

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ và tên thí sinh:..... SBD: .....

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $f(x) = (9x^2 - 25)^{-2} + \log_2(2x+1)$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{5}{3} \right\}$ .      B.  $\left( \frac{5}{3}; +\infty \right)$ .      C.  $\left( -\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \left\{ \frac{5}{3} \right\}$       D.  $\left( -\frac{1}{2}; +\infty \right)$ .

**Câu 2:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1-2x}{x+1}$  là

- A.  $x = -1$ .      B.  $y = 2$ .      C.  $y = -2$ .      D.  $y = 1$ .

**Câu 3:** Cho  $\int_2^5 f(x) dx = 10$ . Kết quả  $\int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$  bằng:

- A. 32.      B. 34.      C. 36.      D. 40.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1; -2; 0), B(-5; -3; 1), C(-2; -3; 4)$ . Trong các mặt cầu đi qua ba điểm  $A, B, C$  mặt cầu có diện tích nhỏ nhất có bán kính  $R$  bằng

- A.  $R = \sqrt{6}$ .      B.  $R = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ .      C.  $R = 3$ .      D.  $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 5:** Cho  $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Tính  $f(\pi)$ .

- A.  $f(\pi) = -3$ .      B.  $f(\pi) = -1$ .      C.  $f(\pi) = 1$ .      D.  $f(\pi) = 0$ .

**Câu 6:** Cho khối lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = a, AC = a\sqrt{3}, AA' = 2a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $R = 2a\sqrt{2}$ .      B.  $R = a$ .      C.  $R = a\sqrt{2}$ .      D.  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(0) = 1$ . Hàm số  $y = f(x) + e^{-x}$  nghịch biến trên khoảng nào cho dưới đây?

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(-2; 0)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 8:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$  không có cực đại.

- A.  $1 < m \leq 3$       B.  $m \geq 1$       C.  $1 \leq m \leq 3$       D.  $m \leq 1$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(1) = 1$  và đồng thời  $f^2(x).f'(x) = xe^x$  với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ . Số nghiệm của phương trình  $f(x) + 1 = 0$  là

- A. 3.      B. 2.      C. 0.      D. 1.

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(\sqrt{2} + 1)^{x^2 - x + 2} = (\sqrt{2} - 1)^{x^3 - m}$  có ba nghiệm phân biệt

- A.  $m \in \left( \frac{65}{27}; 3 \right)$ .      B.  $m \in \left( \frac{49}{27}; 3 \right)$ .      C.  $m \in (2; 3)$       D.  $m \in \emptyset$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(4;0;0), B(0;2;0)$ . Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  là

- A.  $I(2;-1;0)$ .      B.  $I\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3};0\right)$ .      C.  $I(-2;1;0)$ .      D.  $I(2;1;0)$ .

**Câu 12:** Phương trình  $\log(x+1)=2$  có nghiệm là

- A. 19.      B. 1023.      C. 101.      D. 99.

**Câu 13:** Tổng giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$  trên đoạn  $[0;3]$  có dạng  $a-b\sqrt{c}$  với  $a$  là số nguyên và  $b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $S=a+b+c$ .

- A. 5.      B. -22.      C. -2.      D. 4.

**Câu 14:** Hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , tâm đường tròn đáy là  $O$ , góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$ . Một mặt phẳng qua  $S$  cắt hình nón  $(N)$  theo thiết diện là tam giác vuông  $SAB$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng 3. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón  $(N)$ .

- A.  $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$ .      B.  $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$ .      C.  $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$       D.  $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 15:** Tìm tập hợp  $S$  tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x - 3$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

- A.  $S = \emptyset$ .      B.  $S = [-1;0]$       C.  $S = \{-1\}$ .      D.  $S = [0;1]$ .

**Câu 16:** Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.  $\int x(x^2+7)^{15} dx = \frac{1}{32}(x^2+7)^{16} + C$ .      B.  $\int x(x^2+7)^{15} dx = \frac{1}{32}(x^2+7)^{16}$ .  
C.  $\int x(x^2+7)^{15} dx = \frac{1}{16}(x^2+7)^{16}$ .      D.  $\int x(x^2+7)^{15} dx = \frac{1}{2}(x^2+7)^{16} + C$ .

**Câu 17:** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc  $12(m/s)$  thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 12(m/s)$  (trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

- A. 60m      B. 100m      C. 16m      D. 32m

**Câu 18:** Biết  $\int_{-1}^{11} f(x) dx = 18$ . Tính  $I = \int_0^2 x[2 + f(3x^2-1)] dx$ .

- A.  $I = 10$ .      B.  $I = 5$ .      C.  $I = 7$ .      D.  $I = 8$

**Câu 19:** Đồ thị của hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 5$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ . Diện tích  $S$  của tam giác  $OAB$  với  $O$  là gốc tọa độ.

- A.  $S = 9$       B.  $S = 6$ .      C.  $S = 10$       D.  $S = 5$

**Câu 20:** Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{-x}$ .      B.  $y = 2019^{1-x}$ .      C.  $y = x^{\sqrt{2}}$ .      D.  $y = \log_2(x^2+1)$

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1;2;0), B(3;-1;0)$ . Điểm  $C(a;b;0)$  ( $b > 0$ ) sao cho tam giác  $ABC$  cân tại  $B$  và diện tích tam giác bằng  $\frac{25}{2}$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a^2 + b^2$ .

- A.  $T = 29$ .      B.  $T = 9$ .      C.  $T = 25$ .      D.  $T = 45$ .

**Câu 22:** Biết phương trình  $\log_3 x - \log_5 x \log_2 x = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ . Tính giá trị biểu thức  $T = \log_2(x_1 x_2)$ .

- A.  $\log_5 2$ .      B.  $\log_5 3$ .      C.  $\log_3 5$ .      D.  $1 + \log_2 5$ .



