. Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyên bóng hơi, Thanh và Minh đang tập chuyên bóng cho nhau. Thanh ném bóng cho Minh đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Thanh và rơi xuống vị trí cách Minh $0,5(m)$ và cách Thanh $4,5(m)$ được mô tả bằng hình vẽ bên dưới:

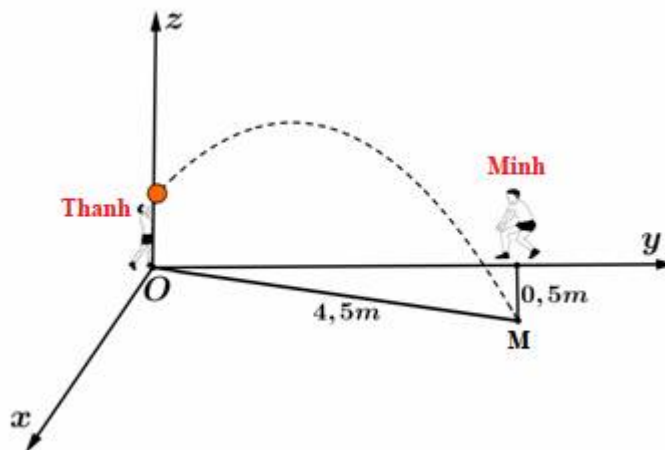


Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ và vuông góc với mặt đất. Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,44



Chọn hệ trục như hình vẽ. Gọi M là điểm mà quả bóng chạm đất.

Khi đó $x_M = 0,5, y_M = \sqrt{4,5^2 - 0,5^2} = 2\sqrt{5}$

Vì $(\alpha) \perp (Oxy)$ nên (α) có vectơ chỉ phương $\vec{k} = (0;0;1).$

Mà (α) có véc tơ chỉ phương $\overline{OM} = (0,5;2\sqrt{5};0)$

Khi đó vec tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = [\vec{k}, \vec{OM}] = (-2\sqrt{5}; 0, 5; 0) = -\frac{1}{2}(4\sqrt{5}; -1; 0)$.

Do đó mặt phẳng $(\alpha): 4\sqrt{5}x - y = 0$

Vị trí bạn Minh có tọa độ là $(2\sqrt{5}; 0; 0)$

Khoảng cách từ bạn Minh đến mặt phẳng (α) là: $\frac{|4\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} - 0|}{\sqrt{(4\sqrt{5})^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{40}{9} \approx 4,44(m)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 2; 2), B(1; 1; -1), C(2; -2; -2)$. Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $S = x_0 + y_0 + z_0$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa $\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0}$.

Khi đó $\vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{OA} - \vec{OI}) + 2(\vec{OB} - \vec{OI}) - (\vec{OC} - \vec{OI}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + 2\vec{OB} - \vec{OC}) = (2; 3; 1) \Leftrightarrow I(2; 3; 1)$.

Ta có $|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}| = |(\vec{MI} + \vec{IA}) + 2(\vec{MI} + \vec{IB}) - (\vec{MI} + \vec{IC})|$

$= |2\vec{MI} + \vec{IA} + 2\vec{IB} - \vec{IC}| = 2|\vec{MI}| = 2MI$.

$|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất, khi đó M là hình chiếu của $I(2; 3; 1)$ lên mặt phẳng (Oyz) . Suy ra $M(0; 3; 1)$.

$\Rightarrow S = x_0 + y_0 + z_0 = 4$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A. $2x^2 + 4x + C$. B. $x^2 + 4x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 2. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
 C. $\int f(x)dx = e^x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Câu 4. Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$ B. $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.
 C. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(t)dt$ D. $\int_a^b (f(x)g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$.

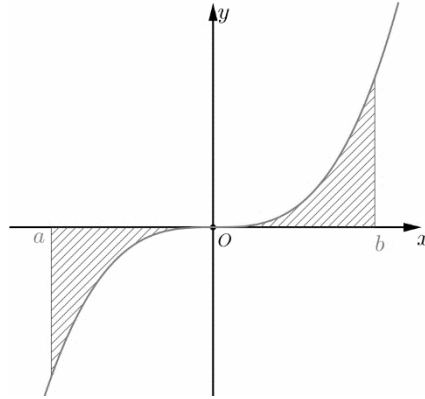
Câu 5. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x]dx = 5$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.

- A. $2\ln 2 + 1$. B. $\ln 2$. C. $2\ln 3 + 2$. D. $2\ln 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$. B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.
 C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$. D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

Câu 8. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{81}{10}$. C. $\frac{81\pi}{10}$. D. $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$ D. $\vec{d} = (3; 2; 0)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng (Q) và ba cánh quạt chứa ba điểm

$A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$, ngoài ra có điểm $M(5;7;-8)$ nằm ở mép tuabin (như hình bên dưới).

Khoảng cách từ điểm $M(5;7;-8)$ đến mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin là:



A. 13,3 mét.

B. 12,3 mét.

C. 10,3 mét.

D. 11,3 mét.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) $\int f(x)dx = x^2 + x + C$, với C là hằng số.

b) $\int [(x-1).f(x)]dx = \frac{1}{3}x^3 + x + C$, với C là hằng số.

c) $\int \frac{f(x+1)}{x}dx = x + \ln|x| + C$, với C là hằng số.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-1}^0 f(x)dx = 3$, $\int_0^3 2f(x)dx = 6$.

a) $\int_0^3 f(x)dx = 3$

b) $\int_{-1}^3 f(x)dx = 6$

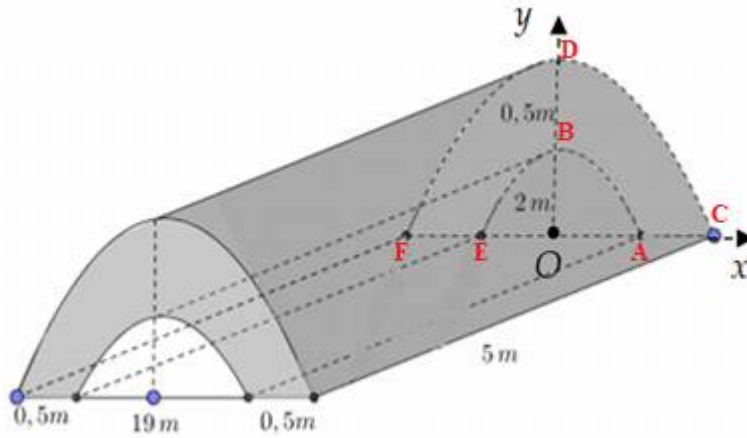
c) Biết $\int_{-1}^3 [2f(x) - e^{1-2x}]dx = \frac{a.e^8 + b.e^5 + c}{2}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 26$.

d) Biết $\int_3^6 f(x)dx = 2025$ và $\int_{-1}^6 \left[\frac{1}{2}f(x) + 3x^2 \right]dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản.. Khi đó

$a + b = 2465$.

Câu 3. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông có kích thước: $AC = EF = 0,5m; AE = 19m; OB = 2m, BD = 0,5m$, đường cong Parabol (P_1)

đi qua điểm A, B, E và đường cong Parabol (P_2) đi qua điểm C, D, F như hình vẽ bên dưới. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của cạnh AE như hình vẽ.



a) Parabol (P_1) có phương trình là $y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$.

b) Parabol (P_2) có phương trình là $y = \frac{1}{40}x^2 - \frac{5}{2}$.

c) Diện tích được giới hạn bởi hai Parabol (P_1) và (P_2) là $8(m^2)$

d) Biết $1m^3$ khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Khi đó, Tỉnh Phú Yên cần bỏ 100 triệu đồng để xây cây cầu trên.

Câu 4. Cho các điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$.

a) $\overline{AB} = (1;1;1); \overline{AC} = (0;-3;2)$

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a+b+c=0$.

c) Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với BC . Khi đó, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;-2;0)$.

d) Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC . Khi đó, khoảng cách từ điểm O đến (β) bằng $\frac{\sqrt{10}}{20}$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-3)^2$ thỏa $F(0) = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_2[3F(1) - 2F(2)]$.

Trả lời:

Câu 2. Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x-x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Biết tích phân $\int_{-1}^1 f(x)dx = 1$, tính giá trị của a .

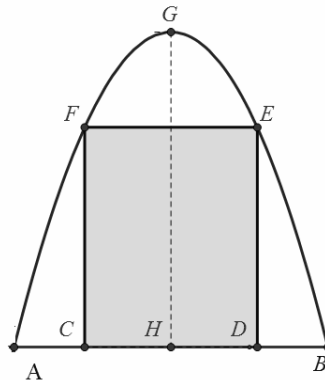
Trả lời:

Câu 0. Cửa hàng điện thoại di động của chị Minh Nhân có lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,01x + 2$. Lợi nhuận của sản phẩm trên khi doanh số là 200 với sản phẩm lớn hơn doanh số 150 sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng, biết $P(x)$ là lợi nhuận tính bằng triệu đồng?



Trả lời:

Câu 0. Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol cho ngôi nhà của mình như hình vẽ bên dưới.



Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1,2 triệu đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 1,0 triệu đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm cái cổng trên mà chị Minh Hiền phải trả là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng thập phân thứ nhất của triệu đồng)

Trả lời:

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách giữa hai mái nhà này bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:

Câu 0. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là có dạng $x+by+cz+d=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b+c-d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

- A. $2x^2 + 4x + C$. B. $x^2 + 4x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x + 4)dx = 2\int xdx + 4\int dx = x^2 + 4x + C$.

Câu 0. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Chọn D.

Có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

- A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

Câu 0. Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$ B. $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.
C. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(t)dt$ D. $\int_a^b (f(x)g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D.

Lý thuyết

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

Câu 0. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = 5$.

- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx - 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 - 2(0 - 1) = 7.$$

Câu 0. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.

- A. $2 \ln 2 + 1$. B. $\ln 2$. C. $2 \ln 3 + 2$. D. $2 \ln 2$.

Lời giải

Chọn D.

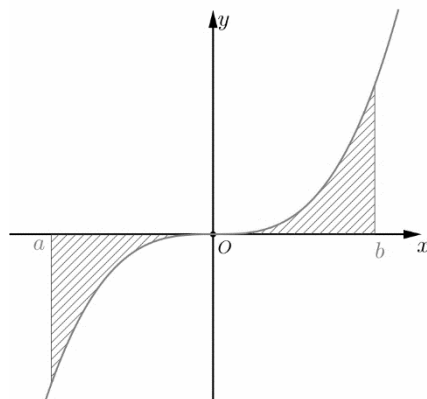
Ta có: $\int_{-1}^2 f(x) dx = F(x) \Big|_{-1}^2 = F(2) - F(-1)$

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^2 \frac{2}{x} dx = 2 \ln |x| \Big|_{-1}^2 = 2 \ln 2 - 2 \ln 1 = 2 \ln 2$$

$$\Rightarrow F(2) - F(-1) = 2 \ln 2$$

$$\Leftrightarrow F(2) = 2 \ln 2 \text{ (do } F(-1) = 0 \text{)}.$$

Câu 0. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx.$

Vì $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; 0], f(x) \geq 0, \forall x \in [0; b]$ nên:

$$S_D = \int_a^0 (-f(x)) dx + \int_0^b f(x) dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 8. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{81}{10}.$

C. $\frac{81\pi}{10}.$

D. $\frac{9\pi}{2}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox là: $V = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \frac{81\pi}{10}.$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$

B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$

C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$

D. $\vec{d} = (3; 2; 0)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n} = (2; -3; 0) = \vec{c}.$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $z = 0.$

B. $x = 0.$

C. $x + y + z = 0.$

D. $y = 0.$

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (Oyz) nhận $\vec{i}(1; 0; 0)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ có phương trình là $x = 0.$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vec tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$, vec tơ pháp tuyến của (β) là $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song khi $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1}$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng (Q) và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1; -2; 0); B(2; -1; 1); C(1; 1; 2)$, ngoài ra có điểm $M(5; 7; -8)$ nằm ở mép tuabin (như hình bên dưới). Khoảng cách từ điểm $M(5; 7; -8)$ đến mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin là:



- A. 13,3 mét. B. 12,3 mét. C. 10,3 mét. D. 11,3 mét.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (Q) chứa ba điểm $A(1; -2; 0); B(2; -1; 1); C(1; 1; 2)$ nên mặt phẳng (Q) cũng là mặt phẳng (ABC)

Ta có $\vec{AB} = (1; 1; 1); \vec{AC} = (0; 3; 2)$

Vectơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; -2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $-1(x - 1) - 2(y + 2) + 3z = 0$ hay $x + 2y - 3z + 3 = 0$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) là:

$$d(M; (ABC)) = \frac{|5 + 2 \cdot 7 - 3 \cdot (-8) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{46}{\sqrt{14}} \approx 12,3 \text{ mét}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) $\int f(x)dx = x^2 + x + C$, với C là hằng số.

b) $\int [(x-1).f(x)]dx = \frac{1}{3}x^3 + x + C$, với C là hằng số.

c) $\int \frac{f(x+1)}{x}dx = x + \ln|x| + C$, với C là hằng số.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int f(x)dx = \int (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C$

b) $\int [(x-1).f(x)]dx = \int (x-1).(x+1)dx = \int (x^2 - 1) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.

c) $\int \frac{f(x+1)}{x}dx = \int \frac{x+2}{x}dx = \int \left(1 + \frac{2}{x}\right)dx = x + \ln|x| + C$.

d) Ta có $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + C$

$F(1) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$ vậy $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

Câu 0. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-1}^0 f(x)dx = 3$, $\int_0^3 2f(x)dx = 6$.

a) $\int_0^3 f(x)dx = 3$

b) $\int_{-1}^3 f(x)dx = 6$

c) Biết $\int_{-1}^3 [2f(x) - e^{1-2x}]dx = \frac{a.e^8 + b.e^5 + c}{2}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 26$.

d) Biết $\int_3^6 f(x)dx = 2025$ và $\int_{-1}^6 \left[\frac{1}{2}f(x) + 3x^2\right]dx = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản.. Khi đó $a + b = 2465$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

$$a) \int_0^3 2f(x) dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_0^3 f(x) dx = 6 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = 3$$

$$b) \int_{-1}^0 f(x) dx = 3; \int_0^3 f(x) dx = 3$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = 3 + 3 = 6$$

$$c) \text{Ta có: } \int_{-1}^3 f(x) dx = 6$$

$$\text{Do đó: } \int_{-1}^3 [2f(x) - e^{1-2x}] dx = 2 \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^3 e^{1-2x} dx = 2 \cdot 6 + \frac{1}{2} e^{1-2x} \Big|_{-1}^3 = \frac{-e^8 + 24e^5 + 1}{2}$$

$$\Rightarrow a = -1; b = 24; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 24.$$

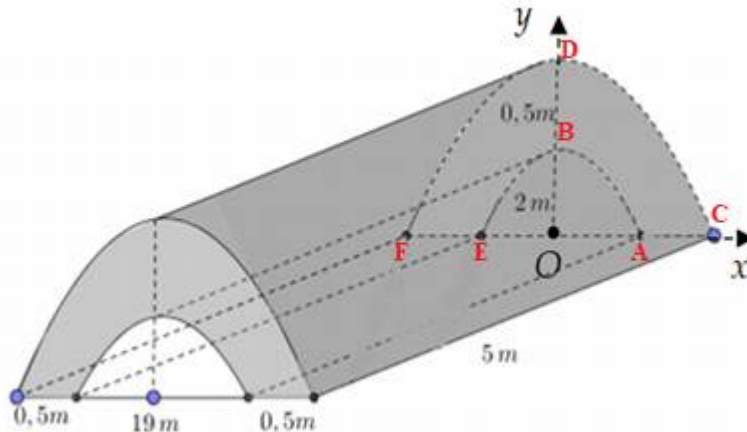
$$d) \text{Ta có: } \int_{-1}^3 f(x) dx = 6 \text{ và } \int_3^6 f(x) dx = 2025$$

$$\text{nên: } \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx = 6 + 2025 = 2031$$

$$\text{khi đó } \int_{-1}^6 \left[\frac{1}{2} f(x) + 3x^2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^6 f(x) dx + \int_{-1}^6 3x^2 dx = \frac{2031}{2} + x^3 \Big|_{-1}^6 = \frac{2031}{2} + 6^3 - (-1)^3 = \frac{2465}{2}$$

$$\Rightarrow a = 2465; b = 2 \Rightarrow a + b = 2467$$

Câu 0. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông có kích thước: $AC = EF = 0,5m$; $AE = 19m$; $OB = 2m$, $BD = 0,5m$, đường cong Parabol (P_1) đi qua điểm A, B, E và đường cong Parabol (P_2) đi qua điểm C, D, F như hình vẽ bên dưới. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của cạnh AE như hình vẽ.



a) Parabol (P_1) có phương trình là $y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$.

b) Parabol (P_2) có phương trình là $y = \frac{1}{40}x^2 - \frac{5}{2}$.

c) Diện tích được giới hạn bởi hai Parabol (P_1) và (P_2) là $8(\text{m}^2)$

d) Biết 1m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Khi đó, Tỉnh Phú Yên cần bỏ 100 triệu đồng để xây cây cầu trên.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

Từ hình vẽ ta có: $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2), C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

a) Phương trình của parabol (P_1) có dạng $y = a_1x^2 + b_1$

(P_1) đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2.$$

b) Phương trình của parabol (P_2) có dạng: $y = a_2x^2 + b_2$

(P_2) đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}.$$

c) Diện tích được giới hạn bởi hai Parabol (P_1) và (P_2) là

$$S = 2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 8(\text{m}^2)$$

d) Ta có thể tích của bê tông là: $V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40\text{m}^3.$

Số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu là: $5.40 = 200$ triệu đồng

Câu 0. Cho các điểm $A(1; -2; 0); B(2; -1; 1); C(1; 1; 2)$.

a) $\overline{AB} = (1; 1; 1); \overline{AC} = (0; -3; 2)$

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Khi đó, giá trị của biểu thức

$$a+b+c=0.$$

c) Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với BC . Khi đó, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;-2;0)$.

d) Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AC . Khi đó, khoảng cách từ điểm O đến (β) bằng

$$\frac{\sqrt{10}}{20}.$$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;1); \overrightarrow{AC} = (0;3;2)$

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;1); \overrightarrow{AC} = (0;3;2)$

Vector pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $-1(x-1) - 2(y+2) + 3z = 0$ hay $x + 2y - 3z + 3 = 0$

$$\Rightarrow a = 1; b = 2; c = -3 \Rightarrow a + b + c = 0$$

c) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-1; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $-1(x-1) + 2(y+2) + 1z = 0$ hay $x - 2y - z - 5 = 0$

Thay điểm $M(2; -1; 2)$ vào mặt phẳng (α) ta được:

$$x - 2y - z - 5 = 2 - 2(-1) - 2 - 5 = -3 \neq 0 \Rightarrow M \notin (\alpha)$$

d) Ta có trung điểm của đoạn AC là $M\left(1; \frac{-1}{2}; 1\right)$

Vector pháp tuyến của (β) là $\vec{n} = \overrightarrow{AC} = (0; 3; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (β) là: $0(x-1) + 3\left(y + \frac{1}{2}\right) + 2(z-1) = 0$ hay $6y + 4z - 1 = 0$

$$d(O; (\beta)) = \frac{|6 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{0^2 + 6^2 + 4^2}} = \frac{1}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{20}$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-3)^2$ thỏa $F(0) = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của

$$\text{biểu thức } T = \log_2 [3F(1) - 2F(2)].$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $F(x) = \int (2x-3)^2 dx = \frac{1}{2} \int (2x-3)^2 d(2x-3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-3)^3}{3} + C.$

Ta có $F(0) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{(0-3)^3}{3} + C = \frac{1}{3} \Leftrightarrow C = \frac{29}{6}.$

Do đó $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-3)^3}{3} + \frac{29}{6}$ nên $F(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{29}{6} = \frac{14}{3}; F(2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{29}{6} = 5.$

$\Rightarrow T = \log_2 [3F(1) - 2F(2)] = \log_2 \left(3 \cdot \frac{14}{3} - 2 \cdot 5 \right) = \log_2 4 = 2.$

Câu 0. Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x-x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Biết tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx = 1$, tính giá

trị của a .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (a(x-x^2)) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x) = 0 \end{cases}$, và $f(0) = 0$ nên hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Do đó $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx + \int_0^1 a(x-x^2) dx$

$= (x^2) \Big|_{-1}^0 + a \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -1 + a \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{a}{6} - 1.$

Mà $\int_{-1}^1 f(x) dx = 1 \Leftrightarrow \frac{a}{6} - 1 = 1 \Leftrightarrow a = 12$

Câu 0. Cửa hàng điện thoại di động của chị Minh Nhân có lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,01x + 2$. Lợi nhuận của sản phẩm trên khi doanh số là 200 với sản phẩm lớn hơn doanh số 150 sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng, biết $P(x)$ là lợi nhuận tính bằng triệu đồng?



