

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ \vec{b} .

- A. $(-1; 3; 5)$. B. $(1; 0; 1)$. C. $(3; -1; 5)$. D. $(1; -1; 1)$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có tâm đối xứng là điểm:

- A. $I(1; 2)$. B. $I(0; 1)$. C. $I(-1; -4)$. D. $I(1; -2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-5; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-5	-1	0	1	2	
y'		+	0	-	0	-
y	-2		3		2	1

- A. 0 B. 3 C. 5 D. 1

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ \vec{v} có điểm đầu là $A(1; 2; -1)$ và điểm cuối là $B(2; -1; 3)$. Xác định tọa độ vectơ đối của vectơ \vec{v} .

- A. $(3; -3; 2)$. B. $(3; -3; 4)$. C. $(-1; 3; -4)$. D. $(1; -3; 4)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(1; -3; 4)$. B. $D(-4; 3; 2)$. C. $D(-4; 8; -3)$. D. $D(-4; 2; -3)$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$.

- A. $\max_{[-3; -1]} y = -4$. B. $\max_{[-3; -1]} y = -\frac{13}{3}$. C. $\max_{[-3; -1]} y = \frac{13}{3}$. D. $\max_{[-3; -1]} y = -\frac{13}{6}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình.

Hàm số đã cho **đồng biến** trên khoảng

- A. $\mathbb{R} \setminus [(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)]$. B. $(-1; 1)$.
C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		0		4	$-\infty$

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào **đồng biến** trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 + 4x$. B. $y = \frac{x+1}{x+4}$. C. $y = x^2 + 4x$. D. $y = \frac{x^2+9}{x}$.

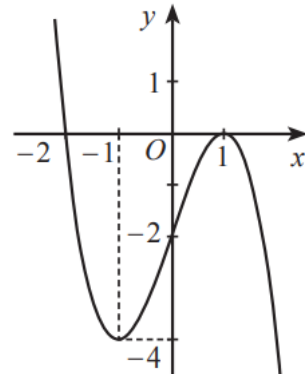
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ và \vec{j} . Vectơ $2\vec{u} + \vec{v} - \vec{j}$ có tọa độ là

- A. $(-4; -8; 4)$. B. $(0; -7; 1)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(1; -11; 1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số đạt **cực đại** tại điểm

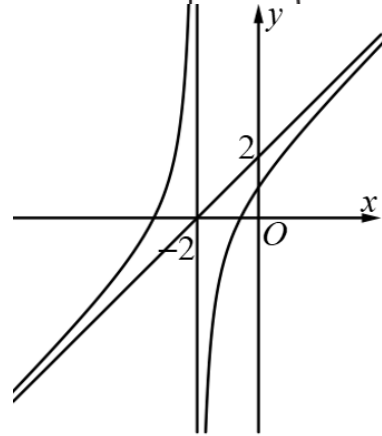
- A. $x = -1$.
- B. $y = 0$.
- C. $x = 0$.
- D. $x = 1$.



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

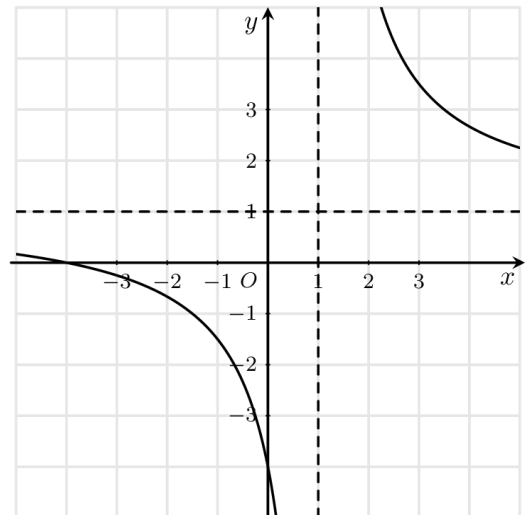
Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = 2x$.
- B. $y = x$.
- C. $y = x + 2$.
- D. $x = -2$.



Câu 12. Đường cong hình sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{3x^2 + 1}{x}$.
- B. $y = \frac{x - 1}{x}$.
- C. $y = \frac{x + 4}{x - 1}$.
- D. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xét tính **đúng** - **sai** của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $L(2;5)$.
- b) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
- c) Hàm số có một cực trị là 0.
- d) Với $m \in (0;4)$ thì phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y'	-	0	+	+	-
y	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	-1	$-\infty$

\swarrow \nearrow \swarrow \searrow
 3 $-\infty$ $-\infty$

a) Biết rằng hàm số đó có dạng $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $K(1;3)$.

b) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

c) Hàm số có cực tiểu là $x = 1$.

d) Cho biết đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(2;1)$ và đường tiệm cận xiên đi qua điểm $J(0;3)$ khi đó phương trình tiệm cận xiên của đồ thị là $y = -x + 3$.