**Câu 33:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;0;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AC} = (0;6;1)$ .

- A.  $C(1;6;2)$ .                      B.  $C(1;6;0)$ .                      C.  $C(-1;-6;-2)$                       D.  $C(-1;6;-1)$

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều, mặt bên  $SAB$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết  $SA = a\sqrt{2}$ , tính góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 35:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2                      B. 0                      C. 1                      D. 3

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1;4;2), B(3;2;1), C(-2;0;2)$ . Tìm tất cả các điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có đáy  $AD$  và diện tích hình thang  $ABCD$  gấp ba lần diện tích tam giác  $ABC$ .

- A.  $D(9;-6;2)$ .                      B.  $D(-11;0;4)$  và  $D(9;-6;2)$ .  
C.  $D(-11;0;4)$ .                      D.  $D(11;0;-4)$  và  $D(-9;6;-2)$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$  và  $BC = a\sqrt{3}$ . Biết  $SA = SB = SC = 2a$ , tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $V = \frac{a^3}{4}$ .                      B.  $V = a^3$ .  
C.  $V = \frac{a^3}{2}$ .                      D.  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(-1;3;-1), B(4;-2;4)$  và điểm  $M$  thay đổi trong không gian thỏa mãn  $3MA = 2MB$ . Giá trị lớn nhất của  $P = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$  bằng

- A.  $7\sqrt{3}$ .                      B.  $18\sqrt{3}$ .                      C.  $8\sqrt{3}$ .                      D.  $21\sqrt{3}$ .

**Câu 39:** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4.                      B. 6.                      C. 3.                      D. 5.

**Câu 40:** Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

- A. Khối bát diện đều.                      B. Khối mười hai mặt đều.  
C. Khối tứ diện đều.                      D. Khối hai mươi mặt đều.

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Đặt hàm số  $y = g(x) = f(1-x) + 1$ . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .  
B. Hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .  
C. Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .  
D. Hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 1)$ .

**Câu 42:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ .                      B.  $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ .                      C.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ .                      D.  $\frac{4\pi}{9}$ .

**Câu 43:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$  là  $S = [a; b)$ . Tính  $b - a$ .

- A. 12.                      B.  $\frac{21}{2}$ .                      C. 10.                      D. 9.

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều,  $SC = SD = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $V = \frac{a^3}{6}$ .                      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .                      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 45:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có  $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình thang  $ABCD$  quanh đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\frac{7\pi a^3}{4}$                       B.  $\frac{21\pi a^3}{4}$                       C.  $\frac{15\pi a^3}{8}$                       D.  $\frac{7\pi a^3}{8}$

**Câu 46:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích tam giác  $ACD'$  bằng  $a^2\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lập phương.

- A.  $V = 4\sqrt{2}a^3$ .                      B.  $V = 2\sqrt{2}a^3$ .                      C.  $V = 8a^3$ .                      D.  $V = a^3$ .

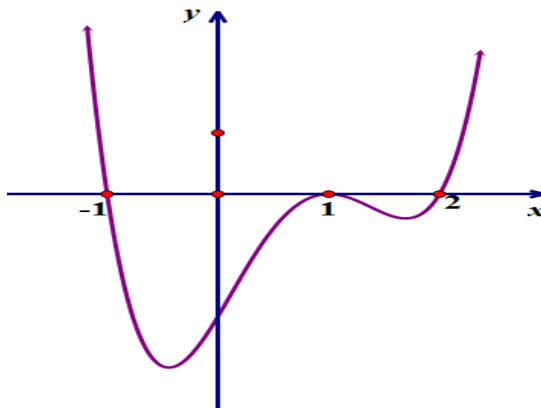
**Câu 47:** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng  $2a$  đồng thời góc tạo bởi  $A'C$  và đáy  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ .

- A.  $V = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$ .                      B.  $V = 24\sqrt{6}a^3$ .                      C.  $V = 8\sqrt{6}a^3$ .                      D.  $V = \frac{8\sqrt{6}}{9}a^3$ .

**Câu 48:** Biết  $\int_0^{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{5+x}{5-x}} dx - \frac{5\pi}{6} = \frac{5(a-\sqrt{b})}{2}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính  $T = a + 2b$ .

- A.  $T = 8$ .                      B.  $T = 6$ .                      C.  $T = 7$ .                      D.  $T = 5$ .

**Câu 49:** Cho  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

- A.  $f(2) + \frac{2}{3}$ .                      B.  $f(-1) + \frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $f(1) - \frac{2}{3}$ .

**Câu 50:** Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2+x-2m} - 2^{x^2-x-m+4} = 2^{3x-m} - 2^{x+4}$  có đúng hai phần tử.

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 4.

----- HẾT -----

## **ĐÁP ÁN ĐỀ THI**

1.C	2.C	3.B	4.A	5.C	6.C	7.B	8.A	9.B	10.D
11.D	12.D	13.D	14.C	15.C	16.A	17.A	18.D	19.D	20.A
21.D	22.C	23.D	24.C	25.C	26.D	27.B	28.A	29.D	30.D
31.B	32.D	33.A	34.B	35.C	36.C	37.A	38.A	39.A	40.B
41.B	42.B	43.D	44.C	45.A	46.B	47.A	48.A	49.D	50.A

### **HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

#### **Câu 1. Chọn C**

Điều kiện xác định của hàm số là  $\begin{cases} 9x^2 - 25 \neq 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm \frac{5}{3} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}$ .

$$\text{Vậy } D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}.$$

#### **Câu 2. Chọn C**

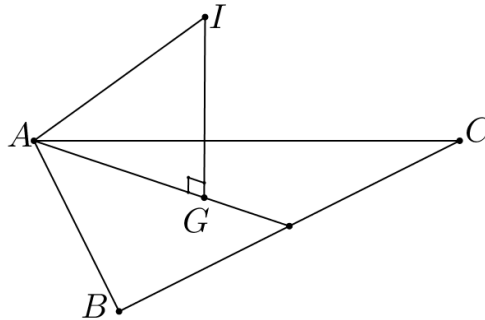
Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{x+1} = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x}{x+1} = -2$ .