Trả lời:

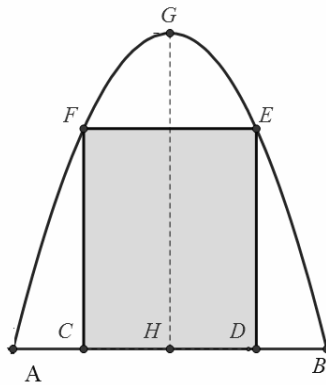
Lời giải

Đáp án: 12,5

Lợi nhuận của cửa hàng khi đó là:
$$P(200) - P(150) = \int_{150}^{200} P'(x) dx = \int_{150}^{200} (-0,01x + 1) dx = 12,5$$

Vậy lợi nhuận của sản phẩm hơn nhau 12,5 triệu đồng.

Câu 0. Chị Minh Hiền muốn làm một cái cổng hình Parabol cho ngôi nhà của mình như hình vẽ bên dưới.



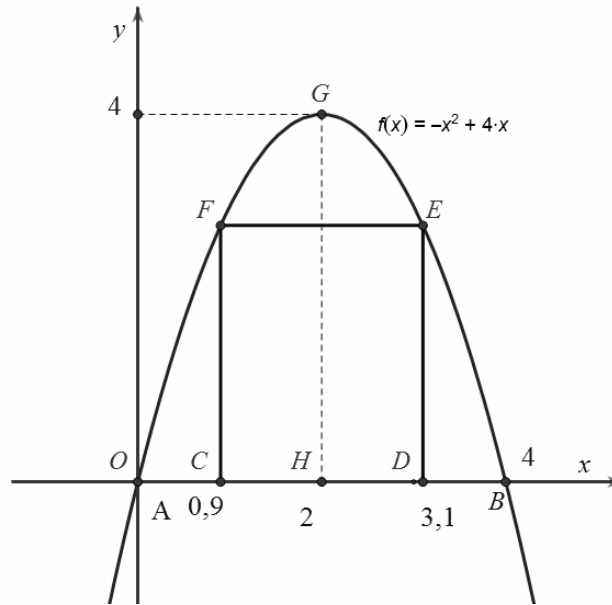
Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chị Minh Hiền làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1,2 triệu đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 1,0 triệu đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm cái cổng trên mà chị Minh Hiền phải trả là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng thập phân thứ nhất của triệu đồng)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 11,9

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol có đỉnh là $G(2; 4)$ và đi qua điểm $O(0; 0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases} .$$

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

Diện tích của cả công là $S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}$.

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}$; $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}$.

Diện tích hai cánh công là $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}$.

Vậy tổng số tiền để làm công là $6,138 \cdot 1,2 + \frac{6793}{1500} \cdot 1 \approx 11,9$ triệu đồng

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Khoảng cách giữa hai mái nhà này bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \neq \frac{-10}{-4}$ nên (P) song song với (Q)

Lấy $A(2;1;3) \in (P)$. Do (P) song song với (Q) nên khoảng cách giữa hai mái nhà là:

$$\text{Ta có } d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|2 + 2.1 + 2.3 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{6}{3} = 2(m)$$

Câu 0. Trong hệ trục tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;7;2)$ và cách $M(-2;4;-1)$ một khoảng lớn nhất có phương trình là có dạng $x + by + cz + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $b + c - d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12

Ta có: $d(M, (P)) \leq MA$

Nên $d(M, (P))_{\max} = MA$ khi A là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P) .

Suy ra $AM \perp (P) \Rightarrow \overline{AM} = (-3; -3; -3)$ là vector pháp tuyến của (P) .

(P) đi qua $A(1;7;2)$ và nhận $\overline{AM} = (-3; -3; -3)$ là vector pháp tuyến nên có phương trình

$$-3(x-1) - 3(y-7) - 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 10 = 0$$

$$\Rightarrow b + c - d = 12$$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ D. $x^3 + x + C$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = x - \cos x + C$. B. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = x + \cos x + C$. D. $\int f(x)dx = \cos x + C$.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + 2x^2 + C$.

Câu 0. Cho $\int_0^2 f(x)dx = \frac{1}{2025}$. Tính $I = \int_0^2 2025 f(x)dx$.

- A. $I = 2$ B. $I = \frac{1}{2025}$ C. $I = 1$ D. $I = 2025$

Câu 0. Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

- A. $I = \frac{1}{e}$ B. $I = \frac{1}{e} + 1$ C. $I = 1$ D. $I = e$

Câu 0. Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 1.

Câu 0. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng

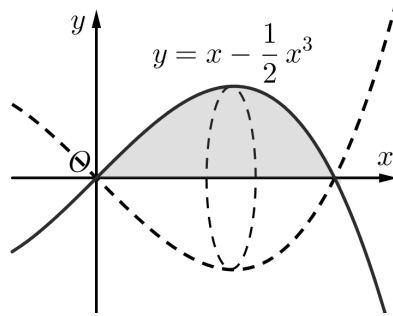
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Câu 0. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x - \frac{1}{2}x^3, y = 0, x = 0, x = \sqrt{2}$.



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx$.

B. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx$.

C. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right) dx$.

D. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right) dx$.

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3), B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{n} có phương vuông góc với hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} .

A. $\vec{n} = (8;4;-3)$.

B. $\vec{n} = (-18;0;-3)$.

C. $\vec{n} = (-18;4;-3)$.

D. $\vec{n} = (1;4;-3)$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

A. $Q(1;-2;2)$.

B. $P(2;-1;-1)$.

C. $M(1;1;-1)$.

D. $N(1;-1;-1)$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5.

B. 2.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

A. $a = 1, d = 1$.

B. $a = 6, d = -6$.

C. $a = -1, d = -6$.

D. $a = -6, d = 6$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

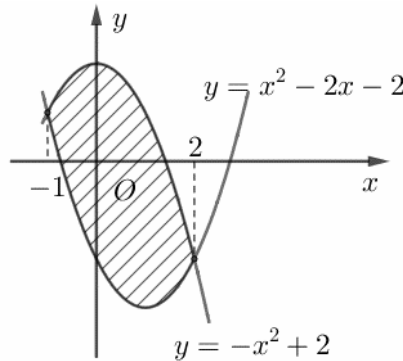
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} .

- a) $F(x) = \sin x + \cos x + C$, với C là hằng số.
- b) Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, $F(x) = \sin x - \cos x$.
- c) Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, Hàm số $F(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- d) Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, Hàm số $F(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^1 f(x) dx = -1, \int_0^3 f(x) dx = 2025$.

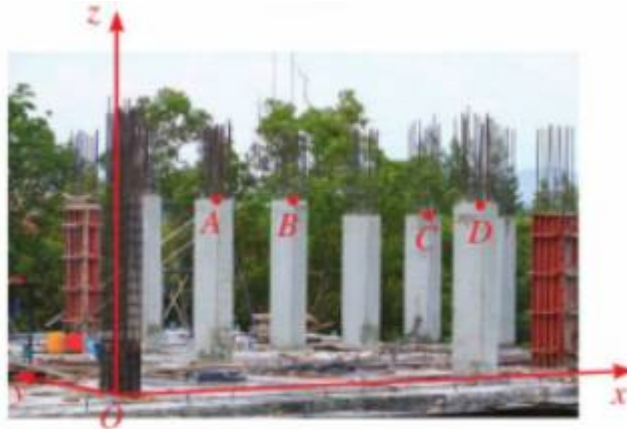
- a) $\int_1^0 f(x) dx = 1$
- b) $\int_1^3 f(x) dx = 2026$
- c) $\int_1^3 [f(x) - e^{-2x+1}] dx = \frac{1}{a.e^5} + \frac{1}{b.e} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 2025$.
- d) Biết $\int_3^4 f(x) dx = 2$, khi đó $\int_1^4 [f(x) - 2^{x+1}] dx = 2000$

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình bên dưới.



- a) Hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2, y = -x^2 + 2, x = -1, x = 2$.
- b) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
- c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^0 (-2x^2 + 2x + 4) dx + \int_0^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.
- d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{13}{2}$ (đơn vị diện tích)

Câu 4. Hình dưới đây minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3)$, $B(4;3;3)$, $C(6;3;2,5)$, $D(4;0;2,8)$.



- a) Khoảng cách hai trụ A và B bằng $2,83(m)$ (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).
- b) Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $x + by + cz + d = 0$. Khi đó $b + 2c - d = -6$.
- c) Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.
- d) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng $0,4(m)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

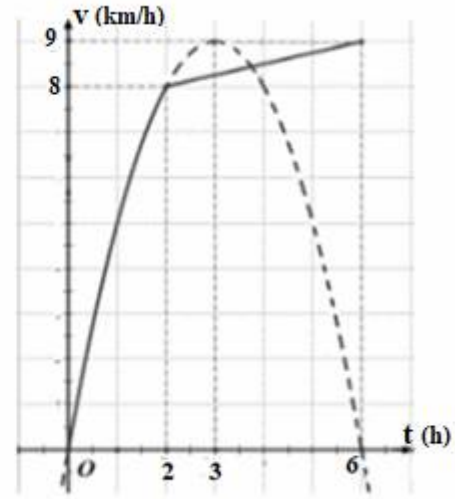
Câu 0. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 0. Biết $\int_0^1 \frac{e^x}{2^x} dx = \frac{e+a}{b+c \ln 2}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

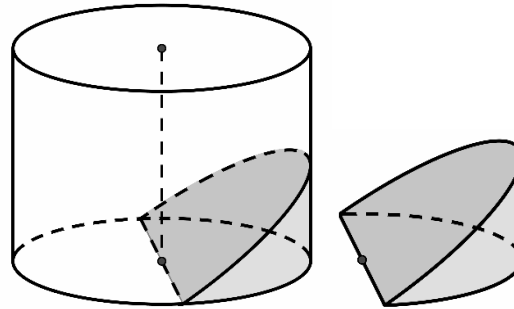
Trả lời:

Câu 0. Một chiếc xuồng đi trên sông trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường (đơn vị km) mà chiếc xuồng đi được trong 6 giờ (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân của kilômét).



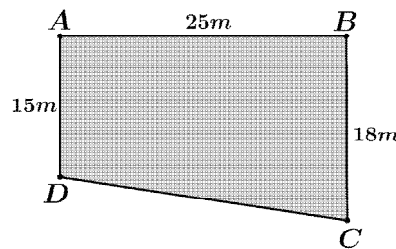
Trả lời:

Câu 0. Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30 cm, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới). Tính thể tích (cm^3) của hình nêm.



Trả lời:

Câu 0. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ:



Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25(m)$, $AD = 15(m)$, $BC = 18(m)$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10(\text{cm})$, $a(\text{cm})$, $6(\text{cm})$ tương ứng. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;3;4)$ và $C(-2;5;1)$. Điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ D. $x^3 + x + C$

Lời giải

Chọn D.

$$\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = x + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (1 + \sin x) dx = \int 1 dx + \int \sin x dx = x - \cos x + C.$$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C.$$

Câu 0. Cho $\int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2025}$. Tính $I = \int_0^2 2025 f(x) dx$.

- A. $I = 2$ B. $I = \frac{1}{2025}$ C. $I = 1$ D. $I = 2025$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^2 2025 f(x) dx = 2025 \int_0^2 f(x) dx = 2025 \cdot \frac{1}{2025} = 1$$

Câu 0. Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

- A. $I = \frac{1}{e}$ B. $I = \frac{1}{e} + 1$ C. $I = 1$ D. $I = e$

Lời giải

Chọn A.

$$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}.$$

Câu 0. Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$

A. $\frac{1}{2}.$

B. 2.

C. $\frac{5}{2}.$

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx = \int_0^1 |x - 1| dx + \int_1^2 (x - 1) dx = \int_0^1 (1 - x) dx + \int_1^2 (x - 1) dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^2 = 1.$

Câu 0. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng

A. $\frac{2}{3}.$

B. $\frac{3}{2}.$

C. $\frac{1}{3}.$

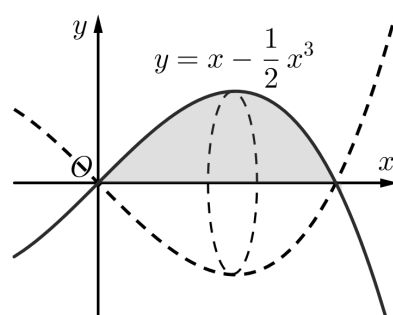
D. $\frac{7}{3}.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S = \int_1^2 \left| (x - 2)^2 - 1 \right| dx = \int_1^2 |x^2 - 4x + 3| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 4x + 3) dx \right| = \frac{2}{3}.$

Câu 0. Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường $y = x - \frac{1}{2}x^3, y = 0, x = 0, x = \sqrt{2}.$



Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right)^2 dx.$

B. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right)^2 dx.$

C. $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right) dx.$

D. $V = \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3 \right) dx.$

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của vật thể là: $V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{2}x^3\right)^2 dx.$

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{n} có phương vuông góc với hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} .

- A. $\vec{n} = (8;4;-3)$. B. $\vec{n} = (-18;0;-3)$. C. $\vec{n} = (-18;4;-3)$. D. $\vec{n} = (1;4;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{AB} = (-2;-3;8)$ và $\vec{AC} = (-1;0;6) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-18;4;-3)$.

Vậy: $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-18;4;-3)$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- A. $Q(1;-2;2)$. B. $P(2;-1;-1)$. C. $M(1;1;-1)$. D. $N(1;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

+ Thay tọa độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1 - (-2) + 2 - 2 = 4 \neq 0$ nên $Q \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.2 - (-1) + (-1) - 2 = 2 \neq 0$ nên $P \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1 - 1 + (-1) - 2 = -2 \neq 0$ nên $M \notin (P)$.

+ Thay tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1 - (-1) + (-1) - 2 = 0$ nên $N \in (P)$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 5. B. 2. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

- A. $a=1, d=1$. B. $a=6, d=-6$. C. $a=-1, d=-6$. D. $a=-6, d=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{AB}=(2;-3;-1)$; $\overline{AC}=(-2;0;-2)$.

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = \left(\left| \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{array} \right|; \left| \begin{array}{cc} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{array} \right|; \left| \begin{array}{cc} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{array} \right| \right) = (6; 6; -6).$$

Chọn $\vec{n} = \frac{1}{6}[\overline{AB}; \overline{AC}] = (1; 1; -1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$$x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0. \text{ Vậy } a=1, d=1.$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} .

a) $F(x) = \sin x + \cos x + C$, với C là hằng số.

b) **Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, $F(x) = \sin x - \cos x$.**

c) **Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, Hàm số $F(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.**

d) **Biết $F(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Khi đó, Hàm số $F(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\sqrt{2}$.**

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (\sin x + \cos x) dx = -\cos x + \sin x + C$.

b) Từ giả thiết, ta được $\sin 0 - \cos 0 + C = -1 \Leftrightarrow C = 0$ nên $F(x) = \sin x - \cos x$.

c) Ta có $F'(x) = \sin x + \cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $F(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

$$d) F(x) = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{mà } -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{Min}F(x) = -\sqrt{2}$$

Câu 0. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^1 f(x) dx = -1, \int_0^3 f(x) dx = 2025$.

a) $\int_1^0 f(x) dx = 1$

b) $\int_1^3 f(x) dx = 2026$

c) $\int_1^3 [f(x) - e^{-2x+1}] dx = \frac{1}{a.e^5} + \frac{1}{b.e} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 2025$.

d) Biết $\int_3^4 f(x) dx = 2$, khi đó $\int_1^4 [f(x) - 2^{x+1}] dx = 2000$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int_1^0 f(x) dx = -\int_0^1 f(x) dx = 1$

b)

$\int_0^3 f(x) dx = 2025$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2025$

$\Leftrightarrow -1 + \int_1^3 f(x) dx = 2025$

$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2026$

c) Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = 2026$

$\int_1^3 [f(x) - e^{-2x+1}] dx = \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 e^{-2x+1} dx = 2026 + \frac{1}{2} e^{-2x+1} \Big|_1^3 = \frac{1}{2e^5} - \frac{1}{2e} + 2026$

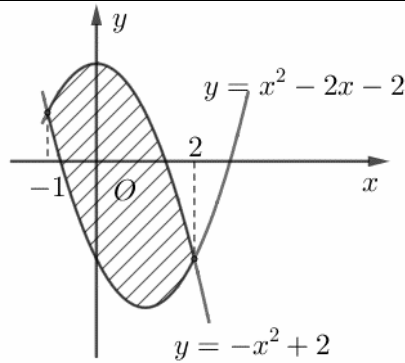
$\Rightarrow a = 2; b = -2; c = 2026 \Rightarrow a + b + c = 2026$

d) Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = 2026$ và $\int_3^4 f(x) dx = 2$

nên $\int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = 2026 + 2 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x) dx = 2028$,

khi đó $\int_1^4 [f(x) - 2^{x+1}] dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 2^{x+1} dx = 2028 - 2^{x+1} \Big|_1^4 = 2000$

Câu 0. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình bên dưới.



a) Hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$, $y = -x^2 + 2$, $x = -1, x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^0 (-2x^2 + 2x + 4) dx + \int_0^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{13}{2}$ (đơn vị diện tích)

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Từ đồ thị ta có: Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$, $y = -x^2 + 2$, $x = -1, x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là:

$$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

c) Ta có: $S = \int_{-1}^0 (-2x^2 + 2x + 4) dx + \int_0^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

$$d) S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{13}{2} \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Câu 0. Hình dưới đây minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3)$, $B(4;3;3)$, $C(6;3;2,5)$, $D(4;0;2,8)$.



a) Khoảng cách hai trụ A và B bằng 2,83(m) (kết quả làm tròn đến phần trăm của mét).

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $x + by + cz + d = 0$. Khi đó $b + 2c - d = -6$.

c) Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

d) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng 0,4(m).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) Ta có: $\overline{AB} = (2; 2; 0) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} = 2\sqrt{2} \approx 2,83(m)$.

b) Ta có: $\overline{AB} = (2; 2; 0) \neq \vec{0}, \overline{AC} = (4; 2; -0,5) \neq \vec{0}$.

Xét: $[\overline{AB}, \overline{AC}] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -0,5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -0,5 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \right) = (-1; 1; -4)$ hay $\vec{n} = (1; -1; 4)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $1(x - 2) - 1(y - 1) + 4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 4z - 13 = 0$.

$\Rightarrow b = -1; c = 4; d = -13 \Rightarrow b + 2c - d = 20$

c) Thay tọa độ điểm D(4; 0; 2,8) vào phương trình mặt phẳng (ABC) ta có:

$$x - y + 4z - 13 = 0 \Leftrightarrow 4 + 4 \cdot 2,8 - 13 = 0 \text{ (vô lý)}$$

Vậy bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

d) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC): $d(D, (ABC)) = \frac{|2,5 - 3|}{1} = 0,5(m)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1

Ta có $f'(x) = x^3 f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Leftrightarrow \left[-\frac{1}{f(x)} \right]' = x^3 \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = \int x^3 dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x^4}{4} + C$.

Mà $f(2) = -\frac{4}{19} \Rightarrow \frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4}$. Suy ra $f(x) = -\frac{4}{x^4 + 3}$.

Vậy $f(1) = -1$.

Câu 0. Biết $\int_0^1 \frac{e^x}{2^x} dx = \frac{e+a}{b+c \ln 2}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

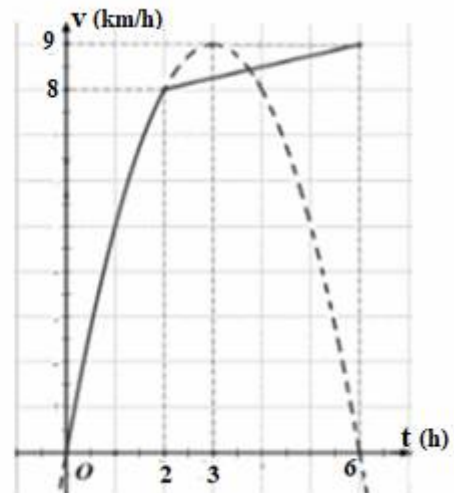
Lời giải

Đáp án: -2

$$\int_0^1 \frac{e^x}{2^x} dx = \int_0^1 \left(\frac{e}{2} \right)^x dx = \frac{\left(\frac{e}{2} \right)^x}{\ln \frac{e}{2}} \Big|_0^1 = \frac{e-2}{2-2 \ln 2}$$

$\Rightarrow a = -2; b = 2; c = -2 \Rightarrow a + b + c = -2$

Câu 0. Một chiếc xuồng đi trên sông trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường (đơn vị km) mà chiếc xuồng đi được trong 6 giờ (kết quả làm tròn đến 1 chữ số thập phân của kilômét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 43,3

+ Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3;9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là

$$(P): v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$$

+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm

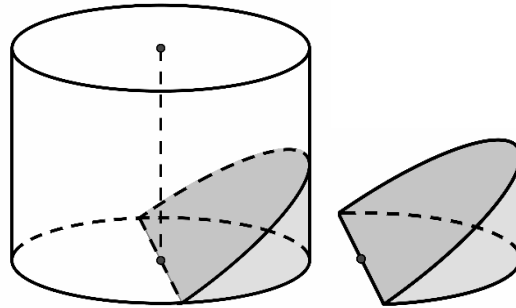
có tọa độ $(6;9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $v(t) = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2}\right) dt = \frac{130}{3} (km) \approx 43,3 (km)$$

Câu 0. Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30 cm, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới). Tính thể tích (cm^3) của hình nêm.

