

(Đề thi có 4 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

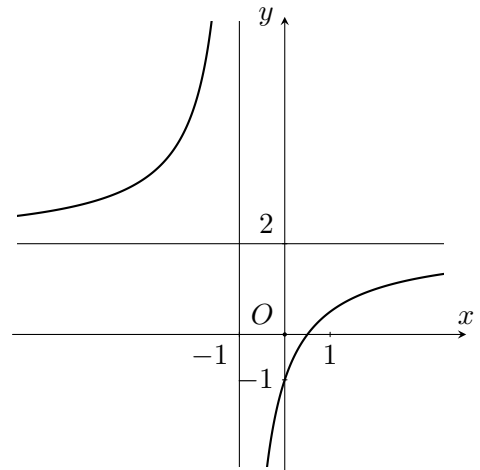
Mã đề thi 101

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?

- A. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.
 C. $y = \frac{2x}{x + 1}$. D. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	1	↗ 3 ↘	↘ $-\infty$ ↗	↗ 1 ↘

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 3. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 2}{x - 1}$ lần lượt là

- A. $x = 1, y = 3$. B. $x = 3, y = 1$. C. $x = 1, y = -3$. D. $x = -1, y = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^2(3 - x)(x + 1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(-2) < f(-1)$. B. $f(3) > f(4)$. C. $f(2) > f(3)$. D. $f(-1) > f(2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	↘ $+\infty$ ↘	↘ -3 ↗	↗ 1 ↘	↘ $-\infty$ ↘	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(2; 5)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

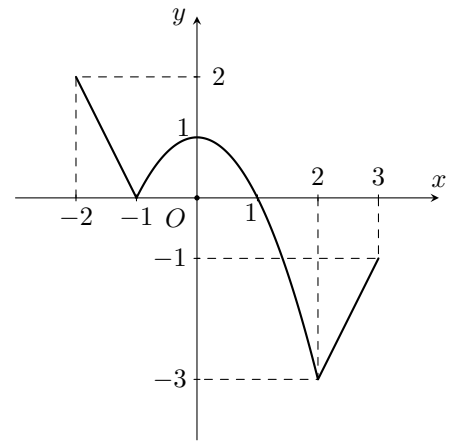
- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^3 - 3x^4$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. -24 . B. 0 . C. -7 . D. -16 .

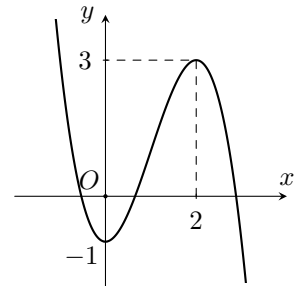
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tính $2M - m$.

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 8.



Câu 9. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$.
 C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.



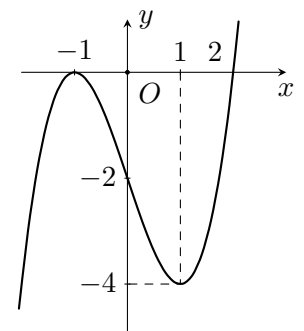
Câu 10. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-5	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

- A. $y = \frac{x^2 + 3x - 6}{1 - x}$. B. $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 + 3x + 6}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. 1. B. 0. C. -1 . D. -4 .



Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{x + 1}$.

- a) Khi $m = -1$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 2)$.
- d) Có hai giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Câu 2. Một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét (m) là quãng đường vật di chuyển được.

- a) Sau 3 giây vật đi được quãng đường dài 45 m.
- b) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 7$ giây bằng 2 m/s^2 .
- c) Vận tốc của vật được tính bởi công thức $v(t) = -t^2 + 12t$.
- d) Vận tốc lớn nhất của vật trong 8 giây đầu tiên là 36 m/s .

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{4x^2 + 60}{x + 1}$.

- a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = -5$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- c) Đạo hàm của hàm số đã cho $f'(x) = 4 - \frac{64}{(x + 1)^2}$.
- d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = 4x - 4$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

- a) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$

- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 2.
- d) Với mỗi giá trị của $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x - 2}$ có tâm đối xứng là điểm $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức

$a^2 + b^2$ bằng

KQ:

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$?