Vậy đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $y = -2$  làm tiệm cận ngang.

#### **Câu 3. Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_5^2 [2 - 4f(x)] dx &= -\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx = -2 \int_2^5 dx + 4 \int_2^5 f(x) dx \\ &= -2x \Big|_2^5 + 4 \int_2^5 f(x) dx = -6 + 40 = 34. \end{aligned}$$

#### **Câu 4. Chọn A**



Ta tính được  $\overline{AB} = (-4; -1; 1)$ ,  $\overline{AC} = (-1; -1; 4)$ ,  $\overline{BC} = (3; 0; 3)$  nên  $AB = AC = BC = 3\sqrt{2}$ . Suy ra  $ABC$  là tam giác đều.

Gọi  $I$  là tâm của mặt cầu đi qua 3 điểm  $A, B, C$  và  $G$  là tâm của tam giác đều  $ABC$ . Khi đó  $I$  thuộc đường thẳng vuông góc với  $(ABC)$  tại  $G$  và bán kính của mặt cầu đi qua 3 điểm  $A, B, C$  là độ dài đoạn  $IA$  mà  $IA \geq GA$ .

Mặt cầu đi qua 3 điểm  $A, B, C$  có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi bán kính của nó nhỏ nhất là

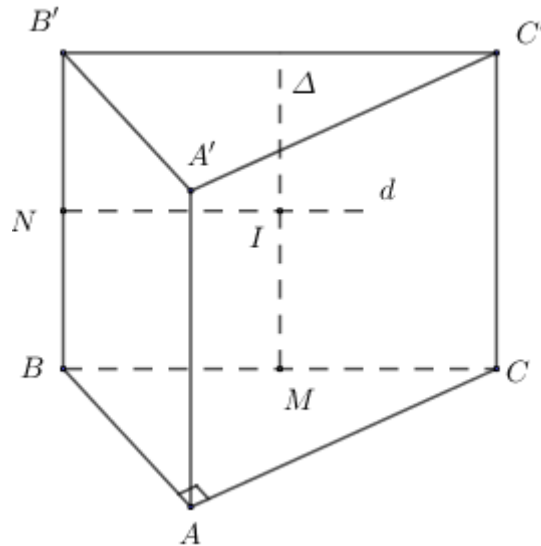
$$R = GA = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{6}.$$

#### **Câu 5. Chọn C**

Vì  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  nên  $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = -2\sin 2x - \cos x$ .

Vậy  $f(\pi) = -2\sin 2\pi - \cos \pi = 1$ .

**Câu 6. Chọn C**



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, BB'$ .

Dựng  $\Delta$  là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Trong mặt phẳng  $(BB'C'C)$  dựng trung trực  $d$  của cạnh  $BB'$ .

Gọi  $I = d \cap \Delta \Rightarrow I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

Bán kính  $R$  mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:  $R = IB = \sqrt{BN^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{AA'^2}{4} + \frac{BC^2}{4}}$ .

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{AA'^2 + AB^2 + AC^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 + a^2 + 3a^2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

**Câu 7. Chọn B**

Ta có:  $y' = f'(x) - e^{-x} = f'(x) - \frac{1}{e^x}$ .

Vì  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(0) = 1$  nên ta có:

$$\text{Với } x > 0 \text{ thì } \begin{cases} f'(x) > 1 \\ \frac{1}{e^x} < 1 \end{cases} \Rightarrow y' = f'(x) - \frac{1}{e^x} > 0.$$

Suy ra  $f(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .

$$\text{Với } x < 0 \text{ thì } \begin{cases} f'(x) < 1 \\ \frac{1}{e^x} > 1 \end{cases} \Rightarrow y' = f'(x) - \frac{1}{e^x} < 0.$$

Suy ra  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$

Vậy hàm số nghịch biến trên  $(-2; 0)$ .

**Câu 8. Chọn A**

Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1:  $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ . Khi đó  $y = 4x^2 + 1 \Rightarrow$  hàm số chỉ có cực tiểu ( $x = 0$ ) mà không có cực đại. Suy ra  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2:  $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ . Khi đó hàm số  $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$  là hàm trùng phương. Do đó, hàm số không có cực đại khi và chỉ khi hàm số này có một điểm cực tiểu  $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ -2(m-3)(m-1) \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 1 < m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 3.$$

Kết hợp những giá trị  $m$  tìm được, ta có  $1 < m \leq 3$ .

**Câu 9. Chọn B**

• Ta có  $f^2(x) \cdot f'(x) = xe^x$  (1).

Lấy nguyên hàm hai vế của (1) ta được:  $\int f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int xe^x dx$   
 $\Leftrightarrow \int f^2(x) d[f(x)] = xe^x - \int e^x dx$   
 $\Leftrightarrow \frac{f^3(x)}{3} = (x-1)e^x + C.$

Từ  $f(1) = 1$  ta suy ra  $C = \frac{1}{3}$ . Vậy  $f(x) = \sqrt[3]{3(x-1)e^x + 1}$ .

• Ta có  $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{3(x-1)e^x + 1} + 1 = 0 \Leftrightarrow 3(x-1)e^x = -2.$

Đặt  $g(x) = 3(x-1)e^x$ . Ta có  $g'(x) = 3xe^x$ ,  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$+$
$g(x)$	$0$		$+\infty$

$\swarrow$   $-3$   $\searrow$

Dựa vào bảng biến thiên của  $g(x)$ , đường thẳng  $y = -2$  cắt đồ thị hàm số  $g(x)$  tại hai điểm phân biệt.

