

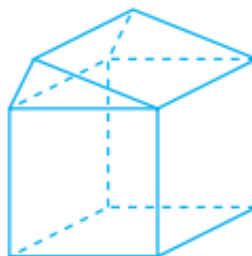
Đề KT chính thức  
(Đề có 7 trang)

Mã đề: 001

Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

**Phần I: TNKQ (7 điểm)**

**Câu 1:** Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



- A. 9.                      B. 7.                      C. 4.                      D. 10.

**Câu 2:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^4 - 8x^2 + 18$  trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng

- A. 2.                      B. 11.                      C. 27.                      D. 1.

**Câu 3:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ .    B.  $y = \frac{1}{x-2}$ .    C.  $y = x + \frac{1}{x+3}$ .    D.  $y = x^4 + x^2 + 1$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

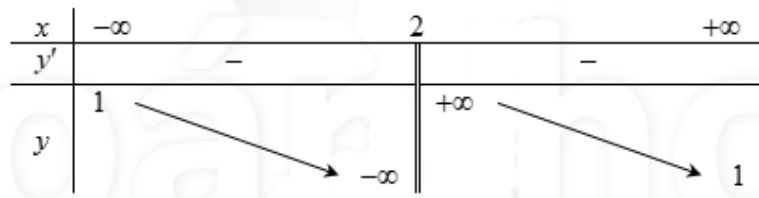
$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	2	$+\infty$	2

Arrows point from the value 2 in the first column to  $-\infty$  and from the value  $+\infty$  in the third column to 2.

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là

- A.  $x = 2, y = 2$ .                      B.  $x = 2, y = 1$ .                      C.  $x = 1, y = 2$ .                      D.  $x = 1, y = 1$ .

**Câu 5:** Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

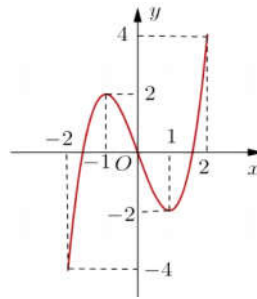


- A.  $y = \frac{x-3}{x-2}$ .      B.  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .      C.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .      D.  $y = \frac{2x+5}{x+2}$ .

**Câu 6:** Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là

- A.  $V = Bh$ .      B.  $V = \frac{4}{3}Bh$ .      C.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .      D.  $V = \frac{1}{2}Bh$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn có  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

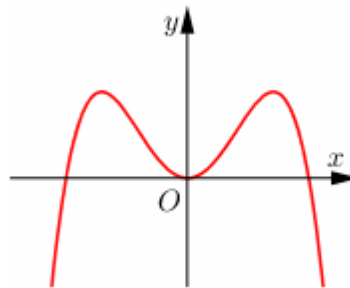


- A.  $M(1; -2)$ .      B.  $M(-2; -4)$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -2$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**.

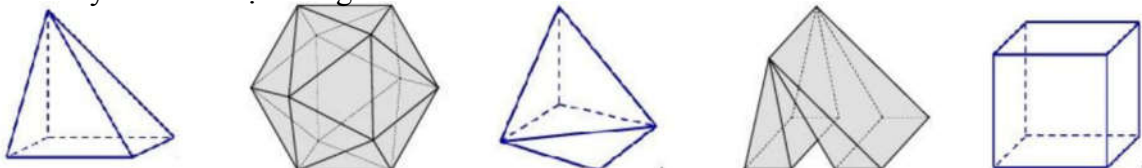
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ;  $(1; +\infty)$ .  
 B. Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .  
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ;  $(1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số luôn nghịch biến trên  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 9:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $f(x) = -x^4 + 2x^2$ .      B.  $f(x) = x^4 + 2x^2$ .  
 C.  $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$ .      D.  $f(x) = x^4 - 2x^2$ .

**Câu 10:** Có mấy khối đa diện trong các khối sau?



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

**Câu 11:** Số cạnh của hình bát diện đều bằng

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 16.