KQ:

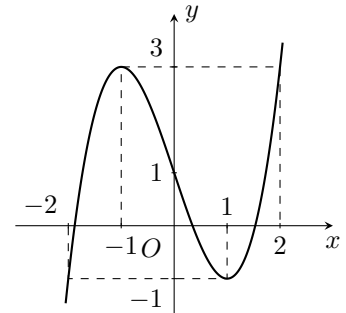
Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} . Số phần tử của tập hợp S bằng

KQ:

Câu 4. Dân số Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức $N(t) = 100 \cdot e^{0,012t}$ (triệu người), với $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Sau ít nhất bao nhiêu năm thì tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam sẽ lớn hơn 2 triệu người/năm?

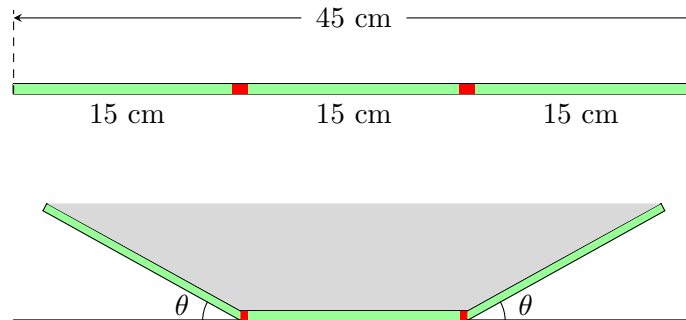
KQ:

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -10 .



KQ:

Câu 6. Bác Nam dự định làm một máng thoát nước mưa từ một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài 8 m và chiều rộng 45 cm. Bác Nam chia chiều rộng của miếng tôn thành ba phần bằng nhau, mỗi phần dài 15 cm, rồi gập hai bên lên một góc θ (đơn vị radian) như hình vẽ dưới đây



Gọi S (cm^2) là diện tích của mặt cắt ngang của máng nước. Tìm góc θ (làm tròn kết quả đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) để diện tích S là lớn nhất (sẽ cho phép nước thoát qua máng nhiều nhất).

KQ:

———— HẾT ————

(Đề thi có 4 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 102

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	0		-2	+
				$+\infty$
				0

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	-

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

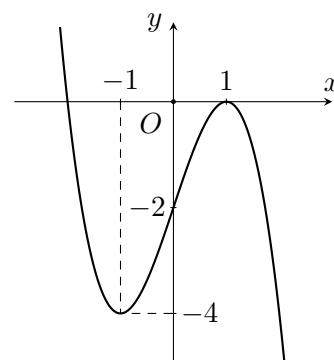
- A. 8. B. 18. C. 16. D. 17.

Câu 4. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x - 1}{x - 2}$ lần lượt là

- A. $x = 2, y = -4$. B. $x = 4, y = 2$. C. $x = 2, y = 4$. D. $x = -2, y = 4$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. -1. B. 1. C. -4. D. 0.

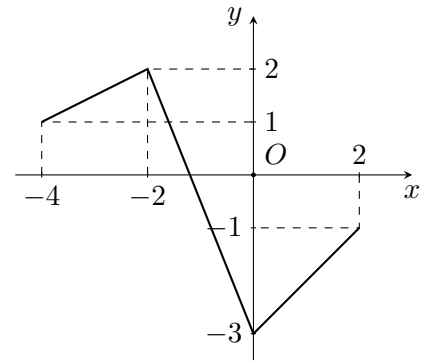


Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4; 2]$ như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-4; 2]$. Tính $M - 2m$.