Vậy phương trình  $f(x) + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

**Câu 10. Chọn D**

Ta có

$$(\sqrt{2} + 1)^{x^2 - x + 2} = (\sqrt{2} - 1)^{x^2 - m} \Leftrightarrow (\sqrt{2} + 1)^{x^2 - x + 2} = (\sqrt{2} + 1)^{-x^2 + m} \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = -x^2 + m$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x + 2 - m = 0.$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow 2x^2 - x + 2 - m = 0$  có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m \in \emptyset$ .

**Câu 11. Chọn D**

Ta có:  $A(4; 0; 0) \in Ox$ ,  $B(0; 2; 0) \in Oy$  nên tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$ .

Do đó, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  là trung điểm  $I$  của cạnh  $AB$ .

Vậy  $I = (2; 1; 0)$ .

**Câu 12. Chọn D**

Điều kiện của phương trình  $x > -1$ .

$$\log(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 99.$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 99$ .



**Câu 13. Chọn D**TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Có: } f'(x) = \sqrt{x^2+4} + (x-6) \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Có:  $f(0) = -12$ ,  $f(1) = -5\sqrt{5}$ ,  $f(2) = -8\sqrt{2}$ ,  $f(3) = -3\sqrt{13}$ . Mà hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;3]$  nên  $\max_{[0;3]} f(x) = -3\sqrt{13}$  và  $\min_{[0;3]} f(x) = -12$ .

Do đó:  $a = -12$ ,  $b = 3$ ,  $c = 13 \Rightarrow S = 4$ .**Câu 14. Chọn C**Ta có thiết diện là tam giác vuông cân  $SAB$ . Đặt  $SA = SB = x \Rightarrow AB = x\sqrt{2}$ Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , nên  $AH = HB = SH = \frac{x\sqrt{2}}{2}$  và  $d(SO, AB) = OH = 3$ 

$$\text{Xét tam giác vuông } OHB: \text{ ta có } OB^2 = HB^2 + OH^2 = \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3^2 = \frac{x^2+18}{2}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SHB: \text{ ta có } SO^2 = SH^2 - OH^2 = \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3^2 = \frac{x^2-18}{2}$$

$$\text{Mà } R = OB = SO \cdot \tan 60^\circ \Rightarrow OB = SO \cdot \sqrt{3} \Rightarrow OB^2 = 3 \cdot SO^2 \Rightarrow \frac{x^2+18}{2} = 3 \cdot \frac{x^2-18}{2} \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow R = OB = \sqrt{\frac{x^2+18}{2}} = \sqrt{\frac{6^2+18}{2}} = 3\sqrt{3}; \quad l = SB = \frac{OB}{\sin 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6$$

$$\text{Vậy: } S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}\pi$$

**Câu 15. Chọn C**

$$\bullet \quad y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m = [x - (m+1)]^2 - 1 = (x-m)(x-m-2).$$

$$\bullet \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases}.$$

• Hàm số  $y$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$  khi và chỉ khi:  $y' \leq 0, \forall x \in (-1;1)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

**Câu 16. Chọn A**Đặt  $t = x^2 + 7 \Rightarrow dt = 2x dx$ .

$$\text{Khi đó: } \int x(x^2+7)^{15} dx = \frac{1}{2} \int t^{15} dt = \frac{1}{32} t^{16} + C = \frac{1}{32} (x^2+7)^{16} + C$$

**Câu 17. Chọn A**Khi ô tô dừng hẳn ta có  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6$ .

Vậy quãng đường ô tô đi được trong 6 giây cuối (từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn) là:

$$\int_0^6 (-2t+12) dt = (-t^2+12t) \Big|_0^6 = 36m.$$

Vì ô tô đang chuyển động đều với vận tốc  $12(m/s)$  thì người lái đạp phanh, nên quãng đường ô tô đi được trong 2 giây cuối trước khi đạp phanh là:  $2.12 = 24(m)$ .

Do đó trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường là:  $36 + 24 = 60(m)$ .

**Câu 18. Chọn D**

Ta có:  $I = \int_0^2 x [2 + f(3x^2 - 1)] dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 xf(3x^2 - 1) dx = 4 + A.$

Với  $A = \int_0^2 xf(3x^2 - 1) dx$ . Đặt:  $t = 3x^2 - 1 \Rightarrow dt = 6x dx$ . Lúc này:  $A = \frac{1}{6} \int_{-1}^{11} f(t) dt = \frac{1}{6} \cdot 18 = 3.$

Vậy:  $I = 4 + 3 = 7.$

**Câu 19. Chọn D**

Ta có:  $y' = -3x^2 + 6x.$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y = 9 \end{cases}.$$

Khi đó,  $A(0; 5); B(2; 9).$

$\Delta OAB$  có đỉnh  $A, O$  nằm trên trục  $Oy$  nên diện tích tam giác  $OAB$  là

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot d(B, Oy) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$$

**Câu 20. Chọn A**

Xét hàm số  $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{-x}$ ,  $y' = -\left(\frac{1}{\pi}\right)^{-x} \ln \frac{1}{\pi} > 0, \forall x \in R \Rightarrow$  hàm số đồng biến trên  $R.$

Xét hàm số  $y = 2019^{1-x}$ ,  $y' = -(2019)^{1-x} \ln 2019 < 0, \forall x \in R \Rightarrow$  hàm số nghịch biến trên  $R.$

Xét hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  có tập xác định  $D = (0; +\infty) \Rightarrow$  hàm số không thể đồng biến trên  $R.$

Xét hàm số  $y = \log_2(x^2 + 1)$ ,  $y' = 2x \frac{2}{(1+x^2) \ln 2} \Rightarrow$  hàm số đổi dấu trên  $R.$

Vậy chọn A.

