

Mã đề: 357

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 2. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - 1$ là:

- A. $-\frac{5}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -1 . D. 1 .

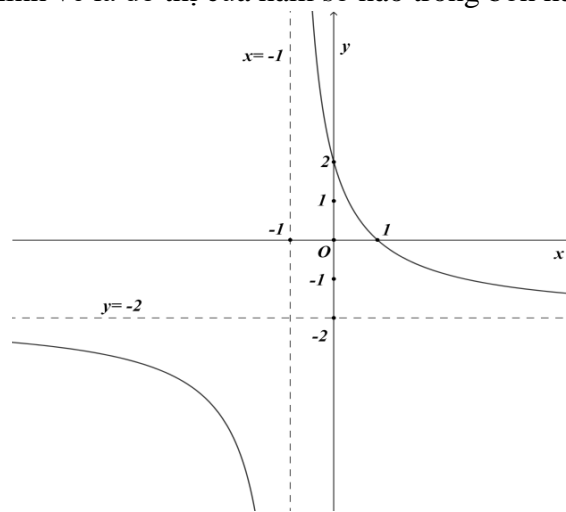
Câu 3. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 4. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ nằm bên phải trục tung là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau:



- A. $y = \frac{-2x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$. C. $y = \frac{2x-2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 6. Thể tích của khối lăng trụ có khoảng cách giữa một đường thẳng bất kỳ của đáy này tới một đường thẳng bất kỳ của đáy kia bằng h và diện tích của đáy bằng B là:

- A. $V = \frac{1}{6}Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 7. Một vật chuyển động theo quy luật $S = 10t^2 - \frac{1}{3}t^3$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong

khoảng thời gian 15 giây, kể từ khi vật bắt đầu chuyển động vận tốc $v(m/s)$ của vật đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t(s)$ bằng:

- A. 8 (s). B. 20 (s). C. 10 (s). D. 15 (s).

Câu 8: Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích khối tứ diện $O.ABC$ được tính theo công thức nào sau đây

- A. $V = \frac{1}{6}abc$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = \frac{1}{2}abc$. D. $V = 3abc$.

Câu 9. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh lần lượt là $2a, 3a$ và $4a$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- A. $V = 20a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 18a^3$.

Câu 10. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$ là:

- A. -1 . B. 18 . C. -18 . D. 7 .

Câu 11. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ là:

- A. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

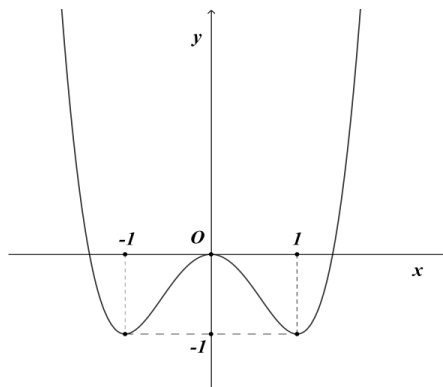
Câu 12. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị?

- A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $m \neq 0$. D. $m > 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{-2+x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
 C. Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(-2; +\infty)$.
 D. Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên bao nhiêu khoảng?



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; $AB = 2a$; $AD = CD = a$. Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt cạnh SA , SB lần lượt tại M và N . Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.CDMN} = \frac{14}{27} V_{S.ABCD}$.

B. $V_{S.CDMN} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}$.

C. $V_{S.CDMN} = \frac{10}{27} V_{S.ABCD}$.

D. $V_{S.CDMN} = \frac{V_{S.ABCD}}{2}$.

Câu 16. Gọi m_1, m_2 là các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} (y-2)x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = m^2 \end{cases}$ có đúng 4 nghiệm nguyên. Khi đó $m_1^2 + m_2^2$ bằng:

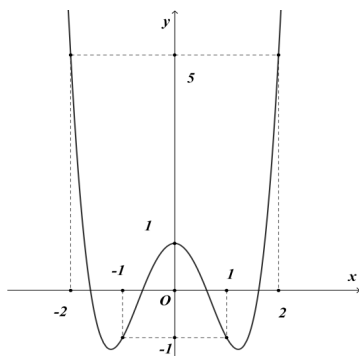
A. 10.

B. 9.

C. 20.

D. 4.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:



A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. Không xác định.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| | | | | | | | | |
|------|-----------|-------|-------|-------|-----------|---|---|---|
| x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | x_3 | $+\infty$ | | | |
| y' | | - | 0 | + | | - | 0 | + |

Khi đó số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

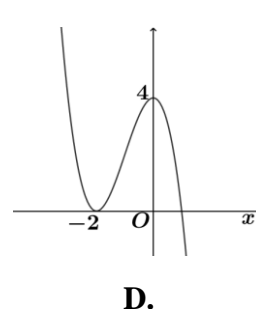
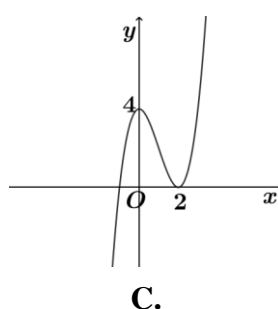
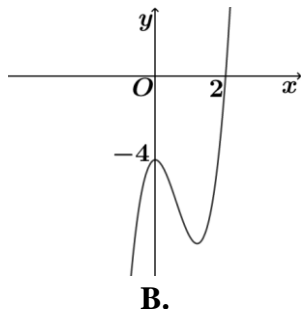
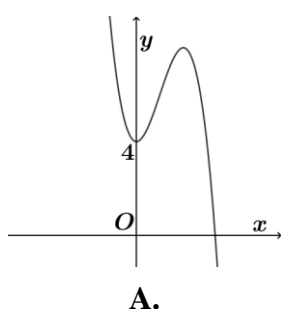
A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 19. Hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$?