**Câu 12:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-4}$  có bao nhiêu tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

**Câu 13:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-1}$  trên đoạn  $[-2; 0]$ .

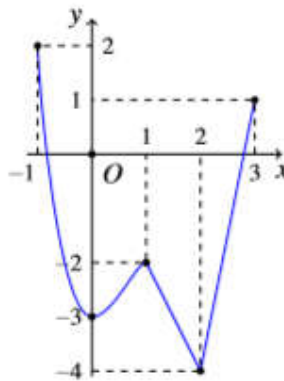
Giá trị biểu thức  $5M + m$  bằng

A. -4.

B. 0.

C.  $\frac{24}{5}$ .D.  $-\frac{24}{5}$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  là



A. 2.

B. -6.

C. -2.

D. -5.

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$y'$	-	0	+	0	+
$y$	$+\infty$		0		$+\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points:  $y = 1$  at  $x = -1$ ,  $y = 0$  at  $x = 0$ , and  $y = 1$  at  $x = 1$ .

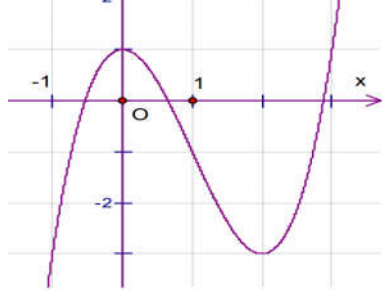
Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; +\infty)$ .B.  $(-1; 0)$ .C.  $(-\infty; -1)$ .D.  $(0; 1)$ .

**Câu 16:** Diện tích toàn phần của khối lập phương bằng  $96\text{cm}^2$ . Khi đó thể tích khối lập phương là?

A.  $48\sqrt{6}\text{ cm}^3$ B.  $24\sqrt{3}\text{ cm}^3$ .C.  $24\text{ cm}^3$ .D.  $64\text{ cm}^3$ .

**Câu 17:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = x^4 - x^2 + 1$ .      B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .      C.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

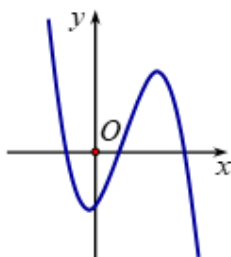
**Câu 18:** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AC' = 5a$ , đáy là tam giác đều cạnh  $4a$ .

- A.  $V = 20a^3$ .      B.  $V = 12a^3\sqrt{3}$ .      C.  $V = 12a^3$ .      D.  $V = 20a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $SA = BC = a$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$

- A.  $V = \frac{a^3}{2}$ .      B.  $V = \frac{a^3}{4}$ .      C.  $V = 2a^3$ .      D.  $V = \frac{a^3}{12}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



- A. 2      B. 4      C. 1      D. 0

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = 2$ .  
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ .  
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.  
 D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định  $(-\infty; 4]$  và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

$x$	$-\infty$	1	2	3	4			
$y'$		+	0	-		+	0	-
$y$	$-\infty$		↗ 1	↘ 0	↗ 2	↘		-1

- A. 2.      B. 5.      C. 4.      D. 3.

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

$x$	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		+	
$f(x)$			2			5	
	0				$-\infty$	3	

- A. Giá trị cực đại của hàm số là  $y_{CD} = 5$ .  
 B. Giá trị cực tiểu của hàm số là  $y_{CT} = 3$ .  
 C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là  $y = 0$ ,  $y = 5$  và tiệm cận đứng là  $x = 1$ .  
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .      B.  $a^3\sqrt{6}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên:

$x$	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			3			$+\infty$	
	$-\infty$				-2		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ .      D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .

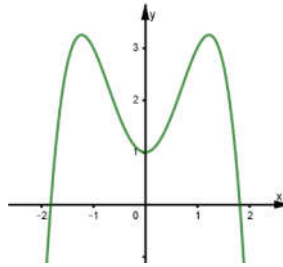
**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			4			$+\infty$	
	$-\infty$				$\frac{8}{3}$		

Giá trị cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 0.      B. 2.      C.  $\frac{8}{3}$ .      D. 4.