**Câu 21. Chọn D**

Ta có:  $\overline{AB} = (4; -3; 0); \overline{BC} = (a+1; b-2; 0); [\overline{AB}; \overline{AC}] = (0; 0; 4b+3a-5).$

Vì  $\Delta ABC$  cân tại  $B \Leftrightarrow AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b+1)^2 = 25(1).$

Mặt khác:  $S_{\Delta ABC} = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\overline{AB}; \overline{AC}] = \frac{25}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} |3a+4b-5| = \frac{25}{2} \Leftrightarrow |3a+4b-5| = 25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+4b-5 = 25 \\ 3a+4b-5 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+4b = 30 \\ 3a+4b = -20 \end{cases}.$$

TH1:  $3a+4b = 30 \Leftrightarrow a = \frac{30-4b}{3}$ . Thay vào (1) ta được  $\left(\frac{30-4b}{3} - 3\right)^2 + (b+1)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow (21-4b)^2 + 9(b+1)^2 = 225$$

$$\Leftrightarrow 25b^2 - 150b + 295 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 6b + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 3 \Rightarrow a = 6$$

$$\text{Vậy } T = 3^2 + 6^2 = 45.$$

$$\text{TH2: } 3a + 4b = -20 \Leftrightarrow a = \frac{-20-4b}{3}$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } \left( \frac{-20-4b}{3} - 3 \right)^2 + (b+1)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (29+4b)^2 + 9(b+1)^2 = 225$$

$$\Leftrightarrow 25b^2 + 241b + 625 = 0 \text{ ( vô nghiệm )}.$$

$$\text{Vậy } T = 45.$$

### Câu 22. Chọn C

Điều kiện :  $x > 0$ .

$$\text{Ta có: } \log_3 x - \log_5 x \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 2 \log_2 x - \log_5 x \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x (\log_3 2 - \log_5 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3 2 - \log_5 x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5^{\log_3 2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } T = \log_2 (5^{\log_3 2}) = \log_3 2 \log_2 5 = \log_3 5.$$

### Câu 23. Chọn D

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9 = 3^2.$$

Vậy đường kính mặt cầu ( $S$ ) là  $d = 2R = 2 \cdot 3 = 6$ .

### Câu 24. Chọn C

Vì đồ thị có phần đuôi hướng xuống nên  $a < 0$ .

Đồ thị cắt trục tung tại điểm  $(0; d)$  nằm phía trên  $Ox$  nên  $d > 0$ .

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  với  $0 < x_1 < x_2$  và  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases}$$

Từ đó suy ra  $b > 0, c < 0$ .

### Câu 25. Chọn C

+ Đặt  $u = 2^{x^2-x}; u > 0, v = 2^{x^2-x-2}; v > 0$ .

$$+ \text{ Phương trình đưa về: } u - v = uv - 1 \Leftrightarrow (u+1)(v-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -1(L) \\ v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2^{x^2-x-2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

+ Vậy:  $S = \{-1; 2\}$ , Chọn C.

**Câu 26. Chọn D**

+ Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

$$+ \text{Đồ thị hàm số đạt cực trị tại A, B ta có hệ } \begin{cases} a+b+c+d = -7 \\ 8a+4b+2c+d = -8 \\ 3a+2b+c = 0 \\ 12a+4b+c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \\ d = -12 \end{cases}$$

+ Vậy  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 12 \Rightarrow y(-1) = -35$ .

**Câu 27. Chọn B**

Ta có  $\int_1^e \ln x dx = F(e) - F(1)$ .

$$\text{Xét } I = \int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx = (x \ln x - x) \Big|_1^e = e \ln e - e - (1 \ln 1 - 1) = 1.$$

Khi đó:  $1 = F(e) - F(1) \Leftrightarrow F(e) = 4$ .

Vậy  $T = 2^4 + \log_4 3 \cdot \log_3 4 = 17$ .

**Câu 28. Chọn A**

$$\text{Phương trình } 36^{2x-m} = \sqrt{6^x} \Leftrightarrow 6^{4x-2m} = 6^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 4x - 2m = \frac{x}{2} \Leftrightarrow m = \frac{7x}{4}.$$

Với  $x < 4 \Rightarrow m = \frac{7x}{4} < 7$ , mặt khác  $m \in \mathbb{N}^*$  nên  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

**Câu 29. Chọn D**

$$\text{Ta có: } \int (3x^2 + 2x + 5) dx = x^3 + x^2 + 5x + C.$$

**Câu 30. Chọn D**

Số nghiệm của phương trình  $f(x) - 2 = 0$  bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = 2$ . Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy được số giao điểm là 4.

**Câu 31. Chọn B**

- Ta có  $(x^4 + 1)3^{x^4 - (x+m)^2} = x^2 + 2mx + m^2 + 1 \Leftrightarrow (x^4 + 1) \frac{3^{x^4+1}}{3^{(x+m)^2+1}} = (x+m)^2 + 1$ .  
$$\Leftrightarrow (x^4 + 1)3^{x^4+1} = [(x+m)^2 + 1]3^{(x+m)^2+1}.$$

- Xét hàm số  $f(t) = t \cdot 3^t$ ,  $t \in (0; +\infty)$ . Ta có  $f'(t) = 3^t + t \cdot 3^t \cdot \ln 3 > 0$ ,  $\forall t \in (0; +\infty)$ ,

$$\text{Suy ra } x^4 + 1 = (x+m)^2 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x+m & (1) \\ x^2 = -x-m & (2) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hai phương trình (1) và (2) đều có hai nghiệm phân biệt và không có nghiệm chung.

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi } \Delta_1 = 1 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khi } \Delta_2 = 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}.$$

Giả sử  $x_0$  là nghiệm chung của phương trình (1) và phương trình (2), khi đó

$$x_0^2 - x_0 = m = -x_0^2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 0. \text{ Suy ra } m = 0 \text{ thì phương trình (1) và (2) có nghiệm chung.}$$

Vậy giá trị  $m$  cần tìm là  $m \in \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right) \setminus \{0\}$ .