Câu 20. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$?

- A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. B. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$. C. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. D. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+4)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 1$ (m là tham số). Tìm m để làm số đạt cực đại tại $x_0 = 2$?

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Câu 22. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$. D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Câu 23. Đồ thị hàm số nào có 3 điểm cực trị?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 3$.
C. $y = |x^2 - 1| - 4$. D. $y = |x - 1|^3$.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là:

- A. $3V$. B. $6V$. C. $9V$. D. $12V$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a$, $BC = 2a$ cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $a^3\sqrt{2}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

| | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|-----------|-----|---|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ | | | | | |
| $f'(x)$ | | + | 0 | - | | - | 0 | + | | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ ↘ | | -4 | | $+\infty$ | ↘ ↗ | | 4 | $+\infty$ |

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 4$.
B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.
C. Hàm số có $y_{CD} = 4$.
D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3cm. Cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích (cm^3) của khối chóp đó là:

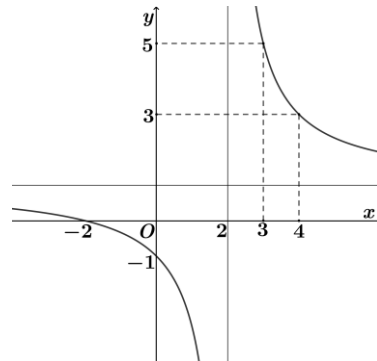
A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 28. Hãy xác định a, b để hàm số $y = \frac{2-ax}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ?



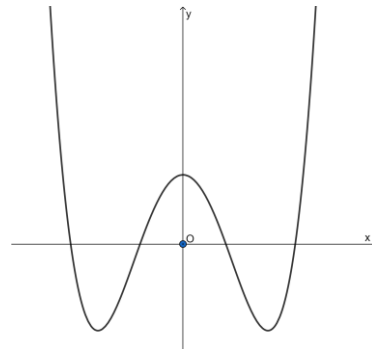
A. $a = 1; b = -2$.

B. $a = b = 2$.

C. $a = -1; b = -2$.

D. $a = b = -2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



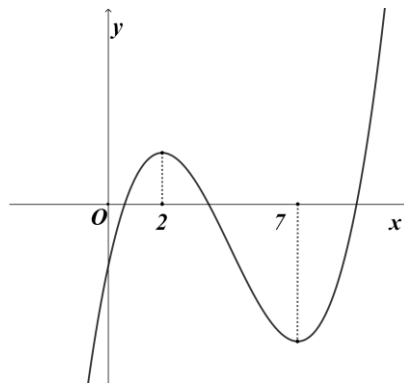
A. $a > 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy cạnh bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ΔABC vuông tại B ; $AB = a$, $\angle BAC = 60^\circ$; $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là:

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$. C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên D và có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên D . Khi đó bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $\text{Max}_D f(x) \geq m$. B. $\text{Max}_D f(x) < m$.
 C. $\frac{1}{2}[\text{Max}_D f(x) - \text{Min}_D f(x)] \geq m$. D. $\text{Min}_D f(x) \leq m$.

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $\angle BCD = 120^\circ$, $AA' = \frac{7}{2}a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD . Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

- A. $3a^3$. B. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $2a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 36. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I ; J ; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN ; MP ; MQ . Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 37. Xác định m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m > -\frac{3}{2}; m \neq 1$.
 C. $m < -\frac{3}{2}; m \neq 1; m \neq -3$. D. $m > -\frac{3}{2}$.

Câu 38. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

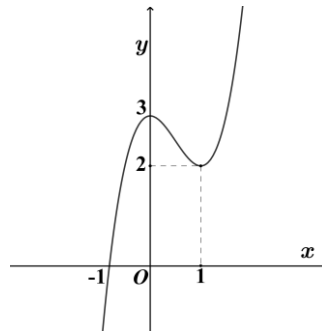
Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của lăng trụ đó.

- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. C. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị $(P): y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là:

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Điều kiện của m để phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 \leq -\frac{1}{2} < x_2 < x_3 \leq \frac{1}{2} < x_4$ là:

- A. $m \in (2; 3)$. B. $m \in [2; 3]$. C. $m \in \left[\frac{5}{2}; 3\right)$ D. $m \in \left[2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 2 | $+\infty$ |
| y' | + | 0 | - | 0 |
| y | $-\infty$ | 3 | 0 | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
 C. Hàm số có $y_{CD} = 3$.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 44. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 54. Thể tích của khối lập phương là:

A. 15.

B. 27.

C. 18.

D. 21.

Câu 45. Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$ và thể tích của hộp bằng $18 \text{ (dm}^3\text{)}$. Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng?

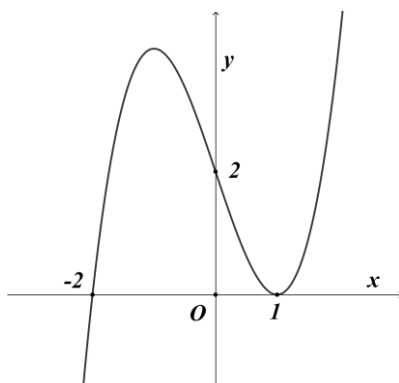
A. $\frac{26}{3}$.

