

Họ, tên học sinh:Lớp:

Mã đề: 246

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0.25 điểm).

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;0;1)$ lên trục Oy có tọa độ là

- A. $(0;0;0)$. B. $(-2;0;0)$. C. $(-2;0;1)$. D. $(0;0;1)$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 2}$. B. $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$. C. $y = 3 - 2x - x^3$. D. $y = \frac{-2}{x + 1}$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CC'}$.

- A. $\vec{u} = \vec{AC}$. B. $\vec{u} = \vec{AC'}$. C. $\vec{u} = \vec{A'C}$. D. $\vec{u} = \vec{C'A}$.

Câu 4. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- A. $x = 1$. B. $\left(1; \frac{7}{3}\right)$. C. $x = 3$. D. $(3;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $x + 1 = 0$ tại bao nhiêu điểm phân biệt?

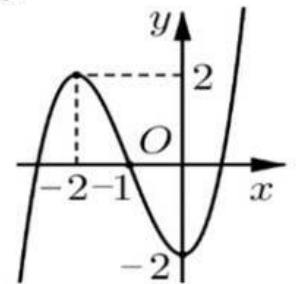
x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$	
y'		-	+	+	0	-
y	5		$+\infty$		1	

Đồ thị biến thiên: Từ $x = -\infty$, $y = 5$ giảm xuống cực tiểu tại $x = -2$ ($y = 3$), tăng qua cực đại tại $x = -1$ ($y = +\infty$), giảm qua cực tiểu tại $x = 3$ ($y = 1$), tiếp tục giảm xuống $y = -5$ khi $x \rightarrow +\infty$.

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.



Câu 7. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$. B. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 4x + 3}$. C. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. B. $M = \frac{1}{3}$. C. $M = -5$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Câu 9. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox . Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc k là:

- A. $k = -\frac{5}{9}$. B. $k = -\frac{1}{3}$. C. $k = \frac{5}{9}$. D. $k = \frac{1}{3}$.

Câu 10. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Góc giữa vectơ \overrightarrow{BA} và vectơ $\overrightarrow{C'B'}$ bằng bao nhiêu?

- A. 30° . B. 60° . C. 120° . D. 90° .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, giả sử $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{k}$, khi đó tọa độ điểm M là

- A. $(2; -1; 0)$. B. $(2; 0; -1)$. C. $(0; 2; -1)$. D. $(-2; 0; 1)$.

Câu 12. Sau khi đăng quang cuộc thi hoa hậu hoàn vũ Việt Nam năm 2024, một nhóm người đẹp đi làm từ thiện gồm có Hoa hậu, Á hậu 1 và Á hậu 2. Biết rằng nhóm sẽ không đi làm từ thiện nếu Hoa hậu rời nhóm hoặc cả hai Á hậu cùng rời nhóm. Khả năng để Hoa hậu, Á hậu 1, Á hậu 2 rời nhóm lần lượt là $\frac{1}{4}$,

$\frac{1}{5}$ và $\frac{3}{10}$. Biết các quyết định rời nhóm của Hoa hậu và các Á hậu độc lập nhau. Xác suất để nhóm có thể đi làm từ thiện bằng bao nhiêu?



- A. 0,125. B. 0,875. C. 0,295. D. 0,705.

PHẦN II. (4 điểm). Câu trắc nghiệm đúng sai. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn ĐÚNG hoặc SAI)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$.

Xét tính đúng/sai các khẳng định sau:

Khẳng định	Đúng	Sai
a) Tích vô hướng của hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} bằng -52 .		
b) Góc \widehat{ABC} là góc tù.		
c) Với điểm $D(2; 1; -1)$ thì tứ giác $ABCD$ theo thứ tự đó là một hình bình hành.		
d) Điểm $E(1; 2; x)$ với $\triangle ABE$ vuông tại B thì giá trị $x = -6$.		

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.		
b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.		
c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 7)$.		
d) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .		

Câu 3. Thống kê thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của một nhóm người chạy xe máy “Xanh SM” được cho trong bảng sau:

Thu nhập (triệu đồng)	$[3; 5)$	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$
Số người	5	10	5	2

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Cỡ mẫu là $n = 22$.		
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 8$.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 7,6$.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = 2,5$.		