Câu 3. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. (Nguồn: R. Larson and B.}$$

Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Khi đó:

a) Đến giây thứ 10 thì số lượng vi khuẩn đạt nhiều nhất.

b) Thời gian tăng lên nhiều giờ thì số lượng vi khuẩn càng nhiều.

c) Sau khi cấy vào môi trường dinh dưỡng, số lượng vi khuẩn tăng thêm được 3 con so với lúc đầu ở tại hai thời điểm t_1 và t_2 khi đó $t_1.t_2 = 100$.

d) Bảng biến thiên của hàm số $N(t)$ trên sẽ như hình dưới đây

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$	1000	1005	1000

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(-3;2;-1)$ và $D'(0;-3;5)$. M là trung điểm CC' . Khi đó:

a) $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AA'}$.

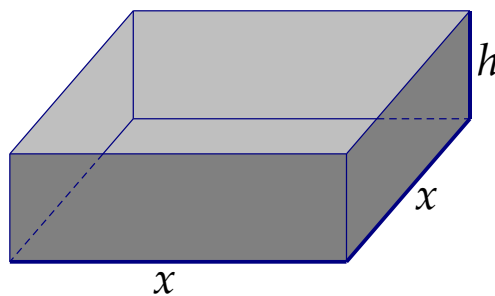
b) $\overline{BD'} = \overline{BA} + \overline{AD} + \overline{CC'}$.

c) Tọa độ tâm của hình hộp là $\left(2; 1; \frac{11}{2}\right)$.

d) Tọa độ điểm $C'(9;4;10)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

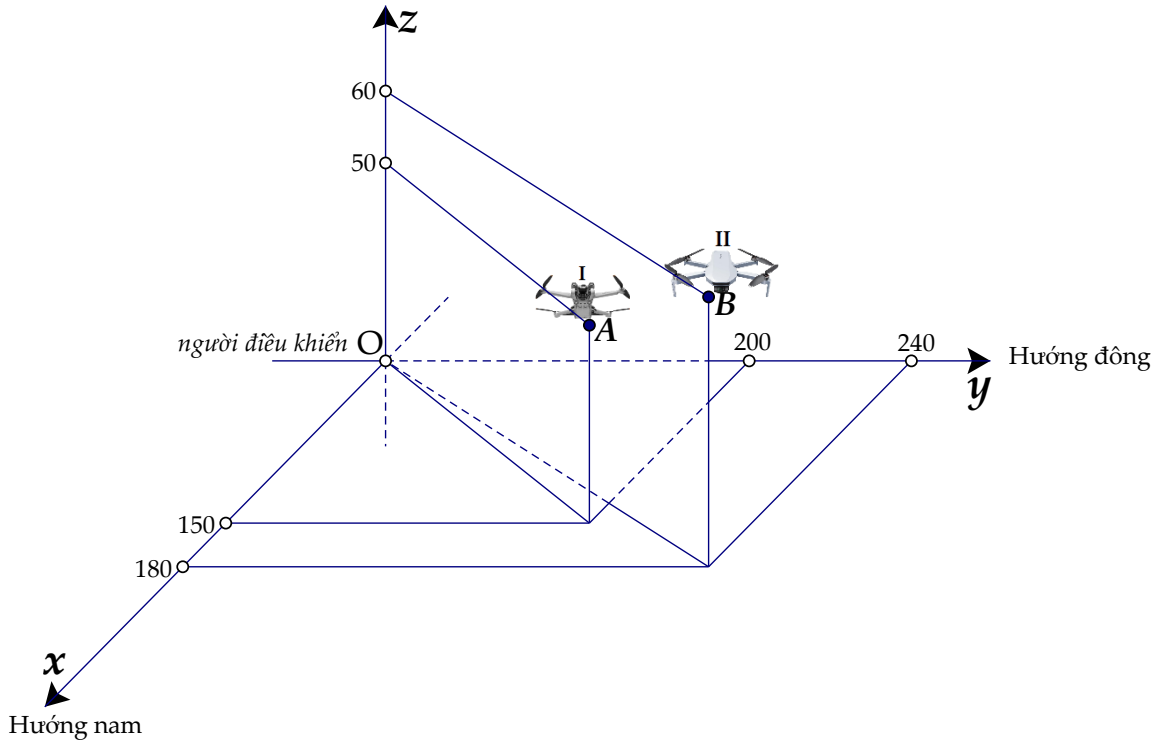
Câu 1. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 (xem hình minh họa). Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $3\sqrt{6}$. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \overline{AC} + \overline{AD'}$.