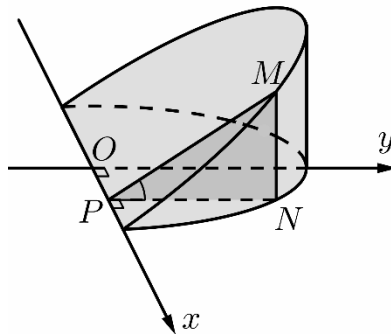


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2250

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



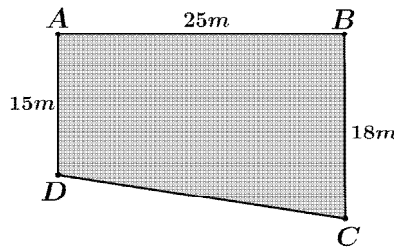
Khi đó hình nêm có đáy là nửa hình tròn có phương trình: $y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15; 15]$.

Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x với $x \in [-15; 15]$ cắt hình nêm theo thiết diện là ΔMNP có diện tích là $S(x)$ (xem hình).

Ta có $NP = y, MN = NP \cdot \tan 45^\circ = y = \sqrt{225 - x^2}$. Khi đó $S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} (225 - x^2)$.

Suy ra thể tích hình nêm là: $V = \int_{-15}^{15} S(x)dx = 2250 \text{ cm}^3$.

Câu 5. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D , như hình vẽ:

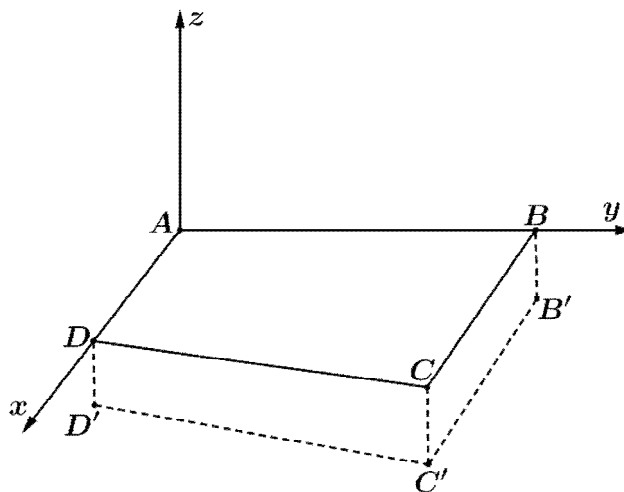


Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25(m)$, $AD = 15(m)$, $BC = 18(m)$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10(cm)$, $a (cm)$, $6(cm)$ tương ứng. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 17,2



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó: $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10cm , $a \text{ cm}$ 6cm tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$; $C'(1800;2500;-a)$; $D'(1500;0;-6)$. Theo bài ra có bốn điểm $A; B'; C'; D'$ đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $x + y + 250z = 0$.

Do $C'(1800; 2500;-a) \in (AB'D')$ nên ta có $1800 + 2500 - 250a = 0 \Leftrightarrow a = 17,2$.

Vậy $a = 17,2(cm)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;3;4)$ và $C(-2;5;1)$. Điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10

Ta có $G(-1;3;2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

Khi đó:

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 \\ &= (\overline{MG} + \overline{GA})^2 + (\overline{MG} + \overline{GB})^2 + (\overline{MG} + \overline{GC})^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overline{MG}(\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của G lên mặt phẳng (Oxy) . Do hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $(-1;3;0)$ Vậy $M(-1;3;0)$. Từ đó

$$T = (-1)^2 + 3^2 = 10.$$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x + \tan x + C$.

B. $\int f(x)dx = x + \cot x + C$.

C. $\int f(x)dx = x - \tan x + C$.

D. $\int f(x)dx = x - \cot x + C$.

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là.

A. $e^x + x^2 + C$.

B. $e^x - x^2 + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C$.

D. $e^x - 2 + C$.

Câu 0. Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $\int_{-2024}^{2024} dx = 4048$.

B. $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \int_a^b f_1(x) dx \cdot \int_a^b f_2(x) dx$.

C. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ được gọi là giá trị trung bình

của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

D. Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx.$$

Câu 5. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

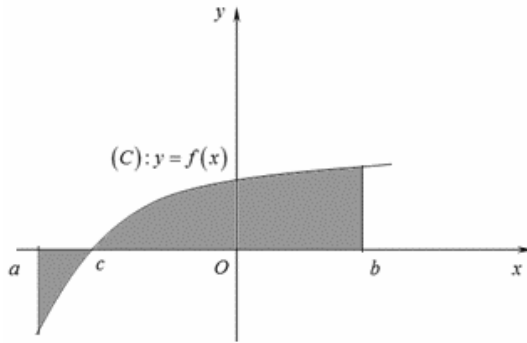
- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8$; $f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x) dx$

bằng

- A. 1. B. 7. C. -9. D. 9.

Câu 7. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi}{3}.$ B. $\frac{\pi}{15}.$ C. $\frac{\pi}{30}.$ D. $\frac{\pi}{5}.$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vector $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vector \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\vec{c} = (2; 6; -1).$ B. $\vec{c} = (4; 6; -1).$ C. $\vec{c} = (4; -6; -1).$ D. $\vec{c} = (2; -6; -1).$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0.$ B. $2x + y + 3z - 3 = 0.$
 C. $2x + y + 3z + 3 = 0.$ D. $2x - y + 3z - 9 = 0.$

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm

$A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3.

B. 7.

C. 4.

D. 1.

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ như hình bên dưới.



Nhận định nào sau đây sai?

A. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; -2; 3)$

B. Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến của $\vec{n}_Q = (2; -4; 6)$

C. $(P) \parallel (Q)$.

D. (P) cắt (Q)

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$.

a) $\int (4x^3 - 6x) dx = x^4 - 6x + C$, với C là hằng số.

b) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$. Khi đó $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.

c) $\int f(x-1) dx = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x + C$, với C là hằng số.

d) Biết $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x-1)$ và $G(1) = 0$. Khi đó $G(0) = -2$.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = mx + n$ với $m, n \in \mathbb{R}$. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$,

$$\int_0^2 f(x) dx = 8.$$

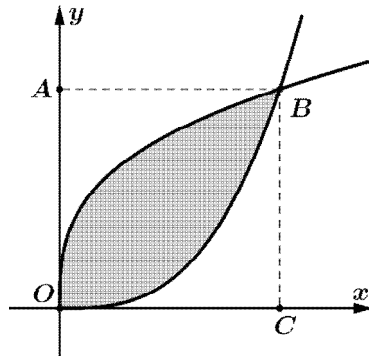
a) $\int_0^1 \frac{1}{2} f(x) dx = \frac{3}{2}$

b) $\int_1^2 f(x) dx = -5$

c) $\int_1^2 \left[2f(x) - \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = \frac{a.e^4 + b.e^2 + c}{2e^4}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 20$.

d) $3m + 2n = 10$

Câu 3. Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 | \sqrt[3]{x} | dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 (-x^3 + \sqrt[3]{x}) dx$.

d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và hai mặt phẳng $(Q): x + y - 3z - 5 = 0$, $(R): x + 2y - z - 1 = 0$.

a) Mặt phẳng (R) đi qua điểm M .

b) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{7\sqrt{11}}{11}$.

c) Mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (Q) có phương trình là $ax + by + cz - 2 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c = 1$.

d) Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) có phương trình là $ax + by + z + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + d = 6$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn

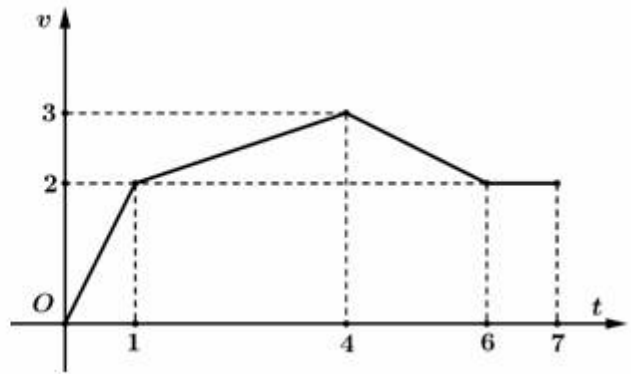
$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 2. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + 2x] dx$.

Trả lời:

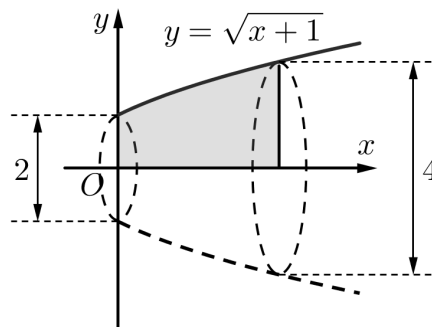
Câu 3. Một chiếc xe ô tô chuyển động với đồ thị vận tốc được biểu diễn theo đường gấp khúc được minh họa trên hệ trục Otv như hình vẽ (mỗi đơn vị trên Ot ứng với 1 phút và mỗi đơn vị trên Ov ứng với $0,4(km / phút)$).



Quãng đường mà xe di chuyển trong 7 phút là bao nhiêu km?

Trả lời:

Câu 4. Bác Hùng đặt người thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của dm^3)?



Trả lời:

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$ và $(Q): 3x + by + cz + d = 0$ ($b, c, d \in \mathbb{Z}$). Điểm $M(2; 1; -3)$ thuộc mái nhà nằm trên mặt phẳng (Q) . Giá trị của biểu thức $b + 2025c + 2024d$ bằng bao nhiêu?



Trả lời:

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) có dạng $ax + by + z + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S = a + b + d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow \int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x + \tan x + C$.

B. $\int f(x)dx = x + \cot x + C$.

C. $\int f(x)dx = x - \tan x + C$.

D. $\int f(x)dx = x - \cot x + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int f(x)dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = x - \tan x + C.$$

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là.

A. $e^x + x^2 + C$.

B. $e^x - x^2 + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C$.

D. $e^x - 2 + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int (e^x - 2x)dx = e^x - x^2 + C$

Câu 0. Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. $\int_{-2024}^{2024} dx = 4048$.

B. $\int_a^b f_1(x) \cdot f_2(x) dx = \int_a^b f_1(x) dx \cdot \int_a^b f_2(x) dx$.

C. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ được gọi là giá trị trung bình

của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

D. Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx.$$

Lời giải

Chọn B.

Câu 0. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1 \end{aligned}$$

Câu 0. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8; f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ bằng

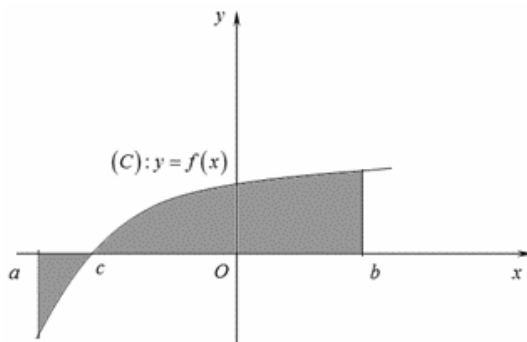
- A. 1. B. 7. C. -9. D. 9.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = -1 - 8 = -9$

Câu 0. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$
 C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Lời giải

Chọn C.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 0. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{15}$. C. $\frac{\pi}{30}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx = \frac{\pi}{30}$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$ và vectơ $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vectơ \vec{c} là tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} .

- A. $\vec{c} = (2; 6; -1)$. B. $\vec{c} = (4; 6; -1)$. C. $\vec{c} = (4; -6; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -6; -1)$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; -6; -1)$$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Theo bài $(Q) // (P) \Rightarrow (Q): 2x - y + 3z + m = 0 (m \neq 5)$

Mà (Q) qua $A \Leftrightarrow 2.0 - (-3) + 3.2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.

Vậy mp $(Q): 2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3.

B. 7.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$AH = d(A, (P)) = \frac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 1.$$

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q): 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ như hình bên dưới.



Nhận định nào sau đây sai?

- A. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -2; 3)$
- B. Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến của $\vec{n}_q = (2; -4; 6)$
- C. $(P) \parallel (Q)$.
- D. (P) cắt (Q)

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (1; -2; 3)$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến của $\vec{n}_q = (2; -4; 6)$

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{3}{6} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow (P) \not\parallel (Q)$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 6x$.

a) $\int (4x^3 - 6x) dx = x^4 - 6x + C$, với C là hằng số.

b) **Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 2$. Khi đó $F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$.**

c) $\int f(x-1)dx = x^4 - 4x^3 + 3x^3 + 2x + C$, với C là hằng số.

d) **Biết $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x-1)$ và $G(1) = 0$. Khi đó $G(0) = -2$.**

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) $\int (4x^3 - 6x)dx = \int 4x^3 dx - \int 6x dx = x^4 - 3x^2 + C$.

b) $F(x) = x^4 - 3x^2 + C$

Theo giả thiết $F(0) = 2$ suy ra $C = 2 \Rightarrow F(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

c) $\int f(x-1)dx = \int [4(x-1)^3 - 6(x-1)]dx = \int (4x^3 - 12x^2 + 6x + 2)dx = x^4 - 4x^3 + 3x^3 + 2x + C$

d) $G(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^3 + 2x + C$

Theo giả thiết $G(1) = 0$ suy ra $C = -2 \Rightarrow G(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^3 + 2x - 2 \Rightarrow G(0) = -2$

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = mx + n$ với $m, n \in \mathbb{R}$. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$,

$\int_0^2 f(x) dx = 8$.

a) $\int_0^1 \frac{1}{2} f(x) dx = \frac{3}{2}$

b) $\int_1^2 f(x) dx = -5$

c) $\int_1^2 \left[2f(x) - \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = \frac{a.e^4 + b.e^2 + c}{2e^4}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. **Khi đó $a + b + c = 20$.**

d) $3m + 2n = 10$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int_0^1 \frac{1}{2} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$

b) $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \Leftrightarrow 8 = 3 + \int_1^2 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 5$

c) Ta có: $\int_1^2 f(x) dx = 5$

$$\text{Do đó: } \int_1^2 \left[2f(x) - \frac{1}{e^{2x}} \right] dx = 2 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 \left(\frac{1}{e^2} \right)^x dx = 2.5 - \left. \frac{\left(\frac{1}{e^2} \right)^x}{\ln \frac{1}{e^2}} \right|_1^2 = \frac{20e^4 - e^2 + 1}{2e^4}$$

$$\Rightarrow a = 20; b = -1; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 20$$

d)

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int (mx + n) dx = \frac{m}{2} x^2 + nx + C.$$

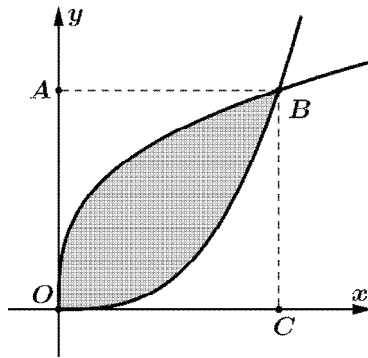
$$\text{Lại có: } \int_0^1 f(x) dx = 3 \Rightarrow \left(\frac{m}{2} x^2 + nx \right) \Big|_0^1 = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m + n = 3 \quad (1).$$

$$\int_0^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \left(\frac{m}{2} x^2 + nx \right) \Big|_0^2 = 8 \Leftrightarrow 2m + 2n = 8 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{2} m + n = 3 \\ 2m + 2n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow 3m + 2n = 10.$$

Câu 0. Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng

$$x = 1 \text{ được tính bằng công thức } S = \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx.$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng

$$x = 1 \text{ có giá trị bằng } \frac{1}{2} \text{ (đvdt).}$$

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng

$$x = 1 \text{ được tính bằng công thức } S = \int_0^1 (-x^3 + \sqrt[3]{x}) dx.$$

d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$.

Ta có $S = \int_0^1 |x^3| dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$ (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$, vì phần đồ thị của hàm số $y = x^3$ nằm dưới phần đồ thị của hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức $S = \int_0^1 (-x^3 + \sqrt[3]{x}) dx$

d) Diện tích hình vuông có cạnh bằng 1 là $S = 1^2 = 1$ (đvdt)

Gọi S_1 là diện tích phần tô đậm: $S_1 = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^3) dx = \int_0^1 (x^{\frac{1}{3}} - x^3) dx = \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2}$ (đvdt),

Vậy diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men bằng $S - S_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và hai mặt phẳng $(Q): x + y - 3z - 5 = 0$, $(R): x + 2y - z - 1 = 0$.

a) Mặt phẳng (R) đi qua điểm M .

b) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{7\sqrt{11}}{11}$.

c) Mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (Q) có phương trình là $ax + by + cz - 2 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c = 1$.

d) Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) có phương trình là $ax + by + z + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + d = 6$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -3)$.

Mặt phẳng (R) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 2; -1)$.

a) Thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (R) ta được: $1 + 2 \cdot 0 - 1 - 1 \neq 0$ nên mặt phẳng (R) không đi qua điểm M .

b) Ta có:
$$d(M; (Q)) = \frac{|1 + 0 - 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{7}{\sqrt{11}} = \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

c) Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm. Do (α) song song với (Q) nên có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_1 = (1; 1; -3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -3)$ có phương trình:

$$(x-1) + (y-0) - 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 2 = 0$$

$$a = 1; b = 1; c = -3 \Rightarrow a + b + c = -1$$

d) Gọi mặt phẳng cần tìm là (P) .

Mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q), (R)$ nên (P) có cặp vector chỉ phương là

$\vec{n}_1 = (1; 1; -3), \vec{n}_2 = (1; 2; -1)$. Do đó, mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (5; -2; 1)$$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; -2; 1)$ có phương trình:

$$5(x-1) - 2(y+2) + (z-0) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + z - 9 = 0.$$

$$\Rightarrow a = 5; b = -2; d = -9 \Rightarrow a + b + d = -6$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 9

Ta có:

$$\int (2x-1) dx = x^2 - x + C_1;$$

$$\int (3x^2-2) dx = x^3 - 2x + C_2$$

Suy ra $F(x) = \int f(x) dx = \begin{cases} x^2 - x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Mà ta có $F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2$

Mặt khác hàm số F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} nên $y = F(x)$ liên tục tại $x = 1$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) \Rightarrow C_1 = 1$.

Khi đó ta có: $F(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} F(-1) = 3 \\ F(2) = 3 \end{cases}$.

Vậy $F(-1) + 2F(2) = 9$.

Câu 0. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + 2x] dx$.

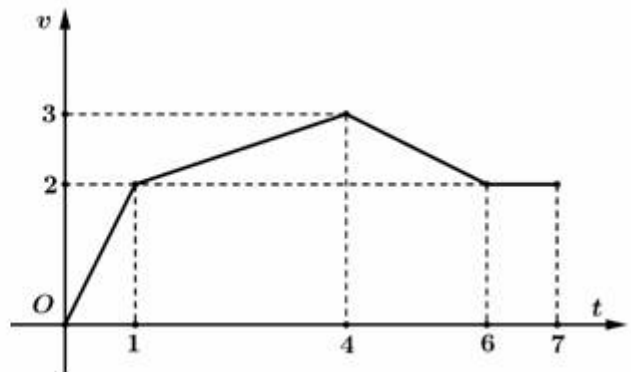
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10

Ta có: $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + 3^2 - 1^2 = 10$.

Câu 0. Một chiếc xe ô tô chuyển động với đồ thị vận tốc được biểu diễn theo đường gấp khúc được minh họa trên hệ trục Otv như hình vẽ (mỗi đơn vị trên Ot ứng với 1 phút và mỗi đơn vị trên Ov ứng với $0,4(km / phút)$).