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.**  $a < 0; b > 0; c < 0.$

**B.**  $a < 0; b > 0; c > 0.$

**C.**  $a < 0; b < 0; c > 0.$

**D.**  $a > 0; b < 0; c > 0.$

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$				
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$			$1$			$1$		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình  $2f(x) - 3 = 0$  là

**A.** 2.

**B.** 4.

**C.** 1.

**D.** 3.

**Câu 29:** Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ là:

**A.** 100.

**B.** 20.

**C.** 64.

**D.** 80.

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^2 - 1)^2(x - 5)(x + 2)$ . Số điểm cực trị của hàm số  $f(x)$  bằng:

**A.** 4.

**B.** 1.

**C.** 3.

**D.** 2.

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x) = x(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $(2; +\infty).$

**B.**  $(-\infty; 0).$

**C.**  $(0; +\infty).$

**D.**  $(0; 2).$

**Câu 32:** Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$  là

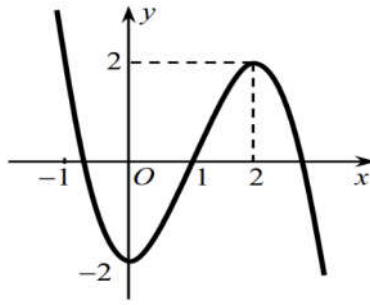
**A.**  $x = \frac{1}{2}; y = -1.$

**B.**  $x = -1; y = 2.$

**C.**  $x = 1; y = -2.$

**D.**  $x = -1; y = \frac{1}{2}.$

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

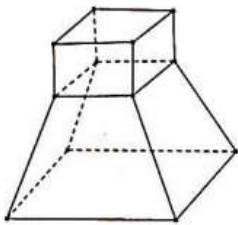


- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-2; 2)$ .

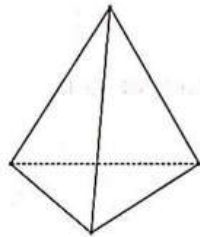
**Câu 34:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^4 - x^2 + 1$  trên đoạn  $[0; 2]$  là.

- A.  $\frac{4}{5}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{7}{10}$ .      D. 1.

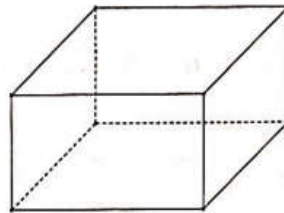
**Câu 35:** Trong các hình dưới đây hình nào **không** phải là đa diện?



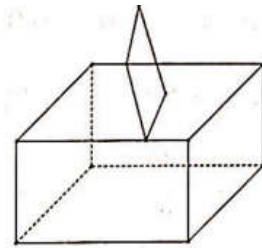
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1.      B. Hình 4.      C. Hình 2.      D. Hình 3.

**Phần II: TỰ LUẬN (3 điểm)**

**Câu 1 (1 điểm):** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-m}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 2 (1 điểm):** Tìm các điểm cực trị của hàm số  $f(x) = x + 2 \sin x$ .

**Câu 3 (0,5 điểm):** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ , mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

**Câu 4 (0,5 điểm):** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(8 \sin^3 x - m)^3 = 162 \sin x + 27m$  có nghiệm thuộc  $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

-----HẾT-----

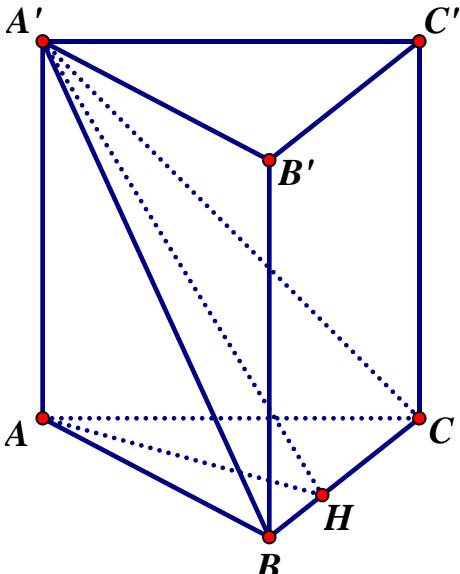
*Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giáo viên không giải thích gì thêm.*