Câu 3. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông,

đồng thời cách mặt đất 50 m . Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía nam và 240 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 60 m .



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 4. Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với diện tích là 396 m^2 . Sau khi làm đường đi ở phía trên và phía dưới đều là 3 m , phía trái là 2 m . Phần còn lại của mảnh vườn được dùng để trồng rau. Phần trồng rau có diện tích lớn nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 5. Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần thức ăn (x lấy giá trị trong khoảng từ 30 đến 120) thì người ta tính được chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức: $\bar{C}(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$. Tìm số phần ăn sao cho chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.

Câu 6. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng tăng theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức: $V(t) = 4 + 300(-t^3 + t^2), 0 \leq t \leq 0.5$ (Nguồn: R.I. Charles et al, Algebra 2, Pearson). Khi xăng chảy vào bình xăng, gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Xăng chảy vào bình ở thời điểm nào có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

----- HẾT -----

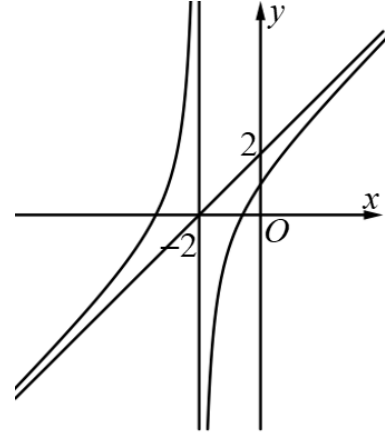
PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ \vec{b} .

- A. $(-1; 3; 5)$. B. $(1; -1; 1)$. C. $(3; -1; 5)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = x + 2$.
B. $y = x$.
C. $x = -2$.
D. $y = 2x$.



Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ trên đoạn $[-3; -1]$.

- A. $\max_{[-3; -1]} y = -4$. B. $\max_{[-3; -1]} y = -\frac{13}{3}$. C. $\max_{[-3; -1]} y = \frac{13}{3}$. D. $\max_{[-3; -1]} y = -\frac{13}{6}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-5; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-5	-1	0	1	2	
y'		+	0	-	0	-
y	-2	↗ 3	↘ 0	↗ 2	↘ 1	

- A. 0 B. 5 C. 3 D. 1

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có tâm đối xứng là điểm:

- A. $I(0; 1)$. B. $I(-1; -4)$. C. $I(1; -2)$. D. $I(1; 2)$.

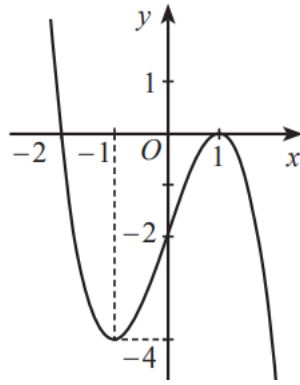
Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào **đồng biến** trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x+4}$. B. $y = x^3 + 4x$. C. $y = x^2 + 4x$. D. $y = \frac{x^2 + 9}{x}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$ và \vec{j} . Vectơ $2\vec{u} + \vec{v} - \vec{j}$ có tọa độ là

- A. $(1; -11; 1)$. B. $(0; -7; 1)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(-4; -8; 4)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đạt **cực đại** tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $y = 0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ \vec{v} có điểm đầu là $A(1; 2; -1)$ và điểm cuối là $B(2; -1; 3)$. Xác định tọa độ vectơ đối của vectơ \vec{v} .

- A. $(1; -3; 4)$. B. $(-1; 3; -4)$. C. $(3; -3; 4)$. D. $(3; -3; 2)$.