Quãng đường mà xe di chuyển trong 7 phút là bao nhiêu km?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6,2

Hàm vận tốc 1 giây đầu tiên: $v(t) = 2t$

Hàm vận tốc giây thứ 2 đến giây thứ 4: $v(t) = \frac{1}{3}t + \frac{5}{3}$

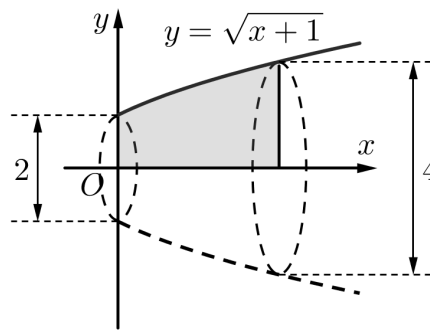
Hàm vận tốc giây thứ 2 đến giây thứ 4: $v(t) = -\frac{1}{2}t + 5$

Hàm vận tốc giây thứ 7 : $v(t) = 2$

Quãng đường mà xe đã di chuyển trong 7 phút là:

$$s = \left[\int_0^1 2t dt + \int_1^4 \left(\frac{1}{3}t + \frac{5}{3} \right) dt + \int_4^6 \left(-\frac{1}{2}t + 5 \right) dt + \int_6^7 2 dt \right] \cdot 0,4 = 15,5 \cdot 0,4 = 6,2 \text{ (km)}$$

Câu 0. Bác Hùng đặt người thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của dm^3)?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 23,6

Với bán kính đáy chậu là 1 dm thì $y = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Rightarrow x = 0$

Với bán kính đáy chậu là 2 dm thì $y = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3$

Thể tích của khối chậu là: $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x+1})^2 dx = \frac{15\pi}{2} \approx 23,6 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà song song với nhau và lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$ và $(Q): 3x + by + cz + d = 0$ ($b, c, d \in \mathbb{Z}$). Điểm $M(2; 1; -3)$ thuộc mái nhà nằm trên mặt phẳng (Q) . Giá trị của biểu thức $b + 2025c + 2024d$ bằng bao nhiêu?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P): $3x - 2y + z - 3 = 0$ nên có phương trình dạng

$$(Q): 3x - 2y + z + m = 0, m \neq -3$$

Vì $M \in (Q)$ nên $(Q): 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy $(Q): 3x - 2y + z - 1 = 0 \Rightarrow b + 2025c + 2024d = -1$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. . Phương trình của (P) có dạng $ax + by + z + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $S = a + b + d$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;2)$ lên trục Ox là $M(1;0;0)$.

Khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến là $\overline{MA} = (0;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có vecto pháp tuyến là $\overline{MA} = (0;2;2)$ nên

$$0 \cdot (x-1) + 2(y-0) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow y + z = 0$$

$$\Rightarrow S = a + b + d = 1$$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2$ là

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 - 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 - 2x + C$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ là:

A. $3\sin x - 4\cos x + C$.

B. $-3\sin x + 4\cos x + C$.

C. $3\sin x + 4\cos x + C$.

D. $-3\sin x + 4\cos x + C$.

Câu 3. Hàm số $F(x) = x^2 + e^{-2x} + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}e^{-2x} + 2024x$.

B. $f(x) = 2x + 2e^{-2x} + 2024$.

C. $f(x) = 2x - 2e^{-2x} + 2024x$.

D. $f(x) = 2x - 2e^{-2x}$.

Câu 4. Nếu $\int_0^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_5^0 5f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 25.

D. -25.

Câu 5. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

A. $I = \frac{5}{\ln 5}$.

B. $I = 4\ln 5$.

C. $I = 5\ln 5$.

D. $I = \frac{4}{\ln 5}$.

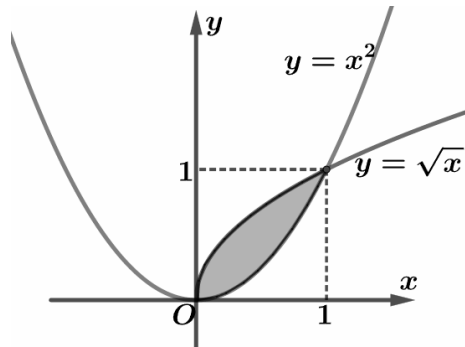
Câu 6. Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = a - \sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó $a + 4b$ bằng

- A. 5. B. 8. C. 10. D. 7.

Câu 0. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, x = -1, x = 2$ và trục hoành.

- A. $S = 6$. B. $S = 16$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = 13$.

Câu 0. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



- A. $V = \frac{9\pi}{10}$. B. $V = \frac{3\pi}{10}$. C. $V = \frac{\pi}{10}$. D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -2)$ lên mặt phẳng (P) . Độ dài đoạn thẳng MH là

- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 3.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

- A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $-x + y - 2z - 1 = 0$. C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$. D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng (Q) và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1; 0; -2), B(-3; 1; 1), C(5; 5; -5)$ (như hình bên dưới). Lập phương trình mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin điện gió đó.



- A. $3x+4z+5=0$. B. $3x+2y+4z+5=0$. C. $3x-2y+4z+5=0$. D. $3x+4z-5=0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x + x^e$.

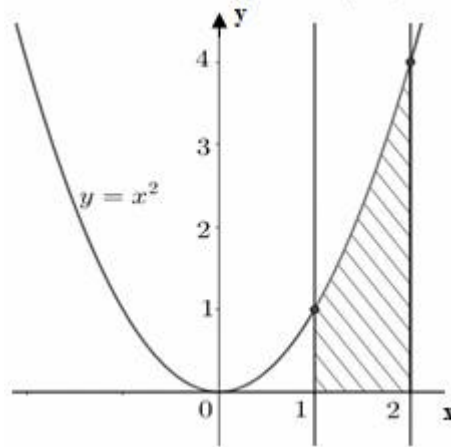
- a) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x)+2024$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$.
- b) $F(x) = e^x + x^e + C$ là họ nguyên hàm của $f(x)$.
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(1) = 2e$.
- d) Nếu $F(x), G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1, G(1) = e$ thì ta luôn có $G(x) = F(x) + 2e$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	0	2	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 0	↘ -1	↗ $f(5)$	↘ $-\infty$

- a) $f'(x) \geq 0$ khi $x \in [3; 5]$
- b) $\int_3^5 |f'(x)| dx = f(5) + 1$
- c) $\int_2^3 |f'(x)| dx = -1$
- d) Biết rằng $\int_2^5 |f'(x)| dx = 5$. Khi đó $f(5) = 3$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình bên dưới.



- Đồ thị $y = x^2$ cắt đường thẳng $x = 2$ tại điểm $(2;1)$.
- Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2; x = 0; x = 2$.
- Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{7}{3}$ (đơn vị diện tích).
- Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox bằng $\frac{31\pi}{5}$ (đơn vị thể tích).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(0;-1;3)$.

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-1;2;-2)$.
- Điểm A và B nằm về cùng phía của mặt phẳng (P) .
- Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) không đi qua điểm $M(-2;-2;3)$.
- Mặt phẳng (R) đi qua A song song với (P) có phương trình là $ax + by + cz + 1 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c = -1$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x)f(x) - \sin x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f^2(\pi)$ bằng bao nhiêu?

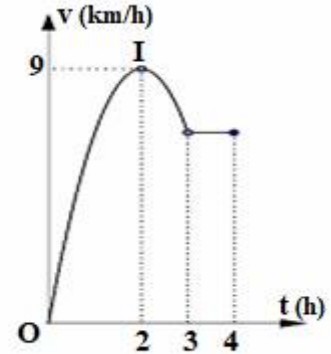
Trả lời:

Câu 2. Có hai giá trị của số thực a là $a_1, a_2 (0 < a_1 < a_2)$ thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)dx = 0$. Hãy tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right).$$

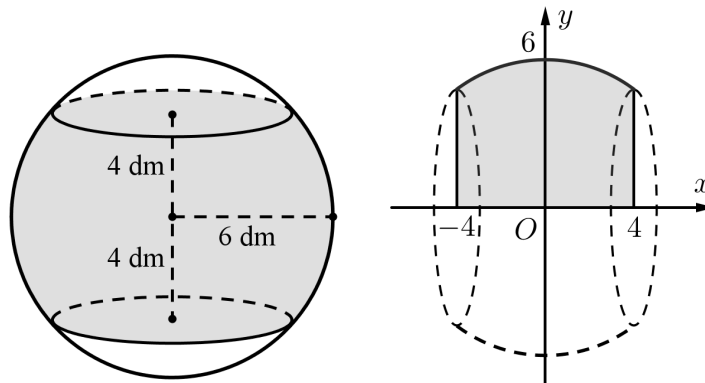
Trả lời:

Câu 3. Một vận động viên leo núi đi bộ trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ, kể từ khi bắt đầu vận động viên đó đi, đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường (đơn vị km) mà vận động viên leo núi đi bộ được trong 4 giờ đó.



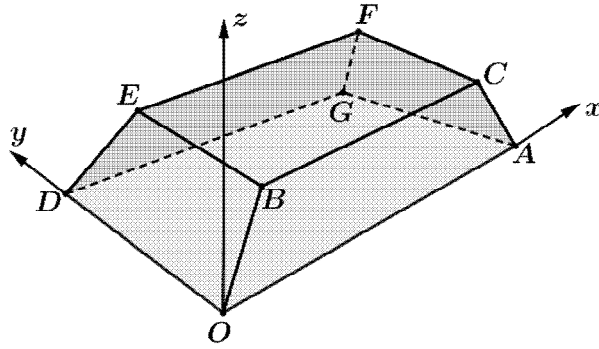
Trả lời:

Câu 0. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị của lít).



Trả lời:

Câu 0. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cắt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.



Trả lời:

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , tính giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2$ là

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 - 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 - 2x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)dx = \int (x^2 - 2)dx = \int x^2 dx - 2 \int dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$.

Câu 0. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ là:

A. $3 \sin x - 4 \cos x + C$.

B. $-3 \sin x + 4 \cos x + C$.

C. $3 \sin x + 4 \cos x + C$.

D. $-3 \sin x + 4 \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C.

$\int f(x)dx = \int (3 \cos x - 4 \sin x)dx = 3 \int \cos x dx - 4 \int \sin x dx = 3 \sin x - 4 \cos x + C$.

Câu 0. Hàm số $F(x) = x^2 + e^{-2x} + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}e^{-2x} + 2024x$.

B. $f(x) = 2x + 2e^{-2x} + 2024$.

C. $f(x) = 2x - 2e^{-2x} + 2024x$.

D. $f(x) = 2x - 2e^{-2x}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $F(x) = x^2 + e^{-2x} + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + e^{-2x} + 2024)' = 2x - 2e^{-2x}$.

Câu 0. Nếu $\int_0^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_5^0 5f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 25.

D. -25.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_5^0 5f(x)dx = -\int_0^5 5f(x)dx = -5 \int_0^5 f(x)dx = -5.5 = -25$

Câu 0. Kết quả tích phân $I = \int_0^1 5^x dx$ bằng

A. $I = \frac{5}{\ln 5}$.

B. $I = 4 \ln 5$.

C. $I = 5 \ln 5$.

D. $I = \frac{4}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $I = \int_0^1 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} \Big|_0^1 = \frac{5^1}{\ln 5} - \frac{5^0}{\ln 5} = \frac{4}{\ln 5}$.

Câu 0. Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = a - \sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó $a + 4b$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 10.

D. 7.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx = (\cos x) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - (\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{\frac{3}{4}}$

Suy ra: $a = 2, b = \frac{3}{4}$ nên $a + 4b = 5$

Câu 0. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, x = -1, x = 2$ và trục hoành.

A. $S = 6$.

B. $S = 16$.

C. $S = \frac{13}{6}$.

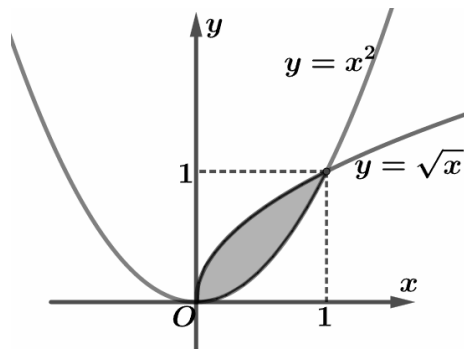
D. $S = 13$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6$.

Câu 0. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



A. $V = \frac{9\pi}{10}$.

B. $V = \frac{3\pi}{10}$.

C. $V = \frac{\pi}{10}$.

D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối tròn xoay thu được là $V = \pi \int_0^1 |x^4 - x| dx = \frac{3\pi}{10}$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 4 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -2)$ lên mặt phẳng (P) . Độ dài đoạn thẳng MH là

- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $M(3; 1; -2)$ đến mặt phẳng (P) : $MH = d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 1 + 2 \cdot (-2) - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là

- A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $-x + y - 2z - 1 = 0$. C. $x - 2y - 2z + 7 = 0$. D. $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; -2)$ nên có phương trình

$$(x + 1) - 2(y - 1) - 2(z + 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 1 = 0.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$, vectơ pháp tuyến của (β) là $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song khi $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1}$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng điện gió, một tuabin điện gió có ba cánh quạt cùng nằm trong một mặt phẳng (Q) và ba cánh quạt chứa ba điểm $A(1; 0; -2), B(-3; 1; 1), C(5; 5; -5)$ (như hình bên dưới). Lập phương trình mặt phẳng chứa ba cánh quạt của tuabin điện gió đó.



- A. $3x+4z+5=0$. B. $3x+2y+4z+5=0$. C. $3x-2y+4z+5=0$. D. $3x+4z-5=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (Q) chứa ba điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$ nên mặt phẳng (Q) cũng là mặt phẳng (ABC)

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 1; 3), \overrightarrow{AC} = (4; 5; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 0; -24) = -\frac{1}{6}(3; 0; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 0; 4)$ là:

$3(x-1) + 4(z+2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4z + 5 = 0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = e^x + x^e$.

a) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F(x) + 2024$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) $F(x) = e^x + x^e + C$ là họ nguyên hàm của $f(x)$.

c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(1) = 2e$.

d) Nếu $F(x), G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1, G(1) = e$ thì ta luôn có

$G(x) = F(x) + 2e$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Đúng: Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có:

$$(F(x) + 2024)' = (F(x))' + (2024)' = F'(x) = f(x).$$

Do đó $F(x) + 2024$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + x^e) dx = e^x + ex^{e-1} + C$.

Suy ra $F(x) = e^x + ex^{e-1} + C$ là họ nguyên hàm của $f(x)$.

c) Ta có: $F(x) = \int (e^x + x^e) dx = e^x + ex^{e-1} + C$ và $F(0) = 1 \Rightarrow 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0$.

Suy ra $F(x) = e^x + ex^{e-1} \Rightarrow F(1) = e + e = 2e$.

d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(x) = e^x + ex^{e-1}$ (1)

Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $G(1) = e$ thì

$$\begin{cases} G(x) = e^x + ex^{e-1} + C \\ G(1) = e \end{cases} \Rightarrow 2e + C = e \Leftrightarrow C = -e \Rightarrow G(x) = e^x + ex^{e-1} - e \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $G(x) = F(x) - e$.

Câu 0. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau

x	0	2	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$f(5)$	$-\infty$

a) $f'(x) \geq 0$ khi $x \in [3; 5]$

b) $\int_3^5 |f'(x)| dx = f(5) + 1$

c) $\int_2^3 |f'(x)| dx = -1$

d) **Biết rằng** $\int_2^5 |f'(x)| dx = 5$. Khi đó $f(5) = 3$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Từ bảng biến thiên ta có $x \in [3; 5] \Rightarrow f'(x) \geq 0$ và $x \in [2; 3] \Rightarrow f'(x) \leq 0, f(2) = 0, f(3) = -1$.

a) $f'(x) \geq 0$ khi $x \in [3; 5]$

b) $\int_3^5 |f'(x)| dx = \int_3^5 f'(x) dx = f(x) \Big|_3^5 = f(5) - f(3) = f(5) + 1$

c) $\int_2^3 |f'(x)| dx = -\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_3^2 = f(2) - f(3) = 0 - (-1) = 1$

d)

$$\int_2^5 |f'(x)| dx = 5$$

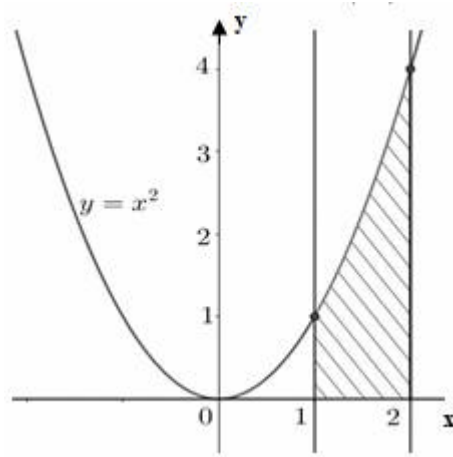
$$\Leftrightarrow \int_2^3 |f'(x)| dx + \int_3^5 |f'(x)| dx = 5$$

$$\Leftrightarrow 1 + f(5) + 1 = 5$$

$$\Leftrightarrow f(5) + 2 = 5$$

$$\Leftrightarrow f(5) = 3$$

Câu 0. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình bên dưới.



a) Đồ thị $y = x^2$ cắt đường thẳng $x = 2$ tại điểm $(2;1)$.

b) Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2; x = 0; x = 2$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{7}{3}$ (đơn vị diện tích).

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox bằng $\frac{31\pi}{5}$ (đơn vị thể tích).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $x = 2 \Rightarrow y = 4$

Đồ thị $y = x^2$ cắt đường thẳng tại điểm $(2;4)$.

b) Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2; y = 0; x = 1; x = 2$.

c) Hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = x^2; y = 0; x = 1; x = 2$ nằm trên trục hoành nên diện tích

hình phẳng (H) là $S = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{7}{3}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_1^2 x^4 dx = \pi \frac{1}{5} x^5 \Big|_1^2 = \frac{31\pi}{5}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3;0;1), B(0;-1;3)$.

a) Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (-1; 2; -2)$.

b) Điểm A và B nằm về cùng phía của mặt phẳng (P) .

c) Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) không đi qua điểm $M(-2; -2; 3)$.

d) Mặt phẳng (R) đi qua A song song với (P) có phương trình là $ax + by + cz + 1 = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + b + c = -1$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Từ phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ suy ra một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_p = (1; -2; 2)$. Vậy vector $\vec{n} = (-1; 2; -2)$ cũng là vector pháp tuyến

b) Đặt $f(x, y, z) = x - 2y + 2z - 5$.

$$f(A) = -3 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 - 5 = -6$$

$$f(B) = 0 - 2(-1) + 2 \cdot 3 - 5 = 3$$

Khi đó $f(A) \cdot f(B) < 0 \Rightarrow A, B$ nằm về 2 phía của (P)

c) $\vec{AB} = (3; -1; 2); \vec{n}_p = (1; -2; 2)$.

Do đó vector pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_p] = (2; -4; -5)$

Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $2x - 4y - 5z + 11 = 0$

Thay tọa độ điểm $M(-2; -2; 3)$ vào phương trình mặt phẳng (Q) ta thấy thỏa mãn.

d) Phương trình mặt phẳng có dạng $(R): x - 2y + 2z + d = 0$

Vì mặt phẳng (R) đi qua điểm $A(-3; 0; 1)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình $x - 2y + 2z + d = 0$ ta được $d = 1$.

Vậy $(R): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

$$\Rightarrow a = 1; b = -2; c = 2 \Rightarrow a + b + c = 1$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f'(x)f(x) - \sin x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f^2(\pi)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x)f(x) - \sin x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2f'(x)f(x) &= 2\sin x \\ \Leftrightarrow [f^2(x)]' &= \sin x \\ \Rightarrow f^2(x) &= \int \sin x dx \\ \Leftrightarrow f^2(x) &= -\cos x + C \end{aligned}$$

Mà $f(0) = 1$ nên $1 = -1 + C \Rightarrow C = 2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f^2(x) &= -\cos x + 2 \\ \Rightarrow f^2(\pi) &= 3 \end{aligned}$$

Câu 0. Có hai giá trị của số thực a là $a_1, a_2 (0 < a_1 < a_2)$ thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)dx = 0$. Hãy tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right).$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 13

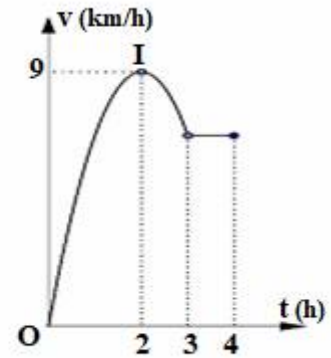
Ta có: $\int_1^a (2x-3)dx = (x^2 - 3x)|_1^a = a^2 - 3a + 2.$

Vì $\int_1^a (2x-3)dx = 0$ nên $a^2 - 3a + 2 = 0$, suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$.

