THPT Nguyễn Hữu Cầu
Lớp: 12A...
Họ và tên: ....

ĐỀ 1

Thứ .... ngày ..... tháng ..... năm .....

KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút

- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).

- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).

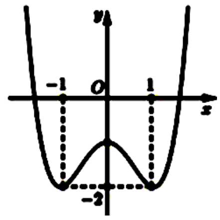
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm)

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



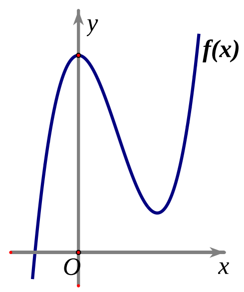
A. $(0;1)$.
B. $(-\infty;0)$.
C. $(0;+\infty)$.
D. $(-1;1)$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = |f(x)|$ có mấy cực trị?



A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Câu 5: [TH] Hàm số $y = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x+2}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5;-3]$ bằng

A. $-\dfrac{13}{12}$. **B.** $\dfrac{11}{6}$. **C.** $-\dfrac{47}{60}$. **D.** $-\dfrac{11}{6}$.

Câu 6: [TH] Hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là

A. $\sqrt{2}$ và 1. **B.** 1 và 0. **C.** 2 và $\sqrt{2}$. **D.** 2 và 1.

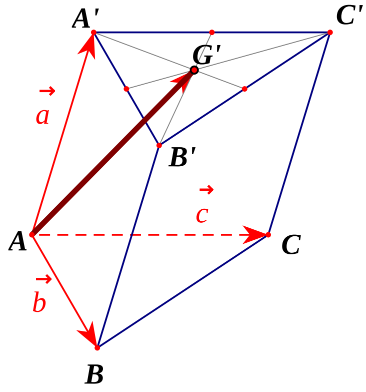
Câu 7: [TH] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y = \sqrt{x^2-1}$. **D.** $y = \dfrac{x}{x+1}$.

Câu 8: [VD] Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9: [TH] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vecto $\overrightarrow{AG'}$ bằng



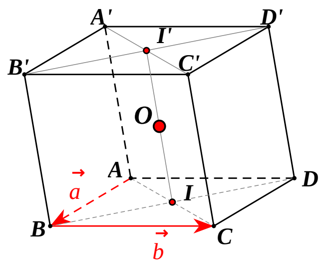
A. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 10: [VD] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. M là trung điểm BB'.

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

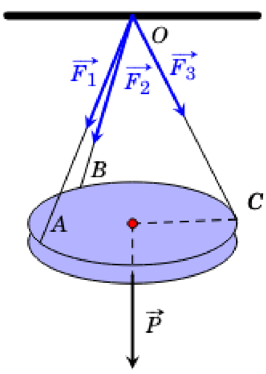
C. M là trung điểm CC'.

D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Câu 11: [VDC] Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với vecto $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ và $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=1$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 12: [VDC] Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A,B,C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\vec{F_1}\right|=\left|\vec{F_2}\right|=\left|\vec{F_3}\right|=15$ (N). Trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



A. $14\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

B. $15\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

C. $17\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

D. $16\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x$. Các khẳng định sau đâu đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) [NB] Nếu u,v thỏa mãn $0<u<v<1$ thì $f(u)<f(v)$.

c) [TH] Hàm số $f(|x|)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

d) [VD] Hàm số $y=f(2x-1)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định sau đây đúng hay sai?

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

a) [NB] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

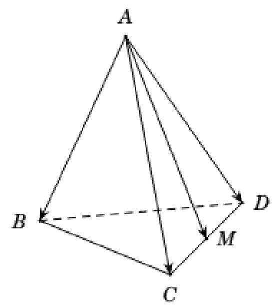
b) [NB] Cực đại hàm số bằng 0.

c) [NB] Điểm $A(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

d) [TH] Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4x+3y-12=0$.

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) [NB] $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.

b) [NB] $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{2}$.

c) [TH] $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$

d) [VD] $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-\dfrac{a^2}{2}$.

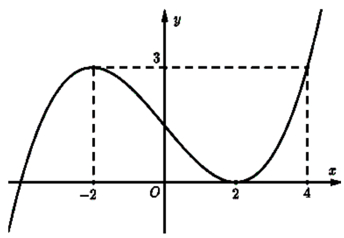
A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,5 điểm)

Câu 1: [TH] Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+13x+19}{x+3}$. Đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng $d: y=ax+b$. Tính giá trị biểu thức $M=98a+99b$.

Kết quả: | | | | |

Câu 2: [TH] Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(4-x^2)-3}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



Kết quả: | | | | |

Câu 3: [TH] Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+2}{2x+3}$. Biết đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $B(a;b)$ và có đường tiệm cận xiên là $y=mx+n$. Khi đó $T=a+2b+3m+4n$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

Kết quả: | | | | |

Câu 4: [VDC] Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t)=\dfrac{5000}{1+5e^{-t}}, t\ge 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (làm tròn đến 2 chữ số thặp phân)

Kết quả: | | | | |

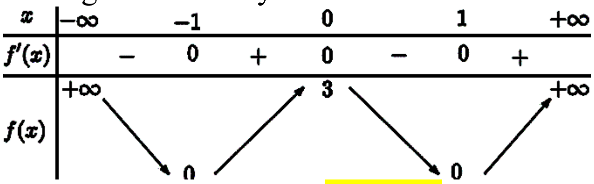
Câu 5: [VD] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M là trung điểm của BC. Tính $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DM}\right)$. (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Kết quả: | | | | |

THPT Nguyễn Hữu Cầu Lớp: 12A... Họ và tên: .... **ĐỀ 1**	Thứ .... ngày ..... tháng ..... năm ..... **KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút** *- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).* *- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án). (3 điểm) *[8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]*

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



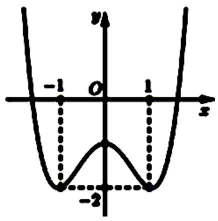
A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$. Vậy chọn đáp án $\left(0;1\right)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$.
B. $(-\infty;0)$.
C. $(0;+\infty)$.
D. $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

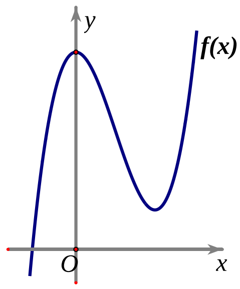
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu qua các điểm $-3;-2;3;5$. Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có mấy cực trị?



A. 2.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của $y=f(x)$

suy ra đồ thị của $y=\left|f\left(x\right)\right|$

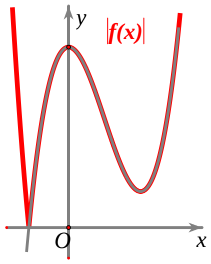
• Giữ nguyên phần đồ thị $f\left(x\right)\geq 0$

(tức là giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục Ox)

• Lấy đối xứng phần đồ thị $f\left(x\right)<0$ qua trục Ox

(tức là lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox)

• Hợp 2 phần đồ thị vừa tìm chính là đồ thị của $y=\left|f\left(x\right)\right|$



Câu 5: [TH] Hàm số $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-5;-3\right]$ bằng

A. $-\dfrac{13}{12}$. **B.** $\dfrac{11}{6}$. **C.** $-\dfrac{47}{60}$. **D.** $-\dfrac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn C

$D=\mathbb{R}\setminus\{0;-1;-2\}$; $y'=-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}<0,\forall x\in D$

Vậy hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[-5;-3\right]$, nên $\max\limits_{[-5;-3]} f\left(x\right)=f\left(-5\right)=-\dfrac{47}{60}$.

Câu 6: [TH] Hàm số $y=\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là

A. $\sqrt{2}$ và 1. **B.** 1 và 0. **C.** 2 và $\sqrt{2}$. **D.** 2 và 1.

Lời giải

Chọn C

$D=\left[-1;1\right]$; $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}$

$y'=0\Leftrightarrow \sqrt{1+x}=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow x=0\in\left[-1;1\right]$

Tính $\begin{matrix} y(-1)=\sqrt{2}; y(1)=\sqrt{2} \\ y(0)=2 \end{matrix}$. Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=2;\min\limits_{[-1;1]} y=\sqrt{2}$.

Câu 7: [TH] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

D: $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị

Câu 8: [VD] Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

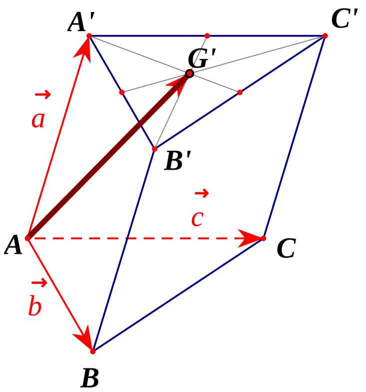
Tập xác định: $D=\left[-\dfrac{1}{3};+\infty\right)\setminus\{1\}$

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(x-1)\left(4\sqrt{3x+1}+3x+5\right)}{-9\left(x-1\right)^2}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9\left(x-1\right)}=-\infty$, do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{4\sqrt{\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-3-\dfrac{5}{x}}=-\dfrac{1}{3}$ do đó đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 9: [TH] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Lời giải

Chọn D

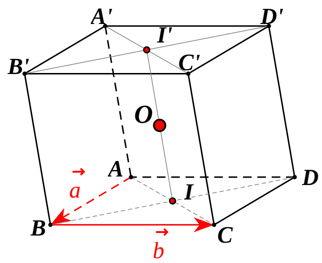
Theo tính chất trọng tâm $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AC'}=3\overrightarrow{AG'}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AC'}\right)$

Theo tính chất hình bình hành $ABB'A'$ ta có $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}=\vec{a}+\vec{b}$

Theo tính chất hình bình hành $ACC'A'$ ta có $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{c}$

Vậy $\overrightarrow{AG'}=\dfrac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 10: [VD] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. M là trung điểm BB'.