B. 10.

C. $\frac{19}{2}$.

D. 26.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ được xác định trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2 - 3)$?

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$. Mệnh đề nào dưới đây *sai*?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó là:

A. $1 < m < 3$.

B. $m \geq 1$.

C. $1 \leq m \leq 3$.

D. $m \leq 3$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $V = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 3 | $+\infty$ | |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $-\infty$ | 4 | -2 | $+\infty$ | |

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, SA=a. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Đáp án

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3.$$

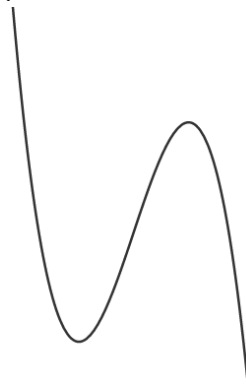
Câu 2. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - 1$ là:

A. $-\frac{5}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -1 . D. 1 .

Đáp án

$$y' = -x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}; y'' = -2x. \text{ Vì } y''(-1) > 0 > y''(1) \text{ nên } y_{CT} = y(-1) = -\frac{5}{3}.$$

Thầy Đức nhận xét: Khi giải toán trắc nghiệm, thực ra không cần tính y'' . Hãy nhớ rằng đồ thị hàm bậc ba có 2 điểm cực trị và hệ số $a < 0$ có hình dạng như hình vẽ bên dưới



Qua đó có thể thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là điểm cực trị bên trái, hay nói cách khác là điểm cực trị có hoành độ nhỏ hơn (nghiệm bé hơn của phương trình $y' = 0$).

Câu 3. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng 2a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $4a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Đáp án

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3} a^3. \text{ Chọn B.}$$

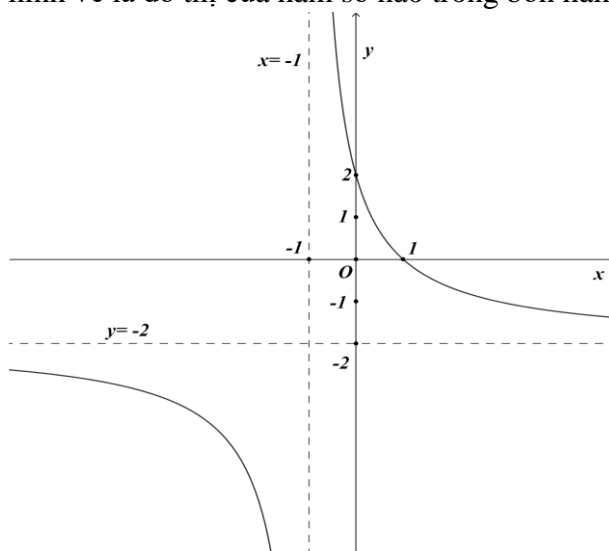
Câu 4. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ nằm bên phải trục tung là:

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Đáp án

Hàm số này có 2 đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và $x = 1$, đường nằm bên phải trục tung chỉ có đường $x = 1$. Chọn D.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau:



A. $y = \frac{-2x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x+2}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Đáp án

Nhìn vào đồ thị hàm số, ta thấy

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, loại phương án B.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = -2$, loại phương án C, và D. Chọn A.

Câu 6. Thể tích của khối lăng trụ có khoảng cách giữa một đường thẳng bất kỳ của đáy này tới một đường thẳng bất kỳ của đáy kia bằng h và diện tích của đáy bằng B là:

A. $V = \frac{1}{6} Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = \frac{1}{2} Bh$.

D. $V = Bh$.

Đáp án

Giả thiết khoảng cách giữa một đường thẳng bất kỳ của đáy này tới một đường thẳng bất kỳ của đáy kia bằng h cho ta thông tin chiều cao của lăng trụ bằng h , vì 2 đáy song song với nhau. Do đó $V = Bh$. Chọn D.

Câu 7. Một vật chuyển động theo quy luật $S = 10t^2 - \frac{1}{3}t^3$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc

vật bắt đầu chuyển động và $S(m)$ là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 15 giây, kể từ khi vật bắt đầu chuyển động vận tốc $v(m/s)$ của vật đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t(s)$ bằng:

A. 8 (s).

B. 20 (s).

C. 10 (s).

D. 15 (s).

Đáp án

$$v = s'(t) = 20t - t^2 = -t^2 + 20t - 100 + 100 = 100 - (t - 10)^2 \leq 100$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = 10$. Chọn C.

Câu 8: Cho khối tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào sau đây

A. $V = \frac{1}{6}abc$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = \frac{1}{2}abc$. D. $V = 3abc$.

Đáp án

Chọn A.

Câu 9. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh lần lượt là $2a$, $3a$ và $4a$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. $V = 20a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = 18a^3$.

Đáp án

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2a.3a.4a = 24a^3$. Chọn B.

Câu 10. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$ là:

A. -1 . B. 18 . C. -18 . D. 7 .

Đáp án

$y' = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$, hàm số liên tục trên $(-3; 3)$:

$y(-3) = -35$; $y(-1) = 17$; $y(1) = -3$; $y(3) = 1$. Do đó $\max_{[-3;3]} y = 17$; $\min_{[-3;3]} y = -35$ nên tổng

$\max_{[-3;3]} y + \min_{[-3;3]} y = 17 - 35 = -18$. Chọn C.

Câu 11. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ là:

A. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Đáp án

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số này là giao điểm của 2 đường tiệm cận: $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, chọn B.

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị?