Lại có $0 < a_1 < a_2$ nên $a_1 = 1; a_2 = 2.$

Như vậy $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right) = 3^1 + 3^2 + \log_2 \left(\frac{2}{1} \right) = 13.$

Câu 0. Một vận động viên leo núi đi bộ trong 4 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ, kể từ khi bắt đầu vận động viên đó đi, đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường (đơn vị km) mà vận động viên leo núi đi bộ được trong 4 giờ đó.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 27

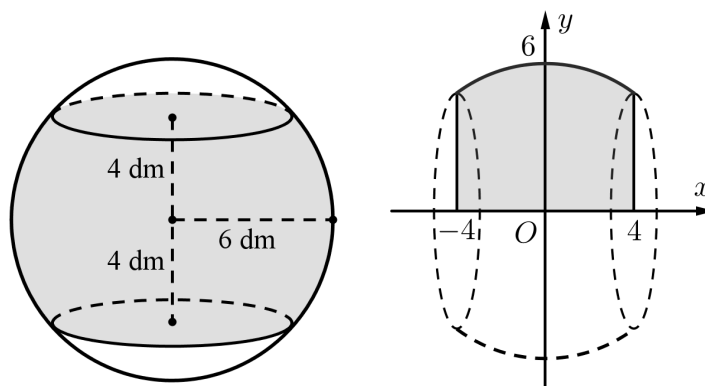
Gọi (P): $v(t) = at^2 + bt + c$.

Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình là $v(t) = \frac{-9}{4}t^2 + 9t$.

Ngoài ra tại $t = 3$ ta có $v(3) = \frac{-9}{4} \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = \frac{27}{4}$

Vậy quãng đường cần tìm là: $s = \int_0^3 \left(\frac{-9}{4}t^2 + 9t \right) dt + \int_3^4 \frac{27}{4} dt = 27 (km)$.

Câu 4. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được, biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị của lít).



Trả lời:

Lời giải

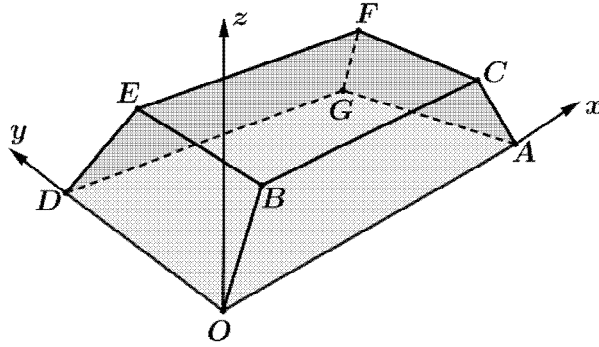
Đáp án: 771

Thể tích cần tìm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số

$f(x) = \sqrt{36 - x^2}$, trục hoành và các đường thẳng $x = -4, x = 4$ quanh trục hoành.

Do đó: $V = \pi \int_{-4}^4 (36 - x^2) dx = \frac{736\pi}{3} \approx 771$ lít.

Câu 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cắt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gán hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -10

Gắn hình chóp cắt vào hệ trục $Oxyz$ ta có:

$$O(0;0;0), A(100;0;0), G(100;60;0), D(0;60;0), B(10;10;8)$$

Do $\vec{OA} = (100;0;0), \vec{OB} = (10;10;8)$ nên $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (0; -100; 1000)$.

Suy ra mặt phẳng $(OACB)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (0; 1; -10)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ là $y - 10z = 0$.

Do đó $a = 0, c = -10, d = 0$. Vậy $a + c + d = 0 - 10 + 0 = -10$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4), B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , tính giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 135

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $2\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$ suy ra $I(-1; 1; 1)$

$$IA^2 = 27; IB^2 = 12; d(I, (P)) = 3$$

$$2MA^2 + 3MB^2 = 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + 3(\vec{MI} + \vec{IB})^2 = 5\vec{MI}^2 + 2\vec{IA}^2 + 3\vec{IB}^2 = 5MI^2 + 90$$

Mà $2MA^2 + 3MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

Suy ra $MI \geq d(I, (P)) = 3$

Vậy $2MA^2 + 3MB^2 \geq 5 \cdot 9 + 90 = 135$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ B. $3x^2 + 1 + C$ C. $x^3 + x + C$ D. $x^4 + x^2 + C$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

- A. $-2\cos x - 3\cot x + C$. B. $2\cos x - 3\tan x + C$.
 C. $-2\cos x + 3\cot x + C$. D. $2\cos x - 3\cot x + C$.

Câu 3. Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

- A. $f(x) = x^2 + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a < b < c$. Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$ B. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$
 C. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ D. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$

Câu 5. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$.

- A. $I = \frac{17}{2}$ B. $I = \frac{5}{2}$ C. $I = \frac{7}{2}$ D. $I = \frac{11}{2}$

Câu 6. Cho tích phân $I = \int_0^3 |2^x - 4| dx = a + \frac{b}{c \ln 2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính

$$P = a^2 + b^2 + c^2.$$

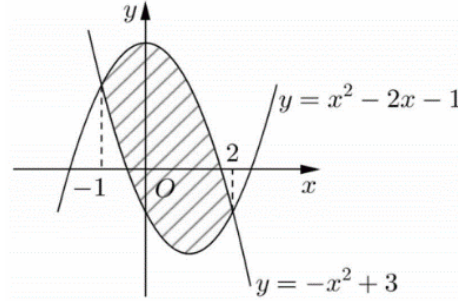
A. $P = 15$

B. $P = 10$

C. $P = 5$

D. $P = 18$

Câu 0. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

Câu 0. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$.

B. $\frac{512\pi}{15}$.

C. $\frac{16\pi}{3}$.

D. $\frac{256\pi}{15}$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$

B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$

C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$

D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. 3.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 2$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y + 2z - 5 = 0$.

B. $2x - y - 1 = 0$.

C. $2x - y + 1 = 0$.

D. $-y + 2z - 5 = 0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = x^2$.

a) $\int f(x)dx = x^3 + C$, với C là hằng số.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(3) = 1$ thì $F(4) = \frac{40}{3}$.

c) $\int f(2x+1)dx = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x + C$, với C là hằng số.

d) $\int [x.f(x-2)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + C$, với C là hằng số.

Câu 0. Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-3}^0 f(x)dx = -4$; $\int_{-3}^0 g(x)dx = -3$.

a) $\int_0^{-3} f(x)dx = -4$.

b) $\int_{-3}^0 -3f(x)dx = 12$.

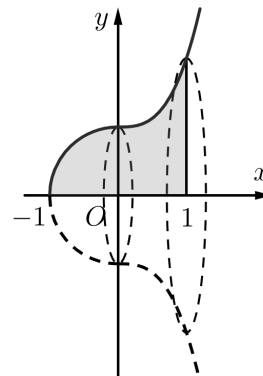
c) $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)]dx = -7$.

d) Nếu $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)]dx = -51$ và $\int_{-3}^0 [nf(x) + mg(x)]dx = 20$ thì $m + n = 10$.

Câu 0. Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng (H) giới hạn

bởi đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay

quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm).



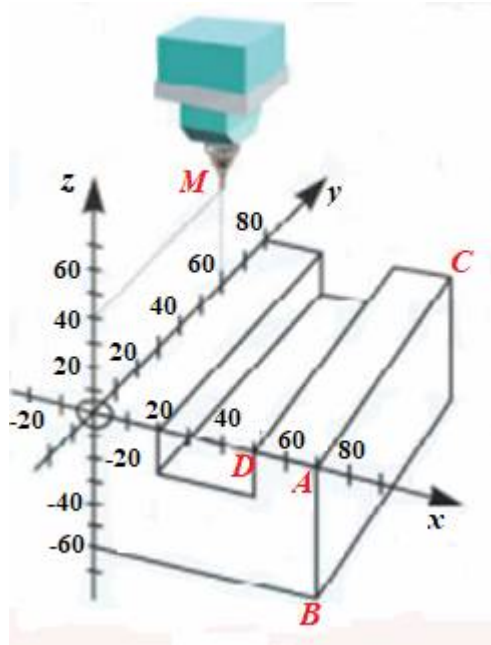
a) Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $S = \int_{-1}^1 |\sqrt{1-x^2} + x^3 + 1| dx$.

b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\frac{\pi + 5}{2} \text{ dm}^2$.

c) Công thức tính thể tích của chiếc nón trên là $V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx$.

d) Biết thể tích của chiếc nón bằng $\frac{a\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b = 139$.

Câu 0. Phần mềm của máy tiện kĩ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:



a) Tọa độ các điểm A, B, C, D là $A(70; 0; 0), B(70; 0; -60), C(70; 80; -60), D(50; 0; 0)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm C và D bằng $82,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $x + 70 = 0$.

d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Khi đó, khoảng cách từ đầu mũi tiện đến mặt phẳng (ABC) bằng $70(m)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Biết

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\pi + b\sqrt{3} + c}{6}, \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Z}. \text{ Tính giá trị biểu thức } a + b - c.$$

Trả lời:

Câu 0. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [2f(x) - 3x^2] dx$

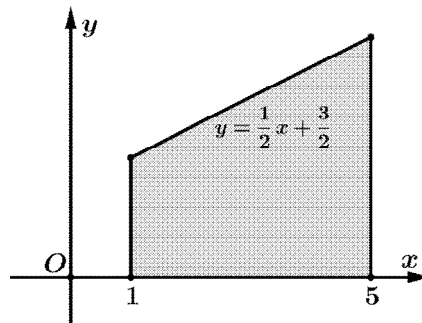
Trả lời:

Câu 0. Một chiếc ca nô đang chuyển động trên sông với vận tốc $v(t) = 4t + 3$ (m/s), với t là thời gian tính bằng giây. Quãng đường chiếc ca nô đi được trong khoảng từ 3 đến 5 giây là bao nhiêu mét?



Trả lời:

Câu 0. Một khối gỗ khi cắt một bề mặt ta thu được thiết diện được cho bởi hình vẽ bên (đơn vị m^2). Diện tích của thiết diện đó bằng bao nhiêu m^2 ?



Trả lời:

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$. Để hai mái nhà này song song với nhau thì giá trị $T = 2m + n$ bằng bao nhiêu?



Trả lời:

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$ B. $3x^2 + 1 + C$ C. $x^3 + x + C$ D. $x^4 + x^2 + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\int (x^3 + x) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$$

Câu 0. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

- A. $-2 \cos x - 3 \cot x + C$. B. $2 \cos x - 3 \tan x + C$.
C. $-2 \cos x + 3 \cot x + C$. D. $2 \cos x - 3 \cot x + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \left(2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx = 2 \int \sin x dx + 3 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -2 \cos x - 3 \cot x + C.$$

Câu 0. Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

- A. $f(x) = x^2 + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$.

$$\text{Suy ra hàm số cần tìm là } f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x \right)' = x^2 + e^x.$$

Câu 0. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a < b < c$. Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ B. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$
C. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ D. $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn B.

Lý thuyết

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

Câu 0. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{17}{2}$

B. $I = \frac{5}{2}$

C. $I = \frac{7}{2}$

D. $I = \frac{11}{2}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx = \frac{3}{2} + 2 \cdot 2 - 3(-1) = \frac{17}{2}$.

Câu 0. Cho tích phân $I = \int_0^3 |2^x - 4| dx = a + \frac{b}{c \ln 2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính

$P = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $P = 15$

B. $P = 10$

C. $P = 5$

D. $P = 18$

Lời giải

Chọn D.

$$I = \int_0^3 |2^x - 4| dx$$

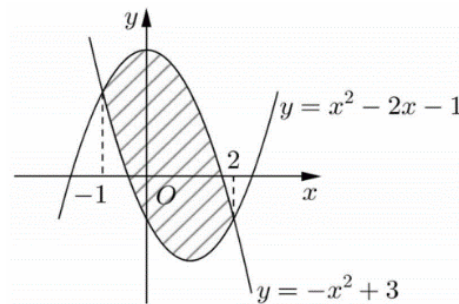
- Nhận xét : $2^x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow f(x) > 0 \forall x \in [2; 3]; f(x) < 0 \forall x \in [0; 2]$

- Vậy : $I = \int_0^2 (4 - 2^x) dx + \int_2^3 (2^x - 4) dx = \left(4x - \frac{1}{\ln 2} 2^x \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{1}{\ln 2} 2^x - 4x \right) \Big|_2^3$

$$= \left(8 - \frac{3}{\ln 2} \right) + \left(\frac{4}{\ln 2} - 4 \right) = 4 + \frac{1}{\ln 2}$$

$\Rightarrow P = a^2 + b^2 + c^2 = 4^2 + 1^2 + 1^2 = 18$

Câu 0. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

Lời giải

Chọn C.

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 \left| (-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right| dx = \int_{-1}^2 \left| -2x^2 + 2x + 4 \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 0. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{m} = (1; 1; 1)$ C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ D. $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục OZ nên nhận vectơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm một véc tơ pháp tuyến

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Lấy $A(2; 1; 3) \in (P)$. Do (P) song song với (Q) nên

Ta có $d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (4; 2 - m; m)$.

Ta có: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 1 + 2 - m - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Nên $m = 2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $y + 2z - 5 = 0$. B. $2x - y - 1 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $-y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng: $\vec{BC} = (-4; 2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng:

$$-4(x - 0) + 2(y - 1) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow -4x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2$.

a) $\int f(x)dx = x^3 + C$, với C là hằng số.

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(3) = 1$ thì $F(4) = \frac{40}{3}$.

c) $\int f(2x+1)dx = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x + C$, với C là hằng số.

d) $\int [x \cdot f(x-2)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + C$, với C là hằng số.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int f(x)dx = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

b) Ta có $F(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{3^3}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = -8$ vậy $F(x) = \frac{x^3}{3} - 8$ nên $F(4) = \frac{40}{3}$.

c) $\int f(2x+1)dx = \int (2x+1)^2 dx = \int (4x^2 + 4x + 1)dx = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + x + C$.

d) $\int [x \cdot f(x-2)] dx = \int x \cdot (x-2)^2 dx = \int x \cdot (x^2 - 4x + 4)dx$
 $= \int (x^3 - 4x^2 + 4x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 + C$

Câu 2. Cho hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_{-3}^0 f(x)dx = -4$; $\int_{-3}^0 g(x)dx = -3$.

a) $\int_0^{-3} f(x)dx = -4$.

b) $\int_{-3}^0 -3f(x)dx = 12$.

c) $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)]dx = -7$.

d) Nếu $\int_{-3}^0 [2f(x) + 3g(x)]dx = -51$ và $\int_{-3}^0 [nf(x) + mg(x)]dx = 20$ thì $m + n = 10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int_0^{-3} f(x)dx = -\int_{-3}^0 f(x)dx \Rightarrow \int_{-3}^0 f(x)dx = 4$.

b) $\int_{-3}^0 (-3)f(x)dx = (-3) \cdot \int_{-3}^0 f(x)dx = (-3) \cdot (-4) = 12$.

c) $\int_{-3}^0 [f(x) + g(x)]dx = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_{-3}^0 g(x)dx = (-4) + (-3) = -7$.

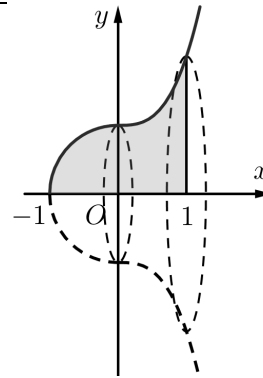
d) Ta có $\int_{-3}^0 [mf(x) + ng(x)]dx = -51$ và $\int_{-3}^0 [nf(x) + mg(x)]dx = 20$

Suy ra $\begin{cases} m \int_{-3}^0 f(x)dx + n \int_{-3}^0 g(x)dx = -51 \\ n \int_{-3}^0 f(x)dx + m \int_{-3}^0 g(x)dx = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4m - 3n = -51 \\ -4n - 3m = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ n = -11 \end{cases} \Rightarrow m + n = 10$.

Câu 0. Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng (H) giới hạn

bởi đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay

quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm).



a) Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $S = \int_{-1}^1 \left| \sqrt{1-x^2} + x^3 + 1 \right| dx$.

b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\frac{\pi + 5}{2} \text{ dm}^2$.

c) Công thức tính thể tích của chiếc nón trên là $V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx$.

d) Biết thể tích của chiếc nón bằng $\frac{a\pi}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b = 139$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Diện tích hình phẳng (H) được tính bằng công thức: $S = \int_{-1}^0 (\sqrt{1-x^2}) dx + \int_0^1 (x^3 + 1) dx$

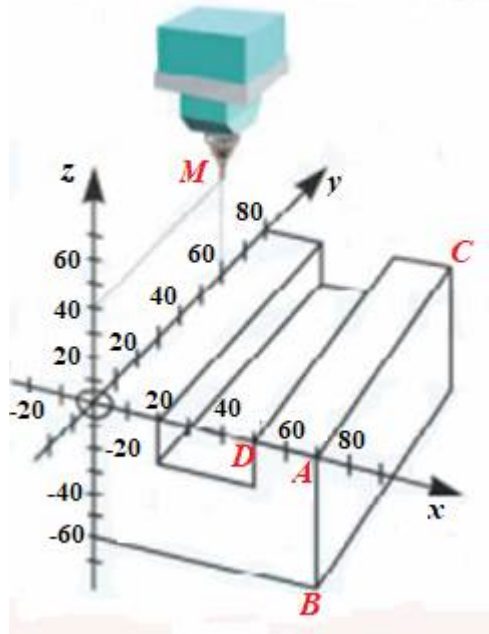
b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\frac{\pi + 5}{2} \text{ dm}^2$.

c) Công thức tính thể tích của chiếc nón trên là $V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx$.

d) Thể tích của chiếc nón:

$$V = \pi \int_0^{-1} (x^2 - 1) dx + \pi \int_0^1 (x^6 + 2x^3 + 1) dx = \frac{97\pi}{42} \text{ nên } a = 97 \text{ và } b = 42 \Rightarrow a + b = 139.$$

Câu 0. Phần mềm của máy tiện kĩ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:



- a) Tọa độ các điểm A, B, C, D là $A(70; 0; 0), B(70; 0; -60), C(70; 80; -60), D(50; 0; 0)$.
- b) Khoảng cách giữa hai điểm C và D bằng $82,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).
- c) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $x + 70 = 0$.
- d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Khi đó, khoảng cách từ đầu mũi tiện đến mặt phẳng (ABC) bằng $70(m)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Ta có $A(70; 0; 0), B(70; 0; -60), C(70; 80; 0), D(50; 0; 0)$.

b) Ta có $\overrightarrow{CD} = (-20; -80; 0)$

Khoảng cách giữa hai điểm C và D là :

$$CD = \sqrt{(-20)^2 + (-80)^2 + 0^2} = \sqrt{6800} \approx 82,5(m)$$

c) Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(70; 0; 0)$ và vuông góc với trục Ox nên có vector pháp tuyến là:

$$\vec{i} = (1; 0; 0).$$

Suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $1(x - 70) = 0 \Leftrightarrow x - 70 = 0$.

d) Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (ABC) là: $d(M, (ABC)) = \frac{|0 - 70|}{1} = 70(m)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. Biết

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\pi + b\sqrt{3} + c}{6}, \text{ với } a, b, c \in \mathbb{Z}. \text{ Tính giá trị biểu thức } a + b - c.$$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 7

$$F(x) = \int (\sin x + 1) dx = x - \cos x + C$$

$$\text{Do } F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{6} - \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$F(x) = x - \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi + 3\sqrt{3} - 3}{6}$$

$$\Rightarrow a = 1; b = 3; c = -3 \Rightarrow a + b - c = 7$$

Câu 0. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [2f(x) - 3x^2] dx$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

$$I = \int_0^1 [2f(x) - 3x^2] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 x^2 dx = 2 \cdot 1 - x^3 \Big|_0^1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1.$$

Câu 0. Một chiếc ca nô đang chuyển động trên sông với vận tốc $v(t) = 4t + 3$ (m/s), với t là thời gian tính bằng giây. Quãng đường chiếc ca nô đi được trong khoảng từ 3 đến 5 giây là bao nhiêu mét?



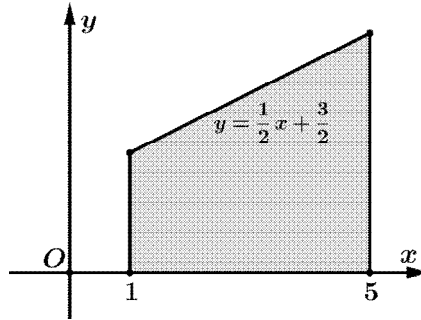
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 38

Quãng đường chiếc ca nô đi được trong khoảng từ 3 đến 5 giây là: $s = \int_3^5 (4t + 3) dt = (2t^2 + 3t) \Big|_3^5 = 38(m)$.