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là trung điểm CC'.

D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Lời giải

Chọn A

I,I' là tâm các mặt đáy $ABCD,A'B'C'D'$ $\Rightarrow$ tâm O là trung điểm II'.

Từ $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\underbrace{\overrightarrow{BC}}_{=\overrightarrow{AD}}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DB}$ (quy tắc 3 điểm với phép trừ)

Nên $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{IB}$, do đó $OIBM$ là hình bình hành.

Vậy M là trung điểm BB'.

Câu 11: [VDC] Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với vectơ $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ và $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=1$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

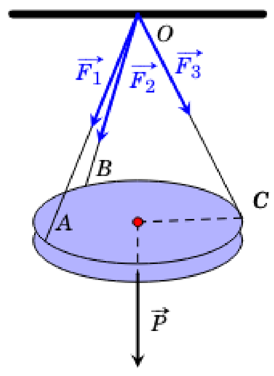
Vì $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ nên $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right).\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)=0 \Leftrightarrow 5\vec{a}^2-8\vec{b}^2+6\vec{a}.\vec{b}=0$

$\Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=\dfrac{-5\vec{a}^2+8\vec{b}^2}{6}$.

Ta có $|\vec{a}|=|\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2$; Do đó $\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{3\vec{a}^2}{6}=\dfrac{\vec{a}^2}{2}$.

Vậy $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{\frac{\vec{a}^2}{2}}{\vec{a}^2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 12: [VDC] Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\vec{F_1}\right|=\left|\vec{F_2}\right|=\left|\vec{F_3}\right|=15$ (N). Trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



A. $14\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

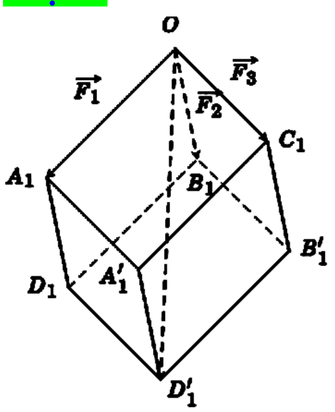
B. $15\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

C. $17\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

D. $16\sqrt{3}(\mathrm{N})$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1}=\vec{F_1}, \overrightarrow{OB_1}=\vec{F_2}, \overrightarrow{OC_1}=\vec{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A_1', B_1', D_1' sao cho $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ là hình hộp (như hình bên). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OB_1}+\overrightarrow{OC_1}=\overrightarrow{OD_1'}$.

Mặt khác, do các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ đôi một vuông góc và $\left|\vec{F_1}\right|=\left|\vec{F_2}\right|=\left|\vec{F_3}\right|=15(\mathrm{N})$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo OD_1' của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{P}$, với $\vec{P}$ là trong lực tác dụng lên chiếc đèn.

Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}|=\left|\overrightarrow{OD_1'}\right|=15\sqrt{3}(\mathrm{N})$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thi sinh trả lời tù câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai. (4,5 điểm) *[2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]*

•Trả lời đúng 1/4 ý thì được 0,25 điểm; •Trả lời đúng 2/4 ý được 0,5 điểm; •Trả lời đúng 3/4 ý được 1,0 điểm; •Trả lời đúng 4/4 ý được 1,5 điểm

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x$. Các khẳng định sau đâu đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) [NB] Nếu u, v thỏa mãn $0<u<v<1$ thì $f(u)<f(v)$.

c) [TH] Hàm số $f(|x|)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

d) [VD] Hàm số $y=f\left(2x-1\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	*b)* **S**	*c)*	*d)*

* a) Ta có: $f'\left(x\right)=3x^2-3;\ f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

BBT:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$. **(a: đúng)**

b) Do hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-1;1\right)$ và u,v thỏa mãn $0<u<v<1$ nên $f\left(u\right)>f\left(v\right)$. **(b: sai)**

c) Sử dụng phép biến đổi đồ thị. Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ suy ra đồ thị $y=f\left(\left|x\right|\right)$ bằng cách:

+) *Giữ nguyên phần đồ thị* $y=f\left(x\right)$ *ứng với* $x\geq 0$, *bỏ phần đồ thị* $y=f\left(x\right)$ *ứng với* $x<0$.

+) *Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ của đồ thị* $y=f\left(x\right)$ *qua trục tung.*

Lúc đó, BBT của $y=f\left(\left|x\right|\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, hàm số $f\left(\left|x\right|\right)$ đồng biến trên $\left(-1;0\right)$. **(c: đúng)**.

d) **Cách 1:**

Ta có: $y'=2f'\left(2x-1\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1>1\\2x-1<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<0\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f\left(2x-1\right)$ đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định sau đây đúng hay sai?

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

a) [NB] Hàm số $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

b) [NB] Cực đại hàm số bằng 0.

c) [NB] Điểm $A\left(0;4\right)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

d) [TH] Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4x+3y-12=0$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	*b)* **S**	*c)* **Đ**	*d)* **Đ**

* a) Hàm số $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị là $x=0;\ x=3$ **(a: đúng)**

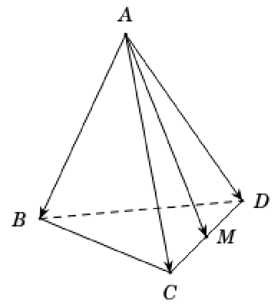
b) Cực đại hàm số bằng 4. **(b: sai)**

c) Đồ thị có điểm cực đại là $A(0;4)$. **(c: đúng)**

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $A(0;4)$ và $B(3;0)$.

$$\longrightarrow AB: \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+3y-12=0.$$

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) [NB] $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0.$

b) [NB] $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{a^2}{2}.$

c) [TH] $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$

d) [VD] $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-\frac{a^2}{2}.$

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	*b)* **Đ**	*c)* **Đ**	*d)* **S**

* a) **Đúng**: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.

b) **Đúng**: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=AB.AC.\cos\widehat{BAC}=a.a.\cos 60°=\frac{a^2}{2}$.

c) **Đúng**: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}$.

Mặt khác AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB}\perp\overrightarrow{CD}$

Suy ra $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}=0 \Rightarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^\circ$.

d) **Sai:** Ta có $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{2}\right)=\frac{a^2}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. (2,5 điểm) *[5 câu Giải tích + 1 câu Hình học]*

Câu 1: [TH] Cho hàm số $y=\frac{3x^2+13x+19}{x+3}$. Đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng $d: y=ax+b$. Tính giá trị biểu thức $M=98a+99b$.

Kết quả: ☐☐☐☐

Lời giải

1	8	7	5

****Cách 1 (tìm tọa độ 2 điểm cực trị - viết PT đường thẳng)***

Đạo hàm $y'=\frac{3x^2+18x+20}{(x+3)^2}$; Giải $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-9+\sqrt{21}}{3} \\ x=\frac{-9-\sqrt{21}}{3} \end{array}\right.$; Tọa độ 2 điểm cực trị là

$$A\left(\frac{-9+\sqrt{21}}{3};-5+2\sqrt{21}\right), B\left(\frac{-9-\sqrt{21}}{3};-5-2\sqrt{21}\right)$$

Đường thẳng $d: y=ax+b$ thỏa $\begin{cases} -5+2\sqrt{21}=\dfrac{-9+\sqrt{21}}{3}.a+b \\ -5-2\sqrt{21}=\dfrac{-9-\sqrt{21}}{3}.a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=13 \end{cases}$.

Vậy $d: y=6x+13$; Giá trị $M=98a+99b=98\times 6+99\times 13=1875$.

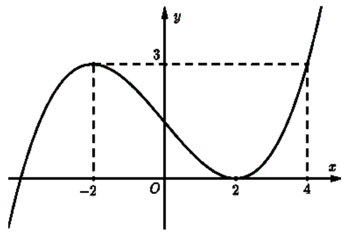
Cách 2 (áp dụng công thức PT đường thẳng qua hai điểm cực trị hàm phân thức $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ là đường $y=\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$)

PT đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2+13x+19}{x+3}$ là đường

$$y=\frac{(3x^2+13x+19)'}{(x+3)'} \Leftrightarrow y=6x+13.$$

Giá trị $M=98a+99b=98\times 6+99\times 13=1875$.

Câu 2: [TH] Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(4-x^2)-3}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



Kết quả:

Lời giải

4			

• Xét $f(4-x^2)-3=0 \Leftrightarrow f(4-x^2)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4-x^2=-2 \\ 4-x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{6} \\ x=0 \end{array}\right.$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có ba đường tiệm cận đứng.

