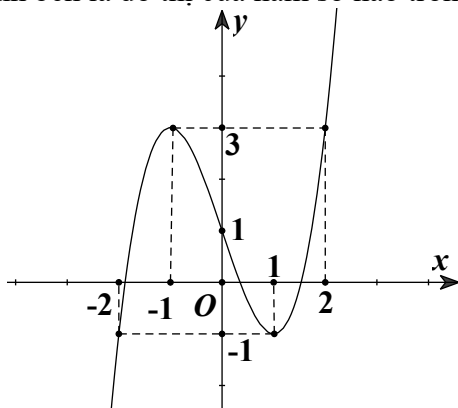


Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Mã đề thi 121

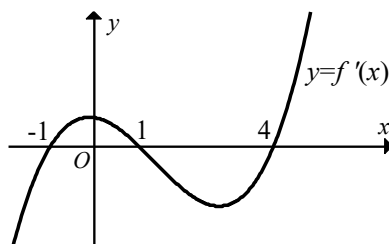
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 2x - 1$ C. $y = 2x^3 - 6x + 1$ D. $y = -x^3 + 3x + 1$

Câu 2: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3: Trong không gian, cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$ B. $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$ C. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$ D. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng.

- A. $\frac{\pi}{4} + 1$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4} - 1$ D. $\sqrt{2}$

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

- A. $y=1$ B. $x=1$ C. $x=2$ D. $y=2$

Câu 7: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^{2025}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 1 B. 2026 C. 2 D. 2025

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

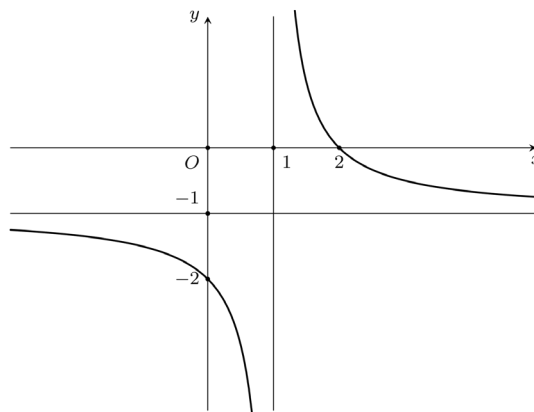
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-1	2	3
y'	0	-	0
y	2		2
		-2	

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -1 .
 B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 2 .
 C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 3 .
 D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -2 .

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 11: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ là

- A. $y = -3x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $x = -3y + 1$. D. $y = x - 3$

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} bằng.

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 120°

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

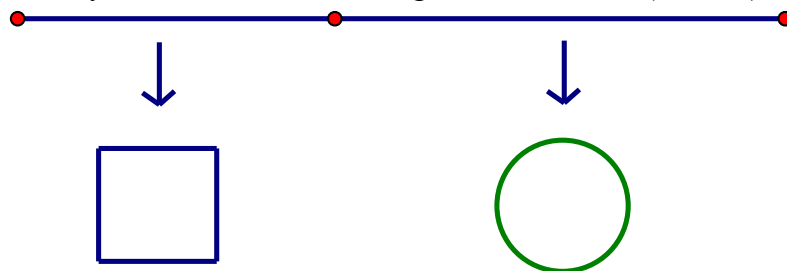
$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$$

- Câu 1:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.
- a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.
- b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- c) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2;5)$.
- d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 2: Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 4}$ có 1 tiệm cận ngang.
- b) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-7}$ có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$ có tất cả 3 đường tiệm cận

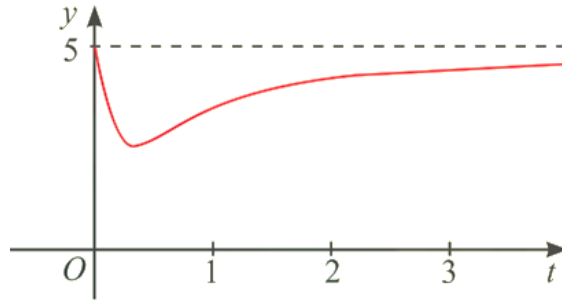
Câu 3: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r (hình vẽ).