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 5.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

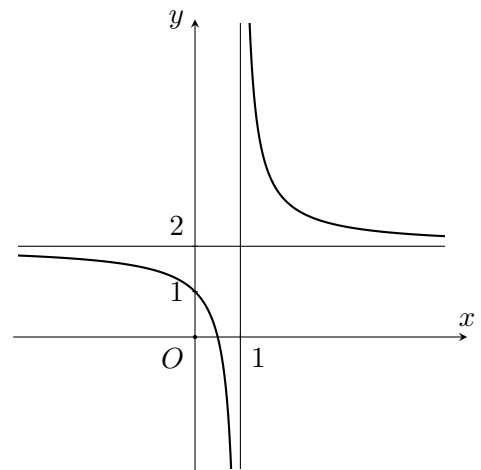
- A. $(-1; 1)$. B. $(1; 5)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x(3 - x)(x + 1)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(0) > f(-1)$. B. $f(1) > f(2)$. C. $f(3) > f(1)$. D. $f(4) > f(3)$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?

- A. $y = \frac{2x}{x - 1}$. B. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.
 C. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$. D. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.



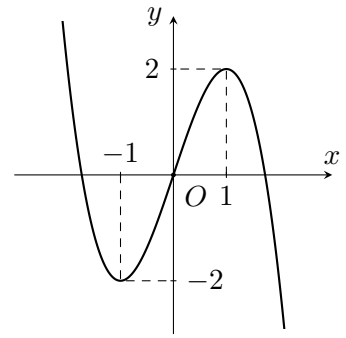
Câu 11. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	7	$+\infty$	$-\infty$	-1	$-\infty$

- A. $y = \frac{-x^2 + x - 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
 C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.



PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 45}{x - 1}$.

- a) Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 5$.
 b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 c) Đạo hàm của hàm số đã cho $f'(x) = 3 - \frac{48}{(x - 1)^2}$.
 d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = 3x + 3$.

Câu 2. Một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét (m) là quãng đường vật di chuyển được.

- a) Sau 3 giây vật đi được quãng đường dài 36 m.
 b) Vận tốc của vật được tính bởi công thức $v(t) = -t^2 + 10t$.
 c) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 6$ giây bằng 2 m/s^2 .
 d) Vận tốc lớn nhất của vật trong 8 giây đầu tiên là 25 m/s .

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x - m}{x - 2}$.

- a) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(2; 3)$.
 b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 c) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 d) Có năm giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$.

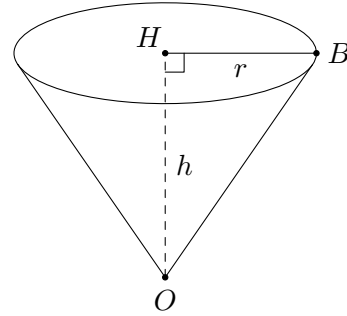
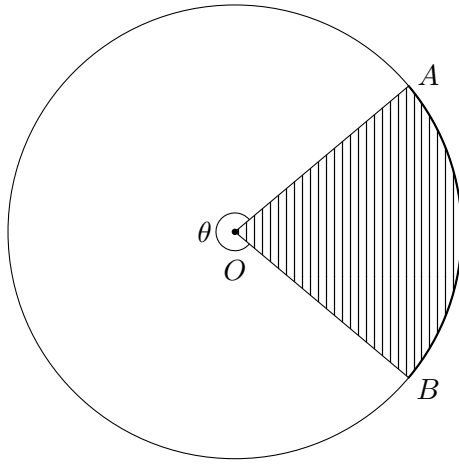
- a) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			4		$-\infty$
			0			

- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -3x^2 - 6x$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 0.
 d) Với mỗi giá trị của $m \in (0; 4)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

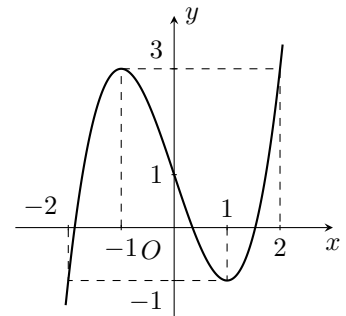
Câu 1. Cắt bỏ hình quạt tròn AOB (hình phẳng có nét gạch trong hình vẽ dưới đây) từ một mảnh giấy hình tròn bán kính bằng 30 cm rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng một hình nón.