• Xét $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(4-x^2)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

KL: Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 3: [TH] Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+2}{2x+3}$. Biết đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $B(a;b)$ và có đường tiệm cận xiên là $y=mx+n$. Khi đó $T=a+2b+3m+4n$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

Kết quả:

Lời giải

3	,	5	0

• Đạo hàm $y'=\dfrac{4x^2+12x+5}{(2x+3)^2}$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5}{2} \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $B\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ nên $a=-\dfrac{1}{2}; b=\dfrac{1}{2}$

- $\begin{array}{c|ccc} & 2 & 3 & 2 \\ \hline -\dfrac{3}{2} & 2 & 0 & 2 \end{array}$ $y=\dfrac{1}{2}\left(2x+\dfrac{2}{x+\dfrac{3}{2}}\right)=x+\dfrac{2}{2x+3}$. Vậy TCX $y=x$ nên $m=1;n=0$

KL: Giá trị $T=a+2b+3m+4n=-\dfrac{1}{2}+1+3+0=\dfrac{7}{2}=\boxed{3,5}$

Câu 4: [VDC] Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t)=\dfrac{5000}{1+5e^{-t}}, t\geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (làm tròn đến 2 chữ số thặp phân)

Kết quả: | | | | |

Lời giải

1	,	6	1

Ta có: $f'(t)=\dfrac{-5000\left(1+5e^{-t}\right)'}{\left(1+5e^{-t}\right)^2}=\dfrac{25000e^{-t}}{\left(1+5e^{-t}\right)^2}$. Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $f'(t)$ lớn nhất.

Đặt $h(t)=\dfrac{25000e^{-t}}{\left(1+5e^{-t}\right)^2}$.

$$h'(t)=\dfrac{-25000e^{-t}\left(1+5e^{-t}\right)^2-2\cdot\left(-5e^{-t}\right)\cdot\left(1+5e^{-t}\right)\cdot 25000e^{-t}}{\left(1+5e^{-t}\right)^4}$$

$$=\dfrac{-25000e^{-t}\left(1+5e^{-t}\right)\left(1+5e^{-t}-10e^{-t}\right)}{\left(1+5e^{-t}\right)^4}=\dfrac{-25000e^{-t}\left(1-5e^{-t}\right)}{\left(1+5e^{-t}\right)^3}$$

$$h'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{-25000e^{-t}\left(1-5e^{-t}\right)}{\left(1+5e^{-t}\right)^3}=0\ \Leftrightarrow 1-5e^{-t}=0\Leftrightarrow e^{-t}=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow t=\ln 5(\text{tm})$$

Ta có bảng biến thiên với $t\in[0;+\infty)$:

t	0		ln5		+∞
h'(t)		+	0	−	
h(t)	$\dfrac{6250}{9}$	↗	1250	↘	0

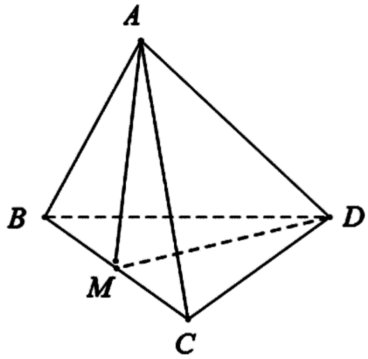
Vậy sau khi phát hành khoảng $\ln 5\approx 1,6$ năm thì thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Câu 5: [VD] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M là trung điểm của BC. Tính $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DM}\right)$. (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Kết quả: | | | | |

Lời giải

0	,	2	9



Xét tứ diện $ABCD$ cạnh a ta có: $DM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có

$$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DM}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{DM}\right|}=\frac{\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DM}}{a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DM}}{a^2}.$$

Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM}$: ta có

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$$

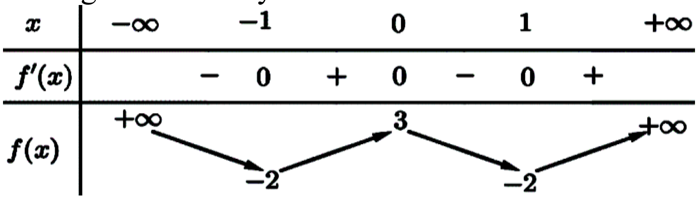
$$=\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AM}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right)-\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AD}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=a.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}-a.a.\frac{1}{2}=\frac{a^2}{4}.$$

Vậy $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DM}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}\approx 0,29$.

THPT Nguyễn Hữu Cầu Lớp: 12A... Họ và tên:	**ĐỀ 2**	**KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút** *- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).* *- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).*

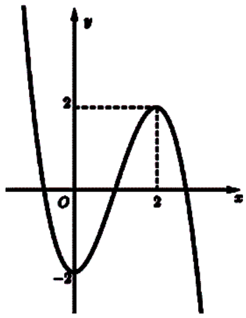
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm) *[8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]*

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



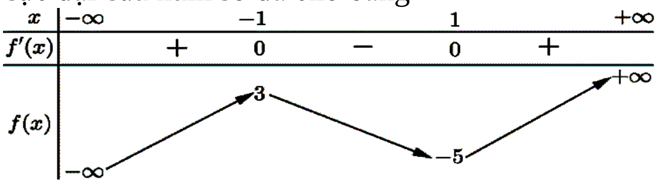
A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$.
B. $(0;2)$.
C. $(-2;2)$.
D. $(2;+\infty)$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



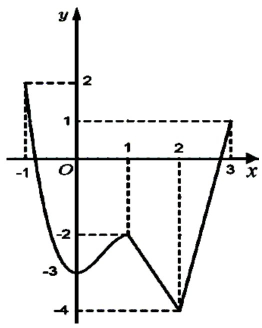
A. –1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** –5.

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số là

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

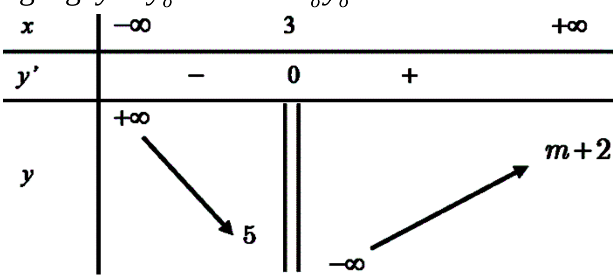
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M + m$ là



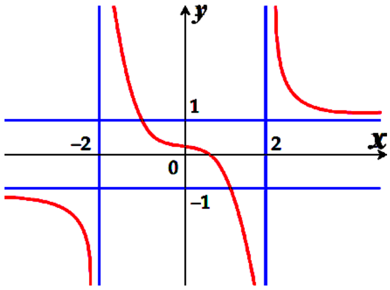
A. 2.
B. –6.
C. –5.
D. –2.

Câu 6: [NB] Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_o$ và tiệm cận ngang $y = y_o$ sao cho $x_o y_o < 30$.



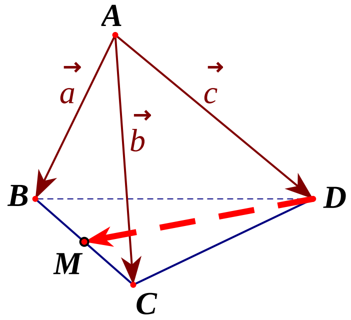
A. $m < 1$. **B.** $m < 10$. **C.** $m < 8$. **D.** $m > 8$.

Câu 7: [TH] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{2}{3f(x)-2}$.



A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 8: [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Đẳng thức nào dưới đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.

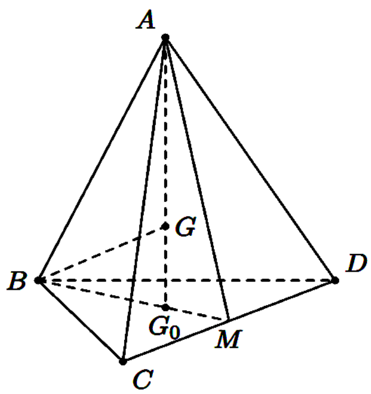
D. $\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Câu 9: [VD] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10: [VD] Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_o là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{G_oG}$.
B. $\overrightarrow{GA}=4\overrightarrow{G_oG}$.
C. $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{G_oG}$.
D. $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{G_oG}$.

Câu 11: [VDC] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=12$, $|\vec{a}+\vec{b}|=13$. Khi đó cosin của góc giữa hai véc-tơ $(\vec{a}-\vec{b})$ và $(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. $\dfrac{12}{13}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $-\dfrac{119}{169}$. **D.** $\dfrac{119}{169}$.

Câu 12: [VDC] Cho $\vec{u}=\vec{a}+3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v}=7\vec{a}-5\vec{b}$ và đồng thời có $\vec{x}=\vec{a}-4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y}=7\vec{a}-2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a},\vec{b})=75^\circ$. **B.** $(\vec{a},\vec{b})=60^\circ$. **C.** $(\vec{a},\vec{b})=120^\circ$. **D.** $(\vec{a},\vec{b})=45^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm). [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

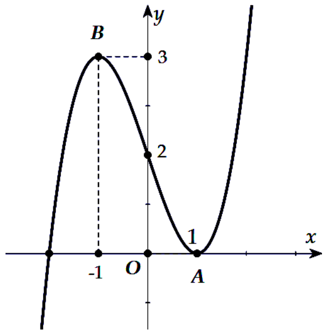
b) [TH] Hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

c) [TH] Hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên $(2;3)$.

d) [VD] Hàm số $y=f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) [NB] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) [NB] Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

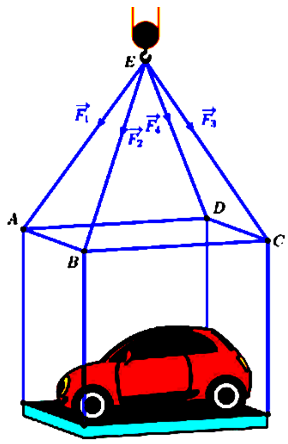
c) [NB] Cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.

d) [TH] Độ dài đoạn $AB=2$.