Câu 0. Một khối gỗ khi cắt một bề mặt ta thu được thiết diện được cho bởi hình vẽ bên (đơn vị m^2). Diện tích của thiết diện đó bằng bao nhiêu m^2 ?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12

Diện tích của thiết diện đó là: $S = \int_1^5 \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right) dx = 12(m^2)$

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$. Để hai mái nhà này song song với nhau thì giá trị $T = 2m + n$ bằng bao nhiêu?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; m; 3)$

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (n; -8; -6)$

$$\text{Mặt phẳng } (P) // (Q) \Rightarrow \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = kn \\ m = -8k \\ 3 = -6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 4 \\ n = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 2m + n = 4$$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$, $C(-1; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 102

$$\begin{aligned} \text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn: } 2\vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 2(\vec{OA} - \vec{OI}) + (\vec{OB} - \vec{OI}) - (\vec{OC} - \vec{OI}) &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{OI} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{1}{2}\vec{OC} &= (1; 0; 4) \\ \Leftrightarrow I(1; 0; 4). \end{aligned}$$

Khi đó, với mọi điểm $M(x; y; z) \in (P)$, ta luôn có:

$$\begin{aligned} T &= 2(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 - (\vec{MI} + \vec{IC})^2 \\ &= 2\vec{MI}^2 + 2\vec{MI} \cdot (2\vec{IA} + \vec{IB} - \vec{IC}) + 2\vec{IA}^2 + \vec{IB}^2 - \vec{IC}^2 \\ &= 2MI^2 + 2IA^2 + IB^2 - IC^2. \end{aligned}$$

Ta tính được $2IA^2 + IB^2 - IC^2 = 30$.

Do đó, T đạt GTNN $\Leftrightarrow MI$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MI \perp (P)$.

$$\text{Lúc này, } IM = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 0 + 2 \cdot 4 + 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 6.$$

$$\text{Vậy } T_{\min} = 2 \cdot 6^2 + 30 = 102.$$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 2024$ là

- A. $x^4 - 2024x + C$. B. $4x^3 - 2024x + C$. C. $12x^3 + C$. D. $x^4 + C$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

- A. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C$. B. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$. D. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C$.

Câu 4. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và $\int_1^4 g(x) dx = -4$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. -9. C. 1. D. 9.

Câu 5. Tích phân $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ B. $e^3 - e$ C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ D. $e^4 - e$

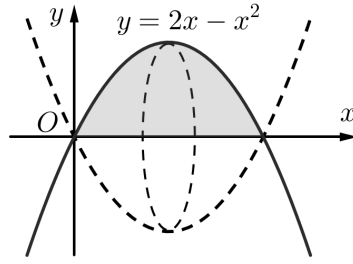
Câu 6. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$.

- A. $\frac{1}{\ln 2}$. B. $\ln 2$. C. $2 \ln 2$. D. $\frac{2}{\ln 2}$.

Câu 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$.

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:



- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $\frac{13\pi}{15}$ C. $\frac{14\pi}{15}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Câu 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

- A. $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0$. B. $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0$.
C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$. D. $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

Câu 11. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. B. $4x + 2y + z - 17 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 4 = 0$. D. $2x + 2y + z - 11 = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(Q): x + y - 3z - 2 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và song song với mặt phẳng (Q) như hình bên dưới.



Lập phương trình mặt phẳng (P)

- A. $x + y - 3z + 3 = 0$. B. $x + y - 3z + 2 = 0$.
C. $x + y - 3z - 3 = 0$. D. $x + y - 3z - 2 = 0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 1$.

a) $F'(0) = 0$.

b) $F(1) = e - 1$.

c) $\int F(x) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$.

d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}, \int_0^2 f(x) dx = -2 \text{ và } \int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2}.$$

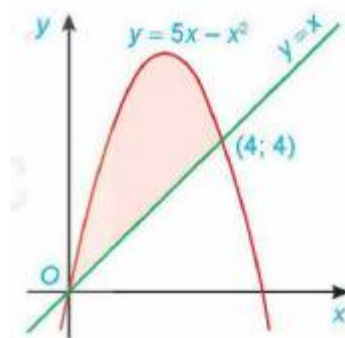
a) $\int_2^0 f(x) dx = 2$

b) $\int_1^3 f(x) dx = 10$

c) $\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2}$

d) $a + b + c = \frac{4}{3}$

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được tô màu trong hình bên dưới.



a) Đồ thị $y = 5x - x^2$ cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm $(0; 0); (4; 4)$.

b) Hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị hàm số $y = 5x - x^2; y = x; x = 0; x = 4$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{83}{4}$ (đơn vị diện tích).

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox bằng $\frac{153\pi}{5}$ (đơn vị thể tích).

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -2); B(2; 1; 2); C(3; -2; 1)$.

a) $\overline{AB} = (1; -1; 4)$

b) Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + 5y + cz + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + c + d = 38$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{3\sqrt{22}}{22}$.

d) Gọi $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

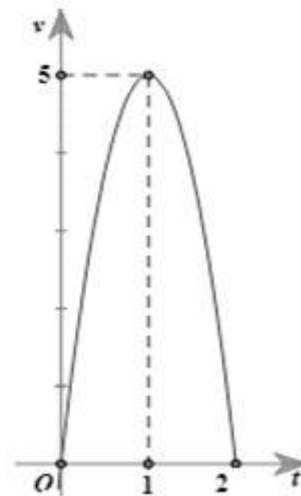
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 2. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

Trả lời:

Câu 3. Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1; 5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ bên dưới. Tính quãng đường người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân của kilômét).

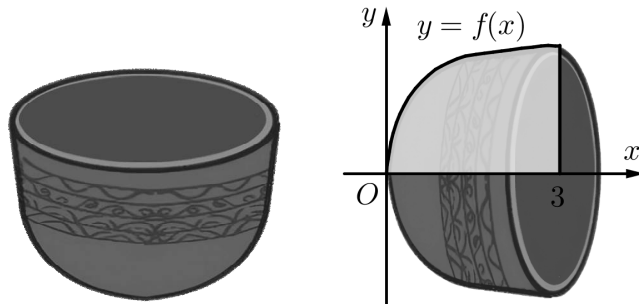


Trả lời:

Câu 4. Xét chiếc chén trong một bộ ấm chén uống trà, bạn Dương ước lượng được rằng chiếc chén được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85$, trục

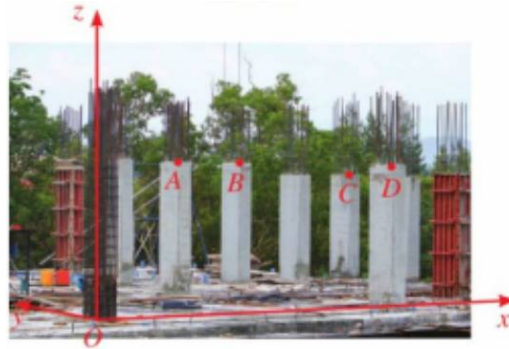
hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).

Tính thể tích của chiếc chén (làm tròn đến phần chục của centimét khối).



Trả lời:

Câu 0. Hình bên dưới minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét).



Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều cạnh đáy dài $1m$ và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3), B(4;3;3), C(6;3;3), D(4;0;2,5)$. Giám sát công trình tính toán nhận thấy A, B, C, D không đồng phẳng, yêu cầu bên nhà thầu tính khối lượng bê tông cần bổ sung để độ cao các cột bê tông bằng nhau. Thể tích bê tông cần bổ sung bằng bao nhiêu centimét khối? (giả sử thể tích phần cốt thép là 3% trên một mét khối bê tông).

Trả lời:

Câu 0. Cho hai điểm $A(3;-1;2), B(2;3;-3), C(-2;1;-2)$ và mặt phẳng (Oyz) . Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao $\overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MC} \cdot \overline{MA}$ có giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a - 2b + c$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - 2024$ là

- A. $x^4 - 2024x + C$. B. $4x^3 - 2024x + C$. C. $12x^3 + C$. D. $x^4 + C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int (4x^3 - 2024) dx = x^4 - 2024x + C$.

Câu 0. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$.

Câu 0. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$.

- A. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C$. B. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$. D. $\int f(x) dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C$.

Lời giải

Chọn C.

$\int f(x) dx = \int e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right) dx = \int \left(2017e^x - \frac{2018}{x^5} \right) dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$

Câu 0. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và $\int_1^4 g(x) dx = -4$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. -9. C. 1. D. 9.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx = 5 - (-4) = 9$.

Câu 0. Tích phân $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ B. $e^3 - e$ C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ D. $e^4 - e$

Lời giải

Chọn C.

$$\int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} e^{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} (e^4 - e).$$

Câu 0. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$.

- A.** $\frac{1}{\ln 2}$. **B.** $\ln 2$. **C.** $2\ln 2$. **D.** $\frac{2}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A.

$I = \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx$ ta có $2^x - 2^{-x} = 0 \Rightarrow x = 0$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \int_{-1}^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \int_{-1}^0 |2^x - 2^{-x}| dx + \int_0^1 |2^x - 2^{-x}| dx = \left| \int_{-1}^0 (2^x - 2^{-x}) dx \right| + \left| \int_0^1 (2^x - 2^{-x}) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{2^x + 2^{-x}}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{\ln 2}. \end{aligned}$$

Câu 0. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5, y = 6x, x = 0, x = 1$.

- A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{8}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

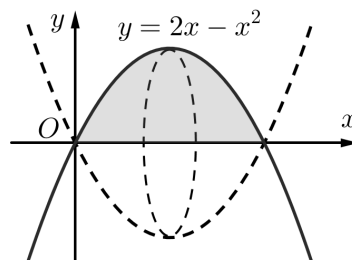
Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}$.

Câu 0. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2, y = 0$ khi quay quanh trục Ox là:



- A.** $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{13\pi}{15}$. **C.** $\frac{14\pi}{15}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$ B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$ C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$ D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - y + \frac{1}{3}z - 1 = 0. \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0.$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Câu 0. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

- A. $(Q): x + 2y - 2z + 8 = 0.$ B. $(Q): x + 2y - 2z + 5 = 0.$
C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0.$ D. $(Q): x + 2y - 2z + 2 = 0.$

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$, chọn $A(1; 0; 0) \in (P)$.

+ Xét đáp án A, ta có $d(A; (Q)) = \frac{|1 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$. Vậy đáp án A thỏa mãn.

Câu 0. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(3; 2; 1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $2x + 2y + z - 2 = 0.$ B. $4x + 2y + z - 17 = 0.$
C. $4x + 2y + z - 4 = 0.$ D. $2x + 2y + z - 11 = 0.$

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overline{AB} = (2; 2; 1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x - 1) + 2y + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0.$

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(Q): x + y - 3z - 2 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và song song với mặt phẳng (Q) như hình bên dưới.



Lập phương trình mặt phẳng (P)

A. $x + y - 3z + 3 = 0$.

B. $x + y - 3z + 2 = 0$.

C. $x + y - 3z - 3 = 0$.

D. $x + y - 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -3)$.

Do (Q) song song với (P) nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{n}_1 = (1; 1; -3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -3)$ có phương trình:

$$(x - 1) + (y - 0) - 3(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z + 2 = 0$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên \mathbb{R} thoả mãn $F(0) = 1$.

a) $F'(0) = 0$.

b) $F(1) = e - 1$.

c) $\int F(x) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$.

d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có $F'(x) = f(x) = e^x - 2x \Rightarrow F'(0) = e^0 - 2 \cdot 0 = 1$

b) $\int f(x) dx = \int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C \Rightarrow F(x) = e^x - x^2 + C$.

$F(0) = 1 \Leftrightarrow e^0 - 0^2 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = e^x - x^2 \Rightarrow F(1) = e - 1$

c) $\int F(x) dx = \int (e^x - x^2) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$

$$\begin{aligned} \text{d) } \int \frac{f(x)}{x.e^x} dx &= \int \frac{e^x - 2x}{x.e^x} dx = \int \left(\frac{1}{x} - 2.e^{-x} \right) dx = \int \frac{1}{x} dx - 2 \int (e^{-1})^x dx \\ &= \ln|x| - 2(e^{-1})^x \ln e^{-1} + C = \ln|x| + 2e^{-x} + C \end{aligned}$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}, \int_0^2 f(x) dx = -2 \text{ và } \int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2}.$$

a) $\int_2^0 f(x) dx = 2$

b) $\int_1^3 f(x) dx = 10$

c) $\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2}$

d) $a + b + c = \frac{4}{3}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) $\int_2^0 f(x) dx = -\int_0^2 f(x) dx = 2$

b) $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \Leftrightarrow \frac{13}{2} = -\frac{7}{2} + \int_1^3 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = 10$

c) Ta có: $\int f(x) dx = \int (ax^2 + bx + c) dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C.$

Do đó: $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^1 = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \quad (1).$

d) Ta lại có:

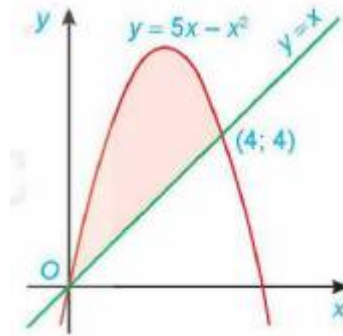
$$\int_0^2 f(x) dx = -2 \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^2 = -2 \Leftrightarrow \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \quad (2).$$

$$\int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^3 = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \\ \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \\ 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -\frac{16}{3} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow a+b+c = 1+3+\left(-\frac{16}{3}\right) = -\frac{4}{3}.$$

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (H) được tô màu trong hình bên dưới.



a) Đồ thị $y = 5x - x^2$ cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm $(0;0);(4;4)$.

b) Hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị hàm số $y = 5x - x^2; y = x; x = 0; x = 4$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{83}{4}$ (đơn vị diện tích).

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox bằng $\frac{153\pi}{5}$ (đơn vị thể tích).

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Đồ thị $y = 5x - x^2$ cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm $(0;0);(4;4)$.

b) Đồ thị $y = 5x - x^2$ cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm $(0;0);(4;4)$ nên diện tích hình phẳng (H) được giới hạn các đồ thị $y = 5x - x^2; y = x; x = 0; x = 4$.

c) Hình phẳng (H) được giới hạn đồ thị $y = 5x - x^2$ nằm trên đồ thị $y = x$ nên diện tích hình phẳng

$$(H) \text{ là } \int_0^4 (5x - x^2 - x) dx = \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left(2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right) \Big|_0^4 = \frac{83}{4} \text{ (đơn vị diện tích).}$$

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^4 (5x - x^2)^2 dx - \pi \int_0^4 x^2 dx = \frac{153\pi}{5}$$

Câu 0. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-2); B(2;1;2); C(3;-2;1)$.

a) $\overline{AB} = (1;-1;4)$

b) Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax + 5y + cz + d = 0$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + c + d = 38$.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{3\sqrt{22}}{22}$.

d) Gọi $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) $\overline{AB} = (1; -1; 4)$

b) Vì $\begin{cases} \overline{AB} = (1; -1; 4) \\ \overline{AC} = (2; -4; 3) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} \neq k\overline{AC} \Rightarrow \vec{n}_p = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (13; 5; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (13; 5; -2)$ là

$$13(x-1) + 5(y-2) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 13x + 5y - 2z - 27 = 0.$$

$$\Rightarrow a = 13; c = -2; d = -27 \Rightarrow a + c + d = -16$$

c) $(P): 13x + 5y - 2z - 27 = 0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) là :

$$d(O, (P)) = \frac{|13 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 27|}{\sqrt{13^2 + 5^2 + (-2)^2}} = \frac{27}{3\sqrt{22}} = \frac{9\sqrt{22}}{22}$$

d) Tọa độ ba điểm $E(1; 0; 0); F(0; 2; 0); K(0; 0; -2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -2)$ lên trục $Ox; Oy; Oz$

Do đó, mặt phẳng (EFK) có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $-0,8$

Ta có: $f'(x) = x^3 [f(x)]^2 \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int_1^2 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int_1^2 x^3 dx$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{f(x)} \right) \Big|_1^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(1)} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow f(1) = -\frac{4}{5} = -0,8.$$

Câu 2. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

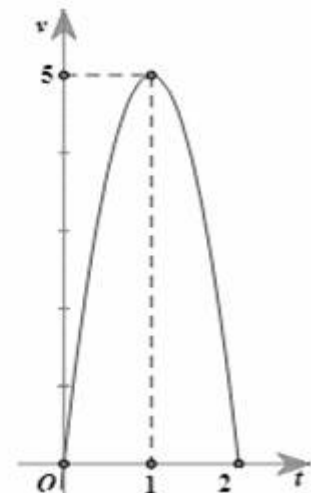
Theo định nghĩa tích phân ta có $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$.

Khi đó $I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 0. Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ bên dưới. Tính quãng đường người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân của kilômét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5,63

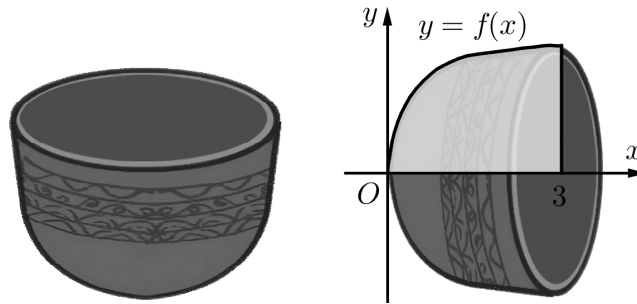
Ta có 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ $\Rightarrow s = \int_0^{1,5} v(t) dt$.

Đồ thị $v = v(t)$ đi qua gốc tọa độ nên $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$.

Đồ thị $v = v(t)$ có đỉnh là $I(1;5)$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -5t^2 + 10t$

$$\Rightarrow s = \int_0^{1,5} (-5t^2 + 10t) dt = \frac{45}{8} \approx 5,63 (km).$$

Câu 0. Xét chiếc chén trong một bộ ấm chén uống trà, bạn Dương ước lượng được rằng chiếc chén được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét). Tính thể tích của chiếc chén (làm tròn đến phần chục của centimét khối).



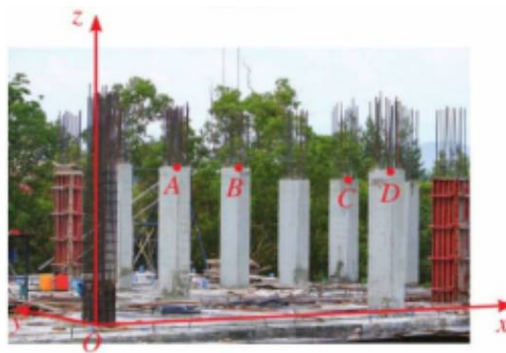
Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 41,9

Thể tích của chiếc chén là: $V = \pi \int_0^3 (0,14x^3 - 0,87x^2 + 1,92x + 0,85)^2 dx \approx 41,9 (cm^3).$

Câu 0. Hình bên dưới minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét).



Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều cạnh đáy dài 1m và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3), B(4;3;3), C(6;3;3), D(4;0;2,5)$. Giám sát công trình tính toán nhận thấy A, B, C, D không đồng phẳng, yêu cầu bên nhà thầu tính khối lượng bê tông cần bổ sung để độ cao các cột bê tông bằng nhau. Thể tích bê tông cần bổ sung bằng bao nhiêu centimét khối? (giả sử thể tích phần cốt thép là 3% trên một mét khối bê tông).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 485

Ta có: $\overline{AB} = (2;2;0), \overline{AC} = (4;2;0) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{AC}] = (0;0;-4).$

Phương trình (ABC) đi qua $A(2;1;3)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0;0;-4)$ làm một vectơ pháp tuyến là:

$$-4(z - 3) = 0 \Leftrightarrow z - 3 = 0.$$

Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (ABC) : $d(D, (ABC)) = \frac{|2,5 - 3|}{1} = 0,5(m)$.

Vì mỗi cột bê tông là hình lăng trụ tứ giác đều và thể tích phần cốt thép là 3% trên một mét khối bê tông, do đó thể tích phần bê tông cần bổ sung là:

$$V = 1.1.0,5(100 - 3)\% = 0,5.97\% = 0,485(m^3) = 485(cm^3).$$

Câu 0. Cho hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(2;3;-3)$, $C(-2;1;-2)$ và mặt phẳng (Oyz) . Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao $\vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MB} \cdot \vec{MC} + \vec{MC} \cdot \vec{MA}$ có giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a - 2b + c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -3

Gọi $I(a;b;c)$, sao cho $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow I$ là trong tâm $\Delta ABC \Rightarrow I(1;1;-1)$.

Ta có: $\vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MB} \cdot \vec{MC} + \vec{MC} \cdot \vec{MA}$

$$= (\vec{MI} + \vec{IA}) \cdot (\vec{MI} + \vec{IB}) + (\vec{MI} + \vec{IB}) \cdot (\vec{MI} + \vec{IC}) + (\vec{MI} + \vec{IC}) \cdot (\vec{MI} + \vec{IA})$$

$$= 3MI^2 + 2\vec{MI}(\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC}) + (\vec{IA} \cdot \vec{IB} + \vec{IB} \cdot \vec{IC} + \vec{IC} \cdot \vec{IA}), \text{ (mà } \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0})$$

$$= 3MI^2 + (\vec{IA} \cdot \vec{IB} + \vec{IB} \cdot \vec{IC} + \vec{IC} \cdot \vec{IA})$$

Vì điểm I, A, B, C cố định nên $\vec{IA} \cdot \vec{IB} + \vec{IB} \cdot \vec{IC} + \vec{IC} \cdot \vec{IA}$ có giá trị không đổi.