A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $m \neq 0$. D. $m > 0$.

Đáp án

$y' = -4x^3 + 4mx = -4x(x^2 - m)$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Thầy Đức nhận xét: Ghi nhớ bài toán tổng quát: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

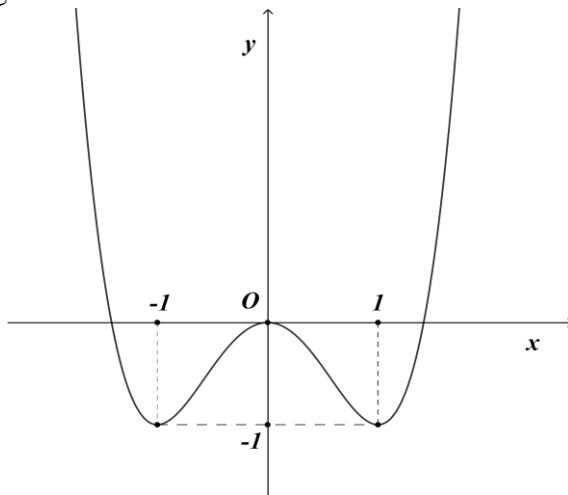
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{-2+x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên \mathbb{R} .
- B. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- C. Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Đáp án

$$y = \frac{3x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{-6+2}{(x-2)^2} = \frac{-4}{(x-2)^2} < 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 14. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên bao nhiêu khoảng?



A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Đáp án

Có 2 khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số là $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; $AB = 2a$; $AD = CD = a$. Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt cạnh SA, SB lần lượt tại M và N . Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.CDMN} = \frac{14}{27} V_{S.ABCD}$.

B. $V_{S.CDMN} = \frac{4}{27} V_{S.ABCD}$.

C. $V_{S.CDMN} = \frac{10}{27} V_{S.ABCD}$.

D. $V_{S.CDMN} = \frac{V_{S.ABCD}}{2}$.

Đáp án

Gọi K là trung điểm của AB .

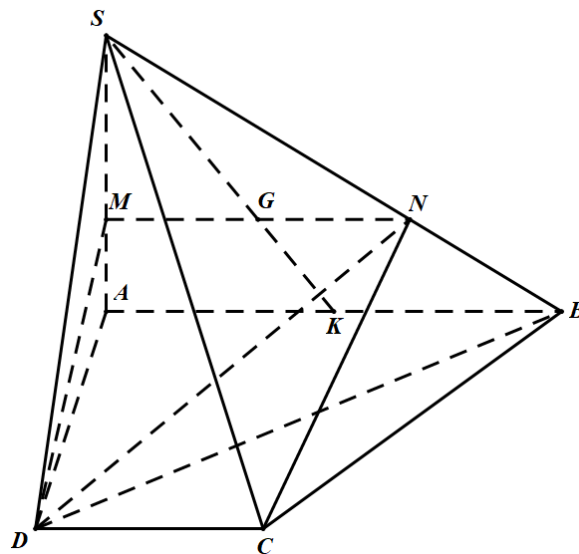
$$DC // AB \Rightarrow DC // mp(SAB) \Rightarrow DC // MN$$

$$\text{Do đó } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SG}{SK} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vì } AB = 2CD \text{ nên } S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle DCB}$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.DMN}}{V_{S.DAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow V_{S.DMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} V_{S.ABCD} = \frac{8}{27} V_{S.ABCD}.$$



$$\frac{V_{S.DCN}}{V_{S.DCB}} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \text{ nên } V_{S.DCN} = \frac{2}{3}V_{S.DCB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{2}{9}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.CDMN} = \left(\frac{8}{27} + \frac{2}{9}\right)V_{S.ABCD} = \frac{14}{27}V_{S.ABCD}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 16. Gọi m_1, m_2 là các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} (y-2)x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = m^2 \end{cases}$ có đúng 4

nghiệm nguyên. Khi đó $m_1^2 + m_2^2$ bằng:

- A. 10. B. 9. C. 20. D. 4.

Đáp án

$$\text{Hệ đã cho tương đương với: } \begin{cases} (y-2)(x-1) = 3 \\ (y-2)^2 + (x-1)^2 = m^2 \end{cases}$$

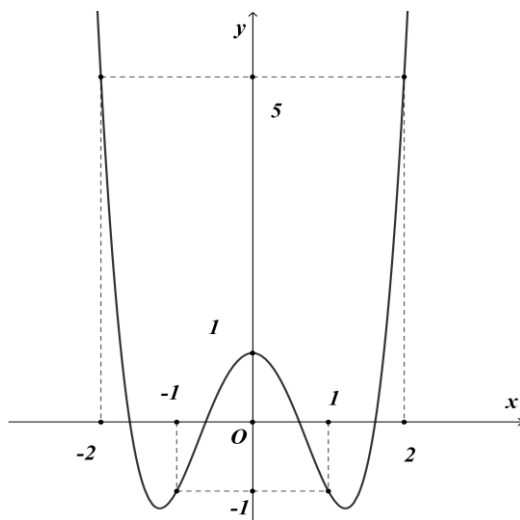
Hệ có nghiệm nguyên $(x_0; y_0)$ thì $(x_0 - 1) \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$.

$$\text{Nếu } (x_0 - 1)^2 = 1 \text{ thì } (y_0 - 2)^2 = 9 \Rightarrow m^2 = 10$$

$$\text{Nếu } (x_0 - 1)^2 = 9 \text{ thì } (y_0 - 2)^2 = 1 \Rightarrow m^2 = 10$$

Do đó $m_1 = -\sqrt{10}, m_2 = \sqrt{10}$ nên $m_1^2 + m_2^2 = 20$. Chọn C.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:



- A. 5. B. 2. C. 1. D. Không xác định.