A. $\square$. **B.** $\square$.

C. $\square$. **D.** $\square$.

Câu 3: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\text{N}$ và trọng lượng của khung sắ là $3000\,\text{N}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) [NB] $\vec{F_1}+\vec{F_2}=\vec{F_3}+\vec{F_4}$.

b) [NB] $\vec{F_1}+\vec{F_3}=\vec{F_2}+\vec{F_4}$.

c) [TH] $\left|\vec{F_1}+\vec{F_3}\right|=8141\,\text{N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) [TH] Trọng lượng của chiếc xe ô tô là $16282\,\text{N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,5 điểm). [5 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

Câu 1: [TH] Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính giá trị $y(10)$

Kết quả:

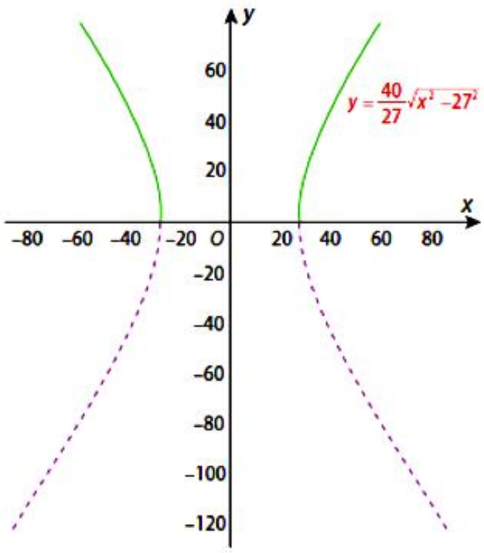
Câu 2: [TH] Biết rằng tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ là hai khoảng $(a;b),(b;c)$ với $a<b<c$. Tính giá trị của $P = 100a + 10b + c$.

Kết quả:

Câu 3: [TH] Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

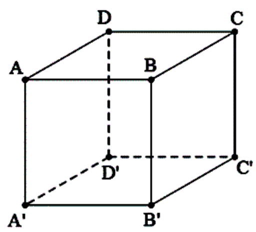
Kết quả:

Câu 4: [VD] Một ống khói của nhà máy điện hạt nhân có mặt cắt là một hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{27^2} - \dfrac{y^2}{40^2} = 1$ (Hình vẽ). Xét hai nhánh bên trên Ox của (H) là đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{40}{27}\sqrt{x^2 - 27^2}$ (phần nét liền đậm). Biết rằng phương trình hai đường tiệm cận xên của (C) có dạng $y = \pm\dfrac{a}{b}x$ (với a,b nguyên dương). Tính giá trị $Q = a^2 + b^2$.



Kết quả:

Câu 5: [VDC] Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $\overrightarrow{AN} = -4\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'} - 2\overrightarrow{AD}$ $(k \in \mathbb{R})$ và $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}$. Tìm giá trị k thích hợp để $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ (số k được làm tròn đến hàng đơn vị).



Kết quả:

THPT Nguyễn Hữu Cầu
Lớp: 12A...
Họ và tên: ....

ĐỀ 2

KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút

- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).

- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm) *[8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]*

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

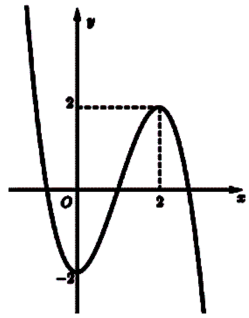
A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$.
B. $(0;2)$.
C. $(-2;2)$.
D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 3: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

A. –1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** –5.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3 (tại $x = -1$)

Câu 4: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số là

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

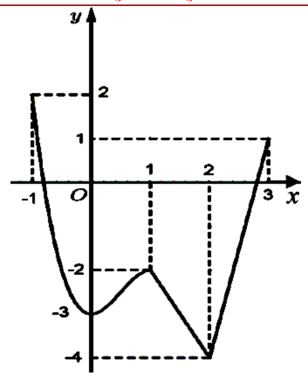
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm đổi dấu 3 lần khi x "đi qua" các điểm $x = -3$; $x = 0$; $x = 3$. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 5: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M + m$ là



A. 2.
B. –6.
C. –5.
D. –2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = -2$.

Câu 6: [NB] Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_o$ và tiệm cận ngang $y = y_o$ sao cho $x_o y_o < 30$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘	5	‖ $-\infty$	↗	$m+2$

A. $m < 1$. **B.** $m < 10$. **C.** $m < 8$. **D.** $m > 8$.

Lời giải

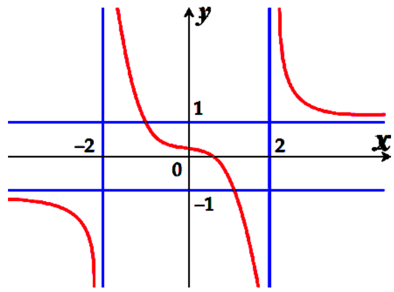
Chọn C

Từ BBT ta có: TCĐ $x = 3$, nên $x_o = 3$

TCN $y = m + 2$, nên $y_o = m + 2$

Từ GT $x_o y_o < 30 \Leftrightarrow 3(m+2) < 30 \Leftrightarrow m < 8$.

Câu 7: [TH] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{2}{3f(x) - 2}$.



A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Lời giải

Chọn C

• Khi $x \to -\infty$ thì $f(x) \to -1$, nên $g(x) = \dfrac{2}{3f(x)-2} \to -\dfrac{2}{5}$. Vậy có TCN là $y = -\dfrac{2}{5}$

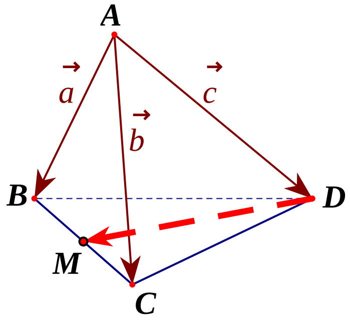
• Khi $x \to +\infty$ thì $f(x) \to 1$, nên $g(x) = \dfrac{2}{3f(x)-2} \to 2$. Vậy có TCN là $y = 2$

★ Xét mẫu $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}$

Từ đồ thị của $f(x)$ ta thấy phương trình $f(x) = \dfrac{2}{3}$ có duy nhất một nghiệm. Vậy có một TCĐ

KL: đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 8: [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Đẳng thức nào dưới đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Lời giải

Chọn A

M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}\right)$

Mà $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\vec{c}$ và $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\vec{b}-\vec{c}$

Nên $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$

Câu 9: [VD] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$y=g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét mẫu $f^2(x)-4f(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=a,\ a\in(-\infty;-1)\\x=1\quad (ng\ kép)\\x=-1\ \ (ng\ kép)\\x=b,\ b\in(1;+\infty)\end{array}\right.$

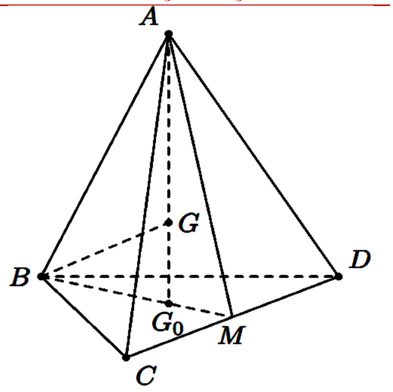
Nên có thể viết $f^2(x)-4f(x)=h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2$; $h(x)\neq 0$

Do đó hàm số trở thành $y=g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}=\dfrac{(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)}{h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2}$

$=\dfrac{x^2+1}{h(x)(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}$

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{x^4-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

Câu 10: [VD] Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_o là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A. $\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{G_oG}$.

B. $\overrightarrow{GA}=4\overrightarrow{G_oG}$.

C. $\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{G_oG}$.

D. $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{G_oG}$.

Lời giải

Chọn C

+ Vì G_o là giao điểm của AG và mặt phẳng (BCD) $\rightarrow G_o$ là trọng tâm tam giác BCD

$\rightarrow \overrightarrow{G_oB}+\overrightarrow{G_oC}+\overrightarrow{G_oD}=\vec{0}$.

+ Mà $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GG_o}+\overrightarrow{G_oB}+\overrightarrow{G_oC}+\overrightarrow{G_oD}=\vec{0}$

$\rightarrow \overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GG_o}=\vec{0} \rightarrow \overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{G_oG}$.

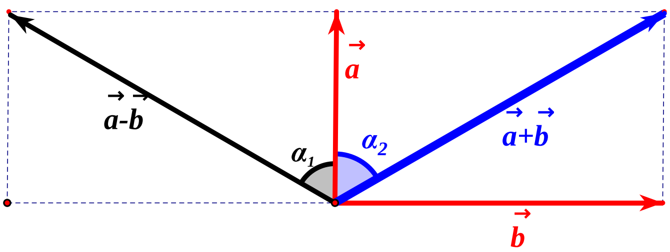
Câu 11: [VDC] Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=12, |\vec{a}+\vec{b}|=13$. Khi đó cosin của góc giữa hai véc-tơ $(\vec{a}-\vec{b})$ và $(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. $\frac{12}{13}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $-\frac{119}{169}$. **D.** $\frac{119}{169}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=12, |\vec{a}+\vec{b}|=13$ ta thấy $|\vec{a}|^2=25, |\vec{b}|^2=144, |\vec{a}+\vec{b}|^2=169$. Thỏa $|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$, suy ra $\vec{a}\perp\vec{b}$.