Gọi θ (đơn vị radian) là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu ($0 < \theta < 2\pi$). Tìm θ để khối nón có thể tích lớn nhất (làm tròn kết quả đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy). KQ:

Câu 2. Dân số Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức $N(t) = 100 \cdot e^{0,012t}$ (triệu người), với $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Sau ít nhất bao nhiêu năm thì tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam sẽ lớn hơn 1,5 triệu người/năm? KQ:

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -16 .



KQ:

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x - 5 + \frac{3}{x+2}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng KQ:

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m^2 - 7)x + 2$ có cực đại và cực tiểu? KQ:

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2024; 2024]$ để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$ tại hai điểm phân biệt? KQ:

———— HẾT ————

BẢNG ĐÁP ÁN

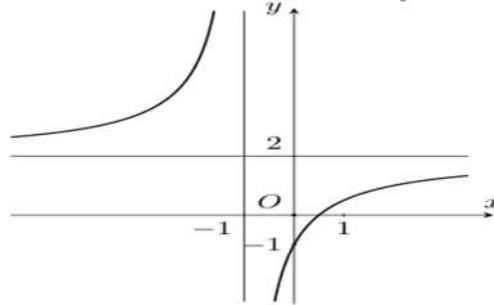
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	A	C	B	B	B	D	B	D	D	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = 2$.

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra chọn **B**.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	1	3	$-\infty$	1

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên đã cho ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 3. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ lần lượt là

A. $x = 1, y = 3$.

B. $x = 1, y = 3$.

C. $x = 1, y = 3$.

D. $x = 1, y = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x-2}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x-2}{x-1} = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{x-1} = 3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^2(3-x)(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f(-2) < f(-1)$. **B.** $f(3) > f(4)$. **C.** $f(2) > f(3)$. **D.** $f(-1) > f(2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = x^2(3-x)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$	
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$y(x)$	$+\infty$					$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên cho thấy hàm số nghịch biến trên $(3; +\infty)$ do đó $f(3) > f(4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			1		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(2; 5)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 5)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho có điểm 3 cực trị.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^3 - 3x^4$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

- A. -24. B. 0. C. -7. **D. -16.**

Lời giải

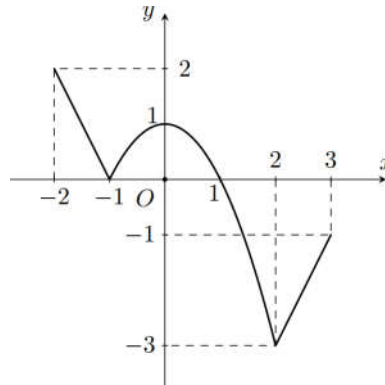
Chọn D

+) Ta có $y' = 12x^2 - 12x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(tm) \\ x = 1(tm) \end{cases}$.

+) Ta tính được $y(-1) = -7; y(0) = 0; y(1) = 1; y(2) = -16$.

Vậy $\min_{[-1;2]} y = y(2) = -16$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Tính $2M - m$.



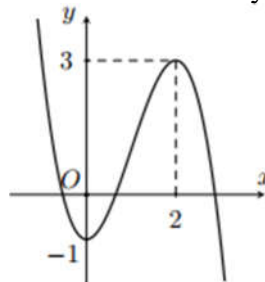
- A. 6. **B. 7.** C. 5. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$ ta có $M = 2$ và $m = -3$ suy ra $2M - m = 2 \cdot 2 - (-3) = 7$.

Câu 9. Đường cong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. **D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.**

Lời giải

Chọn D

-Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên loại đáp án C.

-Ta có: $f(0) = -1$ nên loại đáp án A

$f(2) = 3$ nên loại đáp án B.