Đáp án

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, rõ ràng $\max_{[-1; 2]} f(x) = 5$. Chọn A.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| | | | | | | | | |
|------|-----------|-------|-------|-------|-----------|---|---|---|
| x | $-\infty$ | x_1 | x_2 | x_3 | $+\infty$ | | | |
| y' | | - | 0 | + | | - | 0 | + |

Khi đó số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 3.

B. 2.

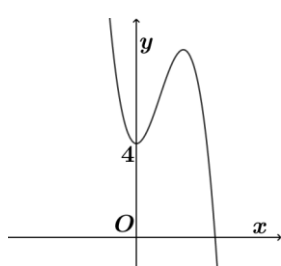
C. 4.

D. 1.

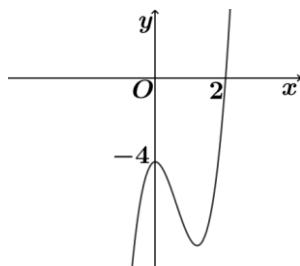
Đáp án

Tại các điểm x_1, x_2, x_3 , hàm số $y = f(x)$ xác định và hàm số $y = f'(x)$ không xác định hoặc bằng 0, ngoài ra hàm số $y = f'(x)$ còn đổi dấu qua các điểm đó nên hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

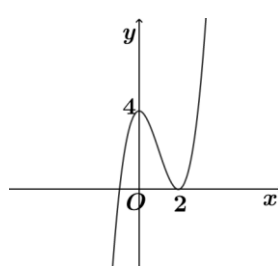
Câu 19. Hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$?



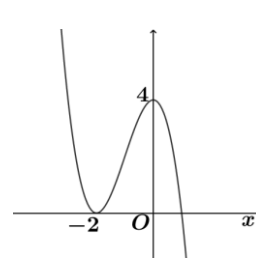
A.



B.



C.



D.

Đáp án

Hệ số $a > 0$, loại phương án A và D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$, loại phương án B. Chọn C.

Câu 20. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$?

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

B. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

C. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

D. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Đáp án

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = 1$: $y = f'(1).(x-1) + f(1)$

Từ $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$, thay $x = 0$ vào, ta có $f^2(1) = -f^3(1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{cases}$.

Lấy đạo hàm hai vế:

$$2f(1+2x).f'(1+2x).2 = 1 - 3f(1-x).f'(1-x).(-1)$$

$$\Leftrightarrow 4f'(1+2x).f(1+2x) = 1 + 3f^2(1-x).f'(1-x).$$

Thay $x = 0$ vào, ta có: $4.f'(1).f(1) = 1 + 3.f^2(1).f'(1)$ (1).

Nếu $f(1) = 0$, (1) $\Leftrightarrow 0 = 1$ (vô lý).

Nếu $f(1) = -1$, (1) $\Leftrightarrow -4f'(1) = 1 + 3f'(1) \Leftrightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}$.

Do đó phương trình tiếp tuyến: $y = -\frac{1}{7}(x-1) - 1 = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: Đây là 1 bài toán khó, theo công thức tiếp tuyến, việc ta cần làm là tìm $f(1)$ và $f'(1)$. Giá trị $f(1)$ có thể dễ dàng nhìn thấy từ phương trình hàm trên. Đối với giá trị $f'(1)$, để tạo ra hàm đạo hàm, chú ý tới việc lấy đạo hàm 2 vế.

Bài tập tương tự:

Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2.g(x) + 36x = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $A = 3f(2) + 4f'(2)$.

- A. 11. B. 13. C. 14. D. 10.

Đáp án

Thay $x=0$ vào, ta có: $f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}$

Lấy đạo hàm hai vế, ta có:

$$-3f^2(2-x)f'(2-x) - 12f(2+3x)f'(2+3x) + 2x.g(x) + x^2.g'(x) + 36 = 0$$

Thay $x=0$ vào, ta có: $-3f^2(2).f'(2) - 12.f(2).f'(2) + 36 = 0$ (1).

Nếu $f(2) = 0$, (1) $\Leftrightarrow 36 = 0$ (loại).

Nếu $f(2) = 2$, (1) $\Leftrightarrow f'(2).(-36) + 36 = 0 \Leftrightarrow f'(2) = 1$.

Vậy $f(2) = 2$ và $f'(2) = 1$ nên $A = 3.2 + 4 = 10$. Chọn D.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+4)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 1$ (m là tham số). Tìm m để làm số đạt cực đại tại $x_0 = 2$?

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = -1$. D. $m = 2$.

Đáp án

$$y' = x^2 - (2m+4)x + (m^2 + 4m + 3) = x^2 - (2m+4)x + (m+1)(m+3) = (x-m-1)(x-m-3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ x = m+3 \end{cases}. \text{ Hệ số } a > 0 \text{ nên hàm số đạt cực đại tại điểm nghiệm của } y' \text{ nhỏ hơn,}$$

tức là $x_{CD} = m+1$. Ta có $m+1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$. Chọn A.

Câu 22. Cho khối đa diện đều. Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A. Số đỉnh của khối lập phương bằng 8. B. Số mặt của khối tứ diện đều bằng 4.
C. Khối bát diện đều là loại $\{4;3\}$. D. Số cạnh của khối bát diện đều bằng 12.