Câu 4. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng.

Trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau.



Khẳng định	Đúng	Sai
a) Tại thời điểm giây thứ 10, con tàu cách bề mặt của mặt trăng 50 km.		
b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm giây thứ 25 là: 6,25 (km / giây).		
c) Từ giây thứ 20 đến giây thứ 30, con tàu ngày càng tiến gần đến bề mặt của mặt trăng.		
d) Trong khoảng 70 giây đầu tiên, có thời điểm mà con tàu gần với bề mặt của Mặt Trăng nhất, khoảng cách này là 8,073 (km). (Kết quả được làm tròn đến hàng phần ngàn).		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 mỗi câu trả lời đúng được 0.5 điểm).

Câu 1. Tính tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

Câu 2. Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ bóng đá trong giải V-League 2023 (gồm 14 đội bóng) cho kết quả sau:

49	79	59	52	68	73	45
39	61	60	59	52	41	40

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[30; 40)$?

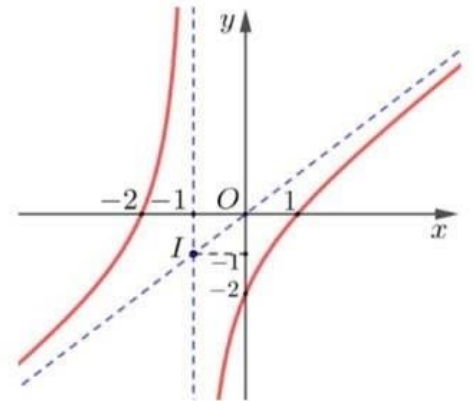
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 3$, $AD = 1$, $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tích vô hướng của hai vectơ $\overline{SC} \cdot \overline{CA}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi giao điểm C của đường thẳng AB và trục Ox . Hoành độ của điểm C bằng bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Cho hàm số $y = ax + \frac{b}{x+1}$ có đồ thị như hình bên.

Biết tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1;-1)$.

Hỏi giá trị của biểu thức $S = 4a + b$ bằng bao nhiêu?



Câu 6. Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy. Người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ (tỉ đồng). Tính tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để chi phí cần bỏ ra giảm liên tục mà vẫn loại bỏ được chất gây ô nhiễm lớn hơn 50% và nhỏ hơn 53% ?



-----Hết-----



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÍCH PHÂN. HCM
TRƯỜNG THCS & THPT NGUYỄN KHUYẾN
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – KHỐI 12
Năm học 2024 - 2025
Thời gian làm bài 90 phút

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.D	5.D	6.B	7.A	8.B	9.D	10.C
11.B	12.D	1 ĐSSĐ	2 ĐĐSĐ	3 ĐĐĐĐ	4 ĐĐSS	1 2	2 50	3 -10	4 -0.3
5 2	6 2650								

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;0;1)$ lên trục Oy có tọa độ là:

- A. $(0;0;0)$. B. $(-2;0;0)$. C. $(-2;0;1)$. D. $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của $M(-2;0;1)$ lên trục $Oy \Rightarrow$ Giữ nguyên tọa độ $y = 0$, các tọa độ khác bằng 0.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 2}$. B. $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$. C. $y = 3 - 2x - x^3$. D. $y = \frac{-2}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số: $y = 3 - 2x - x^3$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

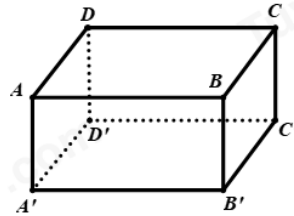
Ta có: $y' = -2 - 3x^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $y = 3 - 2x - x^3$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vectơ $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CC}'$.

- A. $\vec{u} = \vec{AC}$. B. $\vec{u} = \vec{AC}'$. C. $\vec{u} = \vec{A'C}$. D. $\vec{u} = \vec{C'A}$.

Chọn B.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ (quy tắc hình hộp).

Câu 4: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.

- A. $x = 1$. B. $\left(1; \frac{7}{3}\right)$. C. $x = 3$. **D. $(3; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		$\nearrow \frac{7}{3}$	$\searrow 1$		$\nearrow +\infty$

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3; 1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $x + 1 = 0$ tại bao nhiêu điểm phân biệt?