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 + 3x - 6}{1 - x}$. B. $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 + 3x + 6}{x - 1}$. **D.** $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

Lời giải

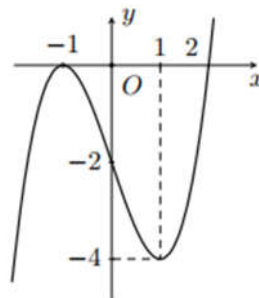
Chọn D

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$, vậy loại B

Ta thấy $f(-1) = -5$ vậy chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng



- A. 1. **B.** 0. C. -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó là $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án A.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$.

- a) Khi $m = -1$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 2)$.
- d) Có hai giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Lời giải

Chọn a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai.

a) Khi $m = -1$ thì $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Khi đó $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = 2$.

Do đó tâm đối xứng là $I(-1; 2)$.

d) Ta có $y' = \frac{2-m}{(x+1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng trên các khoảng xác định

$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{1\}$.

Câu 2. Một vật chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ được tính bằng mét (m) là quãng đường vật di chuyển được.

- a) Sau 3 giây vật đi được quãng đường dài 45 m.
- b) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 7$ giây bằng 2 m/s^2 .
- c) Vận tốc của vật được tính bởi công thức $v(t) = -t^2 + 12t$.
- d) Vận tốc lớn nhất của vật trong 8 giây đầu tiên là 36 m/s .

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a) Sau 3 giây vật đi được quãng đường dài: $s(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 6 \cdot 3^2 = 45$.

b) Gia tốc tức thời của vật được xác định bởi công thức $a(t) = s''(t) = -2t + 12$.

Do đó $a(7) = -2 \cdot 7 + 12 = -2 \text{ m/s}^2$.

c) Vận tốc của vật được tính bởi công thức $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$.

d) Ta có $v(t) = -t^2 + 12t$.

$v'(t) = -2t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Bảng biến thiên:

t	0		6		8
$v'(t)$		+	0	-	
$v(t)$	0		36		32

Dựa vào bảng biến thiên, trong 8 giây đầu tiên vận tốc lớn nhất của vật đạt 36 m/s .

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{4x^2 + 60}{x + 1}$.

a) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -5$.

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho $f'(x) = 4 - \frac{64}{(x + 1)^2}$.

d) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 4x - 4$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$f(x) = \frac{4x^2 + 60}{x + 1} = 4x - 4 + \frac{64}{x + 1}$

Ta có: $f'(x) = 4 - \frac{64}{(x + 1)^2}, \forall x \neq -1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{64}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$	-5	-1	3	$+\infty$
y'		+ 0 -		- 0 +	
y	$-\infty$	-40	$-\infty$	24	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -5$ và $y_{CD} = -40$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 24$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(3; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-5; -1)$ và $(-1; 3)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (4x - 4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{64}{x + 1} = 0 \Rightarrow y = 4x - 4$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

a) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$-\infty$	$+\infty$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} bằng 2.

d) Với mỗi giá trị $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$-\infty$	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên \mathbb{R} không tồn tại.

Với mỗi giá trị $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x - 2}$ có tâm đối xứng là điểm $I(a, b)$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

Lời giải

Đáp số: 13

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ suy ra $x = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 1)] = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = 0$ nên $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;3).$$

Vậy $a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$?

Lời giải

Đáp số 7.

Để đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$ thì phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2} = m$ vô nghiệm.

Ta có $\frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2} = m \Leftrightarrow -x^2 + (2 - m)x - 4 + 2m = 0$ với $x \neq 2$.

Để phương trình vô nghiệm cần

$$\Delta = (2 - m)^2 + 4(-4 + 2m) < 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4m + m^2 - 16 + 8m < 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 < 0 \Leftrightarrow -6 < m < 2.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} . Số phần tử của tập hợp S bằng

Lời giải

Trả lời: 9

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 4x^2 - 2mx + 4$.

Để hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 9 giá trị thỏa mãn.

Câu 4. Dân số Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức $N(t) = 100.e^{0,012t}$ (triệu người), với $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Sau ít nhất bao nhiêu năm thì tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam sẽ lớn hơn 2 triệu người/năm?