Đáp án

Chọn C. Khối bát diện đều là loại $\{3;4\}$.

Thầy Đức nhận xét: Nhớ rằng khối đa diện đều loại $\{n;p\}$ là loại khối đa diện lồi có mặt là các n giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của p cạnh.

Câu 23. Đồ thị hàm số nào có 3 điểm cực trị?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 3$.
C. $y = |x^2 - 1| - 4$. D. $y = |x-1|^3$.

Đáp án

Chú ý rằng hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$, phương án A sai

Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 3$ có $y' = x^3 - x^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1)$ có 1 điểm cực trị.

Hàm số $y = |x-1|^3$ có 1 điểm cực trị vì hàm số $y = (x-1)^3$ đơn điệu trên R .

Hàm số $y = |x^2 - 1| - 4$ có số điểm cực trị là 3 điểm, đó là $x = -1$, $x = 1$ và $x = 0$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: Để đếm số điểm cực trị của hai hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối phương án C và D, tốt nhất là ta nên vẽ trực tiếp đồ thị ra. Đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ rất dễ vẽ, từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = |x^2 - 1|$, rồi đếm số điểm cực trị của đồ thị hàm số này.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là:

- A. $3V$. B. $6V$. C. $9V$. D. $12V$.

Đáp án

Các đáy được tăng lên 3 lần thì diện tích tăng lên 9 lần.

$V = \frac{1}{3}S_d.h$ tăng lên 9 lần. Chọn C.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB = a$, $BC = 2a$ cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $a^3\sqrt{2}$.

Đáp án

$S_{ABCD} = AB.BC = a.2a = 2a^2$. Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.2a^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. Chọn B.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

| | | | | | |
|---------|-----------|------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | -4 | $-\infty$ | 4 | $+\infty$ |

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 4$.
 B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.
 C. Hàm số có $y_{CD} = 4$.
 D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

Đáp án

Chọn D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} = +\infty$.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3cm. Cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích (cm^3) của khối chóp đó là:

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

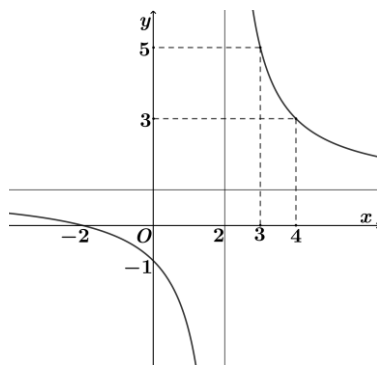
Đáp án

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp mp(ABCD)$.

$$AB = 3 \Rightarrow HA = \frac{3}{\sqrt{2}}. \text{ Do đó } SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} \cdot 3^2 = \frac{9\sqrt{6}}{2} \text{ (cm}^3\text{)}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 28. Hãy xác định a, b để hàm số $y = \frac{2-ax}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ?



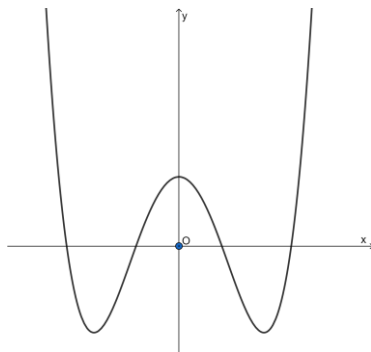
- A. $a = 1; b = -2$. B. $a = b = 2$. C. $a = -1; b = -2$. D. $a = b = -2$.

Đáp án

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$ nên $b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -2$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $\left(\frac{2}{a}; 0\right)$ nên $\frac{2}{a} = -2 \Rightarrow a = -1$. Chọn C.

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

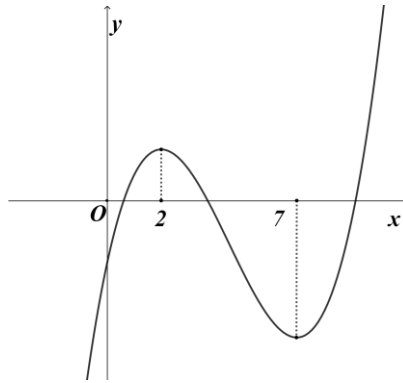
Đáp án

Để thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; c)$ có tung độ dương nên $c > 0$. Chọn B.

Câu 30. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Đáp án

Để thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt là 2 và 7 nên } \begin{cases} 2+7 = -\frac{2b}{3a} \\ 2 \cdot 7 = \frac{c}{3a} \end{cases}$$

Vì $a > 0$ nên $b < 0, c > 0$. Chọn D.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy cạnh bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Đáp án

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp mp(ABCD)$.

$$AB = a \Rightarrow HA = \frac{a}{\sqrt{2}}. \text{ Do đó } SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{6}}{6} a^3 \text{ (cm}^3\text{)}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $\triangle ABC$ vuông tại B ; $AB = a, \angle BAC = 60^\circ$; $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$.

Đáp án

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } B \text{ nên } BC = AB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}a \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3}{2} a^3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C)

biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$. C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Đáp án

$$y' = x^2 + 6x, \quad y' = -9 \Leftrightarrow x^2 + 6x = -9 \Leftrightarrow x = -3.$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $x = -3$: $y = y'(-3)(x + 3) + y(-3) = -9(x + 3) + 16$

Chọn D.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên D và có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên D. Khi đó bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $\text{Max}_D f(x) \geq m$. B. $\text{Max}_D f(x) < m$.