Ta có góc $\alpha_1=\alpha_2$

• Trong tam giác vuông có $\cos\alpha_2=\frac{|\vec{a}|}{|\vec{a}+\vec{b}|}=\frac{5}{13}$; Suy ra $\alpha_2=\cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$

• Góc giữa hai véc-tơ $(\vec{a}-\vec{b})$ và $(\vec{a}+\vec{b})$ bằng $\alpha_1+\alpha_2=2\alpha_2=2.\cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)$

Vậy cosin của góc giữa hai véc-tơ $(\vec{a}-\vec{b})$ và $(\vec{a}+\vec{b})$ bằng $\cos\left(2.\cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)\right)$

$=2\left[\cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)\right]^2-1=2.\frac{25}{169}-1=-\frac{119}{169}$.

Câu 12: [VDC] Cho $\vec{u}=\vec{a}+3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v}=7\vec{a}-5\vec{b}$ và đồng thời có $\vec{x}=\vec{a}-4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y}=7\vec{a}-2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a},\vec{b})=75°$. **B.** $(\vec{a},\vec{b})=60°$. **C.** $(\vec{a},\vec{b})=120°$. **D.** $(\vec{a},\vec{b})=45°$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $\begin{cases}\vec{u}.\vec{v}=0\\ \vec{x}.\vec{y}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(\vec{a}+3\vec{b}).(7\vec{a}-5\vec{b})=0\\ (\vec{a}-4\vec{b}).(7\vec{a}-2\vec{b})=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7|\vec{a}|^2-15|\vec{b}|^2=-16.\vec{a}\vec{b}\\ 7|\vec{a}|^2+8|\vec{b}|^2=30.\vec{a}\vec{b}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|\vec{a}|^2=2\vec{a}\vec{b}\\ |\vec{b}|^2=2\vec{a}\vec{b}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}|\vec{a}|=|\vec{b}|\\ |\vec{b}|^2=2\vec{a}\vec{b}\end{cases}$

Vậy $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{b}|^2}=\dfrac{\vec{a}\vec{b}}{2.\vec{a}\vec{b}}=\dfrac{1}{2}$; Do đó góc $(\vec{a},\vec{b})=60°$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm). *[2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]*

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

b) [TH] Hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

c) [TH] Hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên $(2;3)$.

d) [VD] Hàm số $y=f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	***b)*** **S**	***c)*** **Đ**	***d)*** **Đ**

* $f'(x)=3x^2-6x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$. BBT:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

a) Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$. **(a: đúng)**.

b) Đạo hàm $y'=f'(x-1)<0 \Leftrightarrow 0<x-1<2 \Leftrightarrow 1<x<3$.

Vậy hàm số $f(x-1)$ nghịch biến trên $(1;3)$. **(b: sai)**.

c) Sử dụng phép biến đổi đồ thị. Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra đồ thị $y=|f(x)|$ bằng cách:

+) *Giữ nguyên phần đồ thị $y=f(x)$ ứng với $y\ge 0$, bỏ phần đồ thị $y=f(x)$ ứng với $y<0$.*

+) *Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ của đồ thị $y=f(x)$ qua trục hoành.*

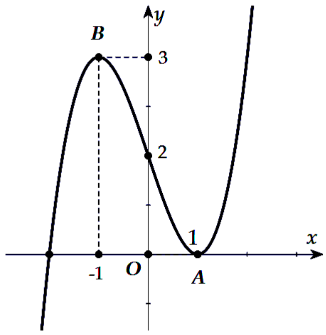
x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$y=\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $y=|f(x)|$ nghịch biến trên $(2;3)$. **(c: đúng)**.

d) Đạo hàm $y'=-2f'(4-2x)>0 \Leftrightarrow f'(4-2x)<0 \Leftrightarrow 0<4-2x<2 \Leftrightarrow 1<x<2$.

Vậy hàm số $y=f(4-2x)$ đồng biến trên $(1;2)$. **(d: đúng)**.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) [NB] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) [NB] Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

c) [NB] Cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.

d) [TH] Độ dài đoạn $AB=2$.

A. ☐. **B.** ☐.

C. ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	*b)* **Đ**	*c)* **S**	*d)* **S**

a) Từ đồ thị ta có: Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị. (**a: đúng**).

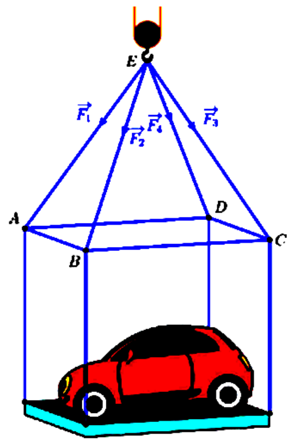
b) Từ đồ thị ta có: Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$. (**b: đúng**).

c) Cực đại hàm số bằng 4 (tức là $y_{CD}=4$). (**c: sai**).

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $A(1;0)$ và $B(-1;3)$.

Vậy độ dài $AB=\sqrt{(3)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$. (**d: sai**).

Câu 3: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\mathrm{N}$ và trọng lượng của khung sắ là $3000\,\mathrm{N}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) [NB] $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$.

b) [NB] $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$.

c) [TH] $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|=8141\,\mathrm{N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) [TH] Trọng lượng của chiếc xe ô tô là $16282\,\mathrm{N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

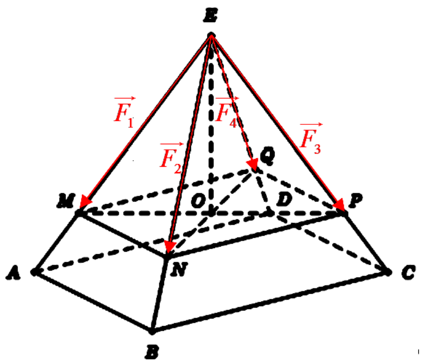
A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **S**	*b)* **Đ**	*c)* **Đ**	*d)* **Đ**

* Lấy các điểm M,N,P,Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho:

$\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{EN}=\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{EP}=\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{EQ}=\overrightarrow{F_4}$.



Do các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\mathrm{N}$ nên $EM=EN=EP=EQ=4700$.

a) Ta có: $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EH}$ (với H là trung điểm của MN). Ta có $\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}=\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EK}$ (với K là trung điểm của PQ), suy ra $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}\neq\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$. (**a: sai**).

b) Ta có $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EP}=2\overrightarrow{EO}$ (với O là trung điểm của MP); ta có

$\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}=\overrightarrow{EN}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EO}$ (với O là trung điểm của MP); suy ra $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$. (**b: đúng**).

c) $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|=|2\overrightarrow{EO}|=2EO$. Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng 60° nên góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng 60° hay $\widehat{SMO}=60^\circ$. Xét ΔEMO có $EM=4700$, $\widehat{SMO}=60^\circ$ suy ra $EO=EM\sin 60^\circ=2350\sqrt{3}$. (**C; đúng**).

d) Từ đây ta tính được $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|=2EO=8141\,\text{N}$. (**d: đúng**).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,5 điểm). *[5 câu Giải tích + 1 câu Hình học]*

Câu 1: [TH] Biết đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính giá trị $y(10)$

Kết quả: | | | | |

Lời giải

1	2	0	8

Đạo hàm $y'=3ax^2+2bx+c$

Giả thiết: $\begin{cases} y'(1)=0\\ y'(2)=0\\ -7=y(1)\\ -8=y(2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0\\ 12a+4b+c=0\\ 7a+3b+c=-1\\ d=-7-a-b-c\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\\ b=-9\\ c=12\\ d=-12\end{cases}$

Vậy hàm số $y=2x^3-9x^2+12x-12$.

Do đó giá trị $y(10)=1208$.

Câu 2: [TH] Biết rằng tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ là hai khoảng $(a;\,b),(b;\,c)$ với $a<b<c$. Tính giá trị của $P=100a+10b+c$.

Kết quả: | | | | |

Lời giải

–	2	1	0

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$; $y'=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$. Giải $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-2\end{array}\right.$. BBT:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘		↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$. Nên $a=-2;\ b=-1;\ c=0$.