- a) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất khi tỉ số $\frac{a}{r} = \frac{1}{2}$.
- b) Chu vi đường tròn tạo được là $2\pi r = 60 - 2a$.
- c) Bán kính đường tròn tạo được là $r = \frac{30 - 2a}{\pi}$
- d) Điều kiện $0 < a < 15$.

Câu 4: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được tính xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$$

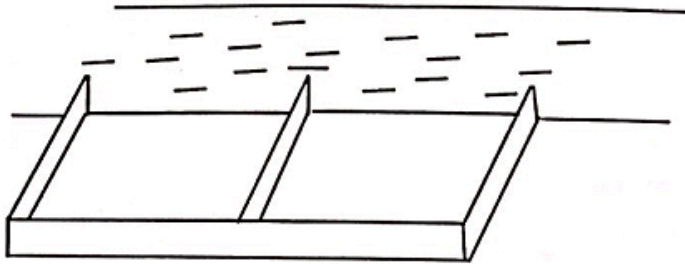


- a) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất
- b) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l)
- c) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l)
- d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = 4x - 3 + \frac{1}{x-2}$ có tâm đối xứng $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$ là bao nhiêu?

Câu 2: Một người nông dân có 30 triệu đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120 nghìn đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100 nghìn đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?

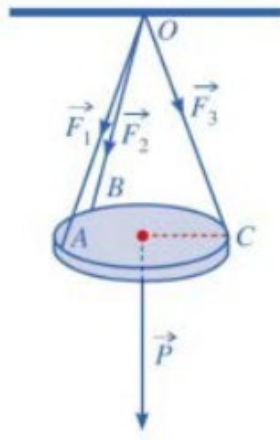


Câu 3: Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t)$. Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$. Khi đó $3b - 100$ có giá trị là bao nhiêu?

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

Câu 5: Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 6 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng/tháng thì chung cư sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (triệu đồng) để doanh thu một tháng là lớn nhất?

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10 \text{ (N)}$ (hình bên).



Tính trọng lượng (đơn vị N) của chiếc đèn tròn đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 5 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

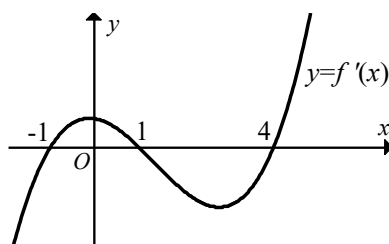
Mã đề thi 122

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

- A. $y = -3x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 3$ D. $x = -3y + 1$.

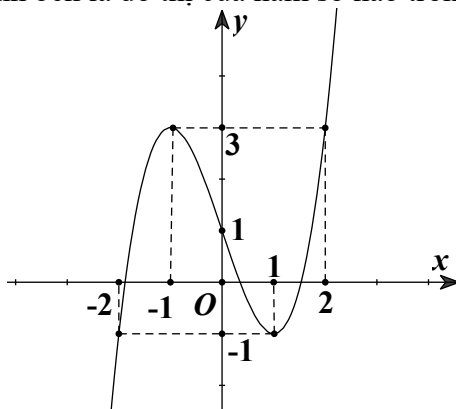
Câu 2: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(1; 4)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = 2x^3 - 6x + 1$ B. $y = -x^3 + 2x - 1$ C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} bằng.