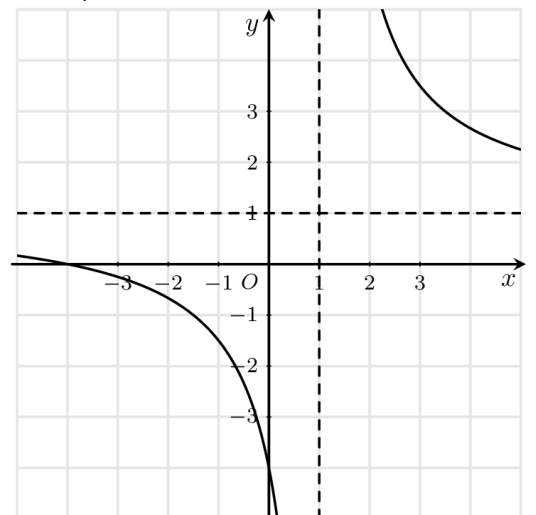
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình. Hàm số đã cho **đồng biến** trên khoảng

- A. $(0; 4)$. B. $\mathbb{R} \setminus [(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)]$.
C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	0	\nearrow	4	\searrow	$-\infty$

Câu 11. Đường cong hình sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.
B. $y = \frac{x - 1}{x}$.
C. $y = \frac{x + 4}{x - 1}$.
D. $y = \frac{3x^2 + 1}{x}$.



Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$.

Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; 3; 2)$. B. $D(-4; 2; -3)$. C. $D(-4; 8; -3)$. D. $D(1; -3; 4)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$						
y'		$-$	0	$+$	\parallel	$+$	0	$-$			
y	$+\infty$	\searrow	3	\nearrow	$+\infty$	\parallel	$-\infty$	\nearrow	-1	\searrow	$-\infty$

a) Biết rằng hàm số đó có dạng $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $K(1;3)$.

b) Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

c) Hàm số có cực tiểu là $x = 1$.

d) Cho biết đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(2;1)$ và đường tiệm cận xiên đi qua điểm $J(0;3)$ khi đó phương trình tiệm cận xiên của đồ thị là $y = -x + 3$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;2;3)$, $B(4;5;6)$, $C(-3;2;-1)$ và $D'(0;-3;5)$. M là trung điểm CC' . Khi đó:

a) $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AA'}$.

b) $\overline{BD'} = \overline{BA} + \overline{AD} + \overline{CC'}$.

c) Tọa độ điểm $C'(9;4;10)$.

d) Tọa độ tâm của hình hộp là $\left(2;1;\frac{11}{2}\right)$.

Câu 3. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. (Nguồn: R. Larson and B.}$$

Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Khi đó:

a) Sau khi cấy vào môi trường dinh dưỡng, số lượng vi khuẩn tăng thêm được 3 con so với lúc đầu ở tại hai thời điểm t_1 và t_2 khi đó $t_1.t_2 = 100$.

b) Bảng biến thiên của hàm số $N(t)$ trên sẽ như hình dưới đây

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$	1000	1005	1000

c) Đến giây thứ 10 thì số lượng vi khuẩn đạt nhiều nhất.

d) Thời gian tăng lên nhiều giờ thì số lượng vi khuẩn càng nhiều.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau:

a) Hàm số có một cực trị là 0.

b) Với $m \in (0;4)$ thì phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

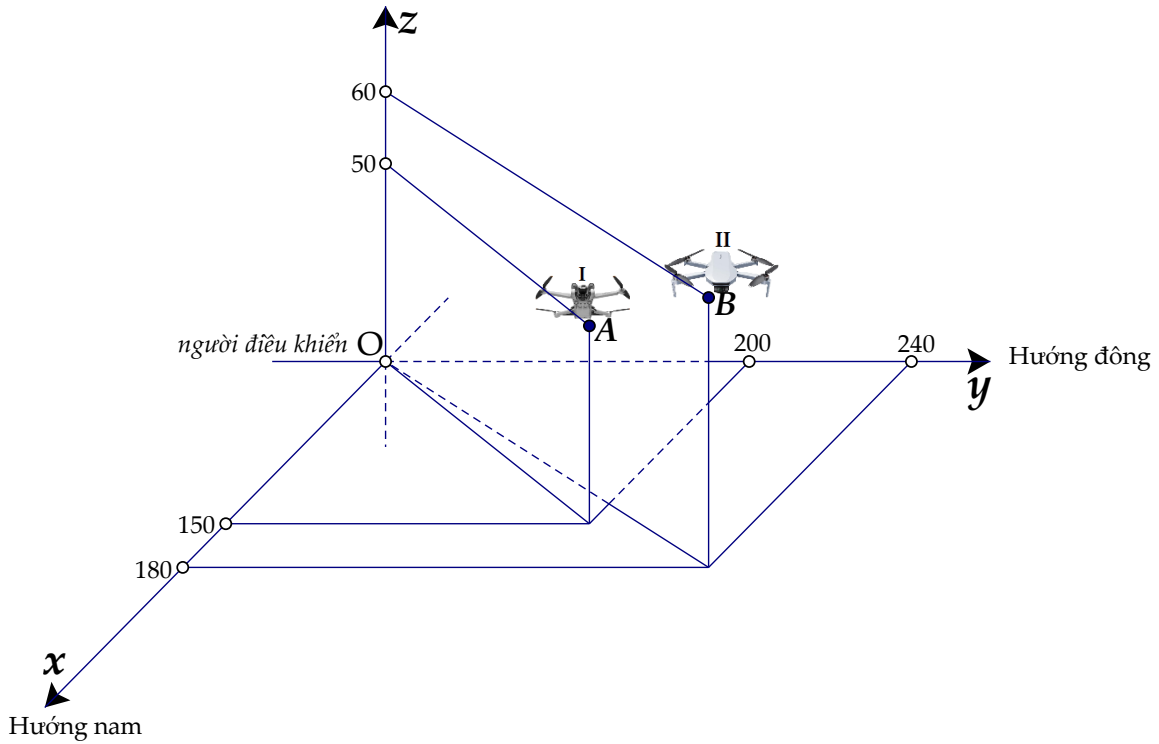
c) Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $L(2;5)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng tăng theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức: $V(t) = 4 + 300(-t^3 + t^2), 0 \leq t \leq 0.5$ (Nguồn: R.I. Charles et al, Algebra 2, Pearson). Khi xăng chảy vào bình xăng, gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0.5$. Xăng chảy vào bình ở thời điểm nào có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