Lời giải

Trả lời: 43

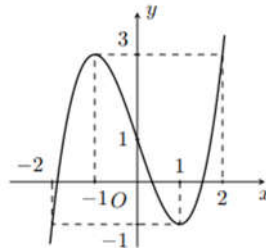
Ta có $N(t) = 100.e^{0,012t} \Rightarrow N'(t) = 1,2.e^{0,012t}$.

Tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam sẽ lớn hơn 2 triệu người/ năm

$$N'(t) > 2 \Leftrightarrow 1,2.e^{0,012t} > 2 \Leftrightarrow t > 42,56.$$

Suy ra, sau ít nhất 43 năm thì tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam sẽ lớn hơn 2 triệu người/ năm.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -10 .



Lời giải

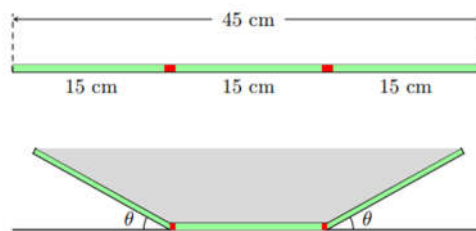
Có $g'(x) = (6x^2 + 1).f'(2x^3 + x - 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x^3 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + x - 1 = -1 \\ 2x^3 + x - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + x = 0 \\ 2x^3 + x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_0 \approx 0,84 \end{cases}$$

Tính được $g(0) = f(-1) + m = 3 + m$, $g(1) = f(2) + m = 3 + m$, $g(x_0) = f(1) + m = -1 + m$.

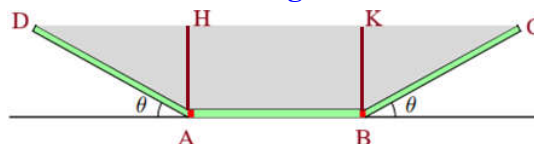
Nên $\max_{[0;1]} g(x) = 3 + m = -10 \Leftrightarrow m = -13$.

Câu 6. Bác Nam dự định làm một máng thoát nước mưa từ một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài 8 m và chiều rộng 45 cm. Bác Nam chia chiều rộng của miếng tôn thành ba phần bằng nhau, mỗi phần dài 15 cm, rồi gập hai bên lên một góc θ (đơn vị radian) như hình vẽ dưới đây.



Gọi S (cm²) là diện tích của mặt cắt ngang của máng nước. Tìm góc θ (làm tròn kết quả đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) để diện tích S là lớn nhất (sẽ cho phép nước thoát qua máng là nhiều nhất).

Lời giải



Mặt cắt ngang của máng nước là hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ. Gọi AH, BK là các đường cao, ta có $DA = AB = BC = 15$ cm. $AH = BK = 15 \sin \theta$, $DH = KC = 15 \cos \theta$.

Khi đó diện tích mặt cắt ngang của máng nước là $S = \frac{(AB+DC).AH}{3} = 225(1+\cos\theta)\sin\theta$ với $\theta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Xét hàm số $S^2 = 225^2(1+\cos\theta)^2\sin^2\theta = 225^2(1+\cos\theta)^2(1-\cos^2\theta)$

$S^2 = 225^2(1+\cos\theta)^2\sin^2\theta = 225^2(-\cos^4\theta - 2\cos^3\theta + 2\cos\theta + 1)$

Đặt $t = \cos\theta, t \in (0;1)$, xét hàm số $f(t) = -t^4 - 2t^3 + 2t + 1$ trên $(0;1)$, có $f'(t) = -4t^3 - 6t^2 + 2$

$$, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$

t	0	$\frac{1}{2}$	1	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$		↗ ↘		

Ta thấy $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t = \frac{1}{2}$ hay $\theta = \frac{\pi}{3} \approx 1,05$. Khi đó diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang của máng nước là $S = 225(1+\cos 60^\circ)\sin 60^\circ \approx 292,28 \text{ (cm}^2\text{)}$.

☞ HẾT ☞