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$	
y'		-	+	+	0	-
y		$\searrow 5$	$\nearrow 3$	$\nearrow +\infty$	$\searrow 1$	$\searrow -2$
					$\searrow -5$	

- A. 2. B. 1. C. 4. **D. 0.**

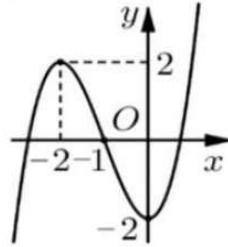
Lời giải

Chọn D

Vẽ đường thẳng $x = -1$. Ta thấy $x = -1$ là điểm hàm số không xác định

\Rightarrow Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không cắt đường thẳng $x + 1 = 0$.

Câu 6: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. **B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.** C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B

Dạng Bậc 3 và hệ số $a > 0$. Loại A và D

$x = -1; y = 0$ nên chọn câu B

Câu 7: Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$** B. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 4x + 3}$ C. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$ D. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$

Lời giải

Chọn A

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = -\infty$$

Vậy $x = -1$ là tiệm cận đứng

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = 5$. **B. $M = \frac{1}{3}$.** C. $M = -5$. D. $M = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ liên tục trên $[0; 2]$.

Ta có $y' = \frac{-8}{(x - 3)^2} < 0, \forall x \in [0, 2]$, do đó, $M = \max_{[0, 2]} y = y(0) = \frac{1}{3}$

Câu 9: Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox . Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc k là:

- A. $k = -\frac{5}{9}$. B. $k = -\frac{1}{3}$. C. $k = \frac{5}{9}$. **D. $k = \frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox là $\frac{x-2}{2x-1} = 0 \Rightarrow x = 2$

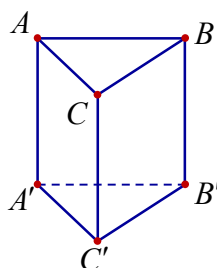
$$y' = \frac{3}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Câu 10: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Góc giữa hai vectơ \overrightarrow{BA} và $\overrightarrow{C'B'}$ bằng bao nhiêu?

- A. 30° . B. 60° . **C. 120° .** D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{C'B'}) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CB}) = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, giả sử $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - \vec{k}$, khi đó tọa độ điểm M là

- A. $(2; -1; 0)$. **B. $(2; 0; -1)$.** C. $(0; 2; -1)$. D. $(-2; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(2; 0; -1)$.

Câu 12: Sau khi đăng quang cuộc thi hoa hậu hoàn vũ Việt Nam năm 2024, một nhóm người đẹp đi làm từ thiện gồm có Hoa hậu, Á hậu 1 và Á hậu 2. Biết rằng nhóm sẽ không đi làm từ thiện nếu Hoa hậu rời nhóm hoặc cả hai Á hậu cùng rời nhóm. Khả năng để Hoa hậu, Á hậu 1, Á hậu 2 rời nhóm lần lượt là $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$ và $\frac{3}{10}$. Biết các quyết định rời nhóm của Hoa hậu và các Á hậu độc lập nhau. Xác suất để nhóm có thể đi làm từ thiện bằng bao nhiêu?

Mà $\overrightarrow{BE} = (2; -1; x+1) \Rightarrow -6 - 4 - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -6$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) .

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
- b) Đồ thị (C) nhận điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 7)$.
- d) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với Oy .

Lời giải

a) Ta có: $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3} = -x - 6 - \frac{14}{x - 3}$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - (-x - 6)) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(-\frac{14}{x - 3} \right) = 0$.

Vậy đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3} = -\infty$.

Do đó, đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x = 3$.

Tâm đối xứng của đồ thị (C) là giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.

Vậy đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.

c) Ta có: $y' = -1 + \frac{14}{(x - 3)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{14} \\ x = 3 + \sqrt{14} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$3 - \sqrt{14}$	3	$3 + \sqrt{14}$	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$+\infty$	\searrow	$+\infty$
		$-9 + 2\sqrt{14}$		$-9 - 2\sqrt{14}$		$-\infty$

Do đó, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 3 + \sqrt{14})$; nghịch biến trên $(3 + \sqrt{14}; 7)$.

d) Ta có $x_{CB} \cdot x_{CT} = (3 + \sqrt{14})(3 - \sqrt{14}) = -5 < 0$.