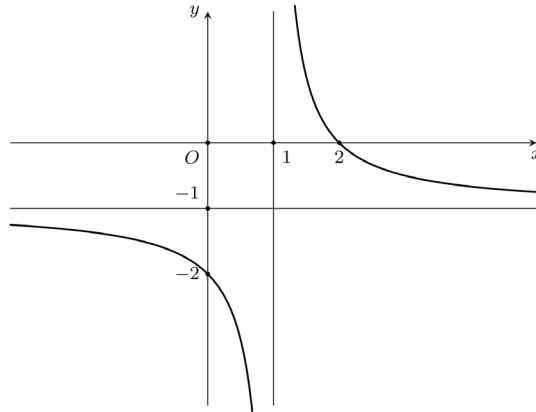
A. 120°

B. 60°

C. 45°

D. 90°

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 7: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^{2025}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2

B. 2025

C. 2026

D. 1

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ bằng.

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{3\pi}{4} - 1$

C. $\frac{\pi}{4} + 1$

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = 2$

B. $x = 2$

C. $y = 1$

D. $x = 1$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-1	2	3
y'	0	-	0
y	2	-2	2

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -2 .

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng -1 .

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 2 .

D. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ bằng 3 .

Câu 11: Trong không gian, cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7]$ như sau

x	-5	1	7
y'		-	0
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$

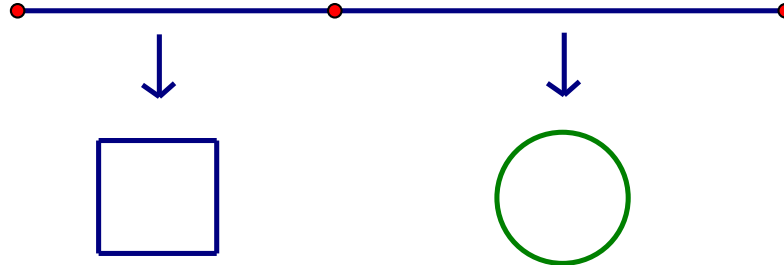
B. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$

C. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$

D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r (hình vẽ).



a) Điều kiện $0 < a < 15$.

b) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất khi tỉ số $\frac{a}{r} = \frac{1}{2}$.

c) Chu vi đường tròn tạo được là $2\pi r = 60 - 2a$.

d) Bán kính đường tròn tạo được là $r = \frac{30 - 2a}{\pi}$

Câu 2: Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$ có tất cả 3 đường tiệm cận.

b) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{x^2}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 4}$ có 1 tiệm cận ngang.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{2x - 7}$ có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2; 5)$.

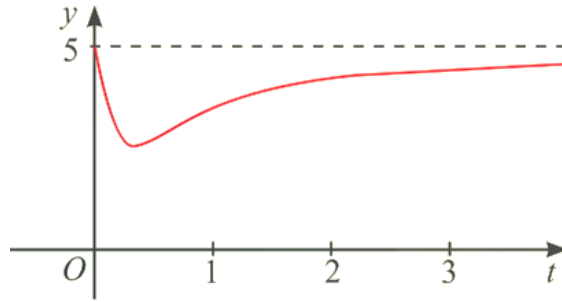
b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

d) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được tính xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

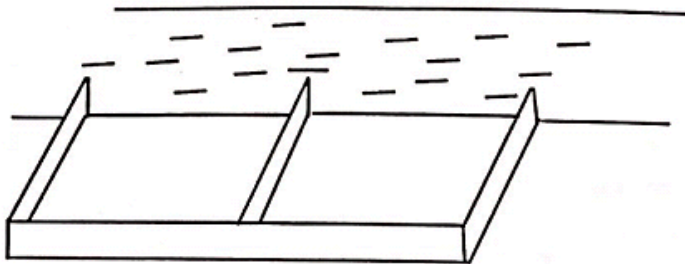


- a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là $3,5$ (mg/l).
 b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).
 c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.
 d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là $3,5$ (mg/l).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

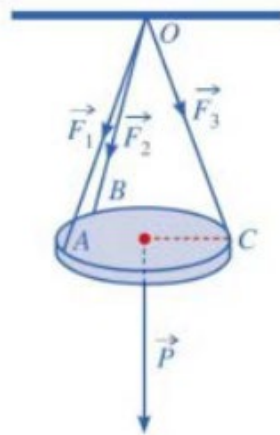
Câu 1: Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 6 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng/tháng thì chung cư sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (triệu đồng) để doanh thu một tháng là lớn nhất?