**ĐÁP ÁN KIỂM TRA GIỮA KỲ I MÔN TOÁN 12-NH 2021-2022**

**Phần đáp án câu trắc nghiệm:**

Mã đề Câu	001	002	003	004	005	006	007	008
1	A	D	D	A	B	B	C	D
2	A	D	B	A	C	C	B	C
3	A	B	C	D	D	B	C	C
4	C	D	D	D	A	A	B	B
5	C	D	D	D	D	A	A	A
6	C	D	C	B	C	A	C	D
7	A	C	D	C	A	B	C	A
8	C	C	D	B	D	C	D	B
9	A	C	B	B	B	D	C	A
10	B	A	D	B	B	B	A	C
11	C	D	C	A	C	B	A	C
12	B	C	C	C	A	A	D	D
13	B	A	C	C	B	C	D	B
14	C	C	C	D	C	C	B	D
15	B	C	C	C	A	D	B	B
16	D	A	C	A	B	C	C	C
17	C	D	B	B	C	A	A	C
18	B	A	A	B	C	B	B	D
19	D	B	B	C	C	D	C	C
20	A	D	D	B	C	D	A	D
21	B	C	D	B	A	D	C	A
22	D	B	A	D	B	D	B	A
23	C	D	D	A	A	C	D	A
24	C	B	B	D	A	C	B	B
25	D	B	D	B	D	D	A	C
26	D	D	B	A	A	C	A	D
27	B	B	C	D	A	A	D	A
28	A	B	D	A	D	D	D	A
29	D	C	C	B	D	B	C	A
30	D	B	A	D	A	A	D	C
31	D	A	A	D	A	C	A	B
32	B	C	B	B	C	C	C	A
33	C	B	B	A	C	A	A	D
34	B	D	B	B	B	D	B	C
35	B	C	C	A	D	D	C	D



Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
1	<p>Tìm <math>m</math> để hàm số <math>y = \frac{2x+1}{x-m}</math> nghịch biến trên từng khoảng xác định</p> <p>Điều kiện: <math>x \neq m</math>.</p> <p>Ta có <math>y' = \frac{-2m-1}{(x-m)^2}</math>.</p> <p>Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định</p> <p><math>y' &lt; 0, \forall x \neq m \Leftrightarrow -2m-1 &lt; 0 \Leftrightarrow m &gt; -\frac{1}{2}</math>.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
Câu 2	<p>Tìm các điểm cực trị của hàm số <math>f(x) = x + 2\cos x</math></p> <p>Ta có: <math>f'(x) = 1 - 2\sin x</math>; <math>f''(x) = -2\cos x</math>.</p> $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ <p>Mặt khác <math>f''\left(\frac{\pi}{6} + k2\pi\right) = -\sqrt{3} &lt; 0</math>; <math>f''\left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right) = \sqrt{3} &gt; 0</math></p> <p>Vậy hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi</math>; đạt cực đại tại</p> <p><math>x = \frac{\pi}{6} + k2\pi</math>;</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
Câu 3	<p>Cho lăng trụ đứng <math>ABC.A'B'C'</math> có đáy <math>ABC</math> là tam giác vuông tại <math>A</math> và <math>AB = a</math>, <math>AC = a\sqrt{3}</math>, mặt phẳng <math>(A'BC)</math> tạo với đáy một góc <math>30^\circ</math>. Tính thể tích của khối lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math></p>  <p>Gọi <math>AH</math> là đường cao của</p>	

tam giác  $ABC$ , ta có  $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp A'H$   
 nên góc giữa mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc  $AHA' = 30^\circ$ .

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

0,25

0,25

**Câu 4**

Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình

$$(8\sin^3 x - m)^3 = 162\sin x + 27m \text{ có nghiệm thuộc } \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$$

Đặt  $t = 2\sin x$ , với  $0 < x < \frac{\pi}{3}$  thì  $t \in (0; \sqrt{3})$ .

Phương trình đã cho trở thành  $(t^3 - m)^3 = 81t + 27m$ .