**Câu 32. Chọn D**

$$\text{Ta có: } \int_1^e \frac{1 - \ln x}{(x + \ln x)^2} dx = \int_1^e \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2}}{\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)^2} dx = \int_1^e \frac{d\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)}{\left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)^2} = -\frac{1}{1 + \frac{\ln x}{x}} \Big|_1^e = \frac{1}{e+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}. \text{ Khi đó: } T = 2a + b^2 = 3.$$

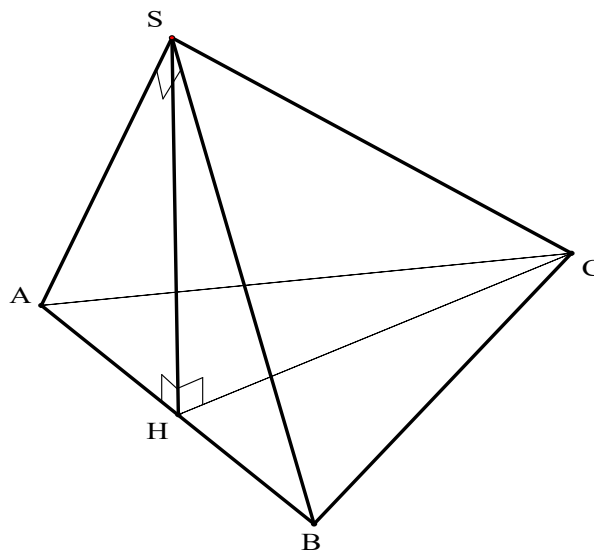
**Câu 33. Chọn A**

Gọi điểm  $C(x_C; y_C; z_C)$ , ta có:  $\overline{AC} = (x_C - 1; y_C; z_C - 1)$ .

$$\text{Khi đó, } \overline{AC} = (0; 6; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 1 = 0 \\ y_C = 6 \\ z_C - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 1 \\ y_C = 6 \\ z_C = 2 \end{cases}.$$

Vậy, tọa độ điểm  $C(1; 6; 2)$ .

**Câu 34. Chọn B**



Gọi H là trung điểm AB khi đó SH và CH vuông góc với AB.

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = \sqrt{4a^2} = 2a; SH = \frac{1}{2} AB = a; CH = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$(SAB) \perp (ABC); CH \perp AB; (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = \hat{CSH}.$$

Xét tam giác CSH vuông tại H:

$$\tan S = \frac{CH}{SH} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

Vậy góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 35. Chọn D**

Tập xác định của hàm số:  $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$ .

$$\text{Ta có, } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = 0 \text{ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang } y = 0.$$

Để có,  $\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = \frac{1}{4}$  nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận.

**Câu 36. Chọn C**

+ Vì  $ABCD$  là hình thang cạnh đáy  $AD$  nên ta có  $AD // BC$ . Gọi  $h$  là khoảng cách giữa hai đáy, ta có:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}h.BC \text{ và } S_{ABCD} = \frac{1}{2}h.(BC + AD) = \frac{1}{2}h.BC + \frac{1}{2}h.AD$$

Theo giả thiết ta có:  $S_{ABCD} = 3S_{\Delta ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}h.BC + \frac{1}{2}h.AD = \frac{3}{2}h.BC \Leftrightarrow AD = 2BC$

+  $\vec{BC} = (-5; -2; 1), BC = \sqrt{25 + 4 + 1} = \sqrt{30}$ .

Đường thẳng  $AD$  đi qua  $A$  và nhận  $\vec{BC} = (-5; -2; 1)$  làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

$$\begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = 4 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Tọa độ điểm } D \text{ có dạng } D(-1 - 5t; 4 - 2t; 2 + t)$$

+  $\vec{AD} = (-5t; -2t; t); AD = \sqrt{25t^2 + 4t^2 + t^2} = |t|\sqrt{30}$

$$AD = 2BC \Leftrightarrow |t|\sqrt{30} = 2\sqrt{30} \Leftrightarrow |t| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases}$$

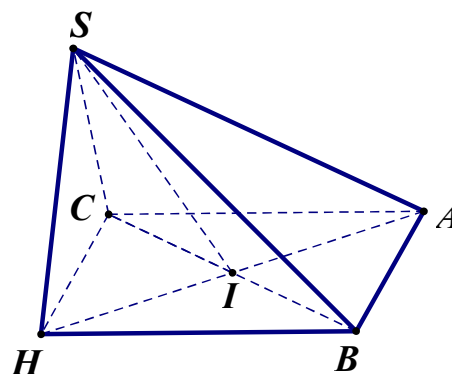
Với  $t = 2 \Rightarrow D(-11; 0; 4)$ , véc tơ  $\vec{AD}$  và  $\vec{BC}$  cùng hướng nên thỏa mãn  $ABCD$  là hình thang.

Với  $t = -2 \Rightarrow D(9; 8; 0)$ , véc tơ  $\vec{AD}$  và  $\vec{BC}$  ngược hướng nên không thỏa mãn  $ABCD$  là hình thang.

Vậy có một điểm  $D(-11; 0; 4)$  thỏa mãn đề bài.

**Nhận xét:** Ta cũng có thể suy ra  $\vec{AD} = 2\vec{BC} \Rightarrow t = 2 \Rightarrow D(-11, 0, 4)$  cho nhanh hơn.

**Câu 37. Chọn A**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Vì tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  nên  $AI \perp BC$  và  $CAI = BAI = 60^\circ$

Vì  $BC = a\sqrt{3}$  và  $BAI = 60^\circ \Rightarrow AI = \frac{a}{2}, AB = AC = a$ .

Gọi  $H$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $I \Rightarrow AH = a \Rightarrow HB = HC = a \Rightarrow H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Mà  $SA = SB = SC \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp HA$ .