Tính giá trị của $P=100a+10b+c=100.(-2)+10.(-1)+0=-210$

Câu 3: [TH] Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. (làm tròn đến hai chữ số thập phân)

Kết quả: | | | | |

Lời giải

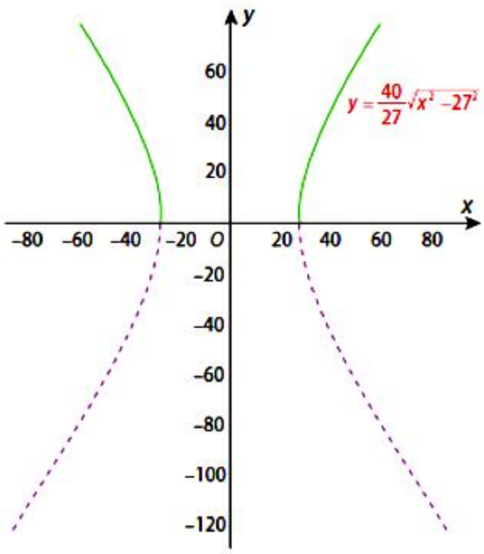
6	,	2	4

Đạo hàm $y'=3-\dfrac{8}{x^3}$; Giải $y'=0\Leftrightarrow \dfrac{8}{x^3}=3\Leftrightarrow x^3=\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$. BBT:

x	0		$\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	$3\sqrt[3]{9}$	$\nearrow$	

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y=y\left(\sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}\right)=3\sqrt[3]{9}\approx 6,24$

Câu 4: [VD] Một ống khói của nhà máy điện hạt nhân có mặt cắt là một hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{27^2}-\dfrac{y^2}{40^2}=1$ (Hình vẽ). Xét hai nhánh bên trên Ox của (H) là đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{40}{27}\sqrt{x^2-27^2}$ (phần nét liền đậm). Biết rằng phương trình hai đường tiệm cận xên của (C) có dạng $y=\pm\dfrac{a}{b}x$ (với a,b nguyên dương). Tính giá trị $Q=a^2+b^2$.



Kết quả: | | | | |

Lời giải

2	3	2	9

Hàm số $y=\dfrac{40}{27}\sqrt{x^2-27^2}$ có TXĐ $D=(-\infty;-27]\cup[27;+\infty)$

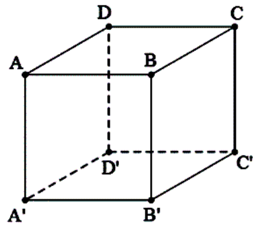
Tìm cận xiên $d: y=Ax+B$

• Tìm $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{40}{27}\sqrt{x^2-27^2}}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{40}{27}|x|}{x}=\pm\dfrac{40}{27}$

• Tìm $b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-Ax\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\frac{40}{27}\sqrt{x^2-27^2}-\left(\pm\frac{40}{27}x\right)\right]\cong\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[\frac{40}{27}|x|-\left(\frac{40}{27}|x|\right)\right]=0$

Vậy TCX $y=\pm\frac{40}{27}x$; Do đó $a=40;\ b=27$; Nên $Q=a^2+b^2=40^2+27^2=2329$

Câu 5: [VDC] Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $\overrightarrow{AN}=-4\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AA'}-2\overrightarrow{AD}\ \left(k\in\mathbb{R}\right)$ và $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}-3\overrightarrow{AD}$. Tìm giá trị k thích hợp để $\overrightarrow{AN}\perp\overrightarrow{AM}$ (số k được làm tròn đến hàng đơn vị).



Kết quả: | | | | |

Lời giải

2	,	0	0

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AB=AA'=AD$

Các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{AD}$ đôi một vuông góc với nhau.

Do đó: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'}=0$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=0$; $\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD}=0$.

Để $\overrightarrow{AN}\perp\overrightarrow{AM}$ thì $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow\left(-4\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AA'}-2\overrightarrow{AD}\right).\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}-3\overrightarrow{AD}\right)=0$

$\Leftrightarrow-8\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'}+12\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}+k\overrightarrow{AA'}.\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}-3\overrightarrow{AD}\right)-2\overrightarrow{AD}.\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}-3\overrightarrow{AD}\right)=0$

$\Leftrightarrow-8\left(\overrightarrow{AB}\right)^2-0+0+2k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AA'}-3k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD}-4\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'}+6\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}=0$

$\Leftrightarrow-8\left(\overrightarrow{AB}\right)^2-0+0+0+k\left(\overrightarrow{AA'}\right)^2-0-0-0+6\left(\overrightarrow{AD}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow-8AB^2+kAA'^2+6AD^2=0$ (mà $AB=AA'=AD$)

$\Leftrightarrow-8AB^2+kAB^2+6AB^2=0\Leftrightarrow\left(-8+k+6\right)AB^2=0\Leftrightarrow-8+k+6=0\Leftrightarrow k-2=0\Leftrightarrow k=2$.

Vậy giá trị k thích hợp để $\overrightarrow{AN}\perp\overrightarrow{AM}$ là $k=2$.

THPT Nguyễn Hữu Cầu
Lớp: 12A...
Họ và tên: ....

ĐỀ 3

KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút

- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).

- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm) *[8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]*

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=-x^2-4,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;2\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 3: [NB] Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t)=1000+30t^2-t^3\quad\left(0\le t\le 30\right)$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 5. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 4: [NB] Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2024x+2025}{x-5}$ là

A. $y=2025$. **B.** $y=2024$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-5$.

Câu 5: [NB] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x+\dfrac{1}{x+2}$ là

A. $y=x$. **B.** $y=-x$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=2x$.

Câu 6: [TH] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x.e^{-2x}$ trên đoạn $\left[0;1\right]$ bằng

A. $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{1}{e^2}$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{1}{2e}$.

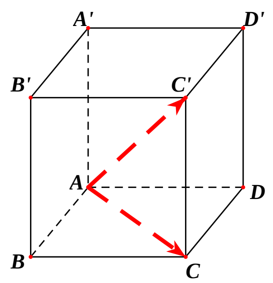
Câu 7: [TH] Gọi A,B lần lượt là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ với trục Ox,Oy. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 8: [VD] Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+2024}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 9: [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC'}$



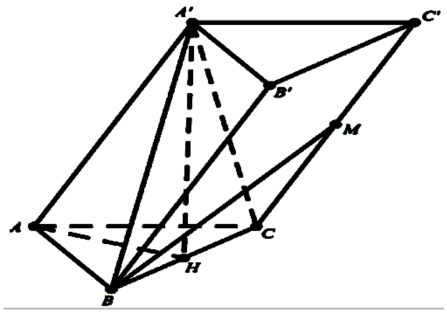
A. $2a^2$.

B. $-2a^2$.

C. $\sqrt{2}.a^2$.

D. 0.

Câu 10: [VD] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). Gọi M là trung điểm cạnh CC'. Tính cosin góc α giữa hai đường thẳng AA' và BM.



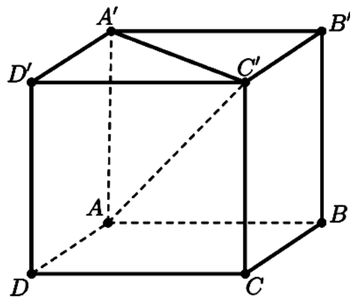
A. $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{22}}{11}$.

B. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{33}}{11}$.

C. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{11}}{11}$.

D. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{22}}{11}$.

Câu 11: [VDC] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó mặt đáy là hình bình hành với $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Biết độ dài các cạnh $AB = 25cm, AD = 12cm$ và $AA' = 12cm$. Tính độ dài của $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right|$.



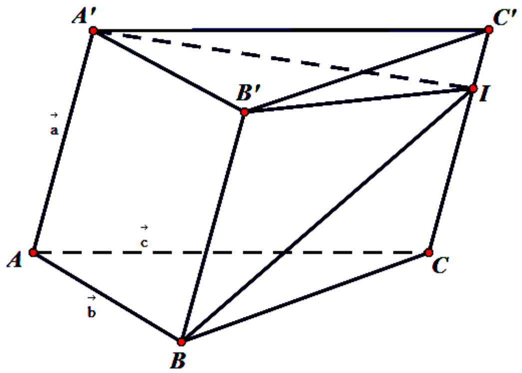
A. $12(cm)$.

B. $\sqrt{469}(cm)$.

C. $\sqrt{613}(cm)$.

D. $25(cm)$.

Câu 12: [VDC] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a},\ \overrightarrow{AB} = \vec{b},\ \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{C'I} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{C'C}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn véc tơ $\overrightarrow{IG}$ qua véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **đúng**?



A. $\overrightarrow{IG} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{IG} = \dfrac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{IG} = \dfrac{1}{4}\left(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{IG} = \dfrac{1}{4}\left(-2\vec{a} + \vec{b} + \dfrac{1}{3}\vec{c}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm). [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x(x-2)^2(x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số có ba điểm cực trị.

b) [NB] $\min\limits_{x\in(-\infty;2)} f(x)=f(0)$.

c) [NB] $\max\limits_{x\in[0;4]} f(x)=f(3)$.

d) [VD] $\max f\left(e^x+e^{-x}\right)=f(3)$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Đồ thị hàm số đã cho không cắt trục Ox.

b) [NB] Đặt $u=\cos x$ thì $0<u<1$.

c) [TH] Khi $y=1$ thì $m=2$.

d) [TH] Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $m>2$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

b) [NB] $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})$.

c) [TH] $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$.

d) [VD] $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,5 điểm). [5 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

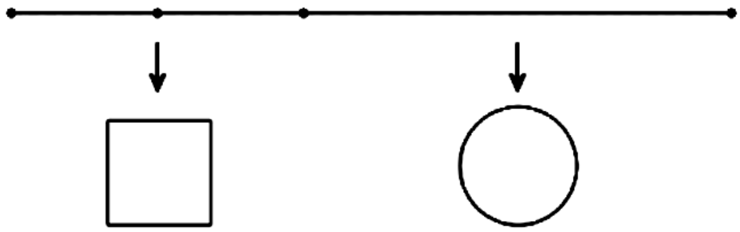
Câu 1: [TH] Gọi *S* là tập các giá trị của tham số *m* để hàm số $y=(x-m)(x^2-2x-m-1)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $|x_1.x_2|=1$. Tính tổng tất cả các phần tử của *S*. (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ - nếu có).