Đặt  $u = t^3 - m \Rightarrow t^3 = u + m$ .

$$\text{Khi đó ta được } \begin{cases} u^3 = 27(3t + m) \\ (3t)^3 = 27(u + m) \end{cases} \Rightarrow u^3 - (3t)^3 = 27(3t - u)$$

$$\Leftrightarrow u^3 + 27u = (3t)^3 + 27 \cdot 3t \quad (*)$$

Xét hàm số  $f(v) = v^3 + 27v$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có nên hàm số đồng biến.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow u = 3t \Rightarrow t^3 - 3t = m \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(t) = t^3 - 3t$  trên khoảng  $(0; \sqrt{3})$ .

$$\text{có } f'(t) = 3t^2 - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ (vì } t > 0).$$

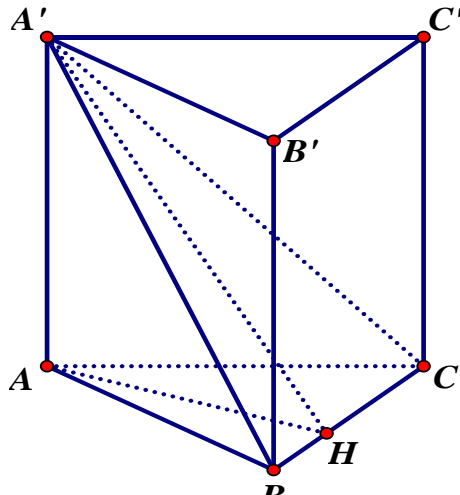
Bảng biến thiên

$t$	0	1	$\sqrt{3}$		
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi  $-2 \leq m < 0$

0,25

0,25

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
1	<p>Tìm <math>m</math> để hàm số <math>y = \frac{3x+1}{x-m}</math> nghịch biến trên từng khoảng xác định</p> <p>Điều kiện: <math>x \neq m</math>.</p> <p>Ta có <math>y' = \frac{-3m-1}{(x-m)^2}</math>.</p> <p>Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định</p> <p><math>y' &lt; 0, \forall x \neq m \Leftrightarrow -3m-1 &lt; 0 \Leftrightarrow m &gt; -\frac{1}{3}</math>.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
Câu 2	<p>Tìm các điểm cực trị của hàm số <math>f(x) = x + 2\sin x</math></p> <p>Ta có: <math>f'(x) = 1 + 2\cos x; f''(x) = -2\sin x</math>.</p> <p><math>f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\cos x = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})</math>.</p> <p>Mặt khác <math>f''\left(\frac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = -\sqrt{3} &lt; 0; f''\left(-\frac{2\pi}{3} + k2\pi\right) = \sqrt{3} &gt; 0</math></p> <p>Vậy hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi</math>; đạt cực đại tại</p> <p><math>x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi</math>;</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
	<p>Cho lăng trụ đứng <math>ABC.A'B'C'</math> có đáy <math>ABC</math> là tam giác vuông tại <math>A</math> và <math>AB = a, AC = a\sqrt{3}</math>, mặt phẳng <math>(A'BC)</math> tạo với đáy một góc <math>30^\circ</math>.                      Tính thể tích của khối lăng trụ <math>ABC.A'B'C'</math></p>  <p>Gọi <math>AH</math> là đường cao của tam</p>	

giác  $ABC$ , ta có  $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp A'H$  nên góc giữa mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc  $AHA' = 30^\circ$ .

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

0,25

0,25

Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình

$$(8\sin^3 x - m)^3 = 162\sin x + 27m \text{ có nghiệm thuộc } \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$$

Đặt  $t = 2\sin x$ , với  $0 < x < \frac{\pi}{3}$  thì  $t \in (0; \sqrt{3})$ .

Phương trình đã cho trở thành  $(t^3 - m)^3 = 81t + 27m$ .

Đặt  $u = t^3 - m \Rightarrow t^3 = u + m$ .

$$\text{Khi đó ta được } \begin{cases} u^3 = 27(3t + m) \\ (3t)^3 = 27(u + m) \end{cases} \Rightarrow u^3 - (3t)^3 = 27(3t - u)$$

$$\Leftrightarrow u^3 + 27u = (3t)^3 + 27 \cdot 3t \quad (*)$$

Xét hàm số  $f(v) = v^3 + 27v$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có nên hàm số đồng biến.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow u = 3t \Rightarrow t^3 - 3t = m \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(t) = t^3 - 3t$  trên khoảng  $(0; \sqrt{3})$ .

$$\text{có } f'(t) = 3t^2 - 3; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ (vì } t > 0).$$

Bảng biến thiên

$t$	0	1	$\sqrt{3}$
$f'(t)$		-	0
$f(t)$	0		0
		-2	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi  $-2 \leq m < 0$

0,25

0,25