Câu 2: Một người nông dân có 30 triệu đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120 nghìn đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100 nghìn đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?



Câu 3: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10 \text{ (N)} \text{ (hình bên).}$$



Tính trọng lượng (đơn vị N) của chiếc đèn tròn đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = 4x - 3 + \frac{1}{x-2}$ có tâm đối xứng $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $\frac{a}{b}$ là bao nhiêu?

Câu 6: Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t)$. Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$. Khi đó $3b - 100$ có giá trị là bao nhiêu?

----- **HẾT** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN

Câu/Mã đề	121	122	123	124
1	A	C	C	A
2	A	B	A	D
3	C	D	D	C
4	A	C	B	A
5	A	C	B	B
6	D	C	B	D
7	A	D	B	A
8	D	C	D	B
9	D	A	D	B
10	A	A	A	C
11	D	A	B	C
12	C	C	B	C
13	SDSD	DSSD	DDSD	SDDS
14	DDSS	SSDD	SSDD	SSDD
15	SSDD	SDDS	DDSS	SDDS
16	DDSD	DDDS	DDSS	SDDD
17	0.4	8	6250	0.4
18	6250	6250	0.4	8
19	-10	17.3	5	5
20	5	5	17.3	17.3
21	8	0.4	8	6250
22	17.3	-10	-10	-10

LỜI GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

DẠNG THỨC 2.

Câu 1. (H): Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

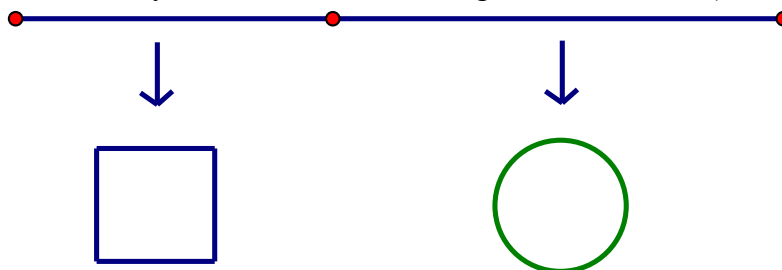
- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Đúng
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. Đúng
c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2; +\infty)$ Sai
d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2;5)$. Sai

Câu 2. (H) : Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-7}$ có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang. Đúng
b) Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2+4}$ có 1 tiệm cận ngang. Đúng
c) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-6x+2}{x+3}$ có tất cả 3 đường tiệm cận. Sai

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$. Sai

Câu 3. (VD): Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r (hình vẽ).



a) Điều kiện $0 < a < 15$.

b) Chu vi đường tròn tạo được là $2\pi r = 60 - 4a$

c) Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất khi tỉ số $\frac{a}{r} = \frac{1}{2}$.

d) Bán kính đường tròn tạo được là $r = \frac{30 - 2a}{\pi}$

Lời giải

a) Điều kiện: $0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15$. **ĐÚNG.**

b) Chu vi hình vuông tạo được là $4a$. Khi đó chu vi đường tròn tạo được là $C_2 = 2\pi r = 60 - 4a$. **SAI.**

c) Điều kiện: $0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15$.

Xét $f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900$ với $a \in (0, 15)$

$f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15)$.

S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi + 4}$.

$\Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$

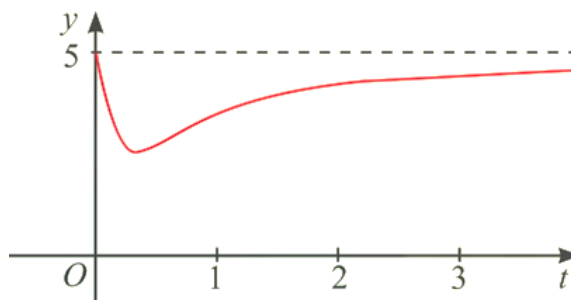
Khi đó: $\frac{a}{r} = \frac{60}{\pi + 4} : \frac{30}{\pi + 4} = 2$.