Kết quả: ☐☐☐☐

Câu 2: [TH] Cho hai số không âm a và b có tổng bằng 9 và biểu thức a^2b đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $99a^2-98b^2$.

Kết quả: ☐☐☐☐

Câu 3: [VD] Một sợi dây dài 20 mét được cắt thành hai phần, sau đó uốn các phần đó thành đường tròn và một hình vuông. Hỏi tổng diện tích của hình tròn và hình vuông nhỏ nhất bao nhiêu? (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ -nếu có).

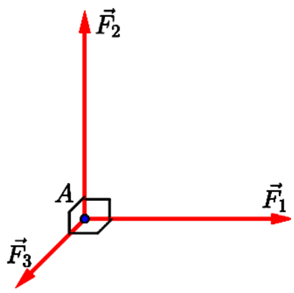


Kết quả: | | | | |

Câu 4: [VDC] Một công ty bất động sản có 30 căn hộ cho thuê. Biết rằng giá tiền thuê không ít hơn 2 triệu đồng mỗi tháng. Nếu cho thuê với mức giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng nếu cứ mỗi lần tăng giá cho mỗi căn hộ lên 200 nghìn đồng mỗi tháng thì có thêm 1 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu triệu đồng để một tháng có tổng số tiền thu được lớn nhất? (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ -nếu có).

Kết quả: | | | | |

Câu 5: [TH] Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ có chung điểm đặt A và có giá vuông góc nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt là $10\,\text{N}$, $8\,\text{N}$ và $5\,\text{N}$. Xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).



Kết quả: | | | | |

THPT Nguyễn Hữu Cầu
Lớp: 12A...
Họ và tên: ....

ĐỀ 3

KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 (2024-2025) Thời gian 75 phút

- GT: Chương I (đến hết bài đường tiệm cận).

- HH: Chương II (Vectơ và các phép toán trong không gian).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn(3 điểm) *[8 câu Giải tích + 4 câu Hình học]*

Câu 1: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: [NB] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Câu 3: [NB] Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3 \quad (0 \le t \le 30)$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 5. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

$f'(t) = -3t^2 + 60t$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 20 \end{array}\right.$.

$f(0) = f(30) = 1000$, $f(20) = 5000$. Vậy $\max\limits_{[0;30]} f(t) = 5000$ tại $t = 20$ (phút).

Câu 4: [NB] Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2024x + 2025}{x - 5}$ là

A. $y = 2025$. **B.** $y = 2024$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -5$.

Lời giải

Chọn B

Xét $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2024x + 2025}{x - 5} = 2024$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2024x + 2025}{x - 5} = 2024$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2024$.

Câu 5: [NB] Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + \dfrac{1}{x + 2}$ là

A. $y = x$. **B.** $y = -x$. **C.** $y = x + 2$. **D.** $y = 2x$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x+2}=0$.

Câu 6: [TH] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x.e^{-2x}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

A. $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\frac{1}{e^2}$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\frac{1}{2e}$.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=e^{-2x}(1-2x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\in(0;1)$.

$f(0)=0$; $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2e}$; $f(1)=\frac{1}{e^2}$. Vậy $\max\limits_{x\in[0;1]} f(x)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2e}$.

Câu 7: [TH] Gọi A,B lần lượt là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2x+2}{x+1}$ với trục Ox,Oy. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Phân tích hàm số $y=\frac{x^2+2x+2}{x+1}=x+1+\frac{1}{x+1}$

$y=x+1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

Giao điểm với trục Ox,Oy là $A(-1;0),B(0;1)$

Vậy diện tích $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}|x_A|.|y_B|=\frac{1}{2}$.

Câu 8: [VD] Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+2024}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

★ Xét khi $x\longrightarrow+\infty$:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2024}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{2024}{x^2}}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{1+\frac{2024}{x^2}}=1$

và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2024}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2024}{\sqrt{x^2+2024}+x}=0$.

Vậy $y=x$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

★ Xét khi $x\longrightarrow-\infty$:

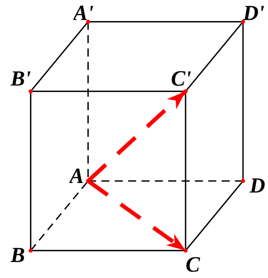
Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2024}}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{2024}{x^2}}}{x}=-\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1+\frac{2024}{x^2}}=-1$

và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2024}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2024}{\sqrt{x^2+2024}-x}=0$.

Vậy $y=-x$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

•Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 9: [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC'}$



A. $2a^2$.

B. $-2a^2$.

C. $\sqrt{2}.a^2$.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

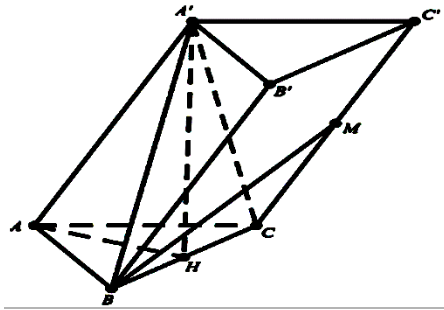
Tính chất véc-tơ đường chéo hình bình hành $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

Tính chất véc-tơ đường chéo hình hộp $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

Do đó tích $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AC'}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right).\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$

$$=\overrightarrow{AB}^2+\underbrace{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}}_{0}+\underbrace{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'}}_{0}+\underbrace{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}_{0}+\overrightarrow{AD}^2+\underbrace{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'}}_{0}=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2=a^2+a^2=2a^2$$

Câu 10: [VD] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). Gọi M là trung điểm cạnh CC'. Tính cosin góc α giữa hai đường thẳng AA' và BM.



A. $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{22}}{11}$.

B. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{33}}{11}$.

C. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{11}}{11}$.

D. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{22}}{11}$.

Lời giải

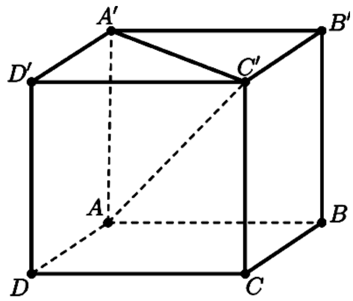
Chọn B

Ta có $AH=A'H=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH\perp BC$, $A'H\perp BC\rightarrow BC\perp AA'$ hay $BC\perp BB'$. Do đó $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

Khi đó $CC'=AA'=\frac{a\sqrt{6}}{2}\rightarrow BM=\frac{a\sqrt{22}}{4}$.

Xét $\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AA'}.\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right)=0+AA'.CM=\frac{3a^2}{4}$. Suy ra $\cos\left(AA',BM\right)=\frac{\sqrt{33}}{11}$.

Câu 11: [VDC] Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó mặt đáy là hình bình hành với $DAB=120°$. Biết độ dài các cạnh $AB=25cm, AD=12cm$ và $AA'=12cm$. Tính độ dài của $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right|$.



A. $12(cm)$.

B. $\sqrt{469}(cm)$.

C. $\sqrt{613}(cm)$.

D. $25(cm)$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$,

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right|=\left|\overrightarrow{AC'}\right|=AC'$

Với $AC'=\sqrt{AC^2+AA'^2}$. Trong đó: $AA'=12(cm)$

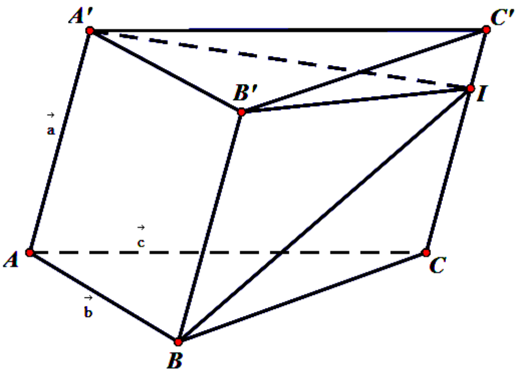
Do tổng hai góc kề của một hình bình hành là $180°$ nên ta có góc $ABC=60°$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC, ta có

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos ABC=25^2+12^2-2.25.12.\cos 60°=469$.

Vậy $AC'=\sqrt{AC^2+AA'^2}=\sqrt{469+144}=\sqrt{613}(cm)$.

Câu 12: [VDC] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{C'I}=\frac{1}{3}\overrightarrow{C'C}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$. Biểu diễn véc tơ $\overrightarrow{IG}$ qua véc tơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **đúng**?



A. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA'}+\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{IC'}\right)$

Ta có • $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\left(\vec{b}-\vec{c}\right)$

• $\overrightarrow{IA'}=\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'A'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}-\overrightarrow{A'C'}=\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{c}$

• $\overrightarrow{IB'}=\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'B'}=\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

• $\overrightarrow{IC'}=\frac{1}{3}\vec{a}$

Vậy $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,5 điểm). [2 câu Giải tích + 1 câu Hình học]

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x(x-2)^2(x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Hàm số có ba điểm cực trị.

b) [NB] $\min\limits_{x\in(-\infty;2)} f(x)=f(0)$.

c) [NB] $\max\limits_{x\in[0;4]} f\left(x\right)=f\left(3\right)$.

d) [VD] $\max f\left(e^{x}+e^{-x}\right)=f\left(3\right)$.