Trong tam giác  $SHA, SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a\sqrt{3}$ .

Do đó,  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 38. Chọn A**

• Ta có  $3MA = 2MB \Leftrightarrow 9MA^2 = 4MB^2$

$$\Leftrightarrow 9[(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2] = 4[(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2]$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 50x - 70y + 50z - 45 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 14y + 10z - 9 = 0.$$

Vậy điểm  $M$  luôn thuộc mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(-5; 7; -5)$  và bán kính  $R = 6\sqrt{3}$

• Gọi  $K(x; y; z)$  là điểm thỏa mãn  $2\overline{KA} - \overline{KB} = \vec{0}$ . Ta có 
$$\begin{cases} 2(-1-x) - (4-x) = 0 \\ 2(3-y) - (-2-y) = 0 \\ 2(-1-z) - (4-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 8 \\ z = -6 \end{cases}.$$

Suy ra  $K(-6; 8; -6)$ .

Ta có  $P = |2\overline{MA} - \overline{MB}| = |2(\overline{MK} + \overline{KA}) - (\overline{MK} + \overline{KB})| = |\overline{MK} + (2\overline{KA} - \overline{KB})| = |\overline{MK}| = MK$ .

Do đó  $P$  đạt giá trị lớn nhất khi độ dài đoạn  $MK$  đạt giá trị lớn nhất.

Vì  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  nên  $MK$  đạt giá trị lớn nhất khi  $MK = MI + IK = R + IK = 7\sqrt{3}$ .

**Câu 39. Chọn A**

+ Có 3 mặt phẳng tạo bởi 1 cạnh bên và trung điểm của hai cạnh đối diện.

+ 1 mặt phẳng tạo bởi trung điểm của 3 cạnh bên.

**Câu 40. Chọn B**

**Câu 41. Chọn B**

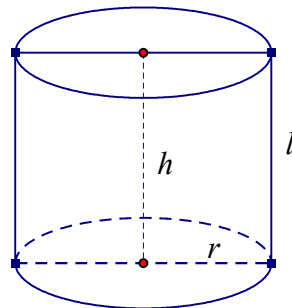
Ta có  $g'(x) = -f'(1-x)$  nên  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=0 \\ 1-x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}.$

Do đó ta có bảng xét dấu của  $g'(x)$  là

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$+\infty$
$1-x$		$3$	$0$	
$f'(1-x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$g'(x)$	$-$	$0$	$+$	$-$

Vậy hàm số  $y = g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Câu 42. Chọn B**



Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên  $h = l = 2r$ .

Ta có diện tích toàn phần của hình trụ là:

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 + 2\pi r^2 = 6\pi r^2.$$

$$\text{Do đó } 6\pi r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Thể tích của khối trụ là:

$$V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}.$$

**Câu 43. Chọn D**

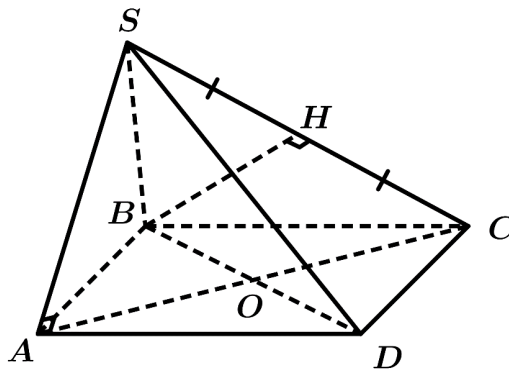
Điều kiện:  $x^2 - 3x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \end{cases} (*)$

$BPT \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x - 10} < x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x - 10 < (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 14 \end{cases}$

Đổi chiều với điều kiện (\*) ta được:  $5 \leq x < 14$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = [5; 14)$ . Do đó  $a = 5, b = 14$ . Suy ra  $b - a = 9$ .

**Câu 44. Chọn C**



+ Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$  suy ra  $O$  là trung điểm  $BD$ . Ta có

$$d(B, (SAC)) = d(D, (SAC)) = h \quad \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{3} S_{\Delta SAC} \cdot h.$$

+ Vì  $BA = BC = BS = a$  suy ra hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $mp(SAC)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $SAC$ . Ta có  $SA^2 + AC^2 = SC^2 = 3a^2$  suy ra tam giác  $SAC$  tại  $A$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $SC$

$$\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{B.SAC} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{\Delta SAC}.$$

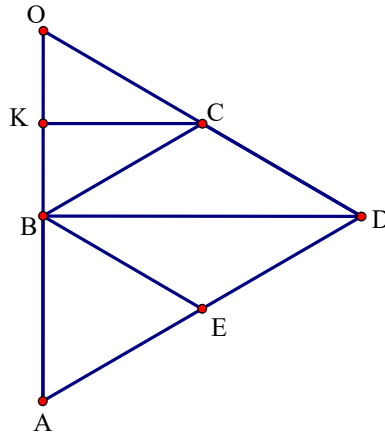
$$+ \text{Ta có } S_{\Delta SAC} = \frac{1}{2} SA \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}; \quad BH = \sqrt{SB^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{B.SAC} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{\Delta SAC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

$$+ \text{Ta có } V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ACD} = 2V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

**Câu 45. Chọn A**





Gọi  $O$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ . Khi đó tam giác  $OAD$  là tam giác đều.

Gọi  $K$  là trung điểm của  $OB$ .

Gọi  $E$  là trung điểm của  $AD$  khi đó tứ giác  $BCDE$  là hình thoi nên  $BE = \frac{1}{2}AD$  suy ra tam giác  $ABD$

vuông tại  $B$ .

Gọi  $V_1$  là thể tích khối nón được tạo ra khi quay tam giác  $OAD$  quanh đường thẳng  $OA$ .

Chiều cao của khối nón là  $OB \Rightarrow OB = h = a$ .