Để $\vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MB} \cdot \vec{MC} + \vec{MC} \cdot \vec{MA}$ có giá trị min $\Leftrightarrow MI$ min mà I cố định nên M là hình chiếu của I lên (Oyz) suy ra $M(0;1;-1)$.

Vậy $a - 2b + c = 0 - 2.1 - 1 = -3$.

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C.$

D. $4x^3 + 2x + C$

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 3x$.

A. $\int (2 \sin x + 3x) dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$

B. $\int (2 \sin x + 3x) dx = 2 \cos x + 3x^2 + C$

C. $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C$

D. $\int (2 \sin x + 3x) dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C.$

B. $\int 2^x dx = 2^x + C.$

C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C.$

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $[a; b]$.

Cho các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k[F(b) - F(a)]$

B. $\int_b^a f(x) dx = F(b) - F(a)$

C. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = a; x = b$; đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và

trục hoành được tính theo công thức $S = F(b) - F(a)$

$$D. \int_a^b f(2x+3) dx = F(2x+3) \Big|_a^b$$

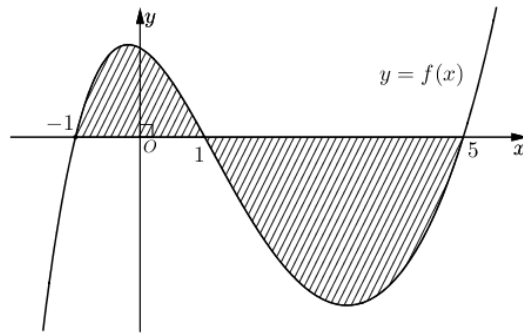
Câu 5. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) + 2024] dx$ bằng:

- A. 4040. B. 4042. C. 4044. D. 4046.

Câu 6. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox là

- A. $\frac{71\pi}{35}$. B. $\frac{81}{35}$. C. $\frac{71}{35}$. D. $\frac{81\pi}{35}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α) ?

- A. $Q(3; 3; 0)$ B. $N(2; 2; 2)$ C. $P(1; 2; 3)$ D. $M(1; -1; 1)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0; -2; 1)$ và có cặp vector chỉ phương $\vec{a} = (1; 1; -2), \vec{b} = (1; 0; 3)$ là

- A. $3x - 5y - z - 6 = 0$. B. $3x - 5y - z + 6 = 0$. C. $3x + 5y - z + 6 = 0$. D. $3x - 5y + z - 6 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$.

B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y - 5z = 0$.

D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q): 6x + 3y - 6z + 15 = 0$ như hình bên dưới.



Khoảng cách giữa hai pin mặt trời trên bằng bao nhiêu?

A. 1 mét.

B. 2 mét..

C. 3 mét.

D. 4 mét.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

a) $\int f(x)dx = x^2 + x + C$, với C là hằng số.

b) $\int f^2(x)dx = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$, với C là hằng số.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(0) = 1$ thì $F(2) = 6$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ và

$$\frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(2024)} + \frac{1}{F(2025)} = \frac{a}{b} \quad (a, b \in \mathbb{Z} \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}), \text{ khi đó } a + b = 4049.$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = e^x$ liên tục trên \mathbb{R} .

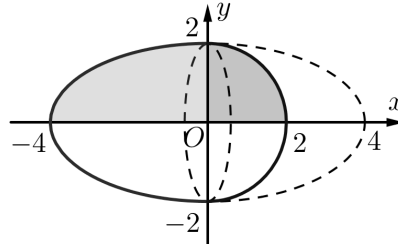
a) $\int_0^1 f(x)dx = e$.

b) $\int_0^1 f(2x+1)dx = e^3 - e$.

c) $\int_0^1 (f(x) - 4x) dx = e - 3.$

d) Biết $\int_0^1 \frac{(e^{x+1} - 1)^2}{f(x)} dx = \frac{a.e^4 + b.e^3 + c.e + d}{e}$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + 2b + 3c + 4d = 0.$

Câu 3. Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục Ox và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục Ox như hình sau (bỏ qua độ dày của vỏ trứng).



a) Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi $V_1 = \frac{1}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx.$

b) Thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.

c) Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là $16\pi.$

d) Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là $4\pi.$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(2;1;3)$, và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 7 = 0.$

a) Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $(2;1;1).$

b) Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(3;1;5).$

c) Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng $(P).$

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}.$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Biết

$F(0) + F(1) + \dots + F(2024) + F(2025) = \frac{2^a + b}{\ln 2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Tính giá trị

biểu thức $a - b.$

Trả lời:

Câu 2. Biết $\int_1^{2025} f(x) dx = -3$ và $\int_{2025}^1 g(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^{2025} \left[2f(x) + \frac{1}{2}g(x) \right] dx.$

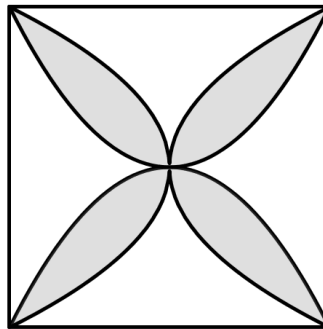
Trả lời:

Câu 3. Một chiếc mô tô đang chuyển động trên đường với vận tốc $v(t) = t^2 - 4t + 1$ (m / s), với t là thời gian tính bằng giây. Quãng đường xe mô tô đi được trong khoảng từ 2 đến 8 giây là bao nhiêu?



Trả lời:

Câu 4. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 60 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).



Tính diện tích phần cánh hoa của viên gạch (đơn vị cm^2).

Trả lời:

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm giá trị m để hai mái nhà này vuông góc với nhau.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overline{MA} \cdot \overline{MB} + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} + 3\overline{MC} \cdot \overline{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 12a + 12b + c$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A.** $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ **B.** $x^4 + x^2 + C$ **C.** $x^5 + x^3 + C$. **D.** $4x^3 + 2x + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\int f(x)dx = \int (x^4 + x^2)dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$$

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 3x$.

- A.** $\int (2 \sin x + 3x)dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$ **B.** $\int (2 \sin x + 3x)dx = 2 \cos x + 3x^2 + C$
C. $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin^2 x + \frac{3}{2}x + C$ **D.** $\int (2 \sin x + 3x)dx = \sin 2x + \frac{3}{2}x^2 + C$

Lời giải

Chọn A.

$$\int (2 \sin x + 3x)dx = -2 \cos x + \frac{3}{2}x^2 + C$$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A.** $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$. **B.** $\int 2^x dx = 2^x + C$. **C.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. **D.** $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Do theo bảng nguyên hàm: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ là hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $[a; b]$.

Cho các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. $\int_a^b kf(x)dx = k[F(b) - F(a)]$

B. $\int_b^a f(x)dx = F(b) - F(a)$

C. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = a; x = b$; đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và

trục hoành được tính theo công thức $S = F(b) - F(a)$

$$D. \int_a^b f(2x+3) dx = F(2x+3) \Big|_a^b$$

Lời giải

Chọn A.

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx = k [F(b) - F(a)] \Big|_a^b = k [F(b) - F(a)]$$

Câu 5. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) + 2024] dx$ bằng:

- A. 4040. B. 4042. C. 4044. D. 4046.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - 2024 \int_0^2 dx = 2.3 - 2024.2 = 4042$

Câu 6. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

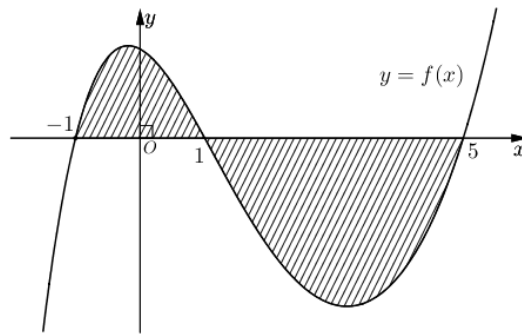
- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28.$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$ B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$
- C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$ D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 8. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox là

- A. $\frac{71\pi}{35}$. B. $\frac{81}{35}$. C. $\frac{71}{35}$. D. $\frac{81\pi}{35}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\frac{1}{3}x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2\right)^2 dx = \frac{81\pi}{35}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α)?

- A. Q(3;3;0) B. N(2;2;2) C. P(1;2;3) D. M(1;-1;1)

Lời giải

Chọn D

A. Q(3;3;0) Thay tọa độ vào phương trình mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0 \Rightarrow 3 + 3 + 0 - 6 = 0 \Rightarrow Q \in (\alpha)$

B. N(2;2;2) Thay tọa độ vào phương trình mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0 \Rightarrow 2 + 2 + 2 - 6 = 0 \Rightarrow N \in (\alpha)$

C. P(1;2;3) Thay tọa độ vào phương trình mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0 \Rightarrow 1 + 2 + 3 - 6 = 0 \Rightarrow P \in (\alpha)$

D. M(1;-1;1) Thay tọa độ vào phương trình mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0 \Rightarrow 1 - 1 + 1 - 6 = -5 \neq 0 \Rightarrow M \notin (\alpha)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) qua M(0;-2;1) và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;1;-2), \vec{b} = (1;0;3)$ là

- A. $3x - 5y - z - 6 = 0$. B. $3x - 5y - z + 6 = 0$. C. $3x + 5y - z + 6 = 0$. D. $3x - 5y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3; -5; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua M(0;-2;1) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -5; -1)$ nên có phương trình

$3(x - 0) - 5(y + 2) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5y - z - 6 = 0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $3x - 5y - z - 6 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$.

B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

C. $3x + 2y - 5z = 0$.

D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên

$$(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + m = 0 \quad (m \neq -1).$$

Do $D(1;1;1) \in (P)$ có: $\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{6}$.

Vậy $(P): \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - z + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6z + 1 = 0$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), trên cánh đồng pin mặt trời, một tấm pin nằm trong mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$, một tấm pin khác nằm trong mặt phẳng $(Q): 6x + 3y - 6z + 15 = 0$ như hình bên dưới.



Khoảng cách giữa hai pin mặt trời trên bằng bao nhiêu?

A. 1 mét.

B. 2 mét.

C. 3 mét.

D. 4 mét.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(Q)} = (6; 3; -6) = 3(2; 1; -2)$

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -2)$

Ta có: $\vec{n}_{(Q)} = 3\vec{n}_{(P)}$ và $15 \neq -1$ nên $(P) \parallel (Q)$

Lấy $M(0;1;0) \in (P)$.

Vậy $d((P),(Q)) = d(M,(Q)) = \frac{|1+5|}{\sqrt{1+4+4}} = 2.$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x + 1.$

a) $\int f(x)dx = x^2 + x + C$, với C là hằng số.

b) $\int f^2(x)dx = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$, với C là hằng số.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(0) = 1$ thì $F(2) = 6.$

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ và

$$\frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(2024)} + \frac{1}{F(2025)} = \frac{a}{b} \quad (a, b \in \mathbb{Z} \text{ và } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản}), \text{ khi đó } a + b = 4049.$$

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) $\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{2}x + 1\right)dx = x^2 + x + C.$

b) $\int f^2(x)dx = \int \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 dx = \int \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)dx = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$

c) Ta có $F(x) = x^2 + x + C$

$F(0) = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$ vậy $F(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow F(2) = 7.$

d) Ta có $F(x) = x^2 + x + C$

$F(1) = 2 \Leftrightarrow 1 + 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 0$ vậy $F(x) = x^2 + x.$

Ta có: $F(x) = x^2 + x = x(x+1)$ nên ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(2024)} + \frac{1}{F(2025)} \\ &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2024.2025} + \frac{1}{2025.2026} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} = 1 - \frac{1}{2026} = \frac{2025}{2026} \end{aligned}$$

Vậy $a = 2025; b = 2026$ nên $a + b = 4051.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = e^x$ liên tục trên $\mathbb{R}.$

a) $\int_0^1 f(x) dx = e$.

b) $\int_0^1 f(2x+1) dx = e^3 - e$.

c) $\int_0^1 (f(x) - 4x) dx = e - 3$.

d) **Biết** $\int_0^1 \frac{(e^{x+1} - 1)^2}{f(x)} dx = \frac{a.e^4 + b.e^3 + c.e + d}{e}$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + 2b + 3c + 4d = 0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^x dx = e - 1$

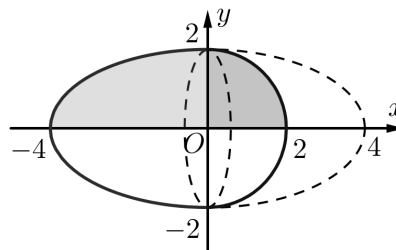
b) $\int_0^1 f(2x+1) dx = \int_0^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_0^1 = \frac{e^3 - e}{2}$

c) $\int_0^1 (f(x) - 4x) dx = \int_0^1 (e^x - 4x) dx = e^x - 2x^2 \Big|_0^1 = e - 3$

d) $\int_0^1 \frac{(e^{x+1} - 1)^2}{f(x)} dx = \int_0^1 \frac{e^{2x+2} - 2e^{x+1} + 1}{e^x} dx = \int_0^1 (e^{x+2} - 2e + e^{-x}) dx = (e^{x+2} - 2e + e^{-x}) \Big|_0^1 = \frac{e^4 - e^3 - e + 1}{e}$

$\Rightarrow a = 1; b = -1; c = -1; d = 1 \Rightarrow a + 2b + 3c + 4d = 0$

Câu 3. Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục Ox và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục Ox như hình sau (bỏ qua độ dày của vỏ trứng).



a) Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi $V_1 = \frac{1}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx$.

b) Thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.

c) Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là 16π .

d) Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là 4π .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Mảnh trên được biểu diễn bởi elip: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow y^2 = 4\left(1 - \frac{x^2}{16}\right)$

Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi $V_1 = \pi \int_{-4}^0 \left[4\left(1 - \frac{x^2}{16}\right)\right] dx = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx$.

b) Thể tích phần trong mảnh trên là: $V_1 = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx = \frac{32\pi}{3}$

Mảnh dưới được biểu diễn bởi đường tròn: $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2$

Thể tích phần trong dưới là: $V_2 = \pi \int_0^2 (4 - x^2) dx = \frac{16\pi}{3}$.

Vậy thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.

c) Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là: $V = V_1 + V_2 = \frac{32\pi}{3} + \frac{16\pi}{3} = 16\pi$

d) Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là 4π .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(2;1;3)$, và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 7 = 0$.

a) Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $(2;1;1)$.

b) Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(3;1;5)$.

c) Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) .

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}(0;-2;2), \overrightarrow{BC}(1;1;1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-4; 2; 2) = 2(-2; 1; 1) = 2\vec{n}$

Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}(-2;1;1)$.

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC): -2(x-1) + 1(y-2) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow -2x + y + z = 0$

Thay tọa độ điểm $M(3;1;5)$ vào phương trình mặt phẳng $(ABC): -2.3 + 1 + 5 = 0$: thỏa mãn.

c) Ta có vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\vec{n}_p = (1; -1; 2)$.

Khi đó $\vec{n}_p \cdot \vec{n} = -2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = -1 \neq 0$

Mặt phẳng (ABC) không vuông góc với mặt phẳng (P) .

d) $d(A; (P)) = \frac{|1 - 2 + 2 \cdot 0 + 7|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \sqrt{6}$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Biết

$F(0) + F(1) + \dots + F(2024) + F(2025) = \frac{2^a + b}{\ln 2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức tối giản. Tính giá trị

biểu thức $a - b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2027

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

mà $F(0) = \frac{1}{\ln 2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$.

$\Rightarrow F(0) + F(1) + \dots + F(2024) + F(2025) = \frac{1}{\ln 2} (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2024} + 2^{2025}) = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{2^{2026} - 1}{2 - 1} = \frac{2^{2026} - 1}{\ln 2}$

$\Rightarrow a = 2026; b = -1 \Rightarrow a - b = 2027$

Câu 2. Biết $\int_1^{2025} f(x) dx = -3$ và $\int_{2025}^1 g(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^{2025} \left[2f(x) + \frac{1}{2}g(x) \right] dx$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -7

Ta có: $\int_{2025}^1 g(x) dx = 2 \Leftrightarrow \int_1^{2025} g(x) dx = -2$

$\Rightarrow I = \int_1^{2025} \left[2f(x) + \frac{1}{2}g(x) \right] dx = 2 \int_1^{2025} f(x) dx + \frac{1}{2} \int_1^{2025} g(x) dx = 2(-3) + \frac{1}{2}(-2) = -7$

Câu 3. Một chiếc mô tô đang chuyển động trên đường với vận tốc $v(t) = t^2 - 4t + 1$ (m / s), với t là thời gian tính bằng giây. Quãng đường xe mô tô đi được trong khoảng từ 2 đến 8 giây là bao nhiêu?



Trả lời:

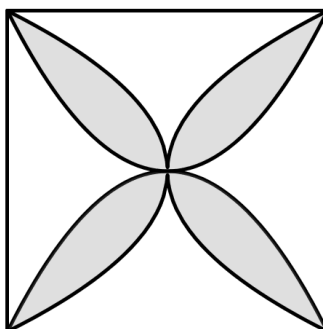
Lời giải

Đáp án: 54

Quãng đường xe mô tô đi được trong khoảng từ 2 đến 8 giây là:

$$s = \int_2^8 v(t) dt = \int_2^8 (t^2 - 4t + 1) dt = \left(\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + t \right) \Big|_2^8 = 54(m)$$

Câu 4. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 60 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên).

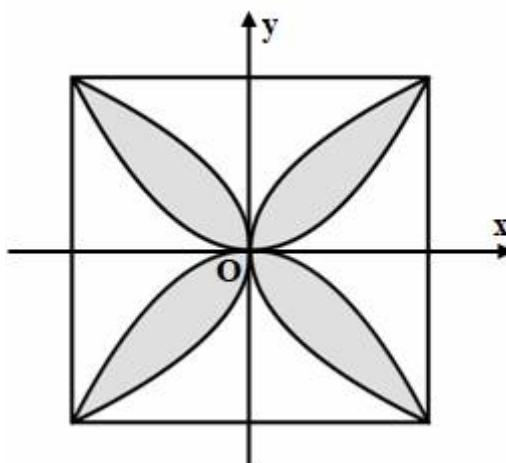


Tính diện tích phần cánh hoa của viên gạch (đơn vị cm^2).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1200



Chọn hệ tọa độ Oxy sao cho tâm viên gạch trùng O như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{ cm} = 1\text{ dm}$),

các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{3}$, $y = -\frac{x^2}{3}$, $x = -\frac{y^2}{3}$, $x = \frac{y^2}{3}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{3}$, $y = \sqrt{3x}$ và hai đường thẳng $x = 0; x = 3$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng: $\int_0^3 \left(\sqrt{3x} - \frac{x^2}{3} \right) dx = 3(\text{dm}^2) = 300(\text{cm}^2)$.

Vậy diện tích 4 cánh hoa trong viên gạch bằng: $4.300 = 1200(\text{cm}^2)$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm giá trị m để hai mái nhà này vuông góc với nhau.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

$(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (2; m; 2m)$

$(Q): 6x - y - z - 10 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (6; -1; -1)$

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 6 + m \cdot (-1) + 2m \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 12a + 12b + c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1

Xét $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$

$$= (\overline{MI} + \overline{IA})(\overline{MI} + \overline{IB}) + 2(\overline{MI} + \overline{IB})(\overline{MI} + \overline{IC}) + 3(\overline{MI} + \overline{IC})(\overline{MI} + \overline{IA})$$

$$MI^2 + \overline{MI}(4\overline{IA} + 3\overline{IB} + 5\overline{IC}) + \overline{IAIB} + 2\overline{IBIC} + 3\overline{ICIA}$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } 4\overline{IA} + 3\overline{IB} + 5\overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{4x_A + 3x_B + 5x_C}{12} \\ y_I = \frac{4y_A + 3y_B + 5y_C}{12} \\ z_I = \frac{4x_A + 3z_B + 5z_C}{12} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-2}{12}, \frac{1}{12}, \frac{7}{12}\right).$$

Mà: $(4\overline{IA} + 3\overline{IB} + 5\overline{IC}) = \vec{0}$ suy ra $\overline{IAIB} + 2\overline{IBIC} + 3\overline{ICIA} = \text{const}$. Nên $S_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$

Suy ra M là hình chiếu của I lên mặt Oxy $\Rightarrow M\left(-\frac{2}{12}, \frac{1}{12}, 0\right) \Rightarrow T = 12a + 12b + c = -1$

ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 2

Năm học 2024 - 2025

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Tự luận và trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 4: Nguyên hàm và tích phân

+ Nguyên hàm

+ Tích phân

+ Ứng dụng hình học của tích phân

2. Hình học: Chương 5, Bài 1: Phương trình mặt phẳng.

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

- A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 3. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

- A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$ B. $-3^{-x} + C$ C. $3^{-x} \ln 3 + C$ D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Câu 4. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng

- A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.