Do đó, đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với Oy .

Câu 3: Thống kê thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của một nhóm người chạy xe máy “Xanh XM” được cho trong bảng sau

Thu nhập (triệu đồng)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)
Số người	5	10	5	2

- a) Cỡ mẫu $n = 22$.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 8$.
- c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 7,6$.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta Q = 2,5$.

Lời giải

(a) Đúng

Cỡ mẫu: $n = 5 + 10 + 5 + 2 = 22$.

(b) Đúng

Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $x_{\max} = 11$

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $x_{\min} = 3$

Vậy $R = x_{\max} - x_{\min} = 11 - 3 = 8$.

(c) Đúng

Ta có bảng tần số ghép nhóm có tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[3; 5)	5	5
[5; 7)	10	15
[7; 9)	5	20
[9; 11)	2	22

Khi đó: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 22}{4} = 16,5$, nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 16,5 là nhóm

[7; 9) Suy ra: $Q_3 = 7 + \frac{16,5 - 15}{5} \cdot 2 = 7,6$.

(d) Đúng

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{22}{4} = 5,5$, nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 5,5 là nhóm [5; 7) Suy

ra: $Q_1 = 5 + \frac{5,5 - 5}{10} \cdot 2 = 5,1$.

Vậy khoảng tứ phân vị bằng $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 7,6 - 5,1 = 2,5$.

Câu 4: Một con tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng thời gian 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.



- a) Tại thời điểm giây thứ 10, con tàu cách bề mặt của Mặt Trăng 50 km.
- b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm giây thứ 25 là 6,25 (km/giây).
- c) Từ giây thứ 20 đến giây thứ 30, con tàu ngày càng tiến gần đến bề mặt của Mặt trăng.
- d) Trong khoảng 70 giây đầu tiên, có thời điểm mà con tàu gần với bề mặt của mặt trăng nhất, khoảng cách này là 8,037 km (kết quả được làm tròn đến hàng phần ngàn).

Lời giải

a) Đúng

Tại thời điểm giây thứ 10, khoảng cách từ con tàu đến bề mặt của Mặt Trăng là $h(10) = -0,01 \cdot 10^3 + 1,1 \cdot 10^2 - 30 \cdot 10 + 250 = 50$ km.

b) Đúng

Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm giây thứ 25 chính là đạo hàm của hàm số $h(t)$ tại thời điểm $t = 25$.

Ta có: $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$.

Khi đó: $h'(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 2,2 \cdot 25 - 30 = 6,25$.

Vậy vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm giây thứ 25 là 6,25 (km/giây).

c) Sai

Xét hàm số $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trên đoạn $[20; 30]$ ta được

$$h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$$

$$h'(t) = 0 \text{ vô nghiệm trên đoạn } [20; 30].$$

Bảng biến thiên

t	20	30
$h'(t)$		+
$h(t)$	10	70

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 con tàu ngày càng cách xa bề mặt của Mặt Trăng.

d) Sai

Xét hàm số $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trên đoạn $[0; 70]$ ta được

$$h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 18,107 \\ t \approx 55,226 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	18,107	55,226	70			
$h'(t)$		-	0	+	0	-	
$h(t)$	250		8,074		263,778		110

Từ bảng biến thiên ta thấy thời điểm con tàu gần bề mặt của Mặt Trăng nhất là khoảng 8,074 km tại thời điểm $t \approx 18,107$ giây.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $y' = x^2 + 2(m+1)x - (m+1)$.

Để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + (m+1) \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Ta có $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1\}$.

Tích cần tìm là $(-2)(-1) = 2$.

Câu 2: Thống kê số thẻ vàng của các cầu lạc bộ bóng đá trong giải V-league 2023(gồm 14 đội bóng) cho kết quả như sau:

49	79	59	52	68	73	45
39	61	60	59	52	41	40

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[30; 40)$.