Kết luận: $\frac{a}{r} = 2$. **SAI.**

d) Từ $C_2 = 2\pi r = 60 - 4a$, ta có $4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}$. **ĐÚNG.**

Câu 4. (H): Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được tính xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$$



- a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l)
 b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l)
 c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất
 d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l)

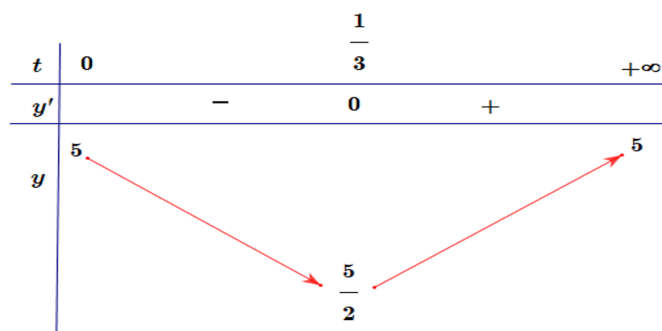
a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Lời giải

Xét $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên nửa đoạn $[0; +\infty)$

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_{[0; +\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2}$ và $\max_{[0; +\infty)} y(t) = y(0) = 5$

Vậy vào các thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất và $t = \frac{1}{3}$ giờ thì nồng độ oxygen trong nước thấp nhất

DẠNG THỨC 3.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

Đáp số: 5

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

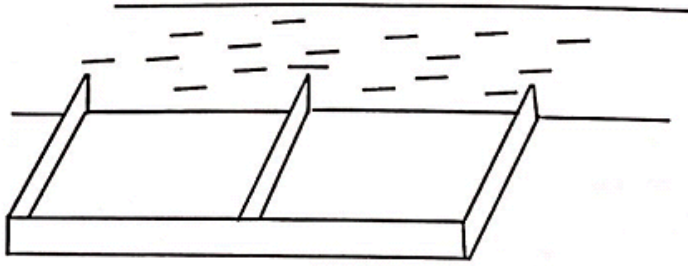
$$y' = x^2 - 2mx + 4.$$

Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Các giá trị nguyên của $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 2. Một người nông dân có 30 triệu đồng muốn dùng hết số tiền để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để chia khu đất thành hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 120 nghìn đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 100 nghìn đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2)?



Đáp số: 6250

Lời giải

Gọi x (m) là chiều dài một trong ba mặt hàng rào song song với nhau của hình chữ E ($x > 0$).

Gọi y (m) là chiều dài mặt hàng rào của hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).

Số tiền để làm hàng rào là: $x \cdot 3 \cdot 100000 + y \cdot 120000 = 30000000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2}$.

Diện tích đất được rào là: $S = x \cdot y = x \cdot \left(\frac{500 - 5x}{2} \right) = 250x - \frac{5}{2}x^2$.

Ta có: $S' = 250 - 5x$.

$S' = 0 \Leftrightarrow 250 - 5x \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng biến thiên:

x	0	50	$+\infty$
S'		+	0 -
S	0	6250	$-\infty$

Vậy $\max_{(0;+\infty)} S = 6250$ (m^2) khi $x = 50$ (m).

Câu 3 : Một bể chứa 5000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t)$. Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$. Khi đó $3b - 100$ có giá trị là bao nhiêu?

Đáp số: - 10

Lời giải:

Sau t phút ta có: Khối lượng muối trong bể là $25 \cdot 30 \cdot t = 750t$ (gam); Thể tích của lượng nước trong bể là $5000 + 25t$ (lít).