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

Lời giải

a) **S**	*b)* **Đ**	*c)* **Đ**	*d)*

* Giải $f'\left(x\right)=-x\left(x-2\right)^{2}\left(x-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=3\end{array}\right.$. BBT:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

a) Từ BBT suy ra: Hàm số có ba điểm cực trị. (**a: đúng**).

b) Từ BBT suy ra: $\min\limits_{x\in(-\infty;2)} f\left(x\right)=f\left(0\right)$. (**b: đúng**).

c) Từ BBT suy ra: giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;4\right]$ là $f\left(3\right)$. (**c: đúng**).

d) Đặt $t=e^{x}+e^{-x}$; đạo hàm $t'=e^{x}-e^{-x}=\dfrac{\left(e^{x}\right)^{2}-1}{e^{x}}$; giải $t'=0\Leftrightarrow\left(e^{x}\right)^{2}=1\Leftrightarrow e^{x}=1\Leftrightarrow x=0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
t'		$-$	0	$+$	
t	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó $t\geq 2$ (tức là $t\in\left[2;+\infty\right)$)

Hàm số $f\left(e^{x}+e^{-x}\right)$ trở thành $f\left(t\right)$ với $t\in\left[2;+\infty\right)$

Vậy $\max f\left(e^{x}+e^{-x}\right)=\max\limits_{[2;+\infty)} f\left(t\right)=f\left(3\right)$. (**d: đúng**).

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] Đồ thị hàm số đã cho không cắt trục Ox.

b) [NB] Đặt $u=\cos x$ thì $0<u<1$.

c) [TH] Khi $y=1$ thì $m=2$.

d) [TH] Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $m>2$.

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$.

Lời giải

a) **Đ**	*b)* **S**	*c)* **Đ**	*d)* **S**

a) Giao điểm Ox: $\begin{cases}y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos x-2=0\left(vô\ lý\right)\\y=0\end{cases}$. Vậy đồ thị không cắt trục Ox. (**a: đúng**).

b) Ta có $-1\leq\cos x\leq 1$, nên khi đặt $u=\cos x$ thì $-1\leq u\leq 1$. (**b: sai**).

c) Khi $y=1$ $\Leftrightarrow\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}=1\Leftrightarrow\cos x-2=\cos x-m\Leftrightarrow m=2$. (**c: đúng**).

d) Đặt $u=\cos x$, ta có $u'=-\sin x<0\left(khi\ x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\right)$, với $u\in(0;1)$

Hàm số trở thành $y=\frac{u-2}{u-m}$ (với $u\in[-1;1]$); có đạo hàm $y'=\frac{-m+2}{(u-m)^2}$

YCBT: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow y=\frac{u-2}{u-m}$ đồng biến $\forall u\in(0;1)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m\le 0\ hay\ m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ 1\le m<2\end{array}\right.$. **(d: sai)**.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Khẳng định sau đúng hay sai?

a) [NB] $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

b) [NB] $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

c) [TH] $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$.

d) [VD] $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

A. ☐. **B.** ☐. **C.** ☐. **D.** ☐.

Lời giải

a) **Đ**	***b)*** **D0**	***c)*** **Đ**	***d)*** **S**

a) nếu G là trọng tâm tứ diện ABCD→ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. (**s: đúng**).

b) $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{OG}\right)=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DG})=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+$ $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})$ (**b: đúng**).

c) Từ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=-\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{BG}$. (**c: đúng**).

d) $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{AO}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)=\overrightarrow{AO}+\frac{1}{4}\left(4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=$

$\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. (**d: sai**).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,5 điểm). *[5 câu Giải tích + 1 câu Hình học]*

Câu 1: [TH] Gọi *S* là tập các giá trị của tham số *m* để hàm số $y=(x-m)(x^2-2x-m-1)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $|x_1.x_2|=1$. Tính tổng tất cả các phần tử của *S*. (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ - nếu có).

Kết quả: ☐☐☐☐

Lời giải

2	,	0	0

Đạo hàm: $y'=3x^2-2(m+2)x+m-1$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m^2+m+7>0$ (luôn đúng).

Theo định lí Vi-ét ta có: $x_1.x_2=\frac{m-1}{3}$

Giả thiết $|x_1.x_2|=1\Leftrightarrow|m-1|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-2\end{array}\right.$.

Vậy tổng cần tìm bằng $4+(-2)=2$.

Câu 2: [TH] Cho hai số không âm a và b có tổng bằng 9 và biểu thức a^2b đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $99a^2-98b^2$.

Kết quả:

Lời giải

2	6	8	2

Điều kiện $0 \le a \le 9$ và $0 \le b \le 9$.
Vì $a+b=9$ nên $b=9-a$.
Do đó biểu thức: $a^2b=a^2(9-a)=-a^3+9a^2$

Xét hàm $f(a)=-a^3+9a^2$, với $a\in[0;9]$

+Đạo hàm $f'(a)=-3a^2+18a$

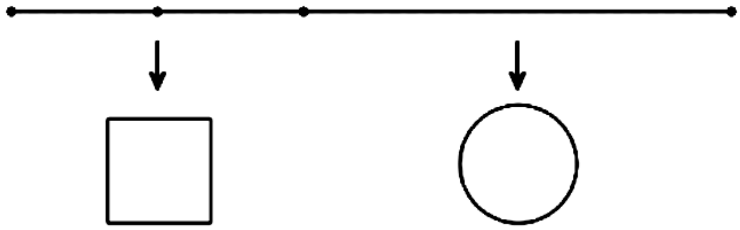
+Giải $f'(a)=0 \Leftrightarrow a=0$ hoặc $a=6$

+Tính giá trị $f(0)=f(9)=0$ và $f(6)=108$.

Vậy $f(a)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 108 khi $a=6$ và $b=3$.

Khi đó tổng $99a^2-98b^2$ $99\times6^2-98\times3^2=2682$.

Câu 3: [VD] Một sợi dây dài 20 mét được cắt thành hai phần, sau đó uốn các phần đó thành đường tròn và một hình vuông. Hỏi tổng diện tích của hình tròn và hình vuông nhỏ nhất bao nhiêu? (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ -nếu có).



Kết quả:

Lời giải

1	4	,	0

Gọi x là chiều dài phần dây bị cắt để tạo thành hình vuông. Ta có $0<x<20$.
Chiều dài phần dây để tạo thành đường tròn là $20-x$. Chu vi đường tròn

$$20-x=2\pi R \Rightarrow R=\frac{20-x}{2\pi}.$$

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là:

$$S(x)=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\pi R^2=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\pi\left(\frac{20-x}{2\pi}\right)^2=\frac{1}{16\pi}\left[(\pi+4)x^2-160x+1600\right].$$

$S'(x)=\frac{1}{16\pi}\left[2(\pi+4)x-160\right]; S'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{80}{\pi+4}$. BBT:

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{80}{\pi+4}$		20
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$31,8$	$\searrow$	$14,0$	$\nearrow$	25

Vậy tổng diện tích của hai hình nhỏ nhất là 14,0.

Câu 4: [VDC] Một công ty bất động sản có 30 căn hộ cho thuê. Biết rằng giá tiền thuê không ít hơn 2 triệu đồng mỗi tháng. Nếu cho thuê với mức giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng nếu cứ mỗi lần tăng giá cho mỗi căn hộ lên 200 nghìn đồng mỗi tháng thì có thêm 1 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu triệu đồng để một tháng có tổng số tiền thu được lớn nhất? (kết quả là số gồm 4 kí tự bao gồm cả dấu phẩy và dấu trừ -nếu có).

Kết quả: | | | | |

Lời giải

4	,	0	0

Ta có 200 nghìn đồng tương ứng với 0,2 triệu đồng.

Gọi x là số lần tăng giá tiền thuê nhà thêm 200 nghìn đồng mỗi tháng. Ta có $x \geq 0$.

Khi đó số phòng trọ có khách thuê là $30 - x$.

Giá tiền phòng sau x lần tăng giá là: $2 + 0,2x$ (triệu đồng).

Số tiền thu được mỗi tháng là: $T(x) = (30 - x)(2 + 0,2x) = -0,2x^2 + 4x + 60$ (triệu đồng).

Đạohàm: $T'(x) = -0,4x + 4$

Giải $T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$

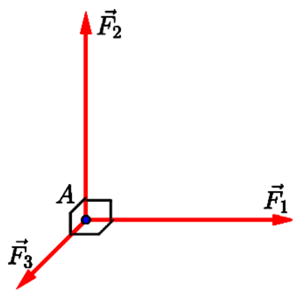
Bảng biến thiên

x	0		10		$+\infty$
$T'(x)$		$+$	0	$-$	
$T(x)$	60	$\nearrow$	80	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy số tiền thu được mỗi tháng lớn nhất khi $x = 10$.

Do đó giá tiền thuê mỗi căn hộ một tháng là $2 + 0,2.10 = 4$ triệu đồng.

Câu 5: [TH] Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ có chung điểm đặt A và có giá vuông góc nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ lần lượt là $10\,\text{N}$, $8\,\text{N}$ và $5\,\text{N}$. Xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).



Kết quả: | | | | |

Lời giải

1	3	,	7

Tổng hợp lực của 3 lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ là lực $\vec{F}$ được dựng theo qui tắc hình hộp chữ nhật.

Vậy cường độ tổng hợp lực là độ dài
đường chéo hình hộp chữ nhật
$\left|\overrightarrow{F}\right| = \sqrt{10^2 + 8^2 + 5^2} = 3\sqrt{21}\,N \approx 13,7$ N.