C. $\frac{1}{2} [\text{Max}_D f(x) - \text{Min}_D f(x)] \geq m$. D. $\text{Min}_D f(x) \leq m$.

Đáp án

Phương trình này có nghiệm khi và chỉ khi $\text{Max}_D f(x) \geq m$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: Nhớ rằng phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm khác với $f(x) \geq m$ đúng với mọi x thuộc D. Nếu $f(x) \geq m$ đúng với mọi x thuộc D thì điều kiện là $\text{Min}_D f(x) \geq m$.

Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $\angle BCD = 120^\circ$, $AA' = \frac{7}{2}a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABCD) trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $3a^3$. B. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $2a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Đáp án

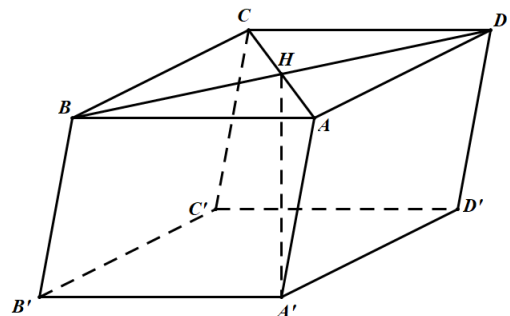
$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$AH = \frac{1}{2} AC = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{49}{4} a^2 - \frac{1}{4} a^2} = 2\sqrt{3}a$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = 3a^3.$$

Chọn A.



Câu 36. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I ; J ; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN ; MP ; MQ . Tỷ số

thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Đáp án

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 37. Xác định m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m > -\frac{3}{2}; m \neq 1$.

C. $m < -\frac{3}{2}; m \neq 1; m \neq -3$.

D. $m > -\frac{3}{2}$.

Đáp án

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1. Điều này xảy ra khi

$$\text{và chỉ khi } \begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 2) > 0 \\ f(1) = 1 + 2m - 2 + m^2 - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3 > 0 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m \neq 1; m \neq -3 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 38. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.**Đáp án**

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng

hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của lăng trụ đó.

A. $V = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

C. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$.

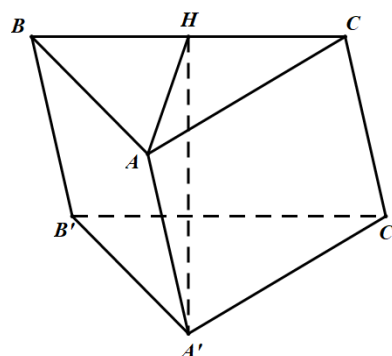
D. $V = a^3$.

Đáp án

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2;$$

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{9}{4}a^2 - \frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{\sqrt{6}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{2}}{8}a^3.$$



Chọn B.

Câu 40. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P): $y = 1 - x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là:

A. 1.

B. 4.

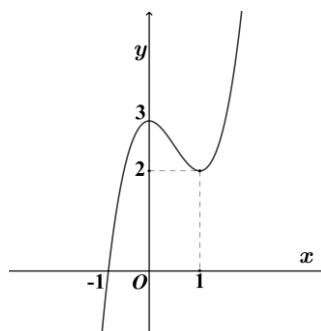
C. 2.

D. 3.

Đáp án

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 - 2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0$, phương trình này có đúng 2 nghiệm. Chọn C.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Điều kiện của m để phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn

$$x_1 \leq -\frac{1}{2} < x_2 < x_3 \leq \frac{1}{2} < x_4 \text{ là:}$$

A. $m \in (2; 3)$.

B. $m \in [2; 3]$.

C. $m \in \left[\frac{5}{2}; 3\right)$

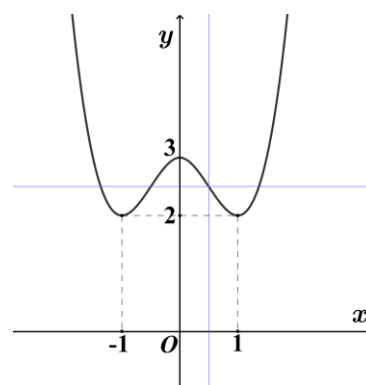
D. $m \in \left[2; \frac{5}{2}\right)$.

Đáp án

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ được vẽ như hình bên.

Đồ thị hàm số có điểm điểm uốn là trung điểm của 2 đường cực trị: $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Số nghiệm của phương trình $f(|x|) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = m$. Để phương trình có 4 nghiệm thỏa mãn điều kiện đề bài thì



$$\frac{5}{2} \leq m < 3. \text{ Chọn C.}$$

Câu 42. Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Đáp án

$$y' = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1). \quad y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| x | $-\infty$ | -2 | 2 | $+\infty$ | |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| y | $-\infty$ | 3 | 0 | $+\infty$ | |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- C. Hàm số có $y_{CD} = 3$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Đáp án

Chọn C.

Câu 44. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 54. Thể tích của khối lập phương là:

- A. 15.
- B. 27.
- C. 18.
- D. 21.

Đáp án

Gọi cạnh của hình lập phương là a , theo đề bài: $6a^2 = 54 \Rightarrow a = 3$.

Do đó $V = a^3 = 27$. Chọn B.

Câu 45. Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$ và thể tích của hộp bằng 18 (dm³). Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng?

- A. $\frac{26}{3}$.
- B. 10.
- C. $\frac{19}{2}$.
- D. 26.