Câu 5. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

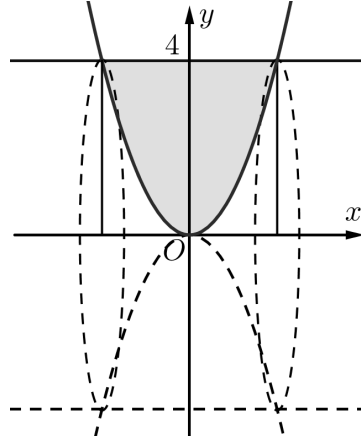
Câu 6. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

- A. $\ln 2$. B. $1 + \ln 2$ C. $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ D. $\frac{1}{2} \ln 2$

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$, $y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ bằng

- A. 4. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16}{3}$

Câu 8. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:



- A. $\frac{64\pi}{5}$. B. $\frac{128\pi}{5}$. C. $\frac{256\pi}{5}$. D. $\frac{152\pi}{5}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(0;2;0)$. B. $N(1;2;3)$. C. $M(1;0;0)$. D. $Q(0;0;3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A. $x = 0$. B. $y - 1 = 0$. C. $y = 0$. D. $z = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$ C. 14 D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $F(x) = \int (4^x + 2^x + 1) dx$.

a) $F(x) = \int 4^x dx + \int 2^x dx + \int dx$.

b) $F(x) = \frac{2^{2x} + 2^x}{\ln 2} + x + C$.

c) Nếu $F(1) = \frac{4}{\ln 2}$ thì $F(2) = \frac{12}{\ln 2} - 1$.

d) Nếu $G(x) = \int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx$ thì $G(x) = F(x) + C$.

Câu 2. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm liên tục trên \mathbb{R} và thoả: $\int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = 7$,

$\int_0^4 [f(x) + 3g(x)] dx = -7$.

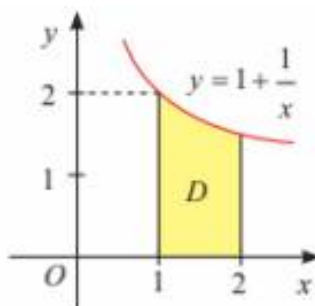
a) $\int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = \int_4^0 [f(x) + 3g(x)] dx$.

b) $\int_0^4 [3f(x) + 2g(x)] dx = 14$

c) $\int_0^4 f(x) dx = 2$

d) Biết $\int_0^4 [g(x) + x\sqrt{x}] dx = \frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân thức tối giản. Khi đó $m + n = 54$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (D) được tô màu trong hình bên dưới.



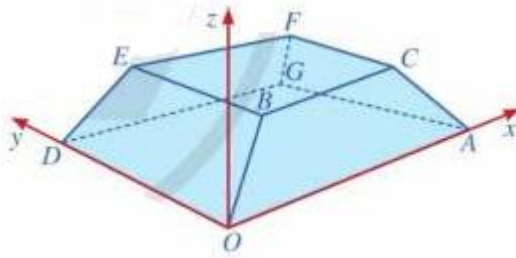
a) Đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}$ cắt trục tung tại điểm $(0;1)$.

b) Hình phẳng (D) được giới hạn các đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}; x = 0; x = 1; x = 2$.

c) Biết diện tích hình phẳng (D) bằng $m + n \ln 2$, với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $2025m - 2024n = 1$.

d) Biết thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (D) quay quanh trục Ox bằng $\frac{a}{b}\pi + c\pi \ln 2$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + 2b + 3c = 10$.

Câu 4. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$.



- a) Tọa độ các điểm A, D, G là $A(100; 0; 0), D(0; 60; 0), G(100; 60; 8)$.
- b) Khoảng cách giữa hai điểm B và D bằng $51,6(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).
- c) Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ có dạng: $ax + y + cz + d = 0$. Khi đó $2025a - 2c - 2024d = 20$.
- d) Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng $60,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 0. Cho hàm số $f(x) > 0$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x) = -e^x f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(\ln 2) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính giá trị của $a + b$.

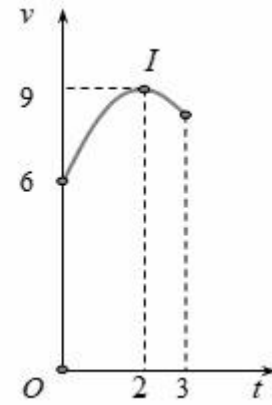
Trả lời:

Câu 0. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Biết $\int_2^0 -3t^2 f(t) dt = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức

tối giản. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

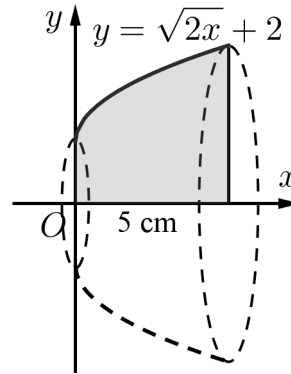
Trả lời:

Câu 0. Bạn Minh Hiền chạy bộ trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới. Tính quãng đường mà bạn Minh Hiền chạy được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến phần chục của kilômét).



Trả lời:

Câu 4. Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của cm^3).



Trả lời:

Câu 5. Một ngôi nhà có các bậc thang của cầu thang đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét). Biết hai mặt bậc thang song song nằm trên hai mặt phẳng phân biệt: $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$ và $(Q): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng bao nhiêu decimét?



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -1; 0)$, $C(-4; 0; -2)$. Gọi

I là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $|\overline{IA} - 2\overline{IB} + 3\overline{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P): 4x + 3y + 2 = 0$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} ?

- A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x$; $F_2'(x) = x^2 + x$; $F_3'(x) = 3x^2 - 2x$; $F_4'(x) = 9x^2 + 2x$.

Suy ra: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x = f(x)$.

Vậy $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 2x$ trên \mathbb{R} .

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 3. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

- A. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$ B. $-3^{-x} + C$ C. $3^{-x} \ln 3 + C$ D. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Lời giải

Chọn A

Cách 1: $\int f(x) dx = \int 3^{-x} dx = \int (3^{-1})^x d(x) = \frac{3^{-x}}{\ln 3^{-1}} + C = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$

Cách 2: $\int f(x) dx = \int 3^{-x} dx = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$.

Câu 4. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ và $\int_1^4 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x)) dx$ bằng

- A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx = 3 - (-2) = 5$.

Câu 5. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. **B. 1.** C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

+ Tính được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$.

Câu 0. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

- A. $\ln 2$. **B. $1 + \ln 2$** C. $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ D. $\frac{1}{2} \ln 2$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int_1^4 F'(x) dx = \int_1^4 \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \ln |x| \Big|_1^4 = \ln 2$.

Lại có: $\int_1^4 F'(x) dx = F(x) \Big|_1^4 = F(4) - F(1)$.

Suy ra $F(4) - F(1) = \ln 2$.

Do đó $F(4) = F(1) + \ln 2 = 1 + \ln 2$.

Câu 0. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$, $y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ bằng

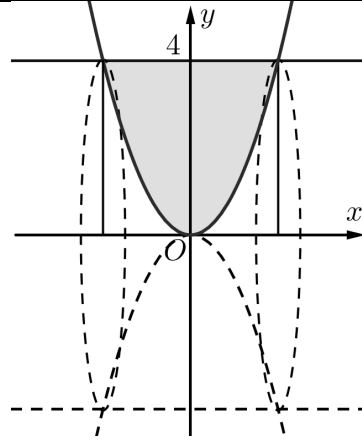
- A. 4. **B. $\frac{20}{3}$.** **C. $\frac{4}{3}$.** D. $\frac{16}{3}$

Lời giải

Chọn C.

diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$.

Câu 0. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay sinh ra bằng:



- A. $\frac{64\pi}{5}$. B. $\frac{128\pi}{5}$. C. $\frac{256\pi}{5}$. D. $\frac{152\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \int_{-2}^2 \left| (x^2)^2 - 4^2 \right| dx = \frac{256\pi}{5}$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(0;2;0)$. B. $N(1;2;3)$. C. $M(1;0;0)$. D. $Q(0;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $\frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{3} = 1$.

Vậy mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm $N(1;2;3)$.

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A. $x = 0$. B. $y - 1 = 0$. C. $y = 0$. D. $z = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng Ozx đi qua điểm $O(0;0;0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $\vec{n} = (0;1;0)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng Ozx là $y = 0$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 3z + 6 = 0$ là

- A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{8}{\sqrt{14}}$ C. 14 D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Lời giải

Chọn A

(P): $x + 2y + 3z - 1 = 0$ (Q): $x + 2y + 3z + 6 = 0$. Ta có: $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-1}{6}$

trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh: (P): $Ax + By + Cz + D_1 = 0$; (Q) $Ax + By + Cz + D_2 = 0$

$$d((P);(Q)) = \frac{|D_2 - D_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(P)//(Q) áp dụng công thức: $d((P);(Q)) = \frac{|-1-6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 0. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC)

có phương trình là:

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. **C.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

(ABC): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ hay (ABC): $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 0. Cho hàm số $F(x) = \int (4^x + 2^x + 1) dx$.

a) $F(x) = \int 4^x dx + \int 2^x dx + \int dx$.

b) $F(x) = \frac{2^{2x} + 2^x}{\ln 2} + x + C$.

c) Nếu $F(1) = \frac{4}{\ln 2}$ thì $F(2) = \frac{12}{\ln 2} - 1$.

d) Nếu $G(x) = \int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx$ thì $G(x) = F(x) + C$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

a) $F(x) = \int (4^x + 2^x + 1) dx = \int 4^x dx + \int 2^x dx + \int dx$

b) $F(x) = \int (4^x + 2^x + 1) dx = \frac{4^x}{\ln 4} + \frac{2^x}{\ln 2} + x + C = \frac{2^{2x}}{2 \ln 2} + \frac{2^x}{\ln 2} + x + C = \frac{2^{2x-1} + 2^x}{\ln 2} + x + C$.

c) Do $F(x) = \frac{2^{2x-1} + 2^x}{\ln 2} + x + C$ và $F(1) = \frac{4}{\ln 2}$ nên $\frac{4}{\ln 2} + 1 + C = \frac{4}{\ln 2} \Leftrightarrow C = -1$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{2^{2x-1} + 2^x}{\ln 2} + x - 1 \Rightarrow F(2) = \frac{12}{\ln 2} + 1.$$

d) Ta có: $G(x) = \int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx = \int \frac{2^{3x} + 1}{2^x + 1} dx = \int \frac{(2^x + 1)(4^x - 2^x + 1)}{2^x + 1} dx = \int (4^x - 2^x + 1) dx \neq F(x) + C.$

Câu 0. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa: $\int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = 7,$

$$\int_0^4 [f(x) + 3g(x)] dx = -7.$$

a) $\int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = \int_4^0 [f(x) + 3g(x)] dx.$

b) $\int_0^4 [3f(x) + 2g(x)] dx = 14$

c) $\int_0^4 f(x) dx = 2$

d) **Biết** $\int_0^4 [g(x) + x\sqrt{x}] dx = \frac{m}{n},$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân thức tối giản. Khi đó $m + n = 54.$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Ta có: $\int_0^4 [f(x) + 3g(x)] dx = -7 \Leftrightarrow \int_4^0 [f(x) + 3g(x)] dx = 7$

$$\Rightarrow \int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = \int_4^0 [f(x) + 3g(x)] dx = 7.$$

b) $\int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx + \int_0^4 [f(x) + 3g(x)] dx = 7 + (-7)$

$$\Leftrightarrow \int_0^4 [2f(x) - g(x) + f(x) + 3g(x)] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^4 [3f(x) + 2g(x)] dx = 0$$

c) Đặt $a = \int_0^4 f(x) dx$ và $b = \int_0^4 g(x) dx.$

Khi đó,
$$\begin{cases} \int_0^4 [2f(x) - g(x)] dx = 7 \\ \int_0^4 [f(x) + 3g(x)] dx = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 7 \\ a + 3b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_0^4 f(x) dx = 2 \\ \int_0^4 g(x) dx = -3 \end{cases}$$

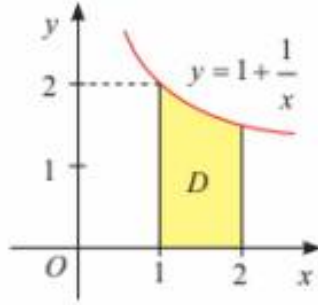
Vậy $\int_0^4 f(x) dx = 2$.

d) Ta có; $\int_0^4 g(x) dx = -3$

Do đó; $\int_0^4 [g(x) + x\sqrt{x}] dx = \int_0^4 g(x) dx + \int_0^4 x\sqrt{x} dx = -3 + \int_0^4 x^{\frac{3}{2}} dx = -3 + \frac{2}{5} x^{\frac{3}{2}} \sqrt{x} \Big|_0^4 = \frac{49}{5}$

$\Rightarrow m = 49; n = 5 \Rightarrow m + n = 54$

Câu 0. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình phẳng (D) được tô màu trong hình bên dưới.



a) Đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}$ cắt trục tung tại điểm $(0;1)$.

b) Hình phẳng (D) được giới hạn các đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}; x = 0; x = 1; x = 2$.

c) **Biết diện tích hình phẳng (D) bằng $m + n \ln 2$, với $m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó $2025m - 2024n = 1$.**

d) Biết thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (D) quay quanh trục Ox bằng $\frac{a}{b} \pi + c\pi \ln 2$, với

$a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + 2b + 3c = 10$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Do $x \neq 0$ nên đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}$ không cắt trục tung

b) Hình phẳng (D) được giới hạn các đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{1}{x}; y = 0; x = 1; x = 2$.

c) Hình phẳng (D) được giới hạn các đồ thị $y = 1 + \frac{1}{x}; x = 0; x = 1; x = 2$ nằm trên trục hoành nên diện

tích hình phẳng (D) là: $S = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = (x + \ln|x|) \Big|_1^2 = 1 + \ln 2$ (đơn vị diện tích).

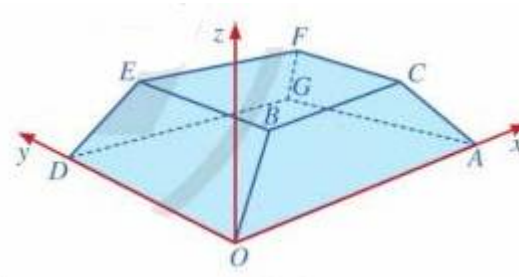
$\Rightarrow m = 1; n = 1 \Rightarrow 2025m - 2024n = 1$

d) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng (D) quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \pi \left(x + 2 \ln|x| - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^2 = \frac{3}{2}\pi + 2\pi \ln 2 \quad (\text{đơn vị thể tích}).$$

$$\Rightarrow a = 3; b = 2; c = 2 \Rightarrow a + 2b + 3c = 13$$

Câu 0. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



a) Tọa độ các điểm A, D, G là $A(100;0;0), D(0;60;0), G(100;60;8)$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm B và D bằng $51,6(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

c) Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ có dạng: $ax + y + cz + d = 0$. Khi đó $2025a - 2c - 2024d = 20$.

d) Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng $60,5(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có: $O(0;0;0), A(100;0;0), G(100;60;0), D(0;60;0), B(10;10;8)$

b) Ta có: $\overrightarrow{BD} = (-10;50;-8)$

Khoảng cách giữa hai điểm B và D bằng: $BD = \sqrt{(-10)^2 + (50)^2 + (-8)^2} = \sqrt{2664} \approx 51,6(m)$

c) Ta có: $\overrightarrow{OA} = (100;0;0), \overrightarrow{OB} = (10;10;8)$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(OACB)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (0; -100; 1000) = -100(0;1;-10)$

Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (0;1;-10)$ là:

$$y - 10z = 0$$

$$\Rightarrow a = 0; c = -10; d = 0 \Rightarrow 2025a - 2c - 2024d = 20$$

d) Ta có: $\overrightarrow{OD} = (0;60;0), \overrightarrow{OB} = (10;10;8)$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}] = (480;0;-600) = 120(4;0;-5)$

Phương trình mặt phẳng (OBED) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;0;-5)$ là:

$$4x - 5z = 0$$

Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (OBED) là:

$$d(G, (OBED)) = \frac{|4 \cdot 100 - 5 \cdot 0|}{\sqrt{16 + 25}} = \frac{400\sqrt{41}}{41} \approx 62,5(m)$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) > 0$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} đồng thời thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2}$,

$f'(x) = -e^x f^2(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(\ln 2) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính giá trị của $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có $f'(x) = -e^x f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = -e^x$ (do $f(x) > 0$)

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int -e^x dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = -e^x + C.$$

Mà $f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -1 + C \Rightarrow C = -1.$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{e^x + 1} \Rightarrow f(\ln 2) = \frac{1}{e^{\ln 2} + 1} = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow a = 3; b = 1 \Rightarrow a + b = 4$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Biết $\int_2^0 -3t^2 f(t) dt = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân thức

tối giản. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

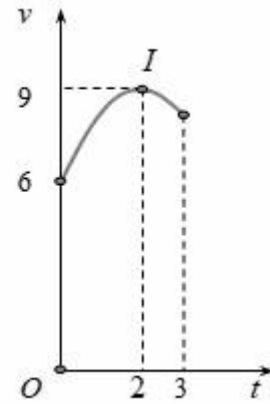
Lời giải

Đáp án: 37

$$\int_2^0 -3t^2 f(t) dt = -3 \int_2^0 t^2 f(t) dt = 3 \int_0^2 x^2 f(x) dx = 3 \left[\int_0^1 x^2 (x+1) dx + \int_1^2 x dx \right] = \frac{25}{12}.$$

$$\Rightarrow a = 25; b = 12 \Rightarrow a + b = 37$$

Câu 3. Bạn Minh Hiền chạy bộ trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới. Tính quãng đường mà bạn Minh Hiền chạy được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến phần chục của kilômét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 24,8

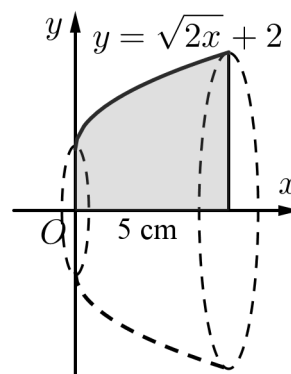
Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} . \text{ Tìm được } v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$$

Vậy $s = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75(km) \approx 24,8(km)$

Câu 0. Tính thể tích chứa được (dung tích) của một cái chén (bát), biết phần trong của nó có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{2x} + 2$ và trục Ox (như hình vẽ), bát có độ sâu 5 cm, đơn vị trên trục là centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của cm^3).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 274

Thể tích của chén là: $V = \pi \int_0^5 (\sqrt{2x} + 2)^2 dx = \pi \left(\frac{40}{3} \sqrt{10} + 45 \right) \approx 274 \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 0. Một ngôi nhà có các bậc thang của cầu thang đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là decimét). Biết hai mặt bậc thang song song nằm trên hai mặt phẳng phân biệt: $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$ và $(Q): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng bao nhiêu decimét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Khoảng cách giữa hai bậc thang này bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)

$$d((P), (Q)) = \frac{|2 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{6}{3} = 2 \text{ (dm)}$$

Vậy khoảng cách giữa hai bậc thang bằng 2 (dm)

Câu 0. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 5)$, $B(3; -1; 0)$, $C(-4; 0; -2)$. Gọi I là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $|\overline{IA} - 2\overline{IB} + 3\overline{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P): 4x + 3y + 2 = 0$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6

Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overline{MA} - 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -1-a-2(3-a)+3(-4-a)=0 \\ 2-b-2(-1-b)+3(0-b)=0 \\ 5-c-2(0-c)+3(-2-c)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{19}{2} \\ b=2 \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(-\frac{19}{2}; 2; -\frac{1}{2}\right).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |\vec{IA}-2\vec{IB}+3\vec{IC}| &= |\vec{IM}+\vec{MA}-2\vec{IM}-2\vec{MB}+3\vec{IM}+3\vec{MC}| \\ &= |2\vec{IM}+(\vec{MA}-2\vec{MB}+3\vec{MC})| = 2|\vec{IM}| = 2IM. \end{aligned}$$

Biểu thức $|\vec{IA}-2\vec{IB}+3\vec{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của M lên $(Oxy) \Leftrightarrow I\left(-\frac{19}{2}; 2; 0\right)$.

$$\text{Khoảng cách từ điểm } I \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ là: } d(I;(P)) = \frac{\left|4\cdot\left(-\frac{19}{2}\right)+3\cdot 2+2\right|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 6.$$