Bán kính  $R = BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$ .

Khi đó thể tích khối nón được tạo ra bởi tam giác  $OBD$  là:  $V_{OBD} = \frac{1}{3}\pi a \cdot (a\sqrt{3})^2 = \pi a^3$

$\Rightarrow V_1 = 2\pi a^3$ .

Gọi  $V_2$  là thể tích khối nón được tạo ra khi quay tam giác  $OBC$  quanh đường thẳng  $OB$ .

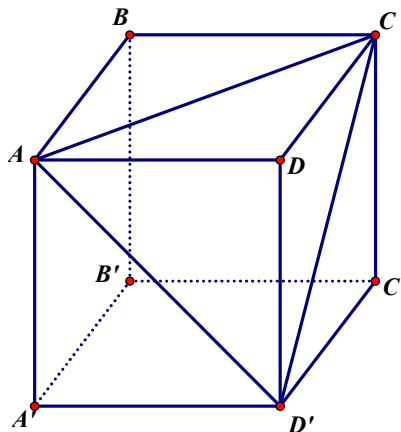
Thể tích khối nón được tạo ra bởi tam giác  $OKC$  là  $V_{OKC} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}$

$\Rightarrow V_2 = 2V_{\Delta OKC} = \frac{\pi a^3}{4}$ .

Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình thang  $ABCD$  quanh  $AB$ :

$\Rightarrow V = V_1 - V_2 = 2\pi a^3 - \frac{\pi a^3}{4} = \frac{7\pi a^3}{4}$ .

**Câu 46. Chọn B**



Ta có:  $AC = CD' = D'A$  vì chúng là đường chéo các mặt của hình lập phương, suy ra  $ACD'$  là tam giác đều.

Gọi hình lập phương có cạnh bằng  $x$ .

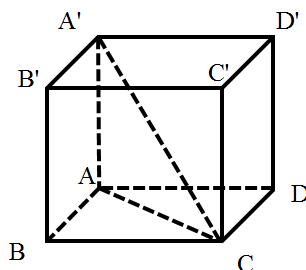
Xét tam giác vuông  $ABC$ , có  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$ .

Diện tích của tam giác đều  $ACD'$ :  $S = \frac{1}{2} AC \cdot AD' \cdot \sin \widehat{CAD}' = \frac{1}{2} x\sqrt{2} \cdot x\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$ .

Theo đề ra ta có:  $\frac{x^2\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$ .

Vậy thể tích khối lập phương:  $V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3$ .

**Câu 47. Chọn A**



$$S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2.$$

Góc giữa  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng góc  $A'CA$ .

$$AA' = AC \cdot \tan 30^\circ = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot 4a^2 = \frac{8\sqrt{6}a^3}{3}.$$

**Câu 48. Chọn A**

Đặt  $x = 5 \cos 2t \Rightarrow dx = -10 \sin 2t$ .

Đổi cận  $x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$ ;  $x = \frac{5}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ .

$$\text{Do đó } \int_0^{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{5+x}{5-x}} dx = -10 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{\frac{5(1+\cos 2t)}{5(1-\cos 2t)}} \sin 2t dt = 10 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos t}{\sin t} 2 \sin t \cos t dt$$

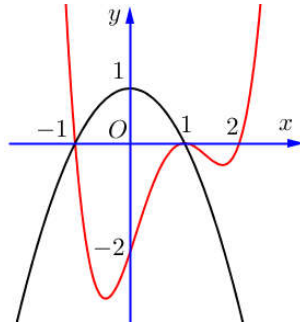
$$= 10 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 10 \left( t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = 10 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$= 10 \left( \frac{\pi}{12} - \frac{2-\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{5(2-\sqrt{3})}{2}.$$

Suy ra  $a = 2$ ,  $b = 3$ . Vậy  $T = 2 + 2 \cdot 3 = 8$ .

**Câu 49. Chọn D**

Ta có  $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x \Rightarrow g'(x) = f'(x) + x^2 - 1$



$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Bảng biến thiên

$x$	-1		1		2
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	$g(-1)$		$g(1)$		$g(2)$

Từ BBT ta thấy  $\min_{[-1;2]} g(x) = g(1) = f(1) - \frac{2}{3}$ .

### Câu 50. Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Từ phương trình } 2^{x^2+x-2m} - 2^{x^2-x-m+4} &= 2^{3x-m} - 2^{x+4} \Leftrightarrow 2^{x^2+x-2m} - 2^{3x-m} = 2^{x^2-x-m+4} - 2^{x+4} \\ &\Leftrightarrow 2^{3x-m} (2^{x^2-2x-m} - 1) = 2^{x+4} (2^{x^2-2x-m} - 1) \Leftrightarrow (2^{x^2-2x-m} - 1)(2^{3x-m} - 2^{x+4}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-2x-m} = 1 \\ 2^{3x-m} = 2^{x+4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - m = 0 \\ 3x - m = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - m = 0 \\ x = \frac{m+4}{2} \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Để phương trình có tập nghiệm đúng hai phần tử thì điều kiện cần là  $f(x) = x^2 - 2x - m = 0$

Có nghiệm kép hoặc nghiệm bằng  $\frac{m+4}{2}$

$$\begin{aligned} \text{Hay } \begin{cases} \Delta' = 0 \\ f\left(\frac{m+4}{2}\right) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 1+m=0 \\ \left(\frac{m+4}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{m+4}{2} - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m^2 + 8m + 16 - 4(m+4) - 4m = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

+) Với  $m = -1$  thay vào (\*) ta được  $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$ . Suy ra  $m = -1$  thỏa mãn.

+) Với  $m = 0$  thay vào (\*) ta được  $\begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ . Suy ra  $m = 0$  thỏa mãn.

Vậy  $m \in \{0, -1\}$ .

----- HẾT -----