Vậy nồng độ muối trong bể sau t phút là $f(t) = \frac{750t}{5000 + 25t} = \frac{30t}{200 + t}$ (gam/lít).

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{200 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{1 + \frac{200}{t}} = 30$.

Do đó: Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 30 \Rightarrow b = 30$.

Vậy $3b - 100 = -10$.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = 4x - 3 + \frac{1}{x-2}$ có tâm đối xứng $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức a/b là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 0.4

$$+) \text{ Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x(x-2)} \right] = 4.$$

$$+) \text{ Ta có } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 4x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4x - 3 + \frac{1}{x-2} - 4x \right) = -3.$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = 4x - 3$.

$$+) \text{ Mặt khác, } \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(4x - 3 + \frac{1}{x-2} \right) = +\infty \text{ do đó } x = 2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Ta có tâm đối xứng của đồ thị hàm số trên là giao điểm của $y = 4x - 3$ và $x = 2$; vậy ta được $I(2; 5)$.

$$\text{Suy ra } \frac{a}{b} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Câu 5: Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 6 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu (triệu đồng) để doanh thu là lớn nhất?

Đáp số: 8 (triệu đồng).

Lời giải

Gọi x là số lần tăng giá 100 nghìn đồng ($x > 0$).

Khi đó, số căn hộ được thuê là: $100 - x$ (căn)

Tổng số tiền thu được trong một tháng là:

$$S(x) = (100 - x)(6000000 + 100000x) = 100000(100 - x)(60 + x) = 100000(-x^2 + 40x + 6000)$$

Xét hàm số: $S(x) = 100000(-x^2 + 40x + 6000)$ với điều kiện $x > 0$

$$S'(x) = 100000(-2x + 40) = 0 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (thỏa mãn).}$$

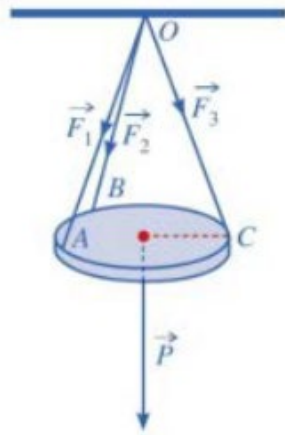
Bảng biến thiên:

x	0	20	$+\infty$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	600000000	640000000	

Giá trị lớn nhất của $S(x)$ là 640000000, khi $x = 20$ (thỏa mãn)

Vậy để thu được doanh thu là lớn nhất thì người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là: $6000000 + 100000 \cdot 20 = 8000000$ (đồng).

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10$ (N) (hình bên).



Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của Newton)

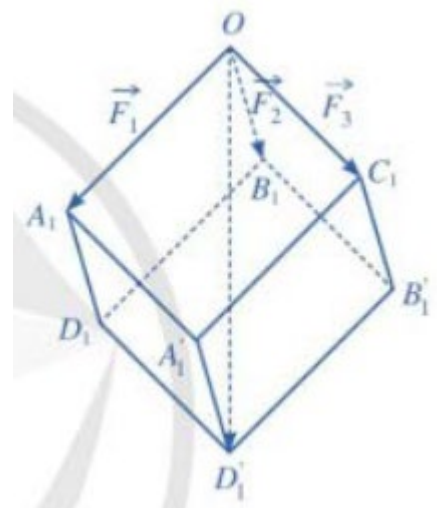
Đáp số : 17.3 (N)

Lời giải.

Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, D'_1 , sao cho $OA_1D_1B_1, C_1A'_1D'_1B'_1$ là hình hộp (Hình bên). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD'_1}$.

Mặt khác, do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 10 \text{ (N)}$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1, C_1A'_1D'_1B'_1$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 10. Suy ra độ dài đường chéo OD'_1 của hình lập phương đó bằng $10\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{P}$, ở đó \overrightarrow{P} là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là: $|\overrightarrow{P}| = |\overrightarrow{OD'_1}| = 10\sqrt{3} \approx 17,3 \text{ (N)}$



Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>