Lời giải

Đáp án 50

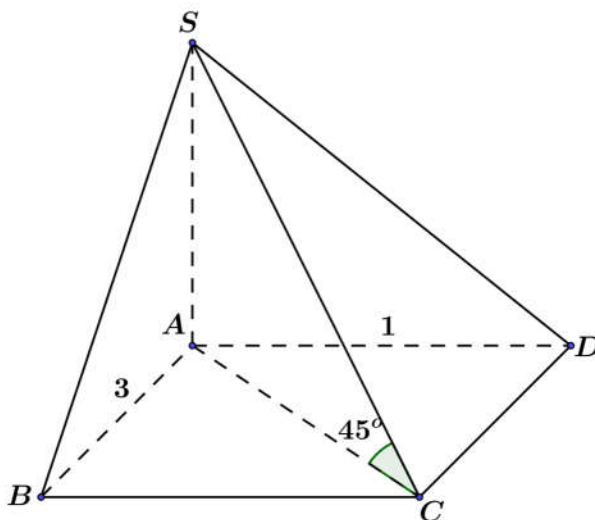
Ta có mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	1	4	4	3	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 80 - 30 = 50$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 3, AD = 1, SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



$$(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

Tam giác SAC vuông tại A , có: $AC = \frac{SC}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{10}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{5}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CA} &= SC \cdot CA \cdot \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CA}) \\ &= 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cos 135^\circ \\ &= 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= -10 \end{aligned}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi giao điểm C của đường thẳng AB và trục Ox . Hoành độ của điểm C bằng bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phân chục).

Lời giải

$$C \in Ox \Rightarrow C(x;0;0).$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; -9; 3); \overrightarrow{AC} = (x; -3; 1).$

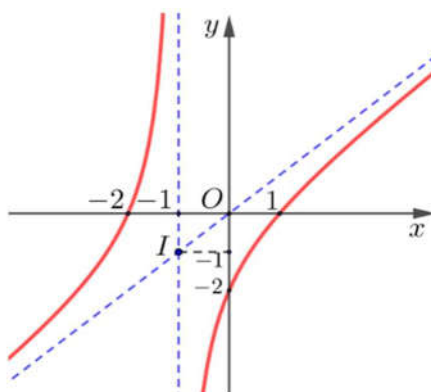
$C \in AB \Leftrightarrow C, A, B$ thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k(-1) \\ -3 = k(-9) \\ 1 = k.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $x = -\frac{1}{3} \approx -0,3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax + \frac{b}{x+1}$ có đồ thị như hình bên. Biết tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; -1)$. Hỏi giá trị của biểu thức $S = 4a + b$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án 2.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $I(-1; -1)$ và $O(0; 0)$ nên có phương trình $y = x$. Do đó $a = 1$.

Khi đó hàm số có dạng $y = x + \frac{b}{x+1}$.

Mặt khác $A(0; -2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-2 = 0 + \frac{b}{0+1} \Leftrightarrow b = -2$.

Vậy $S = 4a + b = 4(1) + (-2) = 2$.

Câu 6: Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy. Người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ (ti đồng). Tính tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m để chi phí cần bỏ ra giảm liên tục mà vẫn loại bỏ được chất gây ô nhiễm lớn hơn 50% và nhỏ hơn 53%?



Lời giải

Đáp án: 2650.

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để hàm số $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ nghịch biến trên $(50; 53)$.

Ta có $C'(x) = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{x-m} \right)' = \frac{1}{9} - \frac{1}{(x-m)^2} = 0 \Leftrightarrow x = m+3$ hoặc $x = m-3$ và $x \neq m$.

Khi đó BBT của hàm số $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}, x \neq m$ như sau:

x	$-\infty$	$m-3$	m	$m+3$	$+\infty$
C'	+	0	-	-	+
C	$-\infty$	$C(m-3)$		$C(m+3)$	$+\infty$

Để $C(x) = \frac{x^2 - mx + 9}{9x - 9m}$ nghịch biến trên $(50; 53)$ ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} m-3 \leq 50 \\ 53 \leq m \end{cases} \Rightarrow m = 53.$

Trường hợp 2: $\begin{cases} m \leq 50 \\ 53 \leq m+3 \end{cases} \Rightarrow m = 50.$

Vậy $m \in \{50; 53\}$ thì thỏa yêu cầu bài toán, suy ra $S = 50.53 = 2650$.