Đáp án

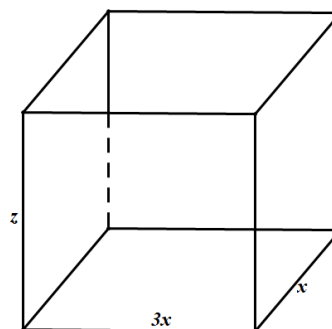
Đáy có kích thước là x và $3x$.

Chiều cao là z nên thể tích thùng là $V = 3x^2z = 18 \Rightarrow x^2z = 6$.

Để tốn ít vật liệu nhất thì diện tích sản xuất phải nhỏ nhất.

$$S = 3x^2 + z \cdot (2x + 6x) = 3x^2 + 8xz$$

$$= 3x^2 + 8 \cdot \frac{6}{x} = 3x^2 + \frac{48}{x} = 3x^2 + \frac{24}{x} + \frac{24}{x} \geq 3\sqrt[3]{3x^2 \cdot \frac{24}{x} \cdot \frac{24}{x}} = 36$$

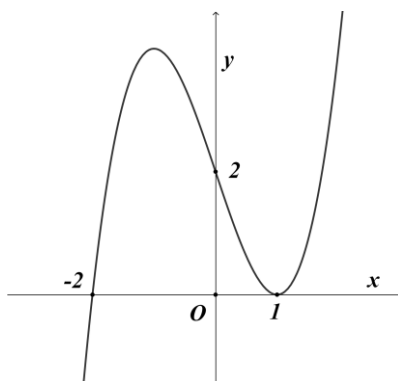


Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $3x^2 = \frac{24}{x} \Leftrightarrow x = 2$. Khi đó $y = 3x = 6$; $z = \frac{6}{x^2} = \frac{3}{2}$.

$$x + y + z = 2 + 6 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2}. \text{ Chọn C.}$$

Thầy Đức nhận xét: Dạng toán này xuất hiện rất nhiều trong các đề thi thử. Chú ý rằng chi phí vật liệu liên quan trực tiếp tới tổng diện tích của thùng. Do đó cần phải thiết kế làm sao cho tổng diện tích các phần phải làm là nhỏ nhất. Muốn như vậy, hãy cố gắng đưa giá trị cần tìm nhỏ nhất về hàm 1 biến, sau đó có thể dùng bất đẳng thức AM-GM hoặc sử dụng xét hàm để tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ được xác định trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2 - 3)$?

- A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Đáp án

$$y = f(x^2 - 3) \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2 - 3).$$

Nếu $x > 0$, ta có $y' < 0 \Leftrightarrow f'(x^2 - 3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 < -2 \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.

Nếu $x < 0$, $y' \leq 0 \Leftrightarrow f'(x^2 - 3) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 \geq -2 \Leftrightarrow x^2 \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1$. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: Các em chú ý rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1$, vì vậy khi giải các bài toán này, hãy quên luôn điểm tiếp xúc này đi, coi như $f'(1) > 0$ luôn (giải ra nháp, làm tự luận thì không được làm như vậy). Bởi vì nghiệm

$u = 1$ của $f'(u) = 0$ không làm thay đổi dấu của $f'(u)$, do đó cũng không làm ảnh hưởng tới sự đồng biến, nghịch biến, cực trị của hàm số.

Do đó, khi giải ra nháp theo cách trắc nghiệm, có thể làm như sau:

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$f'(x^2 - 3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 < -2 \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$. Bảng biến thiên:

| | | | | | |
|---------------|-----------|---------|--------|--------|-----------|
| | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x^2 - 3)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
| x | $-$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$ |
| y' | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $+$ |
| y | | $y(-1)$ | $y(0)$ | $y(1)$ | |

Tới đây, ta biết được các khoảng đồng biến, nghịch biến, cực đại, cực tiểu. Chú ý rằng nếu như làm tự luận thì bảng biến thiên trên là không đúng, nhưng kết quả suy ra từ bảng biến thiên trên thì luôn đúng.

Câu 47. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$. Mệnh đề nào dưới đây *sai*?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
- D. Hàm số không có cực trị.

Đáp án

$$x^2 - x - 20 = (x + 4)(x - 5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -4 \end{cases}. \text{TXĐ: } D = (-\infty; -4] \cup [5; +\infty).$$

$$y' = \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x - 20}}, y' > 0 \Leftrightarrow x > 5, y' < 0 \Leftrightarrow x < -4. \text{Hàm số không có cực trị, chọn B.}$$

Thầy Đức nhận xét: Nhiều bạn sẽ cho rằng hàm số này có cực trị tại $x = 5$, vì không tồn tại đạo hàm tại $x = 5$ nhưng hàm số vẫn xác định tại $x = 5$. Chưa đủ, y' còn phải đổi dấu khi x đi qua 5. Tuy nhiên trong trường hợp này, hàm số không xác định khi $x \in (-4; 5)$ nên $x = 5$ không là điểm cực trị.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2$ đồng biến trên

tập xác định của nó là:

- A. $1 < m < 3$.
- B. $m \geq 1$.
- C. $1 \leq m \leq 3$.
- D. $m \leq 3$.

Đáp án

$$y' = x^2 - 2(m - 1)x + 2(m - 1), \text{hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m - 1)^2 - 2(m - 1) \leq 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m - 3) \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3. \text{Chọn C.}$$

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. D. $V = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Đáp án

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, do đó $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. Chọn A.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | |
|------|-----------|------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 3 | $+\infty$ |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | 0 |
| y | $-\infty$ | 4 | -2 | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Đáp án

$2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ tại 3 điểm phân biệt. Chọn B.