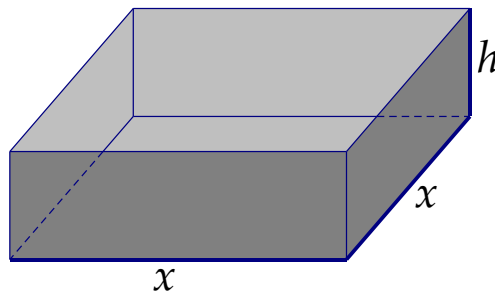
Câu 2. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150m$ về phía nam và $200m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50m$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180m$ về phía nam và $240m$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $60m$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $3\sqrt{6}$. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \vec{AC} + \vec{AD}'$.

Câu 4. Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 (xem hình minh họa). Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



Câu 5. Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần thức ăn (x lấy giá trị trong khoảng từ 30 đến 120) thì người ta tính được chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức: $\bar{C}(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$. Tìm số phần ăn sao cho chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất.

Câu 6. Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với diện tích là 396 m^2 . Sau khi làm đường đi ở phía trên và phía dưới đều là 3 m , phía trái là 2 m . Phần còn lại của mảnh vườn được dùng để trồng rau. Phần trồng rau có diện tích lớn nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

----- HẾT -----

Đề/câu	101	102	103	104	105	106	107	108
1	C	C	D	B	A	C	D	B
2	A	A	A	A	A	B	D	B
3	B	A	C	A	C	B	B	D
4	C	C	B	A	A	D	C	C
5	C	D	B	A	B	D	A	A
6	A	B	D	B	A	D	C	C
7	B	A	B	C	D	A	B	A
8	A	A	D	D	A	A	B	A
9	D	B	B	B	B	A	D	D
10	D	C	D	D	D	D	A	C
11	C	C	B	C	A	B	A	D
12	C	C	C	C	B	D	A	D
1a	S	D	D	S	S	D	S	S
1b	S	D	D	D	D	S	D	D
1c	D	S	S	D	D	D	D	D
1d	D	D	D	S	D	D	D	D
2a	D	D	S	D	S	S	D	D
2b	D	D	D	D	D	D	S	S
2c	S	S	D	S	S	D	D	D
2d	D	D	D	D	D	D	S	D
3a	D	D	D	D	D	D	D	D
3b	S	D	S	D	D	S	D	D
3c	D	D	D	D	S	D	S	D
3d	D	S	D	S	D	D	D	S
4a	D	D	S	S	D	S	D	S
4b	D	D	D	D	D	S	D	D
4c	D	S	D	D	S	D	D	D
4d	S	S	S	D	D	D	S	S
1	6	0,3	60	18	100	51	51	245
2	18	51	51	60	3	12	100	100
3	51	18	270	6	245	100	12	10
4	270	6	0,3	270	12	245	10	12
5	60	60	6	51	51	3	245	51
6	0,3	270	18	0,3	10	10	3	3

Xem thêm: **